

**Ein Beitrag zur Verbesserung der Kammerfüllung von
Schraubenmotoren**

Von der Fakultät Maschinenbau
der Universität Dortmund
zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Claus Fost
aus Dortmund

2003

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Fachgebiet Fluidenergiemaschinen der Universität Dortmund.

Dem Leiter des Fachgebietes, Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Kauder, danke ich für die fachliche und menschliche Begleitung meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Fachgebiet sowie für die Förderung dieser Arbeit bis hin zur Übernahme des Hauptreferates. In den wertvollen Diskussionen und Anregungen habe ich stets die notwendige Unterstützung erfahren.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. L. Rinder, Vorstand des Institutes für Maschinenelemente der Technischen Universität in Wien, Österreich, für sein freundliches Interesse an dieser Arbeit, sowie für die kritische Durchsicht und die Übernahme des Korreferates.

Darüber hinaus möchte ich mich bei allen Mitarbeitern und Studenten des Fachgebietes für die freundschaftliche Zusammenarbeit und die wertvolle Unterstützung bedanken, die in vielfältiger Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Nicht zuletzt bedanke ich mich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Förderung, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Für Manuela und Lina.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der verwendeten Symbole, Abkürzungen und Indizes	VII
1 Einleitung.....	1
2 Stand der Technik und Ziel der Arbeit	3
2.1 Stand der Technik	3
2.2 Problemstellung	5
2.3 Ziel der Arbeit.....	7
3 Geometrie des Schraubenmotors	9
3.1 Aufbau und Funktion des Schraubenmotors.....	9
3.2 Volumenkurve	12
3.3 Spaltarten	14
3.4 Einlassfläche	17
4 Spaltsituation während des Füllvorgangs	19
4.1 Kennzahlen zur Beurteilung der Spaltbreiten.....	26
4.1.1 Geometrische Kennzahlen	26
4.1.2 Vergleich bewerteter und unbewerteter Spaltkennzahlen	35
4.2 Beurteilung der Spaltbreiten bei Variation der Rotorgeometrien.....	38
4.2.1 Geometrievariation bei konstanter Zähnezahl	40
4.2.2 Zähnezahlvariation.....	44
5 Der Einströmvorgang.....	54
5.1 Einlassdrosselung.....	54
5.2 Kennzahlen zur Beurteilung der Drucksenkung am Eintritt.....	56
5.2.1 Größen zur Beschreibung der Drucksenkung.....	56
5.2.2 Kennzahlen in Abhängigkeit vom Drehwinkel	63
5.3 Beurteilung der Geometrievariationen.....	65
5.4 Ergebnisse aus der Kennzahlbetrachtung	74
6 Möglichkeiten zur Verbesserung der Kammerfüllung	75
6.1 Einlassscheibe auf dem Hauptrotor	77

6.1.1	Beurteilung der Geometrie mit Hilfe von Kennzahlen	79
6.1.2	Energetische Beurteilung des Füllvorgangs	82
6.1.2.1	Einfluss des Vorkammervolumens	83
6.1.2.2	Einfluss der Spaltmassenströme	93
6.1.2.3	Beurteilung der Energiewandlung	94
6.2	Konische Rotoren	101
6.2.1	Beurteilung anhand der Kennzahlen	107
6.2.2	Einfluss der Zähnezahlen	110
6.2.3	Energetische Beurteilung	112
6.3	Einlassscheiben auf Haupt- und Nebenrotor	122
6.3.1	Geometrieparameter der Einlassscheiben	123
6.3.1.1	Breite der Einlassscheiben	123
6.3.1.2	Kopfkreisdurchmesser der Scheibe auf der Hauptrotorseite	125
6.3.1.3	Spaltsituation	127
6.3.2	Beurteilung der veränderten Rotorgeometrie anhand der Kennzahlen	136
6.3.3	Energetische Beurteilung	140
7	Zusammenfassung und Ausblick	145
8	Literaturverzeichnis	148
9	Anhang	152
9.1	Energetisch bewertete Kennzahlen	152
9.2	Modell zur Berechnung thermodynamischer Zustandsgrößen in der Arbeitskammer	158
9.3	Herleitung der Temperaturfunktion Gl. (6.17)	162
9.4	Herleitung der Gl. (6.24)	164
9.5	Herleitung der Gl. (6.39)	166

Verzeichnis der verwendeten Symbole, Abkürzungen und Indizes

Verzeichnis der verwendeten Symbole

<u>Symbol</u>	<u>Einheit</u>	<u>Bedeutung</u>
a	m s^{-1}	Schallgeschwindigkeit
a	m	Achsabstand
A	m^2	Fläche
$b; b^*$	m	Spaltbreite; energetisch bewertete
B	m	Scheibenbreite
$c; \bar{c}$	m s^{-1}	Geschwindigkeit; über der Zeit gemittelt
c_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische isobare Wärmekapazität
$c_p^0; \bar{c}_p^0$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische isobare Wärmekapazität für $p \rightarrow 0$; mittlere
c_v	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische isochore Wärmekapazität
$c_v^0; \bar{c}_v^0$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische isochore Wärmekapazität für $p \rightarrow 0$; mittlere
$D; D'$	m	Durchmesser Rotor; Durchmesser Scheibe
f	-	Faktor, Funktion
g	m s^{-2}	Erdbeschleunigung
h	m	Rotorsteigung
h	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	spezifische Enthalpie
H	J	Enthalpie
L	m	Länge
m	kg	Masse
\dot{m}	kg s^{-1}	Massenstrom
n	s^{-1}	Drehzahl
$n; \bar{n}$	-	Polytrophenexponent; mittlerer
p	N m^{-2}	Druck
P	W	Leistung
r_2	m	Kopfrundungsradius
R	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	ideale Gaskonstante
s	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische Entropie
S	J K^{-1}	Entropie
t	s	Zeit
T	K	thermodynamische Temperatur
u	m s^{-1}	Umfangsgeschwindigkeit
u	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	spezifische innere Energie
U	J	innere Energie
v	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$	spezifisches Volumen
v_i	-	inneres Volumenverhältnis

<u>Symbol</u>	<u>Einheit</u>	<u>Bedeutung</u>
V	m^3	Volumen
\dot{V}	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$	Volumenstrom
w	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	spezifische Arbeit
W	Nm	Arbeit
x	-	äquivalenter Spaltmassenanteil
x, y	m	Punktkoordinaten
z	-	Zähnezahl
$z; \bar{z}$	m	Spalthöhe, geodätische Höhe; mittlere
α	Grad	Drehwinkel des Hauptrotors
α	-	Durchflussbeiwert
Φ	Grad	Umschlingungswinkel, Flankenwinkel am Hauptrotor
η	-	Wirkungsgrad, Gütegrad
κ	-	Isentropenexponent
$\bar{\kappa}^0$	-	mittlerer Isentropenexponent für $p \rightarrow 0$
λ_L	-	Liefergrad
λ_A	-	Aufheiz-/ Abkühlgrad
λ_D	-	Durchsatzgrad
λ_{LF}	-	Füllungsgrad
ω	s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit
Π	-	Druckverhältnis
$\Pi; \Pi^*$	-	dimensionslose Kennzahl, energetisch bewertete
ρ	kg m^{-3}	Dichte
σ	m	Nebenrotorzahnbreite
ϑ	$^{\circ}\text{C}$	Celsius-Temperatur
Ψ	Grad	Flankenwinkel am Nebenrotor

Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen und Indizes

<u>Symbol</u>	<u>Begriff</u>	<u>Bedeutung</u>
A	Auslass	Motoraustritt
ab	abströmend	Ströme aus der Arbeitskammer
e	effektiv	
ex, Ex	Expansion	Expansion, Expansionsbeginn
E	Einlass	Motoreintritt
Ea		axiale Erstreckung der Einlassflächen
EM		Expansionsenddruck im Motor
f	fiktiv	
$Füll$	Füllung	Füllung der Arbeitskammer

<u>Symbol</u>	<u>Begriff</u>	<u>Bedeutung</u>
<i>Füllbeginn</i>	Füllbeginn	
<i>Ge</i>	Gehäuse	Gehäusespalt
<i>HD</i>	Hochdruck	Zustand auf der Hochdruckseite
<i>HR</i>	Hauptrotor	
<i>i</i>	innen, inneres	Zustand / Vorgang in der Arbeitskammer
<i>id</i>	ideal dicht	
<i>irr</i>	irreversibel	
<i>K, Kammer</i>	Kammer	Arbeitskammer
<i>K01</i>		Kammer zu Beginn des Füllvorgangs
<i>K02</i>		Kammer bei maximalem Kammerdruck
<i>K1</i>		Kammer am Ende des Füllvorgangs
<i>KFS</i>		Kammerfüllung der Maschine mit Einlassscheiben
<i>KFV</i>		Kammerfüllung der Vergleichsmaschine
<i>krit</i>	kritisch	Zustände bei denen die lokale Schallgeschwindigkeit im engsten Querschnitt erreicht wird
<i>Kopf</i>	Kopfrundungsöffnung	
<i>KÖ</i>	Kammeröffnung	Öffnung der Arbeitskammer im Bereich der Rotoren
<i>KS</i>		Kammer der Maschine mit Einlassscheiben
<i>KV</i>		Kammer der Vergleichsmaschine
<i>max</i>	maximal	Maximalwert
<i>min</i>	minimal	Minimalwert
<i>Motor</i>	Motor	Größen für eine vollständige Drehung des Hauptrotors
n_{HR}	Hauptrotordrehzahl	konstante Drehzahl am Hauptrotor
<i>nach</i>		nachfolgende Arbeitskammer
<i>ND</i>	Niederdruck	Zustand auf der Niederdruckseite
<i>NR</i>	Nebenrotor	
<i>P</i>	pressure	Druck
<i>PE</i>	Profileingriff	Profileingriffsspalt
<i>Q</i>		Wärme
<i>s</i>		isentrop
<i>S</i>	Scheibe	Einlassscheibe auf dem Rotor
<i>S Rest</i>		restlicher Kammerinhalt der Maschine mit Einlassscheiben
<i>Sp</i>	Spalt	
<i>SpS</i>		Spalte der Maschine mit Einlassscheiben
<i>SpV</i>		Spalte der Vergleichsmaschine
<i>St</i>	Stirnseite	Stirrspalt
<i>Stk</i>	Steuerkante	
<i>t</i>	time; total	Zeit, Dauer

<u>Symbol</u>	<u>Begriff</u>	<u>Bedeutung</u>
th	theoretisch	
u_{HR}	Hauptrotorumfangs- geschwindigkeit	konstante Umfangsgeschwindigkeit am Hauptrotor
\ddot{U}	Übergangsebene	
$v_i; v_i$	inneres Volumenverhältnis	Lage der Steuerkanten, theoretischer Expansionsbeginn
V	Volumen; Vergleichsmaschine	
\dot{V}	Volumenstrom	konstanter Volumenstrom
V_K	Kammervolumen	Volumen der Arbeitskammer
V_{Motor}		Expansionsvolumen des Motors
VK	Verschneidungskante	
W	Wälzkreis	
zu	zuströmend	Ströme in die Arbeitskammer
λ_L	Liefergrad	konstanter Liefergrad
0		Nullpunkt; Nullstellung; Trippelpunkt
1		Zustand vor dem Spalt; Maschine mit einem gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom wie die Vergleichsmaschine
2		Zustand hinter dem Spalt
11		Vergleichsmaschine
*		energetisch bewertet
'		Werte für die Einlassscheibe

Abstract

This report deals with the quantification of two processes which take place during chamber filling and which are mainly important for energy conversion in screw-type engines. Based on the experience of former investigations on screw-type engines it is known that on the one hand gas leakage through the clearances during the filling process and on the other hand pressure loss at the inlet site of the engine are of wide influence on energy conversion in screw-type engines. In this report a method for estimation of the chamber filling of screw-type engines and therefore of energy conversion will be presented.

In a first step key values for analysing the two processes, gas leakage through the clearances during the filling process and pressure loss at the inlet, are shown. These key values are built by means of geometrical rotor parameters.

In the following, geometrical variations of the rotor geometries are estimated via the key values (presented). (The variations of male rotor wrap angle, length / diameter ratio, number of lobes on male and female rotor and the inner volume ratio are calculated for an asymmetrical SRM-B-Profile).

Especially for a large inner volume ratio, which is interesting for running the machine as an expander in a steam cycle, no optimal geometrical conditions can be found. A geometrical reduction of the operative clearance width, which should reduce the gas leakage too, always causes increased pressure loss at the inlet. Reducing the pressure loss causes increased gas leakage. But the key values for estimation of pressure loss are showing higher gradients for the examined geometrical variations. Therefore for a geometrical optimisation pressure loss at the inlet must be considered first.

In a next step three options for modification of the inlet area with regard to an improvement of the chamber filling are investigated. These are an inlet disc at one rotor (in the shown example at the male rotor), the use of conical rotors and finally inlet discs at the male and the female rotor.

Based on the calculations for all variants a positive effect on chamber filling may be expected, but the option with an inlet disc at the male rotor shows the highest potential. It is mainly influenced by a reduction of gas leakage while the inlet situation shows no significant differences. But the volume of the inlet area at the disc operates like a kind

of exhaust chamber which causes a loss of energy conversion. For an improvement of energy conversion by the advantage of an increased chamber filling it is necessary to design the volume of the exhaust chamber as small as possible.

Conical rotors have shown also an increase of chamber filling. In contrast to the inlet disc it is mainly influenced by a reduction of pressure loss at the inlet. Therefore we can also expect an improvement of energy conversion by the use of conical rotors. But a final point to make is that manufacturing of these conical rotors is presently not investigated.

The option of inlet discs at the male and the female rotor is an intermediate step between the cylindrical rotors and the conical ones. In this case the advantage of an increased chamber filling is combined with an easy way of manufacturing but without the disadvantage of an exhaust chamber. However the potential of improvement of chamber filling is less in comparison to the conical rotors.

1 Einleitung

Die Entwicklung dezentraler Energiesysteme zur Kraft-Wärme-Kopplung im kleinen und mittleren Leistungsbereich bis hin zu einigen MW elektrischer Leistung gewinnt derzeit zunehmend an Bedeutung. Waren es früher aufgrund der stetig steigenden Kosten für Primärenergieträger im Wesentlichen wirtschaftliche Gründe, die zu solchen Entwicklungen Anlass gaben, so werden diese heute durch den umweltpolitischen Aspekt des Klimaschutzes und die daraus entstandenen gesetzlichen Rahmenbedingungen des erneuerbare Energien Gesetzes (EEG) weiter verstärkt. In diesem Zusammenhang wird bereits seit längerem nach Möglichkeiten gesucht, bisher wenig genutzte Energiepotenziale wie Biomasse, Deponiegase, Rest- und Abfallstoffe sowie Wärmequellen auf teilweise niedrigem Temperaturniveau wie Industrieabwärme, solare Wärme und Erdwärme zur wirtschaftlichen Energiewandlung in mechanische oder elektrische Energie zu nutzen.

Aufgrund der thermodynamischen Randbedingungen ist in solchen Einsatzbereichen häufig nur ein vergleichsweise geringer Anteil der eingebrachten Wärme wirtschaftlich wandelbar. Daher ist für einen wirtschaftlichen Betrieb derartiger Anlagen die Nutzung der Wärme vorrangig zu behandeln. Für die Energiewandlung ergeben sich daraus die Forderungen nach geringen Investitions- und Betriebskosten für die Expansionsmaschine und für die Anlage, einer hohen Betriebssicherheit und einer langen Lebensdauer bei geringem Wartungsaufwand sowie einer möglichst hohen Energiewandlungsgüte.

Häufig diskutierte Konzepte für derartige Anwendungen sind geschlossene Anlagenkreisläufe mit dampfförmigen Arbeitsmedien wie Wasserdampf im Clausius-Rankine-Cycle oder Kältemittel im Organic-Rankine-Cycle. Während im Leistungsbereich oberhalb von 2 MWel in der Regel der Einsatz einer Klein-Dampfturbine sinnvoll erscheint, sinkt deren Wirkungsgrad für abnehmende mittlere Massenströme und damit auch Leistungen deutlich ab. Für Leistungen ≤ 2 MWel kann daher die Verwendung anderer Expansionsmaschinen wie die des Schraubenmotors oder des Hubkolbendampfmotors vorteilhaft sein.

Der Hubkolben-Dampfmotor weist aufgrund der oszillierenden Massenkräfte und der berührenden Dichtungen im Bereich des Arbeitsraums einen höheren Verschleiß und somit auch kürzere Wartungs- und Instandhaltungsintervalle gegenüber der Turbine oder dem Dampfschraubenmotor auf.

Die Schraubenmaschine hat sich in ihrer Ausführung als Kompressor schon seit den 50er Jahren im industriellen Einsatz bewährt. Ihre Vorteile liegen in einer großen Leistungsdichte, einer hohen Laufleistung bei geringem Wartungsaufwand und dadurch in einer hohen Verfügbarkeit. Der einfache und robuste Aufbau der Maschine macht für ihren Einsatz als Dampfmotor (Expander) nur geringe Anforderungen an die Dampfqualität notwendig. Das bedeutet, dass eine Überhitzung des zu verarbeitenden Dampfes, wie es bei konkurrierenden Maschinen üblich und zum Teil notwendig ist, für den Schraubenmotor nicht erforderlich ist. Dies und die Erfahrungen aus dem Kompressorbetrieb lassen auch für die Schraubenmaschine im Motorbetrieb eine hohe Verfügbarkeit erwarten.

Die Eignung des Schraubenmotors als Expansionsmaschine zur Energiewandlung im unteren Leistungsbereich wurde bereits in verschiedenen Prototypenanlagen nachgewiesen [1], [2], [3]. Die bisherigen Schraubenmotorentwicklungen waren jedoch immer eng an die Gestaltungsprinzipien des Schraubenkompressors angelehnt. Im Hinblick auf die Auslegungssicherheit, Verfügbarkeit und die Fertigungskosten war dies auch ein zunächst akzeptabler Ansatz, um die Funktion einer solchen Maschine im Motorbetrieb nachzuweisen. Eine Analyse der wesentlichen Verlustquellen der Wellenarbeit hat jedoch gezeigt, dass es für eine Optimierung des Wirkungsgrades und des Betriebsverhaltens der Maschine notwendig ist, von den so festgelegten Vorgaben der Maschinengestaltung abzuweichen [5]. Eine Analogie zu dieser Betrachtungsweise liefert der Turbomaschinenbau, wenn man sich die Entwicklung der unterschiedlichen Energiewandlungsrichtungen im Turbokompressor und in der Turbine vor Augen führt.

Die vorliegende Arbeit versucht Ansätze für eine geometrische Optimierung des Einlassbereiches von Schraubenmotoren zu liefern, um dadurch die Güte der Energiewandlung zu verbessern. Dabei werden auch Motorvarianten betrachtet, die von den herkömmlichen im Kompressorenbereich üblichen Rotorgeometrien abweichen.

2 Stand der Technik und Ziel der Arbeit

2.1 Stand der Technik

Die Möglichkeit, eine Schraubenmaschine als Expansionsmaschine zur Energiewandlung einzusetzen, ist seit längerer Zeit bekannt [6], [7]. Erst Ende der 70er Jahre konnte jedoch der Betrieb von Schraubenmotoren in mehreren Versuchskreisläufen verifiziert werden. Daher sind erst in jüngster Vergangenheit verstärkt Konzepte entstanden, um die Vorteile, die sich aus dem Aufbau der Maschine ergeben, wirtschaftlich zur Energiewandlung zu nutzen und so dem Schraubenmotor einen breiteren Einsatzbereich zu erschließen [8], [9], [3], [10], [11], [12], [13], [14].

Als wesentliche Konzepte, die in diesem Zusammenhang entwickelt und untersucht wurden, sind zu nennen:

- der Schraubenmotor im Organic-Rankine-Cycle (ORC) [8], [11], [15], [16] vorrangig zur Nutzung von Wärmequellen im Niedertemperaturbereich unterhalb 160 °C [2],
- der Zwei-Phasen Schraubenmotor im Trilateral-Flash-Cycle (TFC) mit Wasser als Arbeitsfluid und innerer Verdampfung [12], [13], [14], [17], [4] für Anwendungen in einem niedrigen bis mittleren Temperaturbereich der Wärmequelle bis 350°C,
- der Dampfschraubenmotor im Clausius-Rankine-Cycle (CRC) [13], [3], [11] für Anwendungen auf einem mittleren Temperaturniveau bis ca. 600°C z. B. zur Nutzung der Abwärme von Verbrennungsmotoren in sogenannten Bottoming-Cycle-Anlagen [18], [19], [20], [21] sowie
- der Schraubenmotor im modifizierten Joule-Cycle (GASSCREW) [22], [23] für den Hochtemperaturbereich ab etwa 700°C.

In den Anfängen der Schraubenmotorentwicklung Ende der 70er Jahre wurden zunächst nasslaufende öleingespritzte Schraubenmotoren im Clausius-Rankine-Cycle untersucht und erprobt. Die Trennung des Hilfsmediums Öl vom Arbeitsmedium Wasser gestaltete sich jedoch aufwendig und konnte nur unvollständig realisiert werden. Die sich daraus ergebenden Probleme für den Anlagenbetrieb (Ablagerungen an Bauteilen im

Dampfkreislauf bis hin zur Verkokung von Wärmetauscherflächen) führten dazu, dass dieses Konzept nicht weiter verfolgt wurde [20].

Mitte der 80er Jahre galt ein wesentliches Interesse dem Organic-Rankine-Cycle mit organischen Kreislauffluiden, da diese die Realisierung höherer thermischer Maschinenwirkungsgrade im Vergleich zu Wasserdampf ermöglichen [15], [24], [16]. Aufgrund der Umweltproblematik der verwendeten FCKW¹⁾-haltigen Medien wurden diese Untersuchungen Ende der 80er Jahre jedoch wieder aufgegeben.

Seitdem gilt das Hauptinteresse wieder dem Arbeitsmedium Wasserdampf. Dabei ist der trockenlaufende Dampfschraubenmotor für den Einsatz in einem Clausius-Rankine-Cycle in seiner Entwicklung am weitesten fortgeschritten. Das Betriebsverhalten dieses Maschinentyps wurde von Dreißig [2] und Hinsenkamp [3] ausführlich beschrieben. Beide stellen in Ihren Arbeiten auch Verfahren zur Grobauslegung eines trockenlaufenden Dampfschraubenmotors vor. Seit 1998 wird im BHKW²⁾ der Universität Dortmund eine Prototypenanlage mit einem einstufigen trockenlaufenden Dampfschraubenmotor im Clausius-Rankine-Cycle betrieben.

Der Zwei-Phasen Schraubenmotor mit innerer Verdampfung im Trilateral-Flash-Cycle ist ein weiteres vielversprechendes Konzept. Dabei entfällt der Verdampfer. Heißes Druckwasser wird direkt durch speziell ausgebildete Düsen in den dahinter liegenden Arbeitsraum des Motors eingespritzt, wobei eine spontane Verdampfung (Flash-Verdampfung) erfolgt. Die Vorteile gegenüber dem Clausius-Rankine-Cycle liegen in einem einfacheren und damit kostengünstigeren Anlagenaufbau (kein Verdampfer) sowie in einem vollständigeren Wärmetausch des Wärmeträgers mit dem umlaufenden Heißwasser. Der Zwei-Phasen Schraubenmotor ist jedoch derzeit über das Versuchsstadium noch nicht hinaus [4]. Gleiches gilt für den Heißgasschraubenmotor.

Neuere Arbeitsmedien auf der Basis moderner Kältemittel mit einer höheren Umweltverträglichkeit lassen auch den Einsatz des Organic-Rankie-Cycle für zukünftige Anwendungen wieder interessanter erscheinen.

¹⁾ FCKW: Fluor-Chlor-Kohlenwasserstoff

²⁾ BHKW: Block-Heizkraftwerk

Parallel zu den Gesamtbetrachtungen des Motorverhaltens im Versuchsaufbau sind auch experimentelle Untersuchungen über innere Vorgänge wie Spaltströmungen [2], [25], [26], Druck- und Temperaturverläufe [27], [28] sowie Öl- und Wasserverteilung bei nasslaufenden Maschinen [29], [30] angestellt worden. Die Ergebnisse aus diesen Untersuchungen, teilweise am Kompressor durchgeführt und auf den Motorbetrieb übertragen, lieferten die Grundlagen für Programme zur thermodynamischen Simulation des Expansionsprozesses unter Berücksichtigung von Spaltströmungen [2], [3], [31] und insbesondere der Problematik der Drosselung am Eintritt in die Maschine bei großen inneren Volumenverhältnissen [32].

2.2 Problemstellung

Das derzeit zu erwartende Einsatzgebiet für Schraubenmotoren liegt im Bereich der Energiewandlung in dezentralen Energiesystemen. Neben den zwingenden Anforderungen eines wirtschaftlichen, störungs- und wartungsarmen Anlagenbetriebs besteht dabei der Wunsch nach kurzen Amortisationszeiten von derzeit deutlich unter 5 Jahren. Die Wirtschaftlichkeit einer Anlage wird wesentlich durch die Anlagenkosten, die Betriebskosten sowie den Wirkungsgrad der Anlage und die Betriebszeiten bestimmt. Die Auswahl geeigneter Prozessparameter spielt dabei ebenso eine entscheidende Rolle, wie die Realisierung eines möglichst hohen effektiven Wirkungsgrades der Expansionsmaschine.

Für den Schraubenmotor leiten sich daraus die Forderungen nach einer optimalen Anpassung an gegebene Prozessparameter sowie einer hohen Energiewandlungsgüte bei geringem Bauaufwand und damit einer geringen Stufenzahl ab. Dazu ist es erforderlich, hohe angepasste Druckverhältnisse in einer Motorstufe abbauen zu können. Daher werden innerhalb dieser Arbeit nur Maschinen mit vergleichsweise großen inneren Volumenverhältnissen (v_i) von $v_i \geq 5$ betrachtet.

Die wesentlichen Verlustmechanismen, die bei der Energiewandlung in Schraubenmotoren auftreten und die in der Literatur häufig beschrieben wurden [2], [3], [29], [32], [33] sind:

- die Drosselung während des Füllvorgangs und des Ausschiebevorgangs,
- der Wärmeübergang von dem Arbeitsmedium auf die arbeitsraumbegrenzenden Bauteile (Gehäuse, Rotoren),

- die Spaltmassenstromverluste an den bewegten Spalten des Arbeitsraums,
- Arbeitsflächenverluste aufgrund eines nicht an den Austrittsdruck angepassten Kammerenddruckverlaufs,
- die Dissipation innerhalb der Arbeitskammer aufgrund von Fluidreibung und
- der Verlust an kinetischer Energie mit der ausgeschobenen Kammermasse.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, dass die Einflüsse der Einlassdrosselung und der Spaltmassenströme auf die Energiewandlung, unter Berücksichtigung der zuvor gemachten Einschränkung, nur Maschinen mit großen inneren Volumenverhältnissen ($v_i \geq 5$) zu betrachten, mit steigendem v_i gegenüber den anderen Verlustmechanismen deutlich zunehmen [32], [2], [29], [34]. Diese Verlustanteile beeinflussen wesentlich die Masse, die sich während der Expansion in der Arbeitskammer befinden kann (Kammerfüllung), und besitzen daher einen direkten Einfluss auf die Energiewandlung. Auf diesem Ergebnis aufbauend werden in der vorliegenden Arbeit unterschiedliche Rotorgeometrien anhand der Entwicklung dieser beiden Verlustanteile beurteilt.

Der Spaltmassenstrom wird neben dem über dem Spalt anliegenden Druckverhältnis wesentlich von der durchströmten Querschnittsfläche, die sich aus der Spalthöhe und der Spaltbreite zusammensetzt, bestimmt. Weitere Einflüsse ergeben sich aus der Form des Spaltes, der Länge sowie der Bewegung von spaltbegrenzenden Flächen.

Ein Größe über die der Spaltmassenstrom beeinflusst werden kann und die konstruktiv für den kalten Zustand der Maschine einfach zu verändern ist, stellt die Spalthöhe dar. Die Berechnung und damit Auslegung von Warmspalthöhen, die sich im Motorbetrieb aufgrund von Wärmedehnungen und Druckbelastungen einstellenden, weist zur Zeit noch eine eher geringe Abbildungsgüte auf [23], [35], [27].

Nach dem gegenwärtigen Stand der Forschung ist davon auszugehen, dass durch den Einsatz von Beschichtungstechnologien merkliche Fortschritte auf dem Gebiet der Verdrängermaschinen erzielt werden können. So gestattet beispielsweise der Einsatz von Einlaufschichten den Bau von Schraubenmaschinen mit theoretisch geringsten Spalthöhen und infolgedessen geringeren Spaltverlusten [36]. Als Konsequenz daraus sind deutlich höhere Liefer- und Wirkungsgrade als heute üblich zu erwarten.

Doch auch durch den Einsatz von Einlaufbeschichtungen werden aufgrund der thermischen und mechanischen Belastungen der Rotoren Restspalthöhen in der

Maschine verbleiben, welche zwangsläufig zu Spaltverlusten führen. Auch das im Motor sinnvoll nutzbare Druckverhältnis kann hierdurch nicht gesteigert werden, da die Einlassfläche für steigende innere Volumenverhältnisse durch die geometrischen Bedingungen in der Maschine begrenzt wird.

Einen anderen Ansatz als die konstruktive Verringerung der Spalthöhen bei gegebener Rotorgeometrie, liefert daher die Fragestellung, inwieweit durch eine Veränderung der Rotorgeometrieparameter die Verluste, die durch Spaltströmungen [26] und die Drosselung am Einlass [32] entstehen, verringert werden können.

Eine ähnliche Fragestellung wurde bereits für den Schraubenkompressor [37] und den Schraubenlader [34] behandelt, wobei man sich hierbei auf die Untersuchung der üblichen Geometrieparameter zylindrischer Rotoren beschränkte. Für den Schraubenmotor sind auch weitergehende Betrachtungen anzustellen.

2.3 Ziel der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine systematische Untersuchung unterschiedlicher Rotorgeometrien hinsichtlich deren Potenzials zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte von Schraubenmotoren mit großen inneren Volumenverhältnissen ($v_i \geq 5$). Die Ermittlung allgemeiner Entwicklungstendenzen für eine geometrische Optimierung, soll anhand einer rein geometrischen Betrachtung der Maschinen unabhängig von einem konkreten Betriebszustand erfolgen. Für den Vergleich der Geometrien sind lediglich Annahmen darüber zu treffen, welche Maschinen- und Betriebsparameter sinnvoll konstant zu halten sind.

Zur geometrischen Beschreibung eines Schraubenmotors stehen die Verläufe der Volumenkurve, der Spaltbreiten und der Einlassfläche als Funktion der Drehwinkelstellung zur Verfügung. Als Grundlage für eine Beurteilung kann die Entwicklung der wesentlichen Verlustmechanismen, Spaltverluste und Einlassdrosselung, bei Variation der Rotorgeometrie dienen.

In einem ersten Schritt ist der Einfluss der geometrisch bestimmten Maschinengrößen (Volumenkurve, Spaltbreiten, Einlassfläche) auf die Verlustmechanismen (Spaltmassenströme und Einlassdrosselung) zu ermitteln und zu quantifizieren. Hierfür sind geeignete Bewertungskriterien zu entwickeln, auf deren Basis ein Vergleich von Maschinen mit unterschiedlichen Geometrieparametern möglich ist.

Anschließend sollen anhand der Ergebnisse Gestaltungsmöglichkeiten für eine sinnvolle Weiterentwicklung des Schraubenmotors abgeleitet und das mögliche Optimierungspotenzial im Hinblick auf die Spaltströmung, Einlassdrosselung und das abbaubare Druckverhältnis bestimmt werden. Aus den Ergebnissen der geometrischen Betrachtungen lassen sich Erkenntnisse über eine verbesserte konstruktive Gestaltung des Schraubenmotors sowie eine experimentelle Verifikation der Untersuchungsergebnisse ableiten.

3 Geometrie des Schraubenmotors

3.1 Aufbau und Funktion des Schraubenmotors

Die Schraubenmaschine gehört in die Gruppe der mehrwelligen Rotationsverdrängermaschinen mit einer inneren Volumenänderung des Arbeitsraumes. Ihr Name beruht auf den schraubenförmig verwundenen ineinandergreifenden Rotoren, welche in einem diese eng umschließenden Gehäuse rotieren. Die Zahnluken der Rotoren bilden dabei in Verbindung mit dem Gehäuse eine annähernd schadraumfreie Arbeitskammer. Das Wirkprinzip der Schraubenmaschine geht auf ein Patent von Krigar [6] aus dem Jahr 1878 zurück. Darin wird sowohl die Anwendung als Kompressor als auch die energetische und kinematische Umkehrung des Wirkprinzips für den Motorbetrieb beschrieben.

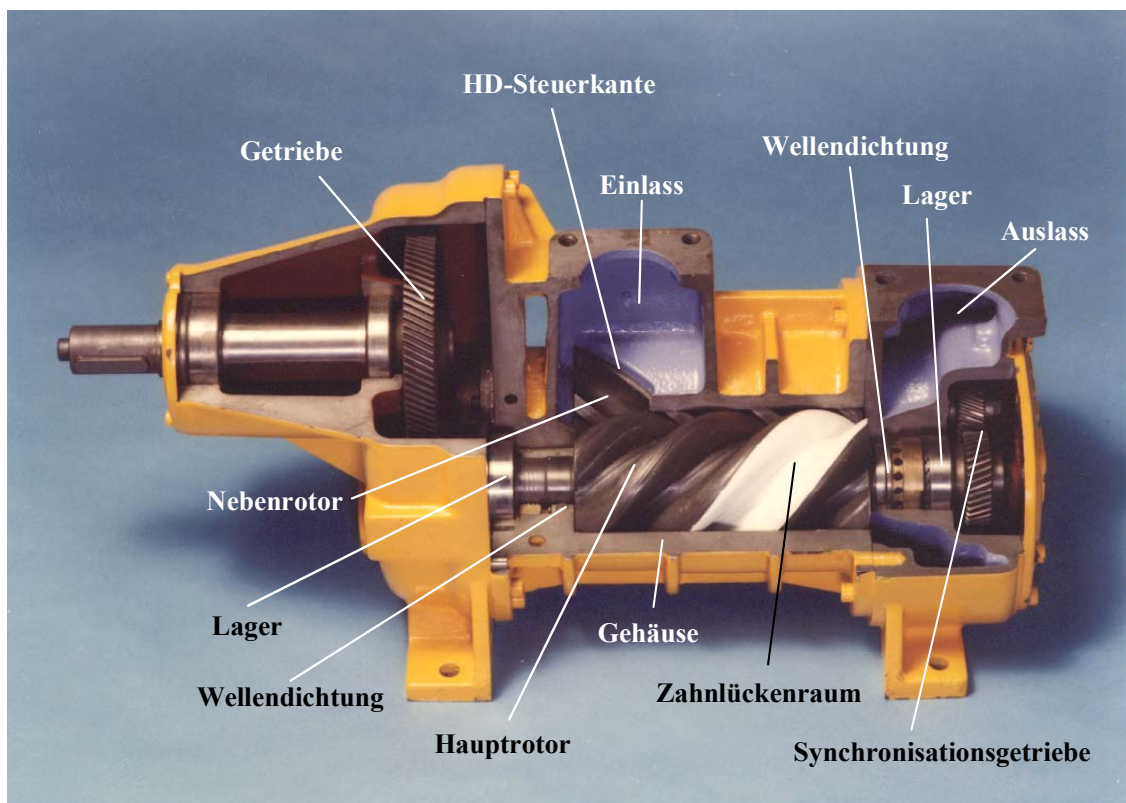


Bild 3.1: *Trockenlaufende Schraubenmaschine*

Der Schraubenmotor besitzt in der Regel 2 Rotoren, die prinzipiell eine Zahnradpaarung mit einer schrägverzahnten Sonderverzahnung bilden, Bild 3.1. Der Rotor mit den konvexen Zähnen (Vordergrund) wird als Hauptrotor der mit konkaver Zahnform

(Hintergrund) als Nebenrotor bezeichnet. Die Zähnezahlen sind in der Regel klein für den Hauptrotor in Bereich von 3 – 6 und für den Nebenrotor 4 – 8. Die Zahnlückenräume von Haupt- und Nebenrotor, Bild 3.2, bilden zusammen mit dem sie umgebenden Gehäuse Arbeitsräume, deren Lage und Volumen sich in Abhängigkeit von der Rotorstellung ändert. Über Öffnungsflächen im Gehäuse ergeben sich je nach Drehwinkelstellung der Rotoren Verbindungen der ansonsten abgeschlossenen Arbeitskammern zur Einlass- oder Auslassseite. Die Berandungen dieser Gehäuseflächen, diejenigen die den Einlassvorgang abschließen und diejenigen die den Auslassvorgang freigeben, werden als Steuerkanten bezeichnet. Ihre Funktion in Schraubenmotoren ist analog zu der in klassischen Zweitakt-Hubkolbenmotoren zu sehen. Die Drehwinkellagen dieser Steuerkanten bestimmen den Grad der inneren Volumenzunahme des Arbeitsraumes während der Expansion und sind damit wesentliche konstruktiv festzulegende Maschinengrößen zur Anpassung des Motors an die vorliegenden Betriebsparameter.

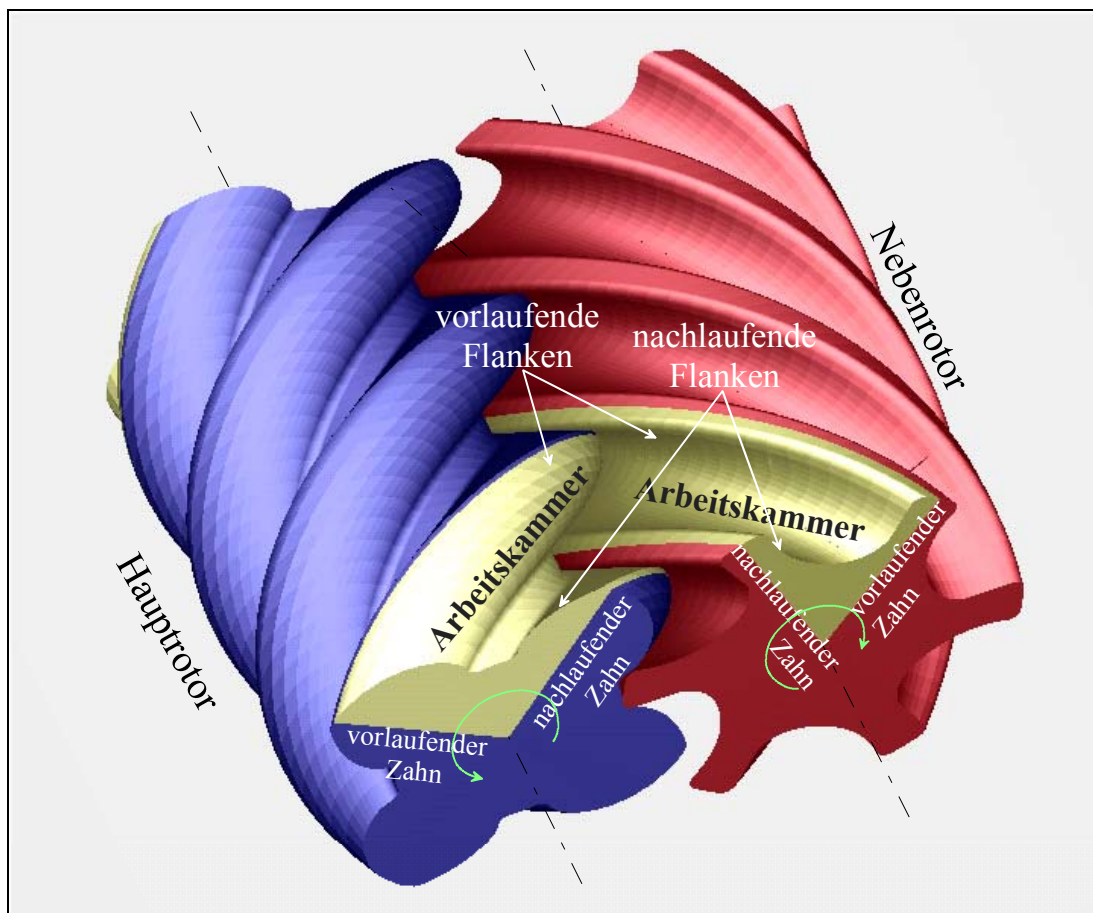


Bild 3.2: Zahnlückenraum von Haupt- und Nebenrotor der die Arbeitskammer bildet

Der in der Arbeitskammer herrschende Druck kann nur an den bewegten Begrenzungsflächen der Kammer, den Zahnflanken der Rotoren Arbeit leisten. Das an dem Rotor wirkende Moment ergibt sich aus einer Differenz in der Kraftwirkung auf den vorlaufenden und den nachlaufenden Zahn einer Zahnücke. Geht man von einer homogenen Druckverteilung in der Arbeitskammer aus, so ist dazu eine Differenz der druckbeaufschlagten Flächen am vorlaufenden und nachlaufenden Zahn notwendig. Diese Flächendifferenz kann nur im Bereich des Zahneingriffs entstehen. Hier wird am Hauptrotor ein Teil der Flanke des nachlaufenden Zahns von dem nachlaufenden Zahn des Nebenrotors verdeckt, Bild 3.2. Am Nebenrotor selbst ergibt sich keine entsprechend große Flächendifferenz. Daher werden in der Arbeitskammer üblicherweise mehr als 90% des Abtriebsmomentes auf den Hauptrotor aufgebracht [38].

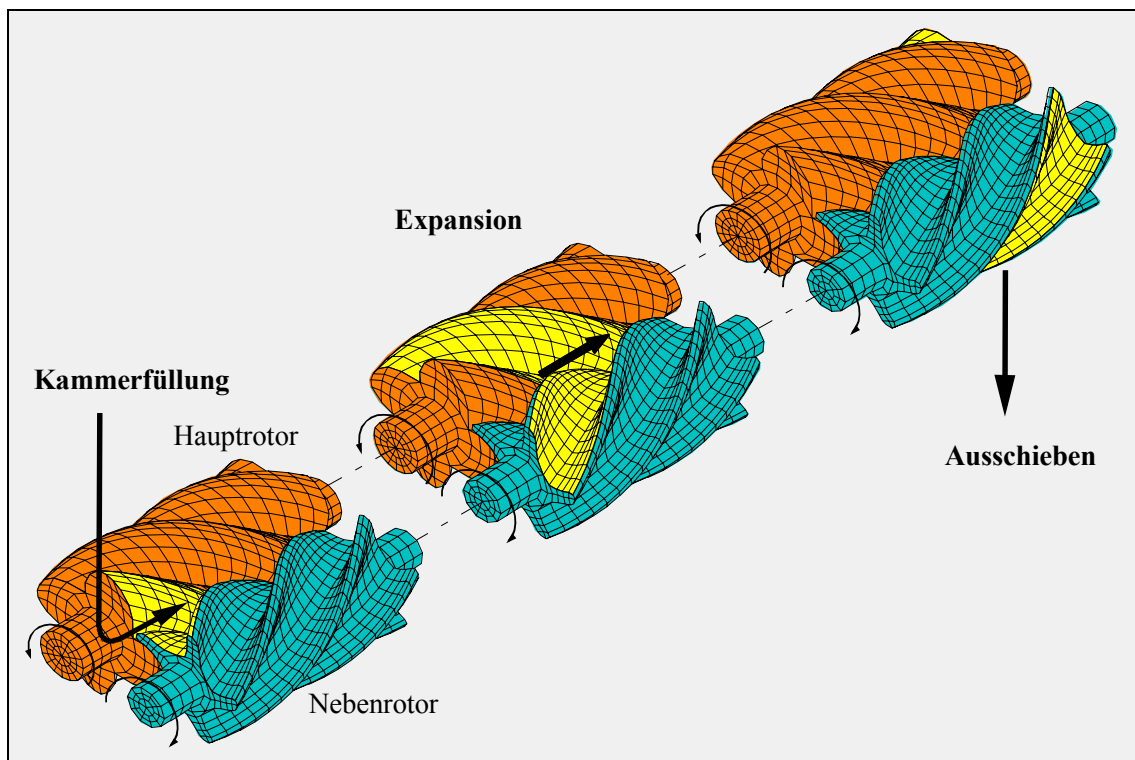


Bild 3.3: *Arbeitsspiel eines Schraubenmotors*

Das gemeinsame Kennzeichen aller Verdrängermaschinen ist das zyklisch ablaufende sich periodisch wiederholende Arbeitsspiel, Bild 3.3. Ein Arbeitsspiel umfasst dabei alle Vorgänge im Arbeitsraum, angefangen bei einem bestimmten thermodynamischen Zustand bis zur nächsten Wiederholung dieses Zustandes (stationäres Arbeitsspiel). Die hochdruckseitige (HD-seitige) Gehäuseöffnung (Einlassöffnung) wird dabei mit einem unter Druck stehenden Arbeitsmedium (Gase oder Dämpfe) beaufschlagt, wobei das

Arbeitsmedium durch die Öffnung in den dahinter liegenden Zahnlückenraum einströmt. Bei fortschreitender Rotordrehung wächst das Volumen der Profillücke. Der Füllvorgang ist beendet, wenn der Arbeitsraum bei weiterer Rotordrehung keine Verbindung mehr über die Einlassöffnung zur HD-Seite besitzt. Die nachlaufenden Zähne des betrachteten Zahnlückenraumes haben dann die Einlasssteuerkanten überstrichen. Der anschließende Expansionsvorgang ist verbunden mit einer inneren Volumenzunahme und einer Drucksenkung in der Arbeitskammer. Vor dem Überschreiten der niederdruckseitigen (ND-seitigen) Steuerkanten, die eine Verbindung über die Auslassöffnung zur ND-Seite freigeben, wird im idealen Fall des angepassten Motorbetriebs der ND-Druck erreicht. Anschließend erfolgt das Ausschleichen der in der Arbeitskammer befindlichen Masse durch Verkleinerung des Zahnlückenvolumens im Bereich der Auslassöffnung. Das beschriebene Arbeitsspiel erfolgt mehrmals pro Rotordrehung entsprechend der Anzahl der sich bildenden Zahnlückenräume (Zähnezahl des Rotors), wobei in der Regel der Hauptrotor betrachtet wird.

3.2 Volumenkurve

Die Volumenkurve gibt den Volumenverlauf der Arbeitskammer in Abhängigkeit von der Drehwinkelstellung des Hauptrotors α_{HR} wieder. Der Verlauf beginnt in der Hauptrotornullstellung, in der das Volumen der betrachteten Arbeitskammer Null ist (Bild 3.4). In dieser Stellung liegt eine Gerade, die im HD-Stirnschnitt zwischen dem Hauptrotorachspunkt und dem vorlaufenden Hauptrotorzahnkopf gebildet wird, in der Achsebene, die von den Achsen des Haupt- und des Nebenrotors aufgespannt wird. Der Winkel zwischen dieser Geraden und der Achsebene kennzeichnet die Drehwinkelstellung des Hauptrotors.

Der Verlauf der Volumenkurve bei zunehmendem Hauptrotordrehwinkel kann bis zum Erreichen des maximalen Kammervolumens in drei Bereiche eingeteilt werden:

- 1 progressiver Anstieg der Volumenkurve bis zur Ausbildung des kompletten Profileingriffs auf der HD-Seite
- 2 linearer Anstieg der Volumenkurve
- 3 degressiver Anstieg der Volumenkurve bis zum Erreichen des maximalen Kammervolumens; die Verzahnung bewegt sich ND-seitig aus dem Profileingriff

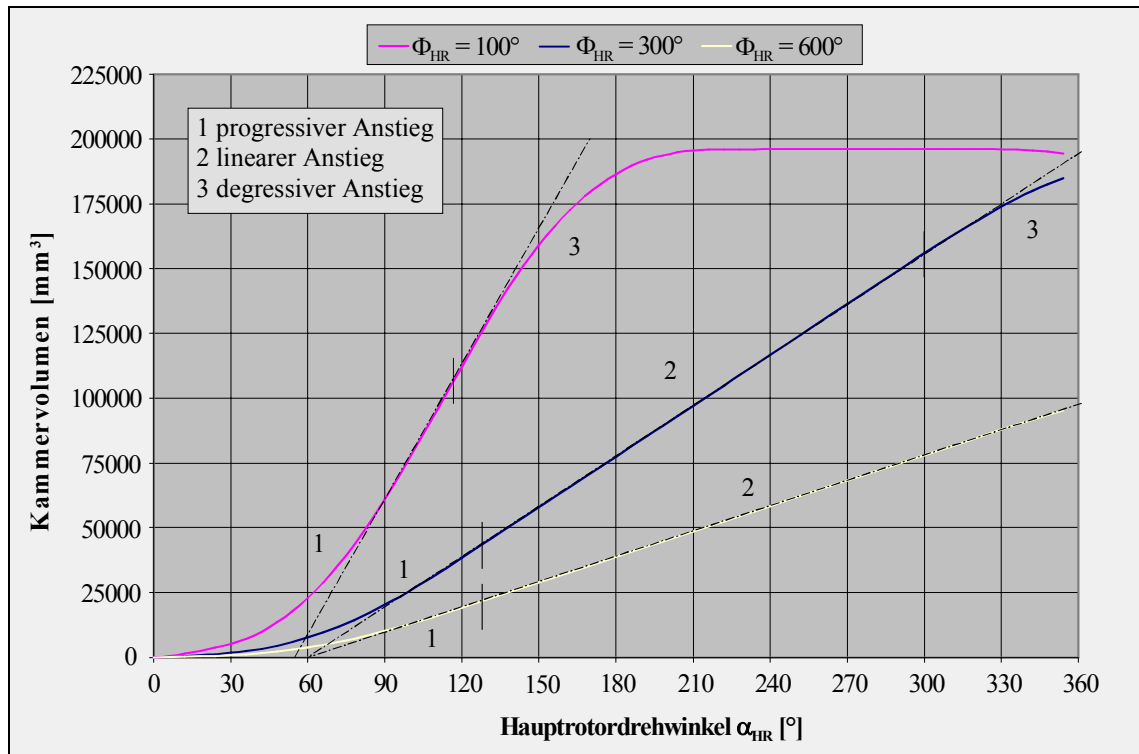


Bild 3.4: Verlauf des Kammervolumens in Abhängigkeit vom Hauptrotordrehwinkel für eine Rotorgeometrie bei Variation des Hauptrotorumschlingungswinkels

Für kleine Hauptrotorumschlingungswinkel und kleine Hauptrotorzähnezahlen wird der lineare Anteil 2 klein oder verschwindet vollständig. Der minimale Umschlingungswinkel der Verzahnung ergibt sich aus der Bedingung, dass während einer Rotordrehung ein kontinuierlicher Profileingriff vorhanden sein muss. Daraus folgt die Forderung nach einem Gesamtüberdeckungsgrad der Verzahnung größer eins [39].

Der maximale Hauptrotordrehwinkelbereich, der für die Expansion zur Verfügung steht, ergibt sich aus der Bedingung, dass ein geschlossener Arbeitsraum nur von einer gemeinsamen Zahnlückenpaarung von Haupt- und Nebenrotor gebildet wird. Besitzen Haupt- und Nebenrotor unterschiedliche Zähnezahlen, so kommen nach einer Umdrehung des Rotors mit der kleineren Zähnezahl anderer Zähne und damit auch Zahnlücken als zuvor mit einander in Eingriff. Dadurch entsteht eine Verbindung zwischen Zahnlückenräumen, die zuvor unterschiedliche Arbeitsräume bildeten. Ist die Expansion zu diesem Zeitpunkt noch nicht abgeschlossen, so findet ein dissipativer Druckausgleich zwischen den Zahnlückenräumen statt. Um dies zu vermeiden, sollte die Expansion spätestens in der Drehwinkelstellung, in der diese Kammerverbindung auftritt, beendet sein.

Wird der Umschlingungswinkel bei unterschiedlichen Zähnezahlen so groß gewählt, dass der Hauptrotorzahnlückenbereich, der die Arbeitskammer bildet, sich bereits wieder HD-seitig in den Eingriff bewegt, bevor die Kammer ND-seitig vollständig ausgebildet ist, so wird demnach das maximale Kammervolumen, wie es bei kleineren Umschlingungswinkeln möglich ist, nicht mehr erreicht.

Gleicher Kammerdruck liegt daher für eine Rotordrehung über einen erneuten HD-seitigen Zahneingriff hinaus nur dann vor, wenn die Expansion zu diesem Zeitpunkt bereits beendet ist und eine Öffnung zur ND-Seite besteht, oder Haupt- und Nebenrotor gleiche Zähnezahlen besitzen. In letzteren Fall bewegen sich die selben Zähne wie zuvor in den Eingriff und verbinden somit auch die selben Zahnlückenräume. Der HD-seitige Eingriff wirkt jedoch der Kammervolumenzunahme entgegen, bei vollständigem Eingriff wird das maximale Volumen erreicht. Der für die Expansion nutzbare Drehwinkelbereich kann lediglich um diesen Anteil erweitert werden.

3.3 Spaltarten

Zur Vermeidung von Festkörper-Reibung zwischen den einzelnen Rotoren sowie zwischen den Rotoren und dem Gehäuse, werden in der Maschine Spalte vorgesehen. Diese müssen so dimensioniert sein, dass für alle zu erwartenden Betriebszustände des Motors Änderungen in der Spalthöhe aufgrund von Wärmedehnung, mechanischer Verformung, Lagerspiel und Fertigungstoleranzen nicht zu einem Festkörperkontakt führen. Daraus ergeben sich die folgenden Spaltarten für einen üblichen Schraubenmotor:

Stirrspalt:

Die Stirnspalte werden von den Gehäuse- und Rotorstirnflächen an Haupt- und Nebenrotor gebildet. Sie bestehen sowohl auf der HD- als auch auf der ND-Seite, Bild 3.5. Sie sind direkt an einzelne Zähne des Rotorprofils gebunden und stellen somit Verbindungen zwischen zwei benachbarten Arbeitsräumen sowie zwischen Arbeitsraum und HD-Seite bzw. ND-Seite her. Über den HD-seitigen Stirrspalt besteht auch eine Verbindung von der HD- zur ND-Seite. Der ND-seitige Stirrspalt ist aufgrund des zuvor beschriebenen maximalen Drehwinkelbereichs der Expansion nur in einem eher kleinen Drehwinkelbereich wirksam. Da sich dieser Bereich am Ende des Expansionsvorgangs befindet, sind unter der Annahme eines angepassten Motorbetriebs

auch die an den Spalten anliegenden Druckdifferenzen eher klein. Daher besitzt der ND-seitige Stirnspalt in der Regel einen gegenüber dem HD-seitigen Stirnspalt geringeren Einfluss auf die Energiewandlung.

Gehäusespalt:

Der Gehäusespalt befindet sich zwischen den Zahnköpfen der Rotoren und dem Maschinengehäuse, Bild 3.5.

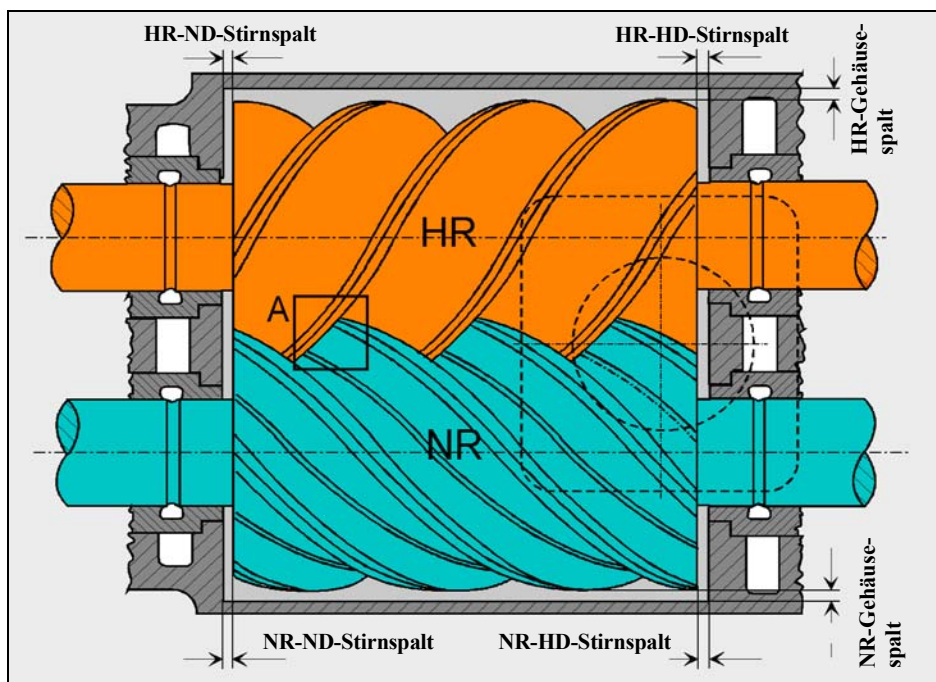


Bild 3.5: Stirn- und Gehäusespalte in einem üblichen Schraubenmotor

Er bildet sich bei fortschreitender Rotordrehung und zunehmendem Kammervolumen schraubenförmig aus und verbindet zwei benachbarte Kammern. Für eine der aktuellen Kammerfüllung vorlaufende Kammer sowie die dem Ausschleiben nachfolgende Kammer bestehen auch Verbindungen zur HD- bzw. ND-Seite.

Profileingriffsspalt:

Der Profileingriffsspalt stellt die Quasi-Eingriffslinie¹⁾ der Rotorverzahnung dar, Bild 3.6. Er verbindet sowohl benachbarte Profillückenräume miteinander als auch den Arbeitsraum und während der Kammerfüllung die HD-Seite direkt mit der ND-Seite.

¹⁾ Die eigentliche Eingriffslinie lässt sich exakt nur für eine spielfreie Verzahnung mit Wälzkontakt angeben. Gibt es einen kürzesten Abstand zwischen Haupt- und Nebenrotor, soll von einer Quasi-Eingriffslinie gesprochen werden.

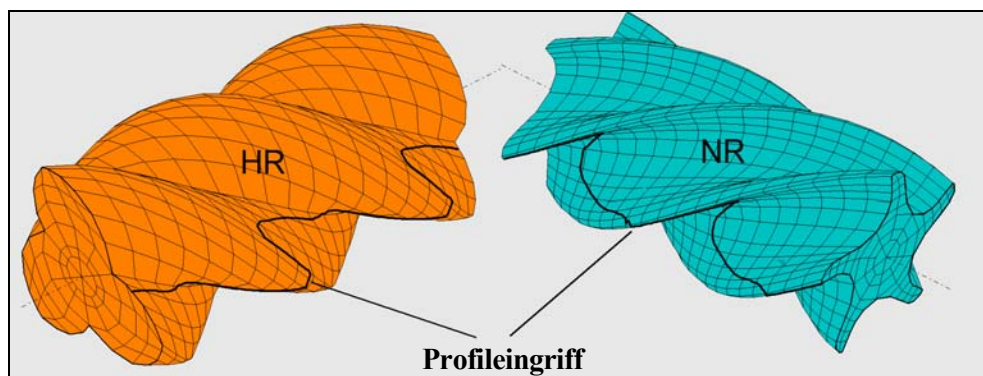


Bild 3.6: Profileingriffsspalt einer üblichen Schraubenrotorgeometrie

Kopfrundungsöffnung:

Wenn bei einer Profilform der Gehäusespalt den Profileingriffsspalt in diskreten Punkten nicht berührt, ist an diesen Stellen das Prinzip des geschlossenen Arbeitsraumes einer Verdrängermaschine durch eine zusätzlich entstehende Öffnung verletzt. Bedingt durch die Kopfrundung des Profils bildet sich eine Öffnung (Kopfrundungsöffnung) aus, die durch die Gehäuseverschneidungskante und die Konturen der Haupt- und Nebenrotorflanken begrenzt wird, Bild 3.7.

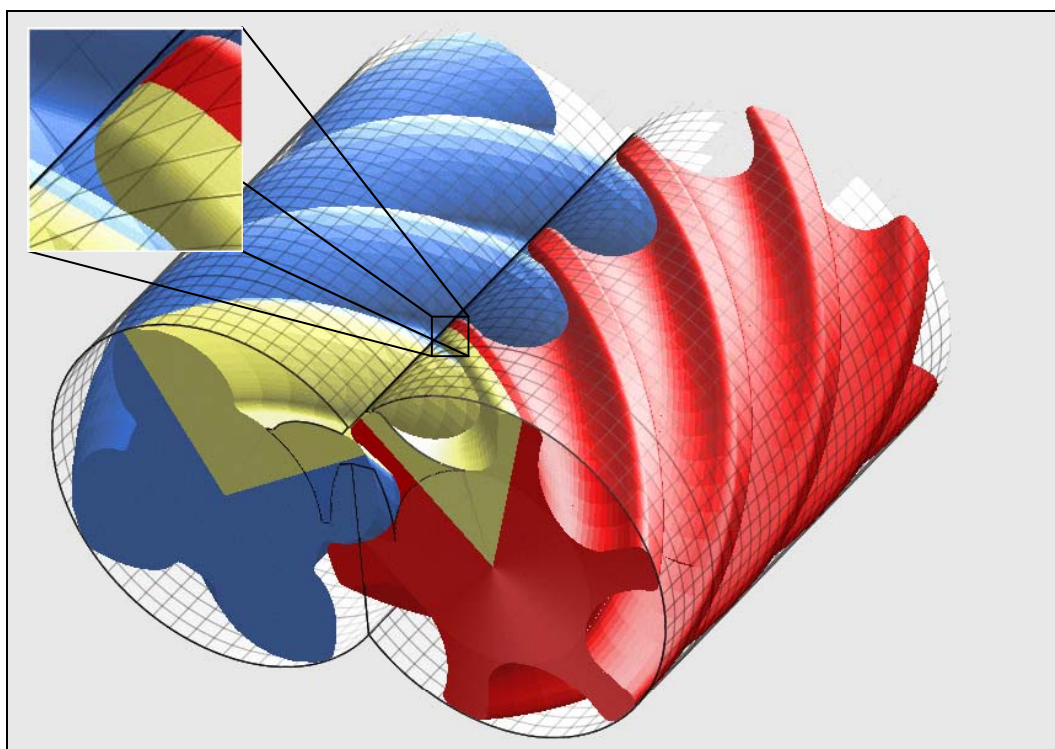


Bild 3.7: Kopfrundungsöffnung einer üblichen Schraubenrotorgeometrie

Dadurch entsteht eine Verbindung zwischen benachbarten Profillückenräumen sowie zur HD- bzw. ND-Seite zu Beginn bzw. am Ende des Expansionsvorgangs. Diese

theoretisch nicht notwendige Öffnung in der Arbeitskammer kann durch die Wahl von Profilformen mit kleinen Kopfrundungsradien verkleinert bzw. vollständig vermieden werden.

3.4 Einlassfläche

Unter der Einlassfläche ist die durchströmte, besonders wichtige Querschnittsfläche zu verstehen, die während des Füllvorgangs dem Arbeitsmedium zum Einströmen in die Arbeitskammer zur Verfügung steht. Sie wird gebildet von festen Öffnungsflächen im Gehäuse, deren Größe über die Lage der Steuerkanten festgelegt wird, und den Rotorzähnen die sich zyklisch an diesen Öffnungen entlang bewegen und Teile davon freigeben oder verdecken.

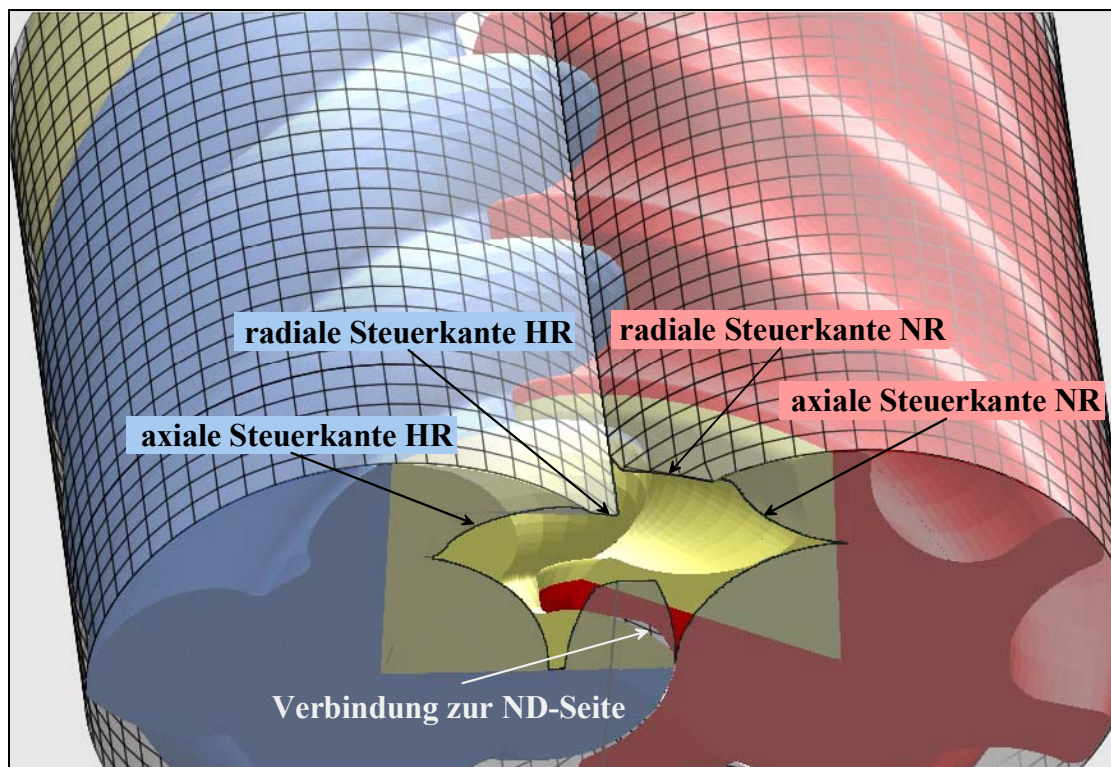


Bild 3.8: HD-seitige Gehäuseöffnung zur Füllung des Arbeitsraums; Steuerkantenlage $\alpha_{Ex,th} = 137^\circ$, inneres Volumenverhältnis $v_i \approx 3,5$, Rotorstellung $\alpha_{HR} = 90^\circ$

In Analogie zur Volumenkurve kann auch die Einlassfläche als Funktion des Hauptrotordrehwinkels dargestellt werden. Der Flächenverlauf beginnt häufig profilabhängig bei einem Drehwinkel $\alpha_{Füllbeginn}$ abweichend von der Rotornullstellung, in der die Volumenkurve beginnt. Ursache hierfür ist ein stirnseitig geöffneter

Zahlückenbereich, der der eigentlichen Arbeitskammer vorausleitet und eine Verbindung zur ND-Seite besitzt. Die Einlassfläche sollte daher für die nachteilige Arbeitskammer erst freigegeben werden, wenn diese Verbindung zur ND-Seite nicht mehr besteht. Der Flächenverlauf endet bei Erreichen der Steuerkantenlage in der Drehwinkelstellung $\alpha_{Ex,th}$, die den theoretischen Expansionsbeginn kennzeichnet.

Für die Einlassfläche werden üblicherweise einzelne Flächenanteile nach der Orientierung ihrer Flächennormalen in jeweils radiale und axiale Anteile für Haupt- und Nebenrotor unterschieden. Die radialen Flächen bilden lediglich für kleine innere Volumenverhältnisse einen wesentlichen Anteil an der gesamten Einlassfläche. Mit zunehmendem inneren Volumenverhältnis nimmt der Anteil ab. Hat der nachlaufende Nebenrotorzahnkopf in der Stellung des theoretischen Expansionsbeginns $\alpha_{Ex,th}$ die HD-seitige Verschneidungskante noch nicht erreicht, so ist kein radialer Flächenanteil vorhanden.

Die gesamte Einlassfläche ergibt sich aus der Summe der einzelnen Flächenanteile.

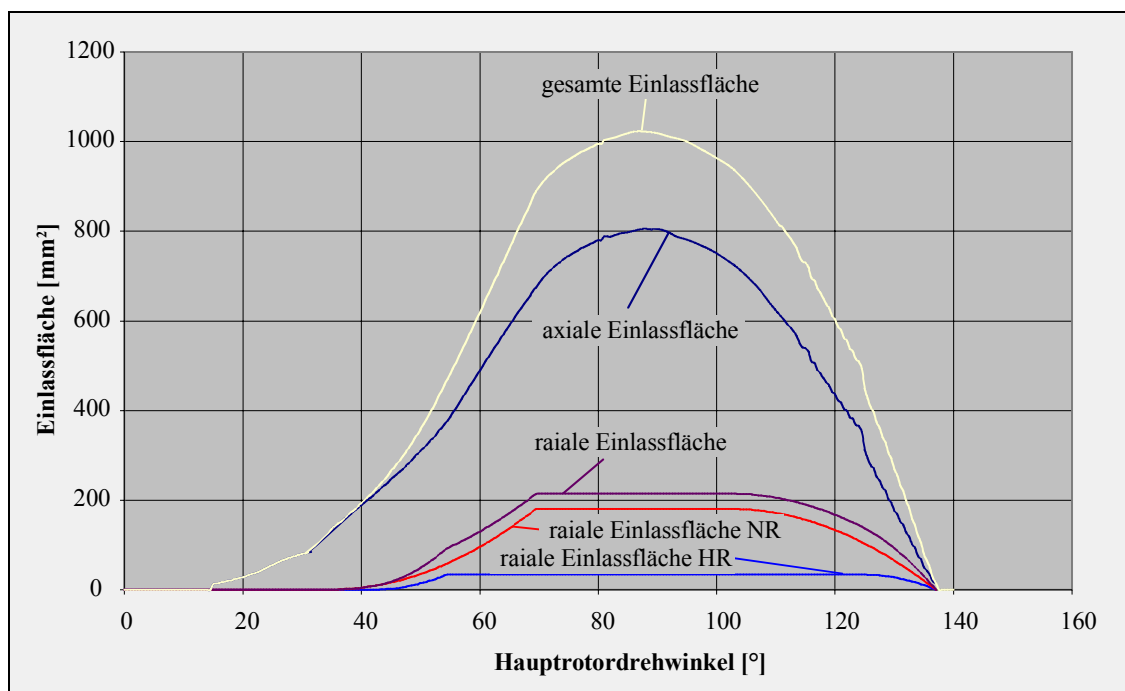


Bild 3.9: Verlauf der Gesamteinlassfläche und der einzelnen Flächenanteile, aus denen sich diese zusammensetzt, über dem Hauptrotordrehwinkel; Steuerkantenlage $\alpha_{Ex,th} = 137^\circ$, inneres Volumenverhältnis $v_i \approx 3,5$.

4 Spaltsituation während des Füllvorgangs

Die Kammerfüllung beschreibt den Masseninhalt einer Arbeitskammer während eines Arbeitsspiels. Sie ergibt sich aus der Masse, die während des Füllvorgangs durch die Einlassöffnung in die Arbeitskammer gelangt, und verändert sich während des Arbeitsspiels ständig durch Massenströme, welche über Spalte zu- oder abfließen, die den Arbeitsraum begrenzen. Schon aus der Anwendung des idealen Gasgesetzes

$$p \cdot V_{Kammer}(\alpha) = m \cdot R \cdot T \quad (4.1)$$

ist zu erkennen, dass die Kammerfüllung m einen wesentlichen Einfluss auf den Kammerdruck- und Temperaturverlauf und damit die Energiewandlung des Expansionsvorgangs besitzt. In Bild 4.1 ist ein typischer Kammerdruckverlauf qualitativ dargestellt, wie er in der Literatur bereits häufiger beschrieben wurde [2], [29], [3].

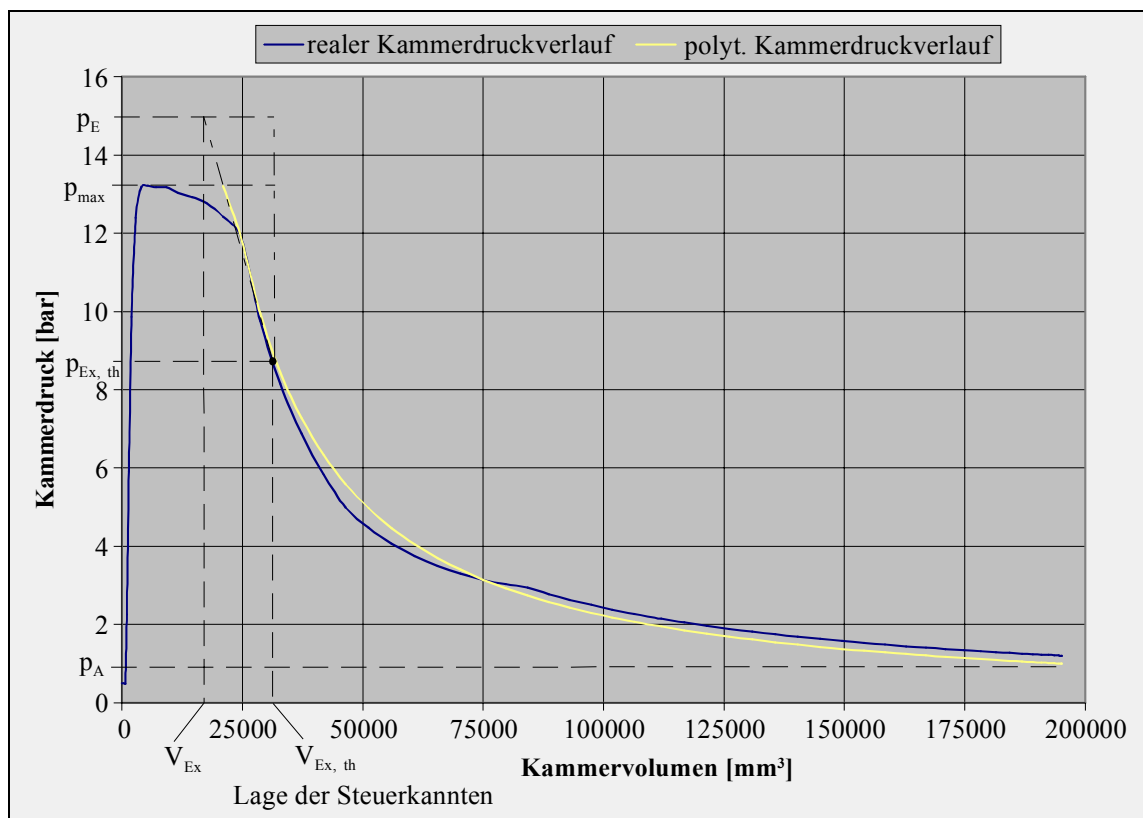


Bild 4.1: Beispiel eines realen und des zugehörigen polytropen Kammerdruckverlaufs in Abhängigkeit vom Kammervolumen

Wesentliche Merkmale hierbei sind:

- Es besteht eine Druckdifferenz zwischen dem Eintrittsdruck p_E und dem Kammerdruck während des Füllvorgangs (maximaler Kammerdruck p_{\max}).
- Der Gradient der Druckänderung ähnelt bereits bei dem Kammervolumen V_{Ex} (üblicherweise 15° bis 25° HR-Drehwinkel vor dem theoretischen Expansionsbeginn) dem der ersten Expansionsphase bei Erreichen der Steuerkanten ab $V_{Ex,th}$.
- Die Druckänderung verläuft in der ersten Phase der Expansion ab $V_{Ex,th}$ steiler als für einen polytropen Vergleichsprozess mit gleicher Arbeitsfläche.
- Die Druckänderung in der zweiten Phase (ab $V_{Kammer} = 75000 \text{ mm}^3$) verläuft dementsprechend flacher als bei dem polytropen Vergleichsprozess.

Das Kammervolumen V_{Ex} , das den gegenüber der Steuerkantenlage früher einsetzenden Expansionsbeginn kennzeichnet, ist eine theoretische Größe, die dazu dient, den Füllvorgang zu beschreiben. Eine Möglichkeit zur *graphischen Bestimmung* von V_{Ex} anhand des indizierten Kammerdruckverlaufs wurde von Zellermann vorgestellt [29]. Dabei wird an der Stelle des theoretischen Expansionsbeginns $V_{Ex,th}$ eine Tangente an die Druckkurve gelegt, deren Schnittpunkt mit einer Geraden bei konstantem Eintrittsdruck p_E den Wert für das Kammervolumen V_{Ex} liefert. Zur *Berechnung* von V_{Ex} soll anstelle der Tangente eine isentrope Prozessführung zwischen $p_{Ex,th}$ und p_E angenommen werden.

Einzelne Einflussfaktoren, die den Füllvorgang beeinflussen, können in Analogie zur Hubkolbenmaschine bei einer Betrachtung des Liefergrades, der seinem Wesen nach hier einen Füllungsgrad darstellt,

$$\lambda_L = \frac{m_{Ex}}{m_{th}} \quad (4.2)$$

unterschieden werden. Der Liefergrad stellt das Verhältnis der realen dem Motor zugeführten Masse (Füllung) m_{Ex} zur theoretischen Füllung einer ideal dichten Maschine mit isentroper Kammerfüllung m_{th} dar. Er kann nach Kauder [40] für ein ideales Gas in der Form

$$\lambda_L = \frac{m_{Ex}}{V_{Ex,th} \cdot p_E} = \frac{m_{Ex}}{V_{Ex,th} \cdot p_E \cdot \frac{V_{Ex}}{V_{Ex}} \cdot \frac{T_{Ex}}{T_{Ex}}}$$

$$\lambda_L = \frac{T_E}{T_{Ex}} \cdot \frac{V_{Ex}}{V_{Ex,th}} \cdot \frac{m_{Ex}}{\frac{V_{Ex} \cdot p_E}{R \cdot T_{Ex}}} \quad (4.3)$$

$$\lambda_L = \lambda_A \cdot \lambda_F \cdot \lambda_D$$

geschrieben werden. Dabei setzt er sich aus einem Anteil Aufheiz- bzw. Abkühlgrad

$$\lambda_A = \frac{T_E}{T_{Ex}} \quad (4.4),$$

einem Anteil Füllungsgrad

$$\lambda_F = \frac{V_{Ex}}{V_{Ex,th}} \quad (4.5)$$

sowie einem als Durchsatzgrad bezeichneten Anteil

$$\lambda_D = \frac{m_{Ex}}{\frac{V_{Ex} \cdot p_E}{R \cdot T_{Ex}}} \quad (4.6)$$

zusammen.

Der Aufheiz- bzw. Abkühlgrad λ_A gibt den Einfluss der Temperaturänderung des Arbeitsmediums während des Füllvorgangs wieder. Die Temperatur T_{Ex} ist dabei eine theoretische Temperatur, die sich für einen Expansionsbeginn bei dem Kammervolumen V_{Ex} mit einer realen Kammerfüllung, wie sie an der Stelle $V_{Ex,th}$ vorliegt, und vorherrschendem Eintrittsdruck p_E ergibt. Die Temperaturänderung berücksichtigt demnach sowohl den Einfluss von Wärmeübergängen während des Füllvorgangs als auch alle entropieerzeugenden Vorgänge.

Der Füllungsgrad λ_F gibt das Verhältnis des Kammervolumens V_{Ex} , bei dem die eigentliche Expansion beginnt, zum Volumen beim theoretischen Expansionsbeginn $V_{Ex,th}$ wieder. Für den Fall gleicher Zustandsgrößen in der Arbeitskammer $\lambda_A = 1$ kann an dem Volumenverhältnis auch das Verhältnis der realen Kammermasse bezogen auf

die theoretische Kammermasse einer ideal dichten Maschine und damit die Kammerfüllung abgelesen werden.

Der Durchsatzgrad λ_D stellt das Verhältnis der gesamten der Arbeitskammer zugeführten Masse m_{Ex} zu der in der Arbeitskammer befindlichen Masse bei Expansionsbeginn V_{Ex} dar. Hierin sind alle Verlustanteile, die zu einer Änderung der Kammermasse während der Kammerfüllung führen, insbesondere auch die Spaltverluste enthalten. Der Durchsatzgrad macht eine Aussage darüber, welcher Anteil der Masse, die der Arbeitskammer zugeführt wird, zu Beginn der Expansion der aktuellen Arbeitskammer für die Energiewandlung zur Verfügung steht.

Wie schon von Dreißig und Zellermann beschrieben wurde, ist das alleinige Vorhandensein eines früher einsetzenden Expansionsbeginns für die Energiewandlung eher unproblematisch. Die Wirkung ist im Wesentlichen mit einer Vergrößerung des inneren Volumenverhältnisses vergleichbar. Dies kann in einfacher Weise konstruktiv über die Lage der Steuorkanten ausgeglichen werden [2], [29].

Die Abweichungen des realen Druckverlaufs von einem polytropen Verlauf im Expansionsbereich ab $V_{Ex,th}$ sind stark von der jeweiligen Betriebsdrehzahl abhängig. In einem für die Energiewandlung optimalen Drehzahlbereich sind die Abweichungen in der Regel gering [29]. Alle bisherigen Messungen haben gezeigt, dass mit einem polytropen Kammerdruckverlauf zu rechnen ist, der zwischen einem isentropen und einem isothermen Verlauf liegt [2], [29].

Geht man davon aus, dass die den Arbeitsraum begrenzenden Bauteile in der Regel eine geringere Wandtemperatur aufweisen als das Arbeitsmedium selbst, so wird dem Arbeitsmedium während der Expansion dadurch Wärme entzogen. Dass der Druckverlauf der Expansion dennoch oberhalb einer isentropen Expansion verläuft und damit gegenüber dieser eine größere Arbeitsfläche liefert, muss auf den Einfluss innerer Verlustmechanismen und dabei im Wesentlichen auf die Wirkung der Spaltmassenströme zurückgeführt werden.

Die während der Expansion in der Arbeitskammer auftretenden inneren Verluste sind dabei für die Energiewandlung von eher untergeordneter Bedeutung. Zum einen nimmt ihr Einfluss auf die Arbeitsfläche mit fortschreitender Expansion ab, zum anderen ist aufgrund der eher geringen Abweichungen zwischen dem realen und dem polytropen

Druckverlauf in einem optimalen Drehzahlbereich mit einer ausgleichenden Wirkung der Spaltmassenströme zu rechnen.

Für den Bereich der Kammerfüllung trifft dies nicht zu. Die hier auftretenden Verluste wirken sich auf einen großen Teil der Arbeitsfläche aus, und ein Ausgleich der über die Spalte abfließenden Massen bedeutet hier eine Zunahme des Massenstroms am Einlass und damit des Liefergrades. Daher kommt der Kammerfüllung, wie schon die Untersuchungen von Zellermann und Dreißig gezeigt haben, insbesondere zu Beginn der Expansion bei Erreichen der Steuerkantenlage $V_{Ex,th}$ eine wesentliche Bedeutung zur Beurteilung der Energiewandlung zu [29], [2].

Unter der Annahme, dass die Temperatur des Arbeitsmediums in der Arbeitskammer bekannt ist, kann anhand des Kammerdruckverlaufs der Masseninhalt in der Kammer bestimmt werden. Nach Abschätzungen von Zellermann für einen nasslaufenden Schraubenmotor, die in späteren Messungen auch für die trockenlaufende Maschine bestätigt werden konnten, beträgt demnach die Kammerfüllung zu Beginn der Expansion ca. 85 % der zugeführten Masse oder weniger. Am Ende der Expansion ist sie noch einmal um 5% ÷ 10% geringer. Daraus ergibt sich, dass etwa 15% oder mehr der zugeführten Masse bereits während der Kammerfüllung den Arbeitsraum durch die hier vorhandenen Spalte verlässt und dadurch nur einen geringen oder keinen Beitrag zur Energiewandlung in Wellenarbeit leistet [29]. Es erfolgt lediglich ein Rückgewinn an Wärme auf einem entsprechend der Prozessführung niedrigeren Temperaturniveau.

Ein wesentliches Ziel bei der Entwicklung von Schraubenmotoren muss es daher sein, die Spaltverluste während des Füllvorgangs zu minimieren.

Die Zielsetzung der vorliegenden Untersuchung besteht jedoch nicht darin, eine neue spaltbreitenoptimierte Rotorprofilform zu entwickeln, sondern Rotorgeometrieparameter, wie sie bei jeder üblichen Profilform vorhanden sind, im Hinblick auf die wirksamen Spaltbreiten zu optimieren bzw. zu verbessern.

Das beispielhaft verwendete asymmetrische SRM-Profil dient der analytischen Berechnung der Spaltbreitenverläufe und des zugehörigen Kammervolumens auf Basis der von Rinder [39] dargestellten Gleichungen. Die Berechnung erfolgt analytisch, um bei der anschließenden Parametervariation mit nur geringem Aufwand eine hohe Variationsbreite erreichen zu können. In Übereinstimmung mit der üblicherweise in der

Literatur verwendete Spaltbezeichnung ist hier mit der Spaltbreite die räumliche Ausdehnung des Spaltes senkrecht zur Strömungsrichtung zu verstehen Bild 4.2.

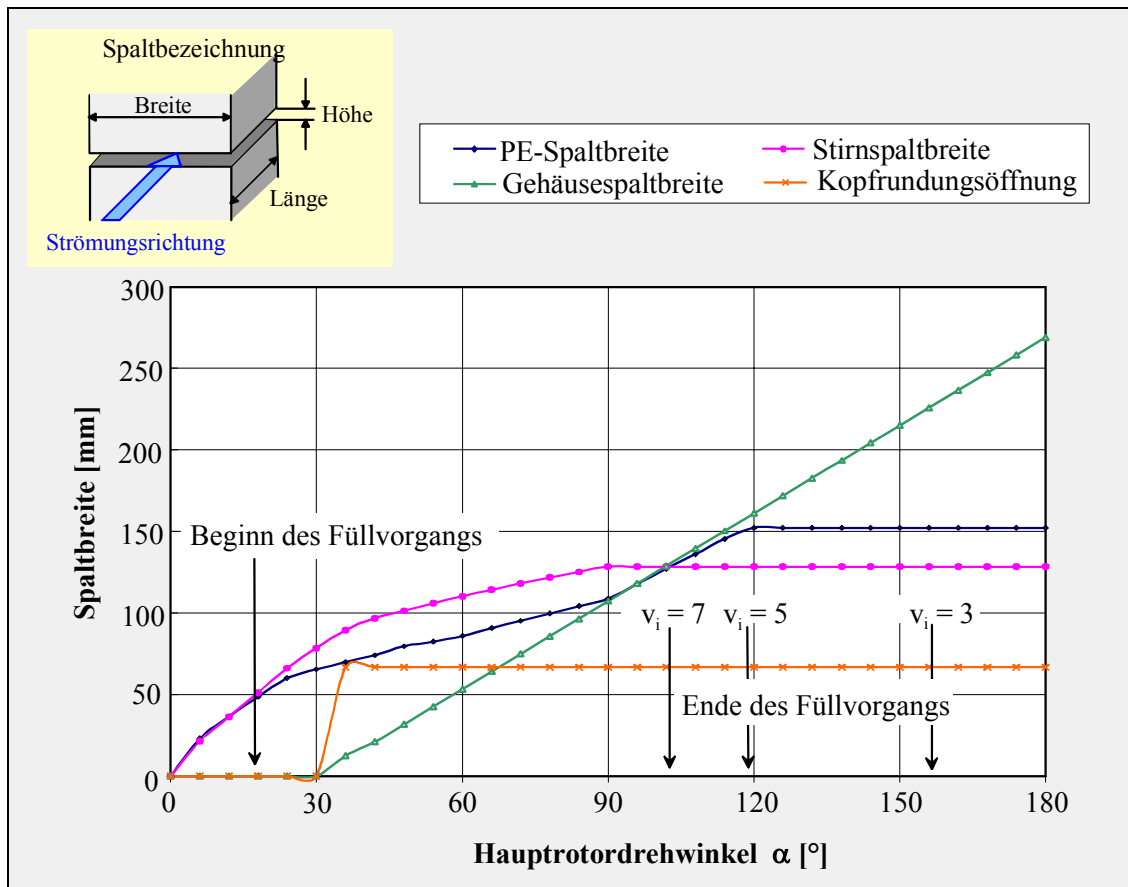


Bild 4.2: Spaltbreitenverläufe als Funktion des Hauptrotordrehwinkels (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $a = 80$ mm; $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$)

Die während der Kammerfüllung wirksamen Spalte sind im einzelnen

- der HD-seitige Stirnspalt an Haupt- und Nebenrotor,
- der Profileingriffsspalt,
- der Gehäusespalt an Haupt- und Nebenrotor
- und die Kopfrundungsöffnung.

Mit Ausnahme der Kopfrundungsöffnung setzen sich die Spalte aus einer Spaltbreite als Funktion des Drehwinkels und einer Spalthöhe zusammen, die sich in Abhängigkeit der jeweiligen Betriebsbedingungen einstellt. Für die Kopfrundungsöffnung wird eine fiktive mittlere Spalthöhe \bar{z}_f eingeführt, um die Fläche A_{Kopf} dieser Öffnung im engsten Querschnitt auf ein vergleichbares Längenmaß reduzieren zu können. Der Wert für \bar{z}_f

kann aus den Angaben üblicher Kaltspalthöhen für Gehäuse- und Profileingriffsspalte einer zugrundeliegenden Vergleichsmaschine bestimmt werden. Von signifikanter Bedeutung für die Fläche der Kopfrundungsöffnung ist der Kopfrundungsradius r_2 am Nebenrotorzahnkopf Bild 6.29. Die Fläche nimmt in erster Näherung quadratisch mit diesem Radius zu. Die Spaltbreiten zeigen jedoch eine lineare Baugrößenabhängigkeit. Um eine baugrößenunabhängige Vergleichbarkeit der Maschinen zu erreichen, erscheint es sinnvoll, die fiktive mittlere Spalthöhe $\bar{z}_{f,11}$ mit Hilfe eines Kopfrundungsradienverhältnisses $\frac{r_2}{r_{2,11}}$ in eine ebenfalls lineare Baugrößenabhängigkeit zu überführen

$$\bar{z}_f = \bar{z}_{f,11} \cdot \frac{r_2}{r_{2,11}} \quad (4.7).$$

Zu diesem Zweck wird zunächst eine *Einheitsvergleichsmaschine* definiert, die als ein Bezugsmaßstab den folgenden Betrachtungen zugrunde gelegt wird und durch die Indizes 11 analog der Strömungseinheitsmaschine gekennzeichnet sein soll.

Die Einheitsmaschine soll folgende Eigenschaften besitzen:

	Hauptrotor	Nebenrotor
Zähnezahl	$z_{HR,11} = 4$	$z_{NR,11} = 6$
Kopfkreisdurchmesser	$D_{HR,11} = 102 \text{ mm}$	$D_{NR,11} = 102 \text{ mm}$
Achsabstand	$a_{11} = 80 \text{ mm}$	
Rotorlänge	$L_{11} = 150 \text{ mm}$	
HR-Umschlingungswinkel	$\Phi_{HR,11} = 300^\circ$	
Expansionsvolumen	$V_{Motor,11} = 7,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$	
Kopfrundungsradius	$r_{2,11} = 3 \text{ mm}$	
mittlere fiktive Spalthöhe	$\bar{z}_{f,11} = 0,1 \text{ mm}$	

Tabelle 4.1: Daten der gewählten Einheitsmaschine 11

Für eine rein geometrische Beurteilung der Spaltsituation im Schraubenmotor ist das Verhältnis der wirksamen Summenspaltfläche zum jeweiligen Kammervolumen entscheidend. Dabei sind für die einzelnen Spaltarten bzgl. ihres Anteils an dem

Gesamtspaltsmassenstrom neben der wirksamen Spaltbreite weitere Einflussgrößen wie die Spalthöhe und -länge sowie die Spaltgeometrie und die Zustandsgrößen des Arbeitsmediums am jeweiligen Spalt von Bedeutung [39]. Aus diesen Größen lassen sich Gewichtungsfaktoren ermitteln, die eine Bewertung der Spaltarten ermöglichen [2]. Eine Optimierung der Spalthöhen kann durch die Abstimmung zwischen den Bauteildehnungen aufgrund thermischer und mechanischer Belastungen und den Betriebsparametern sowie evtl. durch den Einsatz von Einlaufbeschichtungen erfolgen [23]. Daher soll im vorliegenden Geometrievergleich eine Minimierung der Spaltflächen durch eine *Optimierung der Spaltbreiten* erreicht werden. Für die hier vorliegenden Berechnung werden übliche Werte für Kaltspalthöhen in trockenlaufenden Schraubenkompressoren verwendet. Die Beurteilung der Spaltsituation anhand von Warmspalthöhen ist jedoch ebenso möglich [35].

4.1 Kennzahlen zur Beurteilung der Spaltbreiten

4.1.1 Geometrische Kennzahlen

Ein Vergleich der Absolutwerte der Spaltbreiten, wie sie in Bild 4.2 dargestellt sind, liefert noch keine Aussage darüber, ob ein Rotorprofil Vorteile hinsichtlich der Spaltverluste bietet oder nicht. Entscheidend sind vielmehr die über dem Drehwinkelbereich der Kammerfüllung wirksamen (integralen) Spaltbreiten, die durch Integration über dem Drehwinkel zu bestimmen sind, siehe Bild 4.3. In Abhängigkeit von dem betrachteten inneren Volumenverhältnis v_i und der dadurch festgelegten Drehwinkellage der HD-seitigen Steuerkanten können die wirksamen (integralen) Spaltbreiten für die einzelnen Spaltarten während des Füllvorgangs berechnet werden. Dabei verändern sich die Spaltprioritäten (d. h. die Reihenfolge der nach der Größe ihrer wirksamen Spaltbreiten geordneten Spaltarten) in Abhängigkeit vom inneren Volumenverhältnis. Für große innere Volumenverhältnisse besitzen besonders der HD-Stirnspalt und der Profileingriffs-Spalt großen Einfluss, während mit abnehmendem v_i der Gehäusespalt an Bedeutung gewinnt.

Zur Beurteilung der wirksamen Spaltbreiten dient daher, in Anlehnung an die von Rinder [41] vorgeschlagene Kenngröße zur Beurteilung der Leckspaltflächen, die Summe der einzelnen integralen Spaltbreiten im Bereich der Kammerfüllung. Die

Integration erfolgt über den Hauptrotordrehwinkelbereich vom Beginn des Füllvorgangs $\alpha_{\text{Füllbeginn}}$ bis zur Drehwinkellage der Steuerkanten α_{vi} und wird bezogen auf das Kammervolumen an dieser Stelle.

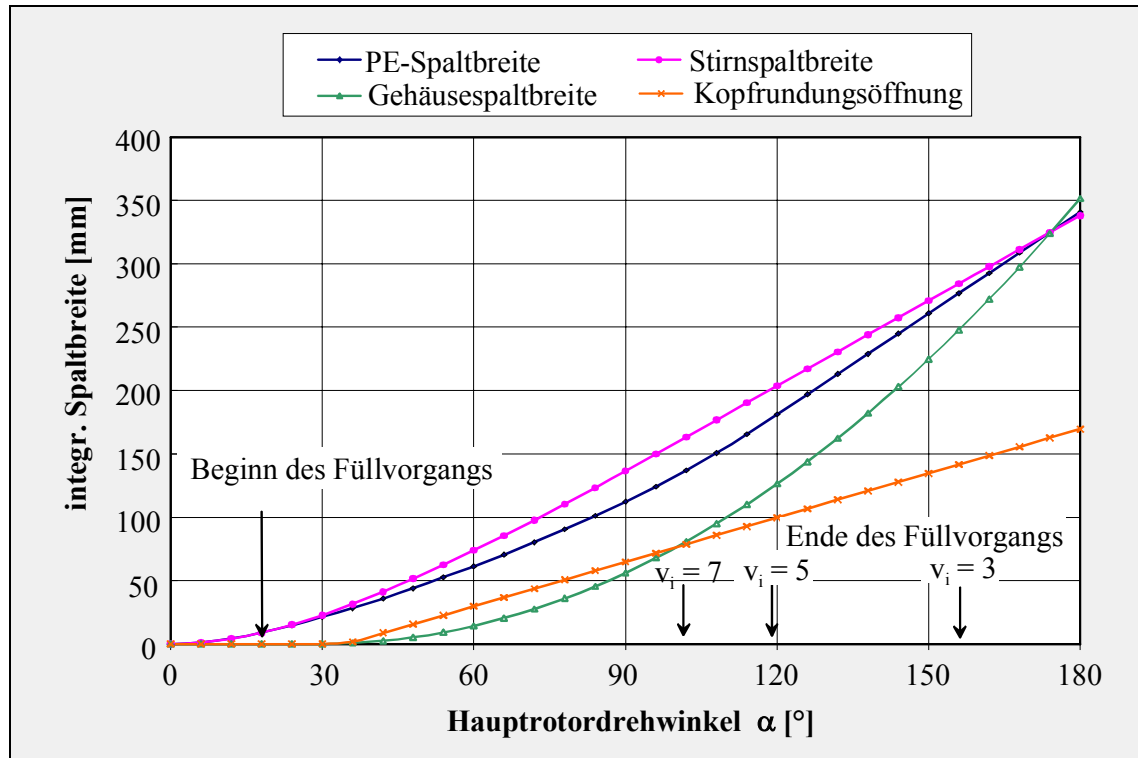


Bild 4.3: Über den Hauptrotordrehwinkel integrierte Spaltbreitenverläufe (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $a = 80 \text{ mm}$; $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$)

Bezieht man die integrale Summe der Spaltbreiten auf den Drehwinkelbereich des Füllvorgangs, so erhält man eine auf das Kammervolumen bezogene mittlere wirksame Spaltbreite

$$\frac{1}{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}} \cdot \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{V_{Ex,th}} \quad (4.8)$$

die Ausgangspunkt der nachfolgenden Betrachtungen sein soll. Darauf aufbauend lassen sich Kennzahlen ableiten, die einen Vergleich des Spaltbreiteneinflusses bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen ermöglichen. Es ist zu beachten, dass die Aussage dieser Kenngröße eine Abhängigkeit von der jeweiligen Baugröße (dem Kammervolumen) der betrachteten Maschine besitzt. Je größer die Maschine wird, desto geringer ist ihre Spaltwirkung, da die Spaltbreite linear, das Kammervolumen aber

mit der dritten Potenz der Baugröße zunimmt. Eine allgemeine Beurteilung der Rotorgeometrien sollte jedoch unabhängig von der Baugröße erfolgen. Dies wird bei der Definition der nachfolgenden Kennzahlen berücksichtigt, so dass eine baugrößenunabhängige Beurteilung der jeweiligen Geometrieparameter möglich wird.

1. Durch Multiplikation der Ausgangskenngröße aus Gl. (4.8) mit der charakteristischen Fläche $V_{Kammer}^{2/3}$, die aus dem maximalen Kammervolumen gebildet wird, kann das Kammervolumen in dieser Größe auf einen Maßstabsfaktor reduziert werden. Man erhält eine dimensionslose Kennzahl

$$\Pi_{Sp,V,V_K} = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Kammer}^{2/3} \quad (4.9)$$

die einen Vergleich der wirksamen Spaltbreiten während des Füllvorgangs pro Arbeitskammer von geometrisch unterschiedlichen Maschinen mit gleichen Kammervolumen zulässt. Das Ergebnis wird dabei nicht von den jeweiligen Baugrößen der betrachteten Maschinen beeinflusst. Einschränkungen ergeben sich jedoch bezüglich der Hauptrotorzähnezahl und der Dauer des Füllvorgangs. *Da die Kennzahl den Spaltbreiteneinfluss für eine Kammer wiedergibt, erscheint hiermit auch lediglich ein Vergleich von Maschinen mit gleicher Anzahl an Arbeitskammern und damit gleicher Hauptrotorzähnezahl sinnvoll.* Unterschiedliche Hauptrotorzähnezahlen führen nach

$$\dot{V}_{Motor,th} = n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot V_{Kammer} = n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot v_i \cdot V_{Ex,th} \quad (4.10)$$

zu unterschiedlichen theoretischen Expansionsvolumenströmen $\dot{V}_{Motor,th}$, was den Vergleich der Werte, die sich aus der Kennzahl ergeben, erschweren würde.

Durch die Mittelwertbildung der Spaltbreiten wird der Drehwinkelbereich der Kammerfüllung, in dem die Spaltbreiten wirksam sind, bisher nicht berücksichtigt. *Die Betrachtung der Spaltbreiten anhand der Kennzahl erfolgt demnach für eine feste Dauer des Füllvorgangs.*

2. Will man auch Rotorgeometrien mit unterschiedlichen Hauptrotorzähnezahlen vergleichen, so ist es notwendig, diese in der Kennzahl zu berücksichtigen. Die Hauptrotorzähnezahl bestimmt nach

$$V_{Motor} = z_{HR} \cdot V_{Kammer} = z_{HR} \cdot v_i \cdot V_{Ex,th} \quad (4.11)$$

das Expansionsvolumen des Motors V_{Motor} bei einer Umdrehung des Hauptrotors. Verwendet man in der Kennzahl zur Bestimmung der charakteristische Fläche das Expansionsvolumen V_{Motor} an Stelle des Kammervolumens V_{Kammer} , so erhält man eine neue Kennzahl

$$\begin{aligned} \Pi_{Sp,V,V_{Motor}} &= \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor}^{2/3} \\ &= \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}^{1/3}} \cdot (v_i \cdot z_{HR})^{2/3} \end{aligned} \quad (4.12),$$

die einen Vergleich von Maschinen auch unterschiedlicher Hauptrotorzähnezahlen erlaubt. *Diese Kennzahl liefert eine Aussage über die mittlere wirksame Spaltbreite bezogen auf das Kammervolumen für Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} . Auch hierbei ist zu beachten, dass die Dauer des Füllvorgangs für die Betrachtung konstant ist.*

Ein Vergleich von Maschinen mit unterschiedlichem Expansionsvolumen V_{Motor} (unterschiedliche Baugrößen) lässt sich erreichen, indem man in der Kennzahl $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$ für das Expansionsvolumen der jeweils betrachteten Maschine das Expansionsvolumen einer gemeinsamen Vergleichsmaschine einsetzt. Hierfür kann z. B. die in Tabelle 4.1 dargestellte Einheitsmaschine 11 verwendet werden. Es ergibt sich die Kennzahl in der Form

$$\Pi_{Sp,V,V_{Motor,11}} = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor,11}^{2/3} \quad (4.13).$$

Für einen reinen Baugrößenvergleich geometrisch ähnlicher Maschinen bei gleicher Kammerfüllungsdauer (Drehzahl) erhält man hieraus die bekannte Aussage, dass mit zunehmender Baugröße die wirksamen Spaltbreiten bezogen auf das Kammervolumen abnehmen. Größere Maschinen sind demnach bei gleicher Drehzahl dichter.

3. Bei den bisherigen Kennzahlen wurde die Dauer des Füllvorgangs nicht berücksichtigt. Für die über die Spalte aus der Arbeitskammer abfließenden Massen einer in Betrieb befindlichen Maschine, die sich aus der Integration der Spaltmassenströme über der Zeit ergeben, ist die Dauer jedoch von einem direkten Einfluss. Unterschiede in der Füllungsdauer ergeben sich aus abweichenden Drehzahlen sowie unterschiedlichen Drehwinkelbereichen des Füllvorgangs. Der Zusammenhang einer abnehmenden Füllungsdauer bei zunehmender Drehzahl und HR-Zähnezahl sowie abnehmendem HR-Umschlingungswinkel und die sich daraus ergebende Verringerung der Spaltmassenströme ist für die Auswahl der Geometrie- und Betriebsparameter zu beachten. Für eine bessere Vergleichbarkeit der Rotorgeometrien erscheint es daher sinnvoll, die Kennzahlen um einen Anteil zu erweitern, der die Dauer des Füllvorgangs berücksichtigt. Diese lässt sich aus dem Drehwinkelbereich der Kammerfüllung $\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}$ und der Winkelgeschwindigkeit des Hauptrotors ω_{HR} zu

$$t_{\text{Füll}} = \frac{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}}{\omega_{HR}} = \frac{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}}{2 \cdot \pi \cdot n_{HR}} \quad (4.14)$$

bestimmen.

Soll die Diskussion der Spaltsituation weiterhin rein geometrisch erfolgen, so muss für die Betriebsgröße der Drehzahl am Hauptrotor n_{HR} eine einschränkende Annahme für den Vergleich zweier Maschinen getroffen werden. Sinnvoll ist üblicherweise ein Vergleich bei konstantem theoretischen Volumenstrom. Da die Kennzahl $\Pi_{Sp, V, V_{Motor}}$ einen baugrößenunabhängigen Vergleich von Rotorgeometrien mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} ermöglicht, ist die Bedingung eines konstanten theoretischen Volumenstroms für den Fall einer konstanten

Hauptrotordrehzahl n_{HR} erfüllt. Für die Dauer des Füllvorgangs nach Gl. (4.14) ergibt sich daraus die Beziehung

$$n_{HR} = \frac{\alpha_{vi} - \alpha_{Füllbeginn}}{2 \cdot \pi \cdot t_{Füll}} = const. \Rightarrow t_{Füll} \sim \frac{\alpha_{vi} - \alpha_{Füllbeginn}}{2 \cdot \pi} \quad (4.15).$$

Wird die Kennzahl $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$ um einen entsprechenden Faktor erweitert, so ergibt sich die Kennzahl

$$\begin{aligned} \Pi_{Sp,V,n_{HR}} &= \Pi_{Sp,V,V_{Motor}} \cdot \frac{\alpha_{vi} - \alpha_{Füllbeginn}}{2 \cdot \pi} \\ &= \frac{\int_{\alpha_{Füllbeginn}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{2 \cdot \pi \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor}^{2/3} \end{aligned} \quad (4.16).$$

Diese Kennzahl liefert eine Aussage über die mittlere wirksame Spaltbreite bezogen auf das Kammervolumen während des Füllvorgangs für Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} bei gleicher Drehzahl am Hauptrotor n_{HR} .

Für einen Baugrößenvergleich kann wiederum das Expansionsvolumen V_{Motor} der jeweiligen Maschine durch das Expansionsvolumen der Einheitsmaschine ersetzt werden

$$\Pi_{Sp,V,n_{HR,11}} = \frac{\int_{\alpha_{Füllbeginn}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{2 \cdot \pi \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor,11}^{2/3} \quad (4.17).$$

Ein Vergleich von Maschinen unterschiedlicher Baugrößen bei gleicher Drehzahl liefert gegenüber der Kennzahl $\Pi_{Sp,V,V_{Motor,11}}$ jedoch keine neuen Informationen. Von größerem Interesse ist daher ein Vergleich bei gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom \dot{V}_{Motor} . Dazu muss ein entsprechender zeitproportionaler Faktor berücksichtigt werden, der das Drehzahlverhältnis für diesen Fall wiedergibt. Dieser ergibt sich aus der Volumenstrombedingung

$$\dot{V}_{Motor} = const. = \dot{V}_{Motor,11} \Leftrightarrow n_{HR} \cdot V_{Motor} = n_{HR,11} \cdot V_{Motor,11} \quad (4.18)$$

zu

$$f_{t,\dot{V}} = \frac{n_{HR,11}}{n_{HR}} = \frac{V_{Motor}}{V_{Motor,11}} \quad (4.19).$$

Bewertet man die Kennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR,11}}$ aus Gl. (4.17) mit diesem Faktor, so erhält man eine weitere Kennzahl

$$\begin{aligned} \Pi_{Sp,V,\dot{V}_{Motor,11}} &= \Pi_{Sp,V,n_{HR,11}} \cdot f_{t,\dot{V}} \\ \Pi_{Sp,V,n_{HR,11}} &= \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{2 \cdot \pi \cdot V_{Ex,th}} \cdot \frac{V_{Motor}}{V_{Motor,11}^{1/3}} \end{aligned} \quad (4.20),$$

die mit Hilfe der Beziehung für das Expansionsvolumen nach Gl. (4.11) in der Form

$$\Pi_{Sp,V,n_{HR,11}} = \int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha \cdot \frac{v_i \cdot z_{HR}}{2 \cdot \pi \cdot V_{Motor,11}^{1/3}} \quad (4.21)$$

geschrieben werden kann. Sie ermöglicht einen *Vergleich von Maschinen unterschiedlicher Baugröße (Expansionsvolumen \dot{V}_{Motor}) bei gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom \dot{V}_{Motor}* .

Man erkennt, dass die Kennzahl für den Fall einer reinen Baugrößenvariation ($v_i(\alpha_{vi}) = const.$; $z_{HR} = const$) lediglich von der integralen Summe der Spaltbreiten abhängt. *Aus dieser Sicht erscheint die Wahl einer größeren Maschine bei gleichem theoretischen Volumenstrom nicht sinnvoll, da die Spaltbreiten linear mit der Baugröße zunehmen. Demnach sollte ein Schraubenmotor auf eine maximale HR-Drehzahl hin optimiert werden.*

4. Eine weitere charakteristische Größe zur Beschreibung des Betriebszustandes von Schraubenmaschinen ist die Hauptrotorumfangsgeschwindigkeit. Bei gleichen Umfangsgeschwindigkeiten sind ähnliche Strömungsbedingungen an den Spalten der Maschine zu erwarten. Dies ist besonders bei nasslaufenden Maschinen für die Dissipation in der flüssigen Phase von Bedeutung. Daher erscheint auch eine vergleichende Betrachtung der Spaltsituation von Maschinen bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit und gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom sinnvoll. Um diesen Zusammenhang in einer Kennzahl zu erfassen, ist ausgehend von dem Vergleich bei konstanter Drehzahl und konstantem theoretischen

Expansionsvolumen nach Gl. (4.16) zusätzlich der Hauptrotordurchmesser D_{HR} wegen

$$u_{HR} = \omega_{HR} \cdot \frac{D_{HR}}{2} = \pi \cdot n_{HR} \cdot D_{HR} \quad (4.22)$$

zu berücksichtigen. Um weiterhin bei der Betrachtung von der Baugröße der Maschinen unabhängig zu bleiben, müssen die jeweiligen betrachteten Rotorgeometrien zunächst auf Maschinen vergleichbarer Baugrößen skaliert werden, die im Folgenden mit dem Index 1 gekennzeichnet wird.

Unter der Annahme vollständiger geometrischer Ähnlichkeit gilt dann:

$$D_{HR} \sim \sqrt[3]{V_{Motor}} \quad \text{und} \quad D_{HR,1} \sim \sqrt[3]{V_{Motor,1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{D_{HR}}{D_{HR,1}} = \sqrt[3]{\frac{V_{Motor}}{V_{Motor,1}}} \quad (4.23).$$

Bei Verwendung der Bedingung gleicher theoretischer Expansionsvolumenströme

$$\begin{aligned} \dot{V}_{Motor,th,1} &= const. = \dot{V}_{Motor,th,11} \\ \Leftrightarrow n_{HR,1} \cdot V_{Motor,1} &= n_{HR,11} \cdot V_{Motor,11} \\ \Leftrightarrow \frac{u_{HR,1}}{\pi \cdot D_{HR,1}} \cdot V_{Motor,1} &= \frac{u_{HR,11}}{\pi \cdot D_{HR,11}} \cdot V_{Motor,11} \end{aligned} \quad (4.24)$$

und bei Berücksichtigung der Annahme gleicher Umfangsgeschwindigkeiten am Hauptrotor $u_{HR} = const.$ ergibt sich die Beziehung

$$\frac{V_{Motor,1}}{D_{HR,1}} = \frac{V_{Motor,11}}{D_{HR,11}} \quad (4.25).$$

Aus Gl. (4.23) und Gl. (4.25) ergibt sich durch Einsetzen die Bedingung für den Hauptrotordurchmesser der Maschine vergleichbarer Baugröße

$$D_{HR,1} = \sqrt{\frac{D_{HR}^3}{D_{HR,11}} \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}} \quad (4.26).$$

Aus der Bedingung konstanter HR-Umfangsgeschwindigkeit

$$u_{HR,1} = \pi \cdot n_{HR,1} \cdot D_{HR,1} = const = \pi \cdot n_{HR,11} \cdot D_{HR,11} \quad (4.27).$$

ergibt sich erneut ein zeitproportionaler Faktor

$$f_{t,M_{HR}} = \frac{n_{HR,11}}{n_{HR,1}} = \frac{D_{HR,1}}{D_{HR,11}} \quad (4.28),$$

der unter Verwendung der Beziehung aus Gl. (4.26) in der Form

$$f_{t,M_{HR}} = \sqrt{\left(\frac{D_{HR}}{D_{HR,11}}\right)^3 \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}} \quad (4.29)$$

geschrieben werden kann. Durch Multiplikation der Kennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ (Gl. (4.16))

mit diesem Zeitfaktor ergibt sich die Kennzahl

$$\begin{aligned} \Pi_{Sp,V,M_{HR}} &= \Pi_{Sp,V,n_{HR}} \cdot \sqrt{\left(\frac{D_{HR}}{D_{HR,11}}\right)^3 \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}} \\ &= \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}(\alpha) + b_{PE}(\alpha) + b_{Ge}(\alpha) + \frac{A_{Kopf}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{2 \cdot \pi \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor}^{2/3} \cdot \sqrt{\left(\frac{D_{HR}}{D_{HR,11}}\right)^3 \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

für den Vergleich der wirksamen Spaltbreiten bezogen auf das Kammervolumen während des Füllvorgangs von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom bei gleicher Hautrotorumfangsgeschwindigkeit.

In Tabelle 4.2 sind die vorgestellten Spaltkennzahlen mit den zugrundeliegenden Vergleichsgrößen zusammenfassend dargestellt.

Kennzahlen	Vergleichsgrößen	Aussage
Π_{Sp,V,V_K}	konstante HR-Zähnezahl $z_{HR} = const.$, konstantes Kammervolumen $V_{Kammer} = const.$, konstante Füllungsdauer $t_{Füll} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv
$\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$	konstantes Motorexpansionsvolumen $V_{Motor} = const.$, konstante Füllungsdauer $t_{Füll} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv
$\Pi_{Sp,V,V_{Motor,11}}$	konstante Füllungsdauer $t_{Füll} = const.$	Baugrößenvergleich geometrisch ähnlicher Maschinen: Je größer die Maschine, desto günstiger

$\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$	konstantes Motorexpansionsvolumen $V_{Motor} = const.$, konstante Hauptrotordrehzahl $n_{HR} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv
$\Pi_{Sp,V,n_{HR,11}}$	konstanter theoretischer Motorexpansions- volumenstrom $\dot{V}_{Motor,th} = const.$	Baugrößenvergleich geome- trisch ähnlicher Maschinen: Je kleiner die Maschine, desto günstiger
$\Pi_{Sp,V,u_{HR}}$	konstanter theoretischer Motorexpansions- volumenstrom $\dot{V}_{Motor,th} = const.$, konstante HR-Umfangsgeschwindigkeit $u_{HR} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv

Tabelle 4.2: Kennzahlen zum Vergleich der wirksamen Spaltbreiten im Bereich des Füllvorgangs von Maschinen mit unterschiedlichen Rotorgeometrien

Die bisher vorgestellten Kennzahlen zur Beurteilung der Spaltsituation berücksichtigen lediglich rein geometrische kammervolumenbezogene Spaltbreitenentwicklungen für unterschiedliche Maschinengeometrien, Tabelle 4.2. Im realen Betriebsfall ist die Wirksamkeit der Spalte bzgl. des durchströmenden Massenstroms neben weiteren geometrischen Gegebenheiten wie Spalthöhe, Spaltlänge und Spaltform auch von den Betriebsgrößen wie der Temperatur des Arbeitsmediums, der Druckdifferenz über den Spalten, der Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit der Oberflächen, die den Spalt bilden, sowie den Stoffgrößen des Arbeitsmediums abhängig [26].

Für eine energetische Beurteilung der Spalte sind diese Einflussgrößen teilweise oder vollständig in Form von Bewertungsfaktoren zu berücksichtigen. Sie sind jedoch in der Regel an einen konkreten Anwendungsfall gebunden. Im Anhang Kap. 9.1 wird die Vorgehensweise für eine energetische Bewertung der Spaltbreiten und Kennzahlen an einem beispielhaften Anwendungsfall erläutert.

4.1.2 Vergleich bewerteter und unbewerteter Spaltkennzahlen

In diesem Vergleich der Kennzahlen geht es darum qualitative Gemeinsamkeiten bewerteter und unbewerteter Kennzahlen zu ermitteln, um darüber die Aussage rein geometrischer Kennzahlen beurteilen zu können.

Die mit * gekennzeichneten energetisch bewerteten Kennzahlen geben in dem hier betrachteten Beispiel lediglich den Einfluss der Druckverhältnisse über den Spalten wieder. Weitere Einflussfaktoren, die in Form von Durchflussbeiwerten α_{Sp} sowie fiktiven mittleren Warmspalthöhen \bar{z}_f zu berücksichtigen sind, werden hier nicht betrachtet. Die entsprechenden Werte wurden mit $\alpha_{Sp} = 0,8$ und $\bar{z}_f = 0,1$ als konstant angenommen.

Die bewerteten Kennzahlen zeigen in Abhängigkeit vom inneren Volumenverhältnis bei einem Vergleich mit den unbewerteten Kennzahlen einen ähnlichen Verlauf. In Bild 4.4 sind beispielhaft die Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ und $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}^*$ für einen Vergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} bei gleicher Drehzahl dargestellt.

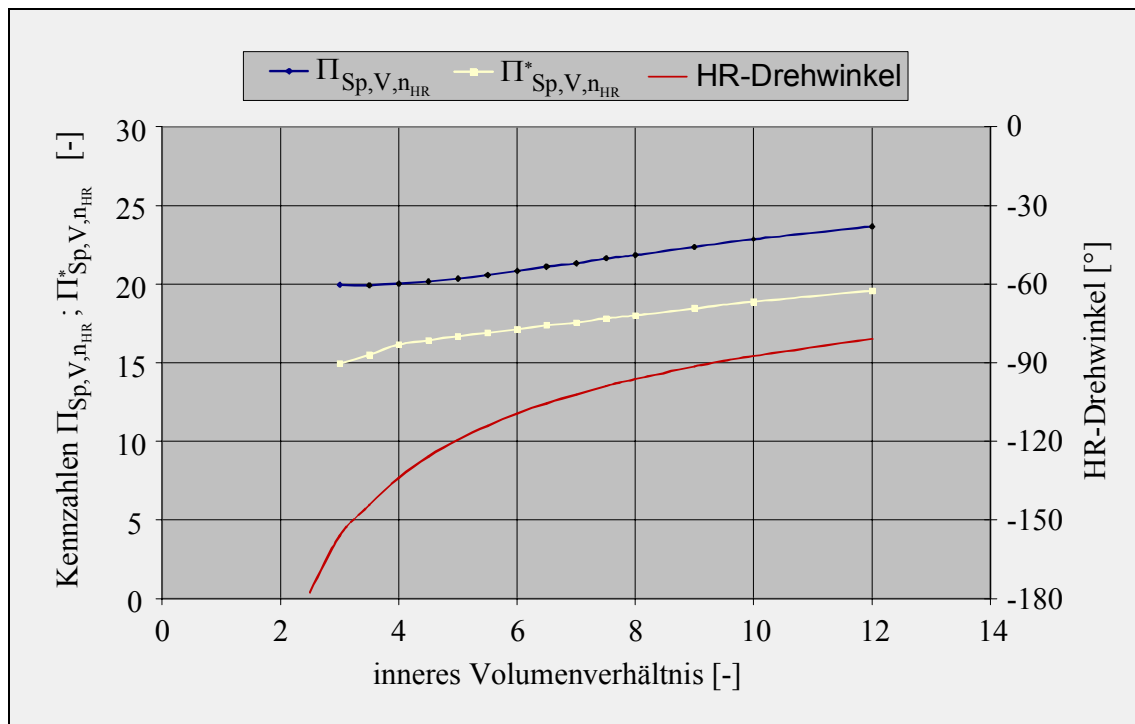


Bild 4.4: Vergleich der rein geometrischen Kennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ und der energetisch bewerteten Kennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}^*$ in Abhängigkeit vom inneren Volumenverhältnis (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$)

Die Differenz zwischen den Kurvenverläufen der Kennzahlen ist im Wesentlichen auf den Einfluss der Durchflussbeiwerte und der Spalthöhen zurückzuführen. In dem hier betrachteten Beispiel führen die konstanten Faktoren aus Durchflussbeiwert und mittlerem Spalthöhenverhältnis zu einer Parallelverschiebung der Kurven für innere

Volumenverhältnisse $v_i > 4$. In diesem Bereich liegt an allen Spalten, über die Masse aus der Kammer abfließen kann, nahezu während des gesamten Füllvorgangs ein überkritisches Druckverhältnis vor. Dies führt zu einer Verblockung der Strömung und damit zu einer Begrenzung der Spaltmassenströme. Die Massenströme sind nur noch von den jeweiligen Zuständen vor den Spalten (Kammerzuständen) abhängig.

Erst für innere Volumenverhältnisse $v_i < 4$ machen sich gegen Ende des Füllvorgangs die unterkritischen Druckverhältnisse an den Spalten zur vorlaufenden Kammer bemerkbar. Daraus ergeben sich größere Gradienten im Kurvenverlauf der bewerteten Kennzahlen bei kleinen inneren Volumenverhältnissen und damit eine zunehmende Differenz zwischen den Kennzahlen und deren Aussage über die Spaltwirkung, Bild 4.4.

Dieser Zusammenhang gilt in ähnlicher Weise auch für veränderte Rotorgeometrien. Mit zunehmender HR-Zähnezahl und zunehmendem HR-Umschlingungswinkel verringern sich jedoch die Druckdifferenzen über den Spalten zur vorlaufenden Kammer. Dadurch verschiebt sich in diesen Fällen der Bereich vollständiger Verblockung an den Spalten hin zu größeren inneren Volumenverhältnissen.

Für die heute üblichen Rotorgeometrien mit HR-Zähnezahlen $z_{HR} \leq 6$ ist demnach davon auszugehen, dass für innere Volumenverhältnisse $v_i > 5$ Unterschiede zwischen bewerteten und unbewerteten Spaltkennzahlen im Wesentlichen auf den Einfluss der Durchflussbeiwerte und der Warmspalthöhen zurückzuführen sind. Der Einfluss der Spaltbreiten und der Dauer, in der Masse über die Spalte abfließt, wird für bewertete und unbewertete Kennzahlen in ähnlicher Weise abgebildet. Daher können bereits rein geometrische Kennzahlbetrachtungen, unabhängig von einem konkreten Betriebsfall, für einen Vergleich unterschiedlicher Rotorgeometrien wesentliche Informationen über die Entwicklung der Spaltverluste liefern. Im Folgenden werden deshalb die Ergebnissen aus allgemeingültigen Geometriebetrachtungen auf Basis der unbewerteten Kennzahlen sowie Kennzahlen, die mit konstanten mittleren Faktoren für Spalthöhe und Durchflussbeiwert bewertet wurden, vorgestellt.

4.2 Beurteilung der Spaltbreiten bei Variation der Rotorgeometrien

Ausgangspunkt der Betrachtungen und Basis für den Vergleich ist die Einheitsmaschine 11 nach Tabelle 4.1 (Vergleichsmaschine). Tabelle 4.3 enthält ergänzende Angaben zu dieser Maschine sowie die angenommene Umfangsgeschwindigkeit für den im Anhang Kap. 9.1 beispielhaft beschriebenen Betriebsfall.

	Hauptrotor	Nebenrotor
inneres Volumenverhältnis	$v_i = 5$	
Kopfrundungsradius am Nebenrotorzahnkopf		$r_2 = 2,95 \text{ mm}$
Nebenrotorzahnbreite		$\sigma = 13,5 \text{ mm}$
Umfangsgeschwindigkeit	$u_{HR} = 160 \text{ ms}^{-1}$	$u_{NR} = 106,7 \text{ ms}^{-1}$

Tabelle 4.3: Daten der Vergleichsmaschine

Davon ausgehend werden folgende Variationen durchgeführt:

1. Geometrievariationen bei konstanter Zähnezahl (4 + 6)

vi-Variation					
Variation		nicht konstant		konstant	
inneres Volumenverhältnis [-]	$3 < v_i < 10$	-	-	Achsabstand Haupt-/ Nebenrotordurchmesser HR-Umschlingungswinkel Längen-/Durchmesserverhältnis Kopfrundungsradius am Nebenrotor Nebenrotorzahnbreite Arbeitsvolumen	$a = 80 \text{ mm}$ $D_{HR/NR} = 120 \text{ mm}$ $\Phi_{HR} = 300^\circ$ $L/D = 1,47$ $r_2 = 2,95 \text{ mm}$ $\sigma = 13,4 \text{ mm}$ $V_{Motor} = 752000 \text{ mm}^3$

L/D - Umschlingungswinkel-Variation					
Variation		nicht konstant		konstant	
Längen-/Durchmesserverhältnis	$0,5 < L/D < 6$	Achsabstand	$a \sim (L/D)^{-2/3}$	inneres Volumenverhältnis	$v_i = 5$
HR-Umschlingungswinkel	$150 < \Phi_{HR} < 300^\circ$	Haupt-/Nebenrotordurchmesser	$D_{HR/NR} \sim a$	Arbeitsvolumen	$V_{Motor} = 752000 \text{ mm}^3$
		Kopfrundungsradius am Nebenrotor	$r_2 \sim a$		
		Nebenrotorzahnbreite	$\sigma \sim a$		

Tabelle 4.4: Rotorparameter für Geometrievariationen bei konstanter Zähnezahl (4 + 6)

2. Zähnezahlvvariation

Zähnezahlen mit gleichen Kopfkreisdurchmessern an Haupt- und Nebenrotor					
Variation		nicht konstant		Konstant	
Haupt- und Nebenrotorzähnezahl	$2+4 < z_{HR}+z_{NR} < 6+8$	Haupt-/Nebenrotordurchmesser Kopfrundungsradius am Nebenrotor Nebenrotorzahnbreite	$D_{HR/NR}$ $r_2 \sim D_{HR}$ $\sigma \sim 1/z_{NR}$	inneres Volumenverhältnis Achsabstand Längen-/Durchmesser Verhältnis HR-Umschlingungswinkel	$v_i = 5$ $a = 80 \text{ mm}$ $L/D \approx 1,5$ ($1,47 \div 1,5$) $\Phi_{HR} = 300^\circ$

L/D – Umschlingungswinkel-Variation für Zähnezahlen mit gleichen Kopfkreisdurchmessern an Haupt- und Nebenrotor					
Variation		nicht konstant		konstant	
Haupt- und Nebenrotorzähnezahl Längen-/Durchmesser Verhältnis HR-Umschlingungswinkel	$2+4 < z_{HR}+z_{NR} < 6+8$ $0,5 < L/D < 6$ $150 < \Phi_{HR} < 300^\circ$	Achsabstand Haupt-/Nebenrotordurchmesser Kopfrundungsradius am Nebenrotor Nebenrotorzahnbreite	$a \sim (L/D)^{-2/3}$ $D_{HR/NR} \sim a$ $r_2 \sim a$ $\sigma \sim a$	inneres Volumenverhältnis Arbeitsvolumen für die jeweilige Zähnezahl	$v_i = 5$ V_{Motor}

Nebenrotor-/ Hauptrotorzähnezahl-Variation					
Variation		nicht konstant		konstant	
Hauptrotorzähnezahl Nebenrotorzähnezahl	$2 < z_{HR} < 6$ $4 < z_{NR} < 10$	Achsabstand Nebenrotordurchmesser Kopfrundungsradius am Nebenrotor Nebenrotorzahnbreite	a D_{NR} $r_2 \sim D_{HR}$ $\sigma(z_{HR}) \sim 1/z_{NR}$	Hauptrotordurchmesser inneres Volumenverhältnis Längen-/Durchmesser Verhältnis HR-Umschlingungswinkel	$D_{HR(z_{HR})} = \text{const.}$ $v_i = 5$ $L/D \approx 1,5$ ($1,47 \div 1,5$) $\Phi_{HR} = 300^\circ$

Variation des inneren Volumenverhältnisses bei Zähnezahlkombinationen mit gleichen Kopfkreisdurchmessern an Haupt- und Nebenrotor					
Variation		nicht konstant		konstant	
inneres Volumenverhältnis Haupt- und Nebenrotorzähnezahl	$2 < v_i < 12$ $2+4 < z_{HR}+z_{NR} < 6+8$	Haupt-/Nebenrotordurchmesser Kopfrundungsradius am Nebenrotorzahn Nebenrotorzahnbreite	$D_{HR-/NR}$ $r_2 \sim D_{HR}$ $\sigma(z_{HR}) \sim 1/z_{NR}$	Achsabstand Längen-/Durchmesser Verhältnis HR-Umschlingungswinkel	$a = 80 \text{ mm}$ $L/D \approx 1,5$ ($1,47 \div 1,5$) $\Phi_{HR} = 300^\circ$

Tabelle 4.5: Rotorparameter für Zähnezahlvvariationen

4.2.1 Geometrievariation bei konstanter Zähnezahl

Anhand einer v_i -Variation sollen zunächst die unterschiedlichen Aussagen der Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$ und $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ verdeutlicht werden, die sich aus der Betrachtung der mittleren Spaltbreite bei $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$ sowie der integralen Summenspaltbreite in $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ ergeben, Bild 4.5.

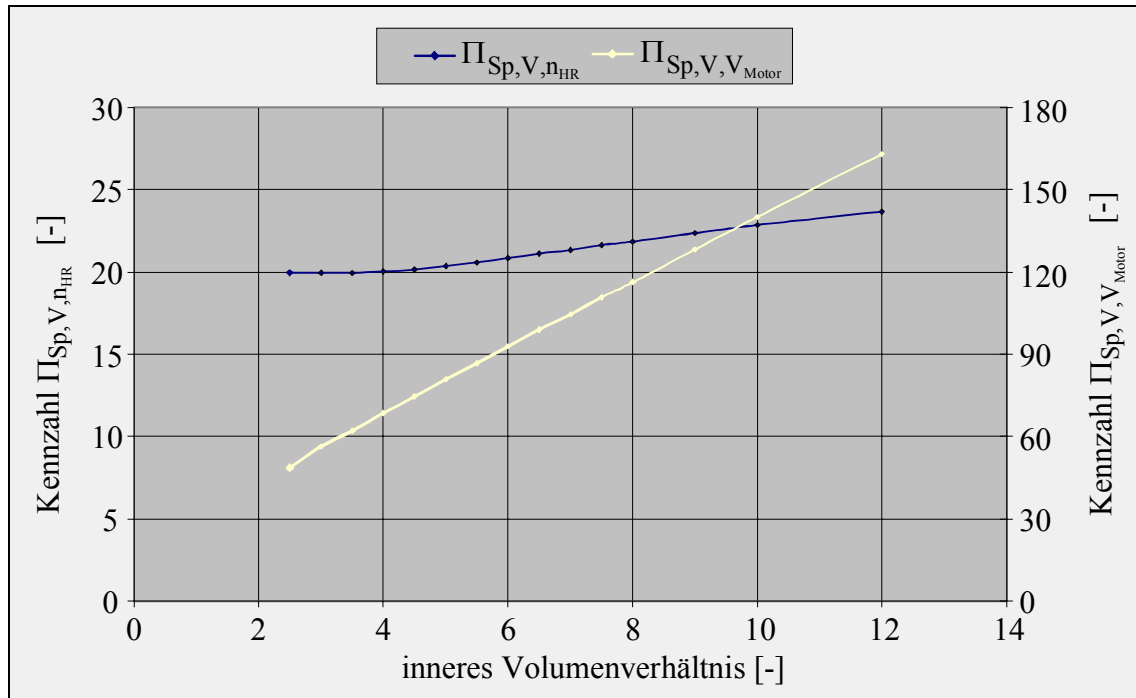


Bild 4.5: Vergleich der Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$ für ein konstantes Expansionsvolumen bei gleicher Dauer des Füllvorgangs und $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ für ein konstantes Expansionsvolumen bei gleicher Drehzahl (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$).

Beide Kennzahlen nehmen für $v_i > 4$ annähernd linear mit dem inneren Volumenverhältnis zu, die Kurven zeigen jedoch unterschiedliche Gradienten. Betrachtet man zunächst die Kennzahl $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}$ (Gl. (4.12), welche eine über den Drehwinkelbereich des Füllvorgangs gemittelte Summenspaltbreite bezogen auf das Kammervolumen bei theoretischem Expansionsbeginn $V_{Ex,th}$ abbildet, so verhält sich das Kammervolumen $V_{Ex,th}$ wegen $v_i = \frac{V_{Kammer}}{V_{Ex,th}}$ umgekehrt proportional zum inneren Volumenverhältnis.

Die mittlere wirksame Spaltbreite zeigt mit zunehmendem v_i jedoch nur eine geringe Abnahme, da die meisten Spalte im Verlauf des Füllvorgangs bereits frühzeitig ausgebildet sind. Lediglich der Gehäusespalt und für große innere Volumenverhältnisse der PE-Spalt sind noch vom Drehwinkel abhängig, so dass im Wesentlichen das Kammervolumen den Kurvenverlauf der Kennzahl dominiert.

Betrachtet man jedoch die integrale Summe der wirksamen Spaltbreiten, die bezogen auf das Kammervolumen $V_{Ex,th}$ bei gleicher Drehzahl durch $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ (Gl. (4.16)) dargestellt ist, so nimmt diese annähernd linear mit dem HR-Drehwinkelbereich zu. Dies gilt für das Kammervolumen erst ab einer HR-Drehwinkelstellung, bei der die Zahnflächen vollständig ausgebildet ist. Im vorliegenden Beispiel ist dies bei einem inneren Volumenverhältnis von ca. 4 der Fall. Für größere v_i wird die Volumenänderung gewichtiger als die Änderung der Summenspaltbreiten, für kleinere v_i sind die Unterschiede nur noch gering, weshalb die Kurve in diesem Bereich deutlich flacher verläuft.

Bei der anschließenden L/D-Umschlingungswinkel-Variation werden die Einflüsse dieser Größen bei konstantem inneren Volumenverhältnis und konstanter Zähnezahzahl untersucht. In Bild 4.6 ist zu erkennen, dass der HR-Umschlingungswinkel nur einen geringen Einfluss auf die mittlere Spaltbreite besitzt. Das Längen/Durchmesser-Verhältnis zeigt Minima für Werte im Bereich zwischen 1 und 3, wobei deren Lage vom jeweiligen HR-Umschlingungswinkel abhängt. Für kleine Umschlingungswinkel liegt das Minimum bei kleinen L/D-Werten und verschiebt sich mit zunehmendem Umschlingungswinkel hin zu größeren Werten. Die absolute Größe der Kennzahl bleibt für alle Minima annähernd gleich.

Berücksichtigt man jedoch die Unterschiede in der Dauer, in der die Spaltbreiten wirksam sind, in Bild 4.7 z. B. für die Annahme einer konstanten Drehzahl dargestellt, so fällt die Kennzahl mit abnehmendem Umschlingungswinkel und dem sich damit verkleinernden Drehwinkelbereich der Kammerfüllung deutlich ab. Für den dargestellten Umschlingungswinkelbereich beträgt die Abnahme ca. 35%. Bei fester HR-Drehwinkellage zu Füllbeginn verschiebt sich die Lage der Steuerkanten mit abnehmendem Umschlingungswinkel hin zu kleineren Werten. In Bild 4.8 ist dieser Zusammenhang für die Zähnezahlkombination 3 + 5 dargestellt.

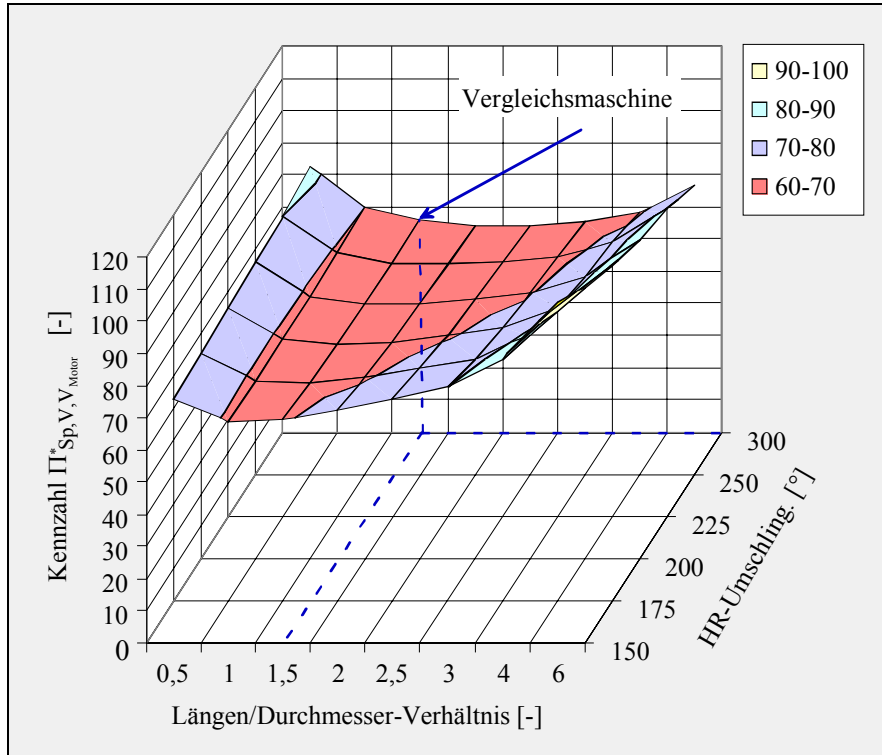


Bild 4.6: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen bei Variation von L/D und HR-Umschlingungswinkel. (Berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $v_i = 5$).

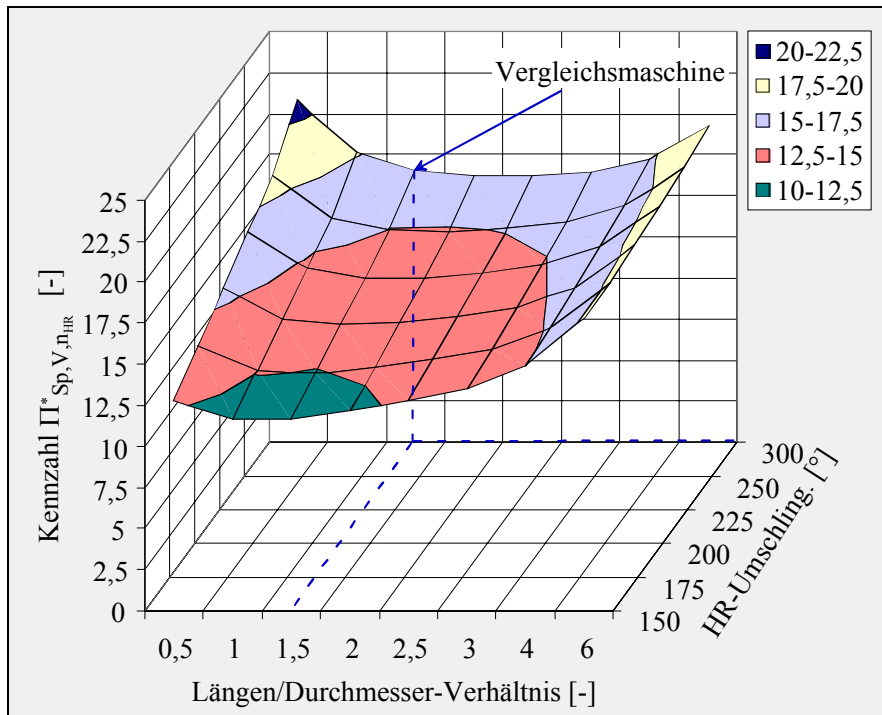


Bild 4.7: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl bei Variation von L/D und HR-Umschlingungswinkel (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $v_i = 5$).

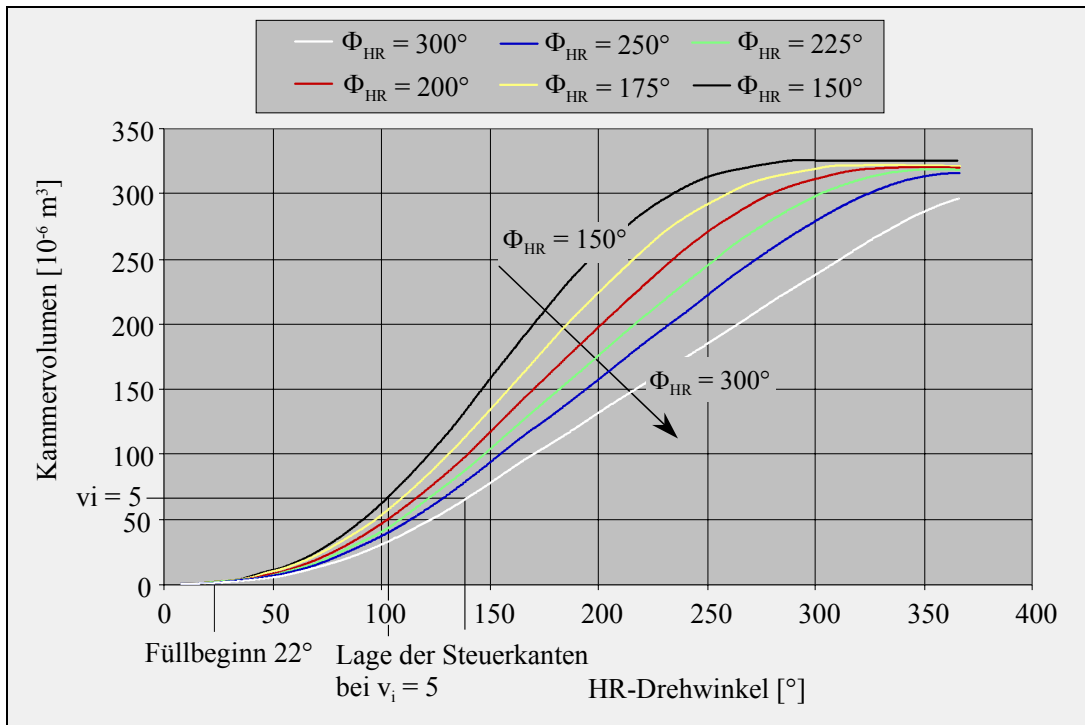


Bild 4.8: Verlauf der Volumenkurven bei Variation des HR-Umschlingungswinkels (berechnet für das Profil: asym. SRM (3 + 5); $L/D = 1,5$; $v_i = 5$).

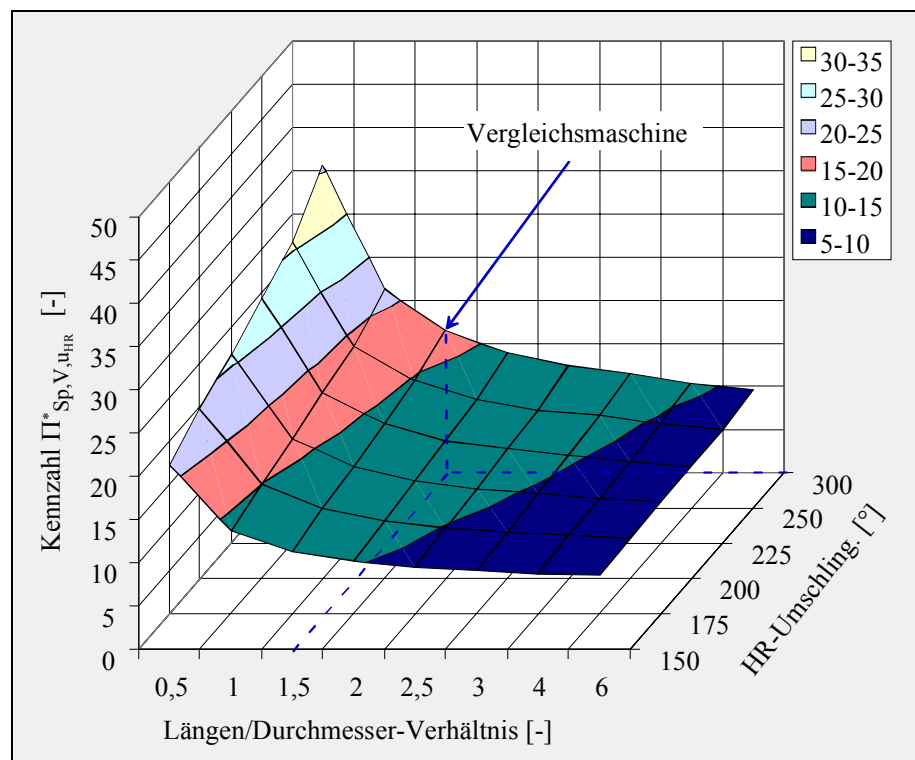


Bild 4.9: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschwindigkeit bei Variation von L/D und HR-Umschlingungswinkel (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $v_i = 5$).

Unter der Annahme einer konstanten HR-Umfangsgeschwindigkeit (siehe Bild 4.9) wird dem zuvor beschriebenen Kurvenverlauf eine Drehzahlzunahme mit zunehmendem Längen/Durchmesser-Verhältnis überlagert. Dies führt zu einer fortlaufenden Verringerung der Fülldauer, so dass sich hierbei kein lokales Minimum ausbildet.

Aufgrund dieser Betrachtungen wären demnach kleine HR-Umschlingungswinkel bei großem Längen-Durchmesser-Verhältnis für eine Verringerung der Spaltmassenströme sinnvoll.

4.2.2 Zähnezahlvvariation

Bei der Zähnezahlvvariation werden zunächst Rotorpaare mit Zähnezahlen betrachtet, die eine Ausführung von Haupt- und Nebenrotor mit gleichen Außendurchmessern $D_{HR} = D_{NR}$ zulassen. Dabei wurden die Einflussgrößen aus der Geometrievariation (inneres Volumenverhältnis, HR-Umschlingungswinkel, Längen- /Durchmesser-Verhältnis) zunächst konstant gehalten (Bild 4.10).

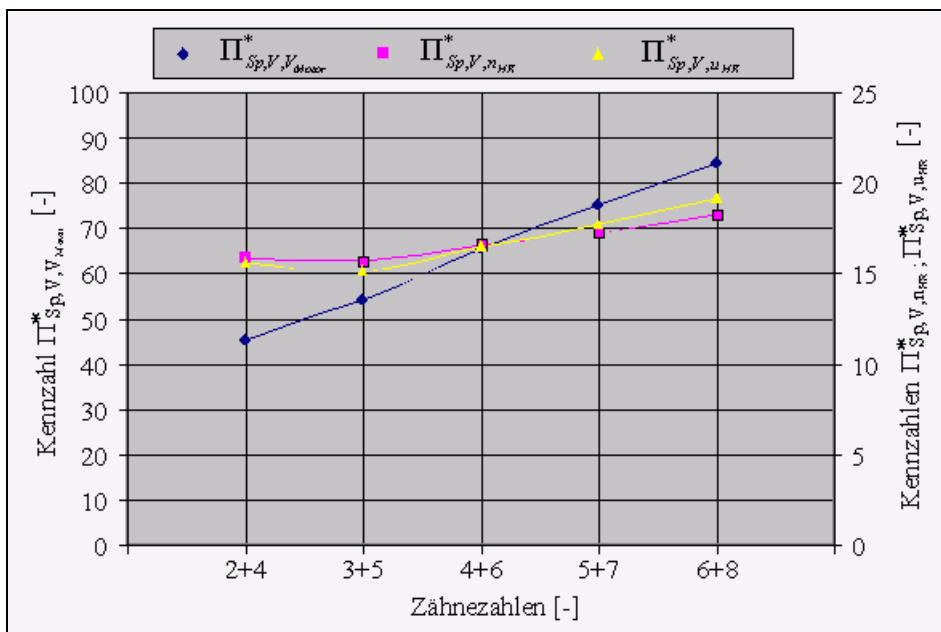


Bild 4.10: Spaltbreitenentwicklung bei Zähnezahlvvariation für $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $vi = 5$.

Für die dargestellten Kennzahlen sind folgende Tendenzen abzulesen:

- Die Kennzahlen steigen mit zunehmender Zähnezahl;
- Die Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,t,HR}^*$ und $\Pi_{Sp,V,\mu,HR}^*$, welche die Dauer des Füllvorgangs berücksichtigen, zeigen insgesamt eine geringere Steigung;

- Alle Kurven weisen mit zunehmenden Zähnezahlen ansteigende Gradienten auf;
- Dieses Verhalten ist jedoch für die Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}^*$ und $\Pi_{Sp,V,u_{HR}}^*$ stärker ausgeprägt.

Der Anstieg der Kennzahlen mit zunehmender Zähnezahl weist auf eine zunehmende wirksame Spaltbreite pro Arbeitskammer hin. Ursache hierfür ist das bei konstantem Expansionsvolumen V_{Motor} mit zunehmender Zähnezahl wegen $V_{Motor} = z_{HR} \cdot V_{Kammer}$ abnehmende Kammervolumen V_{Kammer} . Die Änderung der Spaltbreiten wirkt sich demgegenüber weniger stark aus. Dieser Zusammenhang ist direkt am Verlauf der Kennzahl $\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}^*$ abzulesen.

Die anschließende Variation der Nebenrotorzähnezahl verdeutlicht, dass diese bei kleinen Zähnezahlen einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Kennzahlen besitzt.

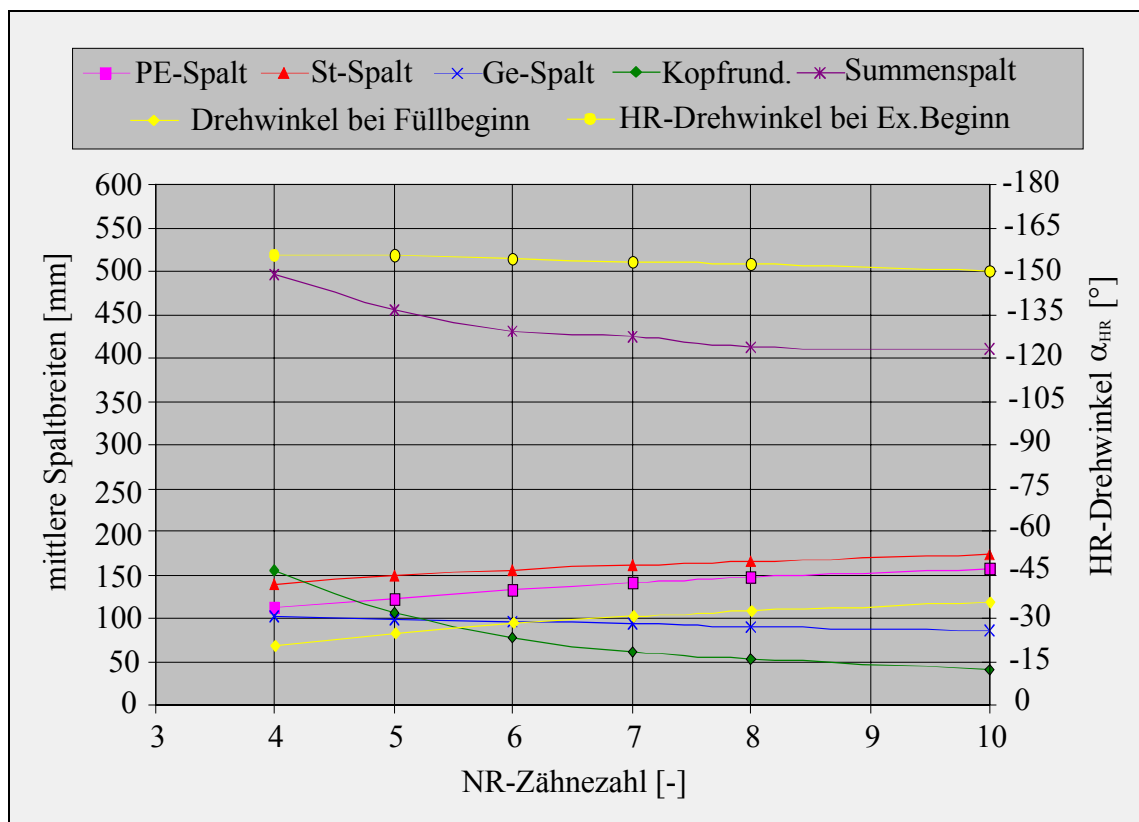


Bild 4.11: Spaltbreitenverläufe bei Variation der NR-Zähnezahl für $z_{HR} = 2$; $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$.

Betrachtet man den Verlauf der Spaltbreiten bei Variation der NR-Zähnezahl, wie in Bild 4.11 für eine feste Hauptrotorzähnezahl von 2 dargestellt, so erkennt man eine

deutliche Abnahme der mittleren Spaltbreite im Bereich von 4 bis 6 Nebenrotorzähnen. Bei weiterer Steigerung der NR-Zähnezahl wird diese Tendenz geringer. Dieser Zusammenhang lässt sich im Wesentlichen auf den Einfluss der Kopfrundungsöffnung zurückführen, deren Anteil für kleine NR-Zähnezahlen deutlich zunimmt. Weiterhin wird auch der HR-Drehwinkelbereich zwischen Füllbeginn und Expansionsbeginn für kleine NR-Zähnezahlen größer. Dieser Einfluss wirkt sich jedoch im Wesentlichen auf die Füllungsdauer und damit die Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}^*$ und $\Pi_{Sp,V,u_{HR}}^*$ aus.

So lässt sich ableiten, dass die mit der Zähnezahl zunehmende Steigung im Kennzahlenverlauf (Bild 4.10) im Bereich kleiner Zähnezahlen teilweise durch den Einfluss einer abnehmenden NR-Zähnezahl bedingt ist. Der in Bild 4.11 für 2 Hauptrotorzähne dargestellte Zusammenhang einer NR-Zähnezahlvariation gilt in ähnlicher Weise für alle untersuchten HR-Zähnezahlen, siehe Bild 4.12 bis Bild 4.14 und wird bei den nachfolgenden Variationen berücksichtigt.

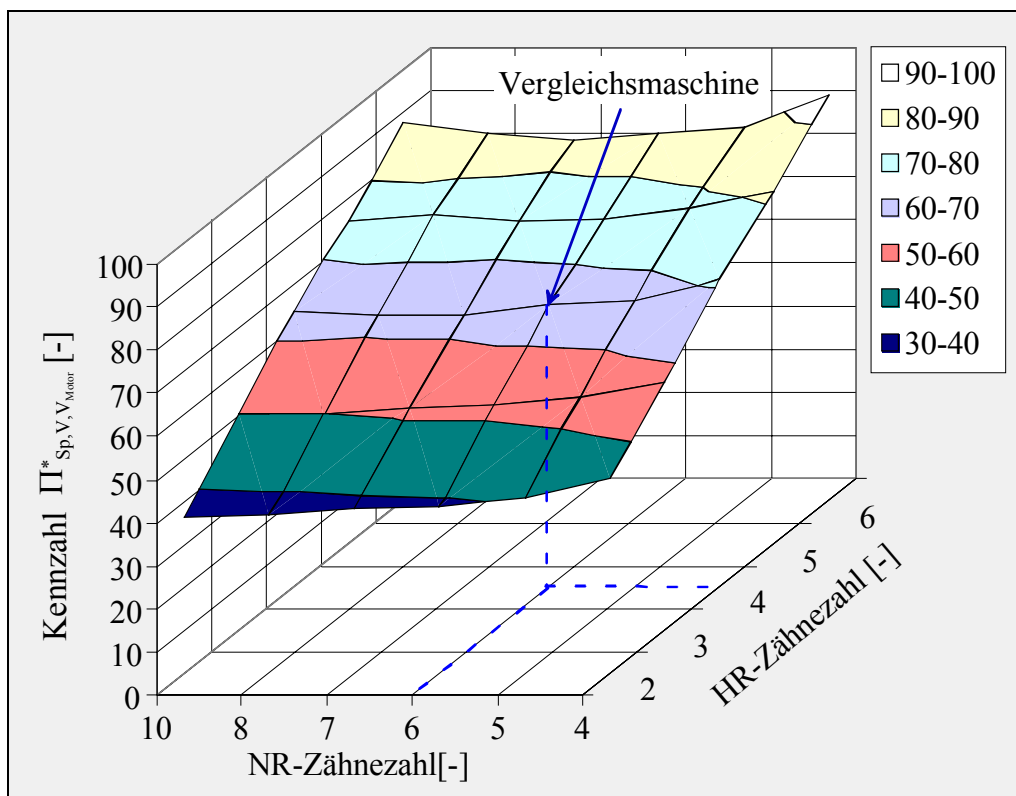


Bild 4.12: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen bei Variation der Haupt- und Nebenrotorzähnezahl (berechnet für das Profil: asym. $SRM L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$).

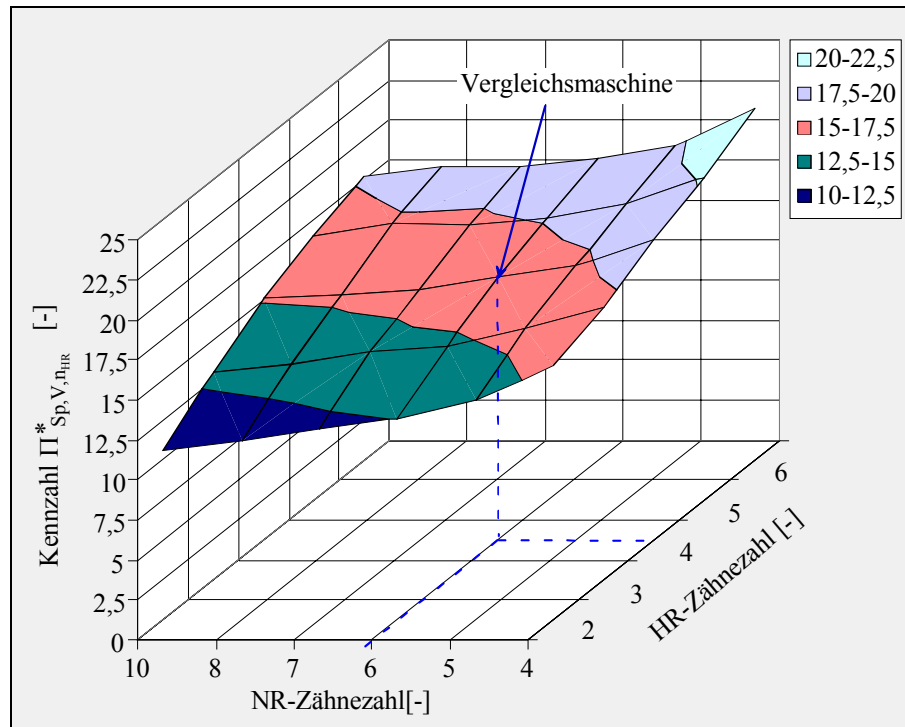


Bild 4.13: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl bei Variation der Haupt- und Nebenrotorzähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$).

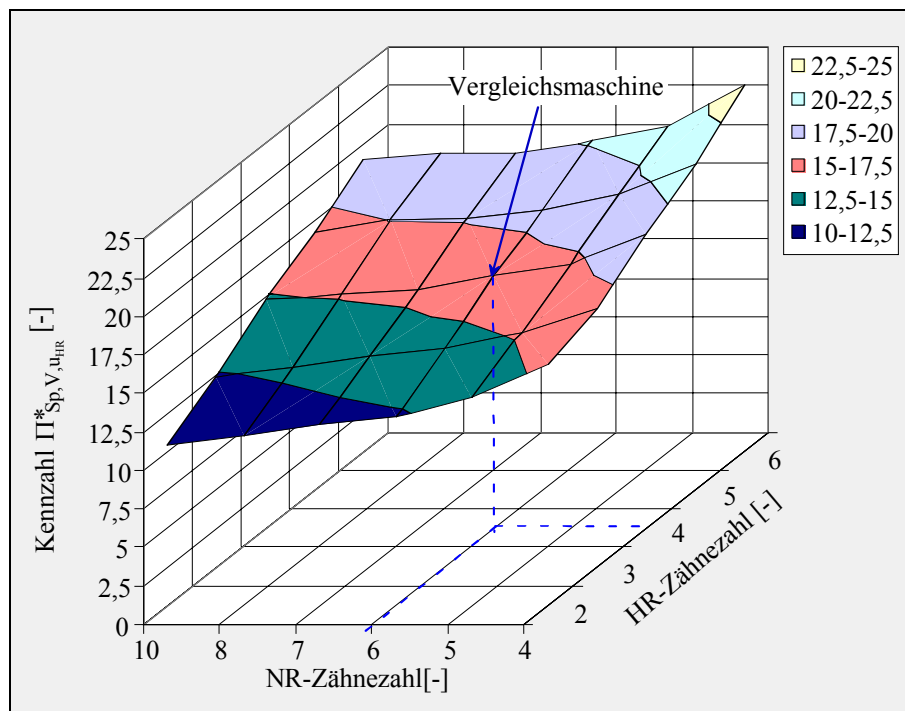


Bild 4.14: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschw. bei Variation der Haupt- und Nebenrotorzähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$).

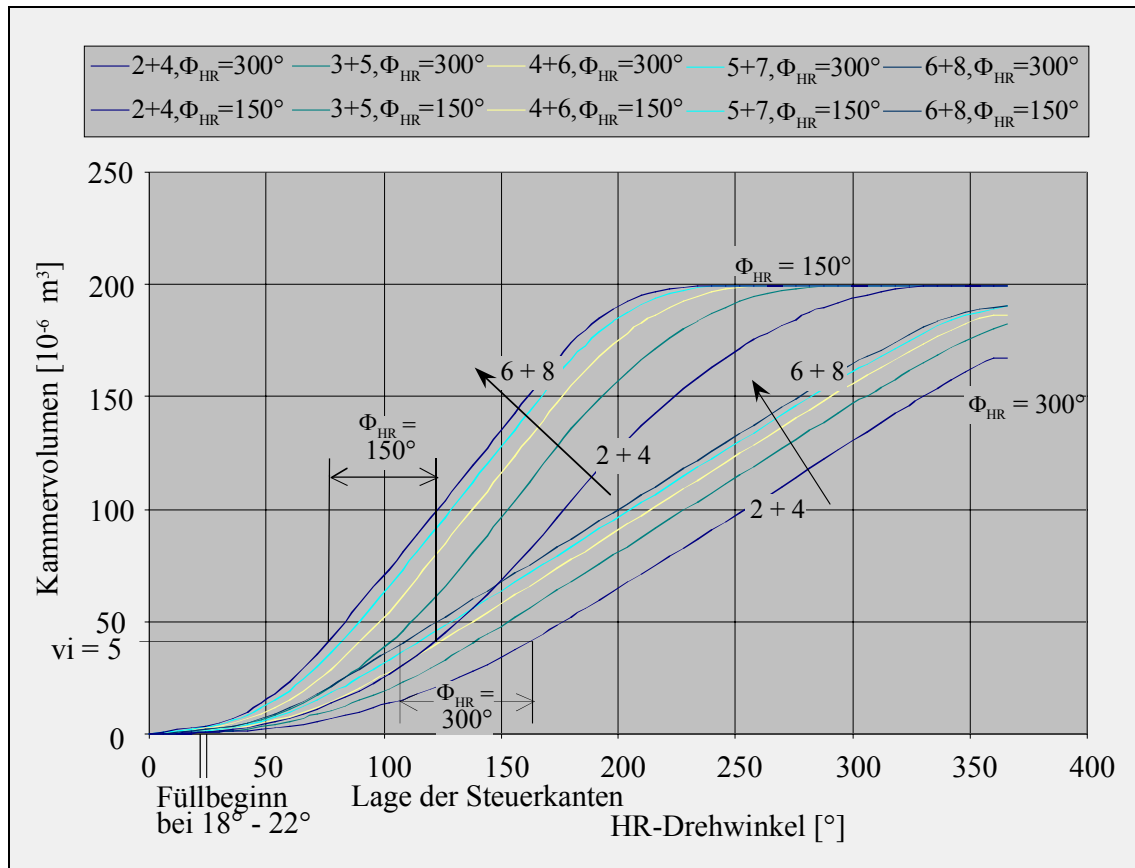


Bild 4.15: Verlauf der Volumenkurven bei Variation des HR-Umschlingungswinkels und der Zähnezah (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$).

Die Ursache für die geringere Steigung der drehwinkelabhängigen Kennzahlen $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}^*$ und $\Pi_{Sp,V,u_{HR}}^*$, die die Unterschiede in der Dauer des Füllvorgangs berücksichtigen, liegt im Verlauf der Volumenkurven bei unterschiedlichen HR-Zähnezahlen begründet, Bild 4.15. Bei gleichen inneren Volumenverhältnissen ergibt sich für kleinere HR-Zähnezahlen eine deutliche Zunahme im HR-Drehwinkelbereich für den Füllvorgang.

Die wirksamen Spaltbreiten der Arbeitskammer nehmen demnach für kleinere Zähnezahlen zwar ab, dieser positiven Wirkung stehen jedoch eine Zunahme des Drehwinkelbereichs und der negative Einfluss kleiner NR-Zähnezahlen gegenüber.

Für den Einfluss der Zähnezahlen ist dennoch festzustellen, dass sich unter den oben gemachten Annahmen kleine HR-Zähnezahlen bei großen NR-Zähnezahlen positiv auf die Summe der wirksamen Spaltbreiten auswirken.

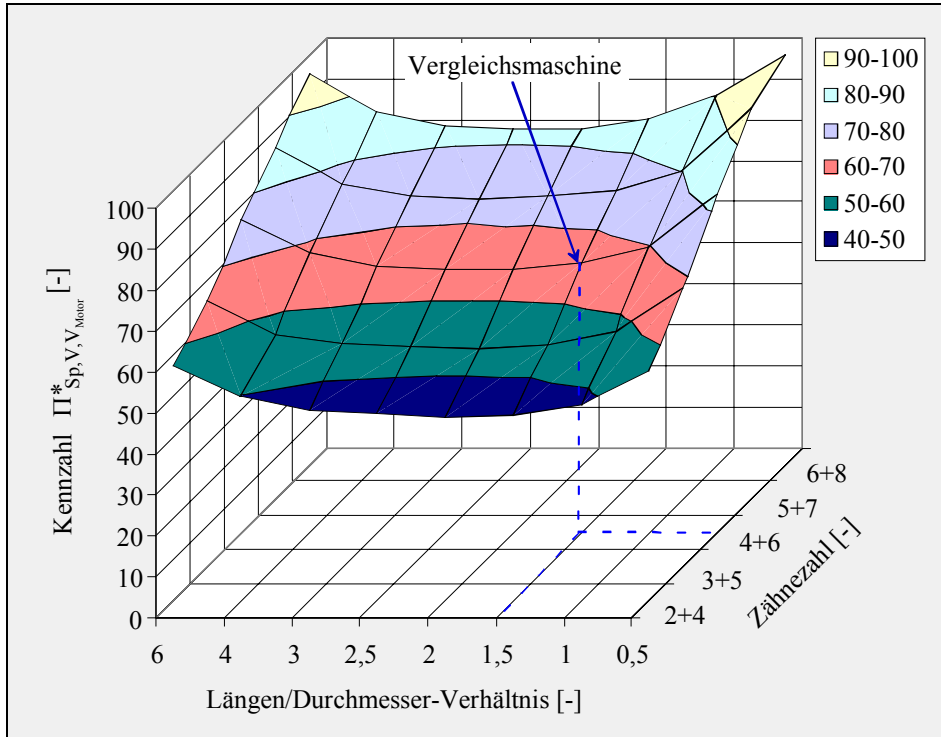


Bild 4.16: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen bei Variation von Zähnezahl und L/D (berechnet für das Profil: asym. SRM; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$)

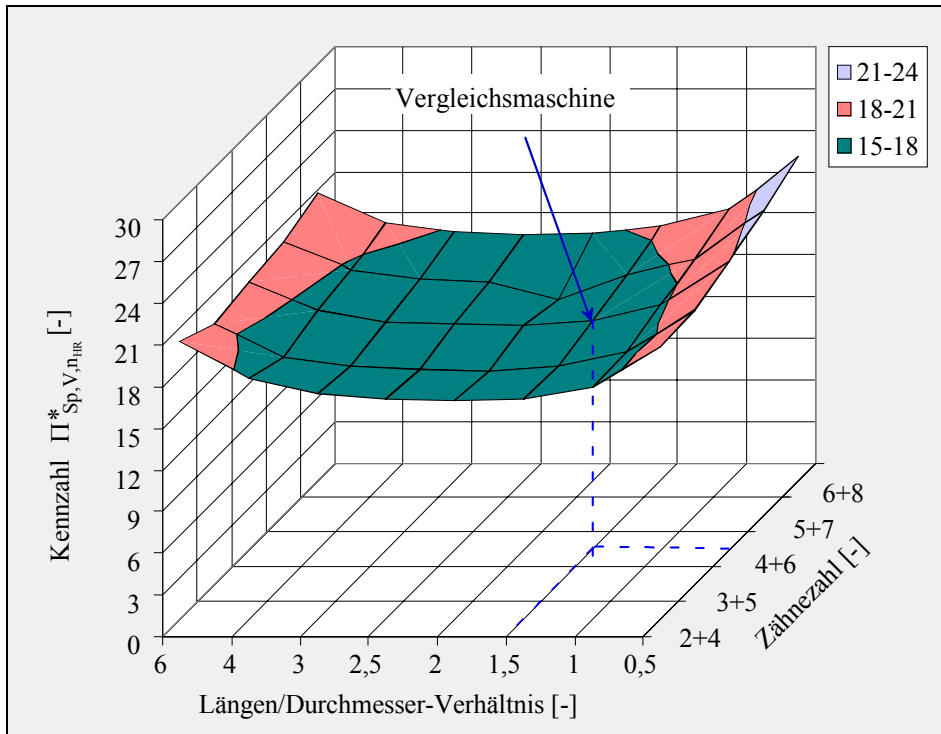


Bild 4.17: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl bei Variation von Zähnezahl und L/D (berechnet für das Profil: asym. SRM; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$)

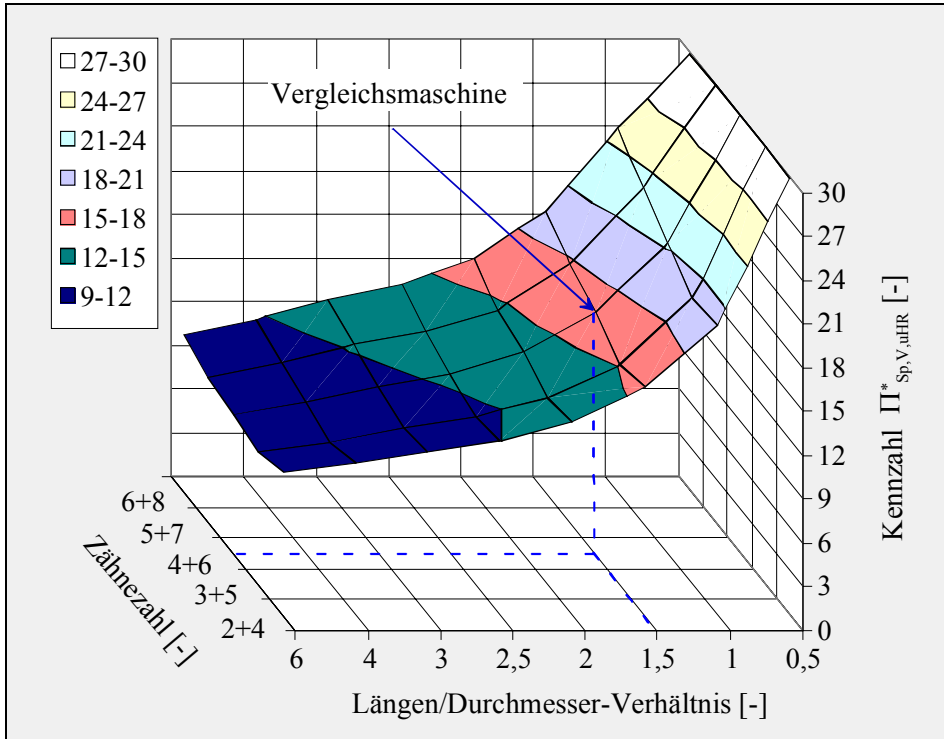


Bild 4.18: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschw. bei Variation von Zähnezahl und L/D (berechnet für das Profil: asym. SRM; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $v_i = 5$)

Auf das optimale Längen/Durchmesser-Verhältnis besitzt die Zähnezahl keinen erkennbaren Einfluss, Bild 4.16 und Bild 4.17. Wie auch schon für das (4 + 6) Profil zu erkennen war, liegt ein Minimum im Bereich zwischen 1 und 3. Eine Ausnahme bildet der Vergleich bei konstanter Umfangsgeschwindigkeit, bei dem der Wert $\Pi_{Sp,V,uHR}^*$ mit zunehmendem L/D aufgrund der steigenden Drehzahl abnimmt Bild 4.18.

Betrachtet man die Kennzahlverläufe bei Variation des HR-Umschlingungswinkels und der Zähnezahl, so werden die unterschiedlichen Wirkungen beider Einflussgrößen sichtbar, Bild 4.19 und Bild 4.20. Während der HR-Umschlingungswinkel keinen wesentlichen Einfluss auf die durch Π_{Sp,V,V_H}^* beschriebene mittlere wirksame Spaltbreite aufweist, nimmt diese mit abnehmender HR-Zähnezahl annähernd linear ab (Bild 4.19). Die NR-Zähnezahl wird hierbei auf einen Mindestwert von 6 begrenzt, um den oben beschriebenen negativen Einfluss kleiner NR-Zähnezahlen gering zu halten.

Die positive Wirkung kleiner Umschlingungswinkel, wie sie in Bild 4.20 und Bild 4.21 zu erkennen ist, hat ihre Ursache ausschließlich in der Verringerung des Drehwinkelbereichs (Bild 4.8).

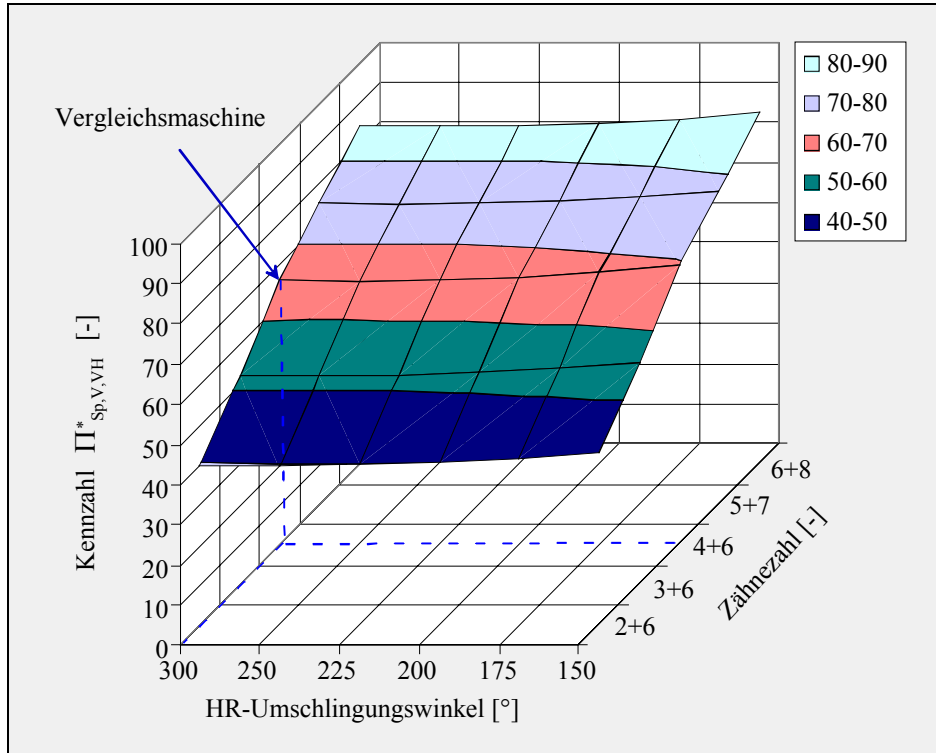


Bild 4.19: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen bei Variation von Zähnezahl und HR-Umschlingungswinkel. (Berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

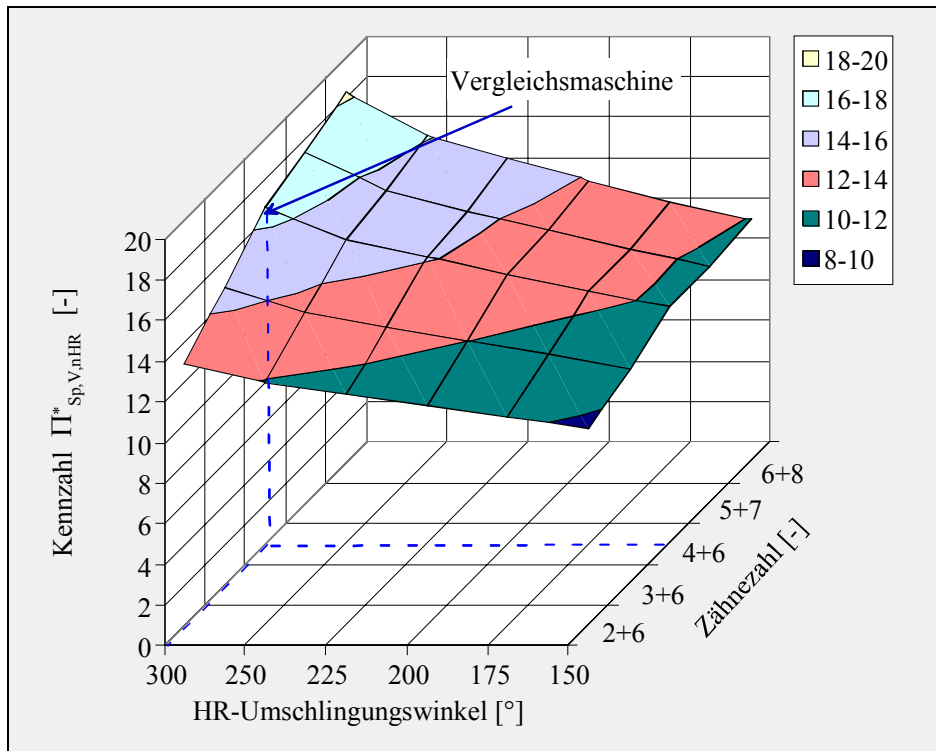


Bild 4.20: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl bei Variation von Zähnezahl und HR-Umschlingungswinkel (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

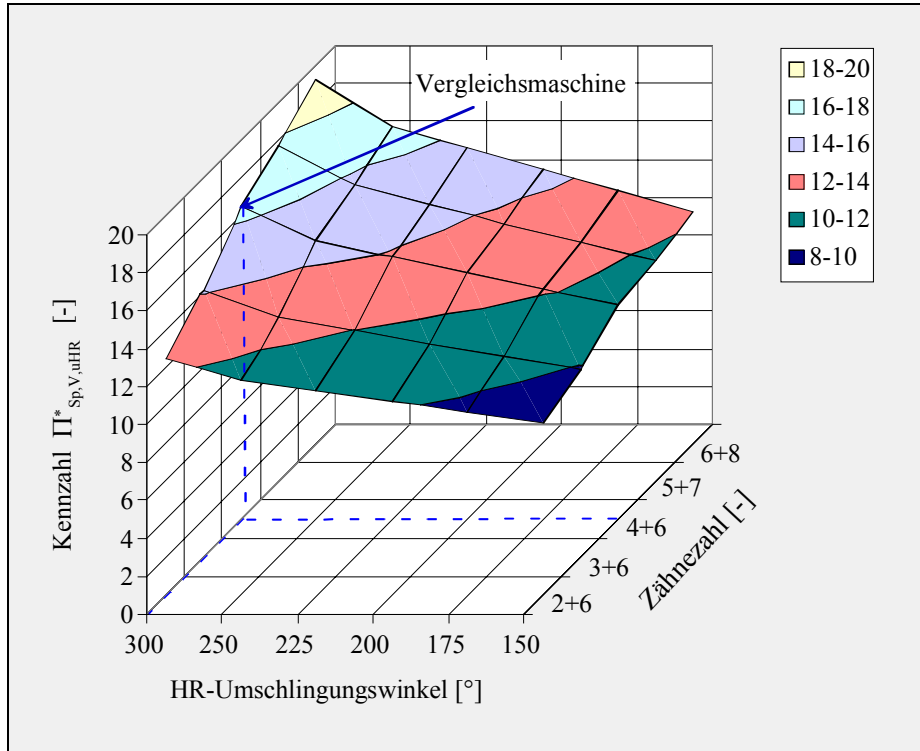


Bild 4.21: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschw. bei Variation von Zähnezahl und HR-Umschlingungswinkel (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

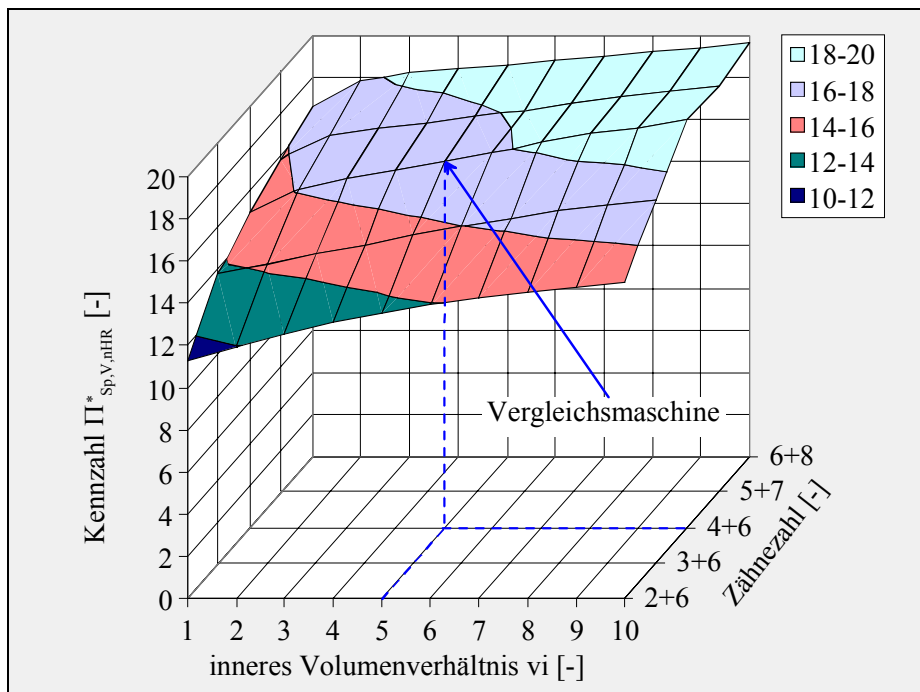


Bild 4.22: Spaltbreitenvergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl. Variation: Inneres Volumenverhältnis und Zähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$)

Abschließend soll das Verhalten der Spaltbreiten bei Variation des inneren Volumenverhältnisses und der Zähnezahls beispielhaft am Verlauf der Kennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}^*$ erläutert werden, Bild 4.22. Diese Kennzahl ermöglicht einen Vergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} bei gleicher Drehzahl.

Der Zusammenhang einer steigenden Kennzahl mit zunehmender HR-Zähnezahls wurde zuvor bereits erläutert. Die Zähnezahls am Nebenrotor ist wiederum auf eine Mindestanzahl von 6 Zähnen beschränkt, um den negativen Einfluss der zunehmenden Kopfrundungsöffnung bei kleinen NR-Zähnezahlen in dieser Betrachtung zu vermeiden. Man erkennt ein Ansteigen der Kennzahl mit zunehmendem inneren Volumenverhältnis, welches für alle betrachteten Zähnezahlen ähnlich verläuft. Wie in Kap. 4.2.1 anhand von Bild 4.5 erläutert wird, ist dieses Verhalten auf die Unterschiede in der Entwicklung der integralen Spaltbreiten und des Kammervolumens im Bereich kleiner HR-Drehwinkel zurückzuführen. Diese ungünstige Wirkung der Spaltbreiten mit steigendem v_i kann jedoch theoretisch je nach Ausgangszähnezahls durch die Wahl einer geeigneten Zähnezahlskombination teilweise kompensiert werden. Dabei ist eine kleine HR-Zähnezahls in Verbindung mit einer Zähnezahls am Nebenrotor von nicht weniger als 6 Zähnen anzustreben.

5 Der Einströmvorgang

Gegenstand der bisherigen Betrachtungen waren ausschließlich die Spaltbreiten als wesentliche Einflussgrößen auf die Spaltverluste während des Füllvorgangs. Anhand der durchgeführten Geometrievariationen lassen sich Tendenzen zur geometrischen Minimierung des Spaltbreiteneinflusses ablesen. Diese dürfen für herkömmliche Schraubenmaschinen jedoch nicht isoliert betrachtet werden, da sie sich auch auf andere Bereiche wie mechanische Beanspruchungen sowie thermodynamische und strömungsmechanische Vorgänge in der Maschine auswirken. Eine weitere wesentliche Verlustquelle, die in diesem Zusammenhang betrachtet werden muss, ist die Drosselung der Strömung während des Einlassvorgangs.

Im Unterschied zum Füllvorgang, bei dem die Summe der zu- und abströmenden Massen für eine Arbeitskammer über der Füllungsdauer bilanziert werden, soll für den Einlassvorgang nur der Massenstrom betrachtet werden, der durch die Einlassöffnung in die Kammer einströmt.

5.1 Einlassdrosselung

Unter dem Begriff Drosselung wird üblicherweise die irreversible Drucksenkung an einem Strömungswiderstand also ein Entropieerzeugung verstanden, bei der weder technische Arbeit verrichtet noch die kinetische oder potenzielle Energie werden kann. Dies kann eine isenthalpe Drosselung sein, bei der die spezifischen Enthalpien vor und hinter der Drossel gleich bleiben ($\Delta h = 0$). Für ein ideales Gas, bei dem die spezifische Enthalpie nur von der Temperatur abhängt, gilt demnach auch die Bedingung einer isothermen Drosselung $\Delta T = 0$. Diese idealisierte Annahme des Drosselbegriffs gilt für Fälle, in denen die Dichteänderung aufgrund der Drucksenkung an der Drossel hinreichend klein ist, so dass eine damit verbundenen Geschwindigkeitsänderung vernachlässigt werden kann.

Unter der Annahme, dass die Forderung nach einer hinreichend kleinen Differenz der Strömungsgeschwindigkeiten vor dem Einlass und in der Arbeitskammer erfüllt ist, soll der Begriff der Drosselung auch auf den Einlassvorgang in den Schraubenmotor angewendet werden. Anhand des beispielhaften Druckverlaufs in Bild 5.1 sind zwei

Bereiche der Drosselung zu unterscheiden. Die blaue Arbeitsfläche kennzeichnet die Flächendifferenz zwischen einer Maschine mit einer idealen Kammerfüllung beim Eintrittsdruck p_E bis zum Erreichen der realen Kammermasse bei Expansionsbeginn und anschließender isentroper Expansion, sowie dem Druckverlauf bei realer Kammerfüllung (grün). Die Drucksenkung vom Eintrittsdruck p_E auf den realen Kammerdruck in diesem Bereich des Füllvorgangs kann nur zu einem geringen Anteil in Form eines Rückgewinns (obere hellgrüne Fläche) zur Verrichtung der Wellenarbeit genutzt werden. Die Größe der blaue Fläche kann demnach zur Beurteilung der Einlassdrosselung dienen.

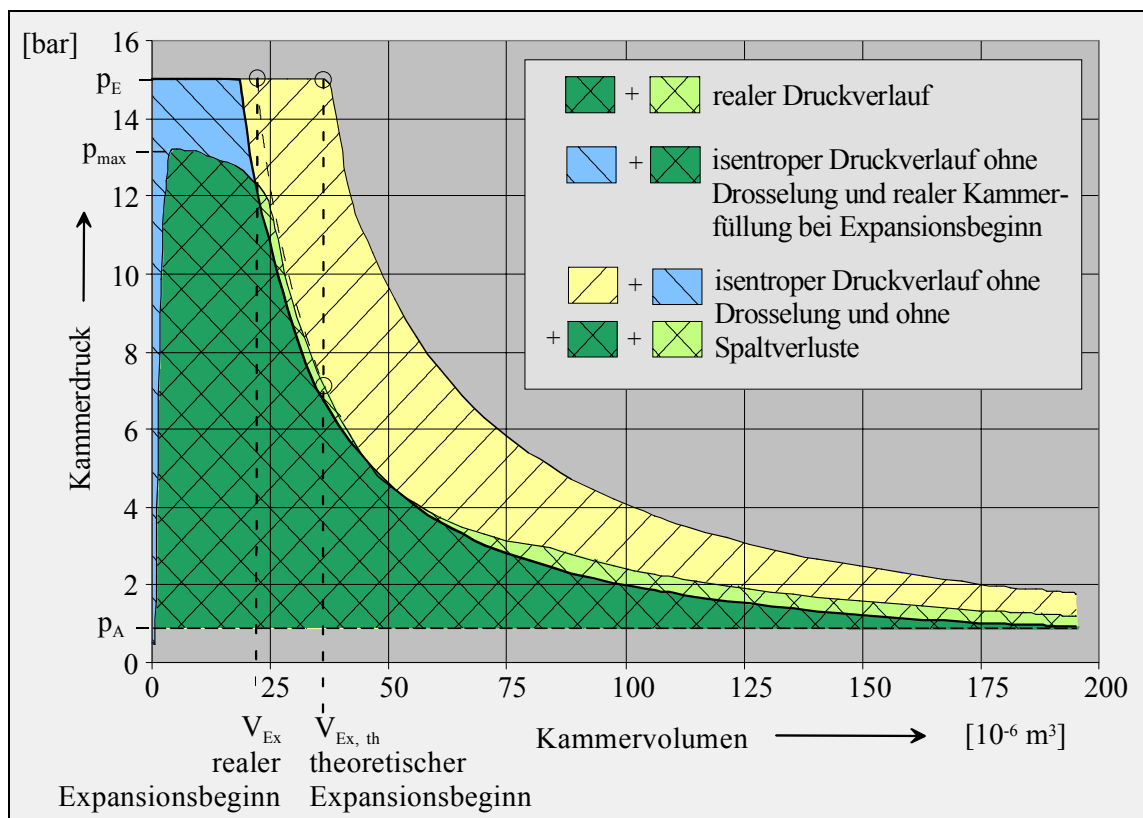


Bild 5.1: Darstellung der Verlustanteile aus Einlassdrosselung und Spaltverlusten anhand der Arbeitsflächen im p - V -Diagramm für einen beispielhaften Kammerdruckverlauf.

Der sich anschließende gelbe Flächenanteil kennzeichnet bis zum Erreichen des theoretischen Expansionsbeginns bei $V_{\text{Ex, th}}$ ebenfalls einen Bereich in dem Drosselung am Einlass auftritt. Ab dem realen Expansionsbeginn bei V_{Ex} ist aber der Einlassmassenstrom so gering, dass dieser lediglich zu einem Ausgleich der

abfließenden Spaltmassenströme führt. Durch diese Reduzierung des Eintrittsmassenstroms verliert die hier auftretende Drosselwirkung zunehmend an Einfluss auf die Gesamtenergieumwandlung. Da die einströmende Masse im Wesentlichen die Spaltmassenströme ausgleicht, ist diese Verlustarbeitsfläche eher den Spaltverlusten zuzurechnen. Die gelbe Fläche kennzeichnet demnach die Verlustarbeit aufgrund von Spaltverlusten, die sich aus der Differenz der Kammerfüllung einer realen Maschine gegenüber einer isentropen Expansion und ideal dichten Maschine bei gleichem Expansionsmassenstrom \dot{m}_{Ex} ergibt.

5.2 Kennzahlen zur Beurteilung der Drucksenkung am Eintritt

5.2.1 Größen zur Beschreibung der Drucksenkung

Als Beurteilungskriterium für die Drosselung soll hier der theoretische Liefergrad einer ideal dichten Maschine dienen

$$\lambda_{L,th} = \frac{\dot{m}_{Ex,th}}{\dot{m}_{th}} \quad (5.1).$$

Der theoretische Liefergrad stellt das Verhältnis des Expansionsmassenstroms einer ideal dichten Maschine $\dot{m}_{Ex,th}$ zum theoretischen Massenstrom bei vollständig gefüllter Arbeitskammer \dot{m}_{th} dar. Der Expansionsmassenstrom $\dot{m}_{Ex,th}$ setzt sich dabei aus dem Produkt der integralen Summe eines instationären Massenstroms in die Maschine während des Füllvorgangs einer Arbeitskammer $\dot{m}_{Ex,th}(t)$ sowie der Hauptrotordrehzahl und –zähnezahl zusammen

$$\dot{m}_{Ex,th} = n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} \dot{m}_{Ex,th}(t) dt \quad (5.2).$$

Zur Abschätzung des instationären Expansionsmassenstroms $\dot{m}_{Ex,th}(t)$ wird für ein Zeitintervall Δt , das klein gegenüber der Füllungsdauer

$$\Delta t_{\text{Füll}} = \frac{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}}{2 \cdot \pi} \frac{1}{n_{HR}} \quad (5.3)$$

sein soll, von einer quasistationären Strömung ausgegangen. Unter dieser Annahme wird zur Bestimmung des Expansionsmassenstroms das Modell einer isentropen Düsenströmung nach de Saint-Venant und Wantzel

$$\dot{m}_{Ex,th}(t) = A_{\min}(t) \cdot \left(\frac{p_K(t)}{p_E} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_E \left(1 - \left(\frac{p_K(t)}{p_E} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} \quad (5.4)$$

angewendet.

Die Annahme quasistationärer Strömungszustände für die Füllung der Arbeitskammer ist dann sinnvoll möglich, wenn innerhalb des Zeitintervalls Δt zwei Bedingungen erfüllt sind:

Örtliche Druckunterschiede in der Arbeitskammer, durch die Bewegungen der kammerbegrenzenden Rotoroberflächen müssen hinreichend schnell ausgeglichen werden können, so dass von einem quasistatischen Kammerzustand mit $p_K \sim p_K(t)$ auszugehen ist. Im Einströmbereich müssen zeitliche Geschwindigkeitsänderungen aufgrund von Beschleunigungsvorgängen ausreichend schnell folgen können.

Zur Beantwortung der Frage nach einem hinreichend schnellen Druckausgleich in der Arbeitskammer lässt sich der Vorgang in der Kammer auf ein vereinfachtes innerballistisches Problem zurückführen. Nach Oswatitsch [44] ist hierfür, nach der Theorie der instationären Fadenströmung, mit einem quasistatischen Kammerzustand zu

rechnen, wenn mit $\left(\frac{\bar{c}_K}{a_K} \right)^2 \ll 1$ die mittlere Geschwindigkeit \bar{c}_K , die für den

Druckausgleich benötigt wird, klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit in der Kammer a_K ist. Zur Beurteilung des Druckausgleichs in Schraubenmaschinen kann für

\bar{c}_K z. B. die halbe HR-Umfangsgeschwindigkeit mit $\bar{c}_K = \frac{u_{HR}}{2}$ oder die halbe

Geschwindigkeit, mit der sich der Profileingriff axial durch die Maschine bewegt,

$$\bar{c}_K = \frac{\pi}{\Phi_{HR}} \cdot n_{HR} \cdot L \quad (5.5)$$

verwendet werden. In beiden Fällen liegt die Geschwindigkeit für übliche trockenlaufende Schraubenmaschinen im Bereich von $\bar{c}_K \leq 60 \text{ ms}^{-1}$ und ist damit

hinreichend klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit $\left(\frac{\bar{c}_K}{a_K}\right)^2 \leq 1\%$ für den in Kap. 9.1 beispielhaft angenommenen Betriebsfall).

Der Einfluss der zeitlich instationären Beschleunigungsphase auf den Massendurchsatz ist von Dreißig [2] anhand der Strömung durch einen Rechteckspalt untersucht worden. Dabei vergleicht er den Massendurchsatz durch einen Kontrollquerschnitt, bei stationärer Strömung, innerhalb des Zeitraums Δt_{Ex} , für den Expansionsvorgang in einem Schraubenmotor, mit dem Durchsatz bei instationärer Strömung infolge eines Drucksprungs zum Zeitpunkt $t = 0$. Die Massendifferenz zwischen der stationären und der instationären Betrachtung beträgt für die untersuchten Fälle weniger als 2% (ca. 1% für Druckverhältnisse am Spalt von $\Pi_{Sp} \geq 1,2$) und kann durch eine Verringerung der Spaltlänge und Spalthöhe weiter reduziert werden. Dreißig kommt zu dem Schluss, dass für die im Realfall eher kontinuierlichen Druckänderungen eine weitere Verringerung der Unterschiede zwischen stationärer und instationärer Strömung zu erwarten ist.

Dieses Ergebnis für die Spaltmassenströme kann auch auf den Einlassvorgang übertragen werden, da hier gerade zu Beginn des Füllvorgangs in der Hauptbeschleunigungsphase Spaltbedingungen herrschen. Es ist jedoch zu beachten, dass sich die von Dreißig durchgeführte Abschätzung auf einen festen Zeitraum Δt_{Ex} bezieht, der sich für eine ausgewählte Maschinengeometrie ($D_{HR} = 0,1\text{ m}$) bei gegebener HR-Umfangsgeschwindigkeit ($u_{HR} = 70\text{ ms}^{-1}$) für den Expansionsvorgang ergibt. Betrachtet man nur den Füllvorgang, so ist gerade für größere innere Volumenverhältnisse ($v_i \geq 5$) mit einem kürzeren Zeitraum von $\Delta t_{Füll} \geq 0,4 \cdot \Delta t_{Ex}$ zu rechnen. Eine weitere Verkürzung ergibt sich aus der Berücksichtigung höherer HR-Umfangsgeschwindigkeiten von bis zu 100 ms^{-1} . Daher ist hier mit einer dem Zeitverhältnis $\frac{\Delta t_{Ex}}{\Delta t_{Füll}} \approx 3,5$ entsprechenden größeren Abweichung im Massendurchsatz

zwischen der stationären und instationären Betrachtung von weniger als 7% (ca. 3,5% für Druckverhältnisse am Spalt von $\Pi_{Sp} \geq 1,2$) zu rechnen.

Weiterhin ist anzumerken, dass die Füllungsdauer nach Gl. (5.3) neben den Geometrieparametern (inneres Volumenverhältnis, HR-Umschlingungswinkel, HR-Zähnezahl),

die Einfluss auf den Drehwinkelbereich $\alpha_{vi} - \alpha_{Füllbeginn}$ besitzen, im Wesentlichen von der HR-Drehzahl bestimmt wird. Unter der Annahme gleicher HR-Umfangsgeschwindigkeiten nehmen die Abweichungen demzufolge für kleinere Maschinen mit entsprechend zunehmender Drehzahl weiter zu.

In Gl. (5.4) wird der Massenstrom bei gegebenem Druckverhältnis am Einlass lediglich durch den engsten Einlassquerschnitt $A_{\min}(t)$ begrenzt. Weitere den Massenstrom begrenzende Einflussfaktoren, die sich aus der Einlassgeometrie und den Strömungsbedingungen (Strömungsrichtung, Machzahl, Reynoldszahl, Druckverhältnis) ergeben, werden üblicherweise in einem Durchflussbeiwert α zusammengefasst. Wie die Untersuchungen von Dreißig [2] und Peveling [25] gezeigt haben, besteht bei einer gegebenen Einlasskontur nur eine geringe Abhängigkeit des Durchflussbeiwertes α von den genannten Strömungsbedingungen, so dass der Durchflussbeiwert allein als Funktion der HR-Drehwinkelstellung α_{HR} angegeben werden kann. Unter der Annahme, dass sich bei den zu betrachtenden Geometrievariationen ähnliche Einlasskonturen und damit auch ähnliche Durchflussbeiwerte ergeben, wird deren Einfluss auf den Einlassmassenstrom in den nachfolgenden Betrachtungen nicht weiter berücksichtigt. Die Liefergradbetrachtung zur Beurteilung der Einlassdrosselung beinhaltet demnach neben der Druckdifferenz am Einlass lediglich die Entwicklung der Einlassflächen.

Allgemein sind bei der Düsenströmung zwei Fälle zu unterscheiden. Der unterkritische Zustand, der gekennzeichnet ist durch ein Druckverhältnis am Eintritt von

$$\frac{p_K(t)}{p_E} > \Pi_{krit.} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (5.6)$$

und ein überkritischer Zustand

$$\frac{p_K(t)}{p_E} \leq \Pi_{krit.} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (5.7),$$

bei dem eine Verblockung der Strömung auftritt. Der Massenstrom ist dabei unabhängig vom Zustand in der Arbeitskammer und damit auch vom Druck $p_K(t)$.

Der Einlassmassenstrom lässt sich somit beschreiben durch

$$\dot{m}_{Ex,th}(t) = \begin{cases} \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} A_{\min}(t) \cdot \left(\frac{p_K(t)}{p_E}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_E \cdot \left[1 - \left(\frac{p_K(t)}{p_E}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} dt \\ \text{für } \frac{p_K(t)}{p_E} > \Pi_{krit.} \\ \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} A_{\min}(t) \cdot (\Pi_{krit.})^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_E \cdot \left[1 - (\Pi_{krit.})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} dt \\ \text{für } \frac{p_K(t)}{p_E} \leq \Pi_{krit.} \end{cases} \quad (5.8).$$

Durch Zusammenfassen der vom Druckverhältnis abhängigen Terme in einer Funktion $f_p(t)$ ergibt sich für den expandierenden Massenstrom

$$\dot{m}_{Ex,th}(t) = \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_E} \cdot \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} A_{\min}(t) \cdot \sqrt{f_p(t)} dt \quad \text{mit}$$

$$f_p(t) = \begin{cases} \left(\frac{p_K(t)}{p_E}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_K(t)}{p_E}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} & \text{für } \frac{p_K(t)}{p_E} > \Pi_{krit.} \\ \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}} \cdot \frac{\kappa-1}{\kappa+1} & \text{für } \frac{p_K(t)}{p_E} \leq \Pi_{krit.} \end{cases} \quad (5.9).$$

Der theoretische Massenstrom \dot{m}_{th} , bei dem von einer idealen, vollständigen Kammerfüllung ausgegangen wird, kann in Analogie zum tatsächlichen Massenstrom aus der integralen Summe des Kammervolumenstroms über den Zeitraum des Füllvorgangs sowie der Dichte des einströmenden Gases am Eintritt bestimmt werden. Dabei ist die Dichte nach dem idealen Gasgesetz als Funktion der Zustandsgrößen am Eintritt für die ideale Füllung konstant

$$\dot{m}_{th} = n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} \dot{V}_K(t) dt \quad (5.10).$$

Mit $A_{\min}(t)$ als zeitabhängige Eintrittsfläche ergibt sich somit für den Liefergrad

$$\lambda_L = \frac{n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} \dot{m}_{Ex,th}(t) dt}{n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot \frac{P_E}{R \cdot T_E} \cdot \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} \dot{V}_K(t) dt} \quad (5.11).$$

$$\Leftrightarrow \lambda_L = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1}} \cdot R \cdot T_E \cdot \frac{\int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} A_{\min}(t) \cdot \sqrt{f_p(t)} dt}{\int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} A_{\min}(t) \cdot \frac{\dot{V}_K(t)}{A_{\min}(t)} dt}$$

Weiterhin soll für das Verhältnis von Kammervolumenstrom zu Einlassfläche die bereits von Huster [32] und Kauder [43] verwendete fiktive Einströmgeschwindigkeit

$c_{E,f}(t) = \frac{\dot{V}_K(t)}{A_{\min}(t)}$ eingeführt werden. Unter Anwendung des verallgemeinerten ersten

Mittelwertsatzes der Integralrechnung können für die Flächenanteile in den Integraltermen die Koeffizienten A_1 und A_2 geschrieben werden. Damit besitzt der Liefergrad nun die Form

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1}} \cdot R \cdot T_E \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{\int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} \sqrt{f_p(t)} dt}{\int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} c_{E,f}(t) \cdot dt} \quad (5.12).$$

Um das Liefergradverhalten leichter beurteilen zu können, ist es sinnvoll, diesen Ausdruck weiter zu vereinfachen. Zu diesem Zweck werden die Annahmen

$\sqrt{f_p(t)} = const.$ und $\frac{A_1}{A_2} = const.$ getroffen, die zu Abweichungen im Endwert führen

können (insbesondere für Füllvorgänge mit einem geringen zeitlichen Anteil, < 25% an verblockten Strömungszuständen) [45], aber den prinzipiellen Verlauf des Liefergrades liefern, Bild 5.2.

Besonders in Fällen kleinerer Druckdifferenzen zwischen Eintritt und Kammer (große HR-Umschlingungswinkel) ergeben sich deutliche Abweichungen vom Liefergradverlauf, die Tendenz in der Steigung bleibt jedoch erhalten, da immer ein Restanteil Verblockung beim Öffnen und Schließen der Kammer verbleibt. Ein

Vergleich des Liefergradverlaufs mit dem Kurvenverlauf unter Anwendung der beschriebenen Vereinfachungen in Bild 5.2 liefert für den betrachteten Fall eine Abweichung von maximal 15%, die jedoch mit abnehmender Drosselwirkung weiter zunimmt. Im Bereich stärkerer Drosselung ist eine deutlich bessere Übereinstimmung zu erkennen. Allgemein liefert diese Vereinfachung gegenüber dem realen Liefergrad jedoch höhere Werte, was darauf zurückzuführen ist, dass die üblicherweise in einem Durchflussbeiwert α zusammengefassten Einflüsse auf den Massenstrom hier nicht berücksichtigt sind.

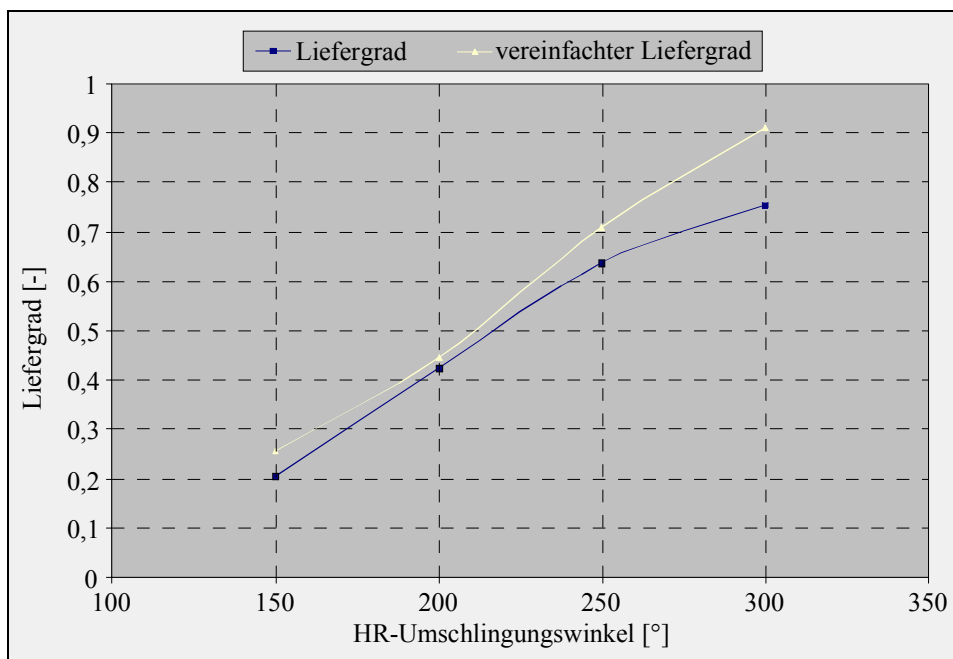


Bild 5.2: Vergleichende Darstellung der Liefergradverläufe zur Beurteilung der vereinfachten Berechnung

Unter der Annahme $\sqrt{f_p(t)} = \text{const.}$ ergibt sich eine Proportionalität des Integrals

$$\int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} \sqrt{f_p(t)} dt \sim t_{vi} - t_{\text{Füllbeginn}} \quad (5.13)$$

zum Zeitintervall des Füllvorgangs.

Damit erhält man für den Liefergrad die Beziehung

$$\lambda_L \sim \frac{1}{\frac{1}{t_{vi} - t_{\text{Füllbeginn}}} \cdot \int_{t_{\text{Füllbeginn}}}^{t_{vi}} c_{E,f}(t) dt} = \frac{1}{\bar{c}_{E,f}} \quad (5.14)$$

einer umgekehrten Proportionalität zum zeitlichen Mittelwert der fiktiven Einströmgeschwindigkeit $\bar{c}_{E,f}$.

Mit Hilfe der Schallgeschwindigkeit a als Bezugsgröße, lässt sich eine dimensionslose Kennzahl zur Beurteilung der Drosselung am Eintritt in den Motor in der Form

$$\Pi_{E,\lambda_L} = \frac{a}{\bar{c}_{E,f}} = \frac{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_E}}{\frac{1}{t_{vi} - t_{Füllbeginn}} \cdot \int_{t_{Füllbeginn}}^{t_{vi}} \frac{\dot{V}_K(t)}{A_{\min}(t)} dt} \quad (5.15)$$

bilden, mit der umgekehrt proportionalen Aussage, je größer die Kennzahl ist, desto geringer wird die auftretende Drosselung.

5.2.2 Kennzahlen in Abhängigkeit vom Drehwinkel

In Analogie zu den Kennzahlen zur Spaltbeurteilung erscheint es zweckmäßig, auch die Eintrittsbedingungen rein geometrisch, unabhängig vom Betriebszustand und in Abhängigkeit vom Hauptrotordrehwinkel beurteilen zu können. Unter Berücksichtigung der Beziehung zwischen der Dauer t und dem Hauptrotordrehwinkel α_{HR}

$$t = \frac{\alpha_{HR}}{\omega} = \frac{\alpha_{HR}}{2 \cdot \pi \cdot n_{HR}} \quad (5.16)$$

kann die mittlere fiktive Einströmgeschwindigkeit auch als Funktion des Hauptrotordrehwinkels α_{HR} geschrieben werden

$$\begin{aligned} \bar{c}_{E,f}(t) &= \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{t_{Füllbeginn}}^{t_{vi}} \frac{\dot{V}_K(t)}{A_{\min}(t)} dt \\ \text{mit } \omega &= \frac{\Delta \alpha_{HR}}{\Delta t} = \frac{d\alpha_{HR}}{dt} \\ \text{und } \dot{V}_K(t) &= \frac{dV_K(t)}{dt} = \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{d\alpha_{HR}}{dt} = \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \omega \\ \Rightarrow \bar{c}_{E,f}(\alpha_{HR}) &= \frac{\omega}{\Delta \alpha_{HR}} \cdot \int_{\alpha_{Füllbeginn}}^{\alpha_{vi}} \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{1}{A_{\min}(\alpha_{HR})} d\alpha_{HR} \quad (5.17). \end{aligned}$$

Bei Annahme einer konstanten Drehzahl n_{HR} ergibt sich daraus die Beziehung

$$\bar{c}_{E,f} \sim \frac{1}{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}} \cdot \int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{1}{A_{\min}(\alpha_{HR})} d\alpha_{HR} \quad (5.18).$$

Für eine baugrößenunabhängige Betrachtung muss das jeweilige Arbeitsvolumen der Maschine in die Gesamtbeurteilung des Füllungsprozesses mit aufgenommen werden. So ergibt sich die dimensionslose Kennzahl

$$\Pi_{E,\lambda_L,n_{HR}} = \frac{V_{\text{Motor}}^{1/3}}{\frac{1}{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}} \cdot \int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{1}{A(\alpha_{HR})} d\alpha_{HR}} \quad (5.19)$$

für einen Vergleich der Liefergrade ideal dichter Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} bei gleicher Drehzahl am Hauptrotor.

Die mittlere fiktive Einströmgeschwindigkeit $\bar{c}_{E,f}(\alpha_{HR})$ zeigt nach Gl. (5.17) eine direkte Drehzahlabhängigkeit, so dass für eine Kennzahl unter Berücksichtigung des drehzahlabhängigen Zeitfaktors nach Gl. (4.19) $f_{t,\dot{V}} = \frac{n_{HR,11}}{n_{HR}} = \frac{V_{\text{Motor}}}{V_{\text{Motor},11}}$ auch

geschrieben werden kann

$$\Pi_{E,\lambda_L,n_{HR11}} = \frac{V_{\text{Motor}}^{1/3}}{\frac{n_{HR}}{n_{HR,11}} \cdot \frac{1}{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}} \cdot \int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{1}{A(\alpha_{HR})} d\alpha_{HR}}$$

also

$$\Pi_{E,\lambda_L,n_{HR11}} = \frac{V_{\text{Motor}}^{4/3}}{V_{\text{Motor},11}} \cdot \frac{1}{\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}} \cdot \int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{1}{A(\alpha_{HR})} d\alpha_{HR} \quad (5.20).$$

Dabei wird als Bezugsgröße wiederum die Hauptrotordrehzahl der Vergleichsmaschine $n_{HR,11}$ verwendet.

Für einen Vergleich bei konstanter HR-Umfangsgeschwindigkeit und konstantem Expansionsvolumenstrom kann der Zeitfaktor $f_{t,u_{HR}}$ in der bereits bei den

Spaltkennzahlen in Gl. (4.29) verwendeten Form $f_{t,u_{HR}} = \frac{n_{HR,11}}{n_{HR,1}} = \sqrt{\left(\frac{D_{HR}}{D_{HR11}}\right)^3 \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}}$

angewandt werden. Die Kennzahl besitzt dann die Form

$$\Pi_{E,\lambda_L,u_{HR}} = \frac{V_{Motor}^{1/3} \cdot \sqrt{\left(\frac{D_{HR}}{D_{HR11}}\right)^3 \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}}}{\frac{1}{\alpha_{vi} - \alpha_{Füllbeginn}} \cdot \int_{\alpha_{Füllbeginn}}^{\alpha_{vi}} \frac{dV_K(\alpha_{HR})}{d\alpha_{HR}} \cdot \frac{1}{A(\alpha_{HR})} d\alpha_{HR}} \quad (5.21).$$

5.3 Beurteilung der Geometrievariationen

Aufbauend auf den Ergebnissen aus der Spaltbreitenbetrachtung in Kap. 4.2 werden nachfolgend die Verläufe der Kennzahlen zur Beurteilung der Spaltbreite und der Einlassfläche jeweils für konstante Drehzahlen und Umfangsgeschwindigkeiten vergleichend gegenübergestellt, um mögliche Tendenzen für günstige Geometrieparameter ablesen zu können. Die Zahlenangaben zu den einzelnen Parametern sind immer nur für das zuvor festgelegte innere Volumenverhältnis von $v_i = 5$ gültig. In Abhängigkeit vom inneren Volumenverhältnis verändert sich auch das Gewicht der einzelnen untersuchten Einflussgrößen auf die Energiewandlung. So nimmt für kleine v_i -Werte der Einfluss der Drosselung am Eintritt auf die Energiewandlung deutlich ab Bild 5.3. Hierbei ist gut zu erkennen, dass die mit zunehmendem inneren Volumenverhältnis ebenfalls zunehmende Drosselung durch eine Erhöhung der HR-Zähnezahl kompensiert werden kann. Dies führt jedoch zu einer Zunahme der wirksamen Spaltbreiten. Für die Bewertung ist zu berücksichtigen, dass die Vergleichsmaschine zgl. der Einflussgrößen eine eher mittelmäßige Maschine kennzeichnet, die sowohl im Bereich der Spaltbreiten als auch der Einlassfläche noch ein deutliches Optimierungspotenzial aufweist.

Für das Längen/Durchmesser-Verhältnis und den HR-Umschlingungswinkel, die in Bild 5.4 und Bild 5.5 für die Zähnezahl (4 + 6) und ein inneres Volumenverhältnis von $v_i = 5$ dargestellt sind, ist keine gemeinsame Tendenz zu erkennen.

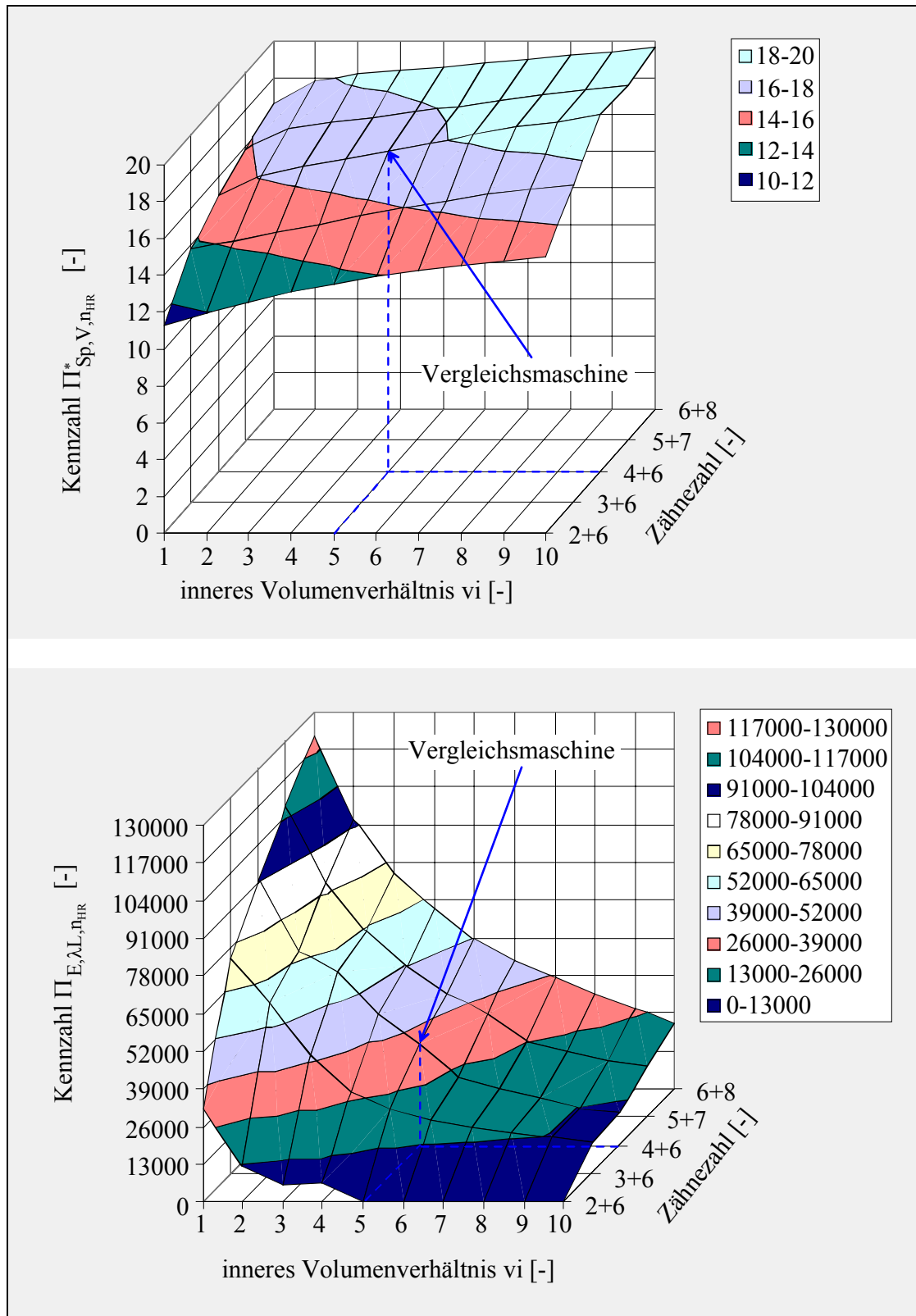


Bild 5.3: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl. Variation: Inneres Volumenverhältnis und Zähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $\Phi_{HR} = 300^\circ$)

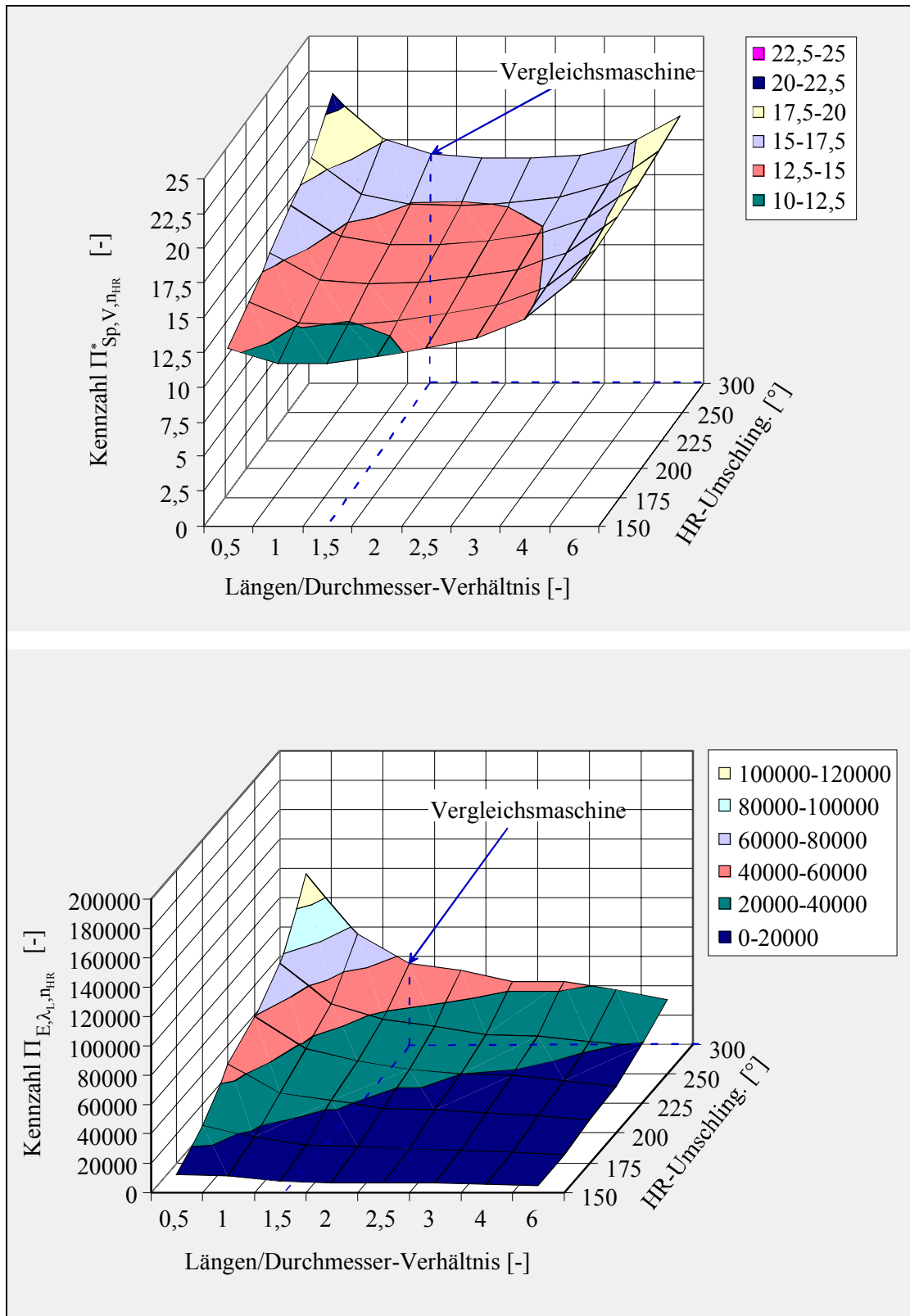


Bild 5.4: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl. Variation: Längen/Durchmesser-Verhältnis und HR-Umschlingungswinkel (berechnet für das Profil: asym. SRM 4 + 6; $v_i = 5$)

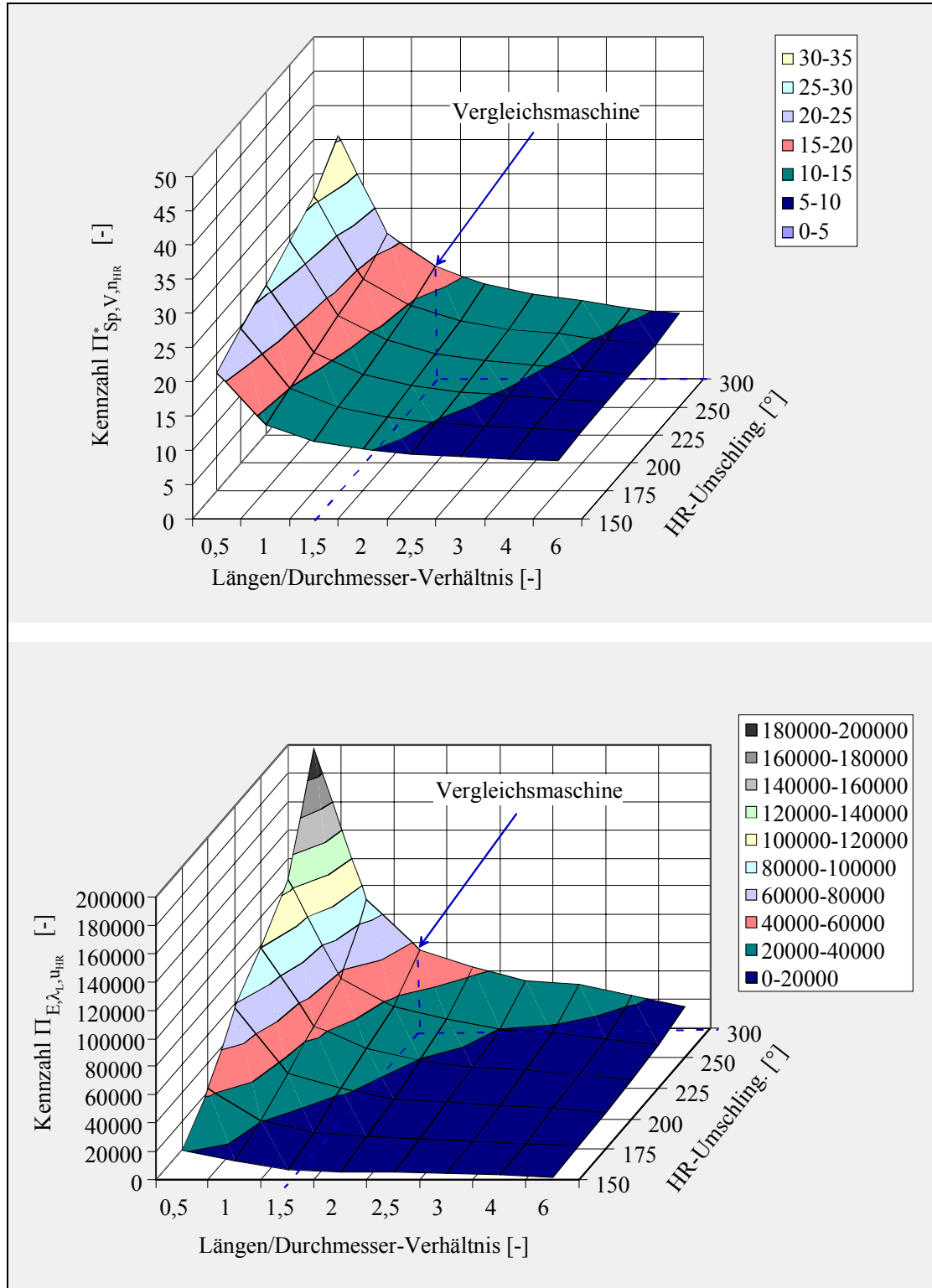


Bild 5.5: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschwindigkeit. Variation: Zähnezahl und HR-Umschlingungswinkel (berechnet für das Profil: asym. SRM (4 + 6); $v_i = 5$)

Eine Verringerung des HR-Umschlingungswinkels, die einerseits zu einer Verkleinerung der wirksamen Spaltbreiten führt, wirkt sich andererseits ungünstig auf die Einströmbedingungen aus. Die Gradienten der Einlasskennzahlen $\Pi_{E,\lambda_L,n_{HR}}$ und $\Pi_{E,\lambda_L,m_{HR}}$ dominiert jedoch den Einlassvorgang, so dass die Entwicklung der Einlassdrosselung vorrangig zu betrachten ist. Dies lässt eher große Umschlingungswinkel zwischen 225° und 300° vorteilhaft erscheinen. Ähnliche Tendenzen weist auch das Längen/Durchmesser-Verhältnis auf, weshalb optimale Bedingungen im Bereich zwischen 1 und 2 zu erwarten sind.

Die Variation der Zähnezahlen in Bild 5.6 und Bild 5.7 zeigt einen eher geringen Einfluss der NR-Zähnezahl auf die Einlassdrosselung solange diese größer ist als die Zähnezahl des Hauptrotors. Bei NR-Zähnezahlen, die kleiner oder gleich der HR-Zähnezahl sind, ist ein deutliches Abfallen der Kennzahlen $\Pi_{E,\lambda_L,n_{HR}}^*$ und $\Pi_{E,\lambda_L,m_{HR}}$ zu erkennen. Hierbei verringert sich der Einlassflächenanteil am Nebenrotor aufgrund der Verringerung des Rotordurchmessers deutlich. Eine Differenz in der Zähnezahl von 2 Zähnen zwischen Haupt- und Nebenrotor erscheint sinnvoll, wobei für kleine HR-Zähnezahlen bis $z_{HR} = 4$ die NR-Zähnezahl nicht weniger als 6 betragen sollte, um günstige Spaltkennzahlen zu erreichen.

Die Spalt- und Einlasskennzahlen verhalten sich für eine Variation der HR-Zähnezahl gegensätzlich. Einer Verbesserung der Spaltbreiten bei kleinen Hauptrotorzähnezahlen steht eine deutliche Verringerung der Einlassfläche gegenüber. Die Zähnezahl am Hauptrotor sollte demnach für das betrachtete innere Volumenverhältnis von $v_i = 5$ zumindest $z_{HR} = 4$ betragen. Für größere innere Volumenverhältnisse verstärkt sich die Tendenz hin zu größeren HR-Zähnezahlen wobei sich die Spaltkennzahl verschlechtert.

Für den Kennzahlvergleich bei Variation des HR-Umschlingungswinkels und der Zähnezahl, Bild 5.8 und Bild 5.9, sind die Ergebnisse aus der vorherigen Zähnezahlbetrachtung bereits berücksichtigt. Daher werden bis zu einer HR-Zähnezahl von $z_{HR} = 4$ für den Nebenrotor $z_{NR} = 6$ Zähne angenommen. Die Kennzahlen für die Spaltbreite und Drosselung zeigen auch hier bei Variation der Einflussgrößen entgegengesetzte Auswirkungen. Dabei weisen die Kennzahlen zur Beurteilung der Einlassbedingungen deutlich höhere Gradienten auf, so dass zunächst eine Optimierung hinsichtlich der Einlassdrosselung sinnvoll erscheint.

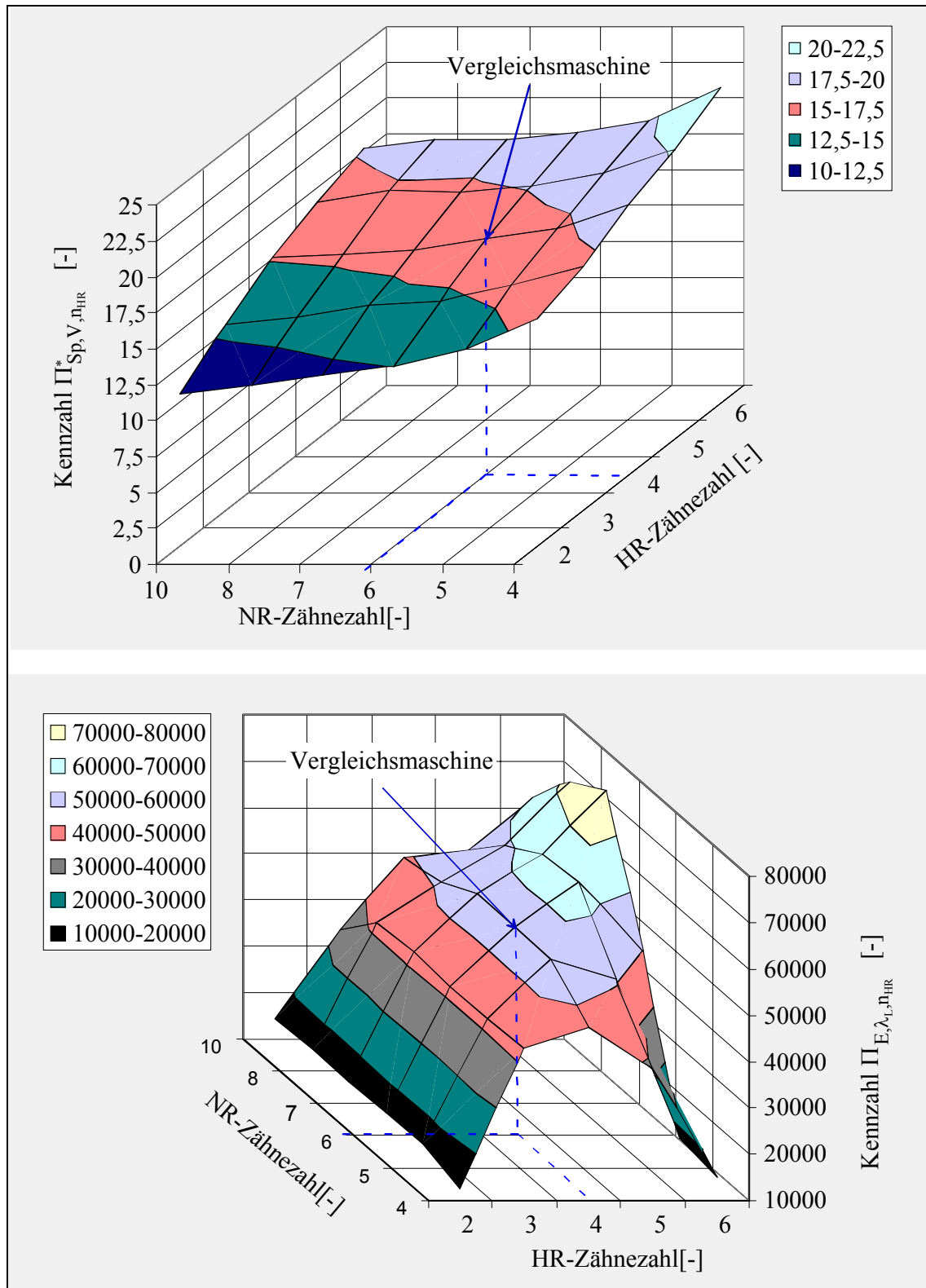


Bild 5.6: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl. Variation: HR-Zähnezahl und NR-Zähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

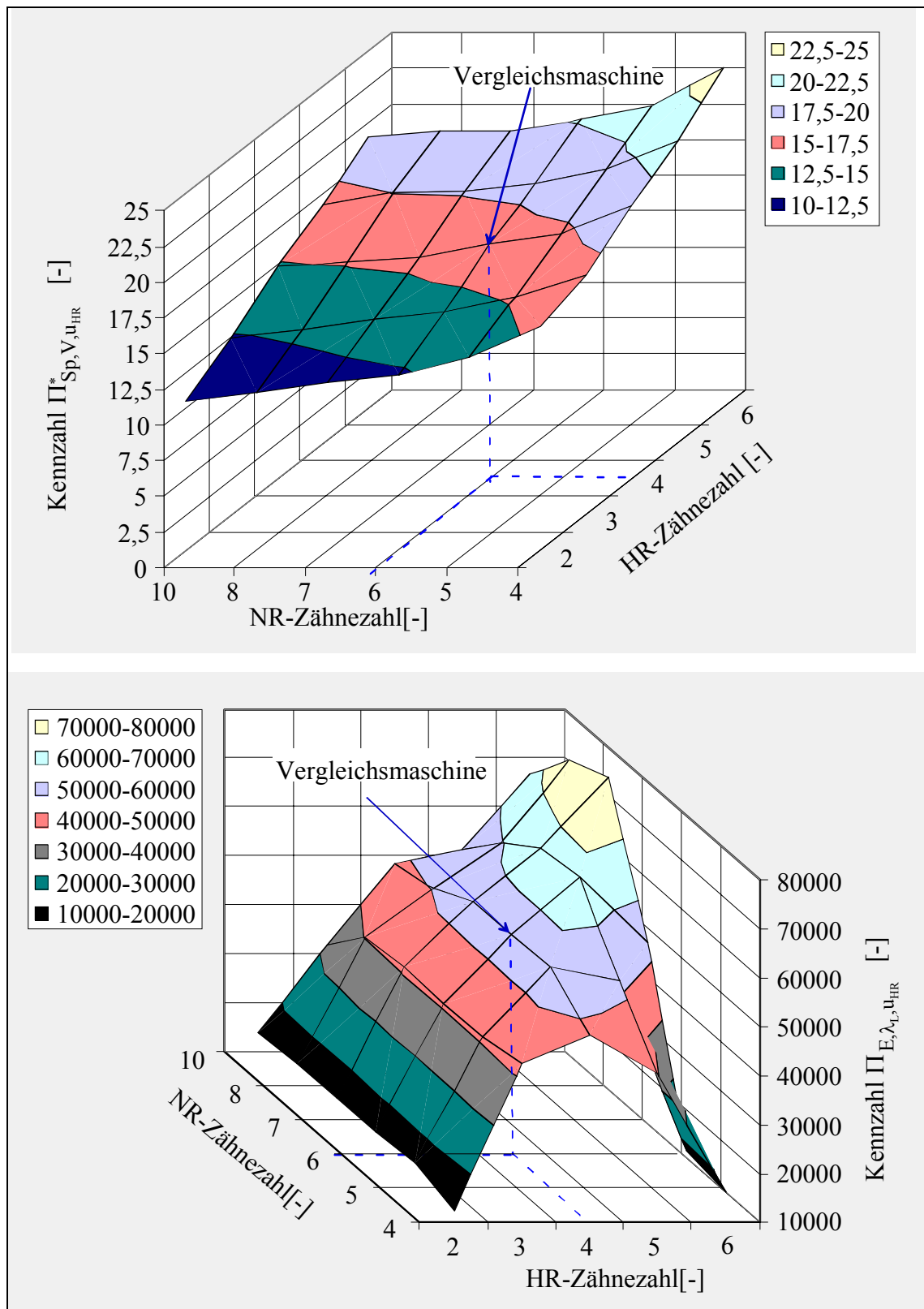


Bild 5.7: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschwindigkeit. Variation: HR-Zähnezahl und NR-Zähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

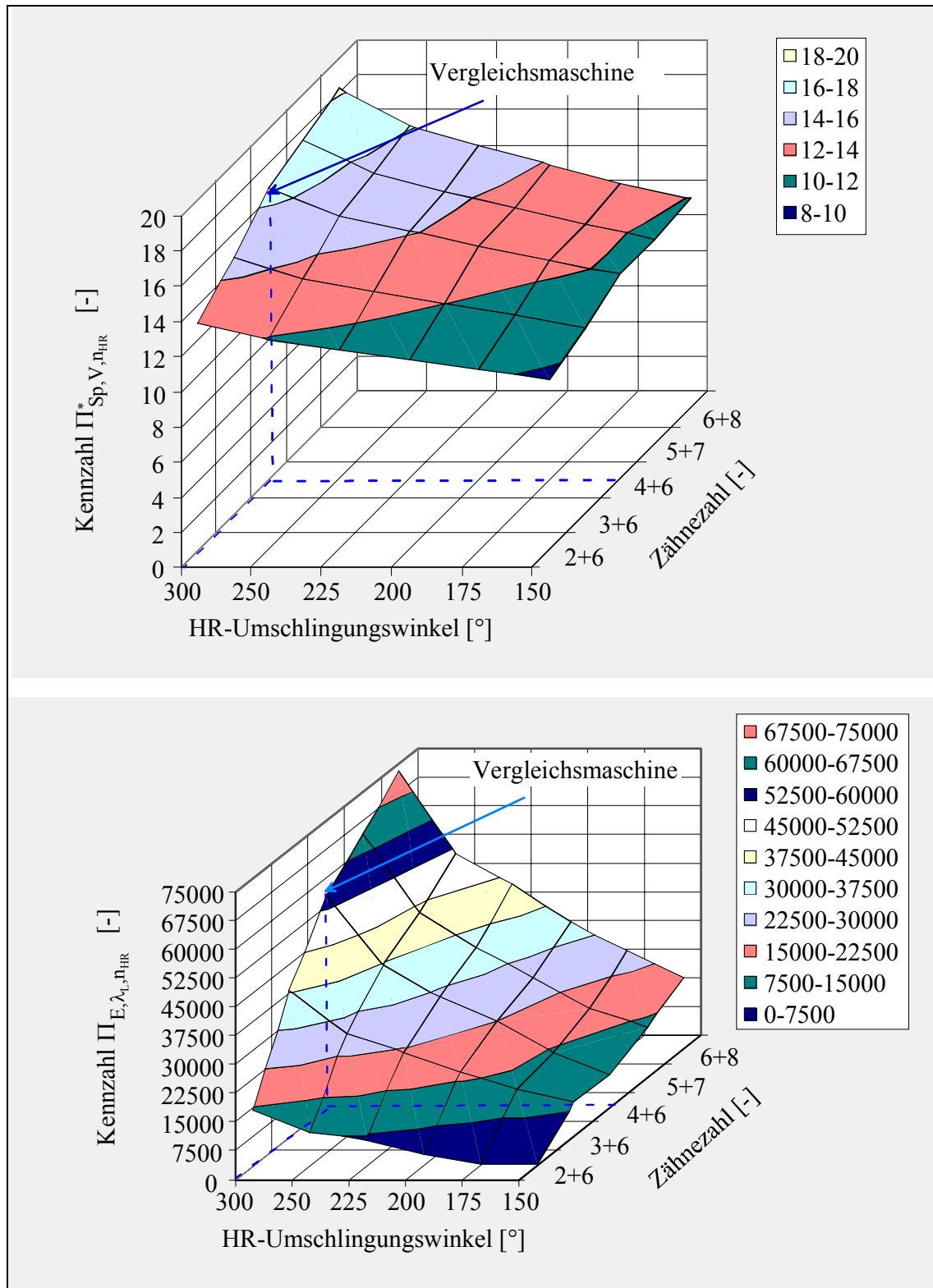


Bild 5.8: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher Drehzahl. Variation: HR-Umschlingungswinkel und Zähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

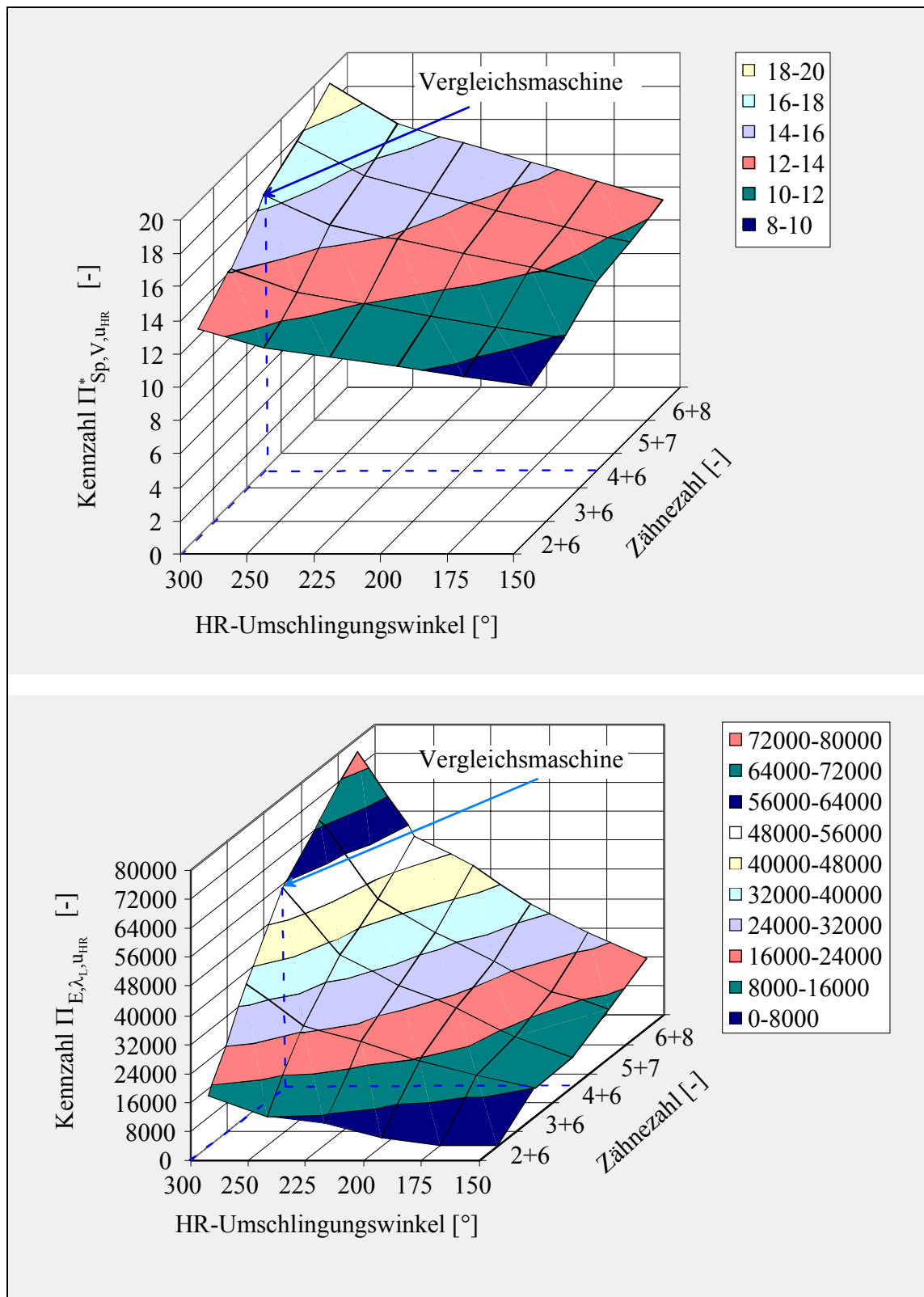


Bild 5.9: Vergleich der Kennzahlverläufe für Spaltbreiten und Einlassdrosselung von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom und gleicher HR-Umfangsgeschwindigkeit. Variation: HR-Umschlingungswinkel und Zähnezahl (berechnet für das Profil: asym. SRM; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

Die Möglichkeiten, die sich hieraus für eine anschließende Spaltbreitenoptimierung ergeben, sind jedoch sehr begrenzt. In Bereichen, in denen eine vergleichbare Einlassdrosselung vorliegt (z. B. $(4 + 6)$ und $\Phi_{HR} = 300^\circ$ bis $6 + 8$ und $\Phi_{HR} = 250^\circ$), ist auch ein ähnlicher Einfluss der Spaltbreiten auf die Energiewandlung zu erwarten.

5.4 Ergebnisse aus der Kennzahlbetrachtung

Anhand der zuvor beschriebenen Zusammenhänge kann zusammenfassend festgestellt werden, dass für große innere Volumenverhältnisse das eigentliche geometrische Optimierungspotenzial zur Spaltmassenstromverringern, wie es sich für kleine HR-Umschlingungswinkel und kleine HR-Zähnezahlen ergibt, aufgrund der zunehmend ungünstigeren Einströmbedingungen nicht genutzt werden kann. Da die Einlasskennzahlen für die betrachteten Geometrievariationen gegenüber den Spaltkennzahlen deutlich größere Gradienten aufweisen, sind diese bei einer geometrischen Optimierung voranzugang zu beachten.

Mit zunehmendem inneren Volumenverhältnis in einem für den Motorbetrieb sinnvollen Bereich von $vi = 4 - 10$ müssen auch der HR-Umschlingungswinkel und die HR-Zähnezahl ansteigen und das Längen/Durchmesser-Verhältnis der Rotoren abnehmen, um eine ausreichende Größe der Einlassfläche zu erreichen. Diese Maßnahmen führen alle zu einer negativen Wirkung des Spaltbreiteneinflusses auf die Energiewandlung.

Für eine Optimierung der Schraubenmaschine in der motorischen Anwendung ist es daher notwendig, sich von der klassischen Gestaltung des Einlassbereiches aus dem Kompressorenbau zu lösen, um das Potenzial der Spaltbreitenoptimierung nutzen zu können.

6 Möglichkeiten zur Verbesserung der Kammerfüllung

Für eine Verbesserung der Kammerfüllung von Schraubenmotoren ist es notwendig, die Spaltmassenströme zu reduzieren und gleichzeitig eine möglichst große Einlassfläche zu realisieren. Eine Möglichkeit den Einfluss beider Verlustmechanismen zu verringern bietet der Einsatz kleiner innerer Volumenverhältnisse im Bereich von $2 \div 2,5$, siehe Kap. 5.3, wie auch die Untersuchungen von Huster [32], Dreißig [2] und Hinsenkamp [3] zeigen. Aufgrund der in Dampfkreisläufen häufig geforderten Druckverhältnisse von $\Pi > 20$ ergibt sich für einen angepassten Motorbetrieb zwangsläufig die Forderung nach einer mehrstufigen Expansion. Diese ist jedoch beim Schraubenmotor im Vergleich zur Turbine mit deutlich höherem Bauaufwand und höheren Kosten verbunden. Aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten ist daher eine möglichst geringe Stufenzahl anzustreben, was wiederum insbesondere an der ND-Stufe zur Forderung nach einem großen inneren Volumenverhältnis führt.

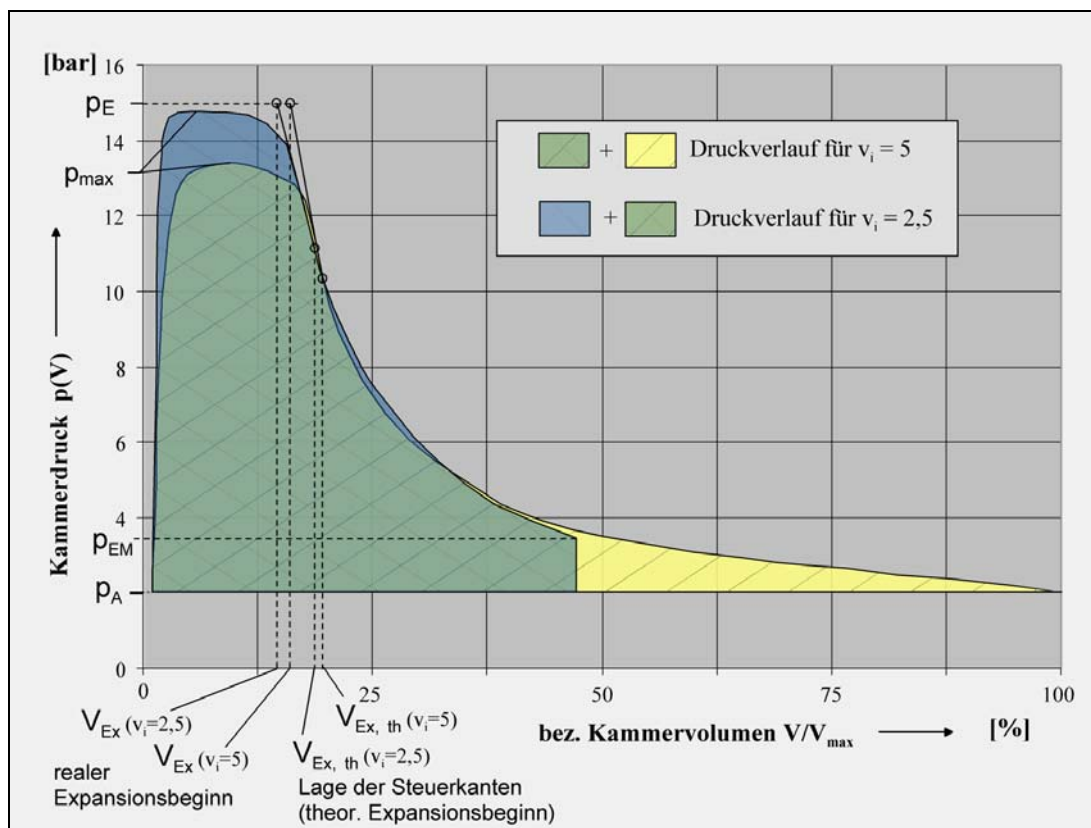


Bild 6.1: Vergleichende qualitative Darstellung der Kammerdruckverläufe für $v_i = 5$ und $v_i = 2,5$ bei gleichem Massenstrom und unter Berücksichtigung von Spaltmassenströmen und Einlassdrosselung.

Einen Kompromiss stellt dabei die Energiewandlung mit Nachexpansion dar. Wählt man das innere Volumenverhältnis kleiner als es dem angepassten Motorbetrieb ($p_{EM} = p_A$) entsprechen würde, so liegt der Kammerenddruck p_{EM} über dem Austrittsdruck p_A und es kommt beim Öffnen der Kammer zu einer theoretisch isochoren Nachexpansion mit einem entsprechendem Verlust an Arbeitsfläche (Bild 6.1). Gleichzeitig verringern sich mit abnehmendem inneren Volumenverhältnis sowohl die Drosselung am Eintritt als auch die Spaltverluste. Untersuchungen des nicht angepassten Schraubenmotorbetriebs haben gezeigt, dass aufgrund dieses Zusammenhangs die Wahl einer Maschine mit Nachexpansion bezüglich der Energiewandlungsgüte durchaus vorteilhaft gegenüber einer Maschine mit einem angepassten inneren Volumenverhältnis sein kann [32], [2]. Dies ist dann der Fall, wenn die erzielten Verbesserungen der nicht angepassten Maschine im Bereich der Spaltmassenströme und insbesondere im Bereich der Einlassdrosselung (blaue Fläche) größeren Einfluss auf die Energiewandlung haben, als der Verlust an Arbeitsfläche aufgrund der Nachexpansion (gelbe Fläche).

Inwieweit das innere Volumenverhältnis von dem angepassten Volumenverhältnis abweichen darf, hängt dabei von dem Potenzial der erreichbaren Verbesserung ab. Je größer die Spalt- und Drosselverluste im angepassten Betrieb sind, desto größer ist die Verbesserung, die durch eine v_i -Verkleinerung erreicht werden kann, und dementsprechend größer darf auch die Verlustfläche durch den nicht angepassten Motorbetrieb ausfallen. Um eine möglichst hohe Energiewandlungsgüte zu erreichen, müssen die Verluste jedoch bereits im angepassten Motorbetrieb möglichst gering sein. Die v_i -Anpassung stellt daher lediglich eine Optimierung unter Einbeziehung einer weiteren Verlustquelle dar.

Anhand der in Kap. 5.3 dargestellten Kennzahlbetrachtungen ist eine effektive Verringerung der wirksamen Spaltbreiten durch eine Änderung der Geometrieparameter im Wesentlichen durch eine Reduzierung des Hauptrotor-Umschlingungswinkels sowie der Hauptrotorzähnezahl möglich. Um bei diesen Maßnahmen noch eine ausreichend große Einlassfläche realisieren zu können, sind konstruktive Veränderungen des Motor-Einlassbereiches notwendig. Drei Möglichkeiten für derartige Änderungen werden nachfolgend näher beschrieben und anhand der vorgestellten Kennzahlen beurteilt.

Diese sind im einzelnen:

- Eine Einlasssteuerscheibe auf dem Hauptrotor;
- Konische Rotoren;
- Zwei profilierte Steuerscheiben, je eine auf Haupt- und Nebenrotor.

6.1 Einlassscheibe auf dem Hauptrotor

Die durchströmte Einlassfläche eines Schraubenmotors ohne v_i -Anpassung wird von festen Öffnungen im Gehäuse und den Zahnlückenflächen der Rotoren gebildet Bild 6.2.

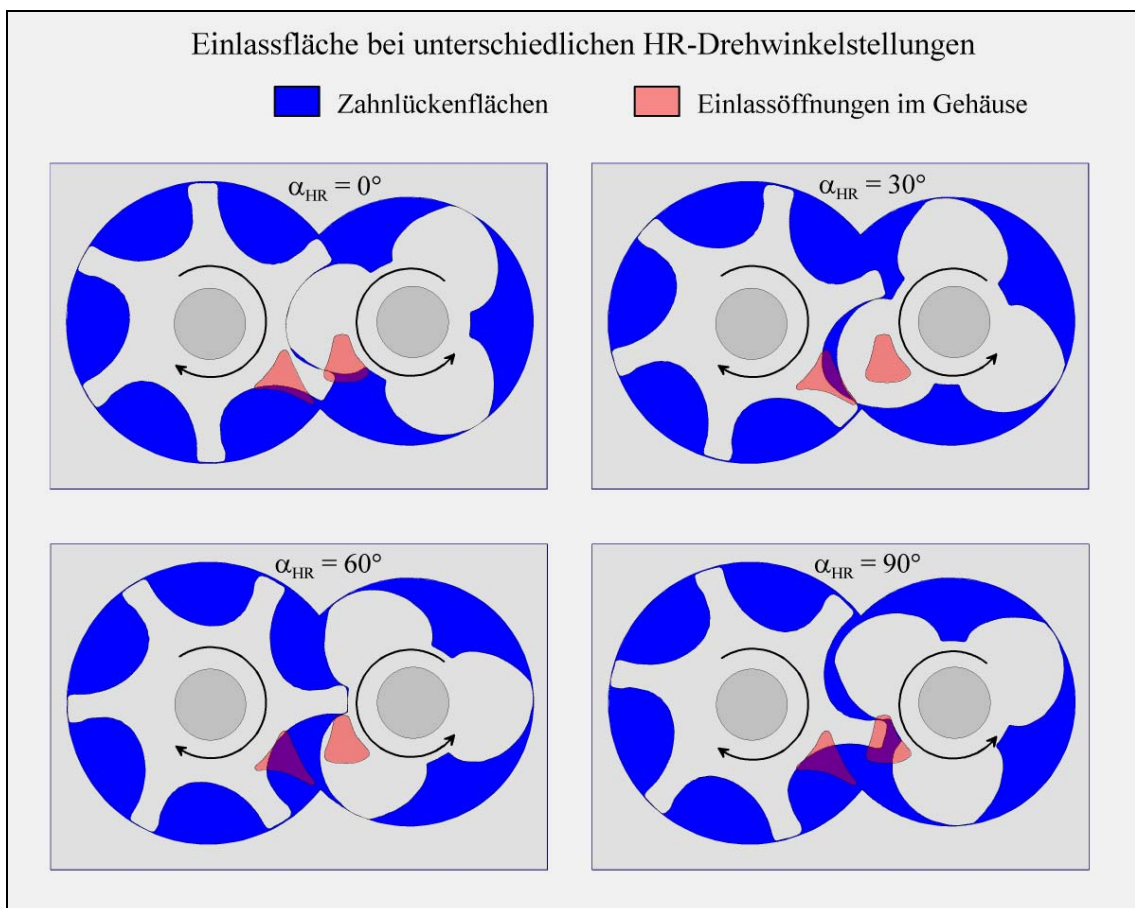


Bild 6.2: Darstellung der Einlassflächen für ein asymmetrisches SRM-Profil 3+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$

Die Rotorzahnflächen bewegen sich dabei zyklisch an den Gehäuseöffnungen vorbei und geben in Abhängigkeit von der Drehwinkelstellung unterschiedlich große Einlassöffnungen frei. Abhängig von den Rotorgeometrieparametern können sich die

Gehäuseöffnungen und die Zahnlückenflächen in ihren Größen deutlich unterscheiden. Besonders ungünstige Flächenverhältnisse ergeben sich für kleine HR-Zähnezahlen, kleine HR-Umschlingungswinkel sowie große innere Volumenverhältnisse. In diesen Fällen werden die Einlassöffnungen im Gehäuse gegenüber den Zahnlückenflächen sehr klein, siehe Bild 6.2. Die maximal mögliche Einlassöffnung wird durch die kleinste Öffnungsfläche (Gehäuseöffnung oder Zahnlückenfläche) begrenzt. Aufgrund einer unvollständigen Überdeckung der Flächen kann diese jedoch nicht vollständig genutzt werden. Diese Bedingungen führen zu einer Verkleinerung der Einlassöffnung und damit zu einer verstärkten Drosselung am Eintritt in den Arbeitsraum, also einer erhöhten Entropieerzeugung (Kap. 5.1).

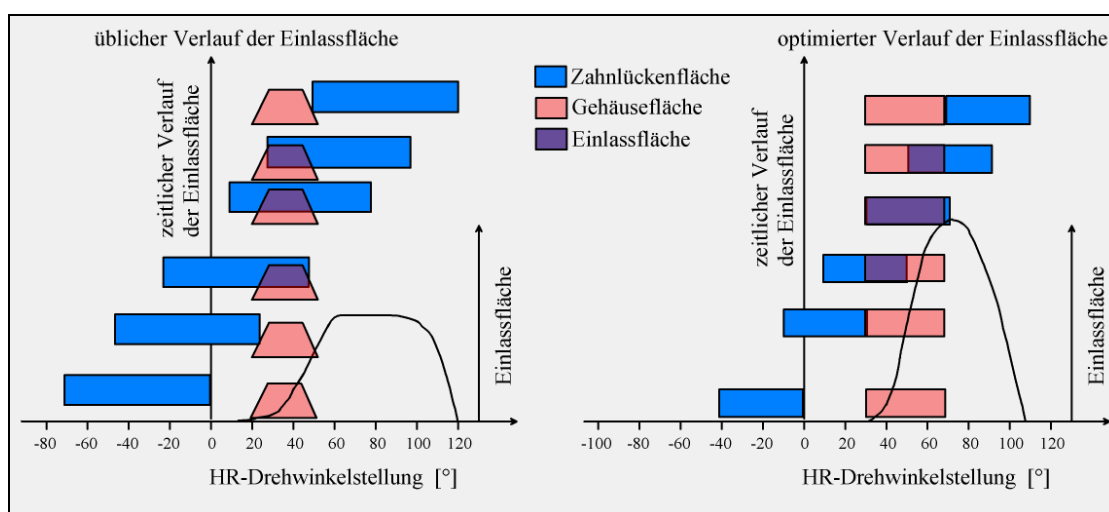


Bild 6.3: Schematische Darstellung des drehwinkelabhängigen Verlaufs der Einlassfläche gebildet aus Gehäusefläche und Zahnlückenfläche; links für einen üblichen Einlassbereich (asym. SRM-Profil 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$), rechts für einen theoretischen optimierten Verlauf.

Ein Steuerelement im Einlassbereich löst die Aufgabe, die einzelnen Flächenanteile von Gehäuse und Zahnlücken in ihrer Größe einander anzugleichen, um somit die Größe der gebildeten Einlassfläche hinsichtlich einer minimalen Entropieerzeugung optimieren zu können, Bild 6.3.

Dies lässt sich durch eine Steuerkantengestaltung erreichen, die sowohl von der Lage als auch von der Form der Rotorprofilkontur unabhängig ist, wobei jedoch das innere Volumenverhältnis erhalten bleibt. Eine Möglichkeit diese Aufgabe zu erfüllen besteht in der Wahl einer Steuerscheibe, die HD-stirnseitig auf einem der Rotoren fixiert ist und

sich mit diesem Rotor dreht. In Bild 6.4 ist beispielhaft eine Steuerscheibe mit radialer Einlasskontur dargestellt, die HD-stirnseitig auf den Hauptrotor aufgesetzt wird.

Bei der Gestaltung der Steuerscheibe ist neben einer Optimierung der Einlassfläche weiterhin zu beachten, dass über die Größe des Einlassvolumens in der Scheibe und über die Lage der Steuerkanten der Drehwinkelbereich für den Einlassvorgang und damit die Dauer des Füllvorgangs beeinflusst werden kann. Ein später Einlass und ein früher Abschluss der Kammer, im Vergleich zu einer Maschine ohne Scheibe, können über eine Verkürzung der Zeitspanne des Füllvorgangs zu einer Verringerung der Spaltverluste beitragen. Der Zeitpunkt des Kammerabschlusses wird dabei durch den Anteil des Scheibenvolumens am gesamten Kammervolumen bestimmt. Je größer der Volumenanteil der Scheibe bezogen auf das Kammervolumen ist, desto kleiner wird der Drehwinkelbereich für den Füllvorgang.

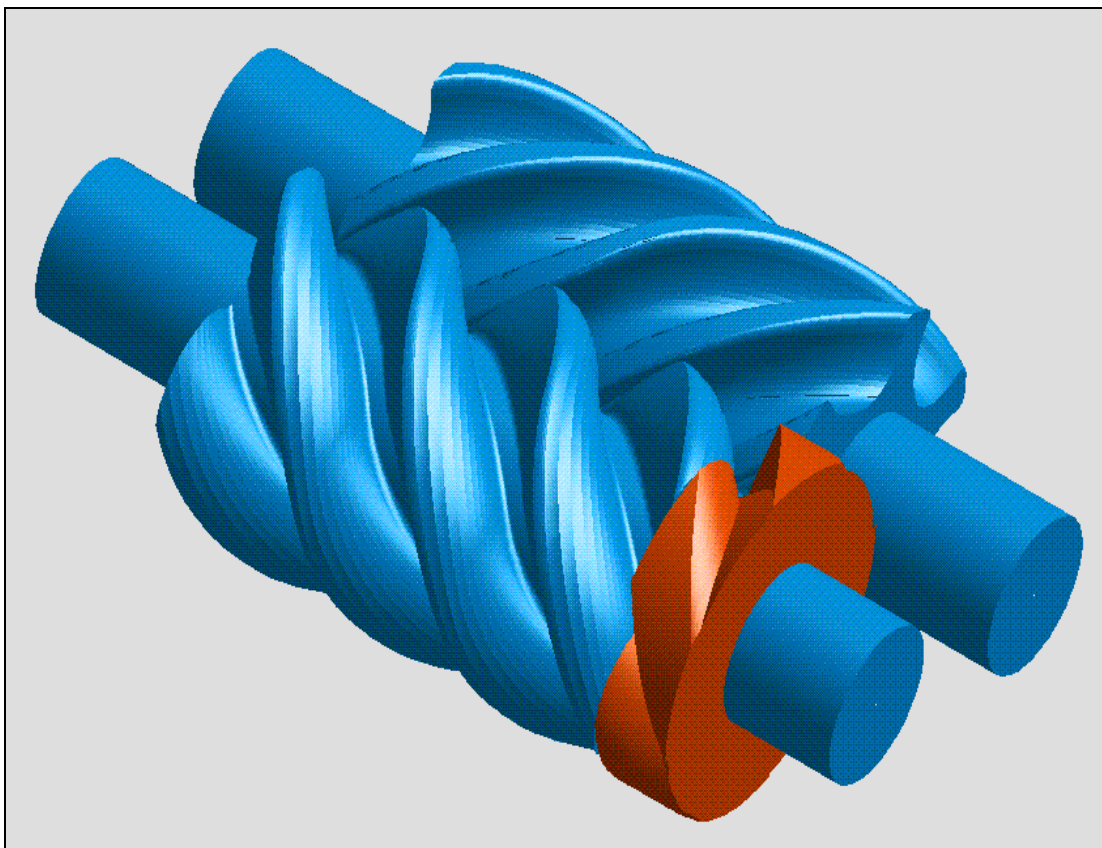


Bild 6.4: Beispiel für eine Einlasssteuerscheibe auf dem Hauptrotor

6.1.1 Beurteilung der Geometrie mit Hilfe von Kennzahlen

Die Auswirkungen der zuvor beschriebenen Zusammenhänge lassen sich anhand einer vergleichenden Betrachtung der in Kap. 4.1 und Kap. 5.2 vorgestellten Spalt- und

Einlasskennzahlen für das beispielhaft gewählte Rotorpaar mit Steuerscheibe im Vergleich zu einem Rotorpaar mit üblicher Einlassgestaltung erkennen, Bild 6.5. Die verwendeten Kennzahlen gelten für einen Vergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen bei gleicher Drehzahl.

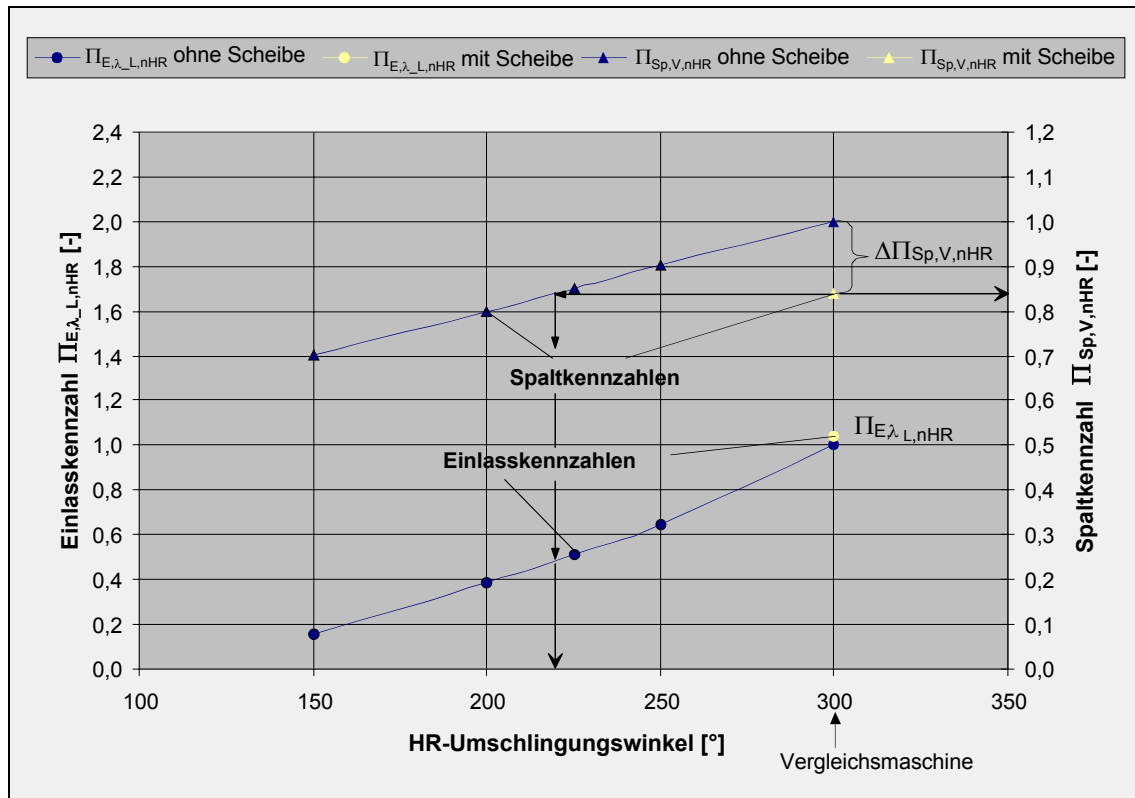


Bild 6.5: Darstellung der auf die Einheitsmaschine 11 normierten Spalt- und Einlasskennzahlen für ein Rotorpaar mit Steuerscheibe auf dem Hauptrotor im Vergleich zu Rotoren mit konventioneller Einlassgestaltung (dargestellt für ein asymmetrisches SRM-Profil 4+6; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$).

Für die Variante mit Steuerscheibe wird lediglich eine Rotorgeometrie mit einem Umschlingungswinkel von $\Phi_{HR} = 300^\circ$ betrachtet. Die Breite der Scheibe wurde dabei in erster Näherung so gewählt, dass die Einlassfläche der Scheibe (rein radial) in etwa der Fläche einer Hauptrotorzahnlücke im Stirnschnitt entspricht, da dies hauptrotorseitig die maximal mögliche axiale Einlassfläche in die Arbeitskammer darstellt.

Obwohl bei der Ausführung mit Steuerscheibe die Kammer lediglich über eine radiale Einlassfläche gefüllt wird, ist die Einlasskennzahl $\Pi_{E,\lambda,L,nHR}$ ähnlich hoch wie die der Vergleichsmaschine ohne Steuerscheibe. Dies deutet auch auf eine ähnliche Drosselwirkung am Einlass für beide Maschinen hin.

Im Unterschied dazu liegt die Spaltkennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ gegenüber der Vergleichsmaschine um ca. 17% niedriger.

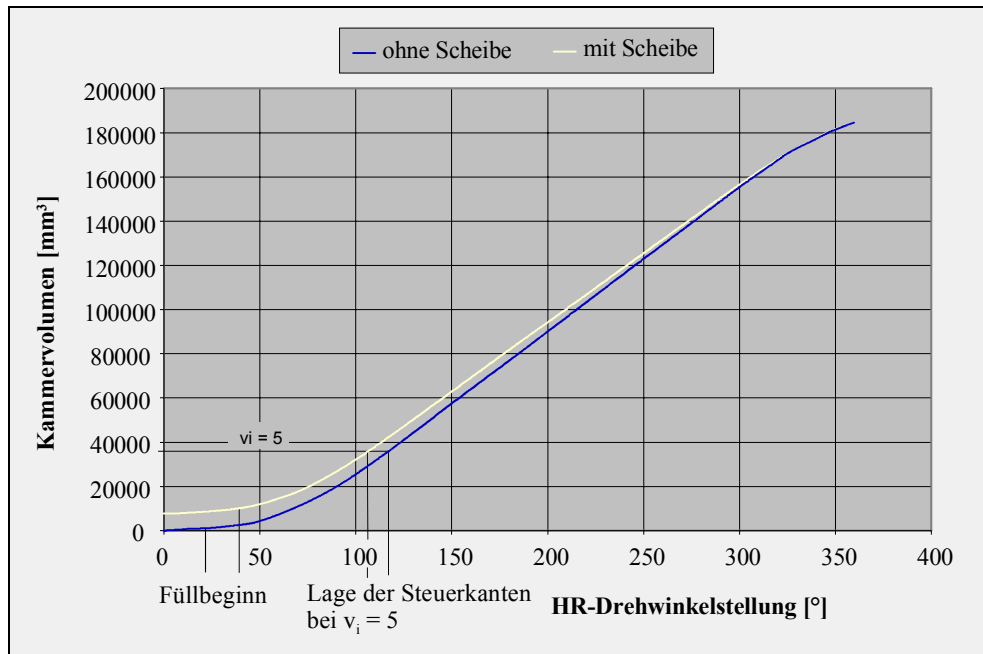


Bild 6.6: Vergleich der Volumenkurven und des Drehwinkelbereichs der Kammerfüllung für Rotoren mit und ohne Steuerscheibe (berechnet für das asym. SRM-Profil 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$)

Die Ursache hierfür ist jedoch nicht in einer Verkürzung der absoluten Spaltbreiten zu sehen. Berechnungen haben gezeigt, dass diese in etwa gleich bleiben. Durch das zusätzliche Kammervolumen der Scheibe kommt es jedoch zu einer Anhebung der Volumenkurve im unteren Drehwinkelbereich, Bild 6.6, so dass sich die Lage der Steuerkanten bei gleichem inneren Volumenverhältnis zu einer kleineren Drehwinkelstellung verschiebt. Dadurch verkürzt sich auch die Dauer des Füllvorgangs. Der verschobene Füllbeginn ist von geringerem Einfluss, da in dieser Stellung die Spaltbreiten erst wenig entwickelt sind.

Für ein Rotorpaar ohne Steuerscheibe (Vergleichsmaschine) erbringt eine Verringerung des Umschlingungswinkels von 300° auf ca. 220° eine ähnliche Verbesserung der Spaltsituation. Dies führt jedoch zu einem erheblichen Absinken der Einlasskennzahl um ca. 50%, siehe Bild 6.5. Für eine optimierter Auslegung der Steuerscheibe bei gleichbleibender Einlasskennzahl ist daher eine geometrische Verbesserung der Spaltsituation gegenüber der Vergleichsmaschine um mehr als 17% zu erwarten, Bild 6.5.

6.1.2 Energetische Beurteilung des Füllvorgangs

Die vorhergehenden Betrachtungen haben gezeigt, dass die Verbesserung der Spaltsituation durch den Einsatz einer Steuerscheiben auf dem Hauptrotor im Wesentlichen auf einer Verkleinerung des HR-Drehwinkelbereichs für den Füllvorgang bei gleicher Kammerfüllung und annähernd gleicher Einlassdrosselung beruht.

Der zusätzliche Volumenanteil der Steuerscheibe beeinflusst jedoch auch die Energiewandlung im Motor. Die Steuerscheibe wirkt dabei als eine Art Vorkammer mit einem Volumen V_{K01} , das zunächst gefüllt werden muss. Dabei erhöht sich der Druck in der Vorkammer von einem Startdruck p_{K01} auf den maximalen Arbeitskammerdruck p_{K02} (Bild 6.7).

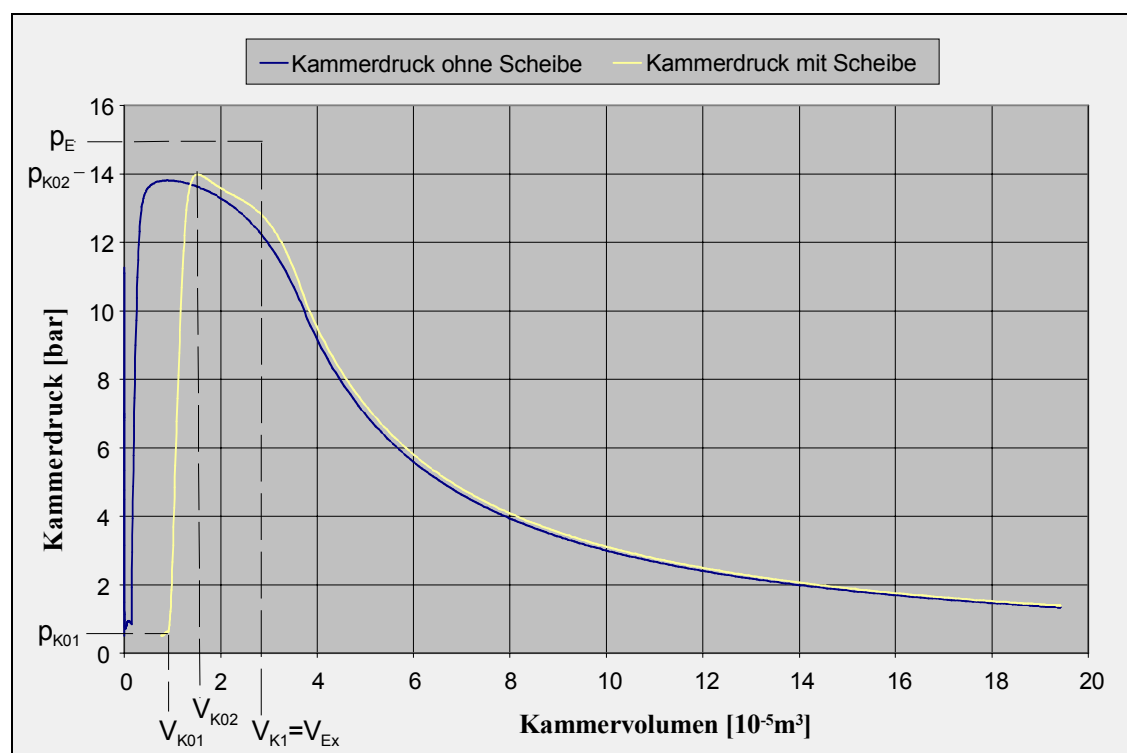


Bild 6.7: Simulierte Kammerdruckverläufe für die Vergleichsmaschine sowie für einen auf der Vergleichsmaschine basierenden Motor mit Steuerscheibe (berechnet für das asym. SRM-Profil 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D = 1,5$; $v_i = 5$; $u_{HR} = 90\text{m/s}$; Arbeitsmedium: Wasserdampf; Eintrittsbedingungen: $p_E = 15\text{ bar}$, $\vartheta_E = 250^\circ\text{C}$, $\bar{n} = 1,2$)

Beim Ausschleiben am Ende des Arbeitsspiels kann die Kammer nicht vollständig entleert werden. Es verbleibt eine Restmasse in dem Volumen der Steuerscheibe, ähnlich dem Schadraum von Hubkolbendampfmaschinen. Bei der anschließenden

Kammerfüllung kommt es zu einem Druckanstieg in der Arbeitskammer und somit zu einer Kompression der jeweils in der Kammer befindlichen Masse.

In Bild 6.7 sind beispielhaft berechnete Druckverläufe für Maschinen mit und ohne Steuerscheibe vergleichend dargestellt. Die einzelnen Arbeitsräume werden dabei während der Kammerfüllung als adiabat angenommen. Eine Beschreibung des verwendeten Rechenmodells befindet sich in Kap. 9.2 im Anhang.

Für den Motor mit Steuerscheibe ist der Druckanstieg in der Kammer gegenüber der Vergleichsmaschine zu einem größeren Volumen hin verschoben. Nach Erreichen des maximalen Kammerdrucks verläuft der Druck in einem geringen Abstand oberhalb der Druckkurve für die Maschine ohne Steuerscheibe, Bild 6.7. Dieser Einfluss wirkt sich natürlich auf die nutzbare Arbeitsfläche aus, so dass bei einem Vergleich von Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen, die Maschine mit Steuerscheibe eine geringere Innenarbeit

$$-W_i = \oint p_K(V_K) dV_K \quad (6.1)$$

liefert. Für eine energetische Bewertung ist jedoch zusätzlich die jeweilige Masse der Kammerfüllung zu berücksichtigen, die neben der Einlassdrosselung auch von den Spaltmassenströmen und der Restmasse in der Vorkammer abhängt.

6.1.2.1 Einfluss des Vorkammervolumens

Zu Beginn der Kammerfüllung erfolgt die Zunahme des Kammervolumens aufgrund des Verlaufes der Volumenkurve, wie in Bild 6.6 zu sehen, mit kleinem Gradienten. Die Strömungsgeschwindigkeit liegt zu diesem Zeitpunkt wegen der hohen Druckdifferenz zwischen HD-Bereich und Kammer im kritischen Bereich der Schallgeschwindigkeit und ist damit deutlich höher als die realisierten Umfangsgeschwindigkeiten. Der Wert der kritischen Schallgeschwindigkeit, der für die übliche Einlassgestaltung am Schraubenmotor die obere Grenze der Einströmgeschwindigkeit darstellt, beträgt üblicherweise das 3- bis 6-fache der HR-Umfangsgeschwindigkeit. Für Fälle, in denen die Dauer der verblockten Zuströmung weniger als 25% der Dauer des Füllvorgangs beträgt (geringe Verblockungsdauer) ist die mittlere fiktive Einströmgeschwindigkeit $\bar{c}_{E,f} \ll$ Schallgeschwindigkeit, siehe Kap. 5.2.1. Für diese Fälle erfolgt der Druckanstieg in der Kammer verglichen mit der Dauer des Füllvorgangs eher schnell.

Daher wird für die nachfolgende vereinfachte energetische Betrachtung der Kammerfüllung für Fälle geringer Verblockungsdauer das Modell der adiabaten Füllung eines ideal dichten Kessels angenommen [44], das um einen Anteil der auftretende Volumenänderungsarbeit erweitert wird, siehe Bild 6.8.

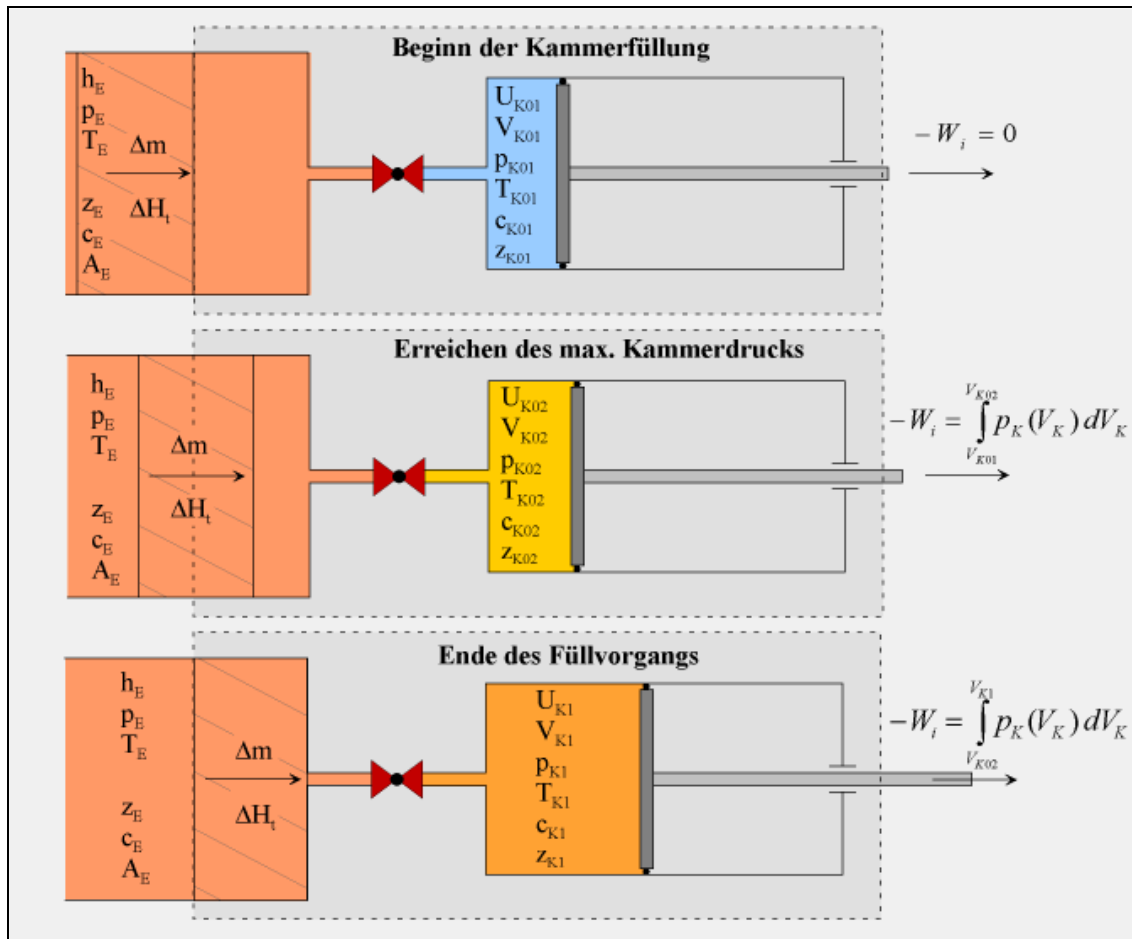


Bild 6.8: Schematische Darstellung des Modells der Kammerfüllung

Befindet sich die Grenze des Kontrollraumes weit genug vom Eintritt in die Arbeitskammer entfernt, so ist die Strömung an dieser Stelle als quasi stationär und die spez. Enthalpie als konstant anzusehen. Ist Δm der Massenanteil für die Füllung einer Arbeitskammer, so wird dem Kontrollraum für diese Arbeitskammer die totale Enthalpie

$$\Delta H_t = \Delta m \cdot \left(h_E + \frac{c_E^2}{2} + g \cdot z_E \right) \quad (6.2)$$

zugeführt. Der Anteil der Geschwindigkeit $\frac{c_E^2}{2}$ an der totalen Enthalpie ist aufgrund der großen Querschnittsunterschiede zwischen der Rohrleitung und dem Einlass in die Arbeitskammer am Eintritt in den Kontrollraum in der Regel gering ($< 1\%$). Ähnliches soll für die mittlere Geschwindigkeit $\frac{c_K^2}{2}$ im Arbeitsraum gelten, so dass für die nachfolgenden Betrachtungen die Einflüsse der kinetischen und potenziellen Energieanteile vernachlässigt werden.

Für die zugeführte Energie ergibt sich damit

$$\Delta H = \Delta m \cdot h_E = \Delta m \cdot (u_E + p_E \cdot v_E) \quad (6.3).$$

Die spezifische Enthalpie h_E setzt sich dabei additiv aus der spezifischen inneren Energie u_E und der spezifischen Verschiebearbeit $p_E \cdot v_E$ zusammen.

Unter der Annahme einer adiabaten Kammerfüllung (Wärmeübergänge an die umgebenden Bauteile, Rotoren und Gehäuse werden nicht berücksichtigt) und einer ideal dichten Arbeitskammer lässt sich die Energiebilanz für die Kammer in der Form

$$\begin{aligned} \Delta U_K &= \Delta H + \Delta W_i \\ \Delta U_K &= \Delta U_E + \Delta m \cdot p_E \cdot v_E + \Delta W_i \end{aligned} \quad (6.4)$$

schreiben. Die Änderung der inneren Energie in der Arbeitskammer ΔU_K berechnet sich demnach aus der Summe der zugeführte Enthalpie ΔH und der abgegebenen Volumenänderungsarbeit

$$\Delta W_i = - \int_{V_{K01}}^{V_{K1}} p_K(V_K) dV_K \quad (6.5).$$

Solange der Verschiebearbeit

$$\Delta m \cdot p_E \cdot v_E = p_E \cdot \Delta V_E \quad (6.6)$$

kein entsprechend großer Anteil Volumenänderungsarbeit ΔW_i gegenüber steht, kommt es in der Kammer zu einer Zunahme der inneren Energie U_K gegenüber dem Zustand E des einströmenden Gases, die mit einer Temperaturerhöhung verbunden sein muss.

Für ein ideales Gas gelten die thermische Zustandsgleichung

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (6.7)$$

sowie die kalorischen Zustandsgleichungen

$$h = \int_{T_0}^T c_p^0(T) dT + h_0$$

$$u = \int_{T_0}^T c_v^0(T) dT + u_0 \quad (6.8).$$

Die spezifische Enthalpie sowie die spezifische innere Energie sind dabei nur von der Temperatur T abhängig. Für Wasser wird üblicherweise der Tripelpunkt als Nullpunkt verwendet.

Reale Gase erfüllen diese Gleichungen lediglich für $p \rightarrow 0$ bar, weshalb für die spezifischen Wärmekapazitäten $c_p^0(T) = c_p(T, 0)$ und $c_v^0(T) = c_v(T, 0)$ gewählt wird. Da mit zunehmendem Druck auch die Abweichung von den Zustandsgleichungen idealer Gase zunimmt ist zu beachten, dass diese Betrachtung nur für hinreichend kleine Drücke auf reale Gase anzuwenden ist.

Für ebenfalls hinreichend kleine Temperaturänderungen ΔT sollen die spezifischen Wärmekapazitäten $c_p^0(T)$ und $c_v^0(T)$ als konstant angenommen werden, so dass in diesem Temperaturbereich mit konstanten mittleren spezifischen Wärmekapazitäten

$$\bar{c}_p^0(\mathcal{G}) = \frac{1}{T - T_0} \cdot \int_{T_0}^T c_p^0(T) dT = \text{const.} \quad (6.9)$$

$$\bar{c}_v^0(\mathcal{G}) = \bar{c}_p^0(\mathcal{G}) - R$$

zu rechnen ist. Damit lassen sich die spezifische Enthalpie und die spezifische innere Energie in einfacher Weise nach

$$h = h_0 + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}$$

$$u = u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G} \quad (6.10)$$

bestimmen. Weiterhin gilt für den gewählten Nullpunkt die Beziehung

$$h_0 = u_0 + p \cdot v_0 = u_0 + R \cdot T_0 \quad (6.11).$$

Unter Berücksichtigung der Annahme einer ideal dichten Arbeitskammer wird der Massenanteil Δm vollständig der Arbeitskammer zugeführt und verbleibt in dieser, so dass sich Δm auch in der Form

$$\Delta m = m_{K1} - m_{K01} \quad (6.12)$$

schreiben lässt. Für die zugeführte Enthalpie ergibt sich daraus

$$\begin{aligned} \Delta H &= h_E \cdot (m_{K1} - m_{K01}) \\ &= (h_0 + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E) \cdot (m_{K1} - m_{K01}) \\ &= (u_0 + R \cdot T_0 + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E) \cdot (m_{K1} - m_{K01}) \end{aligned} \quad (6.13).$$

Die Zunahme der inneren Energie in der Arbeitskammer ΔU_K lässt sich anhand der Zustandsgrößen des Arbeitsmediums zu Beginn und am Ende des Füllvorgangs nach

$$\begin{aligned} \Delta U_K &= u_{K1} \cdot m_{K1} - u_{K01} \cdot m_{K01} \\ &= (u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K1}) \cdot m_{K1} - (u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K01}) \cdot m_{K01} \end{aligned} \quad (6.14)$$

ermitteln.

Zur Bestimmung der während der Kammerfüllung verrichteten Volumenänderungsarbeit nach Gl. (6.5) ist es weiterhin notwendig, den Druckverlauf $p_K(V_K)$ zu kennen. In Bild 6.7 sind Druckverläufe dargestellt, die anhand von Simulationsrechnungen für die Vergleichsmaschine sowie für eine auf der Vergleichsmaschine basierenden Maschinen mit Steuerscheibe ermittelt wurden. Während das Volumen der Steuerscheibe (ergänzt um den Anteil, der sich aus einem verspäteten Einlass ergibt) mit V_{K01} festliegt, sind der Druckverlauf und damit auch die Volumina $V_{K02}(n_{HR})$ (Volumen bei Erreichen des maximale Kammerdrucks) und $V_{K1}(n_{HR})$ (Volumen bei Beginn der Expansion) Funktionen der Füllungsdauer und damit der Drehzahl.

Selbst bei der in diesem Beispiel verwendeten hohen Drehzahl von 30000 1/min (Umfangsgeschwindigkeit von 160 m/s), verläuft der Druckanstieg in der Kammer steil und damit in sehr kurzer Zeit gegenüber der Gesamtdauer des Füllvorgangs. Für den Druckverlauf der Kammerfüllung bis zum Expansionsbeginn soll daher das in Bild 6.9 dargestellte einfache Modell einer Sprungfunktion verwendet werden. Diese beginnt beim Startvolumen der Maschine mit Scheibe V_{K01} mit dem Startdruck in der

Arbeitskammer $p_{K01}(n_{HR})$ und steigt auf den mittleren Druck $p_{K1}(n_{HR})$, der bis zum Erreichen des Expansionsbeginns bei $V_{K1} = V_{Ex}$ konstant bleibt. Der Druck $p_{K1}(n_{HR})$ kann dabei aus der Bedingung gleicher Arbeitsflächen ermittelt werden. Die während der Kammerfüllung verrichtete Innenarbeit ergibt sich dadurch in der einfachen Form

$$\Delta W_i = - \int_{V_{K01}}^{V_{K1}} p_K(V_K) dV_K = -p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01}) \quad (6.15).$$

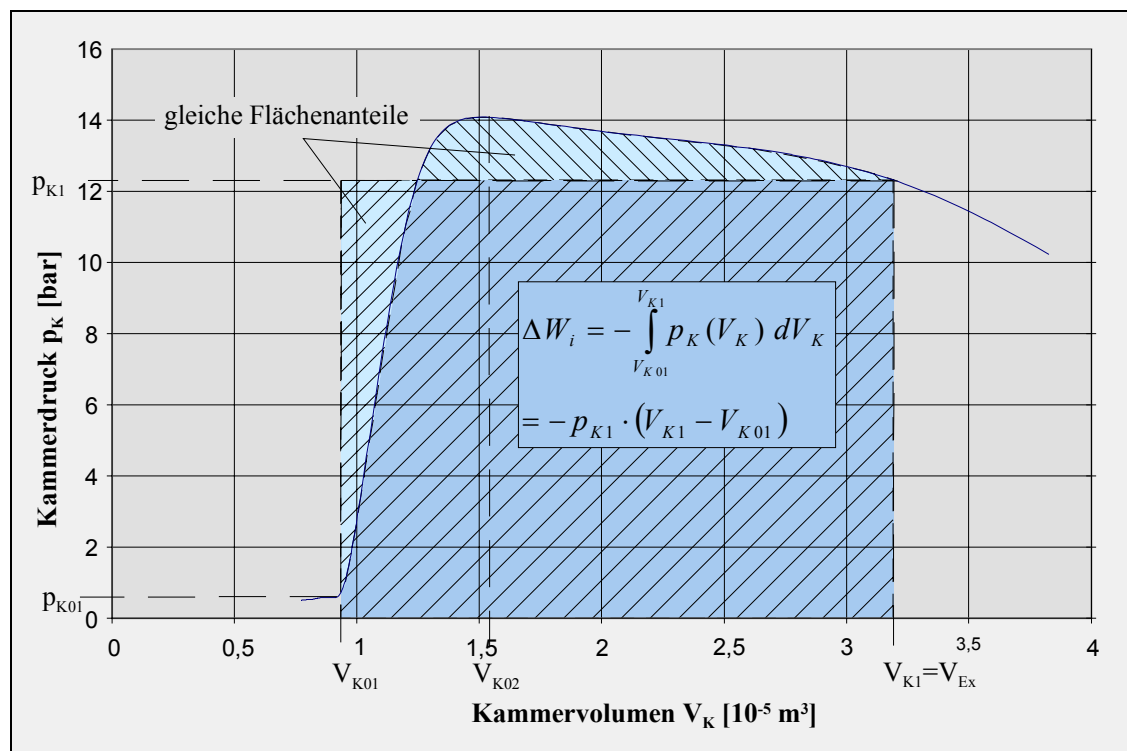


Bild 6.9: Vereinfachtes Modell zur Bestimmung der Arbeitsfläche während der Kammerfüllung

Damit lässt sich die Energiebilanz nach Gl. (6.4) schreiben als

$$\begin{aligned} & (u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K1}) \cdot m_{K1} - (u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K01}) \cdot m_{K01} \\ & = (u_0 + R \cdot T_0 + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E) \cdot (m_{K1} - m_{K01}) - p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01}) \end{aligned} \quad (6.16).$$

Durch Umformen von Gl. (6.16) unter Berücksichtigung der Zustandsgleichung idealer Gase erhält man eine Näherung für die Kammertemperatur am Ende des Füllvorgangs T_{K1}

$$\frac{T_{K1}}{T_E} = \frac{1}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K0}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} \right)}. \quad (6.17).$$

Die Herleitung ist dem Anhang Kap. 9.3 zu entnehmen.

Um die Wirkung der Kammerfüllung deutlich zu machen, wird die Kammertemperatur T_{K1} auf die Eintrittstemperatur T_E bezogen.

Der Ausdruck in der Klammer ist für übliche Expansionsbedingungen und gebräuchliche Stoffe in der Regel negativ. Die maximale Temperaturerhöhung in der Kammer ergibt sich demnach für einen kleinen Startdruck p_{K01} in der Arbeitskammer

bei Füllbeginn und ein maximales Volumenverhältnis $\frac{V_{K01}}{V_{K1}}$ des Vorkammervolumens

V_{K01} zum Kammervolumen am Ende des Füllvorgangs V_{K1} . *Je größer das Volumen der Vorkammer in Bezug auf das zu füllende Kammervolumen wird, um so höher wird auch die Temperatur in der Kammer zu Beginn der Expansion.* Das Maximum ergibt sich für

$V_{K01} = V_{K1}$ und druckloser Kammer bei Füllbeginn $p_{K01} = 0 \text{ bar}$ zu $\frac{T_{K1}}{T_E} = \bar{\kappa}^0$. Damit

steigt für diesen Fall die Kammertemperatur auf den $\bar{\kappa}^0$ -fachen Wert der Eintrittstemperatur.

Der Einfluss der Kammerfüllung auf die Energiewandlung kann anhand der Entropiezunahme beurteilt werden. Die Entropie S ist eine Zustandsgröße des Arbeitsmediums, die sich mit Hilfe einer Zustandsgleichung aus weiteren Zustandsgrößen berechnet lässt. Häufig wird die kanonische Zustandsgleichung

$$ds = \frac{1}{T} dh - \frac{v}{T} dp = \frac{1}{T} du + \frac{p}{T} dv \quad (6.18)$$

in differentieller Form verwendet [42]; ds setzt sich dabei nach

$$ds = ds_Q + ds_{irr} \quad (6.19)$$

aus einer Änderung der spezifischen Entropie infolge von Wärmetransport ds_Q und einem Anteil ds_{irr} aufgrund dissipativer Vorgänge zusammen. Da eine adiabate Prozessführung vorausgesetzt wurde, liegt kein Wärmeaustausch mit der Umgebung

vor. Eine Zunahme der spezifischen Entropie $ds = ds_{irr} > 0$ gegenüber dem Zustand vor der Kammerfüllung ist demnach allein auf eine Entropieerzeugung infolge eines irreversiblen Füllvorgangs zurückzuführen.

Unter Berücksichtigung der thermischen Zustandsgleichung für ideale Gase Gl. (6.7) sowie der kalorischen Zustandsgleichung Gl. (6.8) in differentieller Form kann für die Änderung der spezifischen Entropie nach Gl. (6.18) auch geschrieben werden

$$ds = \frac{c_p^0(T)}{T} dT - \frac{R}{p} dp \quad (6.20).$$

Durch schrittweise Integration der Gleichung zwischen dem Eintrittszustand E und dem Kammerzustand KI zunächst bei einer konstanten Temperatur T (daraus folgt $dT = 0$) und anschließend bei konstantem Druck p_E ($dp = 0$) ergibt sich durch Addition der Ergebnisse die Entropie-Zustandsgleichung

$$s(T_{K1}, p_{K1}) - s(T_E, p_E) = \int_{T_E}^{T_{K1}} c_p^0(T) \frac{dT}{T} - R \cdot \ln\left(\frac{p_{K1}}{p_E}\right) \quad (6.21).$$

Die Änderung der spezifischen Entropie lässt sich damit anhand der Änderungen der Zustandsgrößen Druck und Temperatur berechnen. Eine Zunahme der Kammertemperatur T_{K1} gegenüber dem Zustand E vor dem Eintritt führt demnach bei gleichem Druck ebenso zu einer Entropieerhöhung wie eine Abnahme des Kammerdrucks p_{K1} aufgrund von Drosselung (isenthalp $T \approx const.$). Unter der Annahme eines adiabaten Füllvorgangs mit isenthalper Drosselung, kann die Änderung

der spezifischen Entropie in zwei Anteile aufgeteilt werden. Der Anteil $-R \cdot \ln\left(\frac{p_{K1}}{p_E}\right)$

beschreibt den Einfluss der Drucksenkung aufgrund einer Drosselung am Einlass der

zweite Anteil $\int_{T_E}^{T_{K1}} \frac{c_p^0(T)}{T} dT$ gibt die Wirkung der Vorkammerfüllung wieder. Für eine

Beurteilung des Einflusses der Entropieerzeugung durch die Füllung der Vorkammer ist ein Vergleich mit der Drosselwirkung aufschlussreich. Durch Gleichsetzen beider Terme

$$\int_{T_E}^{T_{K1}} \frac{c_p^0(T)}{T} dT = -R \cdot \ln\left(\frac{p_{K1}}{p_E}\right) \quad (6.22)$$

lassen sich Zustände kennzeichnen, für die beide Ursachen der Entropiezunahme gleiche Wirkung erzielen. Die spezifische Wärmekapazität soll für die Betrachtung wieder mit $c_p^0(T) = \bar{c}_p^0$ als konstant angenommen werden. Damit lässt sich das Integral

einfach zu $\int_{T_E}^{T_{K1}} \frac{c_p^0(T)}{T} dT = \bar{c}_p^0 \cdot \ln\left(\frac{T_{K1}}{T_E}\right)$ lösen. Verwendet man für das Verhältnis der

Kammertemperatur T_{K1} zur Eintrittstemperatur T_E die Beziehung nach Gl. (6.17), so ergibt sich die Bedingung

$$\bar{c}_p^0 \cdot \ln\left(\frac{1}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}}\right)}\right) = -R \cdot \ln\left(\frac{p_{K1}}{p_E}\right) \quad (6.23).$$

Durch Umformen der Gleichung (siehe Anhang Kap. 9.4) erhält man die Beziehung zwischen dem Kammervolumenverhältnis $\frac{V_{K01}}{V_{K1}}$ und dem Verhältnis von Kammerdruck

zu Eintrittsdruck $\frac{p_{K1}}{p_E}$ in der Form

$$\frac{V_{K01}}{V_{K1}} = \frac{\left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E}\right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} - 1\right) \cdot \frac{p_{K1}}{p_E}}{\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_E} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \cdot \frac{p_{K1}}{p_E}} \quad (6.24).$$

In Bild 6.10 ist das Volumenverhältnis grafisch über dem Druckverhältnis aufgetragen. Der Kurvenverlauf kennzeichnet die Punkte, bei denen die Füllung des Vorkammervolumens V_{K01} sowie die Drucksenkung von p_E auf p_{K1} eine gleiche Entropieerhöhung verursachen.

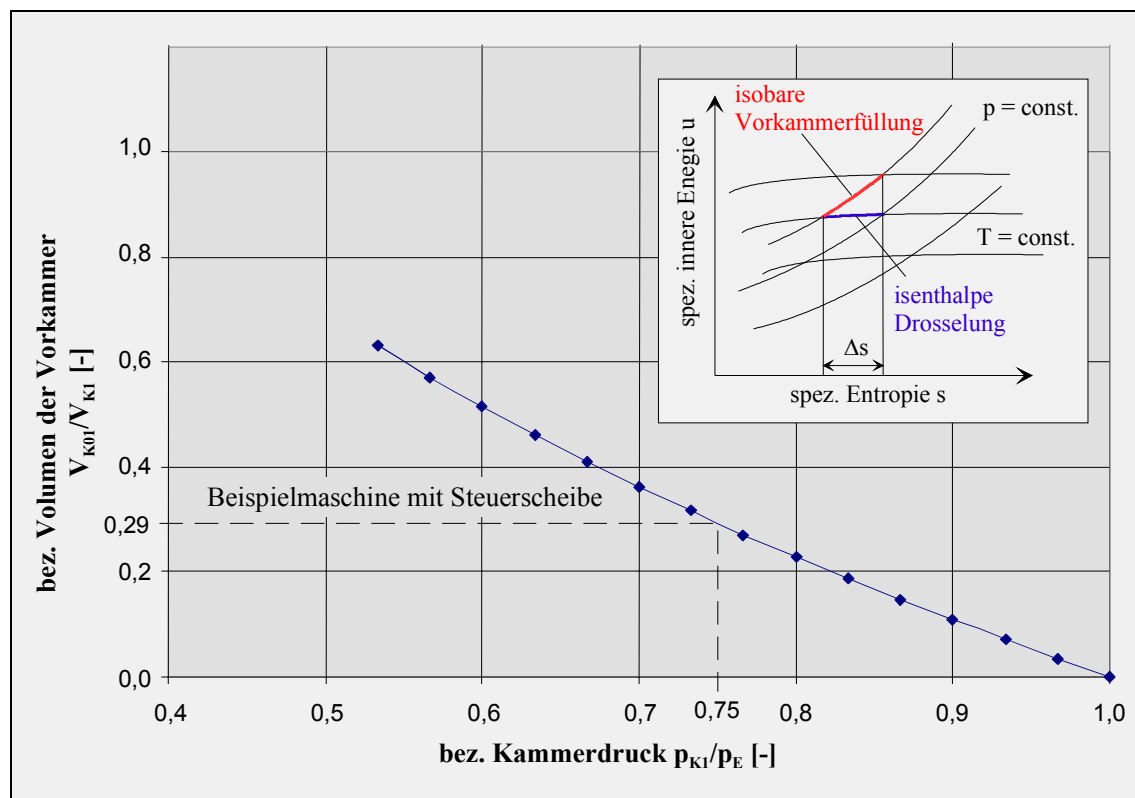


Bild 6.10: Beurteilung des Einflusses der Vorkammerfüllung auf die Energiewandlung anhand einer äquivalenten Drucksenkung am Eintritt, die zur gleichen Entropiezunahme führt.

Demnach wird bei der Füllung einer Vorkammer, deren Volumen 29% des Kammervolumens bei Expansionsbeginn ausmacht, Entropie in einer Größenordnung erzeugt, wie sie bei der Drucksenkung am Eintritt aufgrund von Drosselung auf ca. 75% des Eintrittsdrucks entsteht. Je größer die Vorkammer wird, desto größer wird auch die vergleichbare Druckdifferenz am Eintritt.

Auch kleine bezogene Vorkammervolumen wirken sich demnach bereits ungünstig auf die Energiewandlung aus. Dies ist besonders bei Maschinen mit großen realisierten inneren Volumenverhältnissen sowie kleinen Umschlingungswinkeln zu beachten. Im ersten Fall nimmt die Bezugsgröße V_{K1} (Kammervolumen bei Expansionsbeginn) ab, im zweiten Fall nimmt das Vorkammervolumen V_{K01} , welches durch den verspäteten Einlass in die Arbeitskammer bei Füllbeginn bereits vorliegt, zu. In beiden Fällen gewinnt somit das Vorkammervolumen an Einfluss. Für den in Bild 6.7 dargestellten beispielhaften Druckverlauf der Vergleichsmaschine ohne Steuerscheibe mit einem inneren Volumenverhältnis von $v_i = 5$ ergibt sich unter der Annahme eines Füllbeginns

bei ca. $\alpha_{HR} = 17^\circ$ Hauptrotordrehwinkelstellung ein bezogenes Vorkammervolumen von ca. 2%. Der sich daraus ergebende Einfluss auf die Energiewandlung ist vergleichbar mit einer Drucksenkung in etwa gleicher Höhe.

6.1.2.2 Einfluss der Spaltmassenströme

Die bisherigen Betrachtungen sind für das Modell einer ideal dichten Maschine durchgeführt worden. Bei der realen Maschine treten jedoch während der Kammerfüllung Spaltmassenströme auf. Diese führen einerseits zu einem Transport von Masse und Energie aus der Arbeitskammer, andererseits wird durch die damit verbundene Drucksenkung in der Kammer auch der Eintrittsmassenstrom erhöht. In Bild 6.11 sind Druck- und Temperaturverläufe für die Kammerfüllung unter Berücksichtigung der Spaltmassenströme dargestellt, wie sie sich anhand von Simulationsrechnungen ergeben.

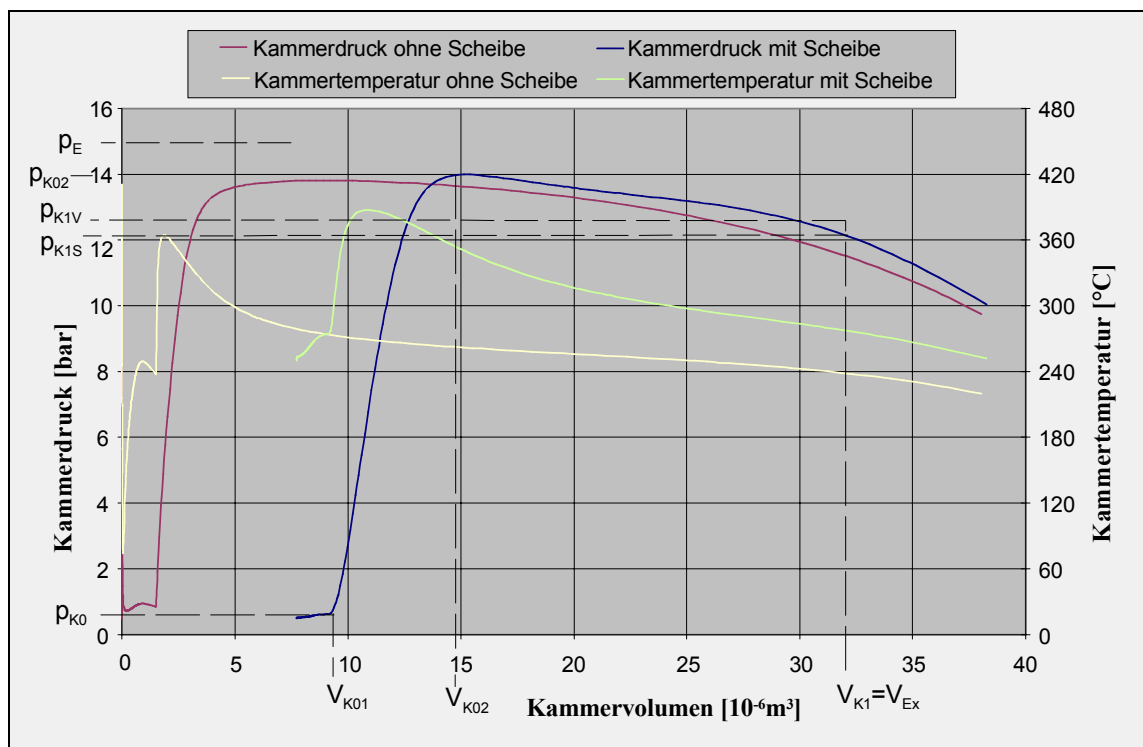


Bild 6.11: Simulierte Temperatur- und Druckverläufe während der Kammerfüllung für die Vergleichsmaschine sowie für einen auf der Vergleichsmaschine basierenden Motor mit Steuerscheibe (Arbeitsmedium: Wasserdampf; Eintrittsbedingungen: $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250^\circ \text{C}$)

An der Stelle des realen Expansionsbeginns V_{Ex} ergibt sich eine Temperatur ϑ_{K1} in der Arbeitskammer der Maschine mit Scheibe von ca. 280°C . Zum Vergleich hierzu

beträgt die Temperatur für das Modell der ideal dichten Maschine nach Gl.(6.17) ca. $\vartheta_{K1} = 286 \text{ °C}$. Demnach führen die während der Kammerfüllung auftretenden Spaltströme zu einer Abkühlung des Gases in der Arbeitskammer. Ursache hierfür ist die gegenüber der Eintrittstemperatur höhere Temperatur in der Kammer. Weil die mit dem Massenstrom transportierte spezifische Enthalpie im Wesentlichen durch die Temperatur der Masse bestimmt wird ($\Delta h = c_p \cdot \Delta T$ für ein ideales einatomiges Gas), besitzen die über die Spalte abfließenden Massen eine höhere spezifische Enthalpie als die der Kammer zugeführte Masse. Dies führt zu einer Abkühlung der Kammermasse, was den ungünstigen Einfluss der Spaltmassenströme, die während der Kammerfüllung auftretenden, noch verstärkt. Dieser Vorgang ist aufgrund des in Bild 6.11 dargestellten Temperaturverlaufs in deutlich abgeschwächter Form auch für eine Maschine ohne Steuerscheibe zu erwarten.

Im Unterschied zu dieser adiabaten Betrachtungsweise wird bei der realen diabaten Maschine üblicherweise das Arbeitsmedium während der Kammerfüllung durch einen Wärmeübergang zu den kühleren Bauteilen (Rohrleitung, Gehäuse, Rotoren) gekühlt. Daher ist hier mit einer geringeren Kammertemperatur zu rechnen. Ist diese niedriger als die Eintrittstemperatur, so wird in diesem Fall die Kammertemperatur aufgrund der Spaltmassenströme eher zunehmen. Dennoch befindet sich die Kammer aufgrund der beschriebenen Vorkammerfüllung auf einem erhöhten Temperaturniveau gegenüber der Kammerfüllung ohne Vorkammer, so dass sowohl der Wärmeübergang als auch die Spaltmassenströme zu größeren Verlusten bei der Energiewandlung führen.

6.1.2.3 Beurteilung der Energiewandlung

Die negativen Eigenschaften der Steuerscheibe bei der Kammerfüllung sind in Abschnitt 6.1.2.1 und 6.1.2.2 dargestellt worden. Dem stehen jedoch die Vorteile einer verbesserten Kammerfüllung durch eine Verringerung der Spaltmassenströme sowie einer leicht verringerten Drosselung gegenüber, welche zur Auswahl dieses Stueurelementes geführt haben. Für eine abschließende Beurteilung müssen die Quantitäten dieser Einflüsse auf die Energiewandlung mit einander verglichen werden. Die beispielhaft berechneten Betriebsfälle für die Vergleichsmaschinen sowie für eine auf der Vergleichsmaschine basierenden Maschine mit Steuerscheibe sollen die Einflüsse auf die Energiewandlung verdeutlichen.

Der Vergleich der Druckverläufe in Bild 6.12 zeigt für die Maschine mit Steuerscheibe im Bereich der Expansion einen um ca. 4,5% erhöhten Druck gegenüber der Vergleichsmaschine. Dem steht jedoch ein Arbeitsflächennachteil durch das Vorkammervolumen der Scheibe von ca. 15,5% gegenüber. Dadurch ergibt sich für die Vergleichsmaschine ohne Scheibe eine etwa 11% größere Arbeitsfläche. Die Arbeitsflächen sind hier anhand der mittleren inneren Drücke $\bar{p}_{i,V}$ (Vergleichsmaschine) und $\bar{p}_{i,S}$ (Motor mit Steuerscheibe) dargestellt, für die die Beziehungen

$$W_{i,V} = -\bar{p}_{i,V} \cdot V_{\max} \quad (6.25)$$

$$W_{i,S} = -\bar{p}_{i,S} \cdot (V_{\max} - V_{K01})$$

gelten.

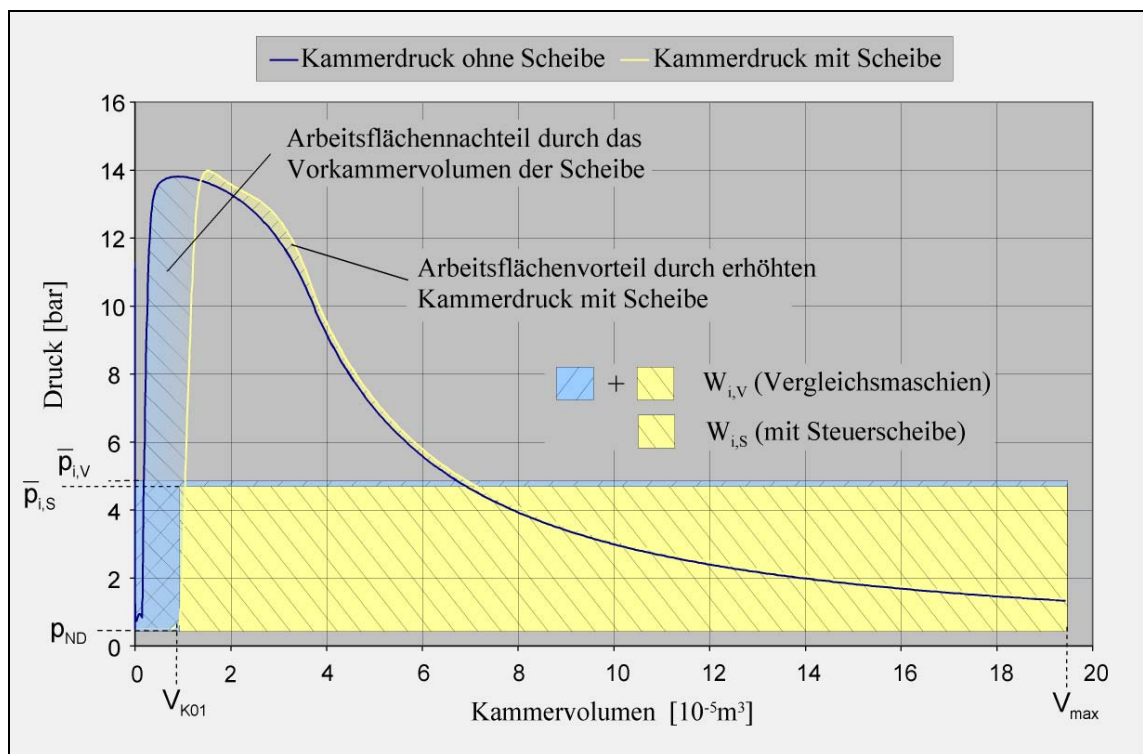


Bild 6.12: Vergleich der Arbeitsflächen anhand der beispielhaft berechneten Druckverläufe für die Vergleichsmaschine sowie für einen auf der Vergleichsmaschine basierenden Motor mit Steuerscheibe aus Bild 6.7 (Arbeitsmedium: Wasserdampf; Eintrittsbedingungen: $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250^\circ\text{C}$)

Durch die Verringerung der Spaltverluste sowie die Restmasse, die in der Vorkammerscheibe nach dem Ladungswechsel verbleibt, und die in Abhängigkeit vom

Vorkammervolumen erhöhte Kammertemperatur nimmt der Eintrittsmassenstrom ab. Der Liefergrad λ_L verringert sich dadurch in dem vorliegenden Beispiel um ca. 8,5% von denen 4% auf die geringeren Spaltmassenströme zurückzuführen sind. Vergleicht man die Werte für die spezifische Innenarbeit $w_i = \frac{W_i}{\lambda_L \cdot m_{th}}$, die die einzelnen Einflussgrößen beinhaltet, so beträgt der Vorteil der Vergleichsmaschine gegenüber der Maschine mit Steuerscheibe ca. 2,5%. Ein Vergleich der Maschine bei gleichen Massenströmen würde somit wegen $P_i = \dot{m} \cdot w_i$ einen entsprechend großen Leistungsvorteil ergeben. Bei diesem Beispiel mit einem bezogenen Vorkammervolumen $\frac{V_{K01}}{V_{K1}}$ von 29% wird demnach der Vorteil der geringeren Spaltverluste durch die Nachteile, die sich aus dem Vorkammervolumen ergeben überkompensiert.

Daraus lassen sich die generellen Forderungen ableiten, das Volumen einer Vorkammer so klein wie möglich zu gestalten und die Füllung der Arbeitskammer bezüglich der HR-Drehwinkelstellung so früh wie möglich zu beginnen, um das Kammervolumen bei Füllbeginn klein zu halten. Das Volumen der Arbeitskammer bei Füllbeginn ist auch durch die Wahl eines großen HR-Umschlingungswinkels günstig zu beeinflussen.

Es bleibt die Frage zu beantworten, bis zu welcher Größe der Vorkammer der Einsatz eines derartigen Steuerelementes Vorteile für die Energiewandlung bieten kann. Hierzu soll ein Entropievergleich dienen bei dem neben der Vorkammerfüllung lediglich der Einfluss der Drosselung und der Spaltströme berücksichtigt sind. Zu diesem Zweck wird ein äquivalenter Spaltmassenanteil

$$x = \frac{\Delta m_{sp}}{m} = \frac{m_{spV} - m_{spS}}{m_V} \quad (6.26)$$

aus der Differenz der Spaltmassen für die Vergleichsmaschine m_{spV} und die Maschine mit Steuerscheibe m_{spS} bezogen auf die der Vergleichsmaschine zugeführten Masse m_V bestimmt. Die Spaltmassendifferenz $m_{spV} - m_{spS}$ soll dabei einer Entropiezunahme ΔS entsprechen, wie sie auch beim Füllen einer gegebenen Vorkammer mit dem

Anfangsvolumen V_{K01} entsteht. Kann dieser Spaltmassenanteil durch den Einsatz des Steuerelementes vermieden werden, so ist unter der Voraussetzung gleicher Einlassdrosselung für beide Maschinen eine in etwa vergleichbare Energiewandlungsgüte zu erwarten.

Die Masse, die der Vergleichsmaschine zugeführt wird

$$m_V = m_{KV} + m_{SpV} \quad (6.27)$$

setzt sich zusammen aus der Summe der Kammermasse m_{KV} und der Masse, die über die Spalte abfließt m_{SpV} . Für die Maschine mit Steuerscheibe, muss die Summe aus Kammer- und Spaltmasse um eine Restmasse m_{SRest} reduziert werden, die sich bei Füllbeginn in der Vorkammer befindet

$$m_S = m_{KS} + m_{SpS} - m_{SRest} \quad (6.28).$$

Die vergleichende Betrachtung soll für den Fall gleicher Kammermassen $m_{KV} = m_{KS}$ erfolgen. Damit ergibt sich für m_S unter Verwendung von Gl. (6.27) und Gl. (6.28)

$$m_S = m_V - m_{SpV} + m_{SpS} - m_{SRest}$$

und mit Gl. (6.26)

$$m_S = (1 - x) \cdot m_V - m_{SRest} \quad (6.29).$$

Unter der Annahme einer isenthalpen Drosselung ist bei Verwendung der in Kap. 6.1.2.1 getroffenen Einschränkung $\bar{c}_p^0(\vartheta) = const.$ für ein ideales Gas bei hinreichend kleinem Temperaturbereich auch annähernd mit einer isothermen Drosselung zu rechnen. Nach Gl. (6.21) ergibt sich damit für die Entropiezunahme wegen $dT = 0$ eine reine Druckabhängigkeit nach

$$\Delta S = -m \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (6.30).$$

Aufgrund experimenteller Erfahrungen zur Kammerfüllung, wie sie von Zellermann beschrieben wurden [29], ist davon auszugehen, dass für die betrachteten inneren Volumenverhältnisse von $v_i \geq 5$ die Masse in der Arbeitskammer während der Expansionsphase in der Regel abnimmt. Daraus ergibt sich für die Spaltmassenströme,

die während der Kammerfüllung auftreten, dass diese – wenn auch nicht direkt so doch in einer Massenbilanz über der Expansion – die ND-Seite auch als Spaltströme erreichen. Kennzeichnet p_{VKn} den Druck in der n-ten vorlaufenden Arbeitskammer, so ergibt sich für die Entropiezunahme durch die Spaltmassenströme während der Kammerfüllung

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{Sp} &= -m_{Sp} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_{VK1}}{p_{K1}}\right) - m_{Sp} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_{VK2}}{p_{VK1}}\right) - \dots - m_{Sp} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_A}{p_{VKn}}\right) \\
 &= -m_{Sp} \cdot R \cdot \left(\ln\left(\frac{p_{VK1}}{p_{K1}}\right) + \ln\left(\frac{p_{VK2}}{p_{VK1}}\right) + \dots + \ln\left(\frac{p_A}{p_{VKn}}\right) \right) \\
 &= -m_{Sp} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_{VK1}}{p_{K1}} \cdot \frac{p_{VK2}}{p_{VK1}} \cdot \dots \cdot \frac{p_A}{p_{VKn}}\right) \\
 &= -m_{Sp} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_A}{p_{K1}}\right)
 \end{aligned} \tag{6.31}$$

Die Entropiezunahme ist demnach nur noch von dem ND-seitigen Austrittsdruck p_A und dem Kammerdruck während der Kammerfüllung p_{K1} abhängig. Damit ergeben sich für die Vergleichsmaschine V sowie die Maschine mit Steuerscheibe S die einfachen Beziehungen:

$$\Delta S_{SpV} = -m_{SpV} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_A}{p_{KV}}\right) \tag{6.32}$$

und

$$\Delta S_{SpS} = -m_{SpS} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_A}{p_{KS}}\right) \tag{6.33}$$

Die Entropiezunahme in der Vorkammer beruht zum einen auf der Temperaturerhöhung bei der Vorkammerfüllung und zum anderen auf einer Drucksenkung aufgrund der Einlassdrosselung. Der Anteil der Entropiezunahme durch Drucksenkung ist nicht an die Vorkammer gebunden, er tritt in ähnlicher Weise auch in der Vergleichsmaschine auf. Für die Entropiezunahme in der Arbeitskammer während der Kammerfüllung sollen daher die Beziehungen nach Gl. (6.21)

$$\Delta S_{KFS} = m_S \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) \right) \quad (6.34)$$

und

$$\Delta S_{KFV} = m_V \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_E} \right) \right) \quad (6.35)$$

gelten.

In ähnlicher Weise gilt diese Beziehung auch für die Restmasse $m_{S\text{Rest}}$, die nach dem Ladungswechselfvorgang in der Vorkammer verbleibt. Die Vorkammer wird bereits vor dem eigentlichen Füllbeginn über Spalte von der HD-Seite aus mit Masse gefüllt. Simulationsrechnungen haben gezeigt, dass diese Spaltmassenströme sich nur geringfügig auf den Kammerdruck auswirken, so dass hierfür in guter Näherung bis zum Beginn der Kammerfüllung der ND-Druck (Austrittsdruck) p_A angenommen werden kann. Aufgrund der hohen Drosselwirkung am Spalt von Eintrittsdruck auf annähernd Austrittsdruck in der Kammer sowie eine zu erwartenden starke Erwärmung der Vorkammermasse durch Wärmeübergänge an den arbeitsraumbegrenzenden Bauteiloberflächen wird sich jedoch eine deutlich erhöhte Kammertemperatur einstellen, die eher im Bereich der Eintrittstemperatur zu erwarten ist. Damit lässt sich der Entropieanteil der Restmasse analog zu Gl. (6.34) und (6.35) berechnen nach:

$$\Delta S_{KFS\text{Rest}} = m_{S\text{Rest}} \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_A} \right) \right) \quad (6.36).$$

Die Gleichungen für die Summe der Entropiezunahmen lauten demnach

$$\begin{aligned} \Delta S_V &= \Delta S_{KFV} + \Delta S_{SpV} \\ \Delta S_V &= m_V \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_E} \right) \right) - m_{SpV} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1V}} \right) \end{aligned} \quad (6.37)$$

und

$$\begin{aligned}
\Delta S_S &= \Delta S_{KFS} + \Delta S_{SpS} + \Delta S_{KFS\text{ Rest}} \\
\Delta S_S &= ((1-x) \cdot m_V - m_{S\text{ Rest}}) \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln\left(\frac{T_{K1S}}{T_E}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_{K1S}}{p_E}\right) \right) \\
&\quad + m_{SpS} \cdot \left(-R \cdot \ln\left(\frac{p_A}{p_{K1S}}\right) \right) + m_{S\text{ Rest}} \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln\left(\frac{T_{K1S}}{T_E}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_{K1S}}{p_A}\right) \right)
\end{aligned} \tag{6.38}$$

Weiterhin soll aufgrund der eher geringen Differenz zwischen den Kammerdrücken p_{K1S} und p_{K1V} ($p_{K1V} - p_{K1S} = 0,6$ bar, entspricht ca. 5%), siehe Bild 6.11, für die Berechnung die Näherung gelten $\ln\left(\frac{p_A}{p_{K1V}}\right) \approx \ln\left(\frac{p_A}{p_{K1S}}\right)$. Durch Gleichsetzen der Gleichungen (6.37) und (6.38) und Umformen nach dem äquivalenten Spaltmassenanteil x erhält man die Beziehung

$$x = \frac{\bar{c}_v^0 \cdot \ln\left(\frac{T_{K1S}}{T_{K1V}}\right) - \frac{p_A \cdot V_{K01}}{m_V \cdot T_E} \cdot \ln\left(\frac{p_E}{p_A}\right)}{\bar{c}_p^0 \cdot \ln\left(\frac{T_{K1S}}{T_E}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_A}{p_E}\right)} \tag{6.39}$$

Die einzelnen Schritte der Umformung sind dem Anhang Kap. 9.5 zu entnehmen.

Die Temperatur T_{K1S} ist in erster Linie eine Funktion des Startvolumens V_{K01} der Maschine mit Vorkammer und kann für eine ideal dichte Kammer nach Gleichung (6.17) ermittelt werden. Die Werte für T_{K1V} und m_V der Vergleichsmaschine sind den Simulationsrechnungen entnommen.

In Bild 6.13 ist der Zusammenhang zwischen dem bezogenen Vorkammervolumen und dem äquivalenten Spaltmassenstromanteil grafisch dargestellt. Der eingezeichnete Übergangsbereich ergibt sich unter der Annahme üblicher zu erwartender Spaltmassenströme im Bereich von 15% ÷ 30% bezogen auf den zugeführten Massenstrom. Aufgrund des Spaltkennzahlenvergleichs der betrachtete Rotorvariante mit Einlassscheibe mit der Vergleichsmaschine in Kap.6.1.1 ist mit einer Verringerung der Spaltwirkung um ca. 17% zu rechnen, was somit zu einer Reduzierung der Spaltmassenströme um ca. 2,6% ÷ 5,1% bezogen auf den zugeführten Massenstrom führen kann. Ob eine Steuerscheibe hier Vorteile bringt, hängt wesentlich von der tatsächlichen Spaltsituation der Maschine sowie den Betriebsbedingungen ab.

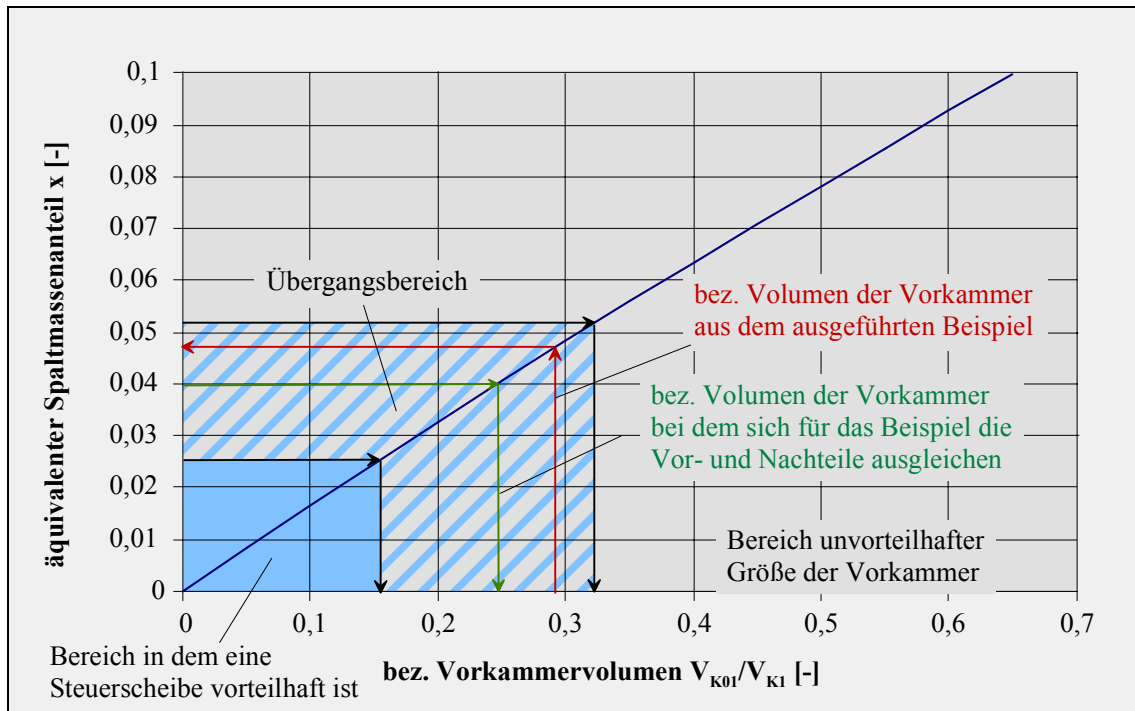


Bild 6.13: Äquivalenter Spaltmassenanteil x aufgetragen über dem bezogenen Vorkammervolumen V_{K01}/V_{K1} . (Die Füllung einer Vorkammer mit einem bezogenen Volumenanteil V_{K01}/V_{K1} führt zu einer Entropieerhöhung in einer Größenordnung, wie sie durch einen entsprechenden äquivalenten Spaltmassenanteil x bezogen auf die der Vergleichsmaschine zugeführten Masse m_V entsteht.)

Für bezogene Vorkammervolumen $\frac{V_{K01}}{V_{K1}}$ kleiner 0,15 sollten in der Regel die Vorteile der Steuerscheibe überwiegen, während für Volumenverhältnisse größer 0,35 der Einsatz nicht sinnvoll erscheint. Für das ausgeführte Beispiel einer Maschine mit Steuerscheibe beträgt das bezogene Vorkammervolumen ca. 0,29 und der äquivalente Spaltmassenanteil liegt bei 0,048. Unter der Annahme einer Verringerung der Spaltmassenströme um 17% muss demnach für die Vergleichsmaschine der Anteil des Spaltmassenstroms am zugeführten Massenstrom mehr als 28% betragen, um eine Verbesserung der Energiewandlung zu erzielen.

6.2 Konische Rotoren

Die Kennzahlbetrachtungen in Kap. 5.3 haben gezeigt, dass übliche Geometrievariationen (Umschlingungswinkel, Längen-/Durchmesser Verhältnis,

Zähnezahl) gegensätzliche Wirkungen auf die Spaltsituation und die Drosselung erzielen und demnach für große innere Volumenverhältnisse ($v_i \geq 5$) nur ein eher geringes Potenzial zur Verbesserung der Kammerfüllung bieten. Eine weitere Möglichkeit der geometrischen Modifikation liegt im Einsatz konischer Rotoren. Die nachfolgenden Betrachtungen zu dieser Rotorgeometrie sollen dabei unabhängig von der Fertigung erfolgen.

Durch eine Verringerung der Rotordurchmesser und damit der Zahnflächen auf der HD-Seite kann das innere Volumenverhältnis bei sonst gleichen Geometrieparametern (Zähnezahl, Rotorlänge, Umschlingungswinkeln) und gleicher Lage der Steuerkanten erhöht werden. Dies bietet einerseits die Möglichkeit bei gleichen Betriebsbedingungen größere Druckverhältnisse als bisher einstufig abbauen zu können. Andererseits vergrößert sich für gleiche innere Volumenverhältnisse gegenüber der herkömmlichen zylindrischen Maschine die Einlassfläche. In Verbindung mit den untersuchten Maßnahmen zur Verringerung der Spaltmassenströme wie eine Verkleinerung des HR-Umschlingungswinkels, eine Verringerung der HR-Zähnezahlen oder eine Erhöhung der Drehzahlen können sich Verbesserungen der Kammerfüllung ergeben. In der Summe können diese Maßnahmen nach einem Optimierungsschritt zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte beitragen.

Erste Überlegungen zu der Gestaltung konischer Rotoren haben gezeigt, dass es nicht sinnvoll erscheint beide Rotoren konisch auszuführen. Bei einer Anordnung mit nicht parallelem Achsverlauf, bei der sich der Achsabstand entsprechend den Rotordurchmessern ändert, liegen die Stirnflächen von Haupt- und Nebenrotor nicht mehr in einer Ebene. Dies führt zu Dichtungsproblemen zwischen den Kammern im Bereich der HD-Stirnflächen. Weiterhin verringert sich der Bauraum für die HD-seitigen Dichtungen und Lager.

Eine achsparallele Anordnung der Rotoren lässt am Nebenrotor nur einen sehr geringen Spielraum für eine konische Ausführung zu. Die Größe der Kopfrundungsöffnung wird wesentlich durch den Abstand zwischen Nebenrotor-Kopfkreis und Wälzkreis bestimmt. Um eine kleine Kopfrundungsöffnung zu realisieren, muss der Kopfkreis daher dicht am zugehörigen Wälzkreis verlaufen. Ändert man den Kopfkreisdurchmesser so verändert sich die Verzahnung und die Größe der Kopfrundungsöffnung erheblich [39].

Für eine erste Untersuchung soll daher eine Ausführung mit konischem Hauptrotor und zylindrischem Nebenrotor in achsparalleler Anordnung betrachtet werden, wie sie in Bild 6.14 dargestellt ist.

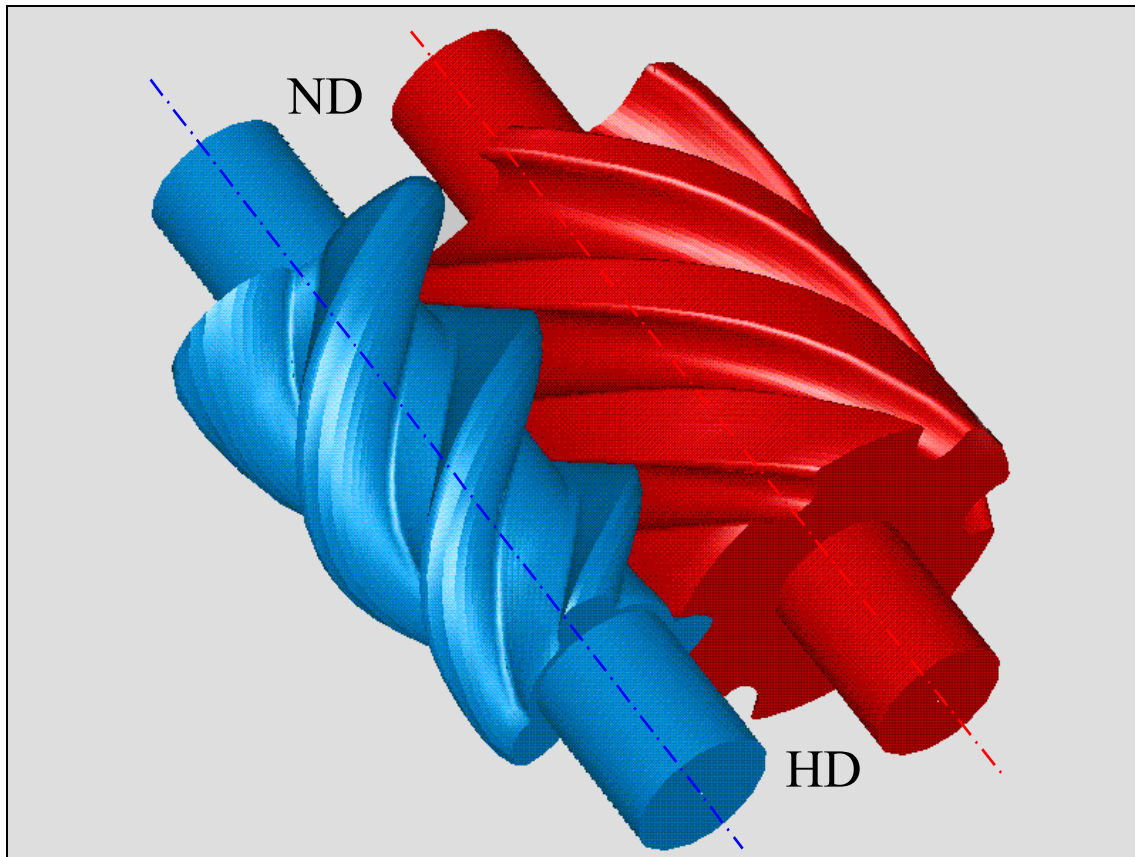


Bild 6.14: Beispiel für ein parallelachsiges Rotorpaar mit konischem Hauptrotor und zylindrischem Nebenrotor auf der Basis des asym. SRM-Profiles (Zähnezahl 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 80\text{mm}$; $D_{NR} = 102\text{mm}$; $D_{HR} = 80 - 105\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$)

Durch den konischen Verlauf des Hauptrotors bei sonst gleichen Geometrieparametern verkleinert sich das Kammervolumen gegenüber der zylindrischen Maschine. Daher muss für einen Vergleich von Maschinen mit gleichem theoretischen Volumenstrom bei gleicher Drehzahl die konische Maschine unter Berücksichtigung der geometrischen Ähnlichkeitsbeziehungen mit einem Längenmaßstabsfaktor um ca. 10% vergrößert werden.

Ein wesentlicher Vorteil der konischen Variante liegt in der HD-seitigen Verbreiterung des Nebenrotorzahnkopfes, was zu einer deutlicher Vergrößerung des radialen Anteils der Einlassfläche auf der Nebenrotorseite führt, siehe Bild 6.15. Ein Vergleich mit der zylindrischen Vergleichsmaschine zeigt bei gleichem inneren Volumenverhältnis von

$v_i = 5$ eine Erhöhung im Maximalwert der Einlassfläche von 540mm^2 auf 1080mm^2 also um 100%. Dabei verschiebt sich jedoch auch die Lage der Steuerkanten von 119° auf 138° .

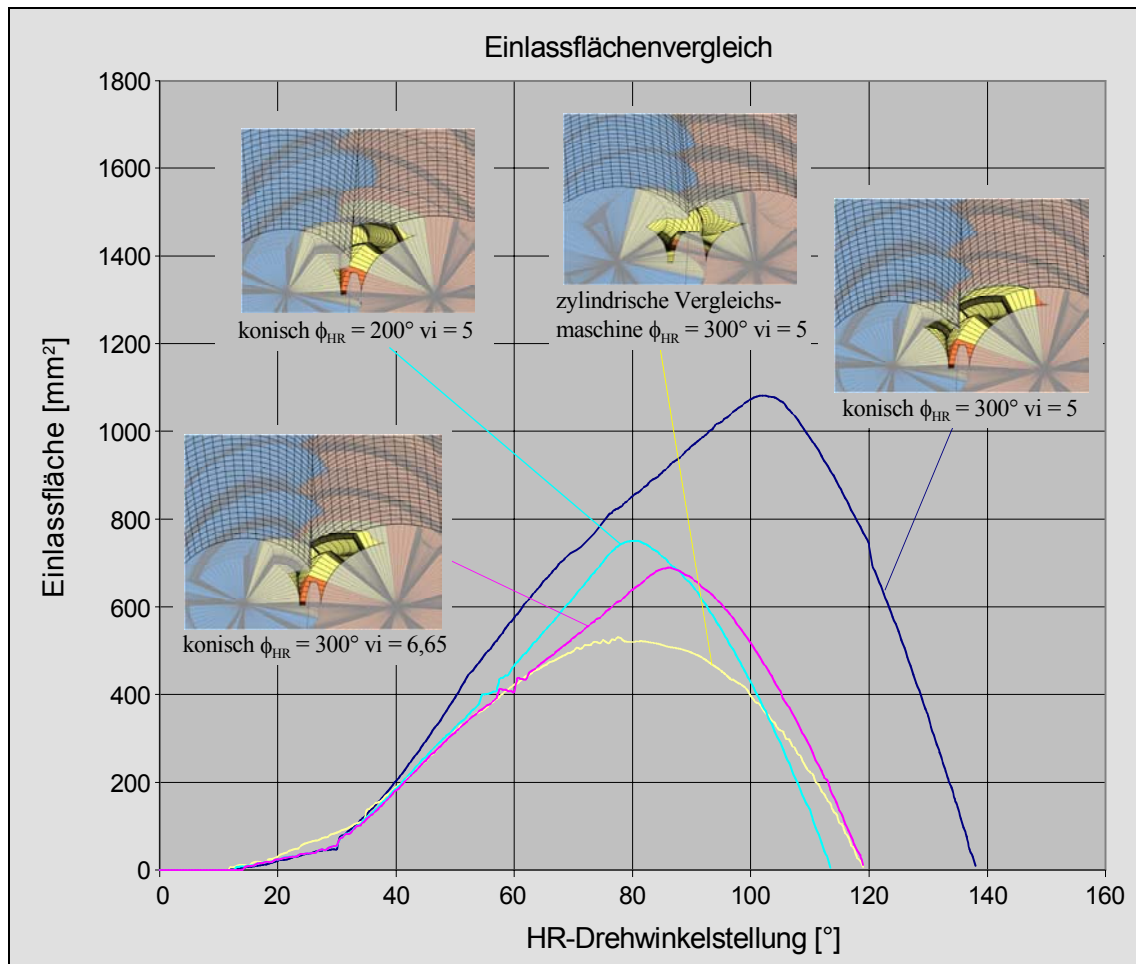


Bild 6.15: Vergleichende Darstellung der Einlassflächen für konische Rotoren sowie für die zylindrische Vergleichsmaschine bei gleichem Kammervolumen, gleicher Zähnezahl 4+6 und gleichem Achsabstand-/Längenverhältnis a/L .

Vergleicht man die Einlassflächen bei gleicher Steuerkantenlage von 119° , so ergibt sich weiterhin ein Anstieg im Maximalwert der Einlassfläche von ca. 20% gegenüber der Vergleichsmaschine. Die Einlassflächenkurven zeigen in der ersten Hälfte des Drehwinkelbereichs einen ähnlichen Verlauf, so dass hier mit einer ähnlichen Drosselwirkung zu rechnen ist. In der zweiten Hälfte, in der aufgrund des Anstiegs der Volumenkurve der Volumenstrom zunimmt, zeigt die Einlassflächenkurve für das konische Rotorpaar größere und damit günstigere Werte.

Das innere Volumenverhältnis der konischen Maschine liegt bei diesem Vergleich mit $v_i = 6,65$ gegenüber dem $v_i = 5$ der zylindrischen Maschine um 33% höher, wodurch sich der theoretische Volumenstrom am Einlass um einen entsprechenden Anteil verringert. Bei dem dargestellten, annähernd gleichen, Einlassflächenverlauf führt dies zu einer geringeren fiktiven Strömungsgeschwindigkeit $\bar{c}_{E,f}$ am Einlass. Daher ist selbst für größere innere Volumenverhältnisse bei der konischen Maschine eine Verringerung der Einlassdrosselung gegenüber der Vergleichsmaschine zu erwarten.

Dieser Vorteil ist jedoch weiterhin verbunden mit einem vergrößerten Drehwinkelbereich der Kammerfüllung gegenüber der zylindrischen Maschine. Bei vergleichbaren inneren Volumenverhältnissen ist daher mit erhöhten Spaltverlusten zu rechnen. Somit ergeben sich wieder gegensätzliche Wirkungen auf die Kammerfüllung, wie sie auch bei den in Kap. 5.3 untersuchten Geometrievariationen vorliegen.

Der Drehwinkelbereich des Füllvorgangs kann durch eine Verringerung des Hauptrotor-Umschlingungswinkels Φ_{HR} verkleinert werden. In Bild 6.15 ist dies beispielhaft für ein konisches Rotorpaar mit einem Umschlingungswinkel $\Phi_{HR} = 200^\circ$ bei einem inneren Volumenverhältnis von $v_i = 5$ dargestellt. Der Drehwinkelbereich reduziert sich dabei gegenüber dem konischen Rotorpaar mit einem HR-Umschlingungswinkel von $\Phi_{HR} = 300^\circ$ um ca. 21% von 138° auf $113,5^\circ$. Gegenüber der zylindrischen Vergleichsmaschine ergibt sich eine Verringerung von ca. 5%. Dabei liegt das Maximum der Einlassfläche bezogen auf die Einlassfläche der Vergleichsmaschine um ca. 35% höher. Dies wirkt wiederum dem negativen Einfluss auf die Drosselung am Eintritt entgegen, der sich aus einer mit dem Drehwinkelbereich verkürzenden Füllungsdauer ergibt. Daher wird ein Motor mit konischen Rotoren bei gleicher Einlassdrosselung gegenüber der zylindrischen Maschine einen geringeren Drehwinkelbereich zur Kammerfüllung benötigen. Die dadurch verkürzte Dauer der Kammerfüllung kann zu einer Verringerung der Spaltmassenströme beitragen.

Betrachtet man die Verläufe der Einlassflächen in Bild 6.15, so fällt auf, dass die Einlassflächenkurve für die konischen Rotoren mit einem HR-Umschlingungswinkel $\Phi_{HR} = 200^\circ$ im ersten Teil der Kurve bis zu ihrem Maximum steiler verläuft als die Kurven der anderen Rotorpaare. Dieser Verlauf ergibt sich, obwohl diese Maschine den geringsten HR-Steuerkantenwinkel und damit die kleinste axiale Einlassfläche im

Will man die Dauer der Kammerfüllung und damit die Spaltmassenströme durch eine Reduzierung der Umschlingungswinkel verringern, so erscheint es aufgrund der vorhergehenden Überlegungen besonders wichtig zu sein, dass ein möglichst großer radialer Einlassflächenanteil vorliegt. Mit abnehmenden Umschlingungswinkeln verringert sich der Drehwinkelbereich, in dem der Einlass erfolgt, und damit auch die axiale Einlassfläche. Die Verkleinerung der radialen Einlassfläche, aufgrund des geringeren Drehwinkelbereichs, wird durch eine Zunahme der axialen Erstreckung bei abnehmenden Umschlingungswinkeln verringert. Dadurch ist zu erwarten, dass bei abnehmenden Umschlingungswinkeln die Drosselung am Eintritt von Maschinen mit großem radialen Einlassflächenanteil weniger stark zunimmt als dies bei Maschinen mit rein radialen Einlassflächen der Fall ist.

6.2.1 Beurteilung anhand der Kennzahlen

Eine Beurteilung der konischen Rotorgeometrie soll wiederum anhand eines Vergleichs der Spalt- und Einlasskennzahlen mit denen der zylindrischen Vergleichsmaschine erfolgen (siehe Kap. 5.3).

In Bild 6.17 ist der Verlauf dieser Kennzahlen unter der Annahme gleicher Drehzahlen und für gleiche Expansionsvolumen über dem HR-Umschlingungswinkel aufgetragen. Betrachtet man zunächst die Spaltkennzahlen, so ist zu erkennen, dass die Kurve der konischen Rotoren oberhalb der Kurve der zylindrischen Rotoren verläuft. Ein Vergleich bei gleichem HR-Umschlingungswinkel liefert demnach größere (also ungünstigere) Spaltkennzahlen für die betrachteten konischen Rotoren.

Der Grund hierfür ist jedoch, in ähnlicher Weise wie schon bei der Betrachtung der Rotoren mit Steuerscheibe in Kap. 6.1.1, nicht auf eine Vergrößerung der realen Spaltbreiten zurückzuführen. In Bild 6.18 sind die Spaltbreiten für zylindrische und konische Rotoren mit einem Hauptrotor-Umschlingungswinkel $\Phi_{HR} = 300^\circ$ vergleichend dargestellt. Man erkennt, dass die Spaltbreiten der konischen Rotoren mit Ausnahme des Gehäusespaltes bei gleicher Hauptrotor-Drehwinkelstellung kleiner sind als die der zylindrischen Rotoren. Die Ursache für die ungünstigeren Spaltkennzahlen ist allein auf die Verschiebung der Steuerkantenlage hin zu einer größeren Drehwinkelstellung von 119° auf 138° zurückzuführen. Diese ergibt sich aus einem veränderten Verlauf der Volumenkurve gegenüber der Vergleichsmaschine, siehe Bild

6.18. Dadurch nimmt zum einen die wirksame Gehäusespaltbreite gegenüber der Vergleichsmaschine zu und zum anderen steigt die Dauer, in der die Spalte während des Füllvorgangs wirksam sind. Besonders ungünstig ist in diesem Zusammenhang, dass die Verlängerung des Füllvorgangs bei nahezu vollständig ausgebildeten Spaltbreiten erfolgt. In der Summe führt dies zu einer höheren Spaltkennzahl und damit zu einer ungünstigeren Spaltwirkung.

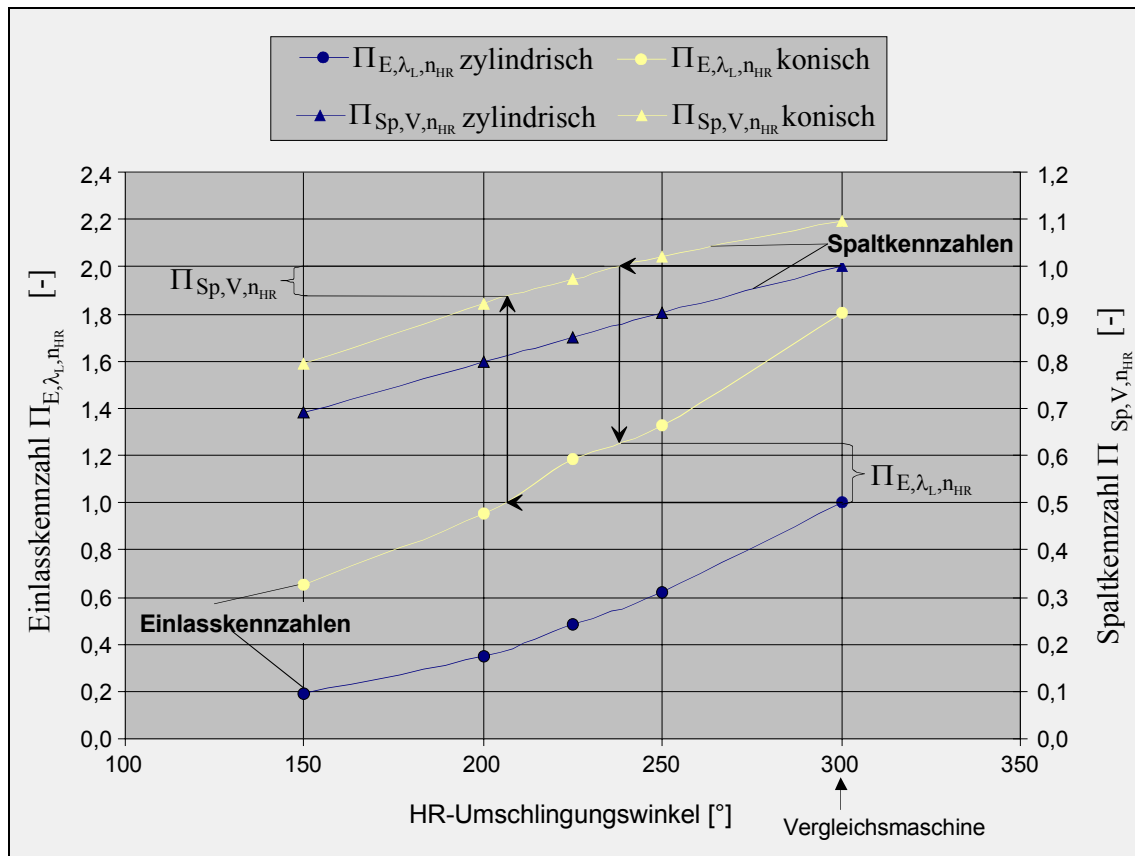


Bild 6.17: Auf die Einheitsmaschine 11 normierte Spalt- und Einlasskennzahlen für ein Rotorpaar mit konischem Hauptrotor im Vergleich zu zylindrischen Rotoren bei Variation des Hauptrotor-Umschlingungswinkels (berechnet für das asymmetrische SRM-Profil 4+6; $L/D_{NR} = 1,5$; $v_i = 5$).

Die Einlasskennzahlen in Bild 6.17 verdeutlichen ein demgegenüber entgegengesetztes Verhalten. Die Kurve für die Einlasskennzahlen der konischen Rotoren verläuft deutlich oberhalb der Kurve für die zylindrischen Rotoren (ca. 80% bezogen auf die Vergleichsmaschine) als Kennzeichen für eine Verbesserung der Einlassbedingungen mit einer verminderten Drosselung am Eintritt. Gründe hierfür sind zum einen die längere Dauer des Füllvorganges bei gleichem Kammervolumenstrom, wodurch sich

die fiktive Strömungsgeschwindigkeit am Eintritt verringert, und zum anderen die Vergrößerung der Einlassfläche insbesondere durch einen großen radialen Flächenanteil auf der Nebenrotorseite.

Für eine Beurteilung der konischen Variante ist es daher sinnvoll, Zustände gleicher Spaltkennzahlen und gleicher Einlasskennzahlen mit einander zu vergleichen. Als Bezug dient wiederum die zylindrische Vergleichsmaschine mit einem Hauptrotor-Umschlingungswinkel von $\Phi_{HR} = 300^\circ$. Ein Vergleich bei einer auf die Vergleichsmaschine normierten Spaltkennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}} = 1$ in Bild 6.17 führt für ein vergleichbares konisches Rotorpaar zu einer Verringerung des Hauptrotor-Umschlingungswinkels auf ca. $\Phi_{HR} = 240^\circ$. Dabei ergibt sich eine Verbesserung der Einlasskennzahl gegenüber der Vergleichsmaschine um ca. 25%.

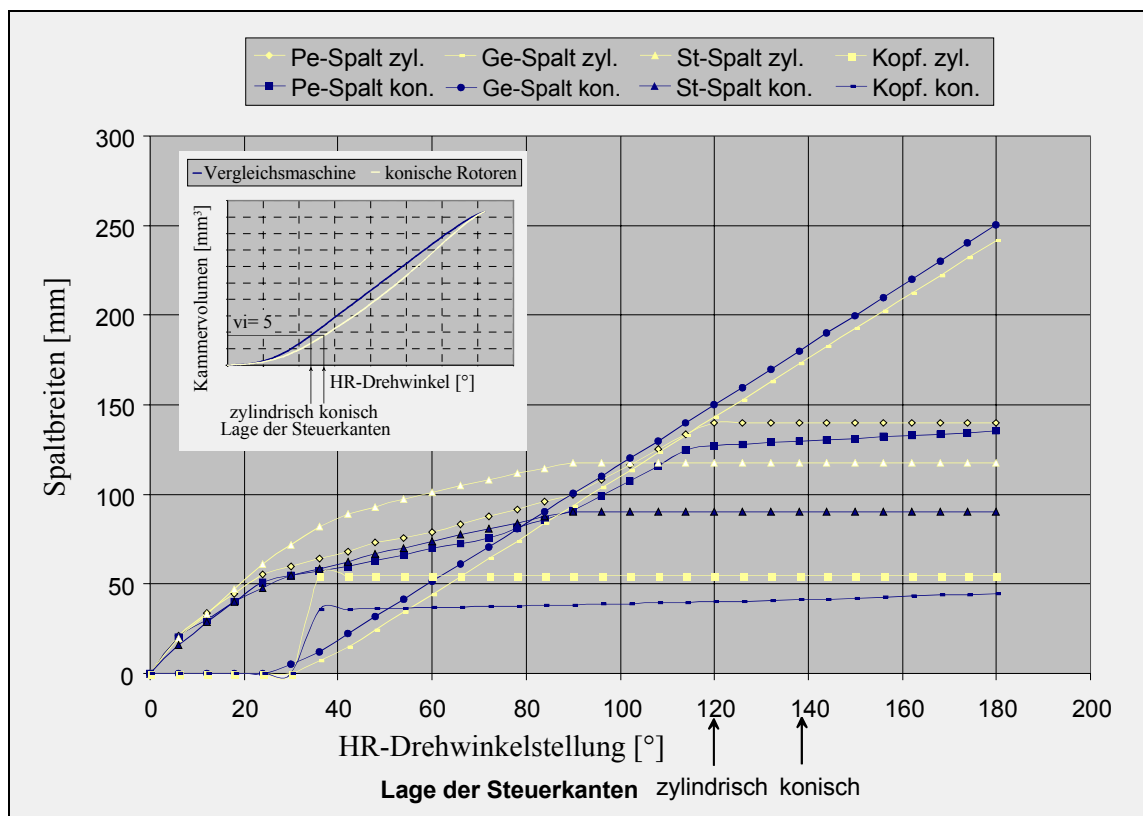


Bild 6.18: Vergleich der Spaltbreitenverläufe für zylindrische und konische Rotoren in Abhängigkeit von der Hauptrotor-Drehwinkelstellung (berechnet für das asymmetrische SRM-Profil 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L/D_{NR} = 1,5$; $v_i = 5$).

Vergleicht man die Rotorgeometrien bei gleicher normierter Einlasskennzahl $\Pi_{E,\lambda_L,n_{HR}} = 1$, so muss der Hauptrotor-Umschlingungswinkel für die konischen Rotoren

auf ca. $\Phi_{HR} = 205^\circ$ verringert werden, um ähnliche Einlassbedingungen zu erhalten, wie sie an der Vergleichsmaschine vorliegen. Für diesen Fall vermindert sich die Spaltkennzahl um ca. 7% gegenüber der der Vergleichsmaschine.

Für die betrachtete konische Rotorgeometrie ist somit eine Verbesserung der Kammerfüllung gegenüber der Vergleichsmaschine zu erwarten.

6.2.2 Einfluss der Zähnezahlen

Die bisherigen Betrachtungen wurden für ein beispielhaft ausgewähltes konisches Rotorpaar basierend auf der Vergleichsmaschine mit einer Zähnezahlkombination von 4+6 dargestellt. Es stellt sich nun die Frage, ob dies die günstigste Zähnezahlkombination für diese Rotorgeometrie ist, oder ob andere Zähnezahlen eine weitere Verbesserung der Kammerfüllung zulassen.

Die bisherigen Betrachtungen haben gezeigt, dass der radiale Anteil der Einlassfläche am Nebenrotor einen wesentlichen Beitrag zur Verbesserung der Kammerfüllung liefert. Dieser Anteil wird auch von der Nebenrotorzähnezahl beeinflusst. Für kleine Zähnezahlen am Nebenrotor vergrößert sich der Drehwinkelbereich und damit die Drehwinkelstellung der nebenrotorseitigen Steuerkante. Daher ist zu untersuchen, ob die Nebenrotorzähnezahl für konische Rotoren einen größeren Einfluss auf die Kammerfüllung besitzt als dies bei den zylindrischen Rotoren der Fall ist, siehe Kap. 5.3. Zu diesem Zweck werden in Bild 6.19 Zähnezahlkombinationen in einem Bereich von 3+4 bis 4+6 für Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen bei gleicher Drehzahl anhand der Spalt- und Einlasskennzahlen miteinander verglichen.

Wie auch bei den zylindrischen Rotoren ist eine Verbesserung der Einlasskennzahl durch eine Erhöhung der Hauptrotorzähnezahl zu erzielen, was auf eine Vergrößerung der gehäuseseitigen Einlassöffnung mit zunehmender Zähnezahl zurückzuführen ist. Im Unterschied zu den zylindrischen Rotoren ist jedoch zusätzlich ein positiver Einfluss einer abnehmenden Nebenrotorzähnezahl auf die Einlasskennzahl zu erkennen. Ursache hierfür ist die Vergrößerung der Nebenrotorzahnbreite und damit auch der nebenrotorseitigen radialen Einlassfläche im Gehäuse.

Die Spaltkennzahlen zeigen ebenfalls die für zylindrische Rotoren bekannte Abhängigkeit einer Verbesserung mit abnehmender Hauptrotorzähnezahl. Für eine Variation der Nebenrotorzähnezahl ist keine eindeutige Tendenz zu erkennen. Während

die Spaltkennzahl bei 3 Hauptrotorzähnen mit abnehmender Nebenrotorzähnezahl leicht ansteigt, wie dies auch bei zylindrischen Rotoren der Fall ist, bleibt bei 4 Hauptrotorzähnen und Variation der Nebenrotorzähnezahl die Spaltkennzahl nahezu unverändert.

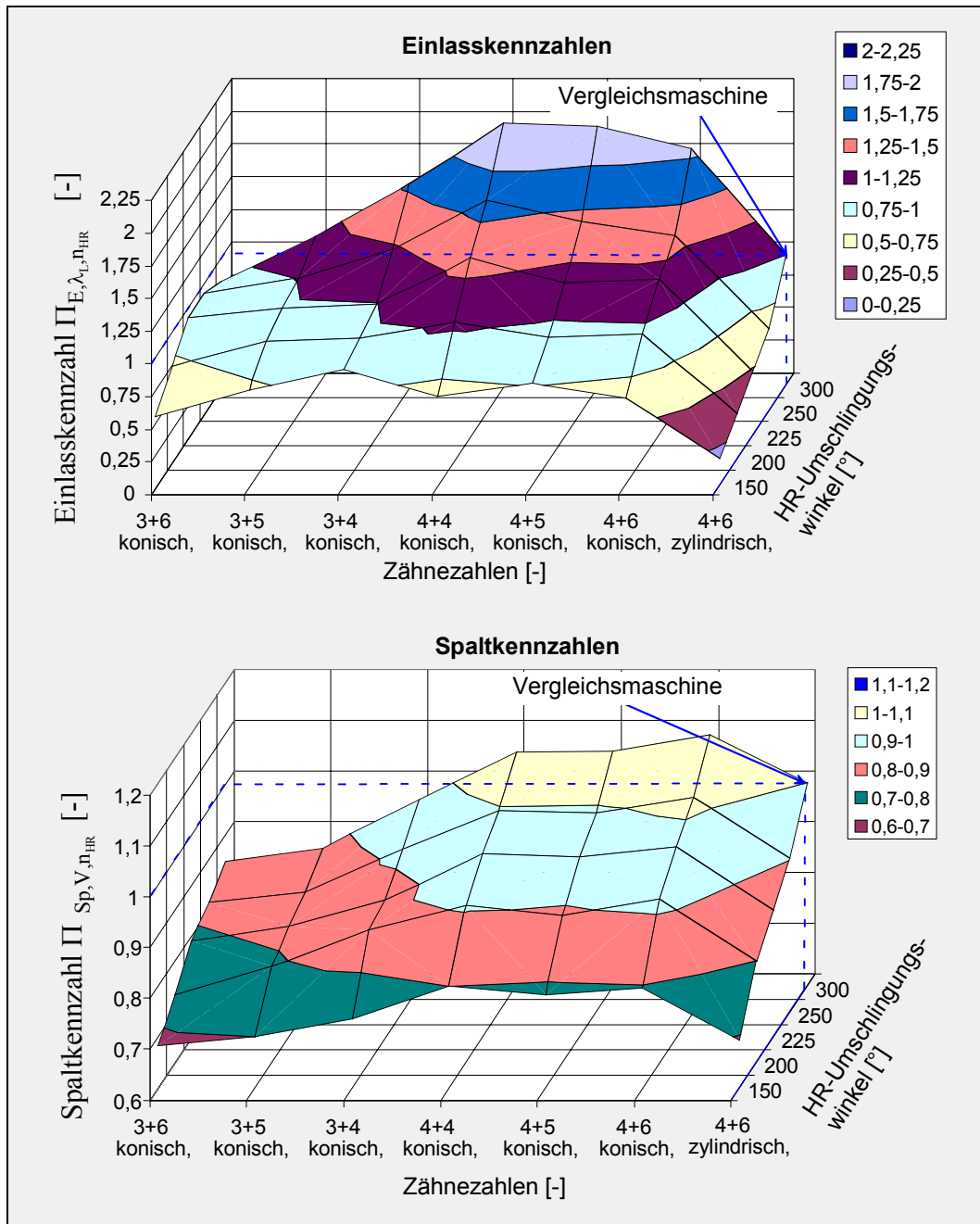


Bild 6.19: Kennzahlenvergleich konischer Rotoren mit Zähnezahlen in einem Bereich von 3+4 bis 4+6 (die Kennzahlen sind auf die Einheitsmaschine 11 normiert)

In beiden Fällen wirkt sich jedoch der Einfluss einer Variation der Nebenrotorzähnezahl auf die Spaltkennzahl gegenüber einer Änderung der Hauptrotorzähnezahl geringer aus.

Dies gilt solange die Nebenrotorzähnezahl größer als die des Hauptrotors ist, was wiederum den Ergebnissen aus den Betrachtungen zylindrischer Rotoren entspricht. Die Einlasskennzahl zeigt deutlich größere Gradienten bei Änderung der Zähnezahlen gegenüber der Spaltkennzahl. Die Betrachtungen lassen demnach für konische Rotoren den Einsatz kleiner Hauptrotorzähnezahlen zur Verbesserung der Spaltsituation und kleiner Nebenrotorzähnezahlen zur Verbesserung der Einlasssituation als sinnvoll erscheinen.

6.2.3 Energetische Beurteilung

Die vorangegangenen Kennzahlbetrachtungen haben gezeigt, dass für den Einsatz konischer Rotoren bei der Wahl geeigneter Geometrieparameter (Zähnezahlen, Umschlingungswinkel) ein deutliches Potenzial zur Verbesserung der Kammerfüllung vorhanden ist. Die Einlassdrosselung und die Spaltmassenströme werden jedoch neben den rein geometrischen Gegebenheiten entscheidend von Betriebsparametern wie der Füllungsdauer (drehzahlabhängig), dem HD- und ND-Druck, der HD-Temperatur sowie der Art des Arbeitsmediums (Schallgeschwindigkeit) beeinflusst. Wie groß das Potenzial zur Verringerung der Drosselung wirklich ist, kann daher immer nur für den jeweiligen Anwendungsfall beantwortet werden.

Für einen gegebenen Betriebsfall soll als Beurteilungskriterium für die Einlassdrosselung z. B., der innere isentrope Gütegrad des Modells einer ideal dichte Maschine

$$\eta_{i,s,id} = \frac{P_{i,id}}{P_{s,id}} = \frac{\dot{m}_{ex,id} \cdot w_{i,id}}{\dot{m}_{ex,id} \cdot \Delta h_{s,id}} = \frac{w_{i,id}}{\Delta h_{s,id}} \quad (6.42)$$

dienen. Dabei ist vorauszusetzen, dass die Einflüsse weiterer Verlustquellen wie der Wärmeübergang vom Arbeitsmedium zu den arbeitsraumbegrenzenden Bauteilen (Gehäuse und Rotoren) [33], [29] oder Dissipation durch Fluidreibung in der Arbeitskammer [31] für den betrachteten Betriebsfall gegenüber den Hauptverlustquellen (Drosselung und Spaltverluste) gering sind.

Ein Vergleich mit dem inneren isentropen Gütegrad einer Maschine mit Spaltverlusten

$$\eta_{i,s} = \frac{P_i}{P_s} = \frac{\dot{m}_{ex} \cdot w_i}{\dot{m}_{ex} \cdot \Delta h_s} = \frac{w_i}{\Delta h_s} \quad (6.43)$$

gibt Aufschluss darüber, wie groß die Einflüsse der Spaltmassenströme und der Drosselung auf die Energiewandlung im einzelnen sind. Danach kann entschieden werden, ob durch eine geeignete Wahl der Geometrieparameter zur Verbesserung des Gütegrades die Einlassdrosselung reduziert werden sollte, oder eher ein Schwerpunkt auf die Verringerung der Spaltmassenströme während des Füllvorgangs zu legen ist. Die Wirkung der geometrischen Änderungen auf die Energiewandlungsgüte kann in erster Näherung anhand der Kennzahlen beurteilt werden.

Dieses Vorgehen wird nachfolgend an einem beispielhaften Betriebsfalls erläutert. Die Betriebsparameter für dieses Beispiel sind der Tabelle 6.1 zu entnehmen.

Arbeitsmedium	Wasserdampf
Eintrittsdruck [bar]	15
Eintrittstemperatur [°C]	250
Inneres Volumenverhältnis [-]	5
Drehzahl [min^{-1}]	16852 (entspricht einer Umfangsgeschwindigkeit von 90 m/s für die Vergleichsmaschine)

Tabelle 6.1: Betriebsparameter für den energetischen Geometrievergleich

Für die Simulationsrechnungen wird das im Anhang Kap. 9.2 beschriebene vereinfachte Modell zur Berechnung thermodynamischer Zustandsgrößen in der Arbeitskammer verwendet. Darin wird das Arbeitsspiel in hinreichend kleine Zeitintervalle Δt unterteilt, innerhalb derer von stationären Strömungen ausgegangen wird. Die Berechnung der zu- und der abströmenden Massen- und Enthalpieströme erfolgt nach dem Modell einer einfachen adiabaten Düsenströmung. Anschließend werden anhand der Massen- und Energiebilanzen die neuen Zustandsgrößen des Arbeitsmediums in der Arbeitskammer berechnet. Wärmeübergänge und der Einfluss von Fluidreibung in der Arbeitskammer sind hierin, weil stark konstruktionsabhängig, nicht berücksichtigt. Die Berechnung der anschließenden Expansion erfolgt polytrop. Für die gesamte Berechnung wird das Arbeitsmedium Wasserdampf unter Berücksichtigung hinreichend kleiner Drücke und Temperaturänderungen als ideales Gas betrachtet.

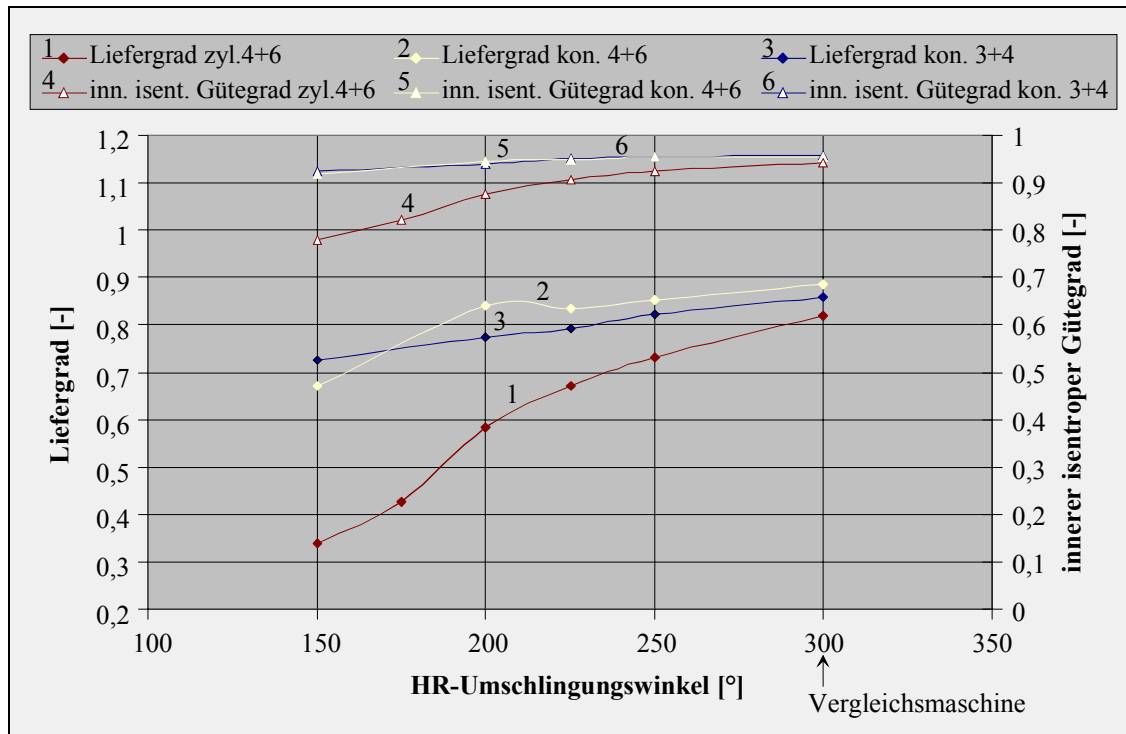


Bild 6.20: Vergleich der Liefergrade und der innerer isentropen Gütegrade von konischen Rotorgeometrien mit denen der zylindrischen Vergleichsmaschine anhand von Modellrechnungen für eine ideal dichte Maschine (Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$).

Durch die Drosselung am Eintritt und die Spaltmassenströme während der Kammerfüllung verringern sich der Druck und die Masse in der Arbeitskammer der realen Maschine gegenüber der theoretischen Kammerfüllung. Dies wirkt sich direkt auf den Kammerdruckverlauf während der Expansionsphase und damit den ND-seitigen Kammerdruck aus. Für eine Festlegung des Austrittsdrucks ist es daher notwendig, Kenntnisse über die zu erwartende Kammerfüllung und den Expansionsverlauf zu besitzen, um eine energetisch ungünstige Überexpansion oder eine deutliche Nachexpansion zu vermeiden. Die Anpassung des ND-seitigen Kammerdrucks auf den anliegenden Austrittsdruck ist eine Optimierungsaufgabe unter Berücksichtigung der Kammerfüllung, die im Wesentlichen über eine Anpassung des inneren Volumenverhältnisses erfolgt. Der Einfluss einer nicht angepassten Expansion auf die Energiewandlung ist demnach von den Vorgängen bei der Kammerfüllung getrennt zu betrachten. Für eine reine energetische Beurteilung der Drosselung am Eintritt und der Spaltmassenströme während der Kammerfüllung wird deshalb für jede betrachtete

Geometrie von einem angepassten Betriebszustand ausgegangen, d. h. der Austrittsdruck entspricht immer dem jeweils zu erwartenden ND-Kammerdruck!

Ausgangspunkt der Betrachtungen ist die zylindrische Vergleichsmaschine. Betrachtet werden zunächst die Ergebnisse der Modellrechnungen für die ideal dichte Maschine, wie sie in Bild 6.20 für eine Variation des HR-Umschlingungswinkels in einem Bereich von 150° bis 300° dargestellt sind. Der Liefergradverlauf zeigt eine deutliche Abnahme bei einer Verkleinerung des HR-Umschlingungswinkels von 82% bei $\Phi_{HR} = 300^\circ$ auf 34% bei $\Phi_{HR} = 150^\circ$. Dabei nimmt der Gradient im Kurvenverlauf mit zunehmendem HR-Umschlingungswinkel ab.

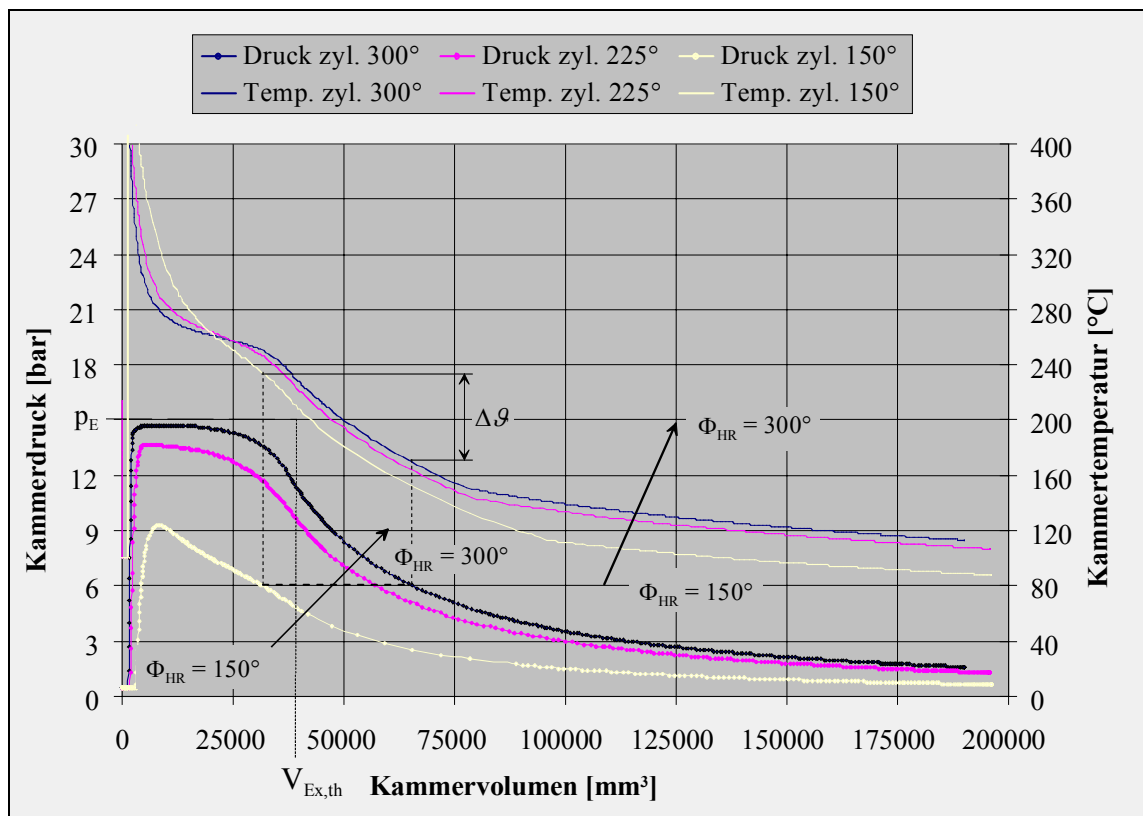


Bild 6.21: Druck- und Temperaturverläufe für zylindrische Rotoren mit unterschiedlichen Umschlingungswinkeln berechnet für das Modell der ideal dichten Maschine (Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$).

Der innere isentrope Gütegrad zeigt qualitativ den gleichen Verlauf, jedoch sind die Gradienten hier deutlich geringer ausgeprägt. Es ergibt sich lediglich eine Abnahme von 94% auf 78%. Mit zunehmendem HR-Umschlingungswinkel nimmt auch hier der Gradient ab. Für große HR-Umschlingungswinkel im Bereich von 250° bis 300° ist

daher in dem betrachteten Betriebsfall der Einfluss der Drosselung auf die Energiewandlungsgüte weniger stark ausgeprägt. Damit verbunden ist – an den Druckverläufen, Bild 6.21, zu erkennen – eine geringe Druckdifferenz zwischen dem Eintrittsdruck p_E und den maximalen Kammerdruck.

Für einen HR-Umschlingungswinkel von $\Phi_{HR} = 300^\circ$ macht sich lediglich eine geringe Differenz von ca. 0,5 bar zwischen dem Eintrittsdruck und dem maximalen Kammerdruck bemerkbar. Die Drosselung bewirkt hier im Wesentlichen einen vorzeitigen Expansionsbeginn bei verringerter Kammermasse, ähnlich einer Vergrößerung des inneren Volumenverhältnisses. Die reine Masseänderung wirkt sich zwar nach

$$P_{i,id} = \dot{m}_{ex,id} \cdot w_{i,id} = n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot m_{ex,id} \cdot w_{i,id} = n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot W_{i,id} \quad (6.44)$$

auf die Größe der Arbeitsfläche $W_{i,id}$ und damit die innere Leistung $P_{i,id}$ aus, hat aber nach Gleichung (6.42) keinen Einfluss auf den Gütegrad. Für den Gütegrad

$$\eta_{i,s,id} = \frac{P_{i,id}}{P_{s,id}} = \frac{n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot m_{ex,id} \cdot w_{i,id}}{n_{HR} \cdot z_{HR} \cdot m_{ex,id} \cdot \Delta h_{s,id}} = \frac{1}{\lambda_L} \cdot \frac{W_{i,id}}{m_{th} \cdot \Delta h_{s,id}} = \frac{1}{\lambda_L} \cdot \frac{W_{i,id}}{W_s} \quad (6.45)$$

ist entscheidend, wie groß die Abnahme der Innenarbeit ist, die über die Verringerung des Liefergrads hinaus geht.

Für die Innenarbeit einer ideal dichten Verdrängermaschine gilt:

$$W_{i,id} = -\oint p_{id} dV \quad (6.46).$$

Um die Drosselwirkung auf die Energiewandlungsgüte zu veranschaulichen, ist es nützlich, die Arbeitsflächen im p-V-Diagramm darzustellen, siehe Bild 6.22. Die als Bezugsgröße dienende isentropen Arbeit

$$W'_s = \lambda_L \cdot W_s \quad (6.47)$$

berücksichtigt dabei unter Einbeziehung des Liefergrads die reale Kammermasse. Mit abnehmendem Liefergrad wird die Arbeitsfläche der isentropen Vergleichsmaschine demnach kleiner.

Da die Arbeitsfläche über ein geschlossenes Ringintegral bestimmt wird, kann sie auch über das Integral der Druckänderungsarbeit

$$W_s = -\oint p dV = \oint V dp \quad (6.48)$$

ermittelt werden. Damit bildet der Liefergrad nach

$$W'_s = \lambda_L \cdot W_s = \lambda_L \cdot \oint V dp = \oint \lambda_L \cdot V dp \quad (6.49)$$

einen Skalierungsfaktor für das Volumen (Baugröße) der isentrope Vergleichsmaschine.

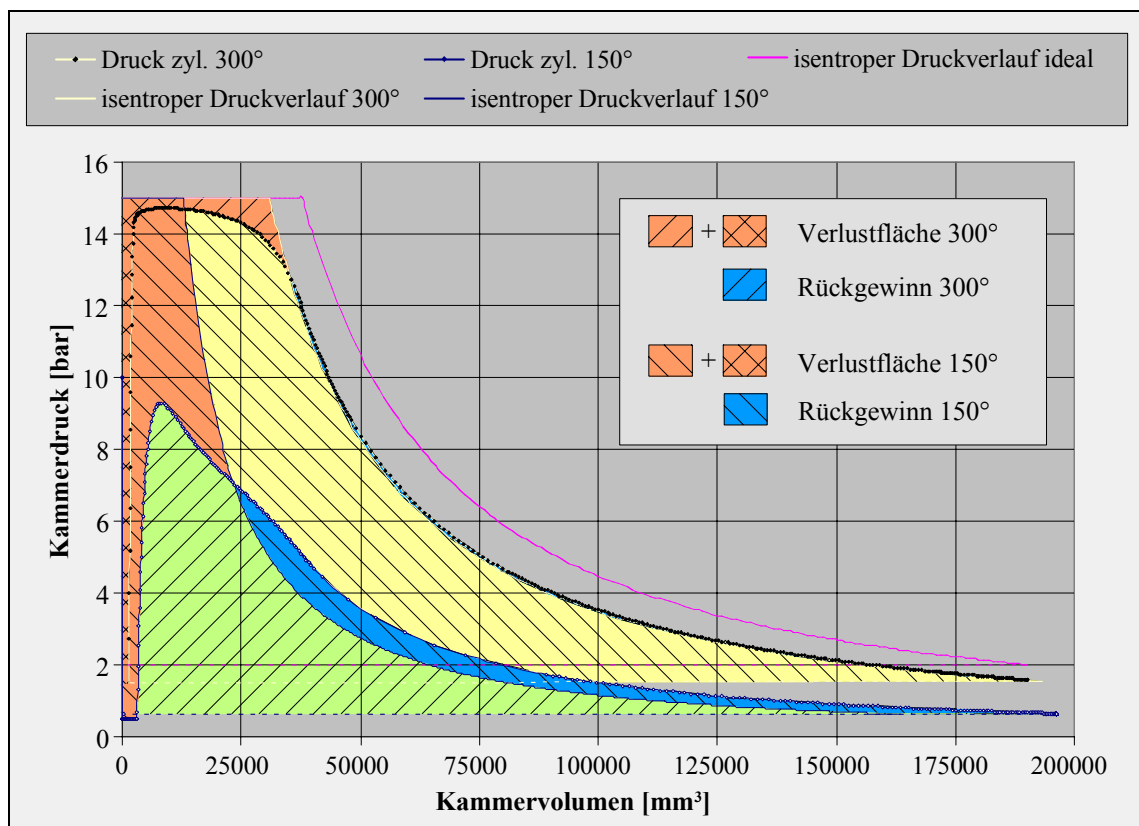


Bild 6.22: Darstellung der Arbeitsverlustflächen aufgrund von Drosselung und der Rückgewinnflächen für das Modell einer ideal dichten Maschine anhand von zwei beispielhaft ausgewählten HR-Umschlingungswinkeln (Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; zyl. Rotoren, asym. SRM 4 + 6 angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$).

In Bild 6.22 sind die Kurven berechneter Druckverläufe innerhalb der Arbeitskammern zweier ideal dichter Maschinen zu sehen, die die Arbeitsflächen zur Bestimmung der Innenarbeit $W_{i,id}$ begrenzen. Die Differenzflächen zwischen den Druckverläufen der

ideal dichten Maschinen und den zugehörigen isentropen Druckverläufen geben dabei den Einfluss der Drosselung als Verlustflächen anschaulich wieder.

Die Dissipation aufgrund von Drosselung führt gegenüber der isentropen Expansion zu einer Temperaturerhöhung in der Arbeitskammer. In Bild 6.21 ist die Temperaturerhöhung mit zunehmender Drosselung bei kleinen HR-Umschlingungswinkeln für einen Vergleich bei gleichen Kammerdrücken zu erkennen.

Nach dem idealen Gasgesetz $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$ ist eine Temperaturerhöhung bei gleicher Kammermasse und gleichem Kammervolumen mit einer Druckerhöhung verbunden. Daraus ergibt sich ein Rückgewinn an Arbeitsfläche (blaue Fläche in Bild 6.22), der eine Vergrößerung der realen Arbeitsfläche gegenüber der isentropen Expansion darstellt und somit den Verluste durch die Drosselung reduziert. Für die Vergleichsmaschine mit 300° HR-Umschlingungswinkel ist dieser Anteil gering. Für den Fall starker Drosselung (HR-Umschlingungswinkel 150°) ist er jedoch deutlich ausgeprägt, was durch den abnehmenden angepassten ND-Druck begünstigt wird.

Für den Fall der erhöhten Drosselung (150° HR-Umschlingungswinkel) beträgt die Verringerung des Liefergrads gegenüber der theoretischen Kammerfüllung $\Delta\lambda_{L,id} = 66\%$. Die Abnahme der Energiewandlungsgüte liegt unter den oben gemachten Annahmen und bei angepasstem Motorbetrieb bei $\Delta\eta_{i,s,id} = 22\%$, siehe Bild 6.20. Bei geringer Drosselung (300° HR-Umschlingungswinkel) mit einer Verringerung des Liefergrads um $\Delta\lambda_{L,id} = 19\%$ liegt die Abnahme der Energiewandlungsgüte lediglich bei $\Delta\eta_{i,s,id} = 6\%$.

Im Mittel ergibt sich für das Verhältnis der Änderungen von Liefergrad und Gütegrad

$$\frac{\Delta\lambda_{L,id}}{\Delta\eta_{i,s,id}}$$

einer Abweichung von $\pm 10\%$. Damit ist in erster Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen der Liefergradänderung und der Änderung des inneren isentropen Gütegrades gegenüber dem Optimum einer isentropen Bezugsmaschine hergestellt.

Für den Fall das ein linearer Zusammenhang zwischen dem Liefergrad und der Einlasskennzahl besteht, kann somit die Einlasskennzahl auch zur Beurteilung der Änderung der Energiewandlungsgüte verwendet werden. Dies ist bei der ausgeprägten

Drosselung im vorliegenden Beispiel der Fall. Für die in Bild 6.19 dargestellten konischen Varianten gilt damit für eine erste näherungsweise Beurteilung, dass eine Halbierung der Einlasskennzahl eine Verdoppelung der Drosselverluste zur Folge hat. Ist der Einfluss der Drosselung auf die Energiewandlungsgüte für eine Maschine (z. B. die Vergleichsmaschine) bei einem gegebenen Betriebsfall bekannt, so kann anhand der Einlasskennzahl eine veränderte Rotorgeometrie im Hinblick auf die Drosselwirkung beurteilt werden.

In einem nächsten Schritt soll zusätzlich der Einfluss der Spaltmassenströme betrachtet werden. Dazu sind in Bild 6.23 Kurvenverläufe für Maschinen mit und ohne Berücksichtigung der Spaltmassenströme vergleichend dargestellt. Erwartungsgemäß ist eine deutliche Zunahme des Liefergrades für die Maschine mit Spaltverlusten gegenüber der ideal dichten Maschine besonders bei großen HR-Umschlingungswinkeln zu erkennen. Dadurch bedingt sinken die Gütegrade. Mit abnehmendem Umschlingungswinkel nehmen die Spaltmassenströme und damit auch die Differenzen im Liefergrad ab, die Kurvenverläufe nähern sich einander an.

Um die Änderung des Spaltmassenstroms \dot{m}_{sp} beurteilen zu können, muss dieser in Relation zum tatsächlichen Expansionsmassenstrom \dot{m}_{Ex} betrachtet werden. Dies kann

in der dargestellten Form des bezogenen Spaltmassenstroms $\frac{\dot{m}_{sp}}{\dot{m}_{Ex}}$ geschehen. Für das

konische Rotorpaar ist eine Verringerung des Quotienten von 0,28 auf 0,23 um ca. 18% bei abnehmendem HR-Umschlingungswinkel zu erkennen. Das entspricht der energetisch wirksamen Reduzierung des Spaltmassenstroms, die an der Verringerung der Gütegraddifferenz zur ideal dichten Maschine abgelesen werden kann. Dieser Zusammenhang wird auch durch die Spaltkennzahl $\Pi_{Sp,V,n_{HR}}$ in Bild 6.19 ausgedrückt. Die Änderung der Spaltkennzahl gibt demnach einen Hinweis auf die zu erwartende Änderung in der Gütegraddifferenz zur ideal dichten Maschine.

Der in Bild 6.23 dargestellte Vergleich der inneren isentropen Gütegrade lässt für das konische Rotorpaar eine Verbesserung von ca. 8% gegenüber dem maximalen Wirkungsgrad der Vergleichsmaschine erkennen. Die Veränderung des Gütegrades bei Variation des HR- Umschlingungswinkels ist dabei für den konischen Fall gering, da einer Verringerung der Spaltmassenströme eine Zunahme der Drosselwirkung entgegen

wirkt. Es ist ein schwach ausgeprägtes Optimum in einem HR-Umschlingungswinkelbereich zwischen 150° und 200° zu erwarten.

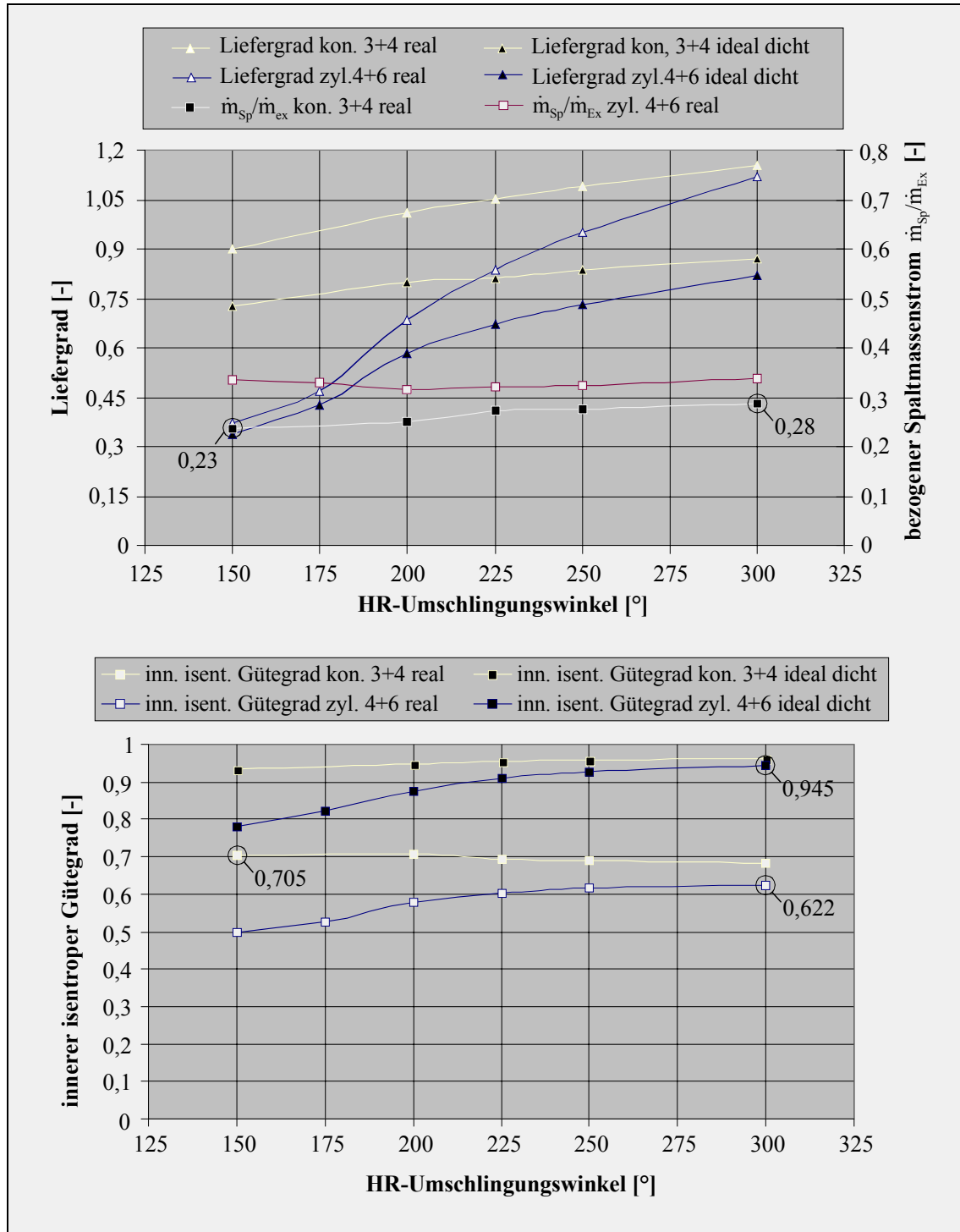


Bild 6.23: Vergleich von zylindrischen und konischen Rotorgeometrien bei Variation des HR-Umschlingungswinkels anhand von Ergebnissen aus Simulationsrechnungen (angenommener Betriebsfall: Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$).

Für die zylindrischen Rotoren liegt bereits bei einem HR-Umschlingungswinkel von 300° eine so große Drosselwirkung vor, dass keine Verbesserung im Gütegrad durch eine Verringerung des Umschlingungswinkels mehr zu erzielen ist. Für kleine Umschlingungswinkel nehmen aufgrund zunehmender Drosselung die Kammermasse und der Kammerdruck stark ab, siehe Bild 6.21. Dadurch vergrößert sich der Anteil des Spaltmassenstroms über die HD-ND-Verbindung des HD-Stirnspaltes am Gesamtspaltmassenstrom, da hier weiterhin das maximale Druckverhältnis anliegt. Dies wird an der Zunahme des bezogenen Spaltmassenstroms für HR-Umschlingungswinkel $\Phi_{HR} < 200^\circ$ deutlich, Bild 6.23. In diesem Fall müssen für eine Beurteilung der Rotorgeometrie anhand von Kennzahlen energetisch bewertete Kennzahlen verwendet werden, in denen die Druckdifferenz am Spalt berücksichtigt wird.

Die Beurteilung einer Rotorgeometrie anhand der Kennzahlen soll hier an einem Beispiel erläutert werden:

Die zylindrische Vergleichsmaschine (300° HR-Umschlingungswinkel) besitzt in Bild 6.23 dargestellten beispielhaften Betriebsfall innere isentrope Gütegrade von 94,5% für die ideal dichte Maschine und 62,2% für die Maschine unter Berücksichtigung der Spalte. Die Differenz von 32,3% ist demnach auf die Spaltwirkung zurückzuführen. Betrachtet man die Kennzahlverläufe in Bild 6.19, so kann für das konische 3+4 Profil bei einem HR-Umschlingungswinkel von 150° eine Spaltkennzahl von ca. 0,75 abgelesen werden, was einer Verringerung der Spaltwirkung um 25% gegenüber der Vergleichsmaschine entspricht. Die Einlasskennzahl zeigt ebenfalls einen Wert von ca. 0,75. Diese um 25% erhöhte Drosselwirkung führt zu einem Absinken im Gütegrad der dichten Maschine gegenüber der Vergleichsmaschine um 1,4% auf 93,1%. Die verringerte Spaltwirkung bewirkt eine Verkleinerung in der Gütegraddifferenz zwischen der ideal dichten Maschine und der Maschine unter Berücksichtigung der Spaltwirkung von 8,1% auf 24,2%. Daraus ergibt sich in der Summe ein Gütegrad von 68,9%, also eine Verbesserung gegenüber der Vergleichsmaschine von 6,7%.

Die Abweichung gegenüber der in Bild 6.23 abzulesenden Verbesserung von 8% fällt mit 16% recht hoch aus. Die Kennzahlen lassen demnach lediglich eine erste eher grobe Beurteilung einer Rotorgeometrie hinsichtlich eines möglichen Verbesserungspotenzials zu. Sie stellen jedoch ein nützliches Werkzeug für eine geometrische Vorauswahl dar.

6.3 Einlassscheiben auf Haupt- und Nebenrotor

Die Betrachtungen in Kap. 6.1 haben gezeigt, dass durch den Einsatz einer Einlasssteuerscheibe auf dem Hauptrotor eine Verringerung der wirksamen Spaltbreiten während des Einlassvorgangs gegenüber der herkömmlichen Einlassgeometrie bei annähernd gleicher Drosselung zu erreichen ist. Lediglich der sich aus dem Schadraum ergebende Nachteile einer dissipativen Vorkammerfüllung kann zu einer wesentlichen Einschränkung des Einsatzbereiches führen. In Kap. 6.2 wurde mit dem konischen Hauptrotor in Verbindung mit einem zylindrischen Nebenrotor eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung der Kammerfüllung vorgestellt, die zu einer Wirkungsgradsteigerung beitragen kann. Für diese Variante ist jedoch zur Zeit die Frage nach einer wirtschaftlichen Rotorfertigung noch nicht abschließend untersucht worden.

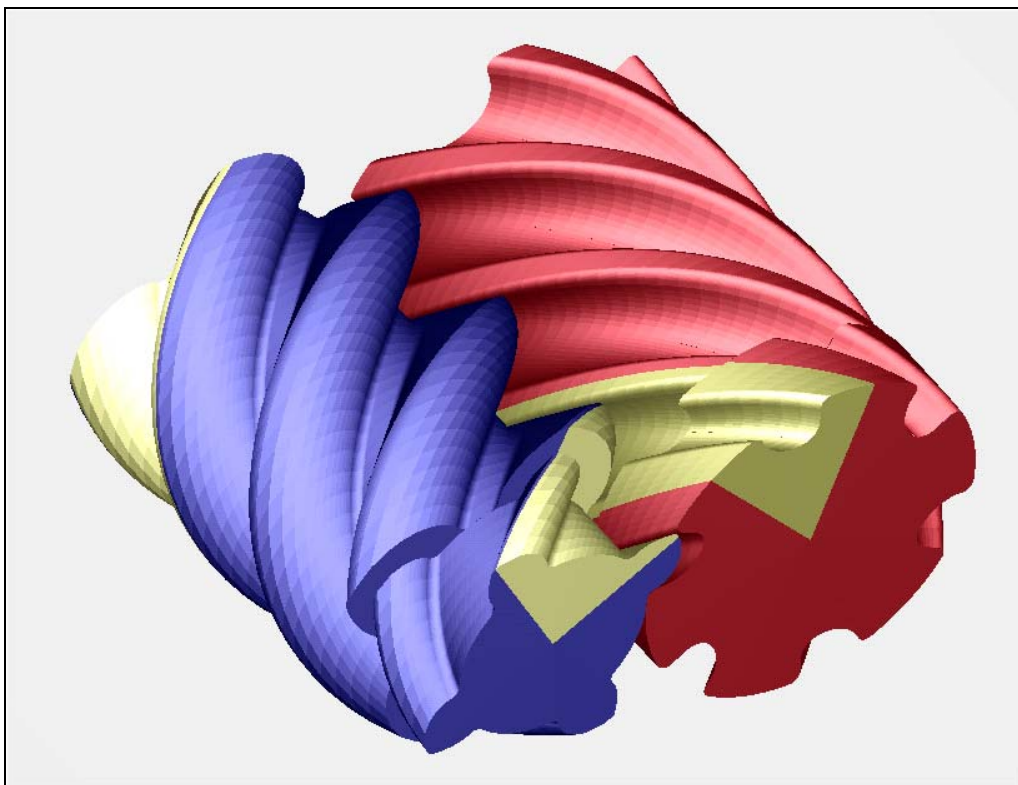


Bild 6.24: Beispiel für ein Rotorpaar mit profilierten Einlassscheiben auf Hauptrotor und Nebenrotor auf der Basis des asym. SRM-Profiles (Zähnezahl 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 80\text{mm}$; $D_{NR} = 102\text{mm}$; $D'_{HR} = 86\text{mm}$ (Scheibe); $D_{HR} = 102\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$)

Als einen ersten Schritt in Richtung einer geometrischen Einlassoptimierung ist die im Folgenden vorgestellte Variante zweier profilierten Einlassscheiben zu sehen, die einen Kompromiss zwischen den beiden bereits vorgestellten Varianten darstellt.

Ein Beispiel einer solchen Variante ist in Bild 6.24 zu sehen. Dabei ist in ähnlicher Weise wie bei der konischen Ausführung der Kopfkreisdurchmesser der Scheibe auf dem Hauptrotor kleiner als der entsprechende Durchmesser des eigentlichen Rotors. Der Scheibendurchmesser auf dem Nebenrotor stimmt mit dem des Rotors überein. Dadurch kann zum einen die Einlassfläche durch einen großen radialen Flächenanteil auf der Nebenrotorseite in der Summe vergrößert werden, zum anderen besitzen die Scheiben aufgrund ihrer Profilierung keinen Schadraum, so dass der Nachteil einer Vorkammerfüllung entfällt. Damit lassen sich wesentliche Voraussetzungen für eine Verbesserung der Energiewandlungsgüte erfüllen.

6.3.1 Geometrieparameter der Einlassscheiben

Im Unterschied zu der Variante der konischen Rotoren ergeben sich für die Ausführung der zylindrischen Rotoren mit zwei Einlassscheiben zwei weitere geometrische Freiheitsgrade. Dies ist zum einen die Scheibenbreite B_S und zum anderen der Kopfkreisdurchmesser der Scheibe auf der Hauptrotorseite D_{HRS} . Weiterhin ändert sich durch den un stetigen Übergang zwischen Rotor und Scheibe die Spaltsituation. Es ergeben sich zusätzliche Spaltflächen im Stirnschnitt an der Übergangsstelle.

6.3.1.1 Breite der Einlassscheiben

Bei der Variante mit einer Steuerscheibe auf dem Hauptrotor wurde die Scheibenbreite anhand der maximalen Einlassfläche festgelegt. Die radiale Einlassfläche der Scheibe entsprach bei vorgegebener Steuerkantenlage dabei der axialen Zahn lückenfläche am Hauptrotor. Eine ähnliche Vorgehensweise ist prinzipiell auch für die Variante mit zwei Scheiben möglich. Hierbei ist der engste Querschnitt jedoch durch die axialen Zahn lückenflächen der Scheiben vorgegeben. Die gehäusesseitige Einlassfläche am Hauptrotor nimmt dabei deutlich zu Gunsten der Fläche am Nebenrotor ab, so dass hier der Einlassbereich am Nebenrotor dominiert und damit für den Einlassvorgang signifikant wird, siehe Bild 6.25. Die axiale Zahn lückenfläche der Nebenrotorscheibe ist jedoch verglichen mit der Zahn lückenfläche des Rotors selbst eher gering. Daher erscheint es sinnvoll, eine andere Bedingung zur Festlegung der Scheibenbreite zu verwenden.

Die radiale Einlassfläche an der Nebenrotorscheibe liefert einen wesentlichen Anteil an der gesamten Einlassfläche. Diese sollte daher vollständig für den Einlassvorgang zur

Verfügung stehen und nicht durch die Scheibenbreite begrenzt werden. Dementsprechend soll für die folgenden Betrachtungen die Breite der Einlassscheiben in Übereinstimmung mit der axialen Ausdehnung der radialen Einlassfläche an der Nebenrotorscheibe gewählt werden. Sie ergibt sich aus dem Schnittpunkt der radialen Steuerkante an der Nebenrotorscheibe mit der Verschneidungskante, Bild 6.25.

Um die hier zugehörige Scheibenbreite bestimmen zu können, muss demnach die radiale Einlassfläche und damit auch die Lage der Steuerkanten bekannt sein. Die Steuerkantenlage ergibt sich bei einem vorgegebenen inneren Volumenverhältnis aus der Volumenkurve der Maschine, die ihrerseits wiederum von der Scheibenbreite beeinflusst wird. Diese Anforderung stellt ein Nullstellenproblem für die Bestimmung der Scheibenbreite dar, welches iterativ zu lösen ist.

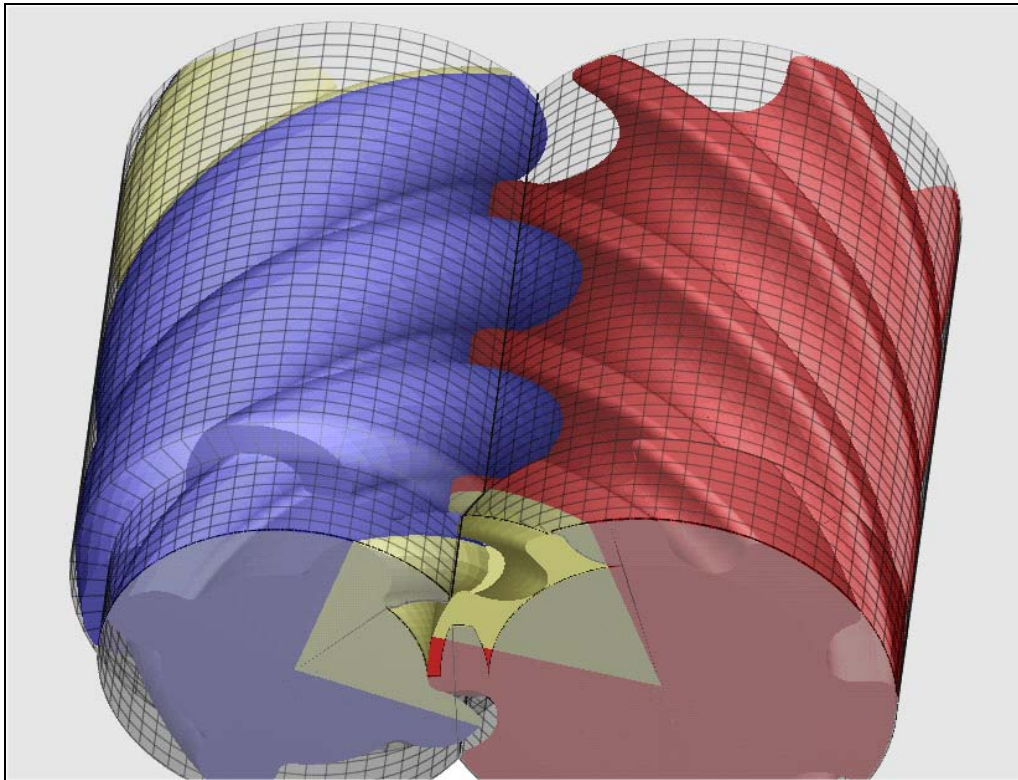


Bild 6.25: Einlassfläche für ein Rotorpaar mit profilierten Einlassscheiben auf Hauptrotor und Nebenrotor auf der Basis des asym. SRM-Profiles (Zähnezahl 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 80\text{mm}$; $D_{NR} = 102\text{mm}$; $D'_{HR} = 86\text{mm}$; $D_{HR} = 102\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$; $v_i = 5$).

Bei konstanten Geometrieparametern und einem konstanten inneren Volumenverhältnis lassen sich die einzelnen Funktionswerte dieses Nullstellenproblems, nämlich die Steuerkantenlage in Abhängigkeit vom Kammervolumen und damit von der

Scheibenbreite des Hauptrotors und dem Hauptrotor-Scheibendurchmesser $\alpha_{StK}(v_i, V_{Kammer}(a; L; z_{HR}; z_{NR}; D_{HR}; D_{NR}; B_S; D'_{HR}))$ sowie die Scheibenbreite als Funktion der Steuereckenlage und der Einlassfläche $B_S(\alpha_{StK}, D'_{HR})$, einfach ermitteln. In Bild 6.26 ist eine Schar der jeweiligen Funktionen bei Variation des Scheibendurchmessers D'_{HR} auf der Hauptrotorseite grafisch dargestellt. Die Schnittpunkte der jeweils zueinander gehörenden Kurven gleichen Durchmessers erfüllen die in den Funktionen formulierten Anforderungen und lösen so das Nullstellenproblem. Die gesuchte Scheibenbreite kann aus dem Diagramm abgelesen werden.

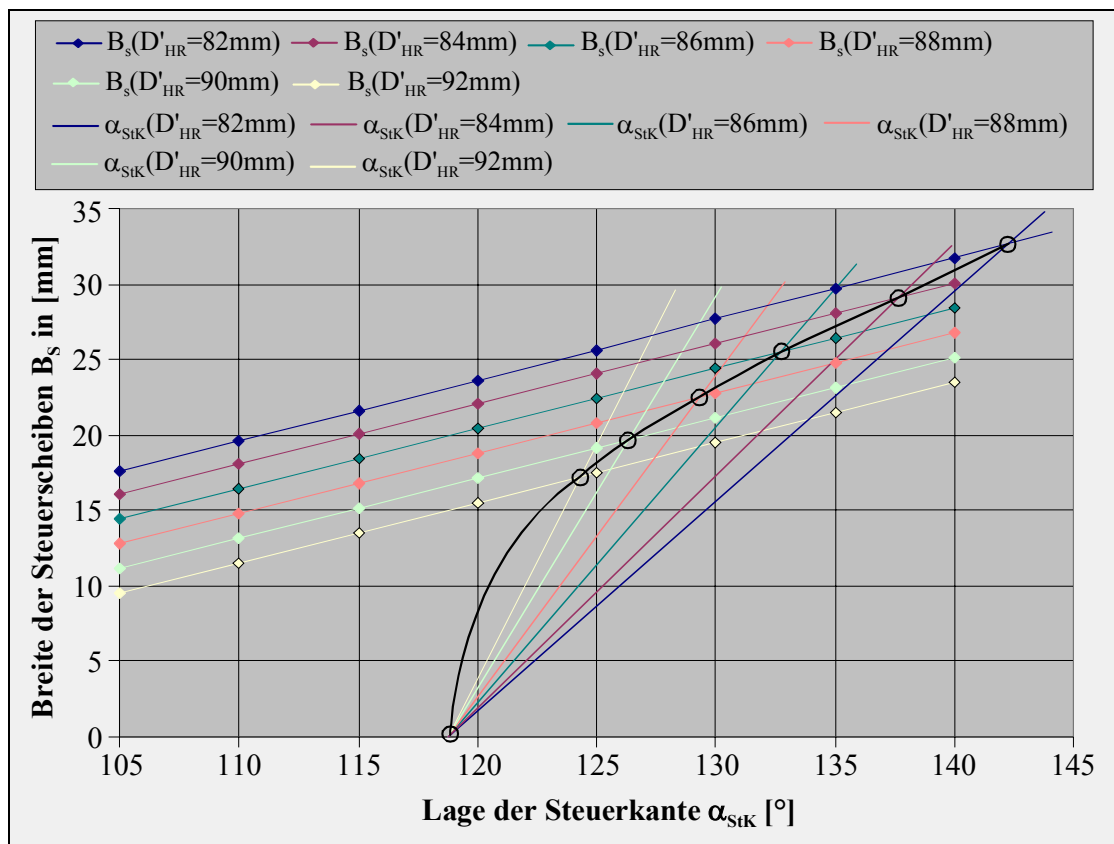


Bild 6.26: Breite der Steuerscheiben in Abhängigkeit von der Lage der Steuerecken bei Variation des Hauptrotorscheibendurchmessers D'_{HR} (berechnet für das asym. SRM-Profil; Zähnezahl 4+5; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 80\text{mm}$; $D_{NR} = 102\text{mm}$; $D_{HR} = 102\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$; $v_i = 5$)

6.3.1.2 Kopfkreisdurchmesser der Scheibe auf der Hauptrotorseite

Der Kopfkreisdurchmesser der Scheibe auf der Hauptrotorseite hat einen wesentlichen Einfluss auf die Kammerfüllung. Er bestimmt über die Zahnbreite am Nebenrotor die radiale Einlassfläche im Gehäuse sowie die Zahnlückenfläche, die für die

Kammerfüllung zur Verfügung steht. Ein kleiner Kopfkreisdurchmesser führt zu einer großen Zahnbreite auf der Nebenrotorseite mit großem radialen Einlassbereich aber kleiner Zahnflächenfläche. Für einen optimalen Einlass sind die Flächen und Drehwinkelbereiche entsprechend der Forderung nach einer maximalen Einlassfläche, wie schon bei der Auswahl für eine Steuerscheibe in Kap. 6.1 beschrieben wird, aufeinander abzustimmen.

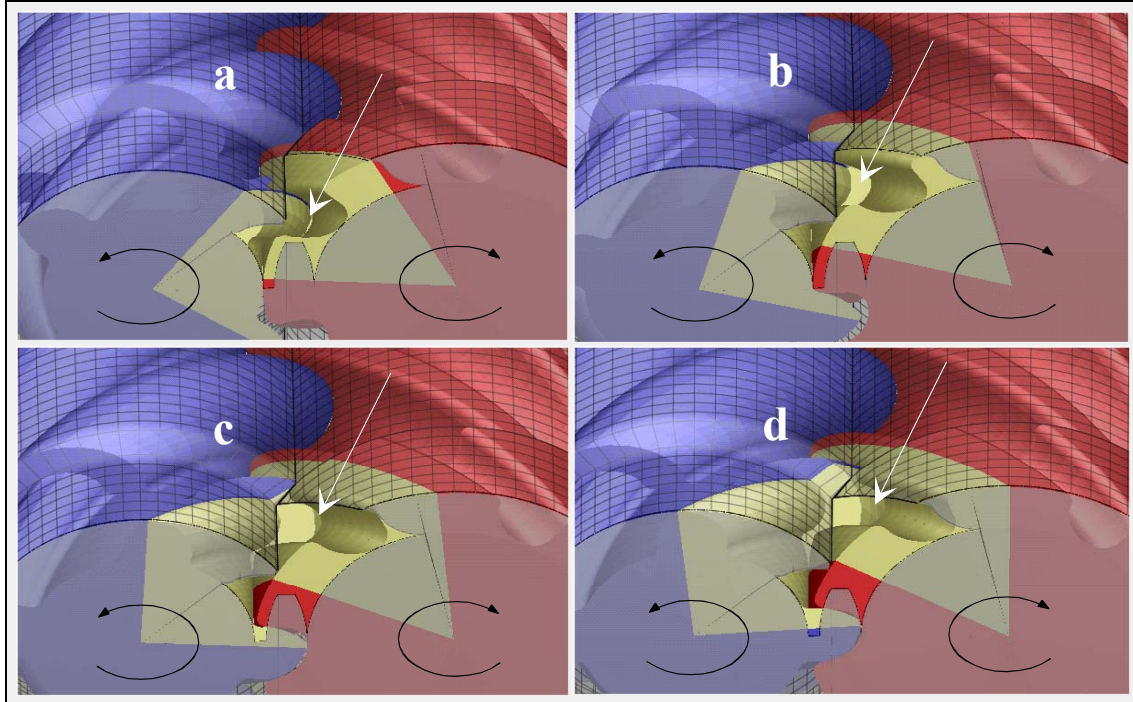


Bild 6.27: Entwicklung des Kammervolumens für ein Rotorpaar mit zwei Steuerscheiben dargestellt für das asym. SRM-Profil; Zähnezahzahl 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 80\text{mm}$; $D_{NR} = 102\text{mm}$; $D_{HR} = 102\text{mm}$; $D'_{HR} = 86\text{mm}$ $L = 150\text{mm}$; $v_i = 5$.

Ein weiterer Aspekt der hierbei genauer betrachtet werden muss, ist die Entwicklung des Kammervolumens. Aufgrund der un stetigen Übergänge zwischen den Scheiben und den Rotoren erfolgt diese in zwei Stufen. In Bild 6.27 ist die Entwicklung des Kammervolumens beispielhaft für einen mittleren Scheibendurchmesser von $D'_{HR} = 86\text{ mm}$ dargestellt. Ausgehend von der Nullstellung der Scheiben im HD-Stirnschnitt wird bei Drehung der Rotoren zunächst der sich öffnende Zahnspaltenraum im Bereich der Scheiben gefüllt (a). Haben sich die Rotoren so weit gedreht, dass in der Übergangsebene von den Scheiben auf die Rotoren die Nulllage überschritten wurde, so beginnt sich ein Kammervolumen im eigentlichen Rotorbereich zu bilden. Aufgrund der Differenz zwischen den Kopfkreisdurchmessern von Hauptrotor und Hauptrotorscheibe

wird die sichelförmige Stirnfläche der sich entwickelnden Rotorkammer (siehe auch Bild 6.16) jedoch zunächst vom vorlaufenden Zahn der Nebenrotorscheibe verdeckt. Das Kammervolumen im Bereich der Einlassscheibe ist daher in dieser Stellung axial durch die Stirnfläche des vorlaufenden Hauptrotorzahns begrenzt (b). Dreht man die Rotoren weiter, so gibt der vorlaufende Zahn der Nebenrotorscheibe ab einer bestimmten Drehwinkelstellung $\alpha_{K\ddot{O}}$ einen axialen Einlass in den Zahnlückenbereich der Rotoren frei (c,d).

Die Drehwinkelstellung in der dies geschieht wird bei gegebenem HR-Umschlingungswinkel durch die Breite der Scheiben B_S und die Differenz der Kopfkreisdurchmesser von Hauptrotor und Hauptrotorscheibe bestimmt. Die Durchmesserdiffereenz legt dabei den Drehwinkelversatz $\Delta\alpha_{K\ddot{O}} = \alpha_{K\ddot{O}} - \alpha_{0,\ddot{U}}$ zwischen dem Beginn der Kammerentstehung in der Drehwinkel-Nulllage in der Übergangsebene $\alpha_{0,\ddot{U}}$ und der Kammeröffnung bei $\alpha_{K\ddot{O}}$ fest. Mit zunehmendem Drehwinkelversatz $\Delta\alpha_{K\ddot{O}}$ verspätet sich der Einlass gegenüber dem theoretischen Füllbeginn $\alpha_{0,\ddot{U}}$.

Es ist darauf zu achten, dass der Einlass in den Rotorbereich nicht zu spät erfolgt, da sonst mit erhöhten Verlusten bei der Kammerfüllung zu rechnen ist. Diese ergeben sich zum einen aus einer verstärkten Drosselung an der sich bereits wieder verkleinernden Einlassfläche der Scheiben sowie aus der verspäteten Füllung des Kammervolumens der Rotoren, siehe Kap. 6.1.2.1. Als Richtwert für die Drehwinkelstellung, in der die Füllung der Rotorkammer beginnt, kann der um die Scheibenbreite versetzte Einlassbeginn einer Maschine ohne Steuerscheibe dienen

$$\alpha_{K\ddot{O}} = \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} + \alpha_{\text{Füllbeginn}} \quad (6.50).$$

6.3.1.3 Spaltsituation

Die Spaltsituation für die Rotorvariante mit zwei Einlassscheiben unterscheidet sich bezüglich der Art und Wirkung der Spalte nicht von der Situation bei zylindrischen oder konischen Rotoren. Durch den unstetigen Übergang zwischen den Scheiben und den Rotoren und die sich daraus ergebenden Stirnflächenanteile bilden sich aber zusätzliche Spaltflächen, die bei der Bestimmung der einzelnen Spaltbreiten zu berücksichtigen sind, siehe Bild 6.28a .

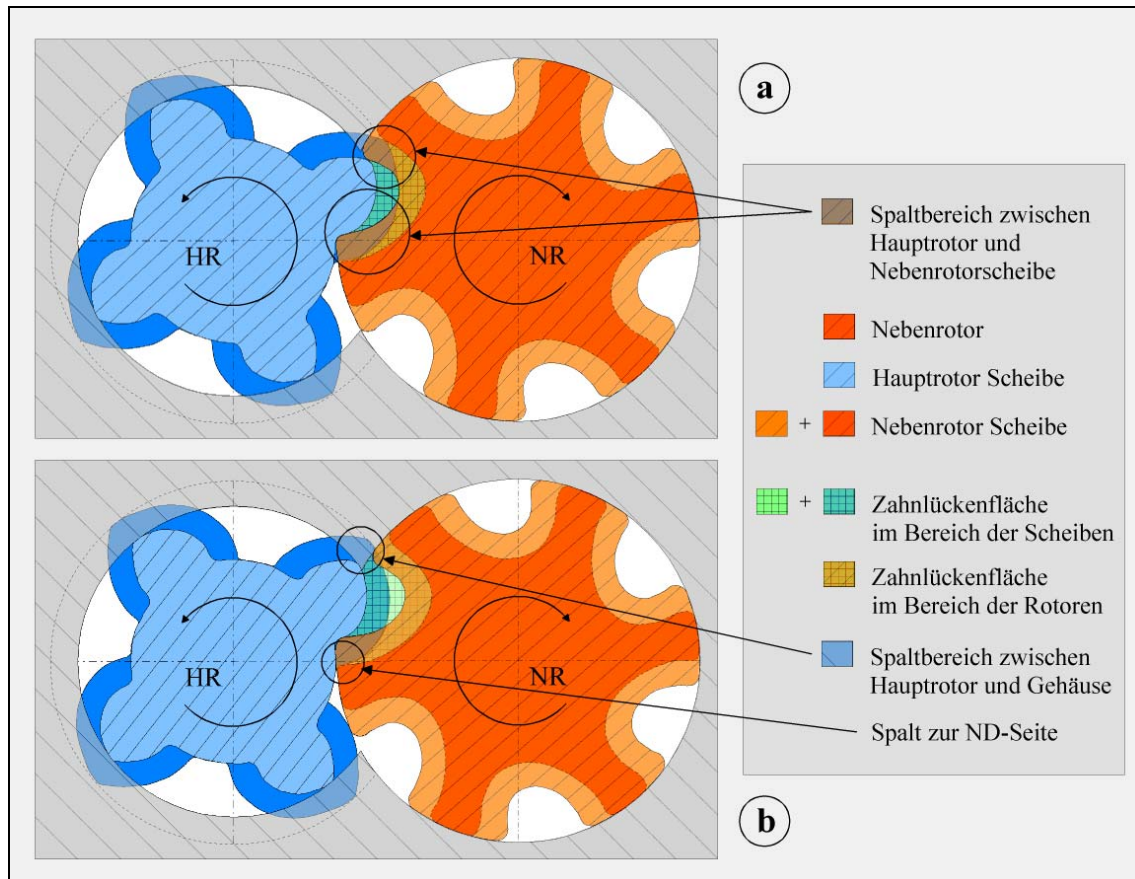


Bild 6.28: Stirnschnitt durch Gehäuse und Einlassscheiben unmittelbar vor dem Übergang zwischen Scheiben und Rotoren dargestellt für das asym. SRM-Profil; Zähnezahl 4+6; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 80\text{mm}$; $D_{NR} = 102\text{mm}$; $D_{HR} = 102\text{mm}$; $D'_{HR} = 86\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$.

Bei der Bildung der Arbeitskammer im Bereich der Rotoren in der Drehwinkelstellung $\alpha_{0,U}$ entstehen Spalte zwischen der über die Scheibe hinausragenden Stirnfläche des Hauptrotors einerseits und der Nebenrotorscheibe sowie dem Gehäuse andererseits. Diese verbinden die Arbeitskammer mit der vorlaufenden Kammer und der ND-Seite. Solange der Drehwinkel der Kammeröffnung $\alpha_{KÖ}$ noch nicht erreicht ist, besteht auch eine Spaltverbindung zwischen der HD-Seite und der Arbeitskammer. Aufgrund der relativ großen Spaltbreite zur Rotorkammer wird ein großer Teil des Spaltmassenstroms in die Kammer zwischen den Rotoren strömen, für die zu diesem Zeitpunkt noch keine Verbindung zum Einlass besteht. Nachdem eine Einlassöffnung zur Rotorkammer entstanden ist, werden sich Hauptströmungsrichtungen zur vorlaufenden Kammer sowie zur ND-Seite einstellen.

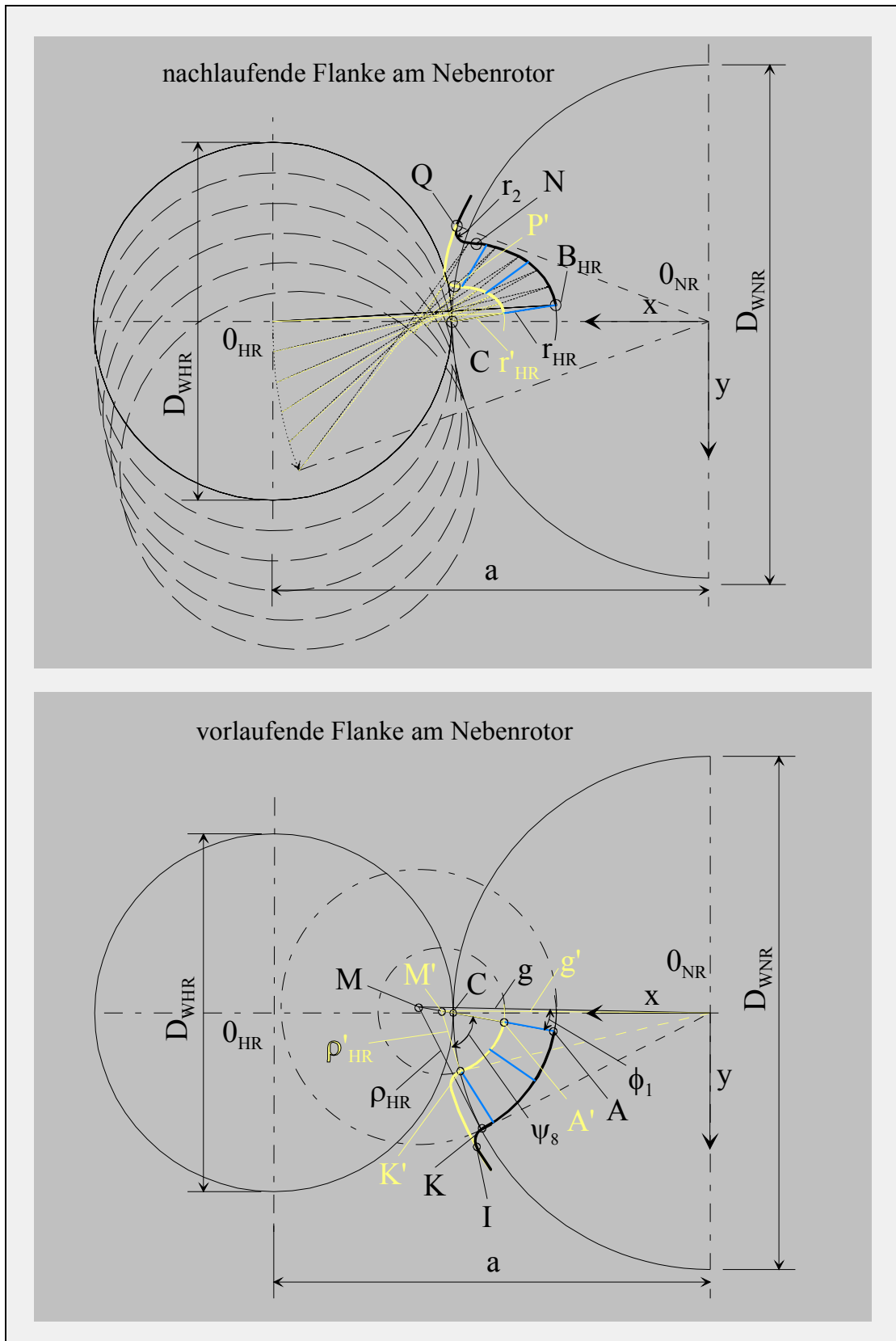


Bild 6.29: Erzeugung der nachlaufenden und der vorlaufenden Flanken am Nebenrotor und an der Nebenrotorscheibe für das asymmetrische SRM-Profil [39]. Die Entwicklung der Spaltbreite des engsten Querschnitts ist in blau skizziert.

Bei einer spielfreien Verzahnung liegt der Flankenberührungspunkt des vorlaufenden Zahnes sowohl für den Hauptrotor als auch für die Hauptrotorscheibe jeweils in der Nähe des Zahnkopfes. Die Berührungspunkte verlaufen entlang der nachlaufenden Flanke des vorlaufenden Nebenrotorzahns, siehe Bild 6.29. Die Eingriffslinie wird in diesem Bereich durch die Punktbahn eines festen Flankenpunktes auf dem Hauptrotor beschrieben.

Für die Spaltbreite des engsten durchströmten Querschnitts zur vorlaufenden Kammer ist daher in erster Näherung der Abstand zwischen den Zahnköpfen (halbe Durchmesserdifferenz)

$$b_{S1} = \frac{D_{HR} - D'_{HR}}{2} \quad (6.51)$$

anzunehmen, siehe Bild 6.30.

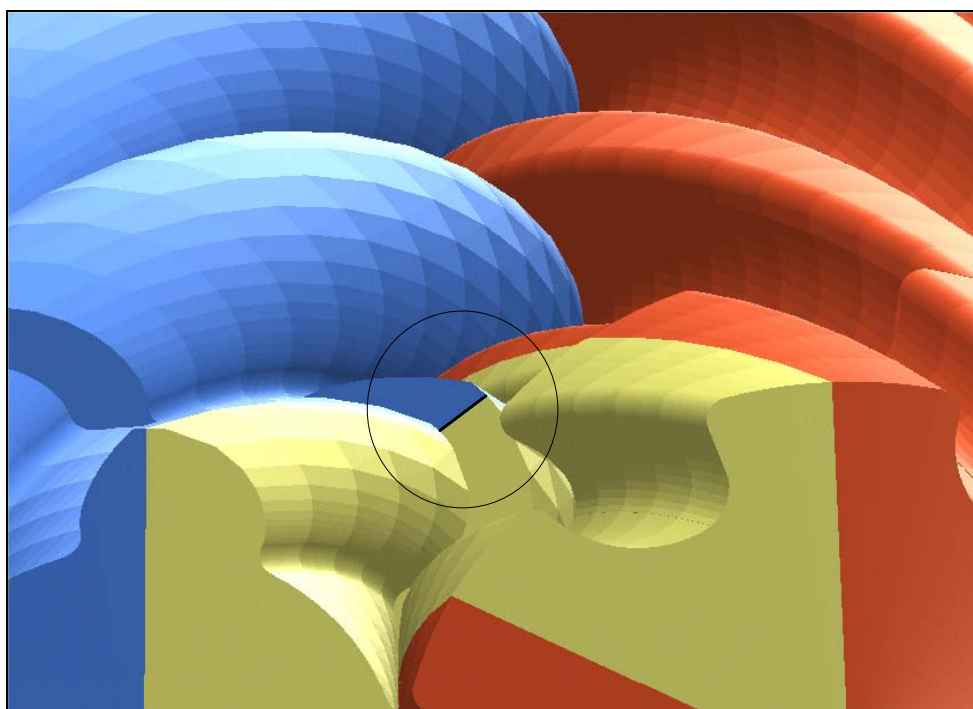


Bild 6.30: Zusätzlicher Spaltanteil b_{S1} für Rotoren mit zwei Einlassscheiben, der zum Hauptrotor-Gehäusespalt hinzugerechnet wird.

Erreicht der vorlaufende Hauptrotorzahnkopf die Verschneidungskante, so tritt an die Stelle der Nebenrotorscheibe das Gehäuse Bild 6.28b. Der Spalt befindet sich nun zwischen der Hauptrotorstirnseite und dem Gehäuse. Der engste Spaltquerschnitt liegt hier ebenfalls zwischen den Zahnköpfen von Hauptrotor und Hauptrotorscheibe. Für

den Spalt zur vorlaufenden Kammer ist demnach ab der Drehwinkelstellung der Kammeröffnung $\alpha_{K\ddot{O}}$ der Abstand zwischen den Zahnköpfen von Scheibe und Rotor b_{S1} als Spaltbreite anzunehmen und zum Gehäusespalt des Hauptrotors hinzuzurechnen. Dabei wird für die hier betrachteten Fälle angenommen, dass die Öffnung der Rotorkammer in einem Drehwinkelbereich

$$\Phi_{HR} \cdot \frac{B_s}{L} + \alpha_{\text{Füllbeginn}} \leq \alpha_{K\ddot{O}} \leq \Phi_{HR} \cdot \frac{B_s}{L} + \alpha_{VK} \quad (6.52)$$

erfolgt (siehe hierzu auch Kap. 6.3.1.2).

Der Spalt, der sich zur ND-Seite öffnet, soll in seinem drehwinkelabhängigen Verlauf abschnittsweise beschrieben werden. Zunächst bewegt sich der Flankenberührungspunkt einer spielfreien Verzahnung entlang der vorlaufenden Flanke des nachfolgenden Nebenrotorzahns, Bild 6.29. Dieser Flankenabschnitt auf dem Nebenrotor wird durch einen Kreisbogen um den Mittelpunkt M (bzw. M' für die Scheibe) mit dem Radius ρ_{HR} (bzw. ρ'_{HR}) erzeugt. Die Radien ergeben sich nach

$$\rho_{HR} = e + r_{HR} \quad \text{und} \quad \rho'_{HR} = e' + r'_{HR} \quad (6.53).$$

Die Anteile

$$r_{HR} = \frac{D_{HR}}{2} - \frac{D_{WHR}}{2} \quad \text{und} \quad r'_{HR} = \frac{D'_{HR}}{2} - \frac{D_{WHR}}{2} \quad (6.54)$$

berechnen sich aus der Differenz der Kopfkreis- und Wälzkreisradien am Hauptrotor sowie der Hauptrotorscheibe und werden als Flankenradius bezeichnet. Die Strecken

$$e = \frac{r_{HR}^2}{D_{WNR} \cdot \cos \Phi_1 - 2 \cdot r_{HR}} \quad \text{und} \quad e' = \frac{r'_{HR}^2}{D_{WNR} \cdot \cos \Phi_1 - 2 \cdot r'_{HR}} \quad (6.55)$$

geben die Abstände der Mittelpunkte M und M' vom Wälzpunkt C bei einem vorgegebenen Winkel Φ_1 an.

Vom Koordinatenursprung aus betragen die Abstände der Mittelpunkte

$$g = \sqrt{\left(\frac{D_{WNR}}{2}\right)^2 + \rho^2} \quad \text{und} \quad g' = \sqrt{\left(\frac{D_{WNR}}{2}\right)^2 + \rho'^2} \quad (6.56).$$

Ausgehend von einer Flankenberührung in Punkt A beim Drehwinkel

$$\alpha_A = \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} + \frac{z_{NR}}{z_{HR}} \cdot \arctan \left(\frac{e \cdot \sin(\Phi_1)}{e \cdot \sin(\Phi_1) + \frac{D_{WNR}}{2}} \right) \quad (6.57)$$

zeigt die Spaltbreite b_{S2} mit zunehmendem Drehwinkel zunächst einen ansteigenden dann einen abfallenden Verlauf, ab bis im Punkt K' mit dem Drehwinkel

$$\alpha_{K'} = \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} + \frac{z_{NR}}{z_{HR}} \cdot \arctan \left(\frac{\rho'}{D_{WNR}/2} \right) \quad (6.58)$$

der Kopfrundungsradius des nachlaufenden Zahnes der Nebenrotorscheibe erreicht wird. Gründe für die Änderungen der Spaltbreite sind zum einen der Abstand zwischen den Mittelpunkten M und M' und die damit verbundene exzentrische Lage der Kreisbogenstücke zueinander, zum anderen wird der Flankenabschnitt auf den Scheiben schneller durchlaufen, da der Drehwinkelbereich mit dem geringeren Kopfkreisdurchmesser der HR-Scheibe ebenfalls abnimmt. Der Spaltbreitenverlauf ist durch den jeweiligen Abstand der Berührungspunkte auf den Rotoren und den Scheiben gegeben. Er kann vektoriell aus den Punktkoordinaten der Eingriffspunkte $P_E = (x_E(\alpha), y_E(\alpha))$ und $P'_E = (x'_E(\alpha), y'_E(\alpha))$ ermittelt werden. Damit lässt sich die Spaltbreite b_{S2} berechnen,

$$\begin{aligned} &\text{für } \alpha_A \leq \alpha \leq \alpha_{K'} \\ &\text{ist } b_{S2}(\alpha) = \sqrt{(x_E(\alpha) - x'_E(\alpha))^2 + (y_E(\alpha) - y'_E(\alpha))^2} \end{aligned} \quad (6.59)$$

mit

$$\begin{aligned} x_E(\alpha) = &g \cdot \cos \left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} \right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} \right) - \\ &- \rho \cdot \cos \left(\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} \right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} + \arctan \left(\frac{\frac{D_{WNR}}{2} \cdot \sin \left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} \right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} \right)}{g - \frac{D_{WNR}}{2} \cdot \cos \left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} \right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} \right)} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (6.60),$$

$$\begin{aligned}
y_E(\alpha) = & -g \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right) + \\
& + \rho \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} + \arctan\left(\frac{\frac{D_{WNR}}{2} \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right)}{g - \frac{D_{WNR}}{2} \cdot \cos\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right)}\right)\right)
\end{aligned} \tag{6.61},$$

$$\begin{aligned}
x'_E(\alpha) = & g' \cdot \cos\left(\left(\alpha + \Phi_{HRU} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right) - \\
& - \rho' \cdot \cos\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} + \arctan\left(\frac{\frac{D_{WNR}}{2} \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right)}{g' - \frac{D_{WNR}}{2} \cdot \cos\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right)}\right)\right)
\end{aligned} \tag{6.62},$$

$$\begin{aligned}
y'_E(\alpha) = & -g' \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right) + \\
& + \rho' \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}} + \arctan\left(\frac{\frac{D_{WNR}}{2} \cdot \sin\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right)}{g' - \frac{D_{WNR}}{2} \cdot \cos\left(\left(\alpha + \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L}\right) \cdot \frac{z_{HR}}{z_{NR}}\right)}\right)\right)
\end{aligned} \tag{6.63}.$$

Bewegt sich bei weiterer Rotordrehung der Wälzpunkt entlang des Zahnkopfes der Nebenrotorscheibe (in der Übergangsebene von der Scheibe auf den Rotor), so verkleinert sich der Spalt mit zunehmendem Drehwinkel. Zusätzlich zu der Verringerung des Abstands zwischen den Berührungspunkten auf den Rotoren und den Scheiben, wird der Spaltaustritt durch den sich nähernden Zahngrund des Hauptrotors

minimiert. Für die vorliegende Betrachtung soll der Verlauf der Spaltbreite in diesem Drehwinkelbereich in erster Näherung als linear angenommen werden.

In dem Moment, in dem sich der Wälzpunkt auch entlang des Zahnkopfes des Nebenrotors bei

$$\alpha_I = \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} + \frac{z_{NR}}{z_{HR}} \cdot \left(\arctan \left(\frac{\rho}{\frac{D_{WNR}}{2}} \right) - \arctan \left(\frac{e \cdot \sin \varphi_1}{\frac{D_{WNR}}{2} + e \cdot \sin \varphi_1} \right) \right) + 2 \cdot \arcsin \left(\frac{r_2}{D_{WHR}} \right) \quad (6.64)$$

bewegt, wird der Abstand der Berührungspunkte und damit auch die Spaltbreite zu Null. Dies ist solange der Fall, wie der Wälzpunkt sich auf dem Nebenrotorzahnkopf befindet. Der Radius r_2 kennzeichnet hierbei den Kopfrundungsradius

$$r_2 = \frac{D_{NR}}{2} - \frac{D_{WNR}}{2} \quad (6.65).$$

Bei weiterer Drehung nimmt die Spaltbreite b_{S2} ab der Hauptrotorstellung

$$\alpha_Q = \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} + \frac{2\pi}{z_{HR}} + \left(\frac{z_{NR}}{z_{HR}} \cdot \left(\arctan \left(\frac{y_N}{x_N} \right) - 2 \cdot \arcsin \left(\frac{r_2}{D_{WHR}} \right) \right) \right) \quad (6.66)$$

wieder zu, bis die nachlaufende Flanke des nachlaufenden Zahnes der Nebenrotorscheibe zum Eingriff kommt. Die Koordinaten des Flankenpunktes $N(x_N, y_N)$ auf dem Nebenrotor werden dabei in der Nullstellung der Rotoren ermittelt.

Für die Spaltbreitenzunahme wird wiederum ein linearer Verlauf bis zum Drehwinkel

$$\alpha_{P'} = \Phi_{HR} \cdot \frac{B_S}{L} + \frac{2\pi}{z_{HR}} + \left(\frac{z_{NR}}{z_{HR}} \cdot \arctan \left(\frac{y_{N'}}{x_{N'}} \right) \right) \quad (6.67)$$

angenommen, mit $x_{N'}$ und $y_{N'}$ als Koordinaten des Punktes N' der Nebenrotorscheibe in der Nullstellung. Anschließend bewegt sich nun der feste Nebenrotorflankenpunkt N bzw. N' entlang der vorlaufenden Hauptrotorflanke. Die Spaltbreite soll hier wieder mit der halben Durchmesserendifferenz zwischen Hauptrotor und Hauptrotorscheibe b_{S1} als konstant angenommen werden. Schließlich laufen die beiden festen Berührungspunkte auf Haupt- und Nebenrotor B und N in einem Punkt zusammen. Spätestens ab dieser

Drehwinkelstellung besteht keine direkte Verbindung mehr über den Spalt zur ND-Seite. Der Spalt bildet jetzt eine Verbindung zur nachfolgenden Kammer.

Besteht in dieser Drehwinkelstellung für die nachfolgenden Kammer noch keine Öffnung zur HD-Seite (Einlass), so fließen die Spaltmassenströme aufgrund der Druckdifferenz in die nachfolgende Kammer. Liegt hingegen eine Einlassöffnung vor, so sinkt mit steigendem Druck in der nachfolgenden Kammer die Druckdifferenz über dem Spalt und damit auch der Spaltmassenstrom, bis sich mit dem Vorzeichen der Druckdifferenz auch die Strömungsrichtung umkehrt. Die Drehwinkelstellung der nachfolgenden Kammeröffnung ergibt sich aus

$$\alpha_{KÖ_nach} = \frac{2 \cdot \pi}{z_{HR}} + \alpha_{KÖ} \quad (6.68).$$

Der so beschriebene Spaltanteil b_{s2} kann dem vorhandenen Profileingriffsspalt hinzu gerechnet werden. Erreicht der nachlaufende Zahn des Hauptrotors die Verschneidungskante so geht der Spalt in einen Gehäusespaltanteil über. In Bild 6.31 sind die linearisierten Verläufe der einzelnen Spaltanteile beispielhaft dargestellt.

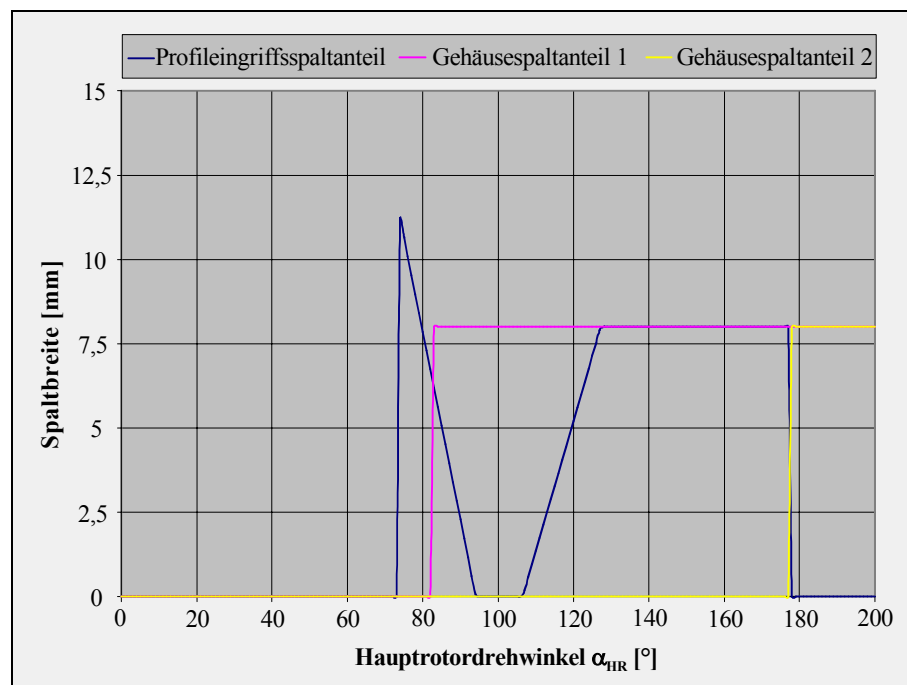


Bild 6.31: Verlauf der Spaltbreitenanteile, die sich aus dem unstetigen Übergang zwischen den Scheiben und den Rotoren ergeben, dargestellt am Beispiel des asym. SRM-Profil; Zähnezahl 4+5; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $a = 72\text{mm}$; $D_{NR} = 86\text{mm}$; $D_{HR} = 102\text{mm}$; $D'_{HR} = 86\text{mm}$; $B_S = 25,5\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$

6.3.2 Beurteilung der veränderten Rotorgeometrie anhand der Kennzahlen

Für die Beurteilung der veränderten Rotorgeometrie werden, wie auch in den zuvor betrachteten Fällen, Spalt- und Einlasskennzahlen für einen Betrieb bei gleicher Hauptrotordrehzahl und Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen betrachtet, siehe Bild 6.32.

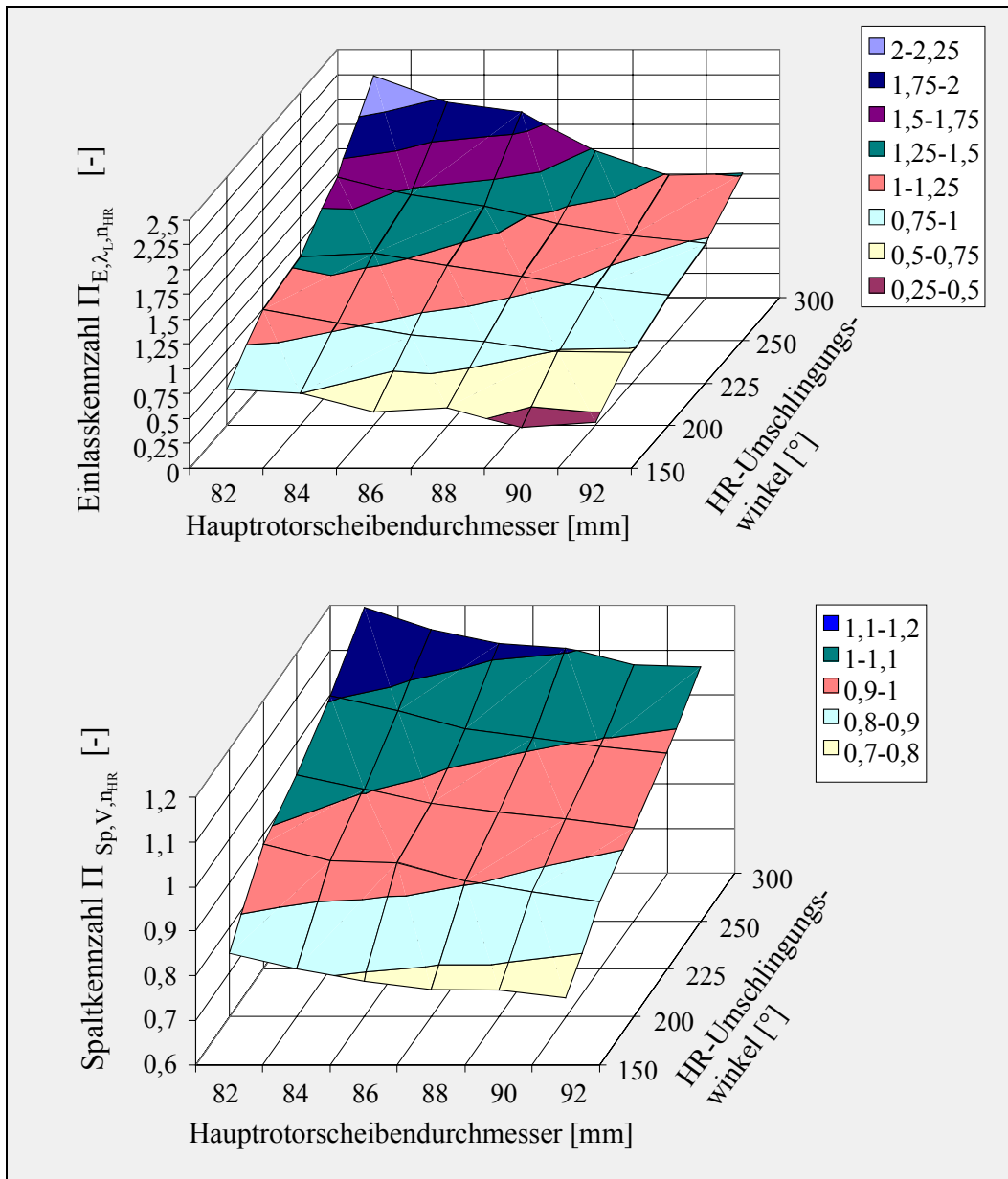


Bild 6.32: Normierte Spalt- und Einlasskennzahlen für ein Rotorpaar mit Einlassscheiben auf Haupt- und Nebenrotor am Beispiel des asym. SRMProfil; Zähnezahl 4+5; $a = 72\text{mm}$; $D_{NR} = 86\text{mm}$; $D_{HR} = 102\text{mm}$; $L = 150\text{mm}$ (die jeweilige Scheibenbreite ergibt sich in Abhängigkeit vom Hauptrotorscheibendurchmesser und dem HR-Umschlingungswinkel nach den Annahmen in Kap. 6.3.1.1)

Die Zähnezahl des Nebenrotors besitzt nach den Betrachtungen in Kap. 6.2.2 einen Einfluss auf die Größe der Einlasskennzahl. Verringert man den Kopfkreisdurchmesser am Hauptrotor, so ergeben sich größere Einlasskennzahlen für kleinere Nebenrotorzähnezahlen. Ursache ist die mit abnehmender Nebenrotorzähnezahl zunehmende Zahnbreite am Nebenrotor, die zu einer Vergrößerung der radialen Einlassfläche führt. Für die nachfolgenden Betrachtungen wird daher mit einer Zähnezahlkombination von $4 + 5$ (4 Hauptrotor- und 5 Nebenrotorzähne) gerechnet.

Für die in Bild 6.32 betrachtete Rotorgeometrie ergibt sich die bekannte Abhängigkeit der Kennzahlen vom HR-Umschlingungswinkel, wie sie auch bei zylindrischen und konischen Rotoren vorliegt. Mit abnehmendem HR-Umschlingungswinkel sinkt die Einlasskennzahl durch eine Verkürzung der Füllungsdauer bei gleichzeitiger Verkleinerung der Einlassfläche. Die kürzere Fülldauer führt demgegenüber zu einer Verbesserung der Spaltkennzahl. Die Einlasskennzahl zeigt jedoch größere Gradienten in ihrer Abhängigkeit vom HR-Umschlingungswinkel sowie vom HR-Scheibendurchmesser.

Anhand einer Betrachtung der einzelnen drehwinkelabhängigen Spaltbreitenverläufe in Bild 6.33 ist eine verringerte Stirnspaltbreite sowie eine kleinere bezogene Kopfrundungsöffnung für kleine HR-Drehwinkelstellungen ($\alpha_{HR} < 80^\circ$) zu erkennen. Dies ist auf den kleineren Durchmesser der Hauptrotorscheibe zurückzuführen. Der Profileingriffspalt und der Gehäusespalt weisen nur geringe Unterschiede auf.

Für größere Drehwinkel nehmen die Gehäusespaltbreite und insbesondere die bezogene Kopfrundungsöffnung zu. Der Sprung im Verlauf der bezogenen Kopfrundungsöffnung entsteht durch den Übergang einer vergleichsweise kleinen Öffnung im Bereich der Einlassscheiben auf eine nahezu doppelt so große Kopfrundungsöffnung im Bereich der Rotoren. Die deutliche größere Kopfrundungsöffnung im Bereich der Rotoren gegenüber der Vergleichsmaschine (ca. 28%) ergibt sich aufgrund der geringeren Zähnezahl am Nebenrotor sowie durch die Skalierung der Rotorgeometrie auf das Expansionsvolumen der Vergleichsmaschine. Die Vergrößerung der Gehäusespaltbreite ist im Wesentlichen auf den zusätzlichen Spaltanteil zurückzuführen, der durch den un stetigen Übergang zwischen den Scheiben und den Rotoren entsteht.

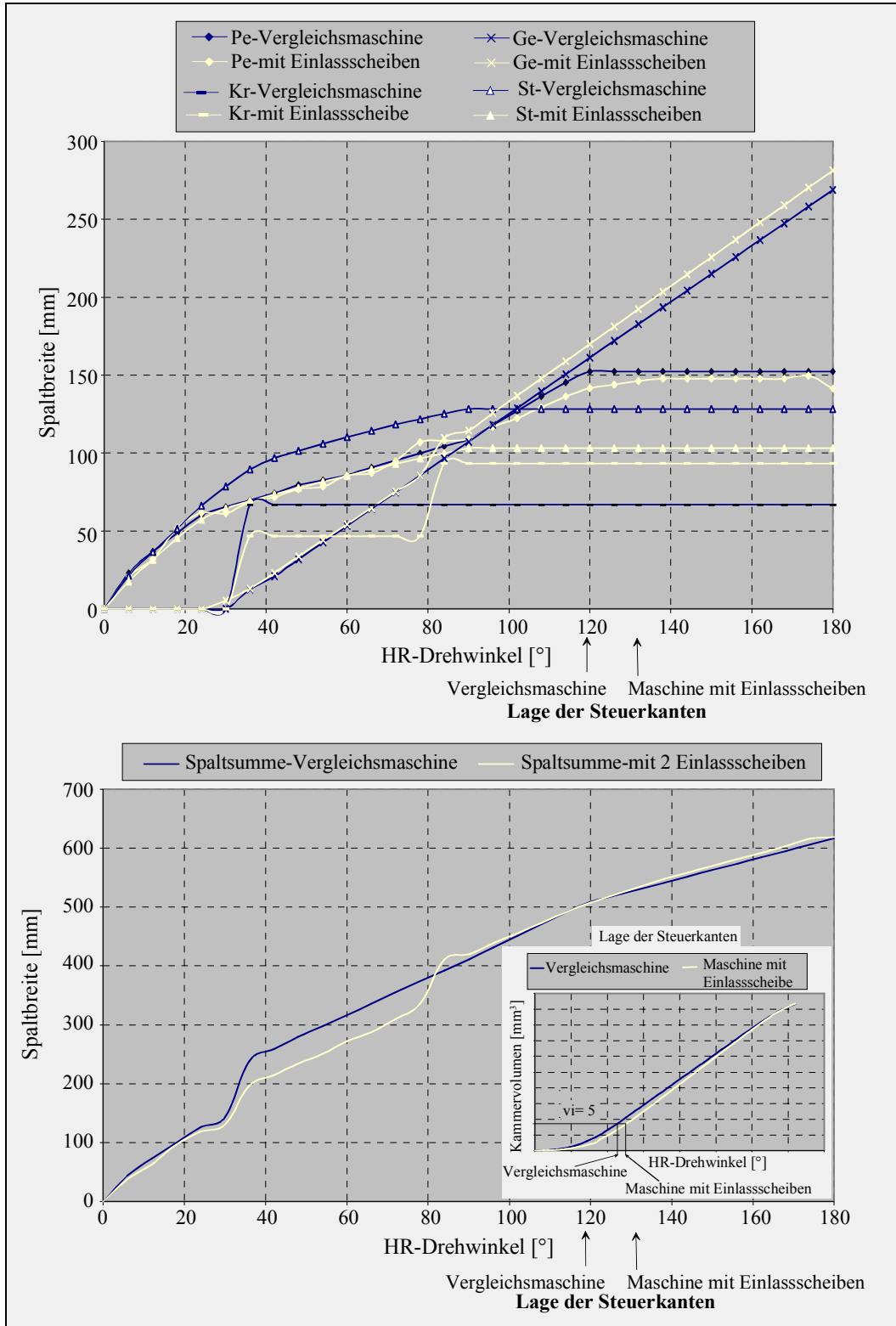


Bild 6.33: Vergleich der Spaltbreitenverläufe für die zylindrische Vergleichsmaschine sowie für Rotoren mit Steuerscheiben in Abhängigkeit von der Hauptrotor-Drehwinkelstellung (berechnet für das asymmetrische SRM-Profil 4+6 für die Vergleichsmaschine bzw. 4+5 für die Maschine mit Einlassscheiben; $\Phi_{HR} = 300^\circ$; $L / D_{HR} = 1,5$; $v_i = 5$)

Summiert man die einzelnen Spaltbreitenanteile auf, so ergibt sich daraus für die Maschine mit Einlassscheiben eine um ca. 10% geringere Summenspaltbreite bei kleinen HR-Drehwinkeln ($\alpha_{HR} < 80^\circ$). Für größere Drehwinkel ist der Unterschied mit einer um ca. 1% größeren Summenspaltbreite gegenüber der Vergleichsmaschine gering.

In Bild 6.32 kann für die Geometrie der beispielhaft dargestellten Spaltbreitenverläufe ($D'_{HR} = 86$ mm und $\Phi_{HR} = 300^\circ$) eine Spaltkennzahl von ca. 1,12 abgelesen werden, was einer Vergrößerung und damit Verschlechterung der Spaltkennzahl um 12% gegenüber der Vergleichsmaschine entspricht.

Die Ursache hierfür liegt wie bei der konischen Rotorvariante in einer von 119° auf 132° ansteigenden HR-Drehwinkellage der Steuerkanten und dem damit verbundenen größeren HR-Drehwinkelbereich für die Kammerfüllung begründet. Dadurch erhöht sich sowohl die mittlere wirksame Spaltbreite als auch die Dauer der Kammerfüllung, in der die Spalte wirksam sind.

Anhand der Darstellung der Kennzahlen in Bild 6.32 sind die größten Verbesserungen der Maschine mit Einlassscheiben gegenüber der Vergleichsmaschine bei möglichst kleinen HR-Scheibendurchmessern zu erwarten. Die Bedingung nach Gl. (6.52) gibt jedoch einen HR-Drehwinkelbereich für den Füllbeginn des Zahnlückenraums der Rotoren vor, der bei der Auswahl eines geeigneten Hauptrotorscheibendurchmessers D'_{HR} zu berücksichtigen ist. Demnach sollte der Scheibendurchmesser für die betrachtete Rotorgeometrie (asym. SRM 4+5; $D_{HR} = 102$ mm; $D_{NR} = 86$ mm ; $a = 72$ mm) nicht kleiner als $D'_{HR} = 86$ mm gewählt werden. Für kleinere Scheibendurchmesser verschiebt sich die Füllung der Arbeitskammer zu größeren HR-Drehwinkeln, damit steigt auch das Kammervolumen der Rotoren zu Füllbeginn an. Hieraus ergeben sich die in Kap. 6.1.2.1 beschriebenen energetischen Nachteile einer Vorkammerfüllung, die wesentlich vom Kammervolumen zu Beginn des Füllvorgangs beeinflusst werden.

Für den HR-Scheibendurchmesser $D'_{HR} = 86$ mm ist in Bild 6.32 eine Verbesserung der Spaltkennzahl gegenüber der Vergleichsmaschine bei gleichen Einlasskennzahlen von ca. 5% abzulesen. Bei gleichen Spaltkennzahlen liegt die Verbesserung der Einlasskennzahl bei ca. 25%.

6.3.3 Energetische Beurteilung

Die energetische Beurteilung der Rotorgeometrie mit 2 Einlassscheiben soll wiederum anhand des beispielhaften Betriebsfalls erfolgen, der bereits in Kap. 6.2.3 zur Beurteilung der konischen Geometrie angenommenen wurde. Die Simulationsrechnungen werden ebenfalls anhand des im Anhang Kap. 9.2 beschriebenen vereinfachten Modells zur Berechnung thermodynamischer Zustandsgrößen in der Arbeitskammer durchgeführt.

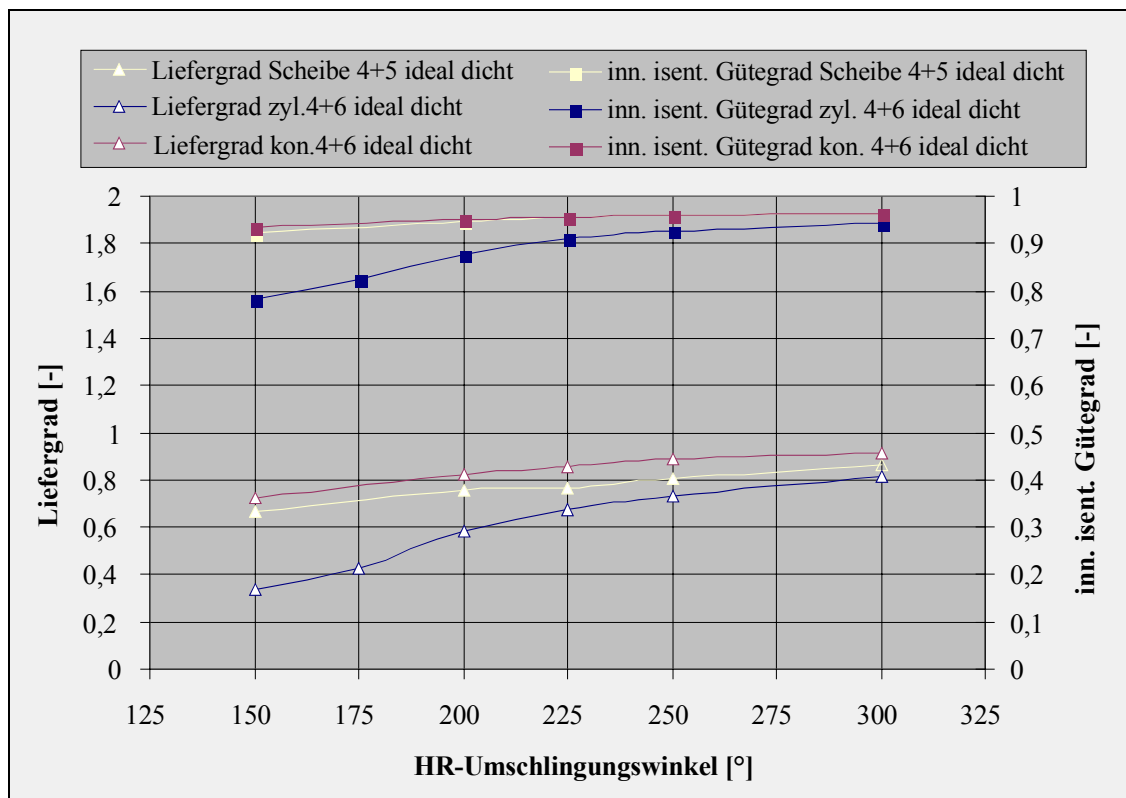


Bild 6.34: Vergleich von Rotoren mit Einlassscheiben mit zylindrischen und konischen Rotorgeometrien anhand von Liefergrad und innerem isentropen Gütegrad für den theoretischen Fall ideal dichter Maschinen (Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$)

Für die Beurteilung der Drosselwirkung wird zunächst der theoretische Fall einer ideal dichten Maschine betrachtet, siehe Bild 6.34. Der Liefergrad für die Rotoren mit Einlassscheiben verläuft dabei oberhalb der Liefergradkurve der zylindrischen Vergleichsmaschine. Besonders im Bereich kleiner Hauptrotorumschlingungswinkel, wo sich für die Vergleichsmaschine eine deutliche Verringerung im Liefergrad als Zeichen starker Drosselung ergibt, ist für die Maschine mit Einlassscheiben eine geringere Abnahme im Liefergrad und damit eine Verbesserung zu erkennen. Die

Liefergrade, die sich für eine konische Rotorgeometrie ergeben, werden jedoch nicht erreicht.

Gleiche Tendenzen lassen sich auch an den Gütegradverläufen ablesen, wobei hier die Differenzen zwischen den Kurven geringer ausfallen. Während der Unterschied zur zylindrischen Vergleichsmaschine deutlich zu erkennen ist, ergeben sich gegenüber den konischen Rotoren keine wesentlichen Abweichungen im Kurvenverlauf. Für die konischen Rotoren sowie die Rotoren mit Einlassscheiben ist demnach die Drosselwirkung für den hier betrachteten Betriebsfall eher gering. Die Differenzen im Liefergrad zwischen diesen Geometrien sind lediglich Anzeichen für unterschiedliche Kammermassen, die Drosselwirkung bleibt jedoch annähernd gleich. Dies ist vergleichbar mit einem Unterschied im Kammervolumen bei Expansionsbeginn und damit einer Abweichung der inneren Volumenverhältnisse, wie in Bild 6.35 anhand der dargestellten Druckverläufe zu erkennen ist.

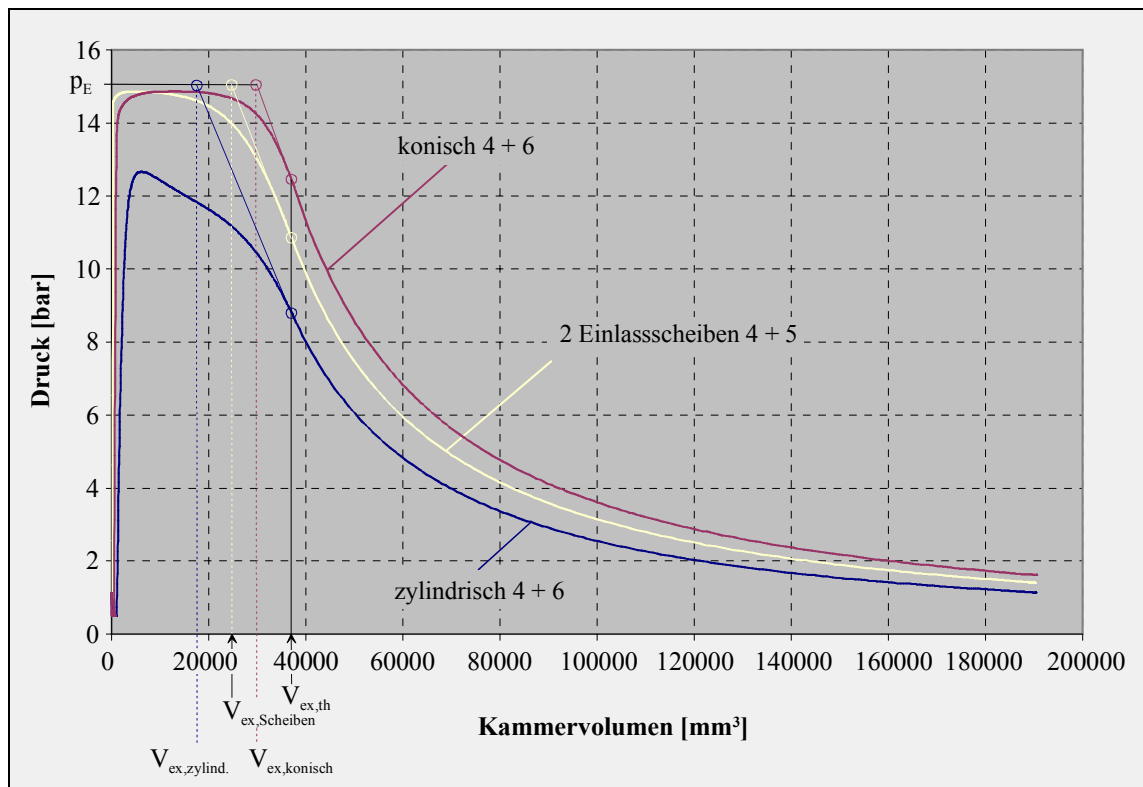


Bild 6.35: Druckverläufe für unterschiedliche Rotorgeometrien berechnet für das Modell der ideal dichten Maschine (Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $\Phi_{HR} = 200^\circ$; $L/D = 1,5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$)

Für die zylindrische Rotorgeometrie ist ein gegenüber dem Eintrittsdruck p_E deutlich reduzierter Kammerdruck als Zeichen einer erhöhten Drosselwirkung zu erkennen.

Die Gütegradkurven in Bild 6.34 zeigen mit Ausnahme der zylindrischen Rotorgeometrie über dem gesamten dargestellten HR-Umschlingungswinkelbereich kleine Gradienten, so dass davon auszugehen ist, dass der Einfluss der Drosselung auf die Energiewandlung mit abnehmendem HR-Umschlingungswinkel nur langsam zunimmt.

Unter Berücksichtigung der Spaltverluste lässt sich für die betrachtete Rotorgeometrie mit Steuerscheiben, daher ein Gütegradoptimum bei kleinen HR-Umschlingungswinkeln erwarten, wie dies auch bei den konischen Rotoren der Fall ist. Die mit der Verringerung der Füllungsdauer bei kleineren HR-Umschlingungswinkeln abnehmenden Spaltverluste wirken sich dabei stärker auf die Energiewandlung aus, als die zunehmende Drosselung. In Bild 6.36 ist dieses schwach ausgeprägte Maximum im Verlauf der Kurve des inneren isentropen Gütegrades bei einem HR-Umschlingungswinkel von ca. 200° zu erkennen. Der Kurvenverlauf ähnelt dem dargestellten Verlauf der konischen Rotorgeometrie, wobei deren Gütegradwerte jedoch nicht erreicht werden.

Der Gütegradverlauf für die Rotoren mit Steuerscheiben zeigt für den optimalen HR-Umschlingungswinkel lediglich eine Verbesserung von ca. 1% gegenüber der zylindrischen Vergleichsmaschine. Dies entspricht jedoch in etwa der Erwartung, die sich aus der Darstellung der Spalt- und Einlasskennzahlen in Bild 6.32 ergibt. In dem Diagramm ist für die Rotorgeometrie mit einem HR-Scheibendurchmesser $D'_{HR} = 86$ mm und einem HR-Umschlingungswinkel $\Phi_{HR} = 200^\circ$ eine Verringerung der Spaltkennzahl von ca. 8% gegenüber der Vergleichsmaschine abzulesen. Dieser Verbesserung steht eine Verringerung der Einlasskennzahl um ca. 10% gegenüber. Berücksichtigt man die Gütegrade für die Vergleichsmaschine, die für den betrachteten Betriebsfall bei 94,5% für die ideal dichte Maschine und 62,2% unter Berücksichtigung der Spalte liegen, so ist aufgrund der Kennzahlen mit einer Verbesserung des Gütegrades von ca. 2% zu rechnen. Der Grund für diese geringe Verbesserung des Gütegrades liegt in den deutlich erhöhten Spaltmassenströme gegenüber der Vergleichsmaschine, die den Vorteil der verringerten Einlassdrosselung nahezu vollständig aufbrauchen.

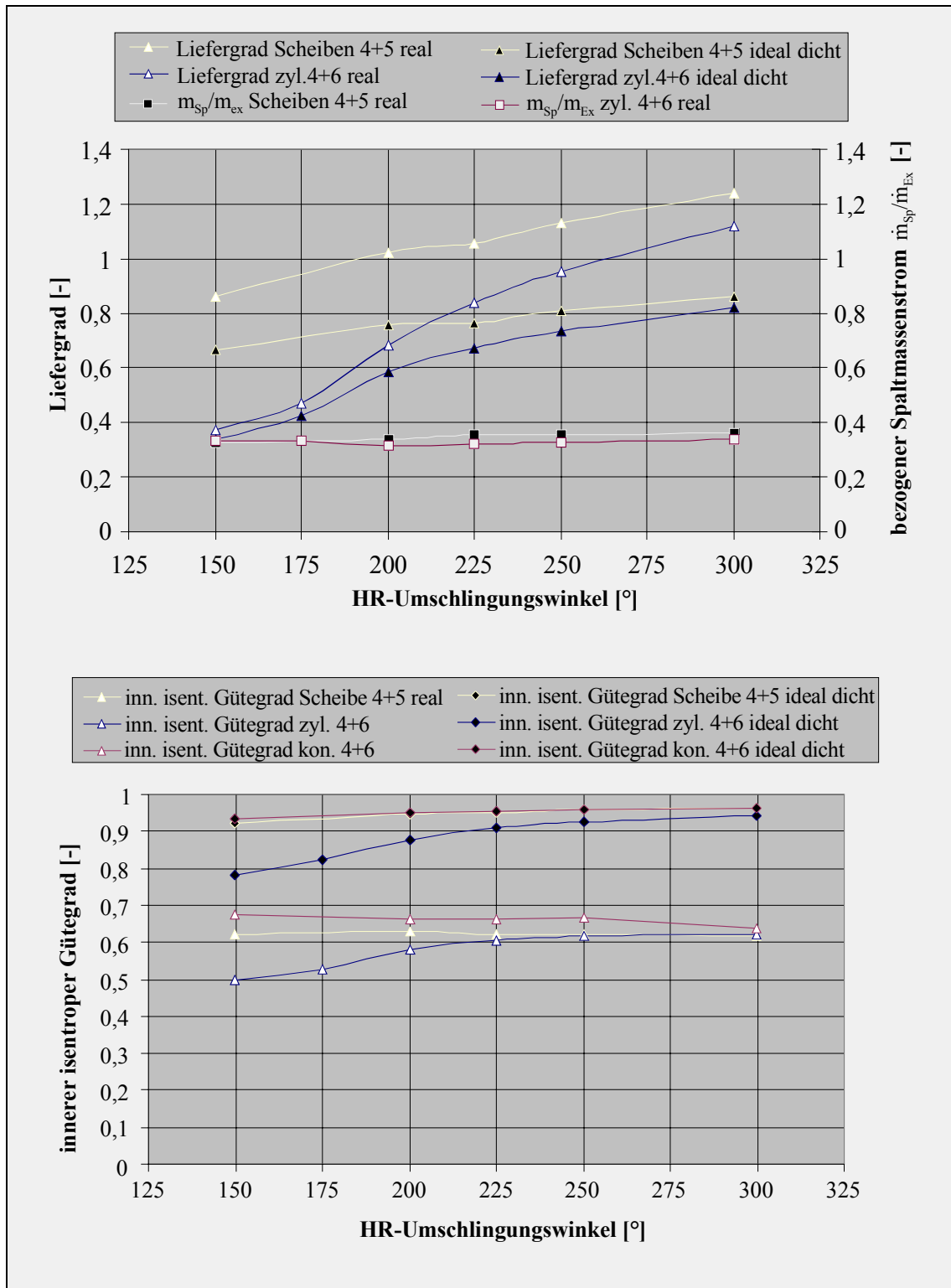


Bild 6.36: Vergleich der zylindrischen Rotorgeometrie mit einer Rotorgeometrien mit zwei Einlassscheiben bei Variation des HR-Umschlingungswinkels anhand von Ergebnissen aus Simulationsrechnungen für den angenommenen Betriebsfall: Arbeitsmedium Wasserdampf; $p_E = 15 \text{ bar}$; $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$; angepasster Betrieb; $v_i = 5$; $n_{HR} = 16852 \text{ min}^{-1}$

Die Zunahme der Spaltmassenströme ist anhand der bezogenen Spaltmassenstromkurven zu erkennen. Dabei liegt der bezogene Spaltmassenstrom der Rotoren mit Steuerscheiben um bis zu 9% über dem der zylindrischen Rotoren. Als Ursache ist wiederum die mit der zunehmenden Drehwinkellage der Steuerkanten ansteigenden Dauer der Füllvorgangs zu nennen.

Betrachtet man den Liefergradverlauf, so liegt dieser für die Maschine mit Einlassscheiben für Umschlingungswinkel $> 200^\circ$ deutlich über 1. Dies bestätigt zum einen die hohen Spaltverluste. Aber unter Berücksichtigung der Gütegrade für die ideal dichte Maschine bedeutet dies auch eine geringe Drosselneigung. Demnach erscheint die hier betrachtete Rotorgeometrie für den zum Vergleich herangezogenen beispielhaften Betriebsfall nur wenig geeignet. Das Potenzial, das sich aus der Verringerung der Einlassdrosselung ergibt, kann hier nur unzureichend genutzt werden. Deutlichere Gütegradverbesserungen beim Einsatz von Einlassscheiben sind für den betrachteten Betriebsfall durch eine gleichzeitige Verkleinerung der Spaltbreiten zu erwarten. Dies ist durch eine Verringerung der Hauptrotorzähnezahl (3+4) zu erreichen, wie das Beispiel der konischen Rotoren in Kap. 6.2.3 zeigt.

Verbesserungen gegenüber den zylindrischen Rotoren sind für die Rotorgeometrie mit Einlassscheiben dort zu erwarten, wo sich die Vorteile einer deutlich verminderten Einlassdrosselung auswirken. Dies ist z. B. bei Motoranwendungen mit größeren inneren Volumenverhältnissen ($v_i > 5$) und für einen Betrieb mit höheren Umfangsgeschwindigkeiten der Fall.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die Schraubenmaschine gehört in die Gruppe der zweiwelligen Rotationsverdrängermaschinen und wird in ihrer Funktion als Kompressor und Lader bereits seit mehreren Jahrzehnten erfolgreich eingesetzt. Die Entwicklung von Konzepten zur motorischen Anwendung dieses Maschinentyps begann vor ca. 30 Jahren. Entwicklungsschwerpunkte lagen dabei auf Schraubenmotoranwendungen im

- Organic-Rankine-Cycle (ORC) für den Niedertemperaturbereich,
- Trilateral-Flash-Cycle (TFC) für den niedrigen bis mittleren Temperaturbereich,
- Clausius-Rankine-Cycle (CRC) für den mittleren Temperaturbereich und
- modifizierten Joule-Prozess (GASSCREW) für den Hochtemperaturbereich.

Von diesen Konzepten ist die Entwicklung des Dampfschraubenmotors im Clausius-Rankine-Cycle bis heute am weitesten fortgeschritten.

Derzeitige Schraubenmotorkonstruktionen basieren auf Entwicklungen aus dem Kompressorenbereich und weisen dementsprechend ein noch hohes Optimierungspotenzial insbesondere der Energiewandlung auf. Untersuchungen zur Energiewandlung in Schraubenmotoren haben gerade für den Dampfschraubenmotor (aber auch für die übrigen Motorkonzepte) als wesentliche Verlustquellen Spaltverluste während der Kammerfüllung sowie Drosselverluste am Einlass ergeben. Primäre Aufgabe der Weiterentwicklung von Schraubenmotoren mit dem Ziel einer Steigerung der Energiewandlungsgüte muss es daher sein, die Füllung der Arbeitskammer zu verbessern.

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse aus den Untersuchungen zur geometrischen Optimierung des Füllvorgangs von Schraubenmotoren behandelt. Zu diesem Zweck werden Kennzahlen entwickelt, die eine rein geometrische Beurteilung unterschiedlicher Rotorgeometrien hinsichtlich dieser beiden Verlustanteile (Spaltverluste und Einlassdrosselung) ermöglichen. Untersuchungen von Rotorgeometrien anhand dieser Kennzahlen zeigen, dass eine einfache geometrische Variation von Rotorgeometrien, die heute im Bereich der Schraubenkompressoren üblich sind, für den Einsatz im Motorbetrieb nur ein geringes Optimierungspotenzial

besitzen. Ursache sind die komplexen Zusammenhänge zwischen den Verlustmechanismen mit ihren häufig gegenläufigen Wirkungen auf die Energiewandlung.

Das geometrische Optimierungspotenzial zur Verringerung der Spaltbreiten und damit auch der Spaltmassenströme, wie es sich für kleine HR-Umschlingungswinkel und kleine HR-Zähnezahlen ergibt, kann bei inneren Volumenverhältnissen in einem für den Motorbetrieb sinnvollen Bereich von $v_i = 4 \div 10$ nur unzureichend für eine Steigerung der Energiewandlungsgüte genutzt werden. Für zylindrische Rotoren erscheint eine Verringerung der Spaltmassenströme durch eine Reduzierung des Hauptrotorumschlingungswinkels nur bei ausreichend großen Einlassflächen möglich. Dies ist z. B. bei hinreichend kleinen inneren Volumenverhältnissen $v_i < 4$ der Fall. Für größere innere Volumenverhältnisse wird der Vorteil, der sich aus den reduzierten Spaltmassenströmen ergibt, üblicherweise durch eine zunehmende Drosselung am Einlass überkompensiert.

Für eine Reduzierung der Spaltmassenströme deutlich besser geeignet erscheint die Wahl einer optimalen Betriebsdrehzahl. Diese führt lediglich zu einer Verringerung der Dauer des Füllvorgangs, nicht aber zu einer Verkleinerung der Einlassflächen, wie es bei kleineren Umschlingungswinkeln der Fall ist. Bei einer ähnlichen Wirkung auf die Spaltmassenströme ist dabei der Einfluss auf die Drosselung geringer. Für eine Optimierung der Kammerfüllung ist daher immer eine maximale Drehzahl anzustreben.

Die Einlassdrosselung zeigt für alle durchgeführten Geometrievariationen anhand der zur Beurteilung verwendeten Kennzahlen größere Gradienten als die Spaltbreitenentwicklung und ist demnach bei einer geometrischen Optimierung vorrangig zu beachten. Doch auch eine Vergrößerung der Einlassflächen durch die Wahl geeigneter Geometrieparameter (z. B. kleine Längen-/Durchmesserhältnisse) bietet nur einen begrenzten Spielraum für eine geometrische Optimierung, da mit abnehmender Drosselung die Zunahme der Spaltmassenströme an Einfluss auf die Energiewandlung gewinnt.

Verbessert wird diese Situation durch geometrische Veränderungen des Einlassbereiches in Form von Steuerscheiben auf den Rotoren sowie konischen Rotoren. Die dargestellten Zusammenhänge bleiben zwar auch für diese Geometrien

erhalten, aufgrund der vergrößerten Einlassflächen ergibt sich jedoch eine Verschiebung des Optimierungspotenzials hin zu größeren inneren Volumenverhältnissen. Eine Reduzierung des Hauptrotorumschlingungswinkels kann hierbei ebenfalls zu einer Verbesserung der Energiewandlungsgüte durch verminderte Spaltverluste beitragen.

Einen ersten Schritt zu einer Verbesserung der Einlassbedingungen in Schraubentmotoren stellt der Einsatz von profilierten Einlassscheiben auf Haupt- und Nebenrotor dar. Diese lassen sich unter eher geringem Aufwand in heutige Schraubentmotorvarianten integrieren. Ein deutlich höheres Potenzial zur Verbesserung der Energiewandlung bietet jedoch der Einsatz von konischen Rotoren.

8 Literaturverzeichnis

- [1] Hanselmann, G. Dampfkreisläufe mittlerer Leistung mit Schraubenmaschinen als Energiewandler. Zweites Programm Energieforschung und Energietechnologie der BRD.
In: BMFT Jahresbericht 03E-8277A, 1983
- [2] Dreißig, B. Ein Beitrag zur Auslegung von trockenlaufenden Schraubenmotoren.
Dissertation, Universität Dortmund, 1990
- [3] Hinsenkamp, G. Berechnung und Optimierung adiabater Schraubenexpansionsmaschinen als Grundlage für den Kennfeldvergleich mit Turbinen kleiner Wellenleistung.
Dissertation Universität Karlsruhe, 1993
- [4] Kauder, K.
Kliem, B. The Two-Phase Screw-Type Engine with Flash Evaporation
In: VDI-Berichte Nr. 1715; VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002
- [5] Kauder, K.
Fost, C. Improving Chamberfilling in Screw-Type Engines
In: VDI-Berichte Nr. 1715; VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002
- [6] Krigar, H. Verwendung eines Schraubengebläses als Gebläse, Pumpe, Presse, Motor, Messapparat.
Patentschrift Nr. 7116, Kaiserliches Patentamt Berlin, 1879
- [7] Lysholm, A. J. R. A New Rotary Compressor.
Proceeding of the Institution of Mech. Engineers Bd. 150, London, 1943
- [8] Paintner, L. Schraubenmotor im ORC-Kreislauf
In: VDI-Berichte 640; VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987
- [9] Person, J. G. Screw expanders for small scale cogeneration
In: VDI-Berichte Nr. 1135; VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994
- [10] Platell, P. Displacement expander for small scale cogeneration.
Licentiate thesis KTH, Stockholm, 1993
- [11] Hanselmann, G. Maschinenkreisläufe mit Schraubenmotoren.
In: VDI-Berichte Nr. 521; VDI-Verlag, Düsseldorf, 1984
- [12] Flower, J. E.
Steidel, R. F.
Weiss, H. Performance Characteristics of the Lysholm Engine as tested for Geothermal Power Applications in the Imperial Valley.
In: ASME-Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd.104, Nr. 1, 1982
- [13] Deis, G.
Myers, B.
Shell, T. Operating Efficiencies of a Lysholm Helical Expander for Brayton-Cycle Heat Engines..
In: Technischer Bericht UCRL-94019, DE 86007178, Lawrence Livermore National Laboratory 1986
- [14] Taniguchi, H.
Kudo, K.
Giedt, W.
Park, I.
Kumazawa, S. Analytical and experimental investigation of two-phase flow screw expanders for power generation.
In: Trans ASME, J. Engng for Gas Turbines and Power, Vol. 110, 1988.
- [15] Dullinger, A. Antriebsunterstützung eines Schraubenverdichters mittels ORC-Schraubenexpanders im KWK-Betrieb.
In: VDI-Berichte Nr. 640, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987

-
- [16] Westermann, J. Abwärmenutzung mit zwei 600 kW Schraubenexpansionsmaschinen im ORC-Prozess, Auswahlkriterien für die Schraubenexpansionsmaschinen, ihre Systemkomponenten, Entwürfe und wirtschaftliche Bewertung.
In: VDI-Berichte Nr. 377, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1980
- [17] Smith, I. K.
Stosic, N.
Aldis, C. A. Development of the trilateral flash cycle system Part 3: The design of high efficiency two-phase screw expanders.
In: Journal of Power and Energy, 1996, Vol. 210, S. 75-93
- [18] Amann, Th. Technische Konzeption und wirtschaftliche Aussichten von Bottoming-Cycle-Anlagen.
In: VDI-Berichte Nr. 455, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1982
- [19] Feustel, J. Optimale Energieausnutzung mit Solar-Diesel-Stationen.
In: Forschen, Planen, Bauen Nr. 11, 1980
- [20] Kauder, K.
Piatkowski, R.
Kliem, B. Schraubenmotoren für die Verstromung von Abwärme.
In: VDI-Berichte Nr. 1251, Energierückgewinnung mit Entspannungsmaschinen im industriellen Einsatz, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1996
- [21] Kauder, K.
Fost, C.
Piatkowski, R. Stromerzeugung mit Schraubenmotoren.
In: VDI-Berichte Nr. 1457, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999
- [22] Dossdall, H. Simulation und Untersuchung des stationären und instationären Betriebsverhaltens der Heißgasschraubenmaschine.
Dissertation, Universität Dortmund, 1996
- [23] von Unwerth, Th. Experimentelle Verifikation eines Simulationssystems für eine GASSCREW
Dissertation, Universität Dortmund 2002
- [24] Huppmann, G. Abwärmenutzung in der Industrie unter Verwendung des organischen Rankine Kreisprozesses (ORC).
In: BMFT Forschungsbericht T85-110, MBB GmbH, München, 1985
- [25] Peveling, F.-J. Ein Beitrag zur Optimierung adiabater Schraubenmaschinen in Simulationsrechnungen.
Dissertation, Universität Dortmund, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987
- [26] Sachs, R. Strömung in den arbeitsraumbegrenzenden Spalten einer Schraubenmaschine im zweidimensionalen Modell.
Dissertation, Universität Dortmund, 2000
- [27] Rofall, K. Ein Beitrag zur Verifizierung eines Schraubenkompressor-simulationssystems.
Dissertation, Universität Dortmund 1998, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 1, Nr. 299, VDI-Verlag, Düsseldorf 1997
- [28] Dreifert, Th. Thermisches Verhalten der Rotoren von Schraubenkompressoren.
Dissertation, Universität Dortmund 1996, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 1, Nr. 276, VDI-Verlag, Düsseldorf 1997
- [29] Zellermann, R. Optimierung von Schraubenmotoren mit Flüssigkeitseinspritzung.
Dissertation, Universität Dortmund 1996, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 6, Nr. 357, VDI-Verlag, Düsseldorf 1997

- [30] Harling, B. Untersuchung der Ölverteilungsformen und Optimierung der Öleinspritzung in \square asslaufenden Schraubenverdichtern. Dissertation, Universität Dortmund, 1993, Fortschrittberichte VDI, Reihe 1, Nr. 230, VDI Verlag, Düsseldorf
- [31] Fister, W.
Neumann, G. Berechnung der reibungsbehafteten Strömung in den Zahnlücken und Dichtspalten von Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte Nr. 521, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1984
- [32] Huster, A. Untersuchung des instationären Füllvorgangs bei Schraubenmotoren. Dissertation, Universität Dortmund 1998, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 7, Nr. 336, VDI-Verlag, Düsseldorf 1998
- [33] Fister, W. Fluidenergiemaschinen, Band II. Springer-Verlag, Berlin, 1986
- [34] Weckes, N. Ein Beitrag zur Optimierung geometrischer und thermodynamischer Kenngrößen von Schraubenladern. Dissertation, Universität Dortmund, 1994
- [35] Kauder, K.
Janicki, M. Simulation und Experiment bei der Entwicklung von Schraubenkompressoren. In: Schraubenmaschinen 2002, VDI-Berichte 1715, S. 51 – 66, VDI-Verlag Düsseldorf, 2002
- [36] Kauder, K.
Helpertz, M. Einlauf- und Hybridschichten für Schraubenkompressoren. In: VDI-Berichte 1391, S. 1-16, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1998
- [37] Rau, B. Ein Beitrag zur Auslegung trockenlaufender Schraubenkompressoren. Dissertation, Universität Dortmund, 1994
- [38] Dreischhoff, U. Festkörperreibung in Schraubenmaschinen – Ein Beanspruchungsmodell für Werkstoffverbunde. Dissertation, Universität Dortmund, 1991 Fortschrittsberichte VDI, Reihe 5, Nr. 230, VDI Verlag, Düsseldorf
- [39] Rinder, L. Schraubenverdichter. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1979
- [40] Kauder, K. Fluidenergiemaschinen II – Verdrängermaschinen Vorlesungsskript Universität Dortmund 1997
- [41] Rinder, L. Optimierung und Betriebsverhalten der Läuferverzahnungen für Schraubenverdichter mit Öleinspritzkühlung. Habilitationsschrift der TU Wien 1978
- [42] Baehr, H. D. Thermodynamik, 8. Auflage Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Toyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest, 1992
- [43] Kauder, K.
Kliem, B. Zweiphasen-Schraubenmotor – Probleme des Füllvorganges In: Schraubenmaschinen, Forschungsberichte des Fachgebietes Fluidenergiemaschinen Nr. 6, ISSN 0945-1870, S. 37-48, Universität Dortmund, 1998
- [44] Oswatitsch, K. Grundlagen der Gasdynamik Springer-Verlag, Wien, New York, 1976

-
- [45] Kauder, K. Untersuchungen zur Verbesserung des Füllvorgangs von
Fost, C. Schraubenmotoren – Teil 2
 In: Schraubenmaschinen, Forschungsberichte des Fachgebietes
 Fluidenergiemaschinen Nr. 10, ISSN 0945-1870, S. 75-92,
 Universität Dortmund, 2002
- [46] Truckenbrodt, E Lehrbuch der angewandten Fluidmechanik.
 Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1983

9 Anhang

9.1 Energetisch bewertete Kennzahlen

Zur Bestimmung der betriebsabhängigen Einflussgrößen werden die in Tabelle 9.1 dargestellten beispielhaften Betriebsbedingungen verwendet:

Arbeitsmedium:	<p>Wasserdampf überhitzt, betrachtet als ideales Gas</p> <p>Gaskonstante: $R = 461,5 \text{ [J/kg K]}$</p> <p>Isentropenexponent: $\kappa = 1,31 \text{ [-]}$</p>
Maschine:	<p>Einheitsmaschine, siehe Tabelle 4.1</p> <p>trockenlaufend (es bildet sich keine flüssige Phase während der Kammerfüllung)</p>
Thermische Zustandsgrößen des Arbeitsmediums am Ein- und Austritt:	<p>Eintrittdruck: $p_E = 15 \text{ bar}$</p> <p>Eintrittstemp.: $\vartheta_E = 250 \text{ °C}$</p> <p>Austrittsdruck: $p_A = 0,5 \text{ bar}$</p> <p>Austrittstemp.: $\vartheta_E = 81,3 \text{ °C}$ (Nassdampftemp.)</p>
Thermische Zustandsgrößen in der Arbeitskammer:	<ul style="list-style-type: none"> • Die Zustandsgrößen entsprechen bis zum Beginn der Expansion den Zustandsgrößen am Eintritt; • Die Expansion beginnt bei einem Kammervolumen V_{Ex} (ca. 25° HR-Drehwinkel vor der Steuerkantenlage bei $V_{Ex,th}$); • Die Expansion erfolgt polytrop, angenommener Polytropenexponent: $\bar{n} = 1,20$
Spaltgeometrie:	<ul style="list-style-type: none"> • Für alle Spalte wird mit einer angenommenen fiktiven mittleren Warmspalthöhe von $\bar{z}_f = 0,1 \text{ mm}$ gerechnet. (Für eine differenziertere Betrachtung der Warmspalthöhen siehe [27], [35]) • Unabhängig von der Spaltgeometrie und dem am Spalt anliegenden Druckverhältnis wird vereinfachend für alle Spalte

	<p>ein Durchflussbeiwert von $\alpha_{Sp} = 0,8$ angenommen.</p> <p>(Für eine differenzierte Betrachtung der Durchflussbeiwerte in Abhängigkeit von der Spaltgeometrie, der Druckdifferenz, der Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit der spaltbildenden Flächen siehe [2], [26]).</p>
--	---

Tabelle 9.1: Beispielhafte Werte für eine energetisch Bewertung der Kennzahlen

Der reale Spaltmassenstrom \dot{m}_{Sp} wird aus dem Produkt des theoretischen Spaltmassenstroms $\dot{m}_{Sp,th}$ mit dem Durchflussbeiwert α_{Sp} gebildet

$$\dot{m}_{Sp} = \alpha_{Sp} \cdot \dot{m}_{Sp,th} \quad (9.1)$$

Der Berechnung des theoretischen Spaltmassenstroms liegt das Modell einer stationären isentropen Düsenströmung ohne Vorgeschwindigkeit zugrunde. Der integrale Durchflussbeiwert α_{Sp} berücksichtigt demnach alle Einflussfaktoren, die in der theoretischen Spaltmassenstromberechnung nicht enthalten sind und kann als ein eher grober Bewertungsfaktor verwendet werden.

Für die Berechnung des theoretischen Spaltmassenstroms gilt für die einzelnen Spalte

$$\dot{m}_{Sp,th} = \rho_{Sp} \cdot V_{Sp} = \rho_{Sp} \cdot A_{Sp} \cdot c_{Sp} \quad (9.2).$$

Dabei werden die einzelnen Spaltflächen A_{Sp} in der vorliegenden idealisierten Vereinfachung nach

$$\begin{aligned} A_{St} &= b_{St}(\alpha) \cdot \bar{z}_f \\ A_{PE} &= b_{PE}(\alpha) \cdot \bar{z}_f \\ A_{Ge} &= b_{Ge}(\alpha) \cdot \bar{z}_f \\ A_{Kopf} &= \frac{A_{Kopf}(\alpha)}{\bar{z}_f} \cdot \bar{z}_f \end{aligned} \quad (9.3)$$

aus dem Produkt der Summenspaltbreite und einer fiktiven mittleren Spalthöhe \bar{z}_f gebildet. Der Einfluss einer gegenüber der Vergleichsmaschine 11 abweichenden

mittleren Spalthöhe kann mit einem Gewichtungsfaktor $\frac{\bar{z}_f}{\bar{z}_{f11}}$ in die Bewertung der

Kennzahlen aufgenommen werden.

Für die Strömungsgeschwindigkeit c_{Sp} im engsten Spaltquerschnitt sind in Abhängigkeit von dem am Spalt vorliegenden Druckverhältnis zwei Fälle zu unterscheiden. Ist das Druckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ größer als das kritische Druckverhältnis

$$\Pi_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (9.4),$$

so wird im engsten Spaltquerschnitt keine örtliche Schallgeschwindigkeit erreicht. Dabei kennzeichnet der Index 1 den Zustand vor dem Spalt und der Index 2 den Zustand hinter dem Spalt (in Strömungsrichtung).

Aus einer Energiebilanz am Spalt ergibt sich für die Strömungsgeschwindigkeit

$$c_{Sp} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \quad \text{für } \Pi > \Pi_{krit} \quad (9.5).$$

Ist das Druckverhältnis am Spalt kleiner oder gleich dem kritischen Druckverhältnis, so wird die Strömungsgeschwindigkeit im engsten Querschnitt durch die örtliche Schallgeschwindigkeit a_{Sp} als obere Grenze beschränkt. Für die Strömungsgeschwindigkeit im Spalt wird

$$c_{Sp,krit} = a_{Sp} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa + 1} \cdot R \cdot T_1} \quad \text{für } \Pi \leq \Pi_{krit} \quad (9.6).$$

Mit abnehmendem Druck verringern sich auch Temperatur und Dichte im Spalt. Dieser Zusammenhang wird durch die Isentropenbeziehung

$$p \cdot v^\kappa = const. \quad (9.7)$$

beschrieben. Auch für die Dichte sind Zustände unter- und überkritischer Druckverhältnisse am Spalt zu unterscheiden

$$\rho_{Sp} = \frac{p_1}{R \cdot T_1} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad \text{für } \Pi > \Pi_{krit} \quad (9.8)$$

und

$$\rho_{Sp,krit} = \frac{p_1}{R \cdot T_1} \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad \text{für } \Pi \leq \Pi_{krit} \quad (9.9).$$

Mit zunehmendem Spaltdruckverhältnis nimmt aufgrund der verringerten Strömungsgeschwindigkeit der Spaltmassenstrom ab. Die unbewerteten Spaltkennzahlen bilden diesen Zusammenhang jedoch nicht ab. Hier liegt immer eine vollständige Spaltwirkung (vergleichbar einem konstanten überkritischen Druckverhältnis) vor. Ein energetischer Bewertungsfaktor sollte daher den Einfluss, der sich aus dem veränderlichen Druckverhältnis am Spalt für den Spaltmassenstrom ergibt, wiedergeben. Zu diesen Zweck wird ein Bewertungsfaktor berücksichtigt, der das Produkt aus Dichte und Strömungsgeschwindigkeit im Spalt in Relation zu dem entsprechenden Produkt für den überkritischen Zustand setzt

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_{Sp}(\alpha_{HR}) \cdot c_{Sp}(\alpha_{HR})}{\rho_{Sp,krit}(\alpha_{HR}) \cdot a_{Sp}(\alpha_{HR})} \\ &= \left(\frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \cdot \left(\left(\frac{p_2(\alpha_{HR})}{p_1(\alpha_{HR})} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2(\alpha_{HR})}{p_1(\alpha_{HR})} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}} \right)} \quad \text{für } \Pi > \Pi_{krit} \quad (9.10). \\ &= 1 \quad \text{für } \Pi \leq \Pi_{krit} \end{aligned}$$

Mit den beschriebenen Bewertungsfaktoren ergeben sich energetisch bewertete Spaltbreiten in der Form

$$\begin{aligned}
b_{St}^*(\alpha_{HR}) &= b_{St}(\alpha_{HR}) \cdot \alpha_{Sp} \cdot \frac{\bar{z}_f}{\bar{z}_{f11}} \cdot \frac{\rho_{St}(\alpha_{HR}) \cdot c_{St}(\alpha_{HR})}{\rho_{St,krit}(\alpha_{HR}) \cdot a_{St}(\alpha_{HR})} \\
b_{PE}^*(\alpha_{HR}) &= b_{PE}(\alpha_{HR}) \cdot \alpha_{Sp} \cdot \frac{\bar{z}_f}{\bar{z}_{f11}} \cdot \frac{\rho_{PE}(\alpha_{HR}) \cdot c_{PE}(\alpha_{HR})}{\rho_{PE,krit}(\alpha_{HR}) \cdot a_{PE}(\alpha_{HR})} \\
b_{Ge}^*(\alpha_{HR}) &= b_{Ge}(\alpha_{HR}) \cdot \alpha_{Sp} \cdot \frac{\bar{z}_f}{\bar{z}_{f11}} \cdot \frac{\rho_{Ge}(\alpha_{HR}) \cdot c_{Ge}(\alpha_{HR})}{\rho_{Ge,krit}(\alpha_{HR}) \cdot a_{Ge}(\alpha_{HR})} \\
\frac{A_{Kopf}^*(\alpha_{HR})}{\bar{z}_f} &= \frac{A_{Kopf}(\alpha_{HR})}{\bar{z}_f} \cdot \alpha_{Kopf} \cdot \frac{\bar{z}_f}{\bar{z}_{f11}} \cdot \frac{\rho_{Kopf}(\alpha_{HR}) \cdot c_{Kopf}(\alpha_{HR})}{\rho_{Kopf,krit}(\alpha_{HR}) \cdot a_{Kopf}(\alpha_{HR})}
\end{aligned} \tag{9.11}$$

Daraus lassen sich in Analogie zu den rein geometrischen Kennzahlen aus Kap. 4.1.1 energetisch bewertete Kennzahlen formulieren:

$$\Pi_{Sp,V,V_K}^* = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}^*(\alpha) + b_{PE}^*(\alpha) + b_{Ge}^*(\alpha) + \frac{A_{Kopf}^*(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Kammer}^{2/3} \tag{9.12}$$

Kennzahl für einen Vergleich der mittleren Spaltwirkung während des Füllvorgangs von geometrisch unterschiedlichen Maschinen mit gleichem Kammervolumen bei gleicher Hauptrotorzähnezahl und gleicher Dauer des Füllvorgangs;

$$\Pi_{Sp,V,V_{Motor}}^* = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}^*(\alpha) + b_{PE}^*(\alpha) + b_{Ge}^*(\alpha) + \frac{A_{Kopf}^*(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor}^{2/3} \tag{9.13}$$

Kennzahl für einen Vergleich der mittleren Spaltwirkung während des Füllvorgangs für Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} bei gleicher Dauer des Füllvorgangs;

$$\Pi_{Sp,V,V_{Motor,11}}^* = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b_{St}^*(\alpha) + b_{PE}^*(\alpha) + b_{Ge}^*(\alpha) + \frac{A_{Kopf}^*(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{(\alpha_{vi} - \alpha_{\text{Füllbeginn}}) \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor,11}^{2/3} \tag{9.14}$$

Kennzahl für einen reinen Baugrößenvergleich der mittleren Spaltwirkung während des Füllvorgangs bei geometrisch ähnlichen Maschinen und gleicher Kammerfülldauer;

$$\Pi^*_{Sp,V,n_{HR}} = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b^*_{St}(\alpha) + b^*_{PE}(\alpha) + b^*_{Ge}(\alpha) + \frac{A^*_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{2 \cdot \pi \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor}^{2/3} \quad (9.15)$$

Kennzahl für einen Vergleich der Spaltwirkung während des Füllvorgangs für Maschinen mit gleichem Expansionsvolumen V_{Motor} bei gleicher Drehzahl am Hauptrotor n_{HR} ;

$$\Pi^*_{Sp,V,n_{HR,11}} = \int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b^*_{St}(\alpha) + b^*_{PE}(\alpha) + b^*_{Ge}(\alpha) + \frac{A^*_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha \cdot \frac{v_i \cdot z_{HR}}{2 \cdot \pi \cdot V_{Motor,11}^{1/3}} \quad (9.16)$$

Kennzahl für einen Vergleich der Spaltwirkung während des Füllvorgangs von Maschinen unterschiedlicher Baugröße (Expansionsvolumen V_{Motor}) bei gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom \dot{V}_{Motor} ;

$$\Pi^*_{Sp,V,\dot{V}_{HR}} = \frac{\int_{\alpha_{\text{Füllbeginn}}}^{\alpha_{vi}} \left(b^*_{St}(\alpha) + b^*_{PE}(\alpha) + b^*_{Ge}(\alpha) + \frac{A^*_{Kopf.}(\alpha)}{\bar{z}_f} \right) d\alpha}{2 \cdot \pi \cdot V_{Ex,th}} \cdot V_{Motor}^{2/3} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{D_{HR}}{D_{HR,11}} \right)^3 \cdot \frac{V_{Motor,11}}{V_{Motor}}} \quad (9.17)$$

Kennzahl für einen Vergleich der Spaltwirkung während des Füllvorgangs von Maschinen mit gleichem theoretischen Expansionsvolumenstrom bei gleicher Hauptrotorumfangsgeschwindigkeit.

In Tabelle 9.2 sind die vorgestellten Spaltkennzahlen mit den zugrundeliegenden Vergleichsgrößen zusammenfassend dargestellt.

Kennzahlen	Vergleichsgrößen	Aussage
Π^*_{Sp,V,V_K}	konstante HR-Zähnezahl $z_{HR} = const.$, konstantes Kammervolumen $V_{Kammer} = const.$, konstante Füllungsdauer $t_{Füll} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv
$\Pi^*_{Sp,V,V_{Motor}}$	konstantes Motorexpansionsvolumen $V_{Motor} = const.$, konstante Füllungsdauer $t_{Füll} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv

$\Pi^*_{Sp,V,V_{Motor},11}$	konstante Füllungsdauer $t_{Fill} = const.$	Baugrößenvergleich: Je größer die Maschine, desto günstiger
$\Pi^*_{Sp,V,n_{HR}}$	konstantes Motorexpansionsvolumen $V_{Motor} = const.,$ konstante Hauptrotordrehzahl $n_{HR} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv
$\Pi^*_{Sp,V,n_{HR},11}$	konstanter theoretischer Motorexpansionsvolumen- strom $\dot{V}_{Motor,th} = const.$	Baugrößenvergleich: Je kleiner die Maschine, desto günstiger
$\Pi^*_{Sp,V,u_{HR}}$	konstanter theoretischer Motorexpansionsvolumen- strom $\dot{V}_{Motor,th} = const.,$ konstante HR-Umfangsgeschwindigkeit $u_{HR} = const.$	kleine Werte der Kennzahl sind positiv

Tabelle 9.2: Kennzahlen zum Vergleich der wirksamen Spaltbreiten im Bereich des Füllvorgangs von Maschinen mit unterschiedlichen Rotorgeometrien

9.2 Modell zur Berechnung thermodynamischer Zustandsgrößen in der Arbeitskammer

Das verwendete Rechenmodell ist ein stark vereinfachtes Modell mit der Aufgabe die Unterschiede in der Energiewandlung aufgrund von Veränderungen in der Kammerfüllung zu verdeutlichen. Es ist nicht dazu geeignet, die Zustandsgrößen in der Arbeitskammer während der Energiewandlung möglichst genau zu bestimmen.

Die einzelnen Arbeitsräume werden für die Berechnung während der Kammerfüllung als adiabat angenommen. Die Berechnung des Eintrittsmassenstroms sowie der Spaltmassenströme während der Kammerfüllung erfolgt anhand eines theoretischen Massenstroms \dot{m}_{th} der mit einem Durchflussbeiwert α real bewertet wird

$$\dot{m} = \alpha \cdot \dot{m}_{th} \quad (9.1).$$

Im Durchflussbeiwert α sollen dabei alle Einflussfaktoren berücksichtigt sein, die im theoretischen Massenstrom nicht enthalten sind. Aufgrund der Untersuchungen von Dreißig zu Durchflussbeiwerten an Spalten im Schraubenmotoren wird für die

Berechnung des Einlassmassenstroms mit einem mittleren Durchflussbeiwert von $\alpha_E = 0,8$ und für die Spaltmassenströme mit einem mittleren Durchflussbeiwert von $\alpha_{sp} = 0,7$ gerechnet [2]. Für die Berechnung des theoretischen Massenstroms \dot{m}_{th} wird das Modell einer stationären, isentropen Düsenströmung durch den jeweiligen engsten durchströmten Querschnitt A_{\min} verwendet, wobei die Geschwindigkeit vor dem Eintritt in eine virtuelle Düse als vernachlässigbar klein angenommen wird. Der theoretische Massenstrom kann dann nach de Saint-Venant und Wanzel zu

$$\dot{m}_{th} = A_{\min} \cdot \left(\frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_E} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right) \quad (9.2)$$

berechnet werden [46]. Diese Gleichung gilt nur für die Fälle in denen das Druckverhältnis über dem durchströmten Querschnitt $\frac{p_A}{p_E}$ größer als das kritische Druckverhältnis

$$\Pi_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (9.3)$$

ist. Für überkritische Druckverhältnisse wird im Querschnitt Schallgeschwindigkeit erreicht. Der Massenstrom berechnet sich in diesen Fällen nach

$$\dot{m}_{th,\bar{u}} = A_{\min} \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa + 1} \cdot R \cdot T_E} \quad (9.4).$$

In Anlehnung an das von Dreißig beschriebenen Kammermodell, werden die Zustandsgrößen in der Arbeitskammer aus der Bilanz der zu- und abfließenden Massen und Energien für eine kleinen Zeitschritt Δt nach

$$\Delta m_K = \sum_{\Delta t} \Delta m_{zu} - \sum_{\Delta t} \Delta m_{ab} \quad (9.5)$$

und

$$\Delta U = \sum_{\Delta t} \Delta H_{t,zu} - \sum_{\Delta t} \Delta H_{t,ab} + \Delta W_i \quad (9.6)$$

berechnet [2]. Dabei gilt die Annahme einer adiabaten Prozessführung. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass die Anteile der Vorgeschwindigkeiten und der geodätischen Lageenergien an den totalen Enthalpiedifferenzen ΔH_t vernachlässigbar klein sind. Innerhalb des kleinen Zeitschrittes Δt sollen die Strömungszustände als stationär und damit der Kammerzustand als unverändert angenommen werden (siehe Kap. 5.2).

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_2 - U_1 = (m_K + \Delta m_K) \cdot u_2 - m_K \cdot u_1 \\ &= \sum_{\Delta t} \Delta m_{zu} \cdot h_{zu} - \sum_{\Delta t} \Delta m_{ab} \cdot h_{ab} - p \cdot \Delta V\end{aligned}\quad (9.7).$$

Die Massen- und Energieinhalte der Arbeitskammer ergeben sich damit als Summe der Änderungen über die einzelnen Zeitschritte

$$\begin{aligned}m_K(t) &= \sum_t \Delta m_K(t) \\ U_K(t) &= \sum_t \Delta U_K(t)\end{aligned}\quad (9.8).$$

Nach Ablauf eines jeden Zeitschrittes werden aus der Massen- und Energiebilanz die Zustandsgrößen in der Arbeitskammer ermittelt. Dabei wird weiter vereinfachend von einem idealen Gas ausgegangen. Unter der Annahme hinreichend kleiner Temperaturdifferenzen kann die spezifische Wärmekapazität $\bar{c}_p^0(\mathcal{G})$ als konstant (unabhängig von der Temperatur) angenommen werden. Damit lassen sich die kalorischen Zustandsgleichungen für die spezifische Enthalpie und inneren Energie in der Form

$$\begin{aligned}u(\mathcal{G}) &= (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G} \\ h(\mathcal{G}) &= \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}\end{aligned}\quad (9.9)$$

schreiben. Unter Berücksichtigung der Kammermasse $m_K(t)$ berechnet sich die Temperatur in der Arbeitskammer nach

$$\mathcal{G}_K(t) = \frac{U_K(t)}{m_K(t) \cdot (\bar{c}_p^0 - R)}\quad (9.10).$$

Aus der thermischen Zustandsgleichung idealer Gase

$$p \cdot v = R \cdot T\quad (9.11)$$

lassen sich damit die weiteren thermodynamischen Zustandgrößen in der Arbeitskammer ermittelt.

Zur Bestimmung der Spaltmassenanteile Δm_{ab} , die aus der Arbeitskammer in vorlaufende Kammern abfließen, ist es notwendig die Drücke in den vorlaufenden Kammern zu kennen. Da diese zu Beginn der Rechnung nicht bekannt sind, wird bei dem Kammermodell nach Dreißig eine Iterationsschleife aufgebaut. Darin wird für den ersten Durchlauf der Berechnung eine thermodynamische Vorbelegung der Kammer vorgegeben, die bei den weiteren Durchläufen durch die zuvor berechneten Zustandswerte ersetzt wird.

Anhand von gemessenen und berechneten Kammerdruckverläufen ist zu erkennen, dass für die hier betrachteten inneren Volumenverhältnisse von $v_i \geq 5$ nahezu während der gesamten Dauer der Kammerfüllung die Druckverhältnisse an den Spalten zu den vorlaufenden Kammern im Bereich des kritischen Druckverhältnisses liegen. Abweichungen hiervon ergeben sich lediglich für große Hauptrotorzähnezahlen ($z_{HR} \geq 5$) in Verbindung mit großen Hauptrotorumschlingungswinkeln $\Phi_{HR} \geq 270^\circ$. Daher wird hier auf eine Iteration verzichtet und für die Dauer der Kammerfüllung mit kritischen Zuständen an den Spalten zu den vorlaufenden Kammern gerechnet. Die sich an den Füllvorgang anschließende Expansion wird für eine als dicht angenommene Arbeitskammer polytrop nach

$$p \cdot v^{\bar{n}} = \text{const.} \quad (9.12)$$

gerechnet, wobei aufgrund der Untersuchungen von Zellermann ein mittlerer Polytropenexponent von $\bar{n} = 1,2$ verwendet wird [29]. Dieser Wert liegt zwischen dem einer stark verlustbehafteten isothermen Expansion mit $\bar{n} = 1$ und dem einer idealen verlustfreien isentropen Expansion mit $\bar{n} \approx 1,3$.

Für die Berechnung des Verlaufs der Zustandsgrößen in der Arbeitskammer ist es notwendig den Kammerzustand zu Beginn der Kammerfüllung zu kennen. Die eigentliche Kammerfüllung soll im Fall der Vergleichsmaschine erst bei einer HR-Drehwinkelstellung von ca. 20° beginnen. Davor wird die Kammer lediglich über die HD-Verbindungsspalte zur Kammer gefüllt.

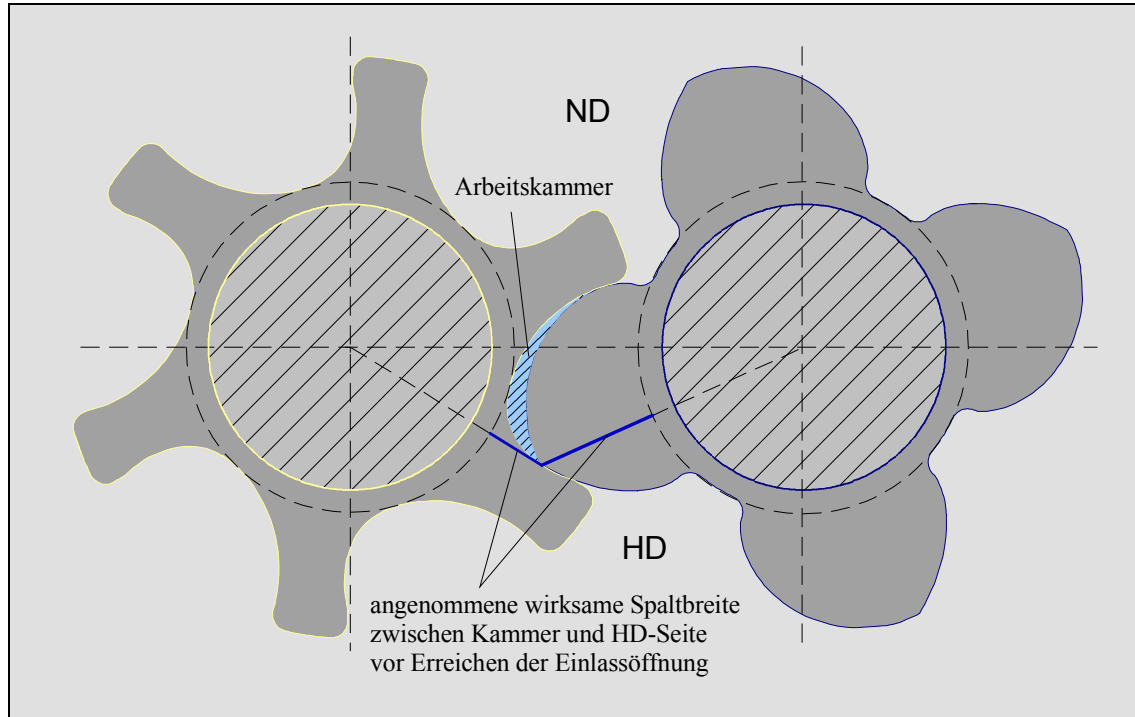


Bild 9.1: Annahme für die HD-stirnseitigen wirksamen Spaltbreiten als Verbindung der HD-Seite zur entstehenden Arbeitskammer vor dem Öffnen der Einlassfläche (Drehwinkelstellung des Hauptrotors $\alpha_{HR} = 20^\circ$)

Für die sich sichelförmig entwickelnde Kammeröffnung (siehe Bild 9.1) kann keine eindeutige bei der Füllung wirksame Spaltbreite angegeben werden. Der vollständige Umfang der sich bildenden Öffnung fällt in jedem Fall zu groß aus. Daher soll als Näherung die Summe der Längen zweier Gradenstücke verwendet werden, die vom Berührungspunkt des HR-Zahnkopfes mit der NR-Zahnflanke radial bis zu den Fußkreisen der jeweiligen Rotoren verlaufen. Für die Rotoren mit einer Steuerscheibe wird das Gradenstück auf der HR-Seite durch die Breite der Scheibe ersetzt.

9.3 Herleitung der Temperaturfunktion Gl. (6.17)

Ausgangspunkt ist die Energiebilanz der Arbeitskammer über der Dauer des Füllvorgangs nach Gl. (6.16).

$$\begin{aligned} & (u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K1}) \cdot m_{K1} - (u_0 + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K01}) \cdot m_{K01} \\ & = (u_0 + R \cdot T_0 + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E) \cdot (m_{K1} - m_{K01}) - p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow & \quad u_0 \cdot m_{K1} + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K1} \cdot m_{K1} - (u_0 \cdot m_{K01} + (\bar{c}_p^0 - R) \cdot \mathcal{G}_{K01} \cdot m_{K01}) \\
& = u_0 \cdot m_{K1} + R \cdot T_0 \cdot m_{K1} + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E \cdot m_{K1} - (u_0 \cdot m_{K01} + R \cdot T_0 \cdot m_{K01} + \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E \cdot m_{K01}) - \\
& \quad - p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01}) \\
\Leftrightarrow & \quad \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_{K1} \cdot m_{K1} - R \cdot (\mathcal{G}_{K1} + T_0) \cdot m_{K1} - \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_{K01} \cdot m_{K01} + R \cdot (\mathcal{G}_{K01} + T_0) \cdot m_{K01} \\
& = \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E \cdot m_{K1} - \bar{c}_p^0 \cdot \mathcal{G}_E \cdot m_{K01} - p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01})
\end{aligned}$$

Mit $\mathcal{G}_{K1} + T_0 = T_{K1}$ und $\mathcal{G}_{K01} + T_0 = T_{K01}$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow & \quad \bar{c}_p^0 \cdot (\mathcal{G}_{K1} - \mathcal{G}_E) \cdot m_{K1} - R \cdot T_{K1} \cdot m_{K1} - \bar{c}_p^0 \cdot (\mathcal{G}_{K01} - \mathcal{G}_E) \cdot m_{K01} + R \cdot T_{K01} \cdot m_{K01} \\
& = -p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01})
\end{aligned}$$

Durch Erweitern mit $\bar{c}_p^0 \cdot T_0 \cdot m_{K1}$ und $\bar{c}_p^0 \cdot T_0 \cdot m_{K01}$ können die Differenzen der relativen Temperaturen auch in absoluter Form $\mathcal{G}_{K1} - \mathcal{G}_E = T_{K1} - T_E$ und

$\mathcal{G}_{K01} - \mathcal{G}_E = T_{K01} - T_E$ geschrieben werden. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow & \quad \left(\bar{c}_p^0 \cdot (T_{K1} - T_E) - R \cdot T_{K1} \right) \cdot m_{K1} - \left(\bar{c}_p^0 \cdot (T_{K01} - T_E) - R \cdot T_{K01} \right) \cdot m_{K01} \\
& = -p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01})
\end{aligned}$$

Mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase (6.7) lassen sich die Kammermassen

durch $m_{K1} = \frac{p_{K1} \cdot V_{K1}}{R \cdot T_{K1}}$ sowie $m_{K01} = \frac{p_{K01} \cdot V_{K01}}{R \cdot T_{K01}}$ ersetzen. Damit lässt sich die

Gleichung weiter umformen zu

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow & \quad \left(\bar{c}_p^0 \cdot (T_{K1} - T_E) - R \cdot T_{K1} \right) \cdot \frac{p_{K1} \cdot V_{K1}}{R \cdot T_{K1}} - \left(\bar{c}_p^0 \cdot (T_{K01} - T_E) - R \cdot T_{K01} \right) \cdot \frac{p_{K01} \cdot V_{K01}}{R \cdot T_{K01}} \\
& = -p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01}) \\
\Leftrightarrow & \quad \left(\frac{\bar{c}_p^0}{R} \cdot \left(1 - \frac{T_E}{T_{K1}} \right) - 1 \right) \cdot p_{K1} \cdot V_{K1} - \left(\frac{\bar{c}_p^0}{R} \cdot \left(1 - \frac{T_E}{T_{K01}} \right) - 1 \right) \cdot p_{K01} \cdot V_{K01} \\
& = -p_{K1} \cdot (V_{K1} - V_{K01}) \\
\Leftrightarrow & \quad \frac{\bar{c}_p^0}{R} \cdot \left(1 - \frac{T_E}{T_{K1}} \right) \cdot p_{K1} \cdot V_{K1} - \frac{\bar{c}_p^0}{R} \cdot \left(1 - \frac{T_E}{T_{K01}} \right) \cdot p_{K01} \cdot V_{K01} - (p_{K1} - p_{K01}) \cdot V_{K01} = 0 \quad | : \frac{\bar{c}_p^0}{R}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{T_E}{T_{K1}}\right) \cdot p_{K1} \cdot V_{K1} - \left(1 - \frac{T_E}{T_{K01}}\right) \cdot p_{K01} \cdot V_{K01} - \frac{R}{\bar{c}_p^0} \cdot (p_{K1} - p_{K01}) \cdot V_{K01} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{T_E}{T_{K1}}\right) - \left(1 - \frac{T_E}{T_{K01}}\right) \cdot \frac{p_{K01} \cdot V_{K01}}{p_{K1} \cdot V_{K1}} - \frac{R}{\bar{c}_p^0} \cdot \frac{(p_{K1} - p_{K01})}{p_{K1}} \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_E}{T_{K1}} = 1 + \left(\frac{T_E}{T_{K01}} - 1\right) \cdot \frac{p_{K01} \cdot V_{K01}}{p_{K1} \cdot V_{K1}} - \frac{R}{\bar{c}_p^0} \cdot \frac{(p_{K1} - p_{K01})}{p_{K1}} \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_E}{T_{K1}} = 1 + \left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - 1 + \frac{R}{\bar{c}_p^0}\right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{R}{\bar{c}_p^0}\right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}}$$

Für ein ideales Gas gelten weiterhin die Zusammenhänge $\bar{c}_p^0 - \bar{c}_v^0 = R$ und $\frac{\bar{c}_p^0}{\bar{c}_v^0} = \bar{\kappa}^0$.

So erhält die Gleichung schließlich die Form

$$\Leftrightarrow \frac{T_E}{T_{K1}} = 1 + \left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_{K1}}{T_E} = \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}}}$$

9.4 Herleitung der Gl. (6.24)

Ausgangspunkt der Umformung ist das angenommene Entropiegleichgewicht aufgrund der Vorkammerfüllung und Drosselung nach Gl. (6.23)

$$\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{1}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}\right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}}\right)} \right) = -R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right) \quad | : \bar{c}_p^0$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{1}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} \right)} \right) = -\frac{R}{\bar{c}_p^0} \cdot \ln \left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right) = -\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \cdot \ln \left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{1}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} \right)} \right) = -\ln \left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{\left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} \right)}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} \right)} \right) = 0.$$

Durch Anwenden der Exponentialfunktion ergibt sich

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} \right)}{1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} \right)} = 1.$$

Damit kann die Gleichung weiter nach $\frac{V_{K01}}{V_{K1}}$ aufgelöst werden

$$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} \right) = 1 + \left(\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{V_{K01}}{V_{K1}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_{K01}}{V_{K1}} = \frac{\left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} \right) - 1}{\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_{K1}} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \right)}.$$

Um das Volumenverhältnis in Abhängigkeit vom Druckverhältnis $\frac{p_{K1}}{p_E}$ darzustellen,

wird der Bruch mit dem Druckverhältnis erweitert. Man erhält

$$\Leftrightarrow \frac{V_{K01}}{V_{K1}} = \frac{\left(\left(\left(\frac{p_{K1}}{p_E} \right)^{\frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0}} \right) - 1 \right) \cdot \frac{p_{K1}}{p_E}}{\left(\left(\frac{T_E}{T_{K01}} - \frac{1}{\bar{\kappa}^0} \right) \cdot \frac{p_{K01}}{p_E} - \frac{\bar{\kappa}^0 - 1}{\bar{\kappa}^0} \cdot \frac{p_{K1}}{p_E} \right)}$$

9.5 Herleitung der Gl. (6.39)

Ausgangspunkt der Umformungen ist das Gleichsetzen der Gleichungen (6.37) und (6.38)

$$\Delta S_V = \Delta S_S$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & m_V \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_E} \right) \right) - m_{SpV} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1V}} \right) \\ & = ((1-x) \cdot m_V - m_{S\text{Rest}}) \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) \right) \\ & \quad + m_{SpS} \cdot \left(-R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right) \right) + m_{S\text{Rest}} \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_A} \right) \right) \\ \Leftrightarrow & m_V \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_E} \right) - m_V \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_E} \right) - m_{SpV} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1V}} \right) \\ & = (1-x) \cdot m_V \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - (1-x) \cdot m_V \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) - m_{S\text{Rest}} \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) \\ & \quad + m_{S\text{Rest}} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) - m_{SpS} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right) + m_{S\text{Rest}} \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) \\ & \quad - m_{S\text{Rest}} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_A} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow m_V \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \left(\ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_E} \right) + (x-1) \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) \right) - m_V \cdot R \cdot \left(\ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_E} \right) + (x-1) \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) \right) \\
&= m_{S_{Rest}} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) - m_{S_{Rest}} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_A} \right) \\
&\quad + m_{SpV} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1V}} \right) - m_{SpS} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right) \\
&\Leftrightarrow m_V \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \left(\ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_{K1S}} \right) + x \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) \right) - m_V \cdot R \cdot \left(\ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_{K1S}} \right) + x \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) \right) \\
&= m_{S_{Rest}} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right) + m_{SpV} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1V}} \right) - m_{SpS} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right)
\end{aligned}$$

Aus der Bedingung $\ln \left(\frac{p_A}{p_{K1V}} \right) \approx \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right)$ und der Definition des äquivalenten Spaltmassenanteils x nach Gl. (6.26) folgt:

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow m_V \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \left(\ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_{K1S}} \right) + x \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) \right) - m_V \cdot R \cdot \left(\ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_{K1S}} \right) + x \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) \right) \\
&= m_{S_{Rest}} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right) + (m_{SpV} - m_{SpS}) \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right) \\
&\Leftrightarrow \bar{c}_p^0 \cdot \left(\ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_{K1S}} \right) + x \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) \right) - R \cdot \left(\ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_{K1S}} \right) + x \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) \right) \\
&= \frac{m_{S_{Rest}}}{m_V} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right) + x \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right) \\
&\Leftrightarrow x \cdot \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - x \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_E} \right) - x \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_{K1S}} \right) \\
&= \frac{m_{S_{Rest}}}{m_V} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right) - \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1V}}{T_{K1S}} \right) + R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1V}}{p_{K1S}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow x \cdot \left(\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right) \right) \\
&= \bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_{K1V}} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_{K1V}} \right) - \frac{m_{S\text{Rest}}}{m_V} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_E}{p_A} \right) \\
&\Leftrightarrow x = \frac{\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_{K1V}} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_{K1S}}{p_{K1V}} \right) - \frac{m_{S\text{Rest}}}{m_V} \cdot R \cdot \ln \left(\frac{p_E}{p_A} \right)}{\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right)}.
\end{aligned}$$

Mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase kann unter Berücksichtigung der getroffenen Annahme gleicher Kammermassen $m_{KV} = m_{KS}$ und mit $V_{K1} = V_{Ex}$ das

Druckverhältnis $\frac{p_{K1S}}{p_{K1V}}$ in ein Temperaturverhältnis

$$\frac{p_{K1S}}{p_{K1V}} = \frac{m_{KS} \cdot R \cdot T_{K1S} \cdot V_{Ex}}{m_{KV} \cdot R \cdot T_{K1V} \cdot V_{K1}} = \frac{T_{K1S}}{T_{K1V}}.$$

überführt werden.

Verwendet man weiter die getroffenen Annahmen für die thermischen Zustandsgrößen der Restmasse bei Beginn der Kammerfüllung $m_{S\text{Rest}}(p_A; T_E)$, so lässt sich die Gleichung weiter vereinfachen zu

$$x = \frac{(\bar{c}_p^0 - R) \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_{K1V}} \right) - \frac{p_A \cdot V_{K01}}{m_V \cdot T_E} \cdot \ln \left(\frac{p_E}{p_A} \right)}{\bar{c}_p^0 \cdot \ln \left(\frac{T_{K1S}}{T_E} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_A}{p_E} \right)}.$$