

**Wärmehaushalt von  
Schraubenspindel-Vakuumpumpen**

Von der Fakultät Maschinenbau  
der Universität Dortmund  
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Andreas Rohe  
aus Arnsberg (Westf.)

2005

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. K. Kauder, Universität Dortmund

Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Dr. tech. h.c. M. Rautenberg, Universität Hannover

Termin der mündlichen Prüfung: 21.04.2005



Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Fachgebiet Fluidenergiemaschinen der Universität Dortmund.

Mein Dank gebührt insbesondere dem Leiter des Fachgebietes, Prof. Dr.-Ing. K. Kauder, für die fachliche und menschliche Unterstützung meines wissenschaftlichen Werdeganges bis hin zur Begutachtung meiner Dissertation. Die vielfältigen Diskussionen und seine wertvollen Erfahrungen haben maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr. Rautenberg von der Universität Hannover, der sich zur Übernahme des Korreferates bereit erklärt hat.

Ferner gilt mein Dank Herrn Dipl.-Ing. M. Janicki (Fachgebiet Fluidenergiemaschinen, Universität Dortmund) für die gute Zusammenarbeit bei der Planung, Entwicklung und Implementierung des thermodynamischen Simulationssystems KaSim.

Ich danke den Mitarbeitern und Studenten für die zahlreichen anregenden Diskussionen und die tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit. Die kollegiale und freundschaftliche Art am Fachgebiet wird mir immer als besondere Zeit in guter Erinnerung bleiben.

Nicht zuletzt gilt mein Dank den Industriepartnern des Arbeitskreises Vakuum im VDMA für die Unterstützung meiner Arbeit und die gute jahrelange Zusammenarbeit sowie dem BMWA und der AiF für die freundliche Förderung, ohne die die vorliegende Arbeit nicht zustande gekommen wäre.

Dortmund, im Mai 2005

Andreas Rohe

Für Tanja, Amelie und Mira

## Inhalt

<b>INHALT .....</b>	<b>I</b>
<b>VERZEICHNIS DER VERWENDETEN SYMBOLE.....</b>	<b>IV</b>
<b>VERZEICHNIS DER ABKÜRZUNGEN UND INDIZES .....</b>	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>VII</b>
<b>1 EINLEITUNG .....</b>	<b>1</b>
<b>2 TROCKENLAUFENDE VAKUUMPUMPEN .....</b>	<b>2</b>
2.1 FORDERUNG NACH TROCKENLÄUFERN .....	2
2.2 BAUARTEN TROCKENLAUFENDER VERDRÄNGER-VAKUUMPUMPEN .....	3
2.3 DIE SCHRAUBENVAKUUMPUMPE .....	5
2.4 DAS THERMISCHE PROBLEM TROCKENLAUFENDER VAKUUMPUMPEN.....	9
2.5 DAS AUSLEGUNGSPROBLEM TROCKENLAUFENDER VAKUUMPUMPEN .....	10
2.6 PROBLEMSTELLUNG UND ZIEL DER ARBEIT .....	11
<b>3 DIE DREHZAHLABHÄNGIGKEIT DES BETRIEBSVERHALTENS .....</b>	<b>14</b>
3.1 DIE DREHZAHLABHÄNGIGKEIT DES ENDDRUCKES .....	15
3.1.1 <i>Der Ansatz der Blendenströmung .....</i>	<i>16</i>
3.1.2 <i>Der Ansatz der Vakuum-Spaltströmung.....</i>	<i>19</i>
3.1.3 <i>Der Einfluss der Spalthöhe auf den Enddruck.....</i>	<i>20</i>
3.1.4 <i>Berücksichtigung einer äußeren Leckrate.....</i>	<i>21</i>
3.2 SAUGVERMÖGEN UND LIEFERGRAD .....	23
3.2.1 <i>Der Ansatz der Blendenströmung .....</i>	<i>24</i>
3.2.2 <i>Der Ansatz der Vakuum-Spaltströmung.....</i>	<i>25</i>
3.2.3 <i>Einfluss der Spalthöhe auf das Saugvermögen .....</i>	<i>26</i>
3.2.4 <i>Berücksichtigung einer äußeren Leckrate.....</i>	<i>27</i>
3.3 INNERE VERDICHUNG.....	27
<b>4 DIE THERMODYNAMIK DER VERDICHUNG.....</b>	<b>31</b>
4.1 ENERGETISCHE BETRACHTUNG DER VERDRÄNGER-VAKUUMPUMPE .....	31
4.2 ADIABATE BETRACHTUNG DES ARBEITSGASES .....	34

<b>5</b>	<b>DAS THERMODYNAMISCHE SIMULATIONSPROGRAMM KASIM.....</b>	<b>37</b>
5.1	EINORDNUNG KASIMS IN DAS SIMULATIONSSYSTEM .....	37
5.2	KAPAZITÄTEN UND VERBINDUNGEN .....	39
5.3	SPALTSTRÖMUNGEN.....	41
5.3.1	<i>Einfluss der Eintrittstemperatur.....</i>	45
5.3.2	<i>Eintrittsdruckinterpolation.....</i>	45
5.3.3	<i>Spalthöheninterpolation.....</i>	46
5.3.4	<i>Konturparameterinterpolation.....</i>	46
5.4	DRUCKAUSGLEICHENDE VERBINDUNGEN .....	47
5.4.1	<i>Strömung von der Atmosphäre in die Arbeitskammer .....</i>	48
5.4.2	<i>Strömung von der Arbeitskammer in die Atmosphäre .....</i>	48
5.4.3	<i>Druckausgleich zwischen zwei Kammern .....</i>	49
5.5	BERECHNUNG DES WÄRMEÜBERGANGS.....	51
5.5.1	<i>Wärmeübergangsmodelle.....</i>	53
5.5.2	<i>Stoffgrößen .....</i>	57
5.5.3	<i>Strömungsgeschwindigkeiten und Zustandsgrößen .....</i>	63
5.5.4	<i>Konvergenz.....</i>	68
5.5.5	<i>Verhalten der Wärmeübergangsmodelle bei niedrigen Drücken.....</i>	69
5.6	DAS KAMMERMODELL DER SCHRAUBENSPINDEL-VAKUUMPUMPE.....	71
<b>6</b>	<b>DIE „KALTE“ MASCHINE.....</b>	<b>77</b>
6.1	EINFLUSS DER WÄRMEÜBERGANGSMODELLE IN DER SIMULATION .....	81
6.2	DIE „KALTE“ MASCHINE IM EXPERIMENT .....	84
6.2.1	<i>Versuchsstand.....</i>	84
6.2.2	<i>Messergebnisse.....</i>	86
6.3	VERGLEICH VON MESSUNG UND RECHNUNG .....	89
6.4	URSACHENANALYSE .....	93
6.4.1	<i>Sensibilität der Stoffgrößenmodelle .....</i>	93
6.4.2	<i>Sensibilität der beschleunigten Spaltströmungen .....</i>	94
6.4.3	<i>Mittlere Gastemperatur.....</i>	95
6.4.4	<i>Messtechnische Ursachen .....</i>	97
6.4.5	<i>Weitere Ursachen.....</i>	99
<b>7</b>	<b>DER STATIONÄRE BETRIEB IM EXPERIMENT.....</b>	<b>100</b>
7.1	INSTATIONÄRES ANFAHREN .....	102

---

7.2	DRUCKVERLÄUFE.....	105
7.3	LIEFERGRAD UND ENDDRUCK .....	106
7.4	ENERGIEBILANZ .....	108
7.4.1	<i>Wellenleistung</i> .....	108
7.4.2	<i>Gasenthalpie</i> .....	110
7.4.3	<i>Wärmeaufnahme des Gehäuses</i> .....	111
7.4.4	<i>Wärmeaufnahme der Rotoren</i> .....	114
7.4.5	<i>Gesamtenergiebilanz</i> .....	115
<b>8</b>	<b>ANBINDUNG DER FINITE-ELEMENTE-METHODE.....</b>	<b>117</b>
8.1	OBERFLÄCHENELEMENTE DES GEHÄUSES.....	117
8.2	OBERFLÄCHENELEMENTE DER ROTOREN .....	122
<b>9</b>	<b>DER STATIONÄRE BETRIEB IN DER SIMULATION .....</b>	<b>127</b>
9.1	THERMISCHE RANDBEDINGUNGEN.....	127
9.1.1	<i>Thermische Randbedingungen des Gehäuses</i> .....	127
9.1.2	<i>Thermische Randbedingungen der Rotoren</i> .....	129
9.2	DER ITERATIONSZYKLUS AM BEISPIEL EINES BETRIEBSPUNKTES.....	132
9.2.1	<i>Simulierte Bauteiltemperaturen</i> .....	134
9.2.2	<i>Gegenüberstellung von Messung und Simulation</i> .....	141
9.3	VARIATION DES ANSAUGDRUCKES.....	144
9.4	VARIATION DER DREHZAHL .....	147
9.5	AUSBLICK .....	149
<b>10</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>152</b>
<b>11</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS .....</b>	<b>154</b>

## Verzeichnis der verwendeten Symbole

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
a	Temperaturleitfähigkeit	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
	Achsabstand	m
A	Fläche	$\text{m}^2$
$a_E$	Energie-Akkommodationskoeffizient	-
c	Absolutgeschwindigkeit	$\text{m s}^{-1}$
$\bar{c}$	mittlere Teilchengeschwindigkeit	m/s
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
$c_v$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
$C_1$	gasspezifische Konstante	m
$C_2$	gasspezifische Konstante	K
d	Durchmesser	m
D	Spiraldurchmesser	m
E	Energie	J
$\dot{E}$	Energiestrom	$\text{J s}^{-1}$
Gr	Grashof-Zahl	-
h	spezifische Enthalpie	$\text{J kg}^{-1}$
	Höhe	m
H	Enthalpie	J
	normierte Spalthöhe	-
$\dot{H}$	Enthalpiestrom	$\text{J s}^{-1}$
k	Boltzmann-Konstante	$\text{J K}^{-1}$
	Korrekturwert	-
Kn	Knudsen-Zahl	-
l	Länge	m
$\bar{l}$	mittlere freie Weglänge	m
$l_{\text{char}}$	charakteristische Länge	m
m	Masse	kg
$\dot{m}$	Massenstrom	kg/s
$m_T$	Masse eines Teilchens	kg
n	Drehzahl	$\text{s}^{-1}$
	Teilchenzahldichte	$\text{m}^{-3}$
	flächennormale Ortskoordinate	m
$\bar{n}$	Polytrophenexponent	-
Nu	Nußelt-Zahl	-
p	Druck	pa
P	Leistung	$\text{J s}^{-1}$
Pe	Péclet-Zahl	-
Pr	Prandtl-Zahl	-
q	Wärmestromdichte	$\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$
Q	Wärme	J
$\dot{Q}$	Wärmestrom	$\text{J s}^{-1}$
R	Gaskonstante	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Re	Reynolds-Zahl	-
s	spezifische Entropie	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
	Spalthöhe	m
S	Saugvermögen	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
t	Zeit	s

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
T	thermodynamische Temperatur	k
$T_D$	Verdopplungs-Temperatur (=Sutherland-Temperatur)	K
u	Umfangsgeschwindigkeit	$m s^{-1}$
U	innere Energie	J
$v_i$	inneres Volumenverhältnis	-
V	Volumen	$m^3$
w	Relativgeschwindigkeit	$m s^{-1}$
W	mechanische Arbeit	J
x	Ortskoordinate	m
y	Ortskoordinate	m
z	Ortskoordinate	m
	Stufenzahl	-
$\alpha$	Durchflussbeiwert	-
	Wärmeübergangskoeffizient	$J s^{-1} m^{-2} K^{-1}$
$\bar{\alpha}$	mittlerer Wärmeübergangskoeffizient	$J s^{-1} m^{-2} K^{-1}$
$\beta$	Winkel zwischen Relativ- und Umfangsgeschwindigkeit	-
	Gewichtungsfaktor	-
$\gamma$	allgemeiner Winkel	-
$\delta$	Grenzschichtdicke	M
	normierter Massenstrom	-
$\varepsilon$	Emissionskoeffizient	-
$\eta$	dynamische Viskosität	$kg m^{-1} s^{-1}$
$\vartheta$	°C-Temperatur	°C
$\kappa$	Isentropenexponent	-
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$J s^{-1} m^{-1} K^{-1}$
$\lambda_L$	Liefergrad	-
$\nu$	kinematische Viskosität	$m^2 s^{-1}$
$\xi$	Druckverlustbeiwert	-
$\Pi$	Druckverhältnis	-
$\rho$	Dichte	$kg m^{-3}$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante	$J s^{-1} m^{-2} K^{-4}$
$\sigma_t$	tangentiale Impulsakkomodationswahrscheinlichkeit	-
$\tau$	Schubspannung	$kg m^{-1} s^{-2}$
$\varphi$	Drehwinkel	-
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$s^{-1}$

## Verzeichnis der Abkürzungen und Indizes

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>
0,1,2	punktbezeichnende Indizes	M	Mittelpunkt
I..IV	Arbeitsspielabschnitte		Messstelle
A	Austritt	max	maximal
at	Atmosphäre	min	mimimal
E	Eintritt	N	Nenn-
el	elektrisch	ND	Niederdruck
ext	extern	PE	Profileingriffsspalt
f	gefördert	pol	polytrop
F	Fluid	PTFE	Polytetrafluorethylen
	Fuß	R	Rotor
G	Gehäuse	RSP	Radialspalt
GSP	Gehäusespalt	SK	Sonderkontur
HD	Hochdruck	Sp	Spalt
hyd	hydraulisch	St	Stab
i	allgemeiner Index	th	theoretisch
j	allgemeiner Index	turb	turbulent
k	allgemeiner Index	VR	Versuchsreihe
K	Kammer	W	Wand
	Kopf		Wälzkreis
L	Leckage	Z	Zahn
kr	kritisch	$\alpha$	Konvektion
lam	laminar	$\varepsilon$	Strahlung
ln	logarithmisch		
m	mechanisch		
	Mittelwert		

## Abstract

For dry running displacement vacuum pumps the abolition of cooling, sealing and lubricating fluids causes the problem of an increased thermal load. The thermodynamics of this process differ fundamentally from the thermodynamics of an air compressor. The former are characterised by a - usually - unadjusted pressure ratio, the oscillation of the working fluid and the periodic mixing process of the working gas (that has already been expelled) and the gas in the working chamber. This process results in adiabatic outlet temperatures that are distinctly higher than the outlet temperatures of an adjusted isentropic process. Lower suction pressure results in a discrepancy between the adiabatic model and reality, which is the reason why a calculation of the diabatic process is necessary. In support of a isothermal model the dependence of the working behaviour on both the speed and the gap height of the screw vacuum pump can be demonstrated, but it does not allow conclusions to be drawn about the thermal load of the gas and the pump.

This work describes additional modules of the simulation program Kasim that has been developed as a solution to this problem. The lack of NuBelt equations for rotating systems in vacuum results in the application of heat transfer models of the overpressure range in order to calculate the heat transfer of those systems. Pressure-dependent substance properties have been based on gas cinematic models. Apart from these further models were investigated in order to determine the flow velocity and state variables of the working gas at the heat transferring areas.

Initially, the simulation program was applied to a 'cold' model machine which consisted of a screw vacuum pump with constant pitch. Compared with the steady state machine, the 'cold' machine had the advantage of known boundary conditions. The large differences between simulation and experiment cannot be explained either by the sensitivity of the heat transfer models or the property models, or by the polytropic exponents of the expansion flow in the gap. Measurement technique appears to be the most likely explanation.

That is the reason why a further investigation was carried out on the steady state machine. This included also body temperatures and an energy balance. In order to find out about body temperatures, a module was developed which allowed the surface elements of the finite element mesh of the pump to be allocated to the capacities and connections of the thermodynamic simulation system. After the boundary conditions had been defined, this assignment formed the basis for the calculation of the heat fluxes, based on a homogenous, isothermal machine whose temperature was to be re-determined by the thermal FE-calculations of its parts. This allowed a calculation of the steady state heat balance to be carried out iteratively.

The verification was successful. The calculated heat flows of the machine parts were acceptably close to the experimental energy balance. Moreover, both the body temperatures and the maximum gas temperatures during the working process displayed a high degree of concordance.

The present study proves that both the adaptation of heat transfer models of the overpressure range in the rotating system of a vacuum pump and the implementation of gas cinematic property models results in a good representation of the working behaviour. At the same time, it offers the possibility of further improvements. Moreover, it opens up the perspective of a completely closed simulation of rotating displacement vacuum pumps.

## 1 Einleitung

„Vakuum heißt der Zustand eines Gases, wenn in einem Behälter der Druck des Gases und damit die Teilchenzahldichte niedriger ist als außerhalb oder wenn der Druck des Gases niedriger ist als 300 mbar, d.h. kleiner als der niedrigste auf der Erdoberfläche vorkommende Atmosphärendruck“ [DIN 28 400]

Dass die mechanische Erzeugung von Vakuum unmittelbar mit der Erzeugung von Wärme gekoppelt ist, ist nicht erst eine Erkenntnis neuerer Zeit. Die hohen auftretenden Gastemperaturen in verdrängenden Verdichtern versuchte man 1978 für die Laser-Isotopen-Trennung in der Urananreicherung zu nutzen. Man sah durch ihre Unempfindlichkeit gegenüber den elektrischen Eigenschaften des aufzuheizenden Gases die mechanische Gaserhitzung als potenzielle Konkurrenz zu elektrischen Entladungsprozessen. Als Prototyp für einen mechanischen Gaserhitzer wurde ein trockenlaufendes, 4-zähniges Roots-Gebläse mit einer elektrischen Anschlussleistung von annähernd 750 kW modifiziert. Im Rotor wurden temperaturbeständige Werkstoffe sowie eine aufwendige Kühlwasserführung eingesetzt. Die theoretische Grundlage dieses Prozesses war weniger die thermodynamische Analyse des Ladungswechsels denn die Energieerhaltung, die bei der vereinfachten Betrachtung der elektrischen Energie abzüglich der notwendigen Kühlleistung schon zu hohen Gastemperaturen führt. Dissipative Strömungseffekte (mit Ausnahme der druckdifferenzmindernden Spaltströmung) störten an dieser Stelle nicht, da die Dissipation ja das eigentliche Ziel der Entwicklung darstellte. Mit stark gedrosselter Saug- und Druckseite sollte das untersuchte Roots-Gebläse bei Druckverhältnissen um 450 gegen einen Druck von ca. 2 bar Temperaturen von bis zu 9000 K (!) erzeugen. Im Versuchsbetrieb zeigte sich die thermomechanische Belastbarkeitsgrenze der Maschine jedoch schneller als gewünscht erreicht. Es kam schon vor Erreichen der angestrebten maximalen Drehzahl zum Anlaufen der Rotoren. Eine erste Fehleranalyse konnte neben maschinendynamischen auch thermische Ursachen nicht ausschließen. Die Entwicklung wurde 1979 eingestellt, [1], [2]. Diese sicherlich ungewöhnliche Fallstudie ist mehr als das Beispiel einer nicht ausgereiften Entwicklung. Sie verdeutlicht für Vakuumpumpen das Gefährdungspotenzial durch eine unangepasste Prozessführung.

## 2 Trockenlaufende Vakuumpumpen

Das gemeinsame Kennzeichen aller mechanischen Verdrängerpumpen ist das sich zyklisch ändernde Volumen einer räumlich begrenzten Arbeitskammer. Die Grenzen des Systems „Arbeitskammer“ werden im Allgemeinen durch einen (auch mehrere) Verdränger, sowie ein sie umschließendes Gehäuse gebildet. Die zyklische Volumenänderung dieser Arbeitskammer ermöglicht die drei Arbeitsspielphasen „Ansaugen“, „Verdichten“ und „Auschieben“, je nach Maschinenbauart auch ventilgesteuert. Die Eigenschaft des sich bewegenden Verdrängers, stets eine rückströmungserzeugende Druckdifferenz auf seinen Wirkflächen anliegen zu haben, führt zu der Forderung nach konstruktiven Lösungen des Dichtungsproblems. Im Falle der Hubkolbenmaschinen geschieht dieses durch Kolbenringe, bei anderen Bauarten von Verdrängermaschinen meist durch einen Dichtmittelfilm. Dieses Hilfsfluid garantiert nicht nur eine verminderte Gasrückströmung innerhalb der Pumpe, sondern kann bei geeigneter chemischer Zusammensetzung in eleganter Weise eine Lösung für die weiteren Teilprobleme Schmierung und Kühlung darstellen.

### 2.1 Forderung nach Trockenläufern

Nicht zuletzt die zunehmende Verbreitung von Mikroelektronik in den letzten wenigen Jahrzehnten führte zu signifikanten Produktionssteigerungen und zu enormen Investitionen in Bereichen der Halbleiterindustrie, deren Vakuumanlagen prozessbedingt meist korrosiven Gasen und Dämpfen ausgesetzt sind. Chemische oder physikalische Reaktionen des zu fördernden Mediums mit den Hilfsfluiden der Pumpe führten zur Reduktion oder zum gänzlichen Wegfall deren schützender Wirkungen. In Folge dessen wurde der Aufwand erhöht, die Kontamination des Hilfsfluids durch Prozessgase zu vermindern. Ölfiltrierung, Abscheider, Sperrluft, Prozessüberwachung waren die technischen Konsequenzen, verkürzte Wartungsintervalle und letztlich kurze Standzeiten der Pumpen die Folgen. Produktionsausfallzeiten, Überwachungs-, Wartungs-, Beschaffungs- und Entsorgungskosten stellten somit einen nicht unerheblichen Kostenanteil in der Produktion von Mikroelektronik dar. Die Kontamination des Hilfsfluids durch Prozessgase war die eine Seite, die Kontamination des Prozesses durch Hilfsfluide die andere. Ölrückströmungen, z. B. bei Pumpenausfall, konnten eine ganze Charge Wafer zerstören. Dieses Risiko vollständig zu umgehen hieß, das Öl aus dem Prozess zu entfernen. Die Notwendigkeit trockenlaufender Vakuumpumpen zeichnete sich ab.

In der Mitte der achtziger Jahre wurden die ersten Trockenläufer in der Halbleiterfertigung eingesetzt und verdrängten dort die ölgeschmierten Drehschieberpumpen, [3] -[7]. Die Vorteile der trockenlaufenden Vakuumpumpen machte sich kurze Zeit auch die chemische Industrie zu Nut-

zen. Abzusaugende Gase konnten trocken und unkontaminiert dem Prozess wieder zugeführt werden. Die Abwasserentsorgung der Dampfstrahl- und Flüssigkeitsringpumpen wurde somit ein Problem der Vergangenheit. Haupteinsatzgebiete der Trockenläufer wurden - und sind nach wie vor – die Destillation, Trocknung, Entgasung und Lösemittelrückgewinnung, [8]-[15]. Sinter- und Beschichtungsverfahren zählen heute zu typischen Anwendungen in der Metallurgie, [16]-[18], in denen besonders mitgeführte Festkörper die Wartungsintervalle verringern. Auch die zur Stahlentgasung und –sauerstoffentkohlung eingesetzten Flüssigkeitsring- und Dampfstrahlpumpen sehr großer Saugvermögen erleben bedingt durch zunehmende Energie- und Reinigungs- bzw. Entsorgungskosten der Betriebsmittel neue Konkurrenz seitens trockenlaufender Vakuumpumpen, [19]. Mit dem Verzicht auf schmierende und dichtende Betriebsmittel entfielen aber nicht nur Ölwechselintervalle und die kostenintensive Entsorgung von Altölen. Es gelang auch, die Rückströmung von Schmierstoffen ins Vakuum, die durch Gasanalysen nachzuweisen war, zu unterdrücken und so ein absolut ölfreies Vakuum zu erzeugen, [20]. Das Risiko einer möglichen Kontamination des Prozesses durch Pumpenöle konnte vollständig ausgeschlossen werden, so dass trockenlaufende Vakuumpumpen auch in der Pharmaindustrie und in der Lebensmittelindustrie Einzug hielten. Aufwendige Filteranlagen und lebensmittelverträgliche Öle als Betriebsmittel in Vakuumpumpen entfallen somit, [21].

## ***2.2 Bauarten trockenlaufender Verdränger-Vakuumpumpen***

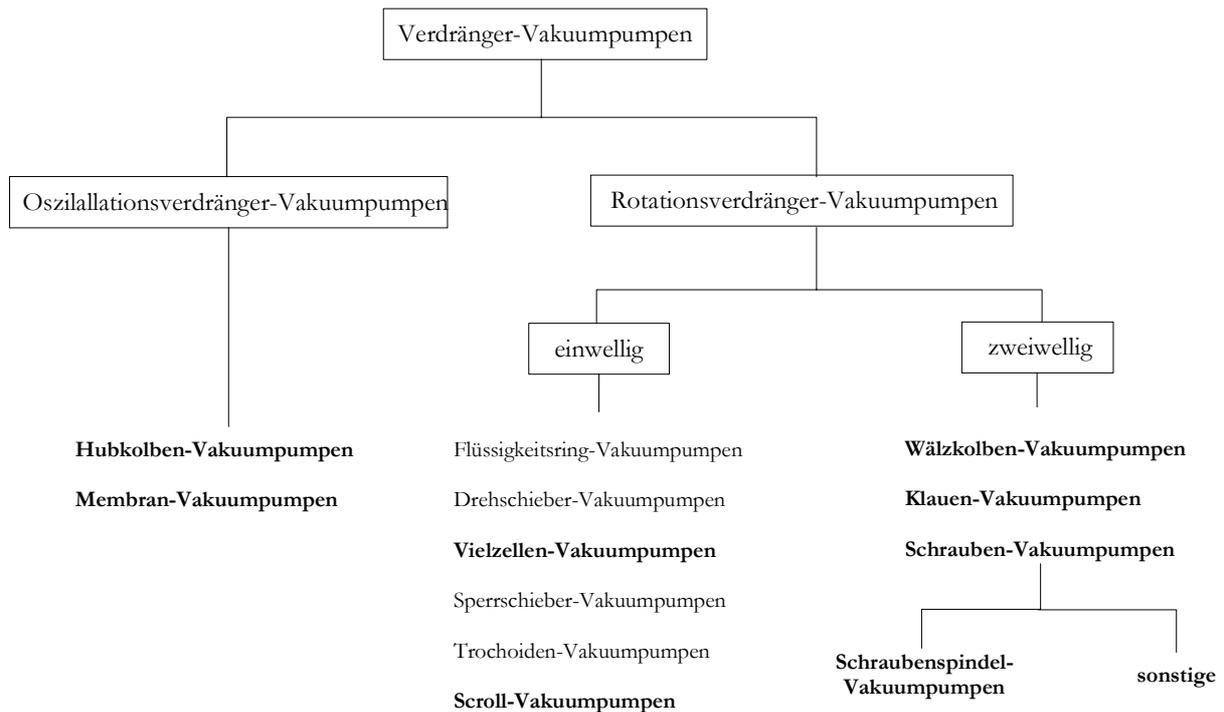
Die einfachste und älteste Bauart der oszillierenden Verdrängerpumpen ist die *Hubkolbenpumpe*. Bedingt durch ihren Schadraum können diese Pumpen nur moderate Druckverhältnisse erreichen und spielen in der industriellen Anwendung eine eher untergeordnete Rolle. Dennoch wurden in den letzten Jahren diese Pumpen an die neuen vakuumtechnischen Anforderungen angepasst. Es entstanden trockenlaufende Hubkolbenpumpen, deren Kolben gegen den Kurbeltrieb durch eine reibungsarme PTFE-Beschichtung abgedichtet sind. In drei- oder vierstufiger Ausführung erreichen sie Druckverhältnisse zwischen  $\Pi = 10^4$  und  $\Pi = 10^5$ , [22]-[25]. Eine Modifikation der Hubkolbenpumpen stellen die *Membranpumpen* dar. Anstelle eines Kolbens wirkt hier eine elastische Membrane gegen den Verdrängungsraum. Der Vorteil dieser Pumpen liegt in der hermetischen Trennung des Kurbeltriebs gegen den Arbeitsraum. Bedingt durch relativ geringe Hubwege sind mit dieser Pumpenbauart allerdings nur moderate Saugvermögen zu erreichen. Neuere Entwicklungen setzen an dieser Stelle an und versuchen, über Modifikationen der Membranbefestigung einen größeren Arbeitsraum zu realisieren, [26], [27].

Zu den einwelligen Rotationsverdränger-Vakuumpumpen zählen die *Vielzellenpumpen*. Sie sind eine Bauart der Drehschieberpumpen. Im Gegensatz zu den meist mit zwei oder drei Schiebern ausgestatteten, ölgeschmierten Drehschieberpumpen sind die trockenen Vielzellenpumpen mit

einer größeren Anzahl an Schiebern ausgerüstet und erreichen nur einen relativ hohen Enddruck ( $p_E > 100$  mbar). Einsatz finden sie in Prozessen, in denen ein „moderates“ Vakuum benötigt wird, wie zum Beispiel in Melkanlagen. Entwicklungspotenzial besitzt diese Pumpenbauart hauptartig im Bereich reibungsärmerer und verschleißfesterer Werkstoffe, [28], [29]. Ebenfalls zu den einwelligen Rotationsverdrängern zählt die *Scrollpumpe*, die schon in den 70er Jahren als trockenlaufende Vakuumpumpe in der Urananreicherung eingesetzt wurde. Stetig gestiegene Fertigungsgenauigkeiten führten zu heute deutlich dichteren Evolventenverzahnungen. Moderne Scrollpumpen erreichen Enddrücke im Bereich  $p_{E,min} = 10^{-2}$  mbar, [30] -[33].

Die *Wälzkolbenpumpen* (Roots) sind ein in der Vakuumtechnik weit verbreiteter Vertreter der rotierenden Verdrängerpumpen. Zwei gegenläufig rotierende, nicht verschraubte Verdränger in Lemniskatenform erzeugen mit der Gehäusewand jeweils einen abgeschlossenen Arbeitsraum, der das zu fördernde Gas von der Saug- zur Druckseite transportiert. Die Wälzkolben laufen getriebesynchronisiert berührungsfrei. Der Arbeitsraum benötigt daher keine Ölfüllung. Dennoch kann auf sie wegen der notwendigen Getriebschmierung nicht verzichtet werden. Zur Abdichtung des Getrieberraums vom Arbeitsraum werden Wellendichtringe und Labyrinth eingesetzt. Eine „absolute“ Ölfreiheit des Vakuums ist daher nicht zu erreichen. Bei externem Antrieb finden zur Trennung des Arbeitsraumes von der Atmosphäre ebenfalls Wellendichtringe Anwendung. Bei internem Antrieb kann durch Einsatz eines Spaltrohrmotors auf diese potenzielle Schwachstelle verzichtet werden. Wälzkolbenpumpen werden engspaltig ausgelegt und können auch wegen des Fehlens einer inneren Verdichtung nur geringe thermische Belastungen und Druckdifferenzen verarbeiten. Folglich werden sie nur in mehrstufiger Bauweise mit besonderen Schutzmaßnahmen gegen Atmosphäre arbeitend eingesetzt. Ihr Haupteinsatzgebiet beginnt daher erst im unteren Bereich des Grobvakuum, wo große Saugvermögen gefordert werden. In vielen Fällen verdrängen sie die Dampfstrahlpumpen aus ihrem Einsatzgebiet, [4], [12]-[15], [33], [34].

Die *Klauenpumpe* ist eine ebenfalls zweiwellige und in Umfangsrichtung fördernde, allerdings einzählige Rotationsverdrängermaschine. Durch ihre unverschraubten Rotoren und die gemeinsame Förderrichtung weist sie eine große Ähnlichkeit mit der Wälzkolbenpumpe auf. Im Unterschied zu dieser ermöglicht die Lage der axialen Ein- und Auslassschlitze allerdings den Einbau einer höheren inneren Verdichtung, wodurch diese Pumpenbauart in der Lage ist höhere Druckdifferenzen zu bewältigen. Infolgedessen vermag sie es durchaus, gegen Atmosphärendruck zu arbeiten. Klauenpumpen werden als Vertreter der trockenen Vakuumpumpen meist in drei bis vierstufiger Bauart gefertigt, wobei oft nur die druckseitennahen Stufen als Klauen ausgeführt sind. Die saugseitigen Stufen sind oft konventionelle Wälzkolbenstufen. Analog zu den Wälzkolbenpumpen besitzt diese Pumpenbauart ein Getriebe, welches zum Arbeitsraum abgedichtet werden muss. Bedingt durch hohe Verdichtungsverhältnisse der druckseitigen Stufen kommen Klauen-

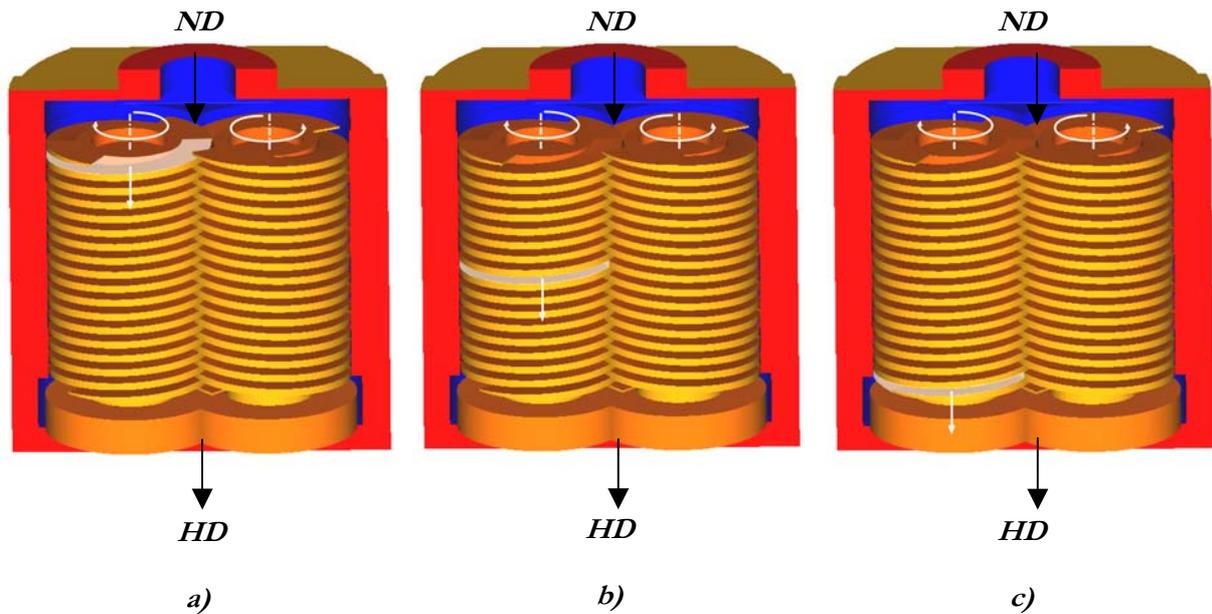


**Bild 2-1:** Einteilung der Verdrängerpumpen nach ihrem Arbeitsprinzip gemäß Friedrichsen, [38]. In trockenlaufender Bauart vorkommende Vakuumpumpen sind durch Fettschrift hervorgehoben.

pumpen i.d.R. nicht ohne Wasserkühlung aus. Ihr Einsatzgebiet reicht von der chemischen Industrie, über metallurgische Anwendungen bis hin zur Lebensmittelindustrie, [4], [10], [11], [17], [20], [21], [35]. In Einsatzfällen, in denen das Risiko einer Belagbildung durch Vercrackung oder Polymerisation des Fördermediums besteht, finden auch Klauenpumpen ohne innere Verdichtung Anwendung, um eine Spülung der Vakuumpumpe mit Lösungsmitteln zu ermöglichen. Einen Ansatz zur numerischen Beschreibung des Betriebsverhaltens der Klauenpumpen liefert [36]. Eine weitere Variante der trockenlaufenden Vakuumpumpen mit in jüngster Zeit zunehmender Bedeutung ist die *Schraubenvakuumpumpe*. Gegenüber den Roots- und Klauenpumpen besitzt die Schraubenpumpe den konstruktiven Vorteil der einfacheren Bauweise, da eine Trennung der Stufen durch Endplatten und Dichtungen entfällt. Gegenüber der Klauenpumpe besitzt sie den weiteren Vorteil einer symmetrischen Geometrie und ermöglicht so höhere Drehzahlen, [37]. Eine Einteilung der Verdrängerpumpen nach ihrem Arbeitsprinzip zeigt **Bild 2-1**. Die in trockenlaufender Bauart verfügbaren Pumpen sind durch Fettschrift hervorgehoben.

### 2.3 Die Schraubenvakuumpumpe

Die Schraubenvakuumpumpe gehört ebenfalls der Gruppe der zweiwelligen Rotationsverdrängerpumpen an. Im Gegensatz zu den Wälzkolben- und Klauenpumpen besitzt die Schrauben-



**Bild 2-2:** Drei Phasen des Arbeitsspiels am Beispiel einer Schraubenspindel-Vakuumpumpe ohne innere Verdichtung  
 a) Ansaugen                      b) Transportieren                      c) Verdichten

pumpe ein schrägverzahntes Profil und fördert das Arbeitsfluidum in Achs- und nicht in Umfangsrichtung. Bedingt durch ihren oft großen Umschlingungswinkel ist sie in der Lage, auch hohe Druckverhältnisse zu verarbeiten. Der Arbeitsraum wird durch die Zahnlückenräume (Kammern) mit dem Gehäuse gebildet und durch den Eingriff der Zahnflanken des Gegenrotors begrenzt. Je nach Bauart der Pumpe kann diese Arbeitskammer eindeutig einem der Rotoren zugeordnet werden, oder sie besteht, wie bei Schraubenkompressoren, rotorübergreifend aus Haupt- und Gegenrotoranteilen. Dieses von *Wenderott* vorgeschlagene Kriterium, [39], kann zur Abgrenzung der Schraubenspindelpumpe von dem Schraubenkompressor dienen. Kennzeichnend für eine *Schraubenspindelpumpe* ist die eindeutig mögliche Zuordnung der zwischen Rotoren und Gehäuse entstehenden Arbeitskammern zu *einem* Rotor. Bei *Schraubenkompressoren* hingegen werden die Arbeitskammern zwischen *beiden* Rotoren gebildet. Die Frage der Nomenklatur ist somit eine Frage nach dem Profil.

Das Arbeitsspiel der Schraubenvakuumpumpe gliedert sich in die drei Phasen *Ansaugen*, *Transportieren* und *Ausschieben*. Durch das Auseinanderdrehen der Rotoren entsteht auf der Saugseite der Rotoren ein offener Arbeitsraum, der sein Volumen stetig vergrößert (Ansaugen, vgl. **Bild 2-2-a**). Er füllt sich mit saugseitigem Gas und wird bei weiterer Drehung schließlich durch das Inneinandergreifen der nachlaufenden Zähne (Schraubenspindelpumpe), oder durch das Überfahren der Steuerkanten (Schraubenkompressor) von der Saugseite getrennt. Es entsteht so ein geschlossener Arbeitsraum. Die Ein- und Auslassflächen sind bei der Schraubenspindelpumpe rein axial

angeordnet. Beim Schraubenkompressor liegen je nach Verdichtungsverhältnis auch radiale Eintrittsquerschnitte vor.

Durch das Drehen der Rotoren bewegt sich der betrachtete Arbeitsraum von der Saugseite zur Druckseite in axialer Richtung (Transportieren, Bild 2-2-b). Eine Verdichtung durch Volumenänderung kann hierbei durch eine sich entlang der Rotorachse ändernde Steigung oder durch eine stirnseitige Gehäusewandung erfolgen. Bei Schraubenvakuumpumpen der ersten Generation, die eine konstante Rotorsteigung aufweisen, ist eine innere Verdichtung nur durch Kompression gegen eine stirnseitige Arbeitskammerbegrenzung möglich. Der Vorteil einer inneren Verdichtung liegt in der generell günstigeren Energiewandlung, worauf später noch einzugehen ist (Kapitel 4 - *Die Thermodynamik der Verdichtung*). Der Vorteil einer inneren Verdichtung gegen eine stirnseitige Arbeitskammerbegrenzung liegt zu dem noch in dem geringeren fertigungstechnischen Aufwand. Der Vorteil einer inneren Verdichtung durch eine variable Steigung entlang der Rotorachse ist die homogenere Wärmebelastung der Rotoren.

Durch weiteres Drehen der Rotoren öffnet sich die Arbeitskammer zur Druckseite. Bedingt durch das in diesem Moment in der Regel geringere Druckniveau der Arbeitskammer gegenüber der Atmosphäre kommt es zu einer Rückströmung des bereits geförderten Arbeitsfluids von der Druckseite zurück in die Arbeitskammer. Erst die anschließende Volumenverkleinerung nach dem Erreichen des Druckausgleichs bis zum Verschwinden der Arbeitskammer ermöglicht das Ausschleusen des geförderten Fluids (Bild 2-2-c).

Das Einsatzgebiet der Schraubepumpen beschränkt sich nicht auf den Einsatz im Bereich des Vakuums. Vielmehr ist die Vakuumanwendung erst in den letzten Jahren aus den atmosphärischen und Niederdruckanwendungen hervorgegangen. Spindelpumpen konstanter Steigung werden hier hauptsächlich zur Förderung hochviskoser, abrasiver Medien und Multiphasengemischen eingesetzt, [40]. Schraubenkompressoren haben sich zur Verdichtung von Luft oder Prozessgasen sowohl in nass- und als auch in trockenlaufender Bauart etabliert. Erst mit der Markteinführung der Schraubenspindel-Vakuumpumpe kommt 1986 eine Schraubenmaschine erstmals industriell zur Vakuumerzeugung in der Fertigung von Halbleitern zum Einsatz. Die erste kommerzielle Schraubenspindel-Vakuumpumpe läuft mit einer Betriebsdrehzahl von  $n = 8000 \text{ min}^{-1}$  und erreicht einen Enddruck von ca.  $p_{E,min} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$ , [6]. Die fliegende Lagerung der einzähligen Rotoren und das Synchronisationsgetriebe werden durch eine Ölpumpe versorgt. Die Anordnung der Lagerstellen auf der Druckseite der Pumpe ermöglicht den Wegfall eines technisch schwieriger beherrschbaren Lagers im Vakuum. Der Einsatz herkömmlicher Kombinationsdichtungen zur Trennung von Getriebe- und Arbeitsraum wird durch deren Druckgleichheit erleichtert. Zusätzlich verhindert Sperrgas ( $\text{N}_2$ ) das Eindringen aggressiver Gase ( $\text{NH}_3$ ) in den

Ölkreislauf, bzw. das Eindringen von Öl in den Prozess. Die erste Schraubenspindelpumpe weist eine entlang der Rotorachsen konstante Steigung auf und verfügt über freie Ein- und Austrittsquerschnitte. Eine innere Verdichtung findet demnach nicht statt. Die vertikale Anordnung der Rotoren verhindert eine Ansammlung von Kondensat im Pumpenraum.

Der Erfolg dieser Pumpe forciert die Entwicklung dieser Maschinenbauart. Innerhalb weniger Jahre folgen ähnliche Modelle. Die neuen Pumpen heben sich zunächst durch unterschiedliche Profilformen, die Art der Lagerung oder des Antriebs vom ursprünglichen Konzept ab, [18], [41]-[46]. Die positive Kühlwirkung nicht mehr vorhandener Hilfsfluide im Arbeitsraum dieser trockenlaufenden Maschinen wird durch unterschiedliche Konzepte substituiert. Dieses sind einerseits die Eingrenzung der Wärmeentstehung (druckseitige Stirnplatten und Gasballast), andererseits die verbesserte Wärmeabfuhr (Gehäuse- und Rotorkühlung, [47]). Diese Konzepte implizieren ganz unterschiedliche Vor- und Nachteile. Eine einfache Gehäusekühlung reicht oftmals nicht aus. Eine effektivere Rotorkühlung erscheint technisch aufwendig. Der Gasballastbetrieb erhöht den erreichbaren Enddruck und senkt das Saugvermögen. Druckseitige Stirnplatten verringern die Verdichtungsarbeit, die verbleibende Wärme wirkt aber lokal konzentriert auf die Bauteile. Die Notwendigkeit einer inneren Verdichtung während der Transportphase wird zwar früh erkannt, die Umsetzung scheitert aber zunächst an fertigungstechnischen Möglichkeiten, so dass vorläufig Rotoren mit gestufter Steigung eingesetzt werden, [48], [49]. Rotoren mit variabler Steigung in Achsrichtung kommen erst zum Einsatz, seitdem die damit verbundenen fertigungstechnischen Schwierigkeiten überwunden wurden. Sie haben heute die Rotoren mit konstanter Steigung weitgehend abgelöst, [38], [50]-[56].

Die Eignung des Schraubenverdichters als Vakuumpumpe ist bisher weitgehend unbeachtet geblieben. Ein Vergleich mit den Wälzkolbenpumpen, die unter atmosphärischen Bedingungen nur Druckverhältnisse bis  $\Pi \approx 2$  erreichen, im Vakuum allerdings Druckverhältnisse von  $\Pi \approx 50$  verarbeiten, nährt Hoffnungen auf ein ähnliches Verhalten, zumal der Schraubenverdichter a priori über eine innere Verdichtung verfügt. Dennoch ist sein Einsatz als Vakuumpumpe bis heute wenig verbreitet, [33], [57], [58].

## ***2.4 Das thermische Problem trockenlaufender Vakuumpumpen***

Der Verzicht auf schmierende, dichtende und kühlende Fluide führt zu dem generellen Problem hoher thermischer Belastung trockenlaufender Vakuumpumpen. Die Anforderung des Marktes sind vielfältig. Im Vordergrund steht gerade bei Anwendungen in der chemischen Industrie die Sicherheit von Prozessen. So können zu hohe Bauteiltemperaturen das zu fördernde Arbeitsfluid zerstören, zur Belagbildung durch Polymerisation in der Pumpe und somit zu deren Stillstand, oder im Falle der Förderung explosionsgefährdeter Medien zur Zerstörung der gesamten Anlage führen [11]-[14], [42]. Die Einhaltung der gültigen Explosionsschutzrichtlinien, d.h. eine Begrenzung der Oberflächentemperaturen ist für solche Fälle durch eine Baumusterprüfung nachzuweisen, in vielen anderen Fällen mindestens wünschenswert, [49], [59]-[61]. Flamm Sperren und druckstoßfeste Pumpen verhindern das Übergreifen einer ungewollten Energiefreisetzung auf den Prozess und die angrenzende Peripherie. Zu hohe Temperaturen können aber nicht nur den Prozess, sondern auch die Pumpe selbst gefährden. Eine zu hohe thermische Belastung der Pumpe führt aufgrund der verringerten Wärmeabfuhr der Rotoren zu deren thermomechanischer Verformung, die durch die Spalthöhenreserven und die Ausdehnung des Gehäuses nicht mehr kompensiert werden kann. Es kommt zum Anlaufen der Rotoren.

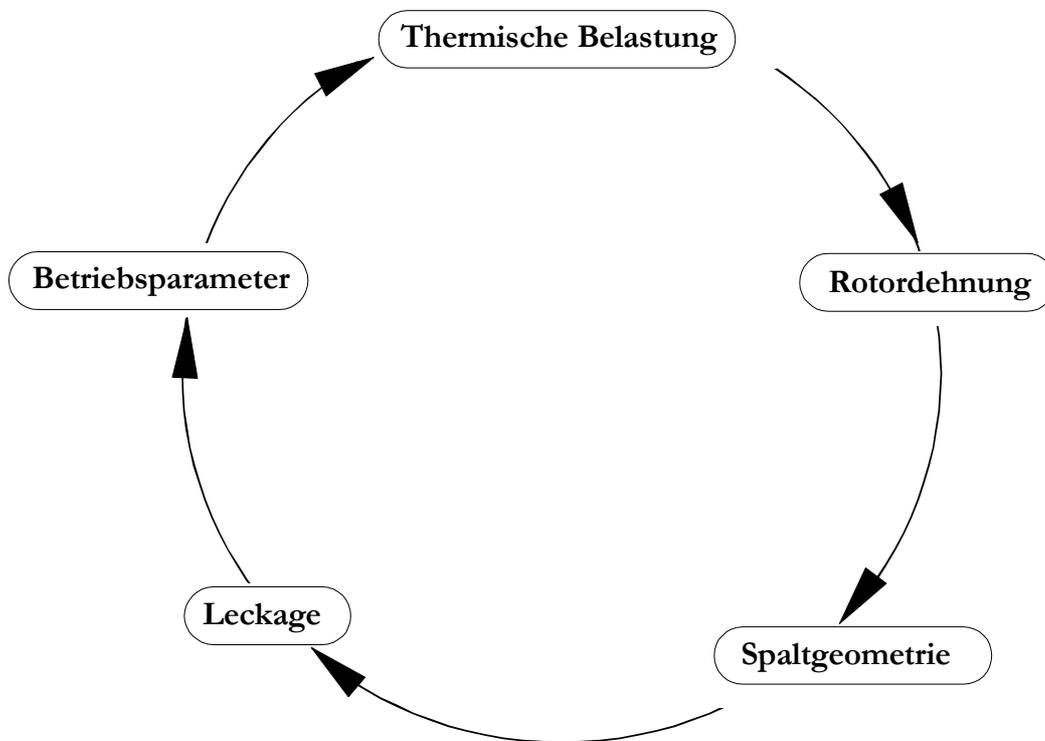
Aber auch der umgekehrte Fall, eine Gefährdung der Pumpe durch zu niedrige Oberflächentemperaturen, spielt in industriellen Anwendungen eine Rolle. Die Kondensatbildung an Bauteiloberflächen wirkt je nach Betriebsmittel korrosionsfördernd und kann im Anwendungsfall auch aggressive und somit dichtungs- und lagerzerstörende Wirkungen zeigen, [62]. Auch verstopfte Querschnitte von Auslassleitungen durch Kondensation mit anschließender Verfestigung des Fördermediums können Probleme darstellen, [63]. Die Überwachung der Betriebsdaten (Antriebsleistung, Gastemperaturen) hilft hier die Notwendigkeit bestimmter Wartungsarbeiten (Reinigung) frühzeitig zu erkennen, [64].

Die Temperaturproblematik beschränkt sich somit nicht auf die garantierte Unterschreitung einer zulässigen Höchsttemperatur, sondern erfordert in vielen Fällen entweder eine Zwischenkondensation bei mehrstufigen Prozessen oder die permanente Einhaltung einer Mindesttemperatur innerhalb des Arbeitsraumes der Pumpe. Während in einigen Anwendungsfällen Kondensatoren zwischen den Pumpenstufen eingesetzt werden, reicht in anderen Fällen die im Dauerbetrieb entstehende Wärme bereits aus, um Kondensation zu vermeiden, [65]. In einigen Anwendungsfällen wird der ursprünglich intermittierende Betrieb durch einen Dauerbetrieb ersetzt, indem zu Zeitintervallen, in denen kein Vakuum benötigt wird, Gasballast über einen gedrosselten Bypass gefördert wird. Die Gasballastmethode dient nicht allein dem Vorbeugen der Kondensation. Sie stellt vielmehr ein geeignetes Mittel dar, ungewollt hohen Temperaturen vorzubeugen und das

Prozessgas zu temperieren. Als Gasballast kommen sowohl Luft, inerte Gase als auch Prozessgas selbst zur Anwendung, letzteres häufig in Verbindung mit Zwischenkühlern, einer Bauteilkühlung mit regelbarer Vorlauftemperatur, oder einer niedrigeren thermischen Belastung durch verringerte Drehzahlen, wobei mehr oder weniger starke Einbußen im Saugvermögen und Enddruck in Kauf genommen werden, [66].

### 2.5 Das Auslegungsproblem trockenlaufender Vakuumpumpen

Der resultierenden, hohen thermischen Belastung trockenlaufender Verdränger-Vakuumpumpen gilt es schon in der Auslegungsphase der Pumpe Rechnung zu tragen. Aus dieser thermischen Belastung resultiert unmittelbar die Verformung der Bauteile. Während die Pumpengehäuse über



**Bild 2-3:** Problemkreis zur Auslegung trockenlaufender Rotationsverdränger-Vakuumpumpen nach Wenderott, [67]

gute Kühlmöglichkeiten verfügen und nur relative geringe Wärmeausdehnungen erwarten lassen, sind in der Regel die Rotoren vergleichsweise hoch belastet, da sie über große Wärmeübertragungsflächen zum Arbeitsgas, aber nur geringe Möglichkeiten der Wärmeabfuhr verfügen. Inhomogene Ausdehnungen von Rotor und Gehäuse und somit veränderte Spalthöhen zwischen Rotoren und Gehäuse sind die Folge. Veränderte Spalthöhen bedeuten ein verändertes Spaltdurchflussverhalten und somit eine veränderte Thermodynamik des Arbeitsgases. Der von Wenderott, [67], beschriebene Problemkreis zur Auslegung trockenlaufender Vakuumpumpen entsteht, **Bild**

**2-3.** Der Konstrukteur steht also vor der Herausforderung, Kaltspalthöhen vorzusehen, die im Betrieb durch die thermische Dehnung der Rotoren nicht aufgezehrt werden, und dabei klein genug sind, um einen sinnvollen Arbeitsbereich zu gewährleisten. Zusätzlich soll das thermische Problem des Prozessgases (Kondensation, Polymerisation, etc. s.o.) durch Einhalten von Temperaturgrenzen für Gas und Bauteile gelöst werden.

Zur Auflösung dieses Problemkreises steht dem Konstrukteur bisher nur seine eigene Erfahrung zur Verfügung. Ein mathematisch geschlossenes System zur Beschreibung der quantitativen Einflüsse einzelner Parameter und ihrer Auswirkung auf das Betriebsverhalten existiert nicht. Zwar können Teilbereiche dieses Problemkreises, insbesondere die Bauteilverformung durch thermische Belastung, heute hinreichend genau durch die **Finite-Elemente-Methode (FEM)** abgebildet werden, jedoch kann diese Abbildung nur so gut gelingen, wie es ihre Randbedingungen erlauben.

Diese Randbedingungen unter besonderer Berücksichtigung der Eigenheit der Vakuumpumpen, bei Drücken unterhalb atmosphärischer Bedingungen zu arbeiten und dabei im oszillierenden oder rotierenden System unterschiedliche Strömungsformen und Stoffeigenschaften des Gases durchlaufen, zu berechnen, definiert die Problemstellung und das Ziel dieser Arbeit.

## ***2.6 Problemstellung und Ziel der Arbeit***

Zur Lösung des Problemkreises sind bei der Auslegung trockenlaufender Vakuumpumpen alle relevanten Einflussgrößen und ihre Wirkungen mathematisch zu beschreiben. Für einige dieser Teilprobleme existieren bereits Methoden zur hinreichend genauen Abbildung des realen Verhaltens. So ist die Berechnung der thermischen und/oder mechanischen Verformung von Körpern durch die Finite-Elemente-Methode ein oft eingesetztes und erprobtes mathematisches Mittel, um den Einfluss thermischer Belastung auf das Bauteilverhalten zu analysieren oder zu prognostizieren. Die Methode der finiten Elemente stellt, sofern die Randbedingungen entsprechend bekannt sind, einen wichtigen Baustein für die Entwicklung eines Auslegungsverfahrens für trockenlaufende Vakuumpumpen dar.

Zur Abbildung der thermodynamischen Prozessführung von Verdrängermaschinen haben sich Programmsysteme, die auf der Füll- und Entleermethode basieren, etabliert. Diesen Programmsystemen ist gemeinsam, dass sie auf einem Kammermodell der abzubildenden Maschine basieren. Die Anwendung der Erhaltungssätze von Energie und Masse erlaubt mit Hilfe informationstechnischer Algorithmen zum Austausch zeitlicher Masse- und Energieinkremente die Bestimmung der thermodynamischen Zustandsgrößen im Arbeitsspiel. Voraussetzung für eine hinrei-

chend gute Abbildung ist eine hohe Modellierungstiefe wichtiger physikalischer Wirkmechanismen und ein hoher Modellierungsgrad des Kammermodells der zu untersuchenden Maschine.

Die Anwendung einer Kombination aus der Finite-Elemente-Methode mit der Software zur Berechnung des thermodynamischen Prozesses hat sich bei der Berechnung des Betriebsverhaltens von Fluidenergiewandlern der Verdränger-Bauart in der Vergangenheit bewährt, [68], [69], [70], [71], [72]. Ein so entstehendes Simulationssystem auf eine Vakuumpumpe zu übertragen ist bisher noch nicht geschehen. Eine Ursache hierfür sind bisher unvollständige oder fehlende Programmmodule der thermodynamischen Simulation, die die Eigenheit von Vakuumpumpen – eben bei Drücken niedriger als der Atmosphärendruck zu arbeiten – berücksichtigen und den in diesen Druckbereichen geltenden Gesetzen Abbildung verschaffen.

Bei einer adiabaten Simulation der Vakuumpumpe muss sämtliche zugeführte Energie in eine Enthalpieerhöhung des Arbeitsgases umgewandelt werden. Für Betriebspunkte, die sich dem erreichbaren Enddruck der Pumpe nähern, ist daher aufgrund der verschwindenden Gasmassenströme mit divergierenden Auslasstemperaturen zu rechnen. Deshalb verlangt gerade die Lösung des thermischen Problems der trockenlaufenden Verdränger-Vakuumpumpen nach der Implementierung von Wärmeübergangsmodellen in der thermodynamischen Simulation. Hier stehen die Fragen der Anwendbarkeit von Wärmeübergangsmodellen aus dem Überdruckbereich im Vordergrund. Insbesondere ist in diesem Zusammenhang der Einfluss gaskinematischer Modelle zur Abbildung von Stoffeigenschaften, wie sie mit niedrigeren Drücken wegen fehlender Stoffgrößen-Tabellenwerke notwendig werden, eine ungeklärte Frage.

Zur Abbildung der Spaltströmungen in Vakuumpumpen stehen neben Berechnungsvorschriften für viskose Strömungen durch Blenden auch die Messergebnisse und Ähnlichkeitsuntersuchungen eines Forschungsprojektes zur Verfügung, in dem das Durchflussverhalten ebener Spaltabschnitte in vakuumpumpennaher Geometrie und Größenordnung im Druckbereich vom Feinvakuum bis hin zum Atmosphärendruck experimentell untersucht wurde, [73].

Das übergeordnete Ziel dieser Arbeit ist die realitätsnahe, mathematische Modellierung des Betriebsverhaltens von Verdränger-Vakuumpumpen in allen technisch relevanten Druck- und Drehzahl-Arbeitsbereichen. Ein wichtiger Baustein dieses Betriebsverhaltens ist der Wärmehaushalt dieser Maschinen. Dem übergeordneten Gedanken folgend, ist es die Absicht der vorgelegten Arbeit, zu prüfen, inwieweit mit Hilfe verfügbarer Wärmeübergangsmodelle der Wärmehaushalt trockenlaufender Verdränger-Vakuumpumpen berechnet werden kann. Es ist daher im ersten Schritt notwendig, für eine exemplarische Maschine den Weg von der adiabaten thermodynamischen Simulation hin zur diabaten Simulation, bei Berechnung der betriebswarmen Maschine auch mit thermischer FE-Rechnung, zu beschreiben, beispielhaft auszuführen und so ein ge-

---

schlossenes Berechnungsverfahren zu entwickeln. Im zweiten Schritt ist experimentell zu überprüfen, wie gut die berechneten Ergebnisse die Realität widerspiegeln.

Die einzusetzenden Wärmeübergangsmodelle werden zum großen Teil auf Nußelt-Gleichungen des viskosen Strömungsbereichs basieren. Ihre Anwendung im Vakuum wird die Kenntnis druck- und temperaturabhängiger Stoffgrößen erfordern, die aufgrund unvollständiger oder fehlender Tabellenwerke für den betrachteten Druckbereich der kinetischen Gastheorie entnommen werden müssen. Festzustellen, inwiefern diese Vorgehensweise durch realitätsnahe Ergebnisse des Gesamtsimulationssystems gerechtfertigt werden kann, stellt den Anspruch dieser Arbeit dar und kennzeichnet zugleich ihr wissenschaftliches Ziel.

### 3 Die Drehzahlabhängigkeit des Betriebsverhaltens

Im Rahmen einer Baureihenbildung ist die bestimmende Auslegungsgröße einer Vakuumpumpe das Nennsaugvermögen. Um ein gefordertes Nennsaugvermögen erreichen zu können, bietet sich dem Konstrukteur prinzipiell der Freiheitsgrad an, eine geeignete Kombination aus Kammervolumen und Drehzahl wählen zu können. Die antriebstechnisch günstigere Variante niedriger Drehzahlen erfordert größere Rotoren. Große Rotoren widersprechen allerdings dem Prinzip der Baugrößenminimierung und sind so der Vermarktung wenig förderlich. Demgegenüber sind bei kleineren Rotoren höhere Drehzahlen notwendig. Hierdurch werden sowohl die Lagergestaltung, als auch die Dichtungswahl und die Rotordynamik zur technischen Herausforderung, [54].

Die Auswirkungen dieses Freiheitsgrades auf das Betriebsverhalten der auszulegenden Vakuumpumpe sind prinzipiell bekannt: Durch höhere Drehzahlen und kleinere Maschinenspalte lassen sich die schädlichen Spaltrückströmungen minimieren, die so das effektive Saugvermögen steigern und den erreichbaren Enddruck weiter absenken. Auf der anderen Seite führt eine Baugrößenminimierung zu kleineren Bauteiloberflächen und aufgrund der folglich schlechteren Wärmeabfuhr zu einer höheren thermischen Belastung der Maschine. Die zu erwartende thermische Verformung fällt größer aus und verlangt nach größeren Spalthöhen, was einen Teil der Vorteile der kleineren Bauart wieder kompensiert.

Entwickler stehen somit vor der Situation, den Aufwand und die resultierenden Kosten bei Umsetzung seines Entwurfes möglichst frühzeitig gegen die erzielten technischen Kenngrößen Saugvermögen und Enddruck abwägen zu können. Einerseits ist zwar die Kostenabschätzung mit Festlegung der Konstruktion überschaubar, andererseits fehlen zur quantitativen Charakterisierung des Betriebsverhaltens einfache analytische Ansätze. Zur Einschätzung der Auswirkungen der Hauptparameter Baugröße, Drehzahl und Spalthöhen ohne aufwendige Modellierung kann jedoch der von *Su* u.a. [32] verwendete Ansatz zur Berechnung des Saugvermögens einer Scroll-Pumpe auf eine Schraubenspindel-Vakuumpumpe übertragen werden.

Zwar beruht dieser Ansatz auf stark vereinfachenden Annahmen, da er ganze Spaltkategorien vernachlässigt und zusätzlich eine isotherme Prozessführung voraussetzt; es darf also kein Anspruch auf eine realitätsnahe Abbildung gefordert werden. Dennoch stellt sich diese vermeintliche Schwachstelle als Vorteil dar, wenn es darum geht, das komplexe Zusammenspiel von Drehzahl, Spalthöhe, Stufenzahl und innerer Verdichtung zu klären.

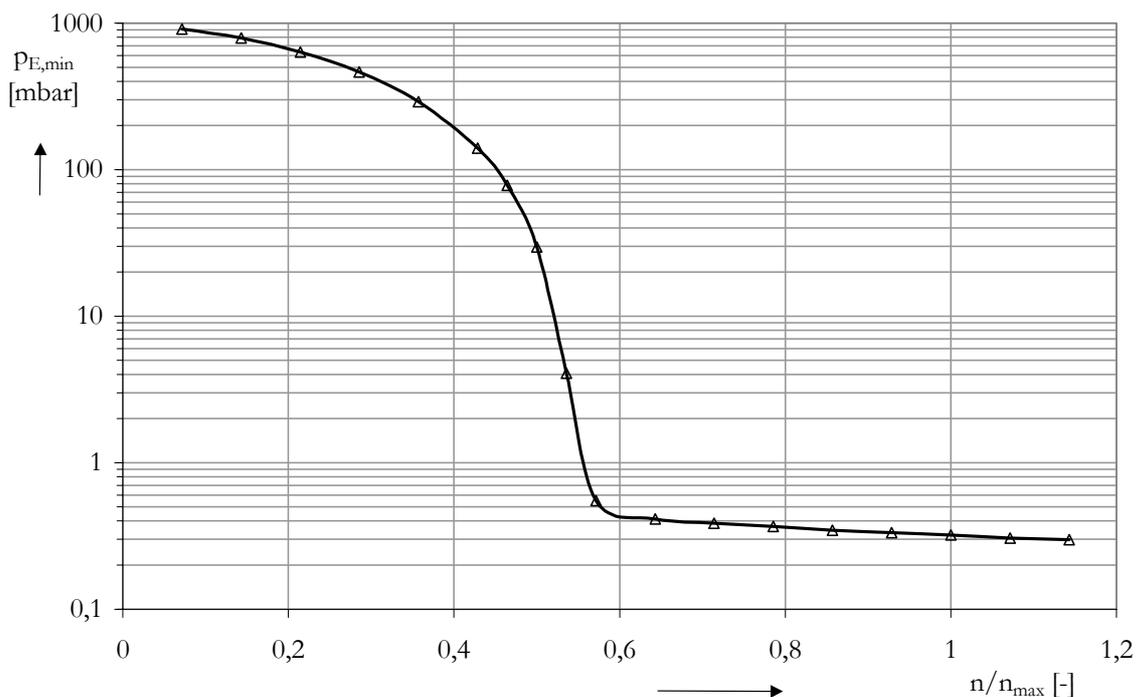
Inwiefern die Sensibilitäten des hier vorgestellten Ansatzes bezüglich der genannten Parameter realitätsnahe Gegebenheiten widerspiegeln, kann aufgrund unzureichender Kenntnis einzelner Randbedingungen nicht abschließend geklärt werden. Der Ansatz liefert dennoch deutliche und

vor allem erklärbar tendenzielle Auswirkungen einzelner Betriebs- und Konstruktionsparameter auf das Betriebsverhalten der Schraubenspindel-Vakuumpumpe und leistet somit einen Beitrag zu ihrem Verständnis.

### 3.1 Die Drehzahlabhängigkeit des Enddruckes

Als Beispiel für den Einfluss der Rotordrehzahl diene an der hier verwendeten Schraubenspindel-Vakuumpumpe, die über keine innere Verdichtung verfügt, der gemessene Enddruck bei geschlossener Saugseite, **Bild 3-1**. Ausgehend von niedrigen Drehzahlen der Pumpe führt ihre Steigerung zu einem zunächst moderaten, dann aber stetig steiler werdendem Abfall des erreichbaren Enddruckes (logarithmische Darstellung). So kann bei einer Rotordrehzahl von  $n/n_{max} = 0,4$  nur ein erreichbarer Enddruck von  $p_{E,min} \approx 200 \text{ mbar}$  festgestellt werden. Eine weitere Erhöhung der Drehzahl auf  $n/n_{max} = 0,6$  führt jedoch zu einem steilen Abfall des Enddruckes auf  $p_{E,min} < 1 \text{ mbar}$ . In dem relativ kleinen Drehzahlfenster von  $n/n_{max} = 0,4$  auf  $n/n_{max} = 0,6$  sinkt der erreichbare Enddruck somit um mehr als 3 Zehnerpotenzen. Eine Erklärung dieser hohen Drehzahlabhängigkeit erscheint zunächst nicht offensichtlich, sollte aber eine essentielle Überlegung für die Konstruktion jeder Schraubenspindel-Vakuumpumpe darstellen.

Auf Basis einer „idealen“ Verdrängermaschine, die ohne Spalte, Füllungsprobleme, Aufheizung beim druckseitigen Ladungswechsel, etc. arbeitet, kann ein solches Verhalten sicherlich nicht erklärt werden, da eine solche Maschine ein ideales, konstantes Saugvermögen (hier: gleich dem

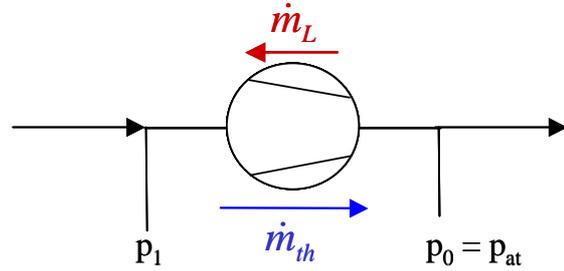


**Bild 3-1:** Gemessene Drehzahlabhängigkeit des Enddruckes der verwendeten Schraubenspindel-Vakuumpumpe

Nennsaugvermögen) aufweisen würde, womit jedes beliebige Vakuum erreichen werden könnte.

### 3.1.1 Der Ansatz der Blendenströmung

Die realitätsnähere Betrachtung einer spaltverlustbehafteten Stufe einer Verdrängermaschine, ohne Betrachtung etwaiger füllungsbehindernder Effekte, **Bild 3-2**, zeigt, dass es Arbeitsbereiche gibt, in denen die rückströmenden Spaltmassenströme dem transportierten Gasmassenstrom entsprechen und dadurch eine weitere Absenkung des Vakuums begrenzen. In diesem Fall fördert die Maschine nicht mehr und hat also ihren Enddruck mit



**Bild 3-2:** Model zur Darstellung der Überlagerung von theoretisch gefördertem Massenstrom und Leckmassenströmen

$$\dot{m}_{th} = \dot{m}_L \quad \text{Gl.(3-1)}$$

erreicht. Beide Seiten dieser Gleichung stellen eine Funktion des Ansaugzustandes dar. Bezeichnet man den thermodynamischen Gaszustand im Ansaugbereich der Pumpe mit dem Index 1, so ergibt sich der theoretisch förderbare Massenstrom der Verdrängermaschine mit dem Nennsaugvolumen der ansaugenden Kammern  $V_N$  zu

$$\dot{m}_{th} = n \cdot V_N \cdot \frac{p_1}{RT_1} \quad \text{Gl.(3-2)}$$

Bei der vorliegenden Versuchsmaschine mit zwei spiegelidentischen Rotoren entspricht das Nennsaugvolumen dem Produkt aus Kammervolumen, Zähnezahl und der Anzahl der Rotoren.

Zur Berechnung des Leckmassenstroms wird zunächst der gasdynamische Ansatz einer Blendenströmung gewählt. Dieser beruht auf der Annahme einer isentropen Expansion der Gasspaltströmung bis zum engsten Strömungsquerschnitt nach *Prandtl*, [74], wird aber durch einen Durchflussbeiwert  $\alpha$  an die reale verlustbehaftete Strömung angepasst. Je nach Größe des anliegenden Druckverhältnisses  $\Pi$  muss zwischen unterkritischer und kritischer Strömung unterschieden werden. Unter Annahme einer **isothermen** Prozessführung der Maschine wird der Leckmassenstrom im unterkritischen Fall  $\Pi \geq \Pi_{kr}$  :

$$\dot{m}_L = \alpha \cdot A \cdot \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \frac{p_0}{RT_0} \cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} RT_0 \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)} \quad \text{Gl.(3-3)},$$

bzw. im kritischen Fall  $\Pi < \Pi_{kr}$  :

$$\dot{m}_L = \alpha \cdot A \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \frac{p_0}{RT_0} \cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} RT_0} \quad \text{Gl.(3-4).}$$

Das kritische Druckverhältnis ist durch

$$\Pi_{kr} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad \text{Gl.(3-5)}$$

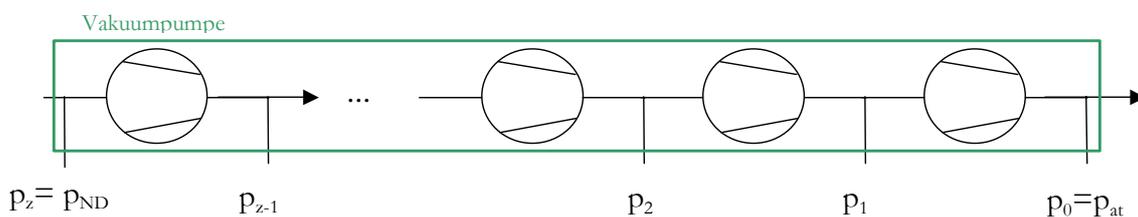
definiert. Eine Auflösung von Gl.(3-1) nach dem Druck  $p_1$  liefert für den unterkritischen Fall  $\Pi \geq \Pi_{kr}$  :

$$p_1 = p_0 \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\left( \frac{n \cdot V_N}{\alpha A} \right)^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2\kappa RT_0} + \frac{1}{4}} \right)^{\frac{-\kappa}{\kappa - 1}} \quad \text{Gl.(3-6),}$$

bzw. kritisch für  $\Pi < \Pi_{kr}$  :

$$p_{1,kr.} = p_0 \frac{\alpha \cdot A}{n \cdot V_N} \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} RT_0} \quad \text{Gl.(3-7).}$$

Gl.(3-6) bzw. Gl.(3-7) liefern so den erreichbaren Enddruck einer Pumpenstufe. Ein wesentliches Hauptmerkmal der Schraubenspindel-Vakuumpumpe ist aber die lange Transport- und Verdichtungsphase einer vielstufigen Prozessführung. Die vielstufige Schraubenspindel-Vakuumpumpe wird dementsprechend als Reihenschaltung mehrerer ( $z$ ) einfacher volumetrisch wirkenden Pumpen verstanden, **Bild 3-3**.



**Bild 3-3:** Vereinfachtes Modell einer  $z$ -stufigen Schraubenspindel-Vakuumpumpe

Die Ladungswechsel zwischen den Stufen, die sich bei einer Serienschaltung von Pumpen aus diesem Modell ergeben, können unberücksichtigt bleiben, da sie zwischen den Stufen einer realen Schraubenspindel-Vakuumpumpe nicht vorkommen. Jede einzelne Stufe besitzt gemäß der vorliegenden isochoren Schraubenspindel-Vakuumpumpe das gleiche konstante Ansaugvolumen

$V_N$ . Der zugrunde gelegte Gehäusespalt soll für alle Stufen die gleiche Form und Spalthöhe aufweisen.

Erreicht die so modellierte Pumpenreihenschaltung ihren Enddruck, so muss Gl.(3-1) aus Gründen der Kontinuität auch für jede einzelne Stufe gelten. Die sich aus dem Gleichungssystem ergebende Reihe kann direkt nach dem Ansaugdruck der z-ten Stufe, der gleich dem Enddruck der Pumpenreihenschaltung ist, aufgelöst werden. So ergibt sich:

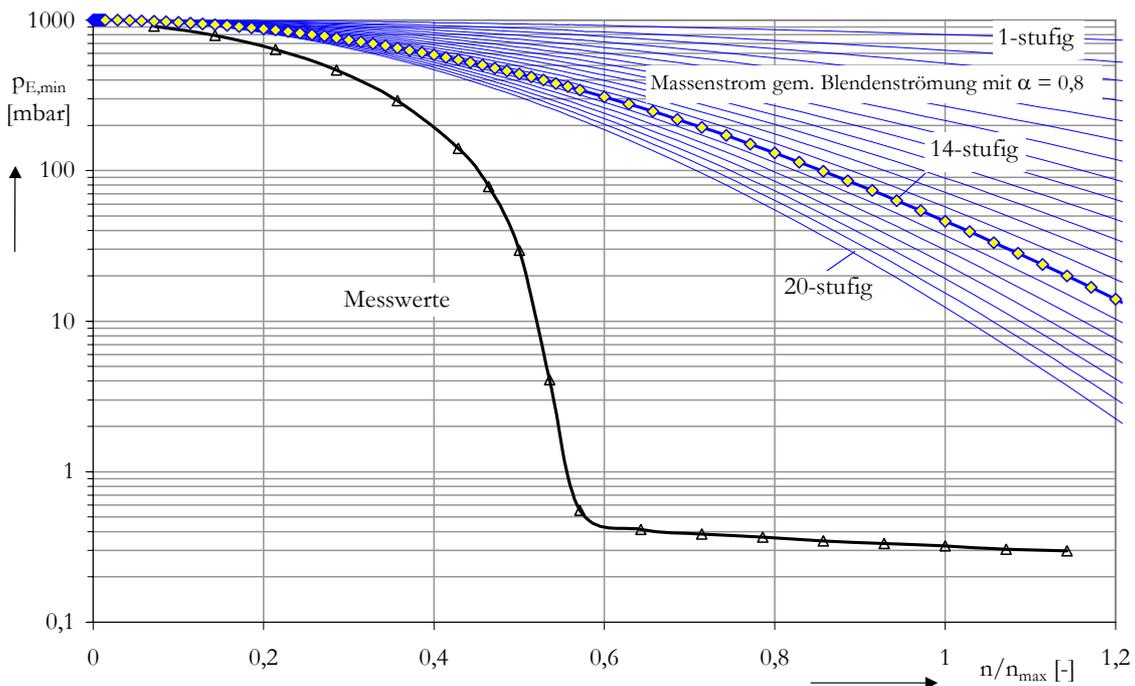
$$p_{E,\min} = p_0 \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\left( \frac{n \cdot V_N}{\alpha A} \right)^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2\kappa RT_0} + \frac{1}{4}} \right)^{-z \frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad \text{Gl.(3-8)}$$

für den unterkritischen Fall und

$$p_{E,\min,kr.} = p_0 \left( \frac{\alpha \cdot A}{n \cdot V_N} \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} RT_0} \right)^z \quad \text{Gl.(3-9)}$$

für den kritischen. Während der Enddruck im zunächst betrachteten Fall der einstufigen Pumpe nur umgekehrt proportional zur Drehzahl war, Gl.(3-6), wirkt sich die Pumpenreihenschaltung nun mit  $1/n^z$ , Gl.(3-8), auf den Enddruck aus.

Die Übertragung dieses Stufen-Modellansatzes auf die Versuchsmaschine stößt bei der Bestimmung der Stufenzahl aufgrund der Komplexität der realen Maschine auf Schwierigkeiten. Berücksichtigt man nur die Anzahl der saug- und druckseitig abgeschlossenen Arbeitskammern unter



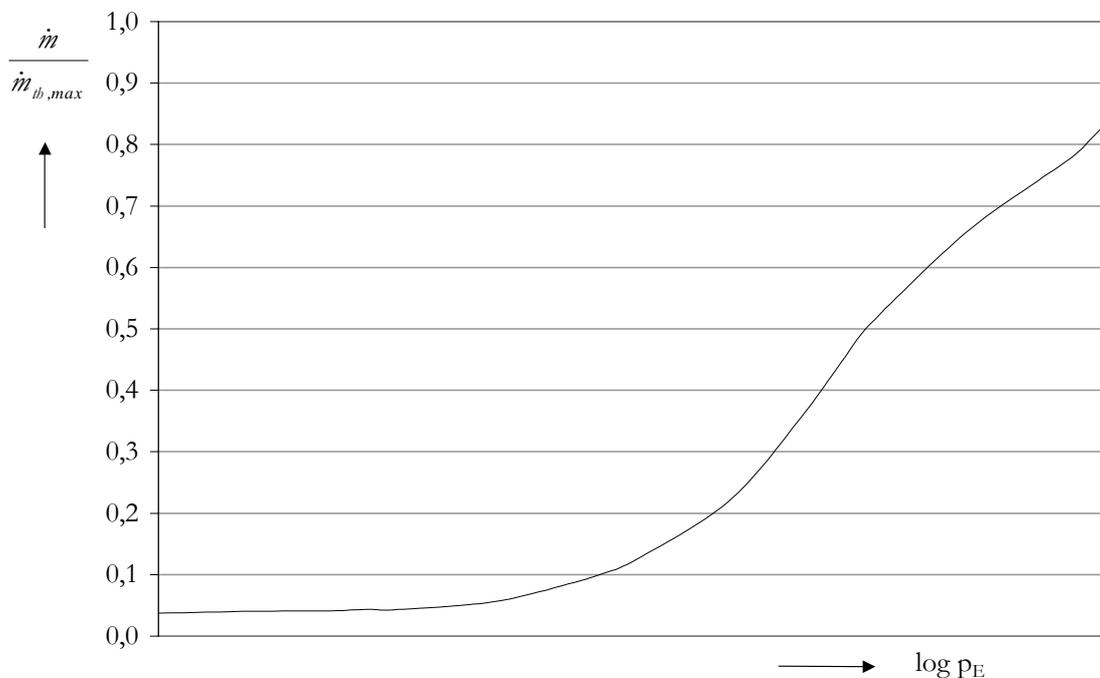
**Bild 3-4:** Abhängigkeit des Enddruckes von der Drehzahl und der Stufenzahl nach Gl.(3-8) im Vergleich zur Gemessenen

Vernachlässigung der dort auftretenden Ladungswechsel, so ergibt sich für die Versuchsmaschine eine rechnerische Stufenzahl von  $z = 14,4$ . Den Vergleich zwischen der Abhängigkeit des Enddruckes von der Drehzahl und der Stufenzahl nach Gl.(3-8) mit dem gemessenen Enddruck veranschaulicht **Bild 3-4**. Obwohl die Tendenz eines mit der Drehzahl steiler werdenden Abfalls des Enddruckes sichtbar wird, zeigt sich doch ein deutlich günstigeres Betriebsverhalten der realen Maschine als das mit dem Stufen-Modellansatz berechnete.

Eine Erklärung für die Diskrepanzen kann der bei niedrigen Drücken auftretende Übergang der viskosen Strömung über die Knudsen-Strömung in die teilchenstrombasierte Molekularströmung liefern. Die Annahme einer Spaltströmungscharakteristik geschieht unter Vorgriff auf Kapitel 5.3-*Spaltströmungen*.

### 3.1.2 Der Ansatz der Vakuum-Spaltströmung

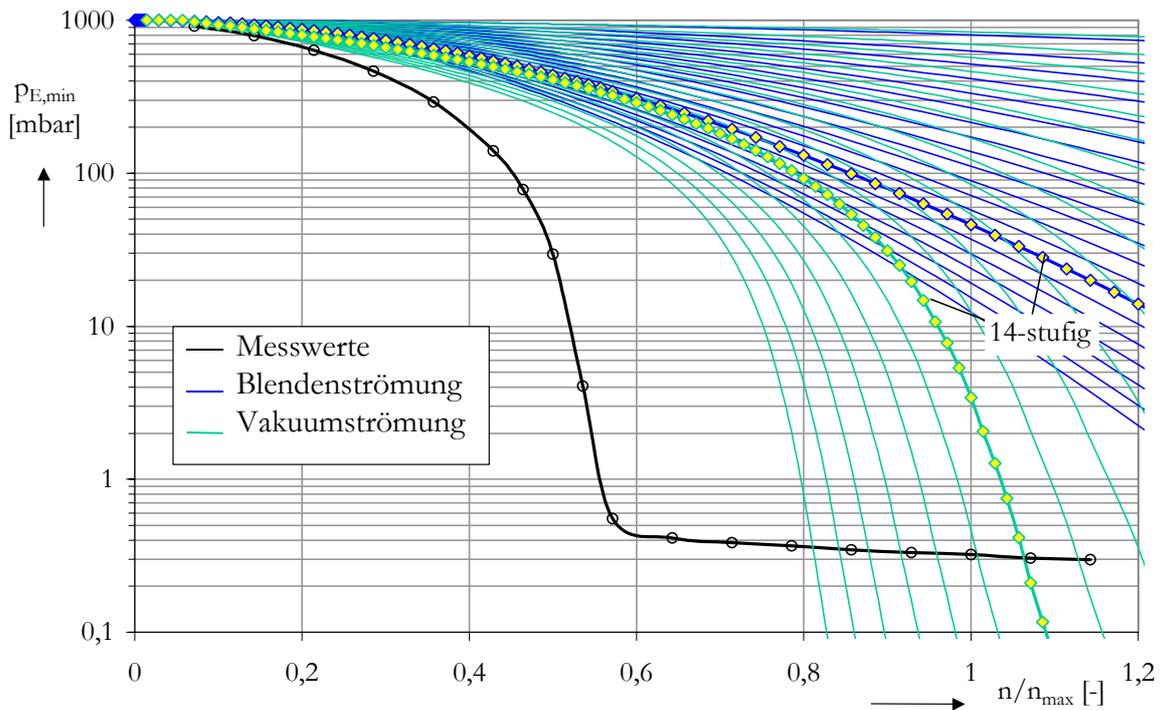
Die sich aus der Spaltform und Spalthöhe des Gehäusespalts ergebende Durchflusscharakteristik ist in **Bild 3-5** als Funktion des Eintrittsdruckes bei konstantem Druckverhältnis dargestellt. Sie basiert auf dem in Kapitel 5.3 angegebenen Interpolationsalgorithmus, der wiederum auf den Messwerten *Wenderotts* [73] beruht. Sie gibt die unterschiedlichen Strömungsformen einer Spaltströmung im Grob- und Feinvakuumbereich quantitativ realitätsnäher wieder als eine Blendenströmung. Für den hier betrachteten Gehäusespalt wird dementsprechend unmittelbar unterhalb des Atmosphärendruckes eine zunehmende Drosselung berechnet.



**Bild 3-5:** Berechnete Durchflusscharakteristik des Gehäusespaltes, Verhältnis des tatsächlichen Massenstroms zum theoretisch maximalen Massenstrom bei Strömungsverblockung nach Gl.(3-4) als Funktion des Spalteintrittsdruckes  $p_E$ . Die Kurve wurde nach dem in Kapitel 5.3-*Spaltströmungen* beschriebenen Algorithmus für das theoretische Druckverhältnis  $\Pi=0$  berechnet

des Atmosphärendruckes eine zunehmende Drosselung berechnet.

Diese Berechnung basiert sowohl auf Messdaten als auch auf Ähnlichkeitsgesetzen und Interpolationen. Der Eintrittsdruck einer Stufe lässt sich folglich nicht aus Gl.(3-1) isolieren. Diese Berechnung muss daher für den Ansatz der Vakuum-Spaltströmung numerisch gelöst werden. Als einfache und hinreichende Methode hat sich hier die Regula Falsi bewährt. Das Ergebnis dieser Berechnung verdeutlicht **Bild 3-6**.



**Bild 3-6:** Abhängigkeit des Enddruckes von der Drehzahl und der Stufenzahl nach Kap. 3.1.1 im Vergleich zur nach Kap. 3.1.2 berechneten und zur gemessenen Abhängigkeit

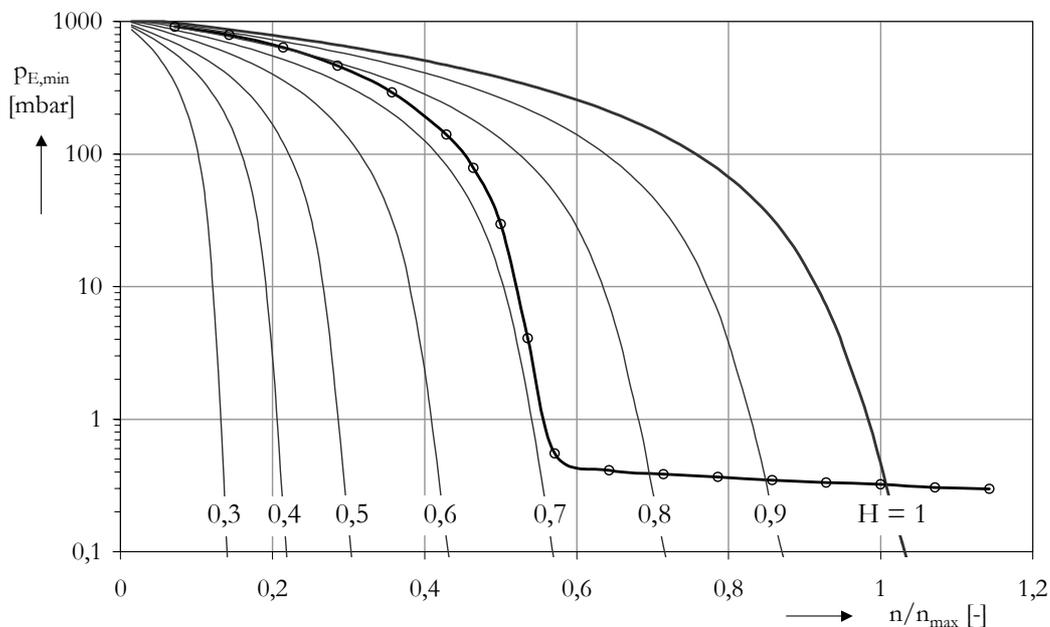
Offensichtlich kann die Tendenz des mit zunehmender Drehzahl progressiv sinkenden Enddruckes durch diesen Ansatz wiedergegeben werden. Dennoch liegt auch hier eine deutliche Diskrepanz in dem Drehzahlbereich vor, in dem dieser Abfall auftritt.

### 3.1.3 Der Einfluss der Spalthöhe auf den Enddruck

Die genaue Gehäusespalthöhe zum Zeitpunkt der Messwertaufnahme ist nicht bekannt. Da dieser einfache Ansatz außerdem andere Spaltarten als den Gehäusespalt (Kapitel 5.6) vernachlässigt, endet hier der Versuch, die Abhängigkeit des Enddruckes von der Drehzahl möglichst exakt wiedergeben zu wollen. Allerdings kann zu seiner Beurteilung geprüft werden, welche Sensibilität dieser Ansatz hinsichtlich der Spalthöhe aufweist. Hierzu wird der beschriebene Rechenweg mit einer verringerten, dimensionslosen Spalthöhe  $H$ , die als Verhältnis der Spalthöhe  $s$  zur Kalthöhe  $s_{kalt}$  definiert ist,

$$H := \frac{s}{s_{kalt}} \quad \text{Gl.(3-10)}$$

und als homogen für alle Einzelspalte betrachtet wird, wiederholt. Eine vereinfachte 1-dimensionale Dehnungsrechnung mit der Annahme einer homogenen Temperaturverteilung im Rotor und im Gehäuse zeigt, dass die zugrundegelegten Dehnungen bei einer Spalthöhenhalbierung einem Temperaturunterschied von ca.  $\Delta T=60 \text{ K}$  entsprechen würden. Das Ergebnis dieser Spalthöhenreduzierung ist in **Bild 3-7** dargestellt. Der Drehzahlbereich, in dem der Abfall des Enddruckes auftritt, reagiert auf diese Reduzierung erkennbar sensibel. Das Betriebsverhalten einer Vakuumpumpe hängt somit nicht nur von der geometrischen Gestaltung der Verdränger, sondern auch ganz erheblich von der thermischen Belastung und der daraus resultierenden thermischen Verformung der Spalte ab.



**Bild 3-7:** Abhängigkeit des Enddruckes der 14-stufigen Vakuumpumpe von der Drehzahl im Vergleich zum gemessenen Verlauf. Parameter: dimensionslose Gehäusespalthöhe  $H$

Die Frage, wie eine nur noch leicht fallende Tendenz des erreichbaren Enddruckes ab Erreichen einer bestimmten Drehzahl (hier ca.  $n/n_{max} = 0,55$ ) zu erklären ist, kann hier zunächst nicht ausreichend beantwortet werden. Als Ursache soll daher zunächst der Einfluss äußerer Lecks der Versuchsanlage in Betracht gezogen werden.

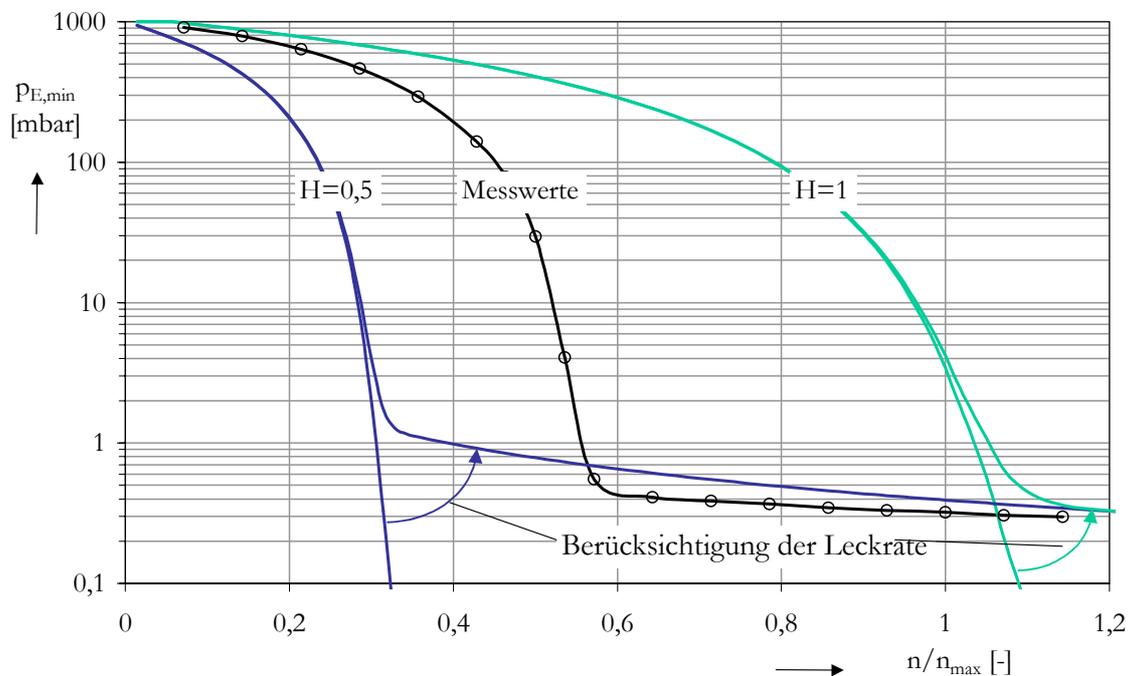
### 3.1.4 Berücksichtigung einer äußeren Leckrate

Die Auswirkung einer äußeren Leckrate kann formal ohne Einschränkung in dem vorgestellten Modell für jede einzelne Pumpenstufe berechnet werden. Hierzu ist die Massenstrombilanz, Gl.(3-1), zu modifizieren und wird zu

$$\dot{m}_{th,i} - \dot{m}_{L,ext,i} = \dot{m}_{L,i} \quad \text{Gl.(3-11),}$$

wobei  $\dot{m}_{L,ext,i}$  die äußere Leckrate der i-ten Pumpstufe angibt.

In der Umsetzung stößt diese einfache Erweiterung jedoch an die Grenze, dass zwar die Gesamtleckrate der evakuierten Maschine bei verschlossener Saug- und Druckseite messtechnisch erfasst wurde, sich aber nicht den einzelnen im Modell angenommenen Pumpstufen zuordnen lässt. Ein Teil der gemessenen Leckage strömt im eigentlichen Druckbereich der Maschine zu (Lagerung, Kabeldurchführung, etc.) und ist für den Betrieb der Pumpe ohne Bedeutung. Eine Angabe von Einzelleckraten (z.B. an Indizierungsbohrungen) und ihre Zuordnung zu den Pumpstufen ist an dieser Stelle nicht möglich.



**Bild 3-8:** Auswirkung eines äußeren Lecks auf den erreichbaren Enddruck bei zwei verschiedenen Spalthöhen als Funktion der Rotordrehzahl  $n/n_{max}$ . Im Vergleich dazu der Verlauf der Messwerte

Unter der Annahme einer „rein“ saugseitigen Leckrate, die in der Berechnung deutlich unter der gemessenen Gesamtleckrate angenommen wird, verdeutlicht **Bild 3-8** die Auswirkung auf den errechneten Enddruck. Mit Erreichen einer bestimmten Drehzahl endet der steile Abfall des Enddruckes und eine schwach fallende Tendenz stellt sich ein. Bei hohen Drehzahlen und somit „dichteren“ Spalten wird der Enddruck unabhängig von der Spalthöhe.

Eine quantitative Beurteilung des Algorithmus ist an dieser Stelle aufgrund der oben genannten Randbedingungen nicht möglich, die qualitative Abbildung, belegt durch die Übereinstimmung der Gradienten, scheint aber praktikabel.

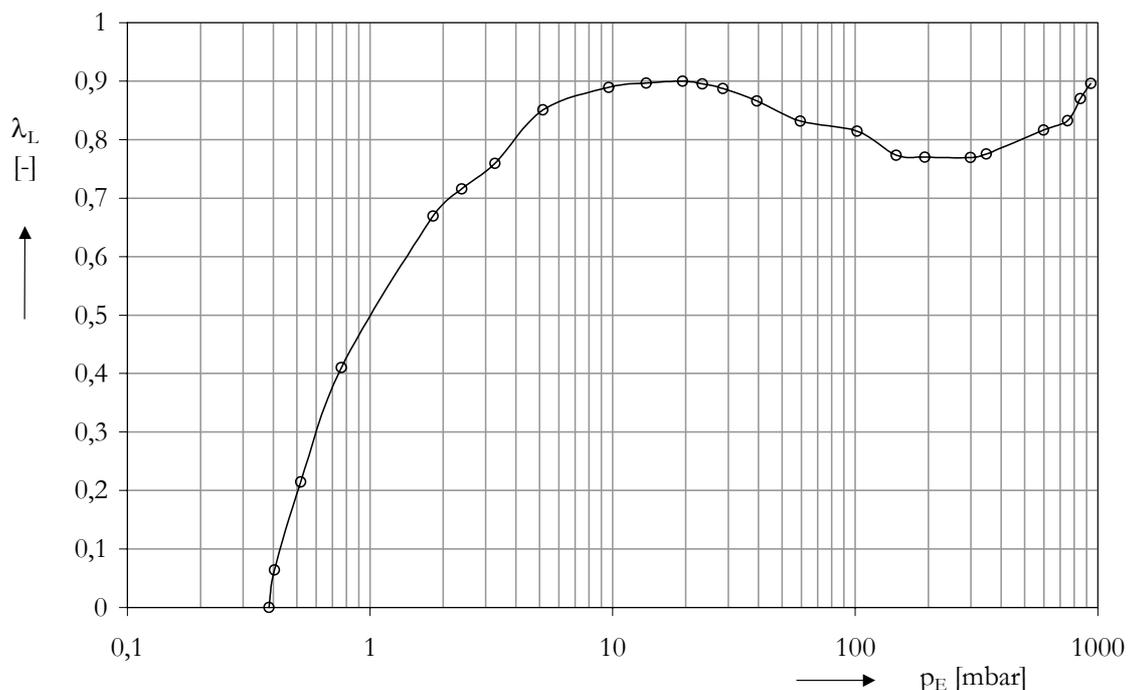
### 3.2 Saugvermögen und Liefergrad

Unabhängig von der Aussagefähigkeit des Stufigkeitsansatzes in diesem Betriebsbereich soll dieser Ansatz gerade wegen der tendenziell sehr guten Ergebnisse im Bereich niedrigerer Drehzahlen weiter verfolgt werden, um im nächsten Schritt den Versuch zu unternehmen, das Saugvermögen der Vakuumpumpe realitätsnah berechnen zu können.

Als Vergleichsbasis für die anstehenden Berechnung dient der gemessene Fördermassenstrom der Versuchsmaschine, bzw. der hieraus berechnete Liefergrad bei einer Rotordrehzahl von  $n/n_{max} = 0,71$ . Die beiden Größen stehen in dem Zusammenhang:

$$\lambda_L = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_{th}} \quad \text{Gl.(3-12)}$$

Das sich aus den Messwerten des Massenstroms ergebende Liefergradverhalten als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$  entnimmt man **Bild 3-9**. Ausgehend vom Atmosphärendruck ist mit Absenken des Ansaugdruckes erwartungsgemäß ein Absinken des Liefergrades festzustellen, bis dieser im Bereich um etwa  $p_E = 200 \text{ mbar}$  ein lokales Minimum erreicht. Weiter zu niedrigeren Drücken hin steigt der Liefergrad, bis er bei etwa  $10 \text{ mbar}$  ein lokales Maximum annimmt. Das weitere Absenken des Ansaugdruckes führt zu einem erneuten Sinken des Liefergrades, der schließlich beim erreichbaren Enddruck  $p_E = 0,4 \text{ mbar}$  den Wert  $\lambda_L = 0$  erreicht. Der gemessene Saugvermögensseinbruch im Bereich hoher Ansaugdrücke ist typisch für das Betriebsverhalten von Schrau-



**Bild 3-9:** Experimentell ermittelter Liefergrad als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$  der untersuchten Vakuumpumpe bei einer Drehzahl von  $n/n_{max}=0,71$

benspindel-Vakuumpumpen, und wurde bereits in von *Dreifert* und *Rofall* in [54] beschrieben.

### 3.2.1 Der Ansatz der Blendenströmung

Zur Berechnung dieses Verhaltens wird Gl.(3-1) so modifiziert, dass sich der theoretische und der rückströmende Gasmassenstrom nicht aufheben, sondern ein netto geförderter Massenstrom  $\dot{m}_f$  entsteht. Für die Stufe  $i$  einer  $z$ -stufigen Vakuumpumpe gilt dann:

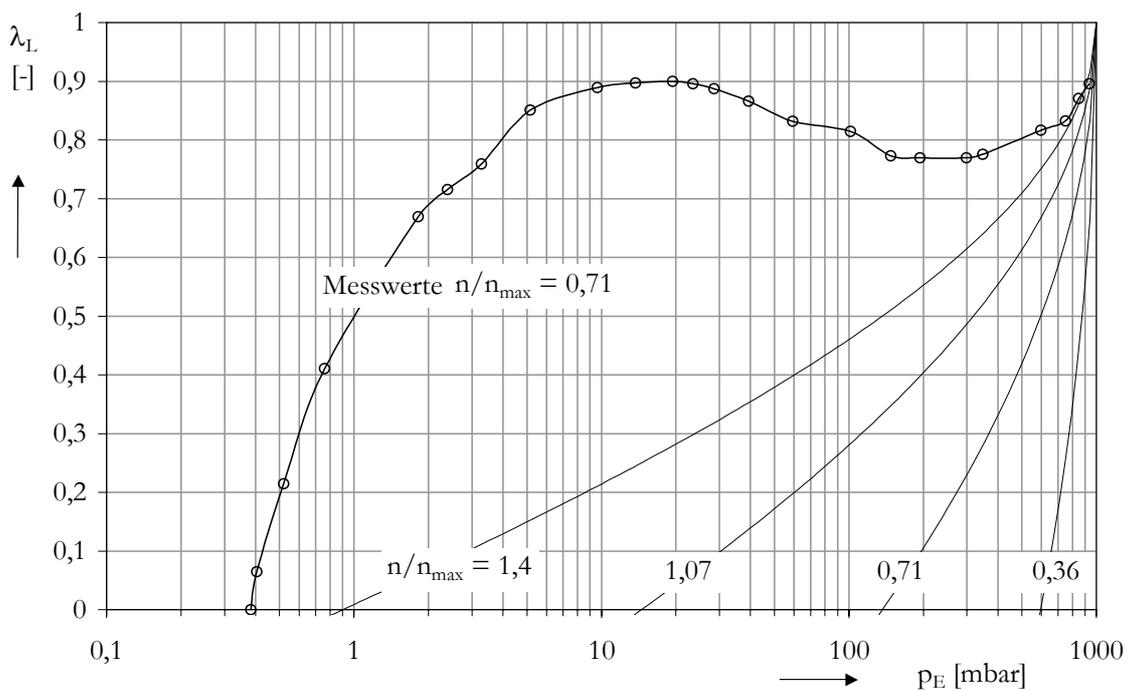
$$\dot{m}_{f,i} = \dot{m}_{th,i}(p_i) - \dot{m}_{L,i}(p_i, p_{i-1}) \quad \text{Gl.(3-13).}$$

Im stationären Betrieb muss wegen der Kontinuität der geförderte Massenstrom für alle Stufen identisch sein,

$$\dot{m}_{f,i} = \dot{m}_f \quad \forall i \quad \text{Gl.(3-14).}$$

Gl.(3-13) kann für einen frei wählbaren geförderten Massenstrom mit numerischen Mitteln beginnend beim Atmosphärendruck  $p_0$  nach  $p_1$  gelöst werden. Nachfolgend sind dann analog die Drücke  $p_i$  zu bestimmen. Für den gefunden Ansaugdruck der  $z$ -ten Stufe kann das berechnete Saugvermögen  $S$  mit Hilfe des Gasgesetzes als

$$S = \frac{\dot{m}_f RT_\zeta}{p_\zeta} \quad \text{Gl.(3-15).}$$



**Bild 3-10:** Vergleich des berechneten Liefergrades einer 14-stufigen Vakuumpumpe mit einem Spaltdurchflussverhalten einer Blendenströmung (Durchflussbeiwert  $\alpha = 0,8$ ) mit dem experimentell ermittelten, Parameter: Rotordrehzahl  $n/n_{max}$

ausgedrückt werden. Der Liefergrad, als Verhältnis des geförderten zum theoretisch förderbaren Massenstrom, ergibt sich zu

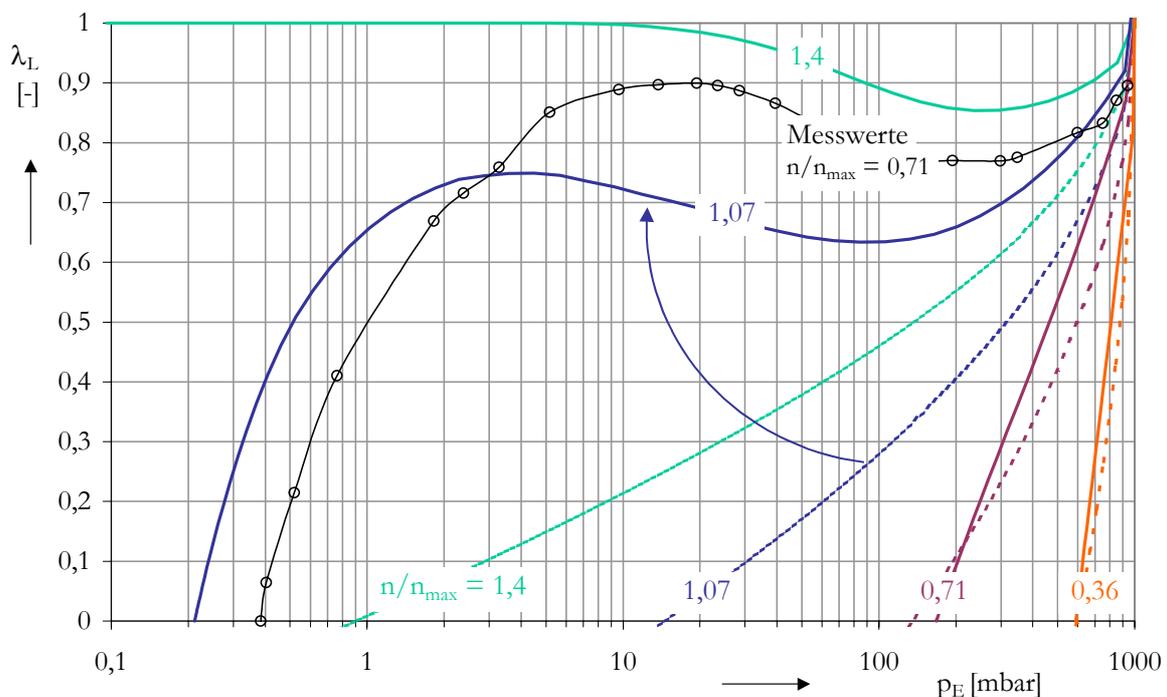
$$\lambda_L = \frac{\dot{m}_f}{n \cdot V_N \cdot \frac{p_z}{RT_z}} = \frac{S}{n \cdot V_N} \quad \text{Gl.(3-16).}$$

Zunächst soll in Analogie zur bisherigen Vorgehensweise das Saugvermögenskennfeld für die Spaltmassenströme gemäß einer Blendenströmung (vgl. Kap.3.1.1) berechnet werden.

Ausgehend von der „idealen“ dichten Maschine, die mit diesem Ansatz, da keine Ladungswechselmechanismen abgebildet werden, ein konstantes Saugvermögen über den gesamten Druckbereich aufweisen muss, tritt bei der spaltbehafteten Maschine mit geringeren Eintrittsdrücken ein Abfall im Saugvermögen auf, der mit geringer werdenden Drehzahlen größer wird, **Bild 3-10**. Die typische Charakteristik einer Vakuumpumpe lässt sich aber hier nicht finden.

### 3.2.2 Der Ansatz der Vakuum-Spaltströmung

Ersetzt man die Blendenströmungscharakteristik der Spalte durch die in Kap. 3.1.2 dargestellte Charakteristik einer stärker drosselnden Vakuum-Spaltströmung und berechnet die Zwischendrücke der Stufen nach Gl.(3-13) erneut, so erhält man ein Liefergradverhalten, welches die typische Kennzeichen einer realen Vakuumpumpe widerspiegelt. So ist ausgehend von hohen Ansaugdrü-



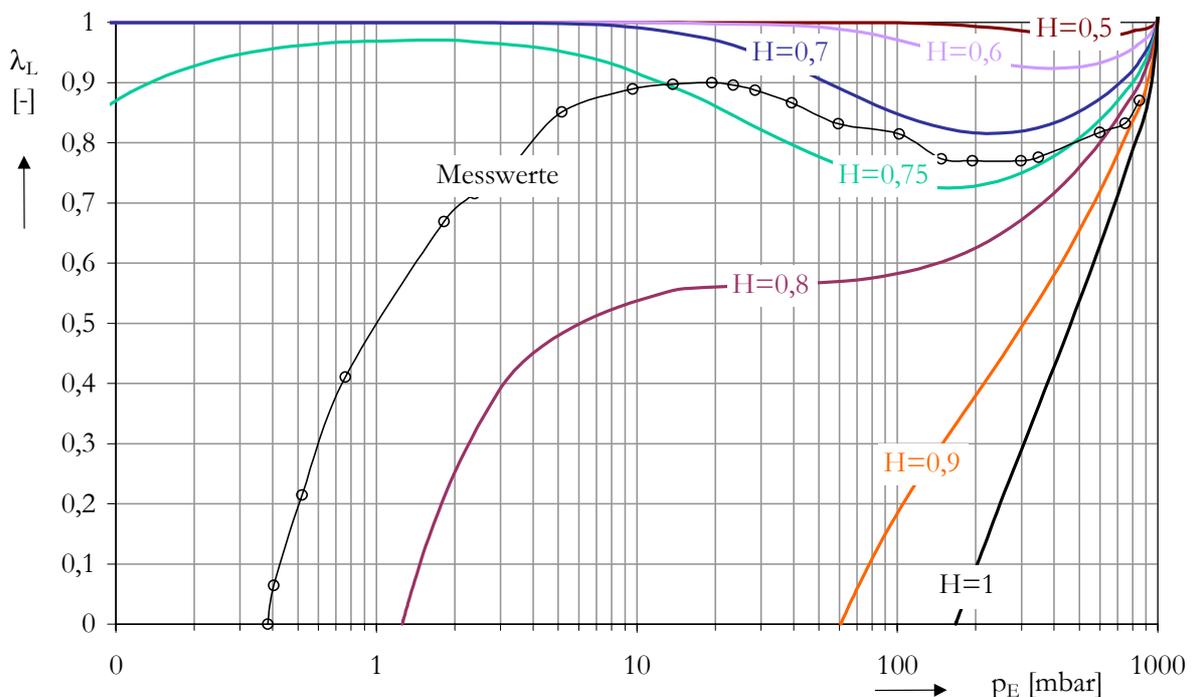
**Bild 3-11:** Vergleich der berechneten Liefergradverläufe der 14-stufigen Vakuumpumpe mit einem Spaltdurchflussverhalten einer Blendenströmung ( $\alpha = 0,8$ , punktiert), dem einer Vakuum-Spaltströmung (kontinuierlich) und den Messwerten. Parameter: Drehzahl  $n/n_{max}$

cken oberhalb einer bestimmten Drehzahl zunächst ein Abfallen des Liefergrades zu erkennen. Deutliche Unterschiede zum berechneten Verhalten der Vakuumpumpe mit Blendenströmungscharakteristik treten erst mit geringer werdenden Ansaugdrücken auf, bei denen der Liefergrad wieder steigt. Durch den Vergleich dieser beiden Spaltströmungsmodelle, **Bild 3-11**, kann diese Wirkung der zunehmenden Drosselung der Knudsen- und Molekularströmung des räumlich ausgedehnten Spaltes zugeordnet werden.

Der quantitative Vergleich zwischen den bei der Drehzahl von  $n/n_{max}=0,71$  berechneten Liefergradsverläufen und den gemessenen liefert jedoch zunächst ernüchternde Ergebnisse. Daher soll im nächsten Schritt überprüft werden, ob eine thermische Spalthöhenänderung auch hier als Ursache in Betracht gezogen werden kann, weil ja die genaue Spalthöhen zum Zeitpunkt der Messwertaufnahme der einzelnen Betriebspunkte ebenfalls nicht bekannt sind.

### 3.2.3 Einfluss der Spalthöhe auf das Saugvermögen

Hierzu wird in der in Kap. 3.2.2 beschriebene Rechenweg unter Variation der Spalthöhe – wiederum homogen für alle Einzelspalte - wiederholt. Das Ergebnis dieser Parameteruntersuchung liefert **Bild 3-12**. Das Saugvermögen der Maschine reagiert auf diese Variation empfindlich. Eine Verkleinerung der Spalthöhe um wenige Prozent führt zu einer deutlichen Ausweitung des Arbeitsbereichs der Pumpe.



**Bild 3-12:** Einfluss der Spalthöhe auf den Liefergrad der berechneten 14-stufigen Vakuumpumpe. Liefergrad als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$ , Parameter: Gehäusespalthöhe  $H$

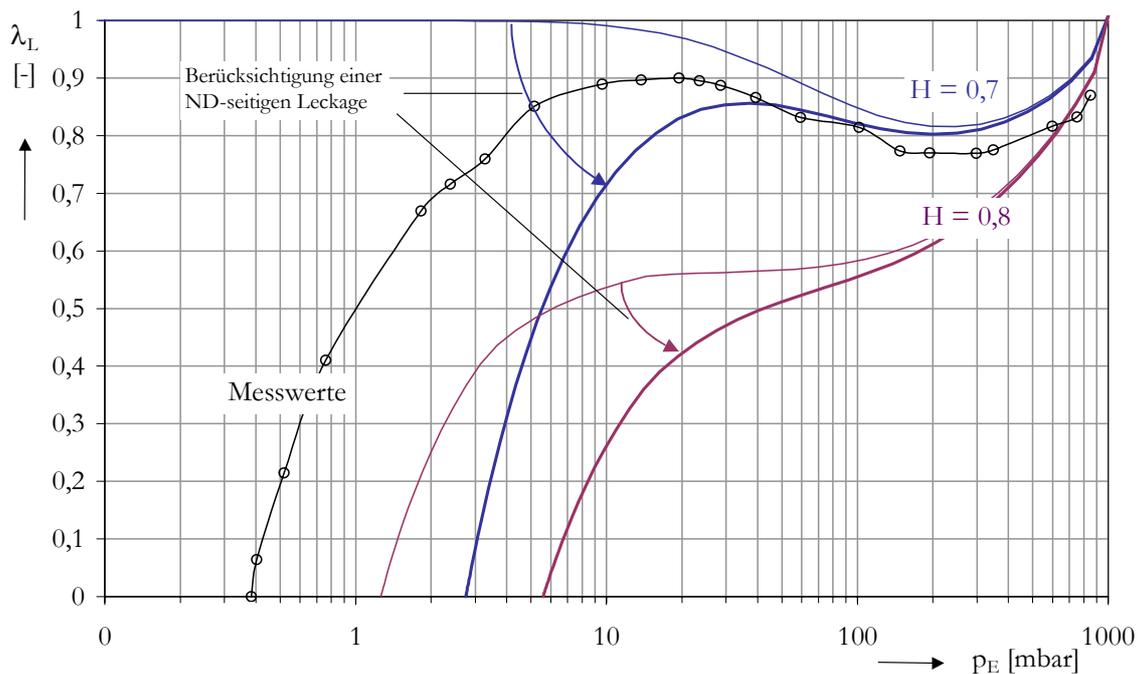
Eine quantitative Übereinstimmung mit den Messwerten kann auch bei unterschiedlichen Spalthöhen noch nicht gefunden werden. Daher soll abschließend überprüft werden, ob der Einfluss der Leckrate hierfür in Betracht gezogen werden könnte.

### 3.2.4 Berücksichtigung einer äußeren Leckrate

Zur Berücksichtigung der ND-seitigen Leckage analog zu Kap. 3.1.4 muss Gl.(3-13) modifiziert werden:

$$\dot{m}_{f,i} = \dot{m}_{th,i}(p_i) - \dot{m}_{L,i}(p_i, p_{i-1}) - \dot{m}_{L,ext} \quad \text{Gl.(3-17).}$$

Das Gleichungssystem lässt sich wie bisher lösen und der Liefergrad berechnen. Das Ergebnis für eine Drehzahl von  $n/n_{max}=0,71$  und zwei ausgewählte, homogene Warmspalthöhen zeigt **Bild 3-13**. Eine äußere Leckage senkt den Liefergrad und führt zu einer Stauchung der Kurven entlang der Druck-Achse. Dass mit der gemessenen Leckrate der gemessene Liefergrad nicht korrekt wieder gegeben wird, entspricht wegen der schon auf Seite 21 erwähnten Gründe der Erwartung.



**Bild 3-13:** Einfluss einer äußeren Leckrate auf den Liefergradverlauf am Beispiel zweier Spalthöhen, Liefergrad als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$ , Drehzahl  $n/n_{max}=0,71$ , Parameter: Gehäusespalthöhe  $H$

### 3.3 Innere Verdichtung

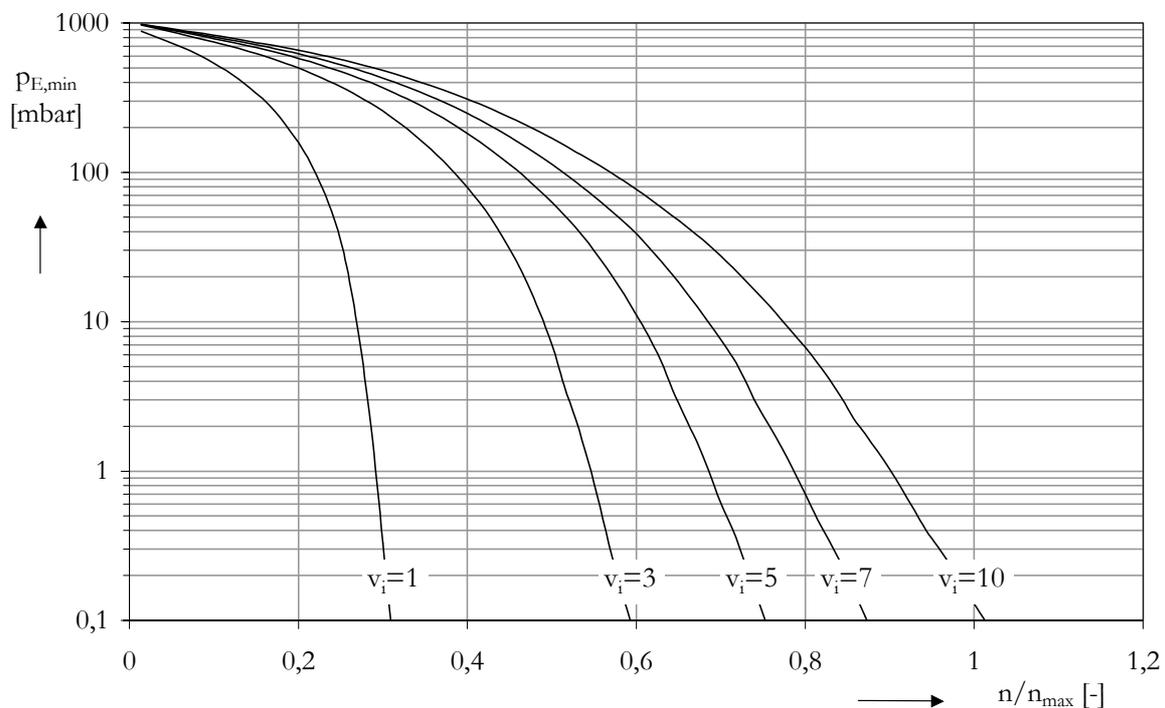
Die Motivation eine innere Verdichtung zu verwenden liefert die Arbeitersparnis der polytropen gegenüber der isochoren Prozessführung (sofern keine Überverdichtung stattfindet). Durch diese Maßnahme können die Energiebilanz der Vakuumpumpe verbessert und vor allem die Gastemperaturen in Grenzen gehalten werden, [56]. Ungeachtet der positiven energetischen Effekte, die

eine innere Verdichtung bei Schraubenspindel-Vakuumpumpen bewirkt, soll der gewählte Stufigkeitsansatz abschließend gewählt werden, um den Einfluss der Verdichtung auf das Saugvermögen und den Enddruck der Vakuumpumpe qualitativ beschreiben zu können. Zur besseren Vergleichbarkeit bleiben das Ansaugvolumen, die Stufenanzahl und die Spaltsituation der bisher betrachteten 14-stufigen Maschine unverändert. Weiterhin soll am isothermen Modell festgehalten werden, dass die entstehende Verdichtungswärme schon während der Prozessführung vollständig abführt.

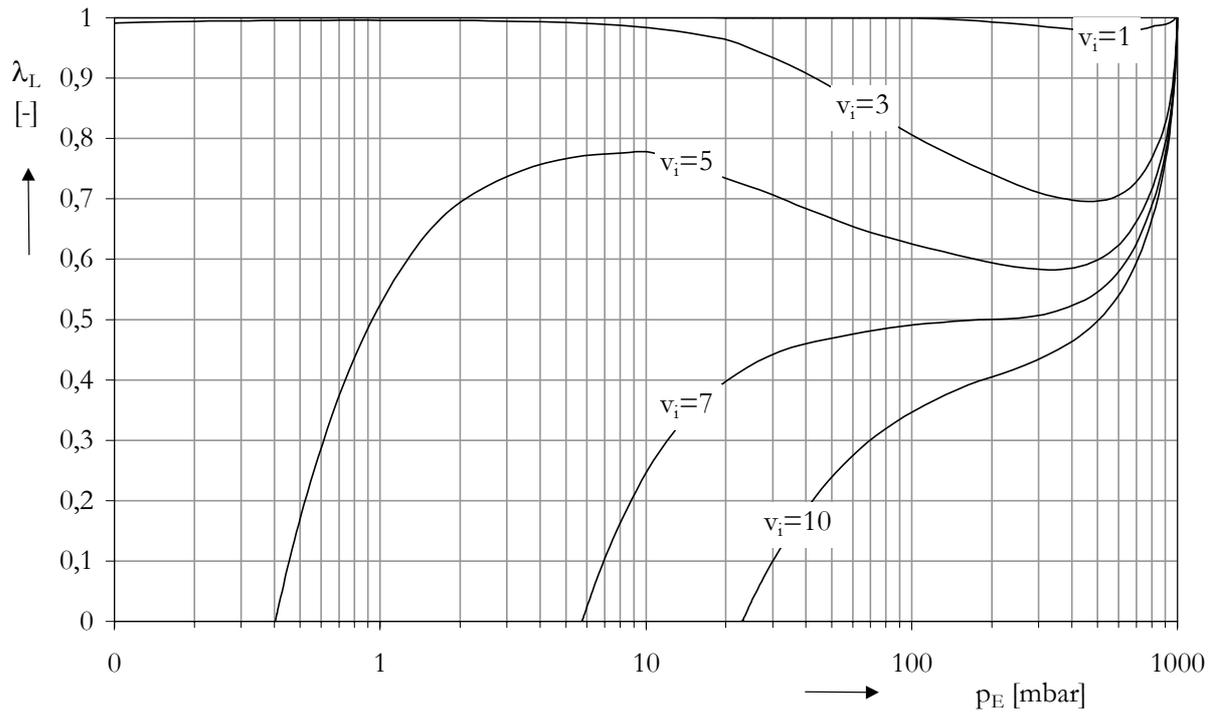
Die Kammervolumina der einzelnen Stufen werden in diesem Ansatz nach einer geometrischen Reihe verteilt, so dass sich das innere Volumenverhältnis  $v_i$  der gesamten  $z$ -stufigen Maschine als Produkt der Volumenverhältnisse zwischen den Einzelstufen ausdrücken lässt:

$$v_i = \prod_{j=1}^{z-1} \frac{V_j}{V_{j+1}} = \frac{V_1}{V_z} = \frac{V_{max}}{V_{min}} \quad \text{Gl.(3-18).}$$

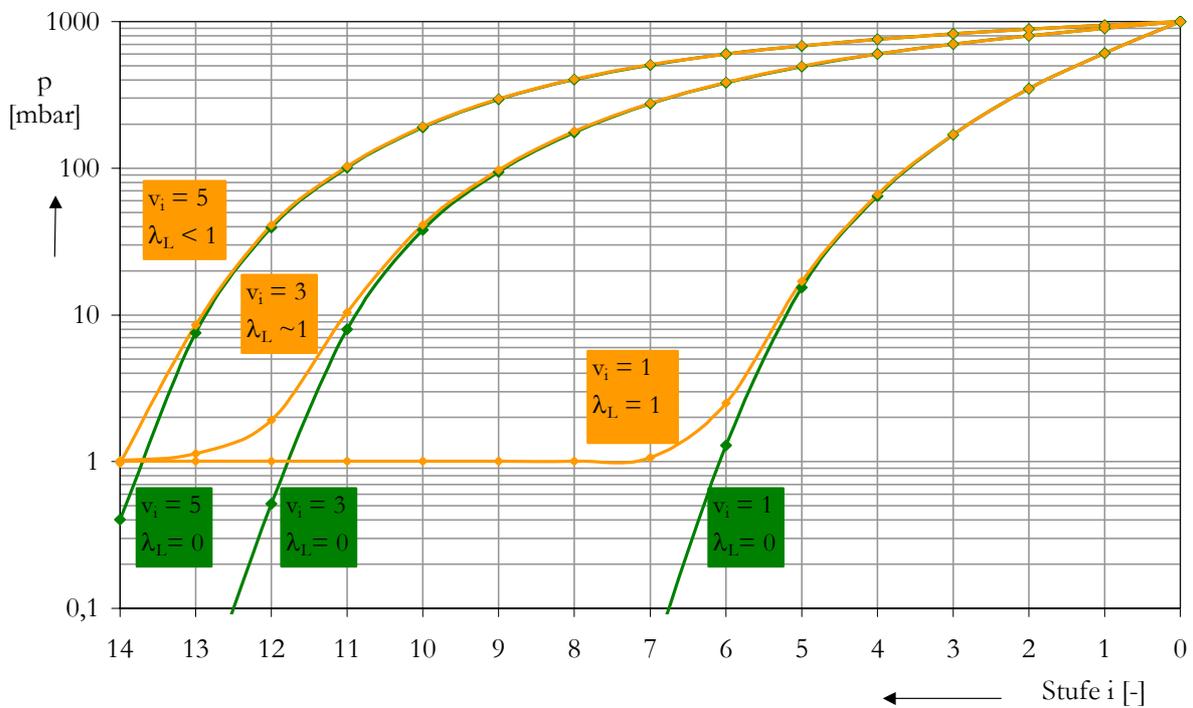
Der Algorithmus aus Kap. 3.2 kann unverändert übernommen werden. Die Ergebnisse der  $v_i$ -Variation vermitteln **Bild 3-14** und **Bild 3-15**.



**Bild 3-14:** Einfluss der inneren Verdichtung auf den Enddruck bei konstantem Nennsaugvermögen, Enddruck als Funktion der Rotordrehzahl  $n/n_{max} = 0,71$ , Spalthöhe  $H=0,5$ , Parameter: inneres Volumenverhältnis  $v_i$



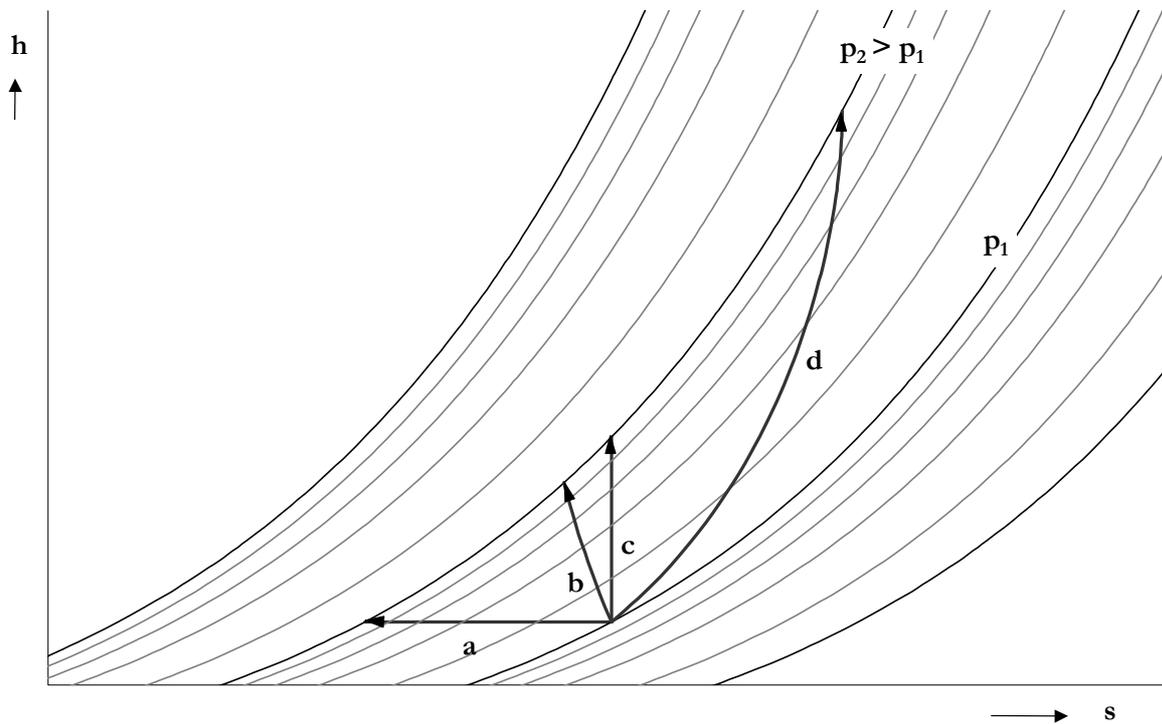
**Bild 3-15:** Einfluss der inneren Verdichtung auf den Liefergrad bei konstantem Nennsaugvermögen, Liefergrad als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$ , Drehzahl  $n/n_{max}=0,71$ , Spalthöhe  $H=0,5$ , Parameter: inneres Volumenverhältnis  $v_i$



**Bild 3-16:** Einfluss der inneren Verdichtung auf den Stufendruckverlauf bei konstanter Rotordrehzahl  $n/n_{max} = 0,71$ , Spalthöhe  $H=0,5$ ; Betrieb bei gleichem Ansaugdruck (gelb); Betrieb jeweils im Enddruck (grün)

Bei einem größeren inneren Verdichtungsverhältnis steigt zum einen der erreichbare Enddruck an, zum anderen fällt der Liefergrad. Der Grund für die zunehmende Verschlechterung des Betriebskennfeldes ist in den druckseitig kleineren Kammer- bzw. Stufenvolumina zu suchen. Bei Nullförderung bewirken die Spaltmassenströme, ausgehend vom atmosphärischen Druck (Stufenindex 0), bei gleichbleibenden Spalten in kleineren Kammern einen höheren Druckanstieg. Somit wird der Druck der HD-seitig ersten Stufe angehoben. Dadurch steigt der Spaltmassenstrom in die darunter liegende Kammer. Deren Volumen fällt zwar relativ zur ersten Stufe größer aus, ist aber immer noch geringer als das Kammervolumen einer Maschine ohne innere Verdichtung. Die gestiegenen Spaltmassenströme führen somit sukzessive zur Anhebung des Druckniveaus, Bild 3-16. Bei Nullförderung (grün) können Maschinen ohne innere Verdichtung folglich einen niedrigeren Ansaugdruck erreichen. Bei gleichem Ansaugdruck (orange) bewirkt ein ansteigendes inneres Volumenverhältnis saugseitig einen früheren Druckanstieg und somit eine erhöhte Rückströmung in die ansaugenden Arbeitskammern.

## 4 Die Thermodynamik der Verdichtung



**Bild 4-1:** Allgemeine Verdichtungsverläufe für eine Kompression von  $p_1$  auf  $p_2$  im  $h$ - $s$ -Diagramm eines idealen Gases:

- a) isotherme Verdichtung
- b) polytrope Verdichtung
- c) isentrope Verdichtung
- d) Verdichtung durch Rückströmung (adiabat)

### 4.1 Energetische Betrachtung der Verdränger-Vakuumpumpe

Die Ursache der hohen Gastemperaturen ist in der Art der Prozessführung zu suchen. Hier ist grundsätzlich eine *polytrope* Verdichtung von einer Verdichtung durch *Mischprozesse* zu unterscheiden. Je nach Bauart und Betriebspunkt treten beide Prozessformen in einer Vakuumpumpe auf. Pumpen mit innerer Verdichtung, also mit einer immanenten Volumenverkleinerung der Arbeitskammer verdichten im Allgemeinen polytrop. Ist beim Öffnen der Arbeitskammer zur Druckseite der atmosphärisch anliegende Druck noch nicht erreicht, findet zunächst ein Druckausgleich statt. Bereits ausgeschobenes Gas strömt von der Druckseite zurück in die Arbeitskammer. Die so hervorgerufene Mischung des Gases in der Arbeitskammer ist thermodynamisch anders zu bewerten als eine polytrope Verdichtung.

Die verschiedenen Verdichtungsformen im Enthalpie-Entropie-Diagramm eines idealen Gases vergleicht **Bild 4-1**. Die Kurve a) bis c) entsprechen der isothermen, polytropen und isentropen

Verdichtung. Kurve d) zeigt die typische Zustandänderung eines (adiabaten) Mischprozess, wie er bei unangepassten Druckverhältnissen bei druckseitiger Kammeröffnung auftreten kann. Verglichen mit den anderen Verdichtungsformen tritt hier die höchste Enthalpie durch die höchste Entropiezunahme auf. Dieser Prozess tritt abgesehen von Betriebspunkten mit angepasstem Druckverhältnis oder Überverdichtung in allen volumetrischen Vakuumpumpen auf. Das Ziel, Vakuumpumpen thermodynamisch abbilden zu können, setzt das Verständnis dieses Prozesses voraus. Hierzu wird ein einfaches Modell gebildet und thermodynamisch analysiert.

Zum energetischen Vergleich werden zunächst zwei unterschiedliche Prozessführungen mit gleichem Ein- und Austrittsdruck betrachtet, zu denen neben den Verdichtungs Vorgängen auch die Ladungswechsel zählen. Die erste Prozessführung entspreche der einer polytrop verdichtenden Maschine mit angepasstem Druckverhältnis. Der zweite Prozess sei der einer adiabaten, spaltfreien Maschine ohne innere Verdichtung ( $v_i=1$ ). Da über das gesamte Arbeitsspiel bilanziert werden soll, zählen die Ladungswechselvorgänge, welche in erster Näherung als isobar betrachtet werden sollen, zur Prozessführung. Die Indizes 1 bis 3 im Folgenden stehen für den Ansaugvorgang (1), die Transport- bzw. Verdichtungsphase (2) und das Ausschleiben (3).

Beim Ansaugen unterscheiden sich beide Prozesse nicht. Die stetige Volumenvergrößerung der Arbeitskammer bei konstantem Ansaugdruck bis zum Kammerabschluss erfordert vom Gas die Ladungswechselarbeit

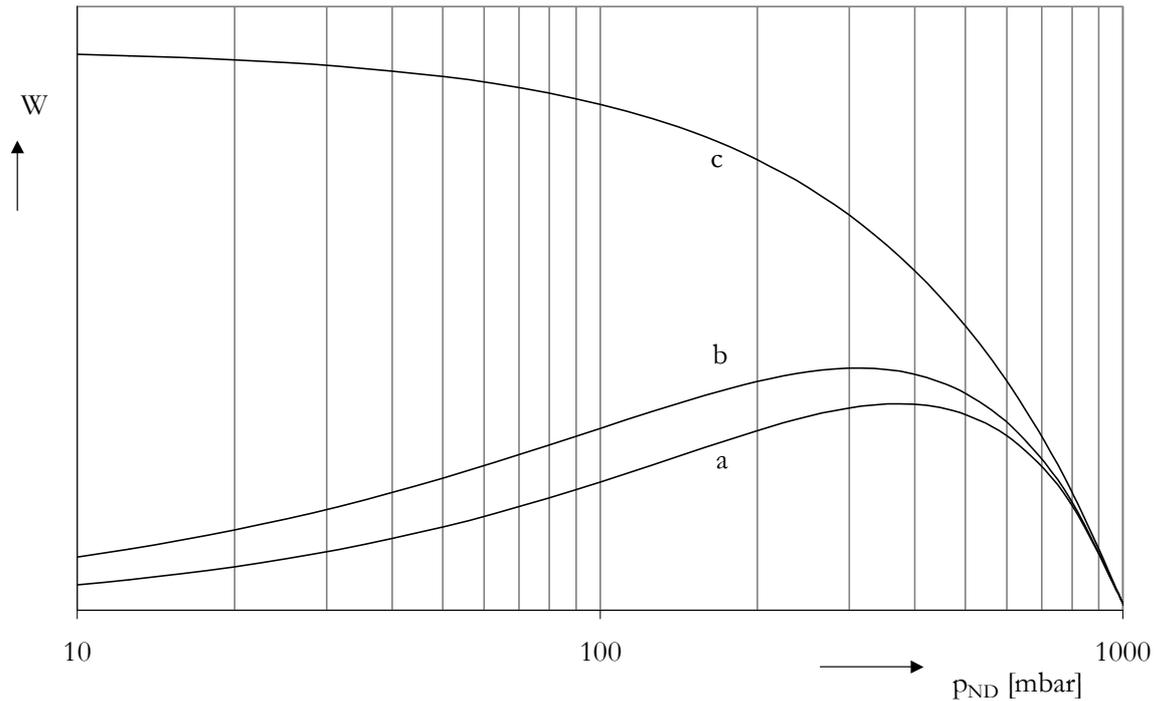
$$W_1 = -p_E V_E \quad \text{Gl. (4-1).}$$

An dieser Stelle tritt nun entweder ein Transportvorgang ohne mechanische Arbeit auf, oder aber eine innere Verdichtung auf den anliegenden Austrittsdruck, die der Pumpe die polytrope Verdichtungsarbeit

$$W_{2,pol.} = \int_E^A p dV = \frac{p_E V_E}{\bar{n} - 1} \left[ \left( \frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{\bar{n}-1}{\bar{n}}} - 1 \right] \quad \text{Gl. (4-2).}$$

abverlangt.

Beim druckseitigen Öffnen der Arbeitskammer hat diese Maschine den anliegenden Druck schon erreicht, während es in der Maschine ohne innere Verdichtung während des Ladungswechsels erst zur Rückströmung des Arbeitsgases kommt. Diese Rückströmung erfolge so schnell, dass die Volumenänderung bis zum Erreichen des Druckausgleiches vernachlässigt werden kann. Dieser Prozess schlägt sich somit nicht in der mechanischen Arbeit nieder (arbeitslose Druckänderung). Er wird in Kap. 4.2 thermodynamisch analysiert. Beim abschließenden Ausschleiben unterscheidet sich die vom Rotor zu leistende Ladungswechselarbeit nur durch ihr Volumen.


**Bild 4-2:** Erforderliche mechanische Arbeiten als Funktion des Ansaugdruckes für

- a) eine isotherme Prozessführung
- b) eine isentrope Prozessführung ( $\kappa=1,4$ ) und
- c) eine Prozessführung ohne innere Verdichtung

$$W_{3,pol.} = p_A V_A = p_A V_E \left( \frac{p_E}{p_A} \right)^{\frac{1}{\bar{n}}} \quad \text{Gl. (4-3),}$$

$$\text{bzw.} \quad W_{3,v_i=1} = p_A V_E. \quad \text{Gl. (4-4).}$$

Die Addition der Teilarbeiten liefert bei der polytropen Verdichtung die erforderliche Arbeit

$$W_{pol.} = \sum_{i=1}^3 W_{i,pol.} = \frac{\bar{n}}{\bar{n}-1} p_E V_E \left[ \left( \frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{\bar{n}-1}{\bar{n}}} - 1 \right] \quad \text{Gl. (4-5),}$$

bzw. bei der Maschine ohne innere Verdichtung

$$W_{v_i=1} = \sum_{i=1}^3 W_{i,v_i=1} = V_E (p_A - p_E) \quad \text{Gl. (4-6).}$$

Diese Abhängigkeiten sind in **Bild 4-2** grafisch für eine isotherme (a), bzw. isentrope (b) Prozessführung und eine Prozessführung ohne innere Verdichtung (c) als Funktion des Ansaugdruckes dargestellt. Die polytropen Prozessführungen weisen durch die mit niedrigen Drücken verschwindenden Gasmassen im Bereich um  $p_E = 300 \dots 400 \text{ mbar}$  ein Maximum auf und verzeichnen

eine deutliche Leistungseinsparung gegenüber der Maschine ohne innere Verdichtung. Sie lassen eine entsprechend geringere thermische Belastung der Maschine erwarten.

## 4.2 *Adiabate Betrachtung des Arbeitsgases*

Zur isolierten Betrachtung dieses druckseitigen Mischungsvorgangs ist es ratsam, die Vorgeschichte des Gases (z.B. innere Verdichtung) auf seinem Weg durch die Maschine außer Acht zu lassen. Angenommen werde nur ein thermodynamischer Initialzustand (Index „0“) im unmittelbaren Zeitpunkt der Kammeröffnung. Die Indizes „K“ und „HD“ bezeichnen die Zustandgrößen des Gases in der Kammer beziehungsweise im Druckstutzen. Der Zustand der Kammer sei stets homogen. Die folgenden energetischen Berechnungen behalten im adiabaten Modell unabhängig von der Dauer des Ausgleichsvorgangs ihre Gültigkeit, solange andere Randeffekte, wie Spaltströmungen vernachlässigt werden können.

Die innere Energie der Arbeitskammer im Initialzustand bestimmt sich aus ihrer enthaltenen Gasmasse, deren Temperatur und spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen zu

$$U_{K,0} = m_{K,0} c_v T_{K,0} \quad \text{Gl. (4-7).}$$

Über die Dauer des nun stattfindenden Druckausgleich strömt eine Gasmasse  $\Delta m_{0,1}$  aus dem Druckstutzen in die Arbeitskammer. Ihre Enthalpie berechnet sich aus dem Produkt dieser Masse, der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck und der Temperatur im Druckstutzen:

$$H = \Delta m_{0,1} c_p T_{HD,0} \quad \text{Gl. (4-8).}$$

Die Addition von Gl. (4-7) und Gl. (4-8) liefert die neue innere Energie der Arbeitskammer und erlaubt mit  $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$  die Berechnung der neuen Temperatur:

$$T_{K,1} = \frac{U_{K,1}}{(m_{K,0} + \Delta m_{0,1}) c_v} = \frac{m_{K,0} T_{K,0} + \kappa \Delta m_{0,1} T_{HD,0}}{m_{K,0} + \Delta m_{0,1}} \quad \text{Gl. (4-9).}$$

Als Randbedingung für diesen Vorgang gilt, dass genau soviel Masse vom HD-Stutzen in die Kammer strömt, wie diese zum Erreichen des anliegenden Drucks benötigt. Nach dem Einströmen muss also der anliegende höhere Druck auch in der Arbeitskammer vorliegen:

$$p_{K,1} \cdot V = (m_{K,0} + \Delta m_{0,1}) R T_{K,1} \quad \text{Gl. (4-10).}$$

Das Einsetzen von Gl. (4-9) in Gl. (4-10) liefert mit Hilfe des idealen Gasgesetzes die zum Druckausgleich benötigte Masse:

$$\Delta m_{1,0} = \frac{(p_{HD} - p_{K,0}) \cdot V}{\kappa R T_{HD,0}} \quad \text{Gl. (4-11).}$$

Die neue Kammertemperatur kann nun durch Einsetzen von Gl. (4-11) in Gl. (4-9) berechnet werden:

$$T_{K,1} = \frac{m_{K,0} T_{K,0} + \frac{(p_{HD} - p_{K,0}) \cdot V}{R}}{m_{K,0} + \frac{(p_{HD} - p_{K,0}) \cdot V}{\kappa R T_{HD,0}}} \quad \text{Gl. (4-12).}$$

Das Umformen mit Hilfe des idealen Gasgesetzes ergibt die neue Kammertemperatur zu:

$$T_{K,1} = \frac{p_{HD}}{\frac{p_{K,0}}{T_{K,0}} + \frac{p_{HD} - p_{K,0}}{\kappa T_{HD,0}}} \quad \text{Gl. (4-13).}$$

Verläuft das Verdrängen der Arbeitskammer bis zu ihrem Verschwinden ohne Wärmeabgabe und Spaltverluste, so wird das enthaltene Gas isotherm und isobar in den Druckstutzen geschoben, dessen Temperatur dann die der Arbeitskammer annimmt:

$$T_{HD,1} = T_{K,1} \quad \text{Gl. (4-14).}$$

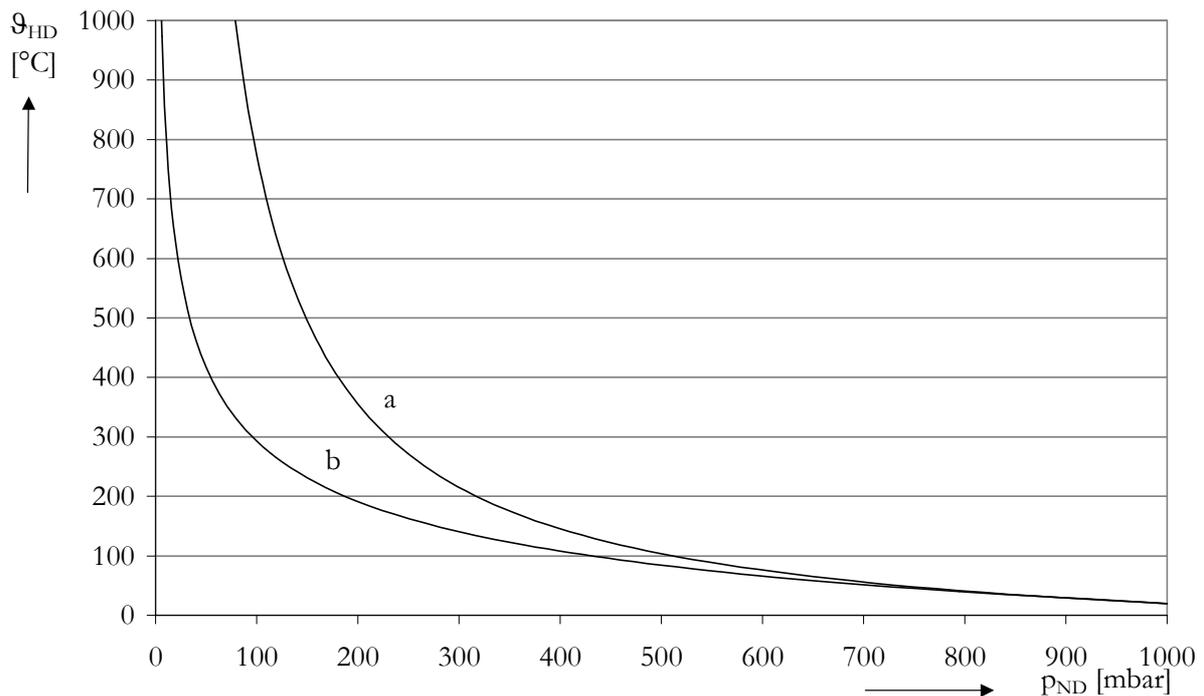
Mit dem Öffnen der nächsten Arbeitskammer strömt nun bereits erwärmtes Gas in die Maschine zurück. Dieser Vorgang wiederholt sich solange, bis keine Temperaturänderung im Druckstutzen mehr auftritt:

$$T_{HD,i+1} = T_{HD,i} \quad \text{Gl. (4-15).}$$

Die iterative Lösung von Gl. (4-13) unter Berücksichtigung der Randbedingungen Gl. (4-14) und Gl. (4-15) lautet:

$$T_{HD} = \frac{(\kappa - 1)p_{HD} + p_{K,0}}{\kappa p_{K,0}} T_{K,0} \quad \text{Gl. (4-16).}$$

Der Ansatz, die zum Verdrängen notwendige mechanische Energie  $W = V\Delta p$  der Enthalpieerhöhung der geförderten Masse gleichzusetzen, führt notwendigerweise zum gleichen Ziel, erlaubt es aber nicht, Aussagen über die Zustandsgrößen während des Prozesses zu treffen. Die Prozessführung in Bild 4-1 d) wurde durch Einsetzen von Gl. (4-16) in Gl. (4-9) mit Hilfe der Definitionsgleichung der Entropie berechnet. Der Punkt des Druckausgleichs ist wegen des im stationären Betrieb gleichzeitigen Temperatur- und Druckausgleichs gleichbedeutend mit dem Entropiemaximum.



**Bild 4-3:** Auslasstemperatur der adiabaten, spaltfreien Vakuumpumpe als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$

- a) Mischungstemperatur nach Gl. (4-16)
- b) Isentrope Verdichtungstemperatur

Die sich so ergebende Auslasstemperatur der spaltfreien, adiabaten Maschine ohne innere Verdichtung zeigt Bild 4-3. Sie ist gerade bei niedrigen Ansaugdrücken weitaus höher als die einer isentropen Verdichtung. Eine innere Verdichtung ist daher durchaus geeignet, die hohe thermische Belastung der Vakuumpumpe herabzusetzen, vermag aber dem hier beschriebenen Effekt wegen dem im Normalfall vorliegenden unangepassten Betrieb nicht vollständig aus dem Wege zu gehen.

## 5 Das thermodynamische Simulationsprogramm KaSim

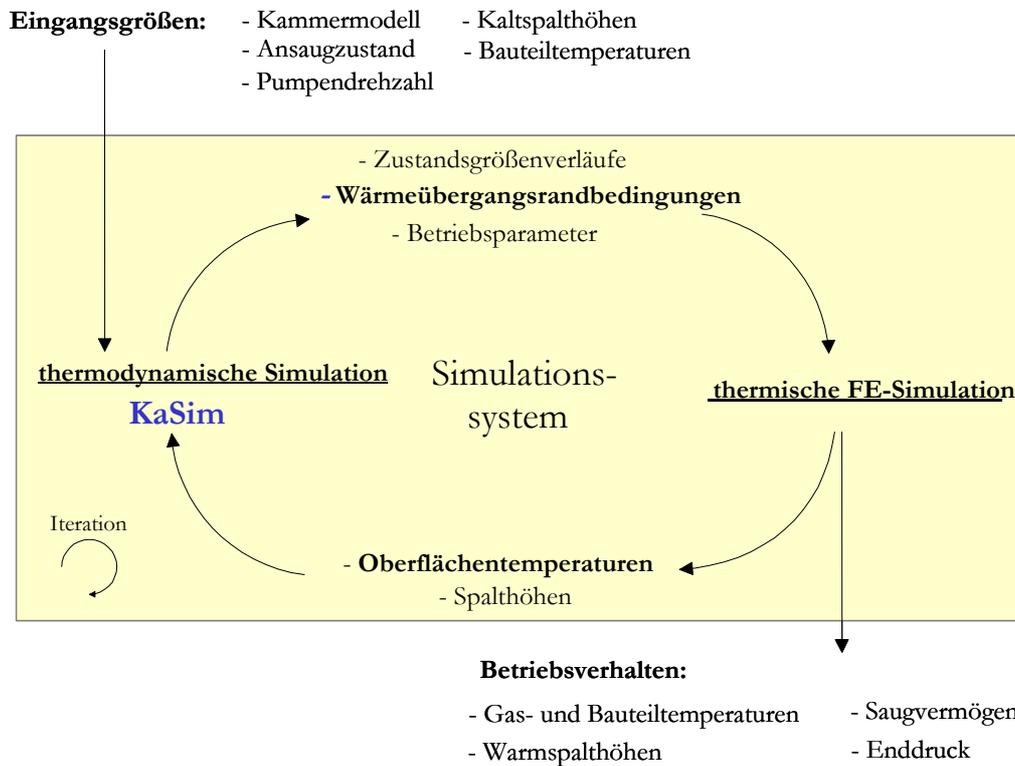
Ein gängiges Mittel, komplexe technische Vorgänge zu analysieren, prognostizieren oder auch zu optimieren, ist die Simulation. Eine verifizierte Simulationssoftware kann bereits in der Entwicklungsphase einer Maschine dazu beitragen, Fehler zu vermeiden und den Bau teurer Prototypen auf ein Mindestmaß zu reduzieren. Zur Abbildung des Betriebsverhaltens von Verdränger-Vakuumpumpen haben sich Methoden bewährt, die das Arbeitsspiel der Pumpe in über Spalte wechselwirkende Arbeitskammern zerlegen. So zeigten *Ioffe* et al. 1995, dass mit einem Arbeitskammermodell einer mehrstufigen Klauenpumpe und einem empirischen Ansatz zur Berechnung der Spaltmassenströme der Leistungsbedarf dieser Pumpe abgebildet werden kann, [36]. 1996 stellten *Su* et al. eine iterative Methode zur Abbildung des Enddruckes einer Scroll-Pumpe vor, die auf einem isothermen Kammermodell beruht und die Spaltmassenströme zwischen den Druckbereichen interpoliert, [32]. Diese Methode wurde bereits im vorangegangenen Kapitel zur Erklärung der Drehzahl- und Spalthöhenabhängigkeit auf die Schraubenspindel-Vakuumpumpe angewendet.

Die hier verwendete und weiterentwickelte thermodynamische Simulation bedient sich des von *Kauder* et al. entwickelten Programms KaSim. Dieses Programm dient nicht speziell der Anwendung in Vakuumpumpen; es wurde vielmehr allgemeingültig gehalten, so dass a priori alle Fluidenergiewandler der Verdränger-Bauart durch KaSim abgebildet werden können. Das Simulationsprogramm basiert auf der Arbeit von *Naujoks*, der die Idee, das Wirkprinzip einer Verdrängermaschine informationstechnisch durch Arbeitskammern, die über definierte Verbindungen Masse untereinander austauschen können, zu beschreiben, erstmals auf Schraubenkompressoren anwendete, [76]. Die ursprüngliche Version betrachtete eine Arbeitskammer, die drehwinkelversetzt mit sich selbst wechselwirkt, und die Simulation stationärer Betriebspunkte ermöglichte, auf ihrem Weg über den Rotor. Das Programm wurde in Zusammenarbeit mit *Janicki* et al., [75], im Zuge weiterer Entwicklungen abstrahiert und in eine modernere, objektorientierte Programmiersprache übersetzt, so dass keine maschinentyp- oder gasartabhängigen Daten mehr im Quelltext des Simulationsablaufs verankert sind. Die weitergehende *zeitgleiche* Betrachtung aller Arbeitskammern über die Dauer einer Drehwinkelperiode mit anschließender Übergabe des Kammerinhaltes an den nachfolgenden Arbeitsraum ermöglicht auch instationäre Simulationen.

### 5.1 Einordnung KaSims in das Simulationssystem

Das Gesamtsimulationssystem besteht aus zwei wesentlichen Programmbausteinen. Auf der einen Seite behandelt ein Programm zur thermodynamischen Simulation das Verhalten des Arbeitsgases, auf der anderen Seite die FE-Software das Verhalten der Bauteile. Die wichtigste Ein-

gangsgröße des Simulationssystems ist das Kammermodell der zu simulierenden Maschine, vgl. **Bild 5-1**. Sie bestimmt sowohl die Anzahl und die Art der Arbeitskammern als auch ihre Interaktionen über die arbeitskammerverbindenden Spalte. Ferner müssen Spalthöhen und für eine zu erfolgende diabate Simulation auch Bauteiltemperaturen angegeben werden. Der Betriebspunkt wird in der Regel durch Drehzahl und Ansaugzustand vorgegeben.



**Bild 5-1:** Zyklische Simulation der Thermodynamik und des Bauteilverhaltens mit sich ändernden Randbedingungen mit Definition der Eingangsgrößen, Schnittstellen und Ergebnissen

Das prinzipiell instationäre thermodynamische System aus Kammern und Spalten führt unter Beibehaltung aller Bauteiltemperaturen und Spalthöhen zu einem konvergenten, quasistationären, Betriebspunkt. Für diesen Betriebspunkt liegen die thermodynamischen Zustandsgrößen des Arbeitsgases als zeitliche Funktion des Arbeitsspiels (z.B. der Drehwinkel-Koordinate), weitere Betriebsparameter wie Saugvermögen oder benötigte Leistung, sowie eine Liste der ab- oder zugeführten Wärmeströme vor. Letztere dient der folgenden FE-Simulation als Eingangsgröße. Sie stellt die Neumann-Randbedingungen<sup>1</sup> der betrachteten Oberflächenelemente des Bauteilnetzes dar.

<sup>1</sup> Wärmeströme als Randbedingungen einer thermischen FE-Rechnung werden Randbedingungen zweiter Art oder als Neumann-Randbedingungen bezeichnet. Randbedingungen der ersten Art sind gegebene Oberflächentemperaturen (Dirichlet-Randbedingungen). Berührungen mit Medien werden Randbedingungen dritter Art (Cauchy-Randbedingungen) genannt

Das Bauteil wird sich infolge der Einwirkungen dieser (und weiterer) Randbedingungen in der Simulation zeitlich erwärmen und entsprechend verformen. Ein Teil der neu berechneten Bauteiltemperaturen (Oberflächentemperaturen der Rotoren und der Innenwand des Gehäuses) kann nun als Eingangsgröße in die thermodynamische Simulation zurückgeführt werden. Eine Spaltanalyse der deformierten Bauteile ermöglicht die Neuberechnung der Spalthöhen. Der Iterationszyklus schließt sich mit einer erneuten Berechnung des Arbeitsspiels unter den geänderten Randbedingungen. Auf die Problematik der Zuordnung der Bauteiloberflächen zu Spalten und Arbeitskammern der Maschine wird in einem späterem Kapitel einzugehen sein.

Kurze Zeitintervalle der FEM-Simulation bewirken nur moderate Temperaturänderungen oder Verformungen und ermöglichen ein konvergierendes Gesamtsystem. Letzteres ist essentiell, um Aussagen über das Betriebsverhalten zu treffen. Die Ergebnisse beinhalten Gas- und Bauteiltemperaturen, Warmspalthöhen und je nach simulierter Betriebsweise Saugvermögen bzw. Enddruck.

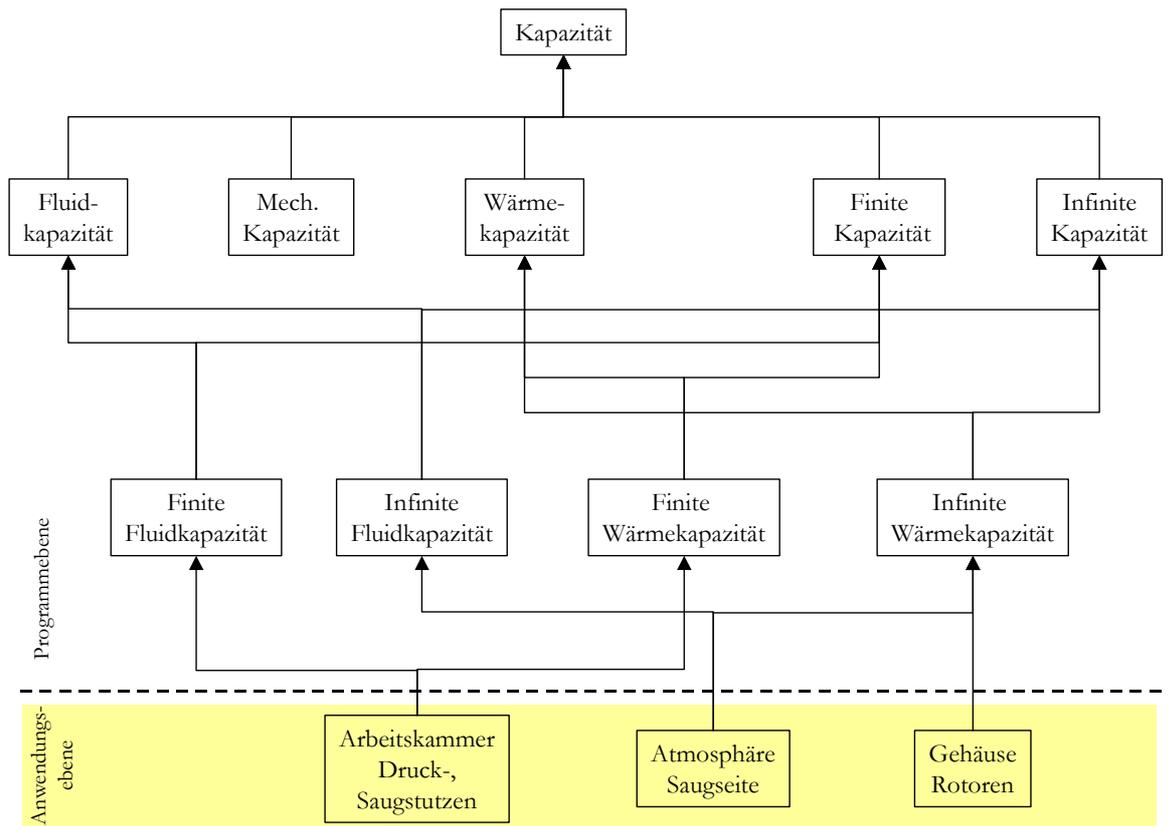
## ***5.2 Kapazitäten und Verbindungen***

Die Abstraktion der physikalischen Realität verdeutlicht Gemeinsamkeiten, Analogien und Unterschiede. Die Forderung ein Simulationsprogramm modular aufzubauen, und zwar mit dem Ziel, es auf einfache Art und Weise um Funktionsbausteine erweitert zu können, führt für ein komplexes zu modellierendes System zu der Forderung, die Gemeinsamkeiten und Analogien seiner Teilsysteme herauszuarbeiten, zu gliedern und hierarchisch einzuordnen. So entsteht eine Struktur von Klassen und Methoden, die in einer objektorientierten Programmiersprache zu nutzen ist. Ein objektorientiertes Programmsystem weist die Vorteile einer sehr hohen Flexibilität auf. Die richtige Klassenhierarchie eines Programmsystems erleichtert das Verständnis des Quelltextes, die Fehlersuche und insbesondere die Fehlerbehebung.

Das Problem eine Verdrängermaschine - gleich welcher Bauart - mit einer nicht a priori beschränkten Modellierungstiefe zu simulieren, führt den Weg zunächst abseits von „Arbeitskammer und Spalte“ hin zu den abstrakteren Begriffen der „Kapazitäten und Verbindungen“.

**Kapazitäten** sind Speicher für Fluidmassen, mechanische Energie und/oder Wärme und können je nach der Art des zu speichernden Inhalts klassifiziert werden. Eine Kapazität ist finit, wenn eine Änderung ihres Inhalts zu einer Zustandsänderung der Kapazität führt oder nur in einem begrenzten Maße möglich ist. Sie wird entsprechend als infinit bezeichnet, wenn sie trotz Addition oder Subtraktion einer beliebigen Menge Stoff oder Energie keine Zustandsänderung erfährt.

Eine Arbeitskammer ist in der Lage, ein Fluid zu speichern. Da eine Änderung ihres Inhaltes eine Änderung ihres Zustandes impliziert, kann sie definitionsgemäß als finite Fluidkapazität bezeich-



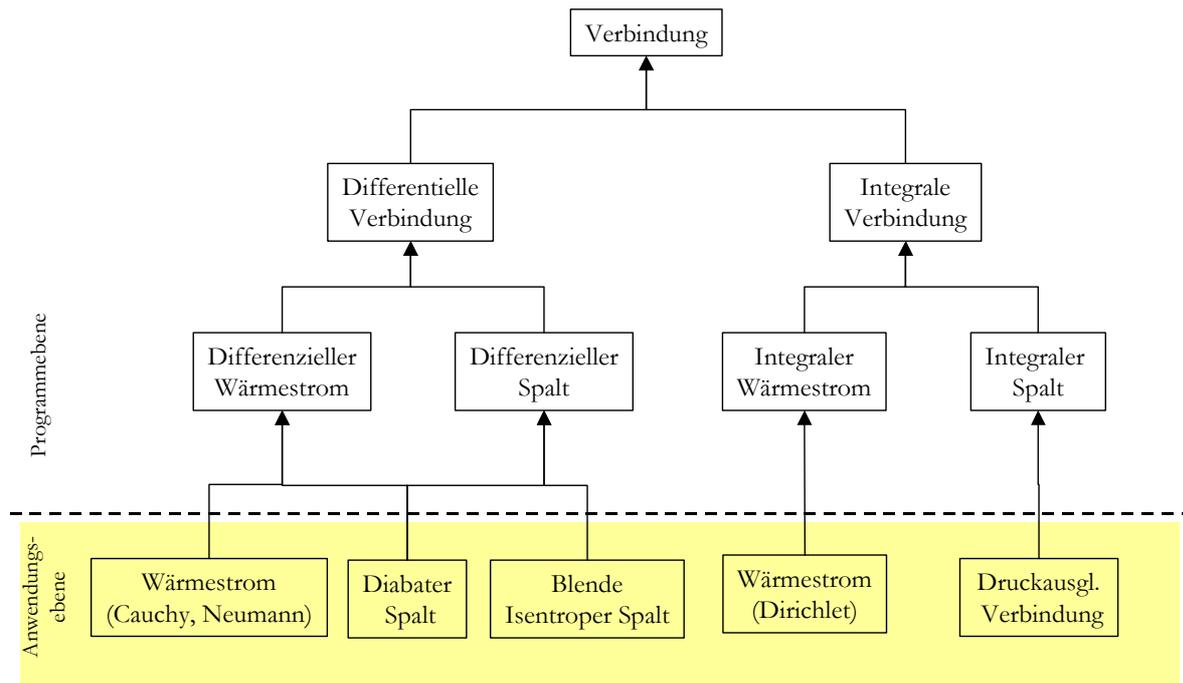
**Bild 5-2:** Hierarchie der Kapazitätsklassen im Simulationsprogramm KaSim, Abstraktion der Arbeitskammern und Bauteile

net werden. Als infinite Fluidkapazität wird die Atmosphäre betrachtet, die trotz ständiger Zufuhr von Fluid durch die Pumpe ihren Zustand nicht ändert. Weiterhin ist eine Arbeitskammer in der Lage Wärmeströme aufzunehmen oder abzugeben, weshalb sie gleichzeitig als Wärme- und Fluidkapazität bezeichnet werden muss.

Maschinenbauteile tauschen in der diabaten Simulation Wärmeströme mit anderen Kapazitäten aus. Da sie ihre Temperatur dadurch im Allgemeinen ändern, sind sie konform obiger Definition als finite Wärmekapazität zu bezeichnen<sup>2</sup>. Die Hierarchie der Kapazitäten und die Einordnung der Arbeitskammern und Bauteile ist **Bild 5-2** zu entnehmen.

**Verbindungen** verknüpfen Kapazitäten untereinander um einen Austausch von Masse und Energie zu ermöglichen. Sie selber sind nicht in der Lage zu speichern. Sie unterscheiden sich nach der Art des auszutauschenden Mediums. Verbindungen werden je nach physikalischer Wirkung in zwei Kategorien unterteilt. Die erste Verbindung wird als differenzielle Verbindung bezeich-

<sup>2</sup> Von dieser Deklaration der Maschinenbauteile wird in der späteren Simulation abgesehen, da die Bauteile für die Zeit der thermodynamischen Simulation als isotherm betrachtet werden sollen. Dementsprechend werden sie im Kammermodell als infinite Wärmekapazitäten deklariert.



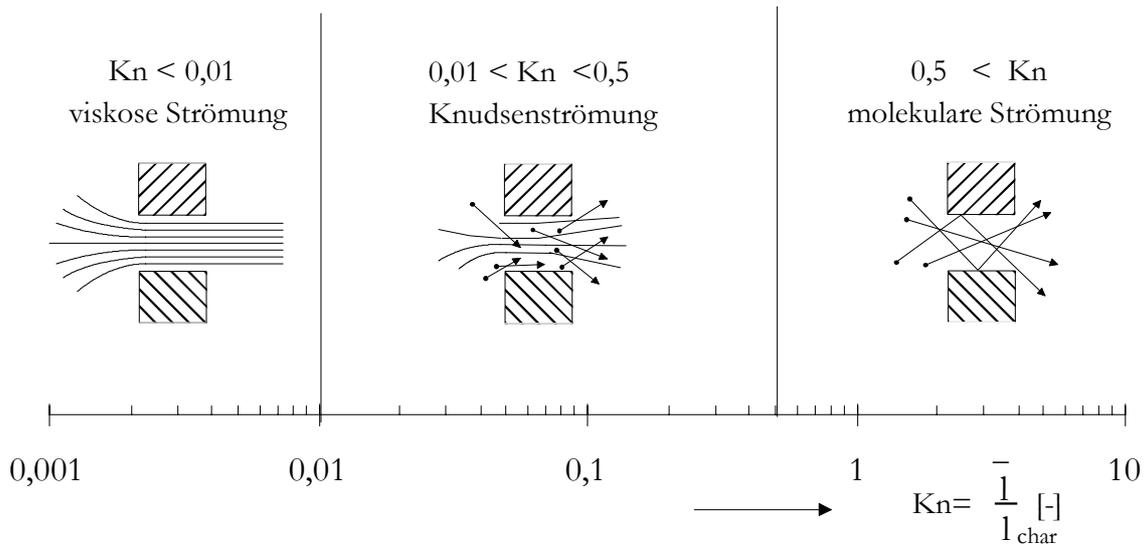
**Bild 5-3:** Hierarchie der Verbindungen. Unterscheidung zwischen differentiellen (zeitschrittabhängigen) und integralen (zielorientierten, zeitschrittunabhängigen) Verbindungen

net. Die Bezeichnung „differenziell“ stützt sich auf die Forderung, dass der Betrag der ausgetauschten Energie (Wärme oder Fluid) eine proportionale Funktion der Zeitschrittweite sein soll. In einigen Fällen ist es aber wünschenswert (und aus numerischer Sicht notwendig), dass über den Austausch von Energie ein definierter Zustand (Druck, Temperatur) in den angeschlossenen Kapazitäten erreicht werden soll. In diesem Fall sind die Beträge der auszutauschenden Energien unabhängig vom gewählten Zeitschritt. Eine solche Verbindung wird in Folge dessen als „integral“ bezeichnet.

Ein Spalt bedeutet auf dieser Abstraktionsebene ein differenzielles Verbindungselement zwischen Fluidkapazitäten. Ein diabater Spalt ermöglicht zusätzlich die Wechselwirkungen mit Wärmekapazitäten. Eine Austauschfläche zwischen zwei Fluidkapazitäten, die groß genug ist, um Druckgleichheit in beiden Kapazitäten annehmen zu können, muss dementsprechend als integraler Spalt definiert werden, **Bild 5-3**.

### 5.3 Spaltströmungen

Die Wechselwirkungen zwischen Arbeitskammern wird durch die Physik der Spaltströmungen bestimmt. Die herrschende Strömungsform ist u.a. eine Funktion der Dichte. Wird bei hohen Drücken das Arbeitsmedium als ein Kontinuum betrachtet, welches den klassischen Gesetzen der Strömungsmechanik gehorcht, so muss hin zu niedrigeren Drücken das Modell der viskosen



**Bild 5-4:** Einteilung der Strömungsbereiche nach *Wutz* [77]

Strömung durch eine teilchenorientierte molekulare Strömungsform ersetzt werden. Der Übergangsbereich der beiden Strömungsformen wird als Knudsen-Strömung bezeichnet. Die jeweils vorliegende Strömungsform ist von der Knudsen-Zahl abhängig. Die Knudsen-Zahl beschreibt das Verhältnis der mittleren freien Weglänge  $\bar{l}$  der Moleküle zu einer charakteristischen Länge  $l_{char}$  des freien Strömungsquerschnittes:

$$Kn = \frac{\bar{l}}{l_{char}} \quad \text{Gl. (5-1).}$$

Eine Einteilung der Strömungsbereiche nach *Wutz* [77] verdeutlicht **Bild 5-4**.

Unter der Voraussetzung des idealen Gasgesetzes, reibungsfreier Strömung und isentroper Zustandsänderungen lässt sich eine gasdynamische Strömung durch eine Düse nach *Prandtl*, [74], analytisch herleiten (vgl. auch Kap. 5.5.3-Strömungsgeschwindigkeiten und Zustandsgrößen). Charakteristisch für diese Strömungsform ist ihre mögliche Verblockung (blocking flow), die, bei konstantem Druck vor der Düse  $p_E$ , dann auftritt, wenn der Druck hinter der Düse  $p_A$  einen definierten kritischen Druck  $p_{kr}$  erreicht oder unterschreitet. Durch weitere Absenkung des Druckes hinter der Düse ist keine Steigerung des Massendurchsatzes mehr zu erreichen. Im engsten Querschnitt der Düse liegt Schallgeschwindigkeit vor. Das kritische Druckverhältnis folgt sich aus dem Isentropenexponenten  $\kappa$  zu

$$\Pi_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_E} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad \text{Gl. (5-2).}$$

Die Größe des theoretischen Massenstroms bei verblockter Strömung hängt nur von den Zustandsgrößen im Düsen Eintritt ab. Mit der Fläche des engsten Düsenquerschnittes  $A_{min}$  wird

$$\dot{m}_{th} = A_{min} \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \frac{p_E}{RT_E} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1}} \cdot R \cdot T_E \quad \text{Gl. (5-3).}$$

Im Falle unterkritischer Strömung ( $\Pi > \Pi_{kr}$ ) wird der Massenstrom

$$\dot{m}_{th} = A_{min} \cdot \frac{p_E}{R \cdot T_E} \cdot \left( \frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \cdot R \cdot T_E \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \quad \text{Gl. (5-4),}$$

er ist nicht mehr unabhängig vom Zustand im Düsenaustritt. Das Verhältnis des realen reibungsbehafteten Massenstroms zum theoretischen Massenstrom wird üblicherweise durch den Durchflussbeiwert  $\alpha$  ausgedrückt:

$$\alpha = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th}} \quad \text{Gl. (5-5).}$$

Anders als bei einer gasdynamischen Strömung, in der sich die einzelnen Gasteilchen durch die viskose Reibung bedingt in geordneten Bahnen relativ zueinander bewegen, ist die mittlere freie Weglänge der Teilchen einer Molekularströmung so groß, dass Zusammenstöße mit den strömungsbegrenzenden Bauteilen wahrscheinlicher sind als Berührungen der Moleküle untereinander. In diesem Fall darf nicht mehr von einer geordneten Bewegung gesprochen werden. Zur Beschreibung des Strömungsverhaltens können statistische Methoden angewendet werden.

In Druckbereichen, in denen die Bewegung eines Moleküls als unabhängig von der Bewegung anderer Moleküle angenommen werden kann, ergibt sich bei der Durchströmung eines Bauteils eine direkte Proportionalität des Massenstroms zur Teilchenzahldichte und somit zum Druck. Diese Gesetzmäßigkeit gilt sowohl für den „nominellen“ Spalteintritt (Eintrittsfläche) als auch für den Spaltaustritt. Im Gegensatz zur einseitig in Richtung des Druckgradienten gerichteten gasdynamischen Strömung ergeben sich durch den Spalt bei der statistischen Betrachtungsweise der molekularen Strömungsform zwei konkurrierende, entgegengesetzte Strömungen. Für einen symmetrischen Spalt ist der sich ergebende Nettomassenstrom somit proportional zur Spaltfläche  $A$ , zur Differenz der anliegenden Drücke und der Durchlaufwahrscheinlichkeit  $P$ :

$$\dot{m} = \frac{2}{\pi \bar{c}} \cdot A \cdot P \cdot (p_E - p_A). \quad \text{Gl. (5-6)}$$

Bei konstantem Eintrittsdruck erhält man so eine lineare Abhängigkeit des Massenstrom vom Druckverhältnis.

In der Anwendung stößt die kontinuierliche Gasströmung auf das Problem der unbekanntem Durchflussbeiwerte bzw. stößt die molekulare Strömungsform auf das der unbekanntem Durchlaufwahrscheinlichkeiten. Eine Interpolation zwischen den Strömungsformen für das Übergangsbereich erscheint demnach nicht möglich.

Grundsätzlich ist im viskosen Strömungsbereich eine analytische Berechnung des Strömungsverhaltens auf den Grundlagen der Navier-Stokes-Gleichungen durch CFD-Anwendungen denkbar. Ebenso können im molekularen bis in den Übergangsbereich Wechselwirkungen zwischen Molekülen durch verschiedene Lösungsverfahren der Boltzmann-Gleichung beschrieben und Strömungsquantitäten berechnet werden. Computergestützte Lösungsverfahren, die die Bestimmung des Strömungsbildes durch numerische Verfahren erlauben, existieren für beide Gleichungssysteme. Ein Einsatz dieser Verfahren als Unterprogramm einer thermodynamischen Simulation einer Vakuumpumpe erscheint aber wegen der hohen Anzahl notwendiger Berechnungsschritte und fehlender Rechnerleistung derzeit nicht realisierbar.

Da die mathematische Komplexität der grundlegenden Gleichungen bis heute keine geschlossene (und in einem Simulationsprogramm anwendbare Darstellung) erlaubt, erarbeitete *Wenderott* eine umfassende experimentelle Datenbasis, die eine Interpolation des Durchflussverhaltens von Spalten bei fast beliebigen Spalt- und Gasparametern ermöglicht, [73]. *Wenderott* führte an ebenen Spaltabschnitten Durchflussmessungen bei einer diskretisierten Variation der Spaltformparameter, der Spalthöhe sowie des Ein- und Austrittsdruckes durch. Zur Spaltbildung paarte er definierte, variable Spaltkonturkörper mit einem in allen Versuchen gleichen, ebenen Gegenkörper. Die Resultate der umfangreichen Messdatenbasis seiner Arbeit liegen in Form von Ausgleichsfunktionen der Form

$$\delta = \delta(\Pi) \quad \text{Gl. (5-7)}$$

für jeden Spaltkonturkörper, eine definierte Anzahl an Spalthöhen und Eintrittsdrücken als Funktion des Druckverhältnisses  $\Pi$  vor. Den normierten Massenstrom  $\delta$  definiert *Wenderott* als Verhältnis des tatsächlichen zum theoretisch maximalen Massenstrom

$$\delta = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th,max}} \quad \text{Gl. (5-8)}$$

Der maximale Massenstrom entspricht in diesem Fall dem der viskosen Strömungsform nach Gl. (5-3). Die Geometrie der untersuchten Konturkörper -und ihre zugehörigen Extremalparameter- entspricht den Spaltsituationen in Rotationsverdränger-Vakuumpumpen. Für jede einzelne Durchflussmessung an einem Spalt, bei einer Spalthöhe und einem Eintrittsdruck, wurde ein zuvor evakuierter Rezipient auf der Spaltaustrittsseite durch den Spalt bis auf den Eintrittsdruck

geflutet. Die sich ergebende Messdatenbasis besitzt also die 4 Dimensionen Spaltformparameter  $l$ , Spalthöhe  $s$ , Ein- und Austrittsdruck  $p_E$  und  $p_A$ .

Die Anwendung dieser Messergebnisse als Berechnungsmodul der Spaltmassenströme in einem Simulationsprogramm erfordert die kontinuierliche, geschlossene Darstellung des Durchflussverhaltens. Für das Druckverhältnis  $\Pi$  wird diese Anforderung bereits durch die Ausgleichsfunktion einer Durchflussmessung bei konstantem Spalteintrittsdruck  $p_E$  und kontinuierlich ansteigendem Austrittsdruck  $p_A$  erfüllt. Für die Interpolation der weiteren Parameter werden, durch zusätzlich in das Messprogramm aufgenommene Versuchsreihen gestützt, Interpolationsvorschriften bestimmt. Da im Simulationsprogramm der zu modellierenden Vakuumpumpe weiterhin mit deutlich von der Umgebungstemperatur (gleich der Temperatur der Messdatenbasis) abweichenden Gastemperaturen zu rechnen ist, ist eine physikalisch sinnvolle Annahme zur Abbildung ihres Einflusses notwendig.

### 5.3.1 Einfluss der Eintrittstemperatur

Nach dem Modell von Sutherland (siehe auch Kap. 5.5.2-Stoffgrößen) ist eine Temperaturerhöhung gleichbedeutend mit der Erhöhung der mittleren freien Weglänge der Moleküle. Gleichzeitig erhöht sich damit die strömungsbeschreibende Knudsen-Zahl. Setzt man die Knudsen-Ähnlichkeit für Vakuumströmungen unterschiedlicher Temperaturen voraus, so lässt sich eine Temperaturabweichung des Anwendungsfalls ( $p, T$ ) der Simulation durch die Anpassung des Eintrittsdruckes und entsprechende Korrektur der Anwendungstemperatur ( $p', T'$ ) auf die Ergebnisse der Messdaten abbilden:

$$p' = f(T', Kn(p, T, s)) \quad \text{Gl. (5-9).}$$

### 5.3.2 Eintrittsdruckinterpolation

Die Aufnahme zusätzlicher Druckstützstellen in das Messprogramm am Beispiel einzelner ausgewählter Konturen erlaubt den Vergleich der hier gemessenen Werte mit den zwischen den benachbarten Druckstützstellen interpolierten. Als Interpolationsvorschrift mit der im Mittel geringsten relativen Abweichung vom Messwert findet man die logarithmische Interpolation des normierten Massenstroms  $\delta$  zwischen den benachbarten Druckstützstellen  $p_1$  und  $p_2$

$$\delta(p) = \delta(p_1) + \frac{\ln\left(\frac{p}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} (\delta(p_2) - \delta(p_1)). \quad \text{Gl. (5-10).}$$

### 5.3.3 Spalthöheninterpolation

Für exemplarische Spaltkonturkörper werden zusätzlich zu den vier Standard-Spalthöhen des Messprogramms drei Zwischen-Spalthöhen eingestellt. Ihre Messergebnisse werden mit den auf verschiedene Weise interpolierten verglichen. Die geeignetste der geprüften Interpolationsvorschriften ist wieder die logarithmische bei konstantem Spalteintrittsdruck:

$$\delta(s) = \delta(s_1) + \frac{\ln\left(\frac{s}{s_1}\right)}{\ln\left(\frac{s_2}{s_1}\right)} (\delta(s_2) - \delta(s_1)) \quad \text{Gl. (5-11).}$$

### 5.3.4 Konturparameterinterpolation

Die Bestimmung einer Interpolationsvorschrift für den Konturparameter  $l$  erfordert bei analoger Vorgehensweise zu Kap. 5.3.2 und 5.3.3 für jede untersuchte Konturreihe die Messung an weiteren Konturkörpern. Aufgrund des damit verbundenen hohen fertigungs- und messtechnischen Aufwandes wird davon allerdings abgesehen, und die im Programm notwendigen Interpolationen werden vereinfachend linear vorgenommen,

$$\delta(l) = \delta(l_1) + \frac{(l-l_1)}{(l_2-l_1)} (\delta(l_2) - \delta(l_1)) \quad \text{Gl. (5-12).}$$

**Ausgangssituation:**

Konturcharakteristik:  $l$   
 Spalthöhe:  $s$   
 Eintrittsdruck:  $p$   
 Eintrittstemperatur:  $T$   
 Druckverhältnis:  $\Pi$

$$l, s, p, \Pi, T$$

**Knudsen-Ähnlichkeit:**

Zuordnung der Knudsen-Zahl der Ausgangssituation auf die Knudsen-Zahl der Messungen:

$$p' = f(T', Kn(p, T, s))$$

Zuordnung der benachbarten beiden **Konturparameter** der Messung:

$$l, s, p', \Pi, T'$$

$$l_i, s, p', \Pi, T'$$

Zuordnung der benachbarten **Spalthöhen** der Messung:

$$l_i, s_{ij}, p', \Pi, T'$$

Zuordnung der benachbarten **Eintrittsdrücke** der Messung:

$$l_i, s_{ij}, p'_{ijk}, \Pi, T'$$

Berechnung des **normierten Massenstroms** aus der Datenbasis

$$\delta_{ijk} = \delta(l_i, s_{ij}, p'_{ijk})$$

$$i, j, k = 1, 2$$

**Konturinterpolation:**

$$\delta(l, s, p, \Pi, T) = \delta_1 + \frac{(l-l_1)}{(l_2-l_1)} (\delta_2 - \delta_1)$$

**Spalthöheninterpolation:**

$$\delta_i = \delta_1 + \frac{\ln\left(\frac{s}{s_{i1}}\right)}{\ln\left(\frac{s_{i2}}{s_{i1}}\right)} (\delta_{i2} - \delta_{i1})$$

**Eintrittsdruckinterpolation:**

$$\delta_{ij} = \delta_{ij1} + \frac{\ln\left(\frac{p'}{p'_{ij1}}\right)}{\ln\left(\frac{p'_{ij2}}{p'_{ij1}}\right)} (\delta_{ij2} - \delta_{ij1})$$

Bild 5-5: Der implementierte Algorithmus zur Berechnung der Strömungsquantität für beliebige Gas-eintrittstemperaturen und -drücke, Druckverhältnisse, Spalthöhen und Konturparameter

Einen Überblick über den im Simulationsprogramm angewendeten Algorithmus verdeutlicht **Bild 5-5**. Für eine beliebige Ausgangssituation ( $l, s, p, P, T$ ), in der keiner dieser Parameter mit den Gas- oder Spaltparametern der Messung übereinstimmt, wird der normierte Massenstrom  $\delta$  somit unter Anwendung der Knudsen-Ähnlichkeit und Interpolation zwischen insgesamt 8 benachbarten Parametern der Messung ( $i, j, k = 1, 2$ ) bestimmt.

#### **5.4 Druckausgleichende Verbindungen**

Werden alle Strömungsverbindungen im Simulationsprogramm durch differenzielle Verbindungen dargestellt, so kann dieses in Teilbereichen des Simulationsprogramms numerische Störungen verursachen. Diese numerischen Störungen treten an den Stellen auf, an denen große Ströme in relativ kleinen Kapazitäten gespeichert oder ihnen entnommen werden müssen. Je nach Größe des Zeitschrittes kann es zu einer unrealistischen Überhöhung des Inhaltes, im anderen Fall sogar zu einem „negativen“ Inhalt führen. Für eine solche Verbindung müsste folglich der Zeitschritt verkleinert werden. Aber auch eine dynamische Zeitschrittanpassung vermag es nicht, ein verschwindendes Kammervolumen beim Ausschleiben des Arbeitsgases sinnvoll abzubilden. An dieser Stelle entsteht die Notwendigkeit druckausgleichender Verbindungen, die unabhängig von der gewählten Zeitschrittbreite genau so viel Masse verschieben, wie zur Einhaltung einer potenziellen Randbedingung (Druckgleichheit) notwendig ist. Druckausgleichende Verbindungen sind folglich gerade in Bereichen verschwindender Kammervolumina erforderlich. Sie bilden Ladungswechsel bei großen Ein- bzw. Auslassflächen vereinfacht, jedoch fehlerarm, ab. Des Weiteren können sie eingesetzt werden um großflächige Verbindungen zwischen Arbeitskammern, wie sie in Roots- oder Schraubenkompressoren zwischen den Rotoren vorkommen, darzustellen.

Aus thermodynamischer Sicht müssen für diesen integralen Verbindungstypen drei ähnliche, aber prinzipiell doch unterschiedliche Situationen behandelt werden.

Der erste Fall ist das Erreichen des Druckgleichgewichtes (nicht des thermischen Gleichgewichtes) zwischen einem definierten Volumen (Arbeitskammer) und einer unendlichen Fluidkapazität (konstanter Zustand) bei dem Masse in das Volumen hineinströmt - ein Vorgang, wie er beim druckseitigen Ladungswechsel zum Zeitpunkt der Kammeröffnung vorkommt.

Der zweite Fall beschreibt die gleichen wechselwirkenden Kapazitäten, allerdings mit umgekehrter Strömungsrichtung. Ein solcher Prozess kann bei einer (nahezu) druckgleichen Rückströmung aus der ansaugenden Arbeitskammer auftreten.

Der dritte Fall schließlich ist ein Druckausgleich zwischen zwei Arbeitskammern, bei dem beide Kapazitäten ihre Zustandsgrößen ändern.

Die im Folgenden benutzten Bezeichnungen „Hochdruck“ und „Niederdruck“ sind relativ zu einander zu verstehen. Sie stehen nicht im Zusammenhang mit Druckbereichen, wie sie im Kompressorenbau häufig benutzt werden.

#### 5.4.1 Strömung von der Atmosphäre in die Arbeitskammer

Zum Zeitpunkt der druckseitigen Kammeröffnung hat eine Vakuumpumpe den dort anliegenden höheren Druck (Hochdruck) noch nicht erreicht. Infolge dessen kommt es zu einer Rückströmung in die Arbeitskammer, die einen Druckausgleich mit der Atmosphäre zur Folge hat. Dieser Fall wurde in Kapitel 4.2 bereits beschrieben. Mit dem Index **K** der Arbeitskammer, **0** des Initialzustandes und  $\infty$ , der die konstanten (atmosphärischen) Bedingungen kennzeichnet, ergibt sich aus Gl. (4-11) für die insgesamt ausgetauschte Gasmasse

$$\Delta m_{ges} = \frac{(p_{\infty} - p_{K,0}) V}{\kappa R T_{\infty}} \quad \text{Gl. (5-13).}$$

Die Temperatur nach dem Druckausgleich (Index **1**) in der Arbeitskammer ergibt sich analog zu Gleichung Gl. (4-13) zu:

$$T_{K,1} = \frac{p_{\infty}}{\frac{p_{K,0}}{T_{K,0}} + \frac{p_{\infty} - p_{K,0}}{\kappa T_{\infty}}} \quad \text{Gl. (5-14).}$$

#### 5.4.2 Strömung von der Arbeitskammer in die Atmosphäre

Kommt es in einer Arbeitskammer zu einer Überverdichtung so muss, vorausgesetzt dass die Öffnungsfläche hinreichend groß ist, im nächsten Schritt eine Strömung aus der Arbeitskammer in die Atmosphäre (oder Saugseite) für den gewünschten Druckausgleich sorgen. Die mit der Masse ausströmende Energie entspricht aufgrund der gleichzeitigen Verdrängungsarbeit, die diese Masse leistet, einer Enthalpie. Die infinitesimale Änderung der inneren Energie der Arbeitskammer ergibt sich also zu:

$$dU_K = dH \quad \text{Gl. (5-15)}$$

Die Änderung der inneren Energie wird wegen der gleichzeitigen Änderung von Masse und Temperatur durch ihre partielle Ableitung ausgedrückt,

$$dU_K = m_K c_v \partial T_K + c_v T_K \partial m_K \quad \text{Gl. (5-16),}$$

wobei die Änderung der spezifischen Wärmekapazitäten außer Acht gelassen werden soll.

Mit

$$dH = c_p T_K dm_K \quad \text{Gl. (5-17)}$$

und  $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$

ergibt sich durch Gleichsetzen von Gl. (5-15) und Gl. (5-16) die gewöhnliche Differentialgleichung

$$(\kappa - 1) \frac{dm_K}{m_K} = \frac{dT_K}{T_K} \quad \text{Gl. (5-18),}$$

die die Abhängigkeit von Masse und Temperatur der Kammer beschreibt. Ihre allgemeine Lösung ist durch

$$T_K = T_{K,0} \left( \frac{m_K}{m_{K,0}} \right)^{\kappa-1} \quad \text{Gl. (5-19)}$$

gegeben. Beim Erreichen des Druckgleichgewichtes liegt in der Kammer der Druck  $p_\infty$  vor. Mit Hilfe des idealen Gasgesetzes folgt für die ausgetauschte Gasmasse

$$\Delta m_{ges} = \left( \frac{p_\infty}{p_{K,0}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} m_{K,0} - m_{K,0} \quad \text{Gl. (5-20).}$$

Die neue Temperatur des nach Druckausgleich in der Arbeitskammer verbleibenden Gases ist demnach:

$$T_{K,1} = T_{K,0} \left( \frac{p_\infty}{p_{K,0}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \text{Gl. (5-21).}$$

Sie entspricht erwartungsgemäß der Temperatur einer isentropen Expansion auf den Druck  $p_\infty$ . Die Berechnung hätte somit einfacher erfolgen können. Dieser Rechenweg wurde in Vorbereitung des folgenden dritten Falls, des Druckausgleichs zwischen zwei Kammern, aber bewusst beschränkt.

### 5.4.3 Druckausgleich zwischen zwei Kammern

Bei einem Druckausgleich zwischen zwei Arbeitskammern ändern sich in beiden beteiligten Kapazitäten die Zustandsgrößen. Im betrachteten Fall sei der Druck in Kammer 1 geringer als der in Kammer 2. Durch den kontinuierlichen Masseverlust kühlt Kammer 2 beim Expandieren gemäß Gl. (5-19) ab, wodurch ein ebenfalls abkühlender Massestrom die Kammer 1 erreicht. Die Zu-

standsänderung von Kammer 2 kann aufgrund der einseitigen Wechselwirkung mit Kammer 1 nach Kap. 5.4.2 beschrieben werden.

Für das totale Differential der inneren Energie der Kammer 1 wird analog zu Gl. (5-16):

$$dU_1 = m_1 c_v \delta T_1 + c_v T_1 \delta m_1 \quad \text{Gl. (5-22).}$$

Die Erhöhung der inneren Energie geschieht durch Massenzufuhr aus Kammer 2

$$dU_1 = -dm_2 c_p T_2 \quad \text{Gl. (5-23).}$$

Aus Kontinuitätsgründen muss gelten:

$$dm_1 = -dm_2 \quad \text{Gl. (5-24).}$$

Durch Einsetzen von Gl. (5-19) in Gl. (5-23) entsteht die lineare Differentialgleichung

$$\frac{dT_1}{dm_1} + \frac{T_1}{m_1} = \kappa \frac{T_{2,0}}{m_1} \left( \frac{m_2}{m_{2,0}} \right)^{\kappa-1} \quad \text{Gl. (5-25),}$$

die durch die Substitution

$$m_2 = m_{ges} - m_1 \quad \text{Gl. (5-26)}$$

von Kammer 2 entkoppelt werden kann:

$$\frac{dT_1}{dm_1} + \frac{T_1}{m_1} = \kappa \frac{T_{2,0}}{m_1} \left( \frac{m_{ges} - m_1}{m_{2,0}} \right)^{\kappa-1} \quad \text{Gl. (5-27).}$$

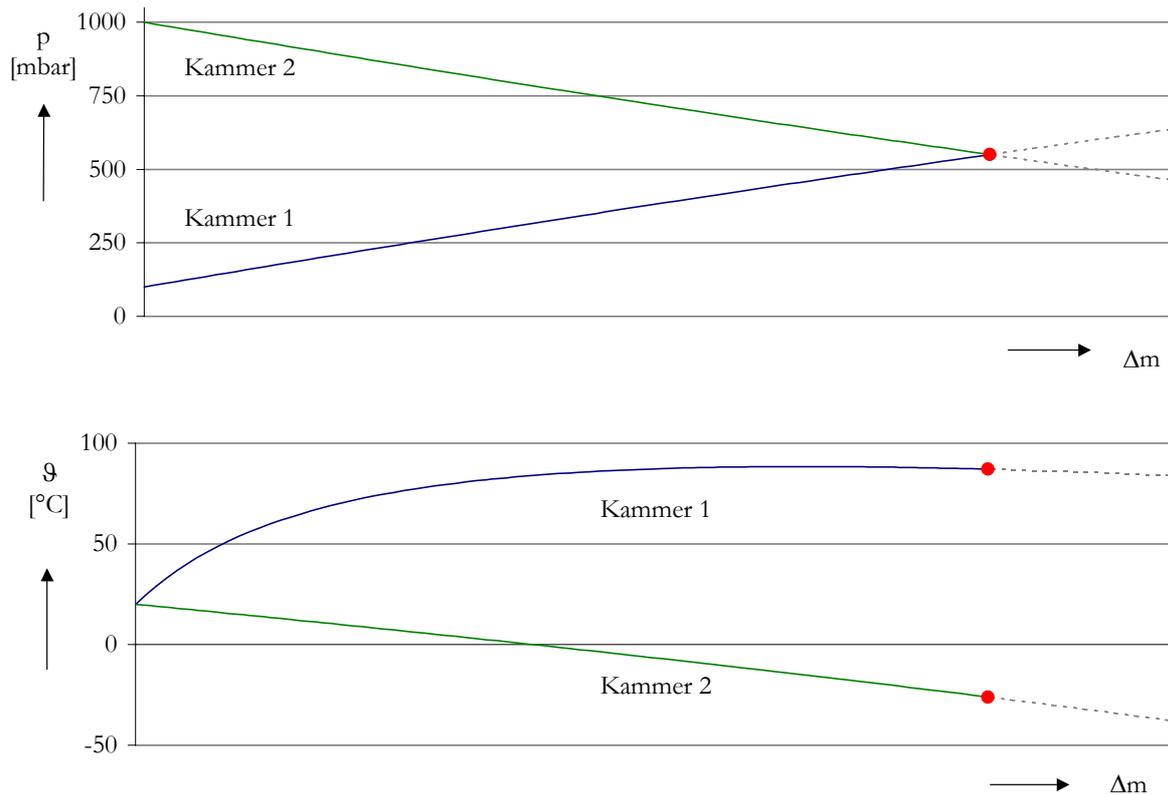
Ihre Lösung hat unter Wahrung der Randbedingungen die Form:

$$T_1 = \frac{1}{m_1} \left( T_{1,0} m_{1,0} + T_{2,0} m_{2,0} - T_{2,0} \frac{(m_{ges} - m_1)^\kappa}{m_{2,0}^{\kappa-1}} \right) \quad \text{Gl. (5-28).}$$

Das zu erzielende Druckgleichgewicht (Index k,1) kann wie oben mit Hilfe des Gasgesetzes berechnet werden. Für die ausgetauschte Masse erhält man:

$$\Delta m_{ges} = m_{2,0} - m_{2,1} = m_{1,1} - m_{1,0} = m_{2,0} - \left( \frac{\frac{T_{1,0}}{T_{2,0}} m_{1,0} m_{2,0}^{\kappa-1} + m_{2,0}^\kappa}{\frac{V_1}{V_2} + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad \text{Gl. (5-29).}$$

Einen beispielhaften Verlauf der Zustandsgrößen während des Druckausgleichs als Funktion der ausgetauschten Masse vermittelt **Bild 5-6**.



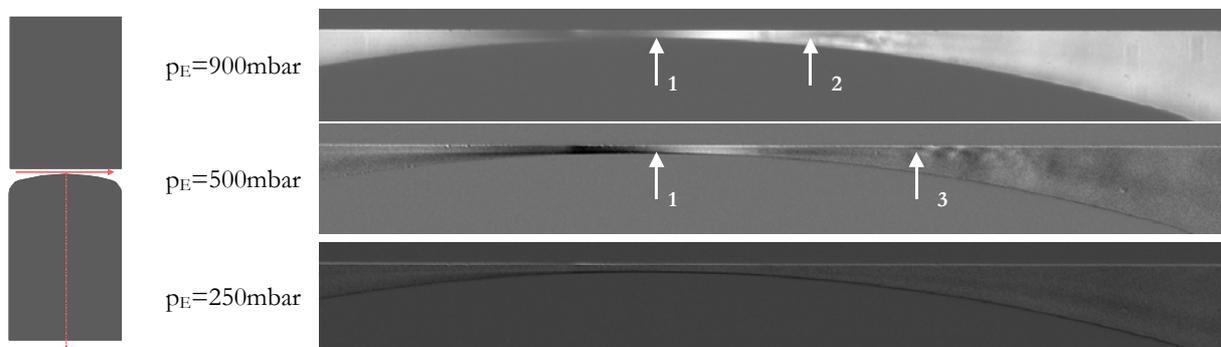
**Bild 5-6:** Beispielhafte Druck- und Temperaturverläufe beim Druckausgleich zwischen zwei Arbeitskammern als Funktion der ausgetauschten Masse; adiabat; ohne Verrichtung von Arbeit. Initialbedingungen:  $p_{1,0}=100 \text{ mbar}$ ,  $p_{2,0}=1000 \text{ mbar}$ ,  $\vartheta_{1,0}=\vartheta_{2,0}=20 \text{ °C}$ ,  $V_1=V_2$ . Der rote Punkt kennzeichnet den Gleichgewichtszustand

### 5.5 Berechnung des Wärmeübergangs

Wärmeübergänge stellen in der Simulation Verbindungen zwischen einer beliebigen Anzahl von Wärmekapazitäten her. Diese Wärmekapazitäten können sowohl Arbeitskammern als auch Maschinenbauteile repräsentieren. Ein diabater Spalt verbindet so in der Regel zwei Arbeitskammern und zwei Wärmekapazitäten (z.B. die Rotoren) miteinander. Prinzipiell muss an dieser Stelle zunächst nach der Art der Wärmeübertragung gefragt werden. Aufgrund der zweiatomigen Struktur der in dieser Arbeit betrachteten Luft als Arbeitsmedium und ihrer daraus resultierenden diathermen Eigenschaft wird auf die Abbildung der Wärmestrahlung als energieaustauschender Mechanismus verzichtet. Die in den folgenden Kapitel betrachteten Wärmeübergänge besitzen demnach ausschließlich konvektiven Charakter.

Die Notwendigkeit der Wärmeabfuhr in der Modellierung wurde bereits in Kapitel 2.4 bzw. in Kapitel 4 beschrieben. Sie begründet sich aus simulationstechnischer Sicht schon aus den divergierenden Auslasstemperaturen eines adiabaten Modells hin zu niedrigen Ansaugdrücken. Eine Berechnung eines Wärmeübergangs erfordert im Allgemeinen die Kenntnis des lokalen Strö-

mungsbildes. Die experimentellen Ergebnisse von *Sachs* [79] liefern an dieser Stelle einen Eindruck einer realen Spaltströmung, **Bild 5-7**. Hier wird ein positiver Dichtegradient in Hauptströmungsrichtung heller, ein negativer dunkler als der ungestörte Hintergrund wiedergegeben. Zunächst wird die Strömung bis zum Pfeil 1 beschleunigt (negativer Dichtegradient) und wird anschließend verzögert (positiver Dichtegradient). Eine bewegte Schliere bei Pfeil 2, (bzw. Pfeil 3 bei  $p_E=500\text{mbar}$ ) weist auf eine lokale instationäre Strömung hin. Bei  $p_E=250\text{mbar}$  ist die Leistungsfähigkeitsgrenze der benutzten Schlierenanlage bei der dargestellten Spaltströmung erreicht. Die Aufnahmen zeigen schon im ruhenden System, ohne die Relativbewegung eines spaltbegrenzenden Bauteils, eine Komplexität, die die bekannten Wärmeübergangsmodelle des viskosen Strömungsbereichs nicht wiedergeben und die ohne CFD-Methoden mathematisch nicht lösbar ist. Die Anwendung von CFD in einem Kammermodell erscheint aber derzeit wegen fehlender Rechnerleistungen noch nicht realisierbar.



**Bild 5-7:** Schlierenaufnahme Sachs, [79]: Strömung im statischen Spalt mit Ein- und Auslaufradius, Variation des Spalteintrittsdruckes  $p_E$  bei konstantem Druckverhältnis  $\Pi=0,8$ .

Um so mehr führen fehlende universelle Gleichungen zur Bestimmung der Nußelt-Zahl<sup>3</sup> dazu, dass für den komplexen Wärmeübergang in einer rotierenden Vakuumpumpe vorhandene Wärmeübergangsmodelle unter zahlreichen Vereinfachungen auf die zu simulierende Pumpe übertragen werden müssen. Die untersuchten Wärmeübergangsmodelle sind das eines vollständigen Wärmeübergangs, eines ebenen Spaltes, einer längs angeströmten Wand und das einer Rohrströmung. Die Vereinfachungen betreffen insbesondere Annahmen bezüglich der Geometrie, der Bauteiltemperaturen, der Strömung und nicht zuletzt Annahmen für die zu verwendenden Stoffgrößen.

<sup>3</sup> Benannt nach dem Karlsruher Professor für theoretische Maschinenlehre Wilhelm Nußelt (1882-1957), der die dimensionslose Kennzahl als Verhältnis des Produktes aus Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  und einer charakteristischen Länge  $l_{\text{char}}$  des Wärmeübergangsproblem zur Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  einführte:  $\text{Nu} = \alpha l_{\text{char}}/\lambda$ , [80]

### 5.5.1 Wärmeübergangsmodelle

Die mathematisch einfachste Form eines Wärmeübergangs von einem Arbeitsgas auf ein Bauteil ist der **vollständige Wärmeübergang**. Liegt ein vollständiger Wärmeübergang vor, so wird genau soviel Wärme ausgetauscht wie notwendig ist, um die Gasmasse (in einer Kammer) bzw. den Gasmassenstrom (in einem Spalt) auf die Bauteiltemperatur aufzuheizen oder abzukühlen:

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_W - T_F) \quad \text{Gl. (5-30),}$$

bzw.

$$\text{bzw. } Q = m c_v (T_W - T_F) \quad \text{Gl. (5-31).}$$

Der vollständige Wärmeübergang bildet den oberen physikalischen Grenzwert der austauschbaren Wärme. Zusätzlich ist zu erwarten, dass er auch den Grenzwert aller Wärmeübergangsmodelle hin zu niedrigen Drücken darstellt. Seine Berechnung erfordert keine Nußelt-Gleichungen und kann aus gegebenen Randbedingungen unmittelbar, ohne iteratives Vorgehen bestimmt werden. Die Übertragung dieses Modells in die Simulation erfordert bei mehreren verbundenen „reinen“ Wärmekapazitäten allerdings eine Mittelung der Oberflächentemperaturen.

Das Wärmeübergangsmodell „**ebener Spalt**“ ist der einheitlichen Darstellung *Kasts et al.* in [78] entnommen. Dieses Modell gilt für Rohre und ebene Spalte mit hydrodynamisch ausgebildeter laminarer und turbulenter Strömung bei Prandtl-Zahlen<sup>4</sup> zwischen 0,72 und 500. *Kast* gibt in seiner Arbeit Tabellenwerte und Diagramme der Nußelt-Zahl als Funktion der Péclet-Zahl<sup>5</sup> vor. Eine Nutzung dieses Wärmeübergangsmodells im Simulationsprogramm ist gleichbedeutend mit der Implementierung einer Tabelle zur Interpolation der Nußelt-Zahlen. Die Berechnung des Wärmeübergangs stützt sich auf die iterative Bestimmung einer im ersten Schritt geschätzten Austrittstemperatur. In der Regel erweisen sich hier zwei Iterationen als hinreichend. Als charakteristische Länge bei nicht kreisförmigen Spalten verwendet *Kast* den hydraulischen Durchmesser

$$d_{hyd} = \frac{4 \cdot V}{A} \quad \text{Gl. (5-32),}$$

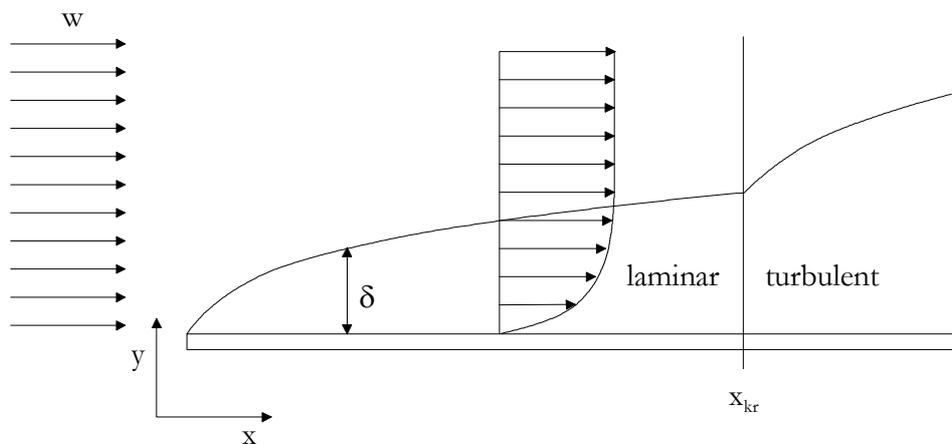
wobei  $V$  das Volumen des räumlich ausgedehnten Spaltes und  $A$  seine durchströmte Querschnittsfläche darstellt. *Kast* nennt für seine vereinheitlichte Darstellung eine Genauigkeit von +/- 15%.

---

<sup>4</sup> Die Prandtl-Zahl ist eine stoffbeschreibende, dimensionslose Kennzahl, benannt nach dem Physiker Ludwig Prandtl (1875-1953), der grundlegende Beiträge zur Grenzschichttheorie liefert. Sie beschreibt das Verhältnis der kinematischen Viskosität  $\nu$  zur Temperaturleitfähigkeit  $a$ :  $Pr = \nu/a$ , [80]

<sup>5</sup> Jean Claude Eugene Péclet (1793-1857), Professor für Physik in Marseille und Paris,  $Pe = w l_{char}/a$ , [80]

Im hydrodynamischen Einlaufbereich einer **längs angeströmten Wand** kommt es zunächst am Beginn der Wand zur Ausbildung einer laminaren Grenzschicht, die mit der Lauflänge  $x$  der Strömung anwächst, vgl. **Bild 5-8**. Bei dem Erreichen einer kritischen Lauflänge schlägt die laminare Grenzschicht in eine turbulente Grenzschicht um. Benutzt man diese Lauflänge zur Bildung der kritischen Reynolds-Zahl<sup>6</sup> so findet man bei *Gnielinski*, [81], Werte um  $Re_{kr} \approx 5 \cdot 10^5$ , die je nach Turbulenzgrad der Zuströmung und der Oberflächenbeschaffenheit der Wand stark nach oben und unten abweichen. Die laminare Grenzschichtdicke  $\delta$  wächst mit der Wurzel der Lauflänge, die turbulente mit  $x^{0,8}$ . Der Unterschied im Wachstum der Grenzschicht führt zu deutlichen Unterschieden im Wärmeaustausch, [82].



**Bild 5-8:** Grenzschicht einer längs angeströmten Wand. Vom Beginn der Wand bis zum Erreichen einer kritischen Lauflänge  $x_{kr}$  bildet sich eine laminare Grenzschicht der Dicke  $\delta$  aus. Bei Erreichen der kritischen Lauflänge schlägt die Grenzschicht turbulent um

Für den Fall einer laminaren Überströmung der gesamten Wand gibt *Gnielinski* die mittlere Nußelt-Zahl mit

$$Nu_{lam} = 0,664 \sqrt{Re} \sqrt[3]{Pr} \quad \text{für} \quad Re < 10^5 \quad \text{Gl. (5-33)}$$

an, wobei die in der Reynolds-Zahl enthaltene charakteristische Länge der Plattenlänge entspricht. Für eine turbulente Grenzschicht wird eine mittlere Nußelt-Zahl von

$$Nu_{turb} = \frac{0,037 Re^{0,8} Pr}{1 + 2,443 Re^{-0,1} \left( Pr^{2/3} - 1 \right)} \quad \text{für} \quad 5 \cdot 10^5 < Re < 10^7 \quad \text{Gl. (5-34)}$$

<sup>6</sup> Die Reynoldszahl  $Re$  gibt das Verhältnis von Trägheitskräften zu Reibungskräften wieder:  $Re = \rho w l_{char} / \eta$ . Hohe Reibungskräfte bewirken laminare Strömungen, hohe Geschwindigkeiten führen zu turbulenten Strömungen. Osborne Reynolds (1842-1912), Professor für Ingenieurwissenschaften in Manchester untersuchte insbesondere den Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung, [80]

benutzt. Infolge stumpfer Plattenränder oder nicht paralleler Zuströmung wird sich in vielen technischen Anwendungen auch schon bei niedrigeren Reynoldszahlen eine turbulente Grenzschicht ausbilden. Dieser Sachverhalt kann durch eine Mittelkurve für einen großen Prandtl-Zahl-Bereich, [81], wiedergegeben werden:

$$Nu = \sqrt{Nu_{lam}^2 + Nu_{urb}^2} \quad \text{für} \quad 10 < Re < 10^7 \quad \text{Gl. (5-35).}$$

Als Gültigkeitsbereich nennt *Gnielinski* neben den angegebenen Reynolds-Zahlen Prandtl-Zahlen zwischen 0,6 und 2000.

Die Anwendung dieses elementaren Wärmeübergangsmodells unterliegt aus geometrischer Sicht zunächst sehr wenigen Restriktionen. Eine Einteilung der Bauteile einer Vakuumpumpe in einzelne längsüberströmte Teilflächen ist prinzipiell möglich. Das Problem unterschiedlicher Bauteiltemperaturen stellt sich zunächst nicht. Bei einer beliebigen Einteilung der Vakuumpumpe in Einzelflächen, wie sie zum Beispiel bei der Oberflächenvernetzung der FE-Methode entsteht, entstehen Teilflächen unterschiedlicher Längen. Eine unreflektierte Übertragung dieses Modells auf die Teilflächen hätte zur Folge, dass sich physikalisch in der Simulation die laminare Grenzschicht bei jedem Oberflächenelement erneut ausbildet und mit hinreichend kleinen Oberflächen Turbulenzen ganz verschwinden. Bei einer Übertragung dieses Wärmeübergangsmodells in die Simulation ist also der Forderung, dass globale Parameter der Problemstellung erhalten bleiben müssen, Rechnung zu tragen. Eine Oberflächenzerlegung (in Strömungsrichtung) ist aus dieser Sicht nicht sinnvoll. Dennoch ermöglicht dieses Modell formal eine mit anderen Modellen nicht vereinbare Methode. Dem Problem unterschiedlicher Relativgeschwindigkeiten des Gases in der Arbeitskammer oder im Gehäusespalt zu den umgebenden Bauteilen kann durch eine geeignete Flächenzerlegung begegnet werden. Unterschiedliche Bauteiltemperaturen müssen nur für die Rotor- und Gehäuseanteile über die entsprechenden Oberflächenelemente einer Vernetzung gemittelt werden. Eine Oberflächenzerlegung der Maschine in Zusammenhang mit dem Wärmeübergangsmodell der längs angeströmten Wand führt folglich zu einer differenzierteren Betrachtungsweise von Rotor und Gehäuse. Sie birgt allerdings die Gefahr, dass das Fehlen jeglicher geometrischer Einschränkung in oberflächennormale Richtung des Wärmeübergangsmodells die Überschneidung berechneter Grenzschichten mit gegenüberliegenden Bauteilen oder deren Grenzschichten zulässt. Die Berechnung eines Wärmeübergangs durch das Modell der längs angeströmten Wand erfolgt im Allgemeinen aufgrund des geometrisch offenen Systems nicht iterativ, da der Strömung kein Massenstrom zugeordnet werden kann, über den eine Enthalpieänderung zu bilanzieren wäre. Setzt man dieses Modell dennoch für eine geometrisch eingegrenzte Strömung unter Inkaufnahme sich eventuell überschneidender Grenzschichten an, so kann man dem Modell einen Spaltmassenstrom zuordnen. In diesem Fall ist auch die Spaltaustrittstempera-

zur Bilanzierung. Die Simulation muss daher zwischen geometrisch geschlossenen Systemen (Spalte) und offenen Systemen, wie sie beim Wärmeübergang des Gases in der Arbeitskammer an Rotor und Gehäuse vorliegen, unterscheiden.

Die Anwendbarkeit des Modells einer **Rohrströmung** auf den Wärmeübergang in einer Vakuumpumpe stößt - ähnlich dem behandelten Modell „ebener Spalt“ - auf das Hindernis unterschiedlicher Oberflächentemperaturen der spaltbildenden Bauteile, die es gegebenenfalls zu mitteln gilt. Unterschiedliche Relativgeschwindigkeiten des Arbeitsgases zu den einzelnen Oberflächen des Gehäuses oder der Rotoren, wie es das Modell der längs angeströmten Wand erlaubt, können nicht behandelt werden. Vielmehr muss hier eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit angesetzt werden. *Gnielinski* beschreibt in [83] den Wärmeübergang in laminaren (ca.  $Re < 2300$ ) und turbulenten (ca.  $Re > 2300$ ) Rohrströmungen sowohl unter der Randbedingung konstanter Wandtemperatur als auch unter der Bedingung konstanter Wärmestromdichten. Darüber hinaus gibt der Autor lokale Nußelt-Zahlen für Laminarströmungen mit hydrodynamischen und thermischen Anlauf an.

Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient  $\bar{\alpha}$  einer Rohrströmung bezieht sich in *Gnielinskis* Ausführungen auf die logarithmische Temperaturdifferenz

$$q = \bar{\alpha} \Delta \vartheta_{ln} , \quad \text{Gl. (5-36)}$$

die durch

$$\Delta \vartheta_{ln} = \frac{(\vartheta_W - \vartheta_E) - (\vartheta_W - \vartheta_A)}{\ln \frac{\vartheta_W - \vartheta_E}{\vartheta_W - \vartheta_A}} , \quad \text{Gl. (5-37)}$$

gegeben ist. Die nicht offensichtliche Definition dieser logarithmischen Temperaturdifferenz beruht auf der Forderung, dass durch Integration eines örtlich konstanten Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha'$  bei stetig steigender oder fallender Fluidtemperatur in Strömungsrichtung genauso viel Wärme ausgetauscht wird wie mit einem mittleren Wärmeübergangskoeffizienten und einer mittleren Temperaturdifferenz  $\Delta \vartheta$  berechnet würde. Die Bedingung  $\bar{\alpha} = \alpha'$  lässt sich nur erfüllen, wenn  $\Delta \vartheta$  gemäß Gl. (5-37) definiert wird.

Zur Abbildung diabater Spaltströmungen ist in erster Näherung der Fall einer nicht hydrodynamisch ausgebildeten Strömungen ausschlaggebend. Die Laminarströmung bildet sich allerdings so schnell aus, dass sich nur für kurze Rohre ( $d/l > 0,1$ ) eine Abweichung von der hydrodynamisch ausgebildeten Strömung einstellt, wobei der Rohreinlauf in den Untersuchungen einem bündig und ohne Abrundungen in einem Boden eingebautem Rohrstutzen entspricht. Für die mittlere

Nußelt-Zahl einer Rohrströmung mit hydrodynamischen und thermischen Anlauf gibt *Gnielinski* die für alle Rohrlängen gültige Gleichung

$$Nu_m = \left\{ Nu_{m,1}^3 + 0,7^3 + (Nu_{m,2} - 0,7)^3 + Nu_{m,3}^3 \right\}^{\frac{1}{3}} \quad \text{Gl. (5-38)}$$

mit

$$Nu_{m,1} = 3,66 \quad \text{Gl. (5-39),}$$

$$Nu_{m,2} = 1,615 \sqrt[3]{Re Pr d / l} \quad \text{Gl. (5-40)}$$

und

$$Nu_{m,3} = \left( \frac{2}{1 + 22 Pr} \right)^{\frac{1}{6}} (Re Pr d / l)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Gl. (5-41)}$$

an.

Für turbulente Rohrströmungen soll

$$Nu_m = \frac{\xi / 8 (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\xi / 8} \left( Pr^{\frac{2}{3}} - 1 \right)} \left\{ 1 + \left( \frac{d}{l} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \quad \text{Gl. (5-42)}$$

gelten mit

$$\xi = (1,82 \log_{10} Re - 1,64)^{-2} \quad \text{Gl. (5-43).}$$

Bei nichtkreisförmigen Rohren behalten die Gleichungen Gl. (5-42) und Gl. (5-43) für turbulente Strömungen ihre Gültigkeit, wenn anstelle des Rohrdurchmessers der hydraulische Durchmesser nach Gl. (5-32) benutzt wird. Für eine laminare Durchströmung nicht kreisförmiger Rohre findet *Gnielinski* keine einheitliche Darstellung. Wenn in einigen späteren Rechnungen die Gleichungen Gl. (5-38) bis Gl. (5-41) zur Berechnung des Wärmeüberganges bei laminarer Strömung in nicht kreisförmigen Rohren eingesetzt werden, so ist dies als Teil der Vereinfachungen einer Modellbildung zu verstehen, die ohnehin bei komplexen Systemen, wie es Strömungen verdünnter Gase mit bewegten Spaltberandungen sind, vorgenommen werden müssen.

### 5.5.2 Stoffgrößen

Die Wärmeübergangsmodelle stoßen auch an den Stellen auf Schwierigkeiten, an denen es gilt, ihren Berechnungsvorschriften die Stoffgrößen verdünnter Gase beliebiger Temperatur und be-

liebigen Druckes zur Verfügung zu stellen. Aufgrund der gegenseitigen Abhängigkeit einiger Stoffgrößen, beschränkt sich das Problem auf die Beschreibung weniger Größen, in diesem Fall auf die dynamische Viskosität  $\eta$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ . Für das Medium „Luft“ steht für den Überdruckbereich bis zum Atmosphärendruck ein umfangreiches Tabellenwerk für alle gängigen Stoffgrößen als zweidimensionale Funktion von Temperatur und Druck zur Verfügung, [84]. Zur Bestimmung der Stoffgrößen im Druckbereich  $p < 1 \text{ bar}$  muss mangels verlässlicher Messwerte auf die kinetische Theorie der Gase zurückgegriffen werden.

Das gaskinematische Modell zur Berechnung der *Viskosität* eines Gases beschreibt den Impulsaustausch harter Kugeln zwischen einer ruhenden und einer parallel dazu bewegten Wand. Teilchen, die auf die relativ bewegte Wand treffen, werden von dieser mit einer mittleren tangentialen Geschwindigkeit reflektiert. Durch den Impulsaustausch der Moleküle mit der Wand erfährt diese eine Schubspannung. Der Impulsaustausch wird durch die tangentiale Impulsakkomodationswahrscheinlichkeit  $\sigma_t$  als Verhältnis der mittleren Tangentialgeschwindigkeit der reflektierten Teilchen zur Geschwindigkeit der Wand beschrieben. Die dynamische Viskosität  $\eta$  kann dann mit Hilfe des Newton'schen Ansatzes als Verhältnis der Reibschubspannung eines beliebigen Flächenelementes zum flächennormalen Geschwindigkeitsgradienten

$$\eta = \frac{\tau}{\left(\frac{\partial v}{\partial n}\right)} \quad \text{Gl. (5-44)}$$

berechnet werden. Bei einer molekularen Strömung beschränkt sich das Modell aufgrund fehlender Wechselwirkungen der Moleküle untereinander auf die beiden systembegrenzenden Oberflächen. Bei höheren Drücken müssen hingegen die Stöße zwischen den Molekülen berücksichtigt werden. Als eine für gleiche Platten ( $\sigma_{t,1} = \sigma_{t,2}$ ) und beide Druckbereiche gültige Beziehung geben die Autoren in [77] Gl. (5-45) an:

$$\eta = \frac{n \cdot \bar{c}}{2} m_T \bar{l} \frac{x}{x + 2\bar{l} \left(\frac{2}{\sigma_t} - 1\right)} \quad \text{Gl. (5-45).}$$

Die Größe  $x$  stellt den Plattenabstand des Modells,  $n$  die Teilchenzahldichte dar. Die mittlere Teilchengeschwindigkeit  $\bar{c}$  lässt sich unter der Annahme der Geschwindigkeitsverteilung von Maxwell und Boltzmann aus:

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{8p}{\pi\rho}} \quad \text{Gl. (5-46)}$$

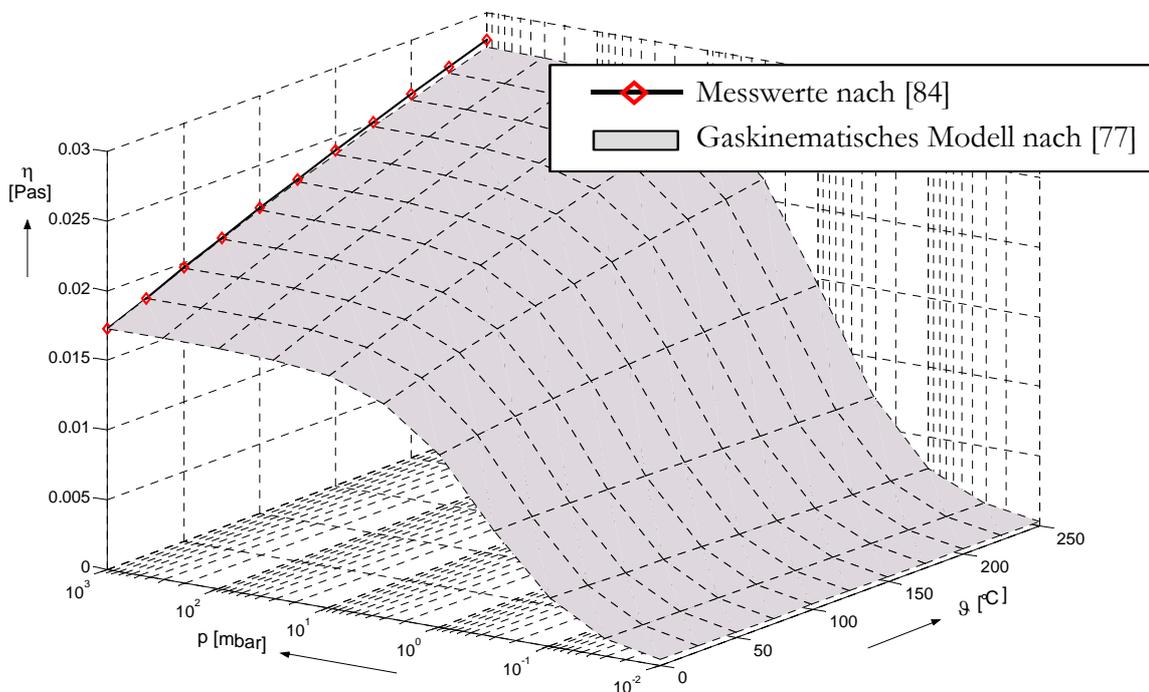
berechnen. Die mittlere freie Weglänge der Teilchen  $\bar{l}$  berechnet man ebenfalls nach Maxwell aus den makroskopischen Zustandsgrößen des Gases und dem Teilchendurchmesser  $d$ :

$$\bar{l} = \frac{kT}{p \cdot \sqrt{2} \cdot \pi d^2} \quad \text{Gl. (5-47).}$$

Die mit sinkender Temperatur zunehmenden intermolekularen Wechselwirkungen (van der Waals-Kräfte) der Teilchen werden nach dem Modell von Sutherland als Vergrößerung der Teilchendurchmessers verstanden. Die nach ihm benannte Sutherland-Temperatur  $T_D$  ist die Temperatur, bei der sich der Teilchenquerschnitt gegenüber sehr hohen Temperaturen verdoppelt:

$$d(T) = d_\infty \sqrt{1 + \frac{T_D}{T}} \quad \text{Gl. (5-48).}$$

Die bekannte Viskosität von Luft bei Atmosphärendruck und einer Temperatur von  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  erlaubt so mit Hilfe der Sutherland-Temperatur die Berechnung der Teilchendurchmesser bei sehr hoher Temperatur  $d_\infty$  nach Gl. (5-48). Unter Annahme einer vollständigen tangentialen Impulsakkomodation ( $\sigma_t = 1$ ) kann Gl. (5-45) zur Berechnung der dynamischen Viskosität angewendet und den Tabellenwerten bei Atmosphärendruck gegenübergestellt werden, **Bild 5-9**. Für große freie Weglängen (geringe Drücke) zeigt die berechnete Viskosität eine lineare Abhängigkeit



**Bild 5-9:** Vergleich der dynamischen Viskosität des gaskinematischen Modells [77] mit den Werten des Tabellenwerkes, [84]. Die Übereinstimmung der Werte bei Normbedingungen wurde durch die Berechnung des Teilchendurchmessers aus der gemessenen Viskosität impliziert. Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität wird hinreichend genau abgebildet. Den Berechnungen des gaskinematischen Modells wurde ein Plattenabstand in der Größenordnung üblicher Spalthöhen von Vakuumpumpen im  $10^{-1}$  mm-Bereich zugrunde gelegt

vom Druck; für hohe Drücke wird sie dann annähernd konstant. Ihre Zunahme mit steigender Temperatur wird durch das Sutherlandmodell gut wiedergegeben.

In Analogie zur dynamischen Viskosität erklärt die kinetische Gastheorie die *Wärmeleitfähigkeit* durch den molekularen Energietransport zwischen zwei parallelen Oberflächen. Auftreffende Teilchen nehmen Energie der Wand auf oder geben sie an sie ab. Das Verhältnis der im Mittel vom Teilchen aufgenommenen oder abgegebenen Energie zur Energiedifferenz des Teilchens bei den Plattentemperaturen wird als Energie-Akkomodationskoeffizient  $a_E$  bezeichnet. Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  kann dann mit Hilfe ihrer Definitionsgleichung als Verhältnis der Wärmestromdichte zum flächennormalen Temperaturgradienten berechnet werden

$$\lambda = \frac{q}{\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right)} \quad \text{Gl. (5-49).}$$

Da der Transportmechanismus der Energie ebenso wie der gasreibungserzeugende Mechanismus von der Stoßrate der Teilchen und einem Akkomodationskoeffizienten abhängig ist, besitzt die gaskinematische Berechnungsgleichung der Wärmeleitfähigkeit eine ähnliche Struktur wie die der Viskosität. Für gleiche Energie-Akkommodation an beiden Platten ( $a_{E,1} = a_{E,2}$ ) geben *Wutz* u.a. in [77] den für beide Druckbereiche gültigen Zusammenhang

$$\lambda = \frac{n \cdot \bar{c}}{2} m_T c_p \bar{l} \frac{x}{x + 2\bar{l} \left(\frac{2}{a_E} - 1\right)} \quad \text{Gl. (5-50)}$$

an. Neben den bekannten Größen ist die Wärmeleitfähigkeit proportional zur Wärmekapazität des Teilchens. Für die Anwendung dieser Beziehung muss je nach Anzahl der translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade, deren Änderung zu einer abweichenden Maxwellverteilung führt, der Faktor  $\frac{1}{2}$  in Gl. (5-50) durch andere Werte ersetzt werden. Weiterhin problematisch in der hier geforderten Anwendung dieses Ansatzes sind die unbekanntenen Energieakkommodationen der Luft an den Maschinenbauteilen, sowie die Temperatur- und somit die Ortabhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit und der Teilchenzahldichte entlang des Transportweges. Die Anwendung dieses Modells in der Simulation kann aufgrund dieser Restriktionen daher keine gute Übereinstimmung der berechneten Werte mit den bekannten Werten bei Atmosphärendruck erreichen.

Eine andere Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit stammt aus dem Bereich der Superisolation. *Reis* beschreibt in [85] ihre Abhängigkeit von der Knudsen-Zahl durch die Beziehung

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1 + 2\beta \cdot Kn} \quad \text{Gl. (5-51).}$$

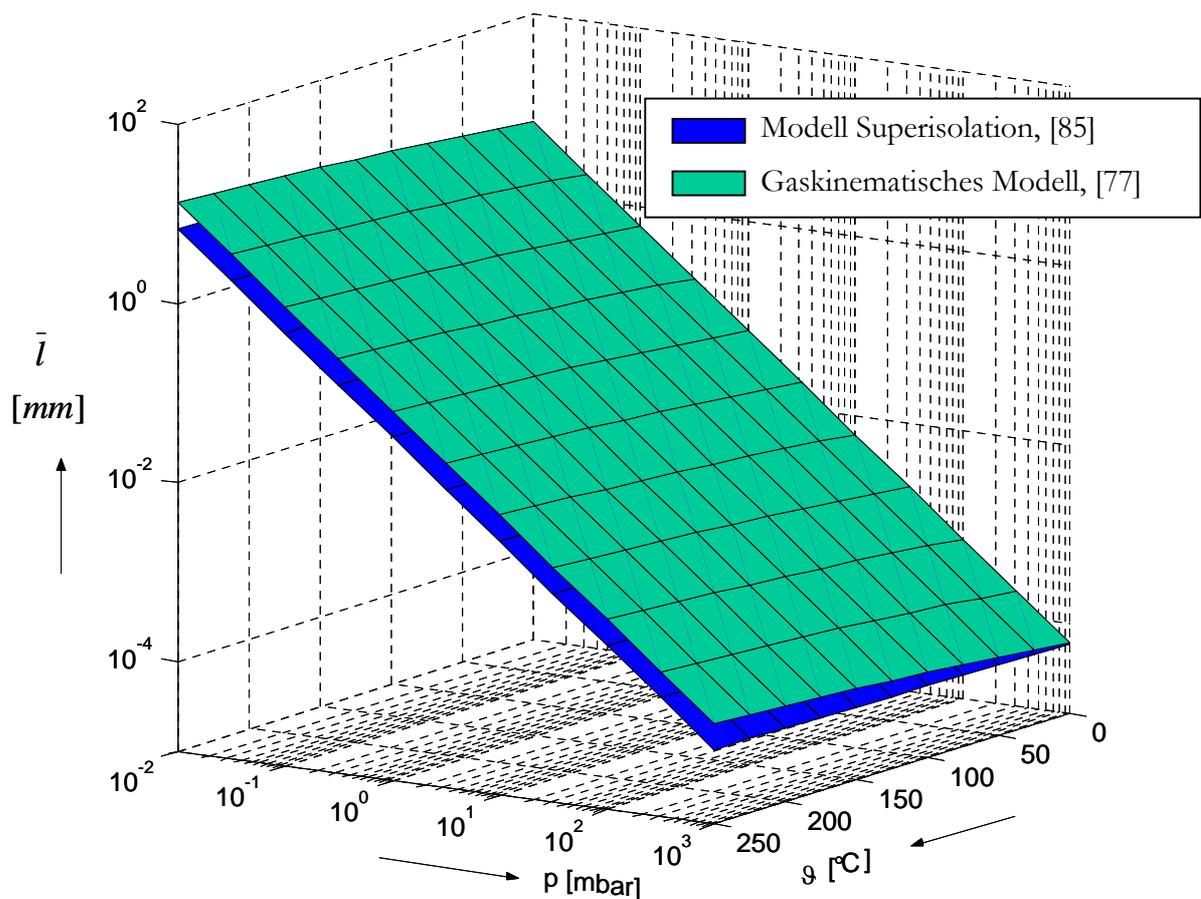
Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_0$  bezeichnet die Wärmeleitfähigkeit bei Normaldruck. Der Gewichtungsfaktor  $\beta$  wird durch Gleichung Gl. (5-52) bestimmt:

$$\beta = \frac{2 \cdot k}{\kappa + 1} \cdot \frac{2 - a}{a} \quad \text{Gl. (5-52).}$$

Der Akkomodationskoeffizient  $a$  ist für Luft nahezu Eins. Für den Korrekturwert  $k$  gibt *Reis* eine schwach temperaturabhängige Tabelle an. Zur Berechnung der Knudsen-Zahl in Gl. (5-51) durch die mittlere freie Weglänge nennt *Reis* die von Gl. (5-47) abweichende Beziehung

$$\bar{l} = \frac{C_1}{1 + \frac{C_2}{T}} \quad \text{Gl. (5-53)}$$

Die gasspezifischen Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  sind den ebenfalls in [85] angegebenen Tabellen zu entnehmen. Die so berechnete mittlere freie Weglänge stimmt bei Raumtemperatur mit den Er-

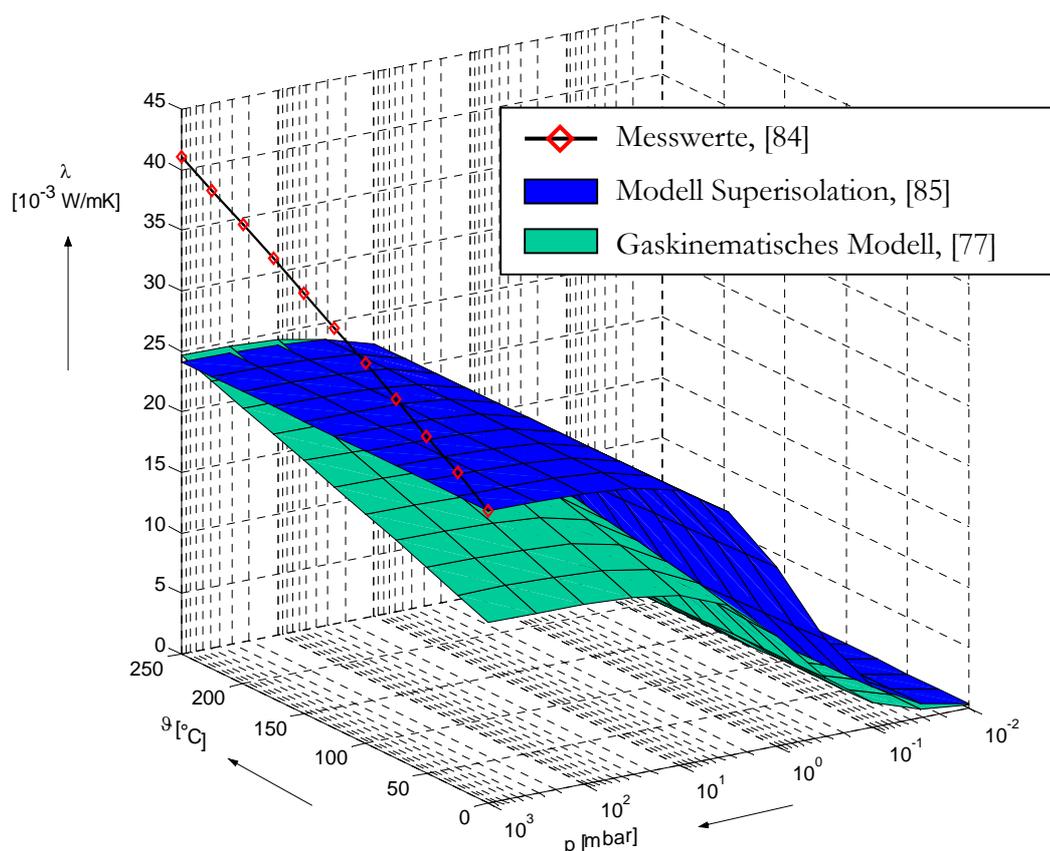


**Bild 5-10:** Vergleich der mittleren freien Weglänge der Moleküle nach *Wutz*, [77] mit der mittleren freien Weglänge gemäß VDI-Wärmeatlas, [85], als Funktion des Druckes und der Temperatur. Den Berechnungen des gaskinematischen Modells wurde ein Plattenabstand in der Größenordnung üblicher Spalthöhen von Vakuumpumpen im  $10^{-1}$  mm-Bereich zugrunde gelegt

gebnissen der Gleichung Gl. (5-47) überein, weicht aber bei höheren Temperaturen ( $\vartheta = 250^\circ\text{C}$ ) etwa um einen Faktor 0,6 ab, **Bild 5-10**.

Bei hohen Drücken verschwindet in Gleichung Gl. (5-51) die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Knudsen-Zahl; sie nimmt den Wert  $\lambda_0$  an. Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit vermag Gleichung Gl. (5-51) bei verschwindenden Knudsen-Zahlen allerdings nicht wiederzugeben.

**Bild 5-11** vergleicht die beiden hier behandelten Ansätze zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit. Beide Ansätze der Wärmeleitfähigkeit liefern die Tendenz, bei hohen Drücken gegen einen konstanten Wert zu konvergieren und zu niedrigeren Drücken hin abzufallen. Sie zeigen jedoch quantitativ deutliche Unterschiede. Während die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit durch das gaskinematische Modell gut wiedergegeben wird, verschwindet sie beim Ansatz der Superisolations-Berechnung fast vollständig. Die Übereinstimmung des letztgenannten Modells bei Normbedingungen wurde dem Ansatz impliziert. Der Einfluss des angewendeten Stoffgrö-



**Bild 5-11:** Vergleich der Wärmeleitfähigkeit des gaskinematischen Modells nach *Wutz*, [77], mit dem Modell der Superisolation, [85], und den Tabellenwerten aus dem VDI-Wärmeatlas, [84]. Das Modell der Superisolation stimmt erwartungsgemäß bei Atmosphärendruck und Raumtemperatur mit dem Tabellenwert überein, kann die Temperaturabhängigkeit allerdings nicht abbilden. Den Berechnungen des gaskinematischen Modells wurde ein Plattenabstand in der Größenordnung üblicher Spalthöhen von Vakuumpumpen im  $10^{-1}$  mm-Bereich zugrunde gelegt

ßenmodells auf die berechnete Gastemperatur in der Vakuumpumpe wird in einem späteren Kapitel behandelt. Im Vorgriff auf dieses Kapitel sei hier bereits erwähnt, dass sich die Wärmeleitfähigkeit nur beschränkt auf den Gastemperaturverlauf auswirkt.

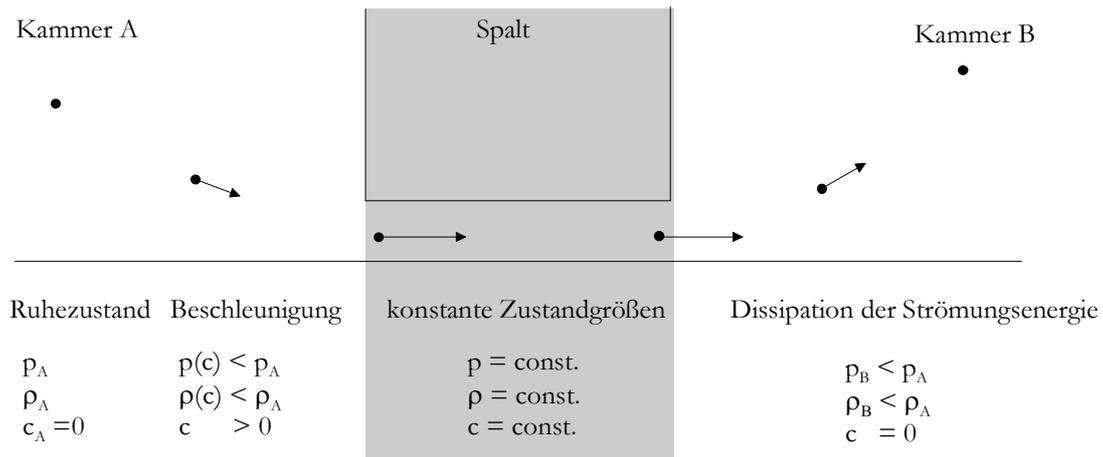
Zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit stellt der neuere, gaskinematische Ansatz Jitschins, [86], eine modifizierte Form der Gleichung Gl. (5-50) dar. Er berücksichtigt die Freiheitsgrade unterschiedlicher Molekülstrukturen unmittelbar, kann in der vorliegenden Arbeit aber leider keine Berücksichtigung mehr finden.

### 5.5.3 Strömungsgeschwindigkeiten und Zustandsgrößen

Neben der Kenntnis der Stoffgrößen sind zur Berechnung des konvektiven Wärmeübergangs Annahmen bezüglich der Strömungsgeschwindigkeit und der Zustandsgrößen des Gases notwendig. Bei der Anwendung der Wärmeübergangsmodelle auf einen durchströmten Spalt stellt man schnell fest, dass zwar ein gemäß Kapitel 5.3 berechneter Spaltmassenstrom vorliegt, dieser sich jedoch nicht ohne weitere Annahmen in seine Faktoren Dichte und Strömungsgeschwindigkeit aufgliedern lässt. Aussagen über den Zustand und die Strömungsgeschwindigkeit des Gases im Spalt sind somit nicht direkt möglich.

Weiter basieren einige Wärmeübergangsmodelle auf einer ausgebildeten hydrodynamischen Strömung, so dass weder die Zustandsgrößen noch die Strömungsgeschwindigkeit eine Funktion der Länge in Strömungsrichtung darstellen. Diese Forderungen sind mit der realen Maschine aufgrund der komplexen Strömungsverhältnisse in Spalten und Arbeitskammern nicht vereinbar. Dennoch wird im Folgenden ein Modell beschrieben, welches zum einen diese Forderungen erfüllt und zum anderen die Berechnung der benötigten Zustandsgrößen und Strömungsgeschwindigkeiten ermöglicht. Hierzu ist zunächst die grundsätzliche Abgrenzung einer Strömung infolge einer Druckdifferenz (Spaltströmungen) von einer Strömung aufgrund äußerer kinematischer Randbedingungen (Drehung der Rotoren) notwendig. Die in der realen Maschine auftretenden Mischformen werden im Modell durch die Superpositionierung dieser beiden Strömungen abgebildet, eine gegenseitige Beeinflussung wird ausgeschlossen. Zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit und der Zustandsgrößen bei einer durch Druckdifferenzen verursachten Strömung wird das in Bild 5-12 illustrierte Modell benutzt. Ausgehend vom Ruhezustand in einer Arbeitskammer A wird das Gas durch die Druckdifferenz in Richtung der Kammer B beschleunigt, **Bild 5-12**. Danach bewirkt eine äußere Kraft die Änderung des Impulses. Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit sinkt der Druck.

$$- dp = \rho \cdot c \cdot dc \quad \text{Gl. (5-54).}$$



**Bild 5-12:** Eindimensionales Modell zur Berechnung des Strömungszustandes im Spalt. Das Gas wird ausgehend vom Ruhezustand in Kammer A in Richtung der Kammer B beschleunigt. Dabei sinken Druck und Dichte. Im Spalt herrscht eine ausgebildete hydrodynamische Strömung. In Kammer B wird die Strömung verzögert, der Druck steigt. Das Modell ermöglicht Aussagen bezüglich des Strömungsgeschwindigkeit und der Zustandsgrößen im Spalt

Trifft man nun zur Beschreibung der Abhängigkeit der Dichte vom Druck die Annahme einer allgemeinen polytropen Zustandsänderung während der Beschleunigung, so lässt sich Gl. (5-54) integrieren. Druck, Dichte und mit Hilfe des Gasgesetzes auch die Temperatur lassen sich so als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit ausdrücken. Die berechneten Abhängigkeiten sind in **Tabelle 5-1** zusammengefasst.

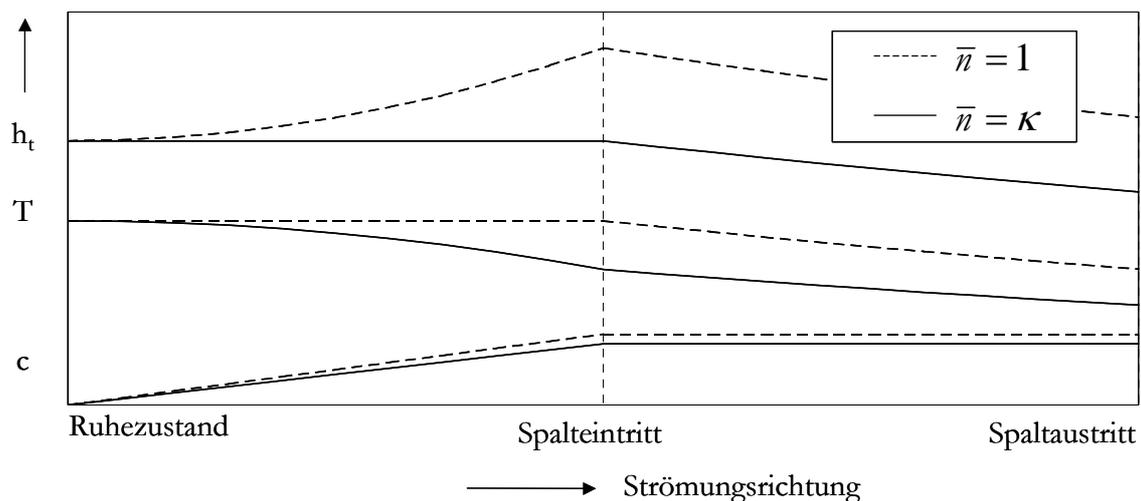
Mit Hilfe der bei gegebenem Strömungsquerschnitt bekannten Massenstromdichte kann die Strömungsgeschwindigkeit auf numerischen Weg aus:

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho(c) \cdot c \quad \text{Gl. (5-61)}$$

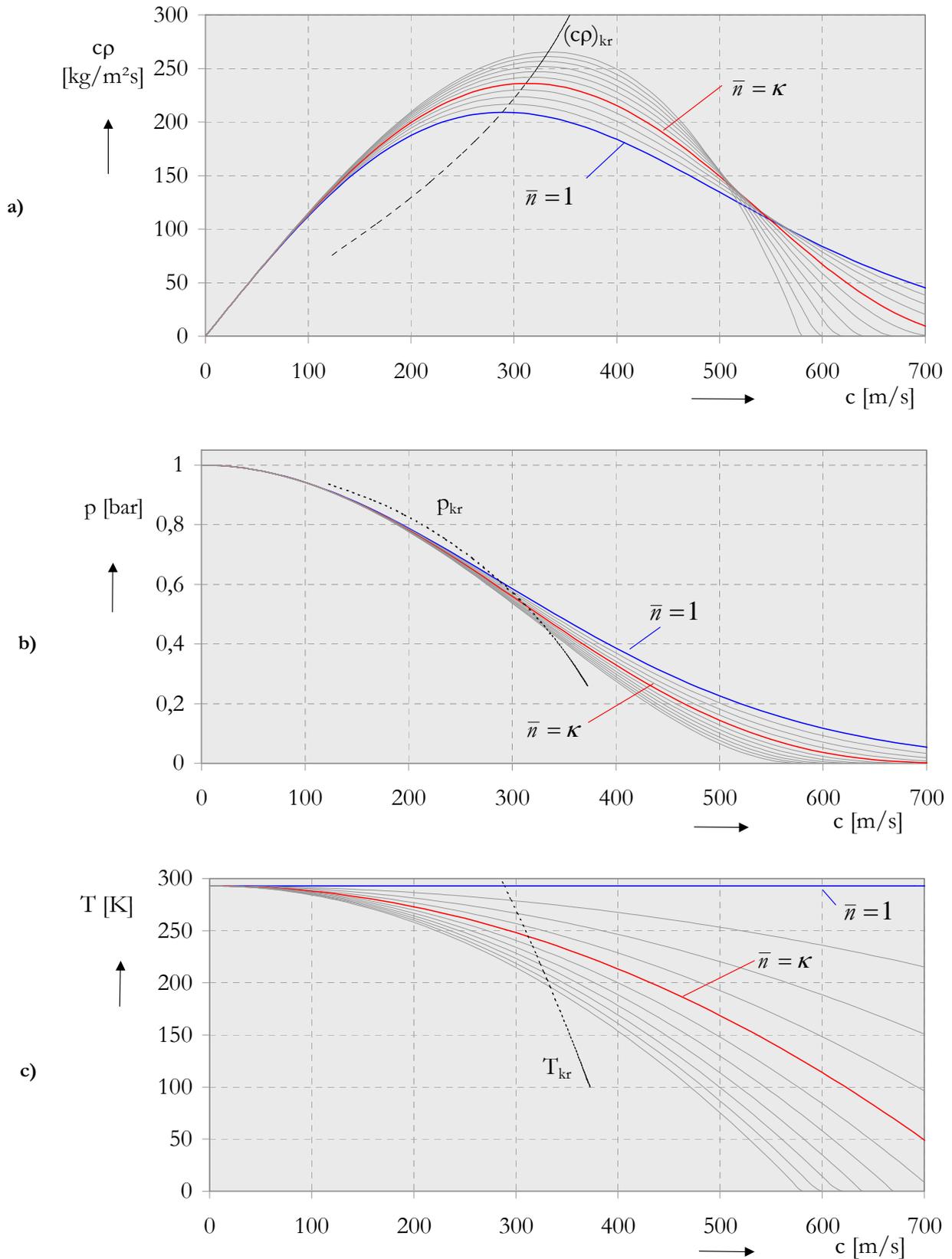
**Tabelle 5-1:** Abhängigkeiten der Zustandsgrößen eines beschleunigten idealen Gases von der Strömungsgeschwindigkeit und vom Polytropenexponenten. Der Ruhezustand trägt den Index A

polytrope Zustandsänderung		isotherme Zustandsänderung	
$\rho(c) = \rho_A \left( 1 - \frac{\bar{n}-1}{\bar{n}} \frac{\rho_A}{p_A} \frac{c^2}{2} \right)^{\frac{1}{\bar{n}-1}}$	Gl. (5-55)	$\rho(c) = \rho_A \cdot e^{-\frac{\rho_A}{p_A} \frac{1}{2} c^2}$	Gl. (5-56)
$p(c) = p_A \left( 1 - \frac{\bar{n}-1}{\bar{n}} \frac{\rho_A}{p_A} \frac{c^2}{2} \right)^{\frac{\bar{n}}{\bar{n}-1}}$	Gl. (5-57)	$p(c) = p_A \cdot e^{-\frac{\rho_A}{p_A} \frac{1}{2} c^2}$	Gl. (5-58)
$T(c) = \frac{p(c)}{R\rho(c)} = T_A - \frac{1}{c_p} \frac{c^2}{2}$	Gl. (5-59)	$T(c) = T_A$	Gl. (5-60)

berechnet werden. Die Massenstromdichte  $\rho c$  ist in **Bild 5-14 a)** als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit dargestellt. Im Allgemeinen gibt es zwei mathematische Lösungen von Gl. (5-61), von denen die zweite Strömungsgeschwindigkeit größer ist als die der maximalen Massenstromdichte. Eine Entspannung dieser Art ist prinzipiell zwar möglich, jedoch müsste hierfür bereits am Spalteintritt eine Überschallströmung vorliegen und sich vor dem Spalt eine Strömungseinschnürung in Form einer Laval-Düse ausbilden. Die zweite Lösung von Gl. (5-61) kann daher entfallen. Dass mit zunehmender Wärmezufuhr während der Beschleunigung, also mit abnehmende Polytropenexponenten nur geringere Massenströme erreicht werden, ist auf die stärker sinkende Dichte bei vergleichsweise höheren Temperaturen zurückzuführen. Bei vorgegebener Massenstromdichte ist so eine höhere Strömungsgeschwindigkeit zum Erreichen des Durchsatzes notwendig. Mit der Kenntnis der Strömungsgeschwindigkeit können die fehlenden Zustandsgrößen Druck, Temperatur und Dichte in Abhängigkeit des Polytropenexponenten unmittelbar aus den Gleichungen Gl. (5-55) bis Gl. (5-59) berechnet werden. Die strömungsgeschwindigkeitsabhängigen Zustandsgrößen Druck und Temperatur sind in Bild 5-14 b) und c) übereinander dargestellt. Bei molekular durchströmten Spalten ergeben sich aufgrund ihrer stark drosselnden Eigenschaften sehr geringe Massenstromdichten. Infolgedessen treten hier auch nur sehr geringe Strömungsgeschwindigkeiten auf. Die Zustandsgrößen im Spalt entsprechen nahezu denen der Arbeitskammer. Deutliche Abweichung vom Kammerzustand treten nur im Bereich hoher Massenstromdichten auf, wie sie in der Nähe der Druckseite der Pumpe zu erwarten sind.

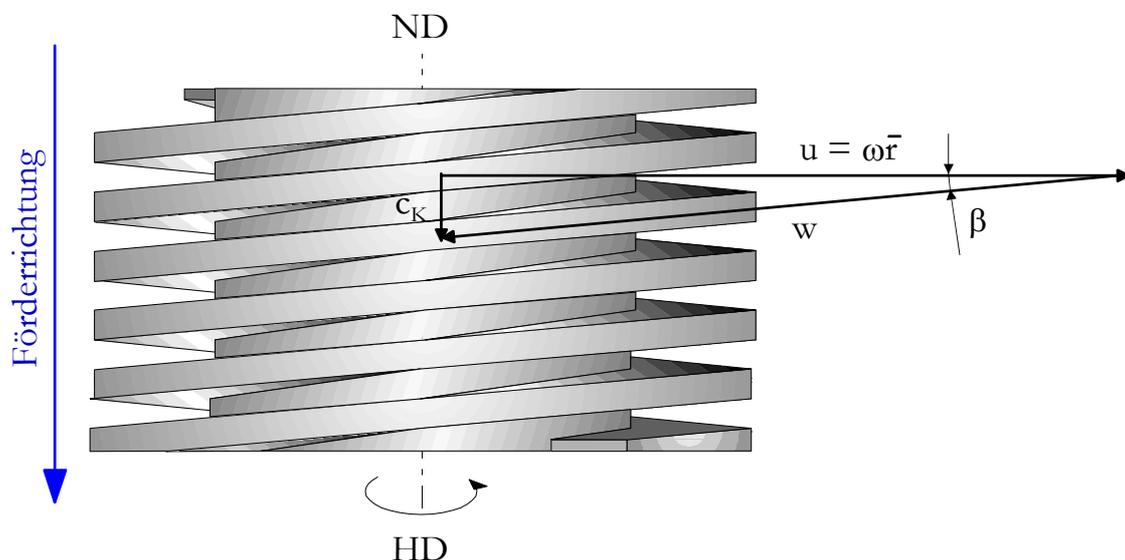


**Bild 5-13:** Qualitativer Verlauf der spezifische Totalenthalpie, Gasttemperatur und Strömungsgeschwindigkeit eines Stromfadens bei Beschleunigung aus dem Ruhezustand zum Spalt mit Wärmeabfuhr im Spalt (kühlende Bauteile), Parameter: Polytropenexponent der Beschleunigung



**Bild 5-14:** Massenstromdichte (a), Druck (b) und Temperatur (c) als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit bei polytropen Zustandsänderungen der beschleunigten Strömung, Parameter: Polytropenexponent  $n$ . Gestrichelt eingezeichnet: Verlauf der maximalen Massenstromdichte (Strömungsverblockung). Gasparameter im Ruhezustand: Luft bei  $T=293K$  und  $p=1bar$

Der energetische Unterschied der verschiedenen polytropen Beschleunigungen liegt darin, dass bei niedrigen Polytropenexponenten der Arbeitskammer eine höhere Enthalpie entzogen werden muss, diese sich also stärker abkühlt. Gleichzeitig steigt sowohl die Spalteintrittstemperatur als auch geringfügig die Strömungsgeschwindigkeit, **Bild 5-13**. Bei dem zu erwartenden Fall eines kühlenden Gehäuses wird insbesondere durch die steigende Temperaturdifferenz die Wärmeabfuhr gefördert. Da die Temperaturdifferenzen in der Regel nicht vollständig abgebaut werden, kommt es bei der Strömung mit niedrigerem Polytropenexponenten zu einer höheren Spaltaustrittstemperatur. Die nachfolgende Kammer wird sich entsprechend stärker aufheizen. Wie groß der Einfluss des Polytropenexponenten der Expansionsströmung auf das Arbeitsspiel der Vakuumpumpe ist, sowie die Frage, welcher Polytropenexponent die Realität am Besten widerspiegelt, kann an dieser Stelle noch nicht beantwortet werden.

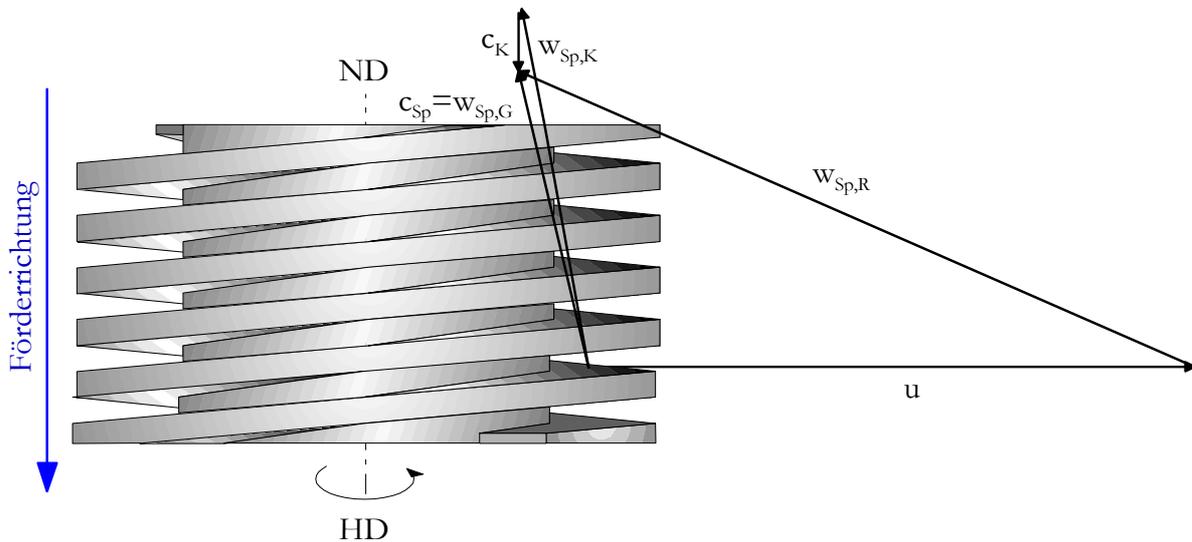


**Bild 5-15:** Die Annahme einer rein axialen Förderung des Gases ermöglicht die vektorielle Berechnung der relativen Strömungsgeschwindigkeit des Gases zum Rotor bzw. zum Gehäuse aus der Drehzahl und dem Kammerwinkel  $\beta$ . Die Relativgeschwindigkeit des Gases zum Gehäuse entspricht der Absolutgeschwindigkeit der Arbeitskammer  $c_K$  und die Relativgeschwindigkeit zum Rotor der Relativgeschwindigkeit  $w$

Während in einigen Maschinenbereichen, insbesondere in den Spalten nahe der Druckseite, ein hoher Einfluss einer durch Druckdifferenzen verursachten Strömung zu erwarten ist, gewinnt in Bereichen verschwindender Druckdifferenzen, z.B. nahe der Saugseite, eine Relativgeschwindigkeit zwischen Gas und Bauteil aufgrund der bewegten Rotoren für die Berechnung des Wärmeübergangs an Bedeutung. Bei der Abbildung des Wärmeübergangs an den Rotor bzw. das Gehäuse *innerhalb* einer Arbeitskammer liegt im hier angenommenen Modell keine strömungsverursachende Druckdifferenz vor. Sämtliche Kapazitäten im Kammermodell werden als homogen beschrieben. Die Absolutgeschwindigkeit der Kammer  $c_K$  ergibt sich unter Annahme einer idea-

len, rein axialen Förderung des Gases aus der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  und dem Kammerwinkel  $\beta$  aus **Bild 5-15**. Der Absolutgeschwindigkeit  $c_K$  entspricht die Relativgeschwindigkeit des Gases zum Gehäuse und der Relativgeschwindigkeit zum Rotor die Geschwindigkeit  $w$ .

Im Gehäusespalt tritt eine Überlagerung der beiden strömungsverursachenden Wirkungen auf. Zur Berechnung einer absoluten Strömungsgeschwindigkeit wird zunächst die Annahme getroffen, dass die Spaltströmung relativ zur Kammer  $w_{Sp,K}$  in die Richtung des kürzesten Weges zur nächsten Arbeitskammer, also senkrecht zur Rotorsteigung verläuft. Da sich die Arbeitskammer mit der Geschwindigkeit  $c_K$  (vgl. Bild 5-15) zur Druckseite hin bewegt, ergibt sich aus der vektoriellen Addition dieser beiden Geschwindigkeiten die Absolutgeschwindigkeit der Spaltströmung  $c_{Sp}$ , die der Relativgeschwindigkeit der Spaltströmung zum Gehäuse  $w_{Sp,G}$  entspricht, vgl. **Bild 5-16**. Zur Bestimmung ihrer Relativkomponente zum Rotor  $w_{Sp,R}$  muss die Umfangsgeschwindigkeit subtrahiert werden.



**Bild 5-16:** Berechnung der Relativkomponenten der Gehäusespaltströmung zum Rotor und zum Gehäuse  $w_{Sp,R}$  und  $w_{Sp,G}$  aus der Relativgeschwindigkeit der Spaltströmung zur Arbeitskammer  $w_{Sp,K}$ , der Absolutgeschwindigkeit der Arbeitskammer  $c_K$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u$

#### 5.5.4 Konvergenz

Ändert sich bei einem konvektiven Wärmeübergang die Fluidtemperatur, wie es im Allgemeinen in Spalt- oder Rohrströmungen der Fall ist, so muss die Enthalpiestromdifferenz zwischen Ein- und Austritt mit der zu- oder abgeführten Wärme übereinstimmen. Mathematisch wird dieser Punkt durch iteratives Lösen des Wärmeübergangsmodells erreicht.

Im ersten Schritt muss eine Austrittstemperatur angenommen werden. Sie dient zunächst der Bestimmung der Stoffgrößen bei einer mittleren Fluidtemperatur. Durch das Wärmeübergangsmodell wird im zweiten Schritt ein Wärmeübergangskoeffizient berechnet, mit dessen Hilfe die

ab- oder zugeführte Wärme als Produkt der Fläche, des Wärmeübergangskoeffizienten und der Temperaturdifferenz bestimmt werden kann. Im Falle der Rohrströmung ist dieses die logarithmische Temperaturdifferenz, Gl. (5-37). Die einzusetzende Austrittstemperatur entspricht dann allerdings noch dem Schätzwert. Durch Gleichsetzen des so berechneten Wärmestroms mit der Enthalpiedifferenz kann die Austrittstemperatur des Fluids neu bestimmt werden. Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient zeigt von der neuen mittleren Fluidtemperatur in der Regel nur eine schwache Temperaturabhängigkeit, so dass der in der nächsten Iteration berechnete konvektive Wärmestrom fast ausschließlich von der logarithmischen Temperaturdifferenz bestimmt ist. Diese Vorgehensweise konvergiert in der Regel, kann aber in einzelnen Fällen, zum Beispiel bei sehr geringen Massenströmen (Molekularströmung) und großen Wärmeaustauschflächen, auch zur Divergenz führen. Unter Annahme eines konstanten Wärmeübergangskoeffizienten lässt sich das entstehende Gleichungssystem direkt nach der Austrittstemperatur auflösen und so das Divergenzproblem umgehen:

$$\mathcal{G}_A = \mathcal{G}_W - (\mathcal{G}_W - \mathcal{G}_E) \cdot e^{-\frac{\alpha A}{\dot{m} \cdot c_p}} \quad \text{Gl. (5-62)}$$

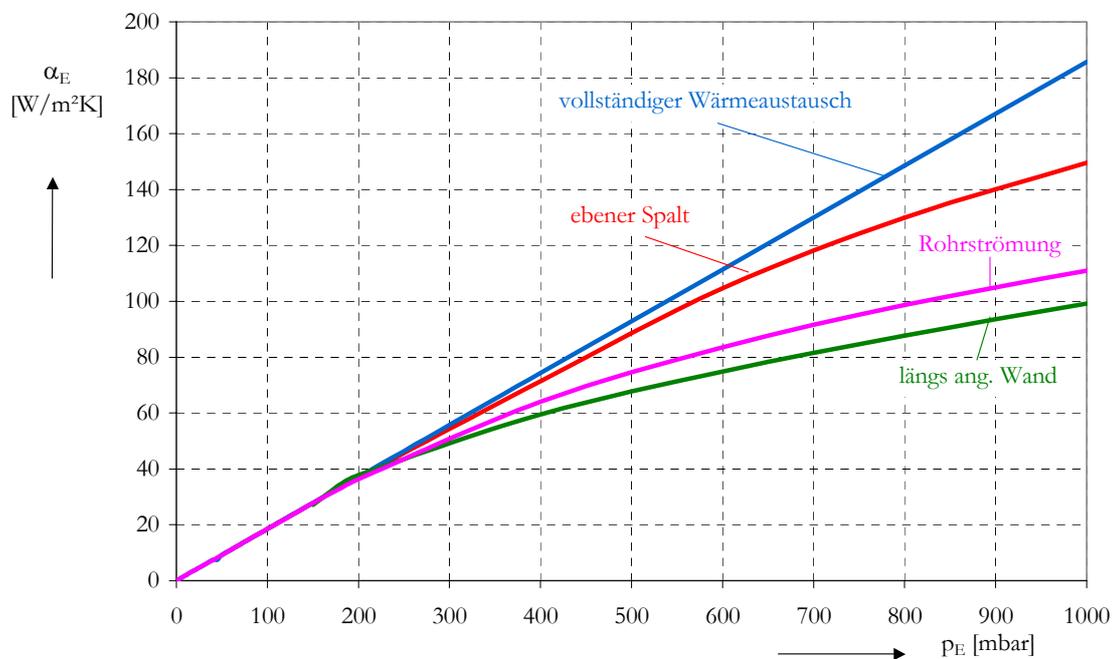
Die Iteration kann dennoch nicht entfallen, sie erfolgt allerdings nur noch zur Anpassung des sich schwach mit der Temperatur ändernden Wärmeübergangskoeffizienten. Nach der ersten Iteration ist die Austrittstemperatur in der Regel schon auf Nachkommastellen stabil.

### 5.5.5 Verhalten der Wärmeübergangsmodelle bei niedrigen Drücken

Die Analyse späterer Simulationsergebnisse (nach der Integration der Wärmeübergangsmodelle in einem komplexen Simulationsprogramm) erfordert die grundsätzliche Kenntnis der physikalischen Abhängigkeiten der implementierten Wirkmechanismen. Aufgrund der Eigenheit der Vakuumpumpen, Dichteverhältnisse von mehreren 10er-Potenzen zu verarbeiten, ist das druckabhängige Verhalten der Wärmeübergangsmodelle von besonderem Interesse. Die unterschiedlichen Bezugstemperaturdifferenzen des Wärmeübergangskoeffizienten in den einzelnen Wärmeübergangsmodellen (z.B.  $\mathcal{G}_E - \mathcal{G}_W$  beim Modell „längs angeströmte Wand“ oder  $\Delta \mathcal{G}_m$  bei der Rohrströmung) erfordern vor einem unmittelbaren Vergleich die Umrechnung des Wärmeübergangskoeffizienten auf gleiche Bezugsgrößen. Die Unstetigkeiten der Definitionsgleichung der logarithmischen Temperaturdifferenz, Gl. (5-37), verhindern allerdings im adiabaten Grenzfall und im idealen Fall eines vollständigen Wärmeaustausches die Angabe eines mittleren Wärmeübergangskoeffizienten. Des Weiteren ist die Angabe einer Austrittstemperatur im rückkopplungsfreien Modell „längs angeströmte Wand“ wenig sinnvoll. Die folglich notwendige Umrechnung des mittleren logarithmischen Wärmeübergangskoeffizienten auf einen eintrittszustandbezogenen ergibt sich durch Gleichsetzen der Wärmeströme

$$\alpha_E = \frac{\bar{\alpha}}{\ln \frac{\vartheta_W - \vartheta_E}{\vartheta_W - \vartheta_A}} \quad \text{Gl. (5-63),}$$

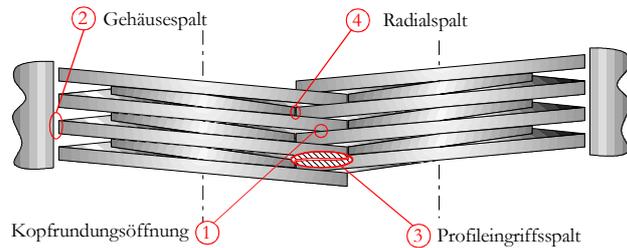
was eine direkte Gegenüberstellung der Wärmeübergangskoeffizienten ermöglicht. Mit der beispielhaften Geometrie einer Gehäusespaltabwicklung der Versuchsmaschine ergeben sich unter gleichen thermischen und kinematischen Randbedingungen bei einer Variation des Spalteintrittsdruckes die in **Bild 5-17** dargestellten Abhängigkeiten. Betrachtet man, wie es die kinematische Gastheorie verlangt, den Wärmeaustausch zwischen Wand und Gas als Energieakkomodation der Teilchen an einem Bauteil, so wird die Erwartung erfüllt, dass mit niedrigeren Drücken und weniger intermolekularen Stößen die Wandtemperatur den Wärmeaustausch dominiert. Alle getesteten Modelle konvergieren mit abnehmendem Spalteintrittsdruck gegen das Modell eines vollständigen Wärmeaustausches. Im gezeigten Beispiel des Gehäusespaltes stimmen die Wärmeübergangsmodelle bereits bei Drücken unterhalb von  $200 \text{ mbar}$  quasi überein. Die Tatsache, dass das Modell der längs angeströmten Wand die schlechtesten Wärmeübertragungseigenschaften aufweist, überrascht aufgrund fehlender gegenüberliegender, sich gegenseitig beeinflussender Randschichten des Modells nicht. Die Reihenfolge der beiden anderen Wärmeübergangsmodelle ist entsprechend des gegenseitigen Einflusses gegenüberliegender Randschichten einzuordnen.



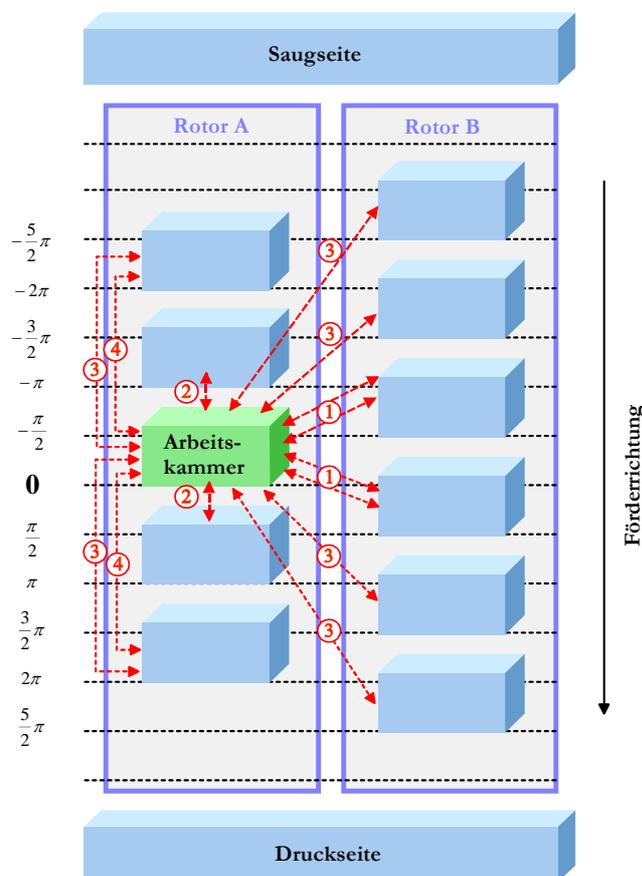
**Bild 5-17:** Verhalten der Wärmeübergangsmodelle bei niedrigen Drücken: Auf den Eintrittszustand bezogener Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_E$  als Funktion des Spalteintrittsdruckes  $p_E$  bei gleichen Randbedingungen der Wärmeübergangsmodelle. Geometrie: Gehäusespaltabwicklung der Versuchsmaschine, Gasparameter: Eintrittstemperatur  $\vartheta_E=20^\circ\text{C}$ , Wandtemperatur  $\vartheta_W=15^\circ\text{C}$ , Strömungsgeschwindigkeit  $w=10\text{m/s}$

## 5.6 Das Kammermodell der Schraubenspindel-Vakuumpumpe

Das Arbeitsspiel der abzubildenden Maschine wird durch seine physikalische Abstraktion, das Kammermodell, beschrieben. In ihm werden vorhandene Kapazitäten definiert und ihre Wechselwirkungen benannt. Das Kammermodell soll eine möglichst vollständige Abbildung aller als relevant angesehenen physikalischen Zusammenhänge beinhalten.



**Bild 5-18:** Lage der vier Spaltarten der Schraubenspindel-Vakuumpumpe auf den Rotoren



**Bild 5-19:** Kammermodell der zweigängigen Schraubenspindel-Vakuumpumpe ohne (reine) Wärmekapazitäten und Wärmestromverbindungen. Die Achse bezeichnet den relativen Drehwinkelversatz zur betrachteten Kammer.

- (1) Kopfrundungsöffnung
- (2) Gehäusespalt
- (3) Profileingriffsspalt
- (4) Radialspalt

Hierzu zählt insbesondere die Modellierung sämtlicher Arbeitskammern und Spalte. Arbeitskammern sind Fluidkapazitäten mit drehwinkelabhängigen Volumina. Im hier vorliegenden Fall einer zweigängigen Schraubenspindel-Vakuumpumpe existiert eine Arbeitskammer genau eine halbe Rotorumdrehung bis sie in ihren Nachfolger übergeht und eine geometrisch identische Situation (im stationären Betrieb auch eine physikalisch identische Situation) vorliegt. Im Fall der Schraubenspindel-Vakuumpumpe existieren vier Spaltarten die sich aus der Rotorgeometrie und der Geometrie der Arbeitskammern ergeben. Dieses sind Kopfrundungsöffnungen, Gehäusespalte, Profileingriffsspalte und Radialspalte, **Bild 5-18**. Einen Auszug des so entstehenden Geflechts von Arbeitskammern und Spalten, des eigentlichen Kammermodells, vermittelt **Bild 5-19**.

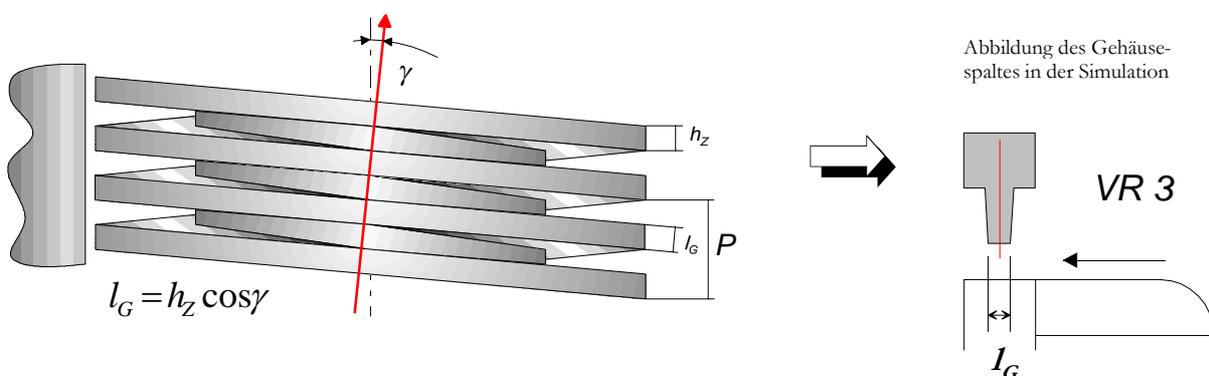
Die in der realen Vakuumpumpe auftretenden Spalte finden sich in der Regel nicht ohne weiteres unter den von *Wenderott* [73]

experimentell untersuchten Spaltformen wieder. Es gilt daher, sämtliche im Kammermodell zugeordneten Spalte durch die untersuchten Spaltkonturkörper abzubilden. Diese Abbildung dient zunächst nur der Berechnung des Spaltmassenstroms. Über die Art des Wärmeübergangs wird an dieser Stelle noch keine Aussage getroffen. Letzterer kann später aus dem Spaltmassenstrom in Kapitel 5.5.1 bis 5.5.3 bestimmt werden.

Als weitere **Randbedingungen** werden festgelegt:

- Die konturbeschreibenden Parameter der Spalte sind keine Funktion des Drehwinkels.
- Spaltbreiten und Spalthöhen können drehwinkelabhängig modelliert werden, sofern dieses erforderlich ist und Kenntnisse über ihren Verlauf vorliegen. In der Regel ist dies bei der Spaltbreite eines auslaufenden Gehäusespaltes der Fall. In anderen Fällen werden die exemplarisch in der Maschine an zugänglichen Stellen gemessenen Spalthöhen und -breiten stellvertretend für alle auftretenden Spalte dieses Typs angewendet.
- Alle spaltbeschreibenden geometrischen Größen sind innerhalb der thermodynamischen Simulation keine Funktion der Zeit, Spaltdeformationen durch Wärmedehnung finden nicht statt.

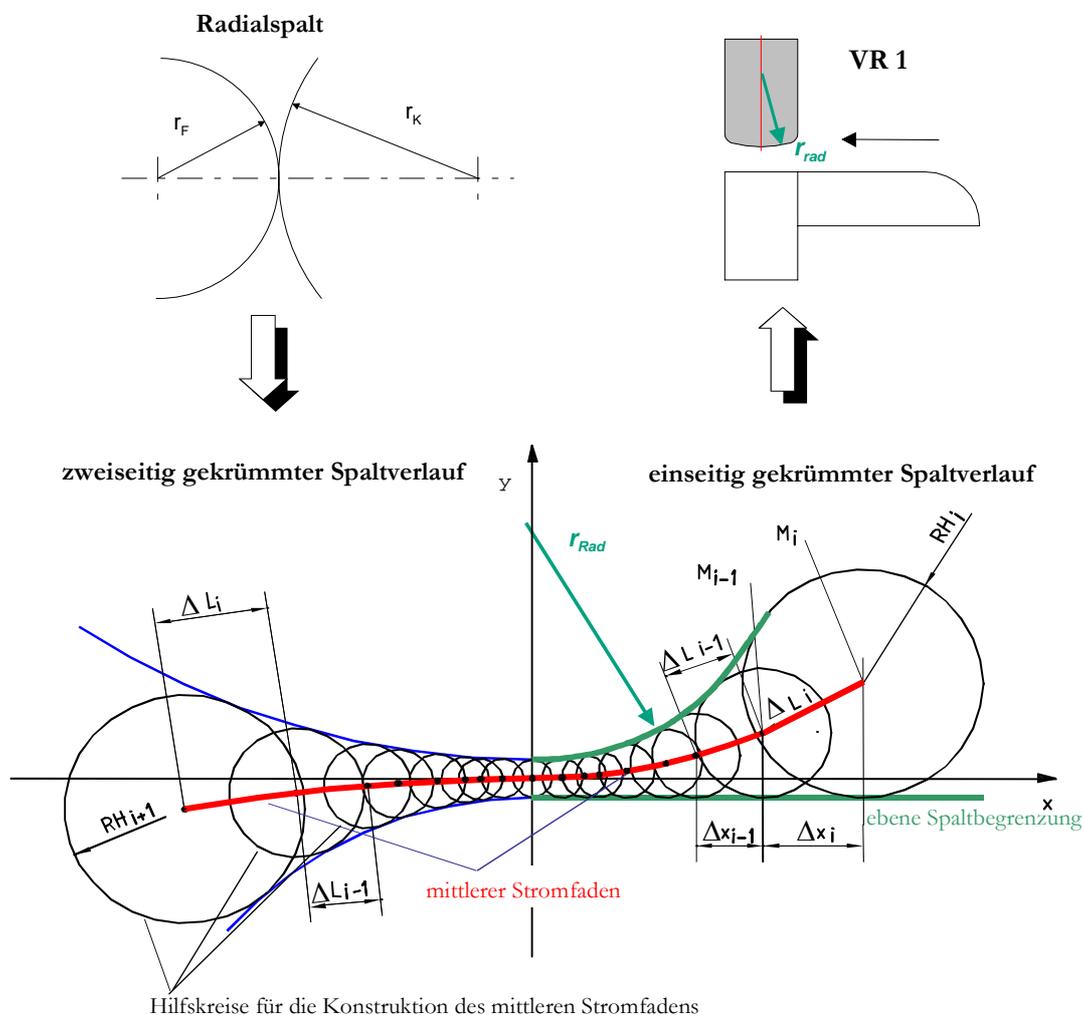
Der *Gehäusespalt*, **Bild 5-20**, wird durch die Zahnköpfe der Rotoren und die Gehäusemantel-Innenfläche gebildet. Seine Höhe entspricht dem radialen Spiel der Rotoren in ihrem Gehäuse. Die Breite dieses Spaltes ergibt sich aus der Abwicklung der Schraubenlinie des Zahnkopfes zwischen den beiden Verschneidungskanten. Seine Länge entspricht der um den Steigungswinkel gedrehten Zahnkopfhöhe  $h_z$ . In der Simulation wird diese Spaltform durch die von *Wenderott*



**Bild 5-20:** Abbildung des Gehäusespaltes durch die von *Wenderott* untersuchte Spaltkategorie VR3, deren Parameter die Länge in Strömungsrichtung darstellt, [73]. Die Länge des Spaltes entspricht hier der kürzesten Verbindung zweier Arbeitskammern

untersuchte Spaltkategorie VR 3, in der der Einfluss der Spaltlänge  $l_G$  experimentell ermittelt wurde, repräsentiert, [73].

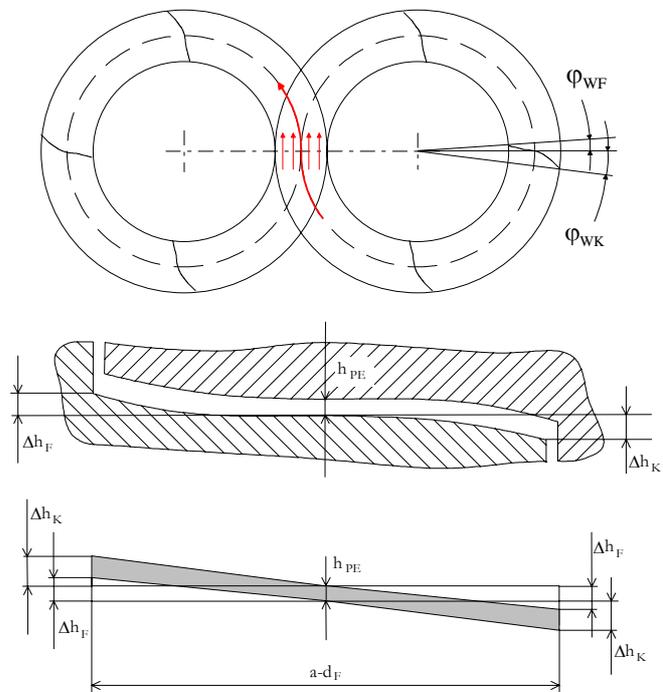
Der *Radialspalt*, vgl. Bild 5-18, wird durch das radiale Spiel zwischen dem Kopfkreis des einen und dem Fußkreis des anderen Rotors gebildet. Sein Spiel entspricht der Spalthöhe; die Höhe des Zahnkopfes, in Richtung der Rotorsteigung gedreht, entspricht der Spaltbreite. Da der Steigungswinkel im Fußkreis aber nicht mit dem im Kopfkreis identisch ist, wird ein mittlerer Steigungswinkel im Wälzkreis verwendet. In Strömungsrichtung weist dieser Spalt durch den begrenzenden Fuß- bzw. Kopfkreis einen düsen- bzw. diffusorähnlichen Verlauf auf, **Bild 5-21** oben links. Um den zweiseitig gekrümmten Spaltverlauf durch einen einseitig gekrümmten Spaltverlauf der Messmatrix abbilden zu können, wird, wie in Bild 5-21 unten links dargestellt, zunächst der mittlere Stromfaden durch den Spalt geometrisch konstruiert. Dieser resultiert aus den Mittel-



**Bild 5-21:** Abbildung des Radialpaltes durch die von *Wenderott* untersuchte Spaltkategorie VR 1, deren Parameter der Radius des Konturkörpers darstellt, [73]. Durch Hilfskreise wird ein mittlerer Stromfaden durch den Spalt konstruiert, der unter Beibehaltung der Hilfskreisradien und der Länge des Stromfadens soweit „gebogen“ wird, dass eine einseitig gekrümmte Spaltkontur entsteht

punkten der Hilfskreise, die die beiden Seiten der Spaltberandung berühren. Unter Beibehaltung der Abschnittslängen zwischen zwei Hilfskreisen und deren Durchmesser werden die Mittelpunkte der Kreise so verschoben, dass sich auf einer Seite der Spaltberandung als gemeinsame Tangente eine ebene Gegenkontur ergibt, Bild 5-21, unten rechts. Aus den gemeinsamen Tangenten zweier Hilfskreise auf der anderen Seite folgt abschnittsweise die zugehörige Form des Konturkörpers. Bei der hier betrachteten Paarung zweier konvexer Spaltbegrenzungen resultiert ein konvexer Spaltverlauf, dessen mittlerer Radius kleiner ist als die Radien der doppelseitig gekrümmten Spaltkonturen, Bild 5-21, oben rechts. Das Durchflussverhalten der so erhaltene Kontur (Spaltkonturreihe VR1) kann nun in akzeptabler Näherung durch den Interpolationsalgorithmus aus der Messdatenbasis der konvexen Spaltkonturen berechnet werden.

Der *Profileingriffsspalt* wird sowohl durch das axiale Zahnflankenspiel als auch durch die Form einer vorlaufenden Zahnflanke des Haupt- und der nachlaufenden Zahnflanke des Gegenrotors im Eingriff gebildet. Da eine analytische Betrachtung des Spaltverlaufes aufwendig ist, wird für diesen Spalt die Annahme getroffen, die minimale Spaltfläche ergebe sich durch Drehung der im achsparallelen Schnitt durch die Mittelpunkte der beiden Rotoren liegenden Spaltfläche in Richtung des mittleren Steigungswinkels der Rotoren. Zur Abbildung des Profileingriffsspalt lässt sich die daraus resultierende Spaltquerschnittsfläche auf ein Rechteck gleichen Flächeninhalts reduzieren. Die mittlere Spalthöhe im Querschnitt ist abhängig vom Verzahnungsprofil und folgt aus der gemessenen Spalthöhe  $h_{PE}$  und den unterschiedlichen Höhendifferenzen zwischen Wälzkreis und Fuß- bzw. Kopfkreis  $\Delta h_F$  und  $\Delta h_K$ , Bild 5-22. Für die Berechnung der Spaltfläche und des Spalthöhenverlaufs wird von einer symmetrischen Verzahnung ausgegangen, bei der die vorlaufenden Zahnflanken die gleiche Kontur wie die nachlaufenden aufweisen. Die Zahnflanken werden vereinfachend durch Geraden ersetzt. Die unbekanntenen Größen  $\Delta h_F$  und  $\Delta h_K$  lassen sich dann aus den gemessenen Winkeln zwischen Wälzkreis- und Fußkreis-  $\varphi_{WF}$  bzw. zwischen Wälzkreis und

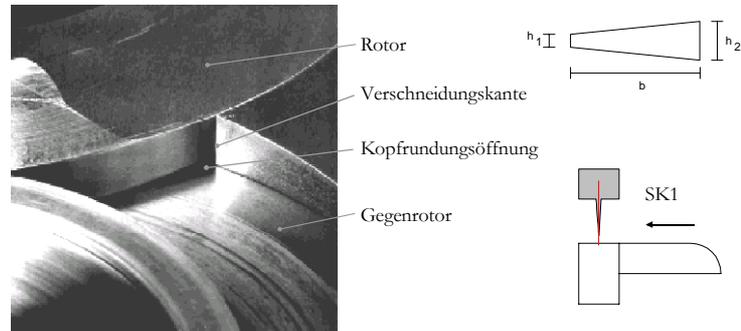


**Bild 5-22: Vereinfachte Annahmen zur Abbildung des Profileingriffsspalt**

Die mittlere Spalthöhe im Querschnitt ist abhängig vom Verzahnungsprofil und folgt aus der gemessenen Spalthöhe  $h_{PE}$  und den unterschiedlichen Höhendifferenzen zwischen Wälzkreis und Fuß- bzw. Kopfkreis  $\Delta h_F$  und  $\Delta h_K$ , Bild 5-22. Für die Berechnung der Spaltfläche und des Spalthöhenverlaufs wird von einer symmetrischen Verzahnung ausgegangen, bei der die vorlaufenden Zahnflanken die gleiche Kontur wie die nachlaufenden aufweisen. Die Zahnflanken werden vereinfachend durch Geraden ersetzt. Die unbekanntenen Größen  $\Delta h_F$  und  $\Delta h_K$  lassen sich dann aus den gemessenen Winkeln zwischen Wälzkreis- und Fußkreis-  $\varphi_{WF}$  bzw. zwischen Wälzkreis und

Kopfkreisradius  $\varphi_{WK}$  im Stirnschnitt berechnen, wobei sich der Zusammenhang zwischen den Winkeln und den entsprechenden Höhendifferenzen aus der Rotorsteigung ableitet, die sowohl für den Fußkreis als auch für den Kopfkreis den gleichen Wert annehmen muss. Unter den genannten Voraussetzungen lässt sich entlang eines angenommenen Stromfadens ein Spalthöhenverlauf berechnen, dessen konvexer Radius größer ist als der größte Radius der vorhandenen Messdatenbasis. Der Profileingriff wird daher als paralleler Spalt abgebildet.

Im Bereich der Verschneidungskante entsteht durch das Auseinanderlaufen der Rotoren die *Kopfrundungsöffnung*. Sie wird durch die Zahnflanken der zwei Rotoren sowie die Verschneidungskante des Gehäuses gebildet. Die räumliche Begrenzung



**Bild 5-23:** Abbildung der Kopfrundungsöffnung in der Simulation durch die blendenähnliche Kontur SK1

des Spaltes lässt sich nicht eindeutig bestimmen und muss deshalb definiert werden. Geometrisch stark vereinfacht, kann seine Form auf das in **Bild 5-23** dargestellte Trapez reduziert werden. Dieses ergibt sich aus der Verschneidungskante, dem Kopfkreis der oben liegenden Zahnflanke, der (gedachten) senkrechten Begrenzung zum Wälzkreis des Gegenrotors und der Verbindung auf dessen Zahnflanke zur Verschneidungskante. In der Simulation wird diese Öffnung durch die blendenähnliche Sonderkontur SK1 abgebildet.

Der Förderprozess des Gases gliedert sich bekanntermaßen in die drei Phasen -Ansaugen, Transportieren und Ausschleiben. Zur Abbildung der an den Ladungswechseln beteiligten Phasen können verschiedene vereinfachende Modelle angenommen werden. Für die Saugseite wird bei kleinen Volumina der gerade entstehenden Arbeitskammer eine einfache isobare Füllung mit ND-Bedingungen (druckausgleichende Verbindungen) angenommen. Gasdynamische Drossel-effekte werden hier ausgeschlossen. Diese Annahme erscheint gerade in Anbetracht der großen Einlassflächen in diesem Bereich legitim. Sie wirkt hier auf die Simulation stabilisierend und verkürzt die Rechenzeit. Erst mit größer werdender Arbeitskammer wird die Füllung mit Hilfe der Blendenströmung beschrieben, so dass bei entsprechend hohen Drehzahlen auch eine unvollständige Füllung der Arbeitskammer möglich ist.

Beim druckseitigen Öffnen einer Arbeitskammer strömt, sofern der Kammerdruck den Austrittsdruck noch nicht erreicht hat, Gas vom HD-Stutzen zurück in die Arbeitskammer. Ebenfalls vereinfachend kann gesagt werden, dass sich diese Rückströmung in der Simulation quantitativ

wie eine Blendenströmung verhält. Erst bei verschwindenden Kammern wird aus den gleichen Gründen wie beim saugseitigen Ladungswechsel auf druckausgleichende Verbindungen zurückgegriffen.

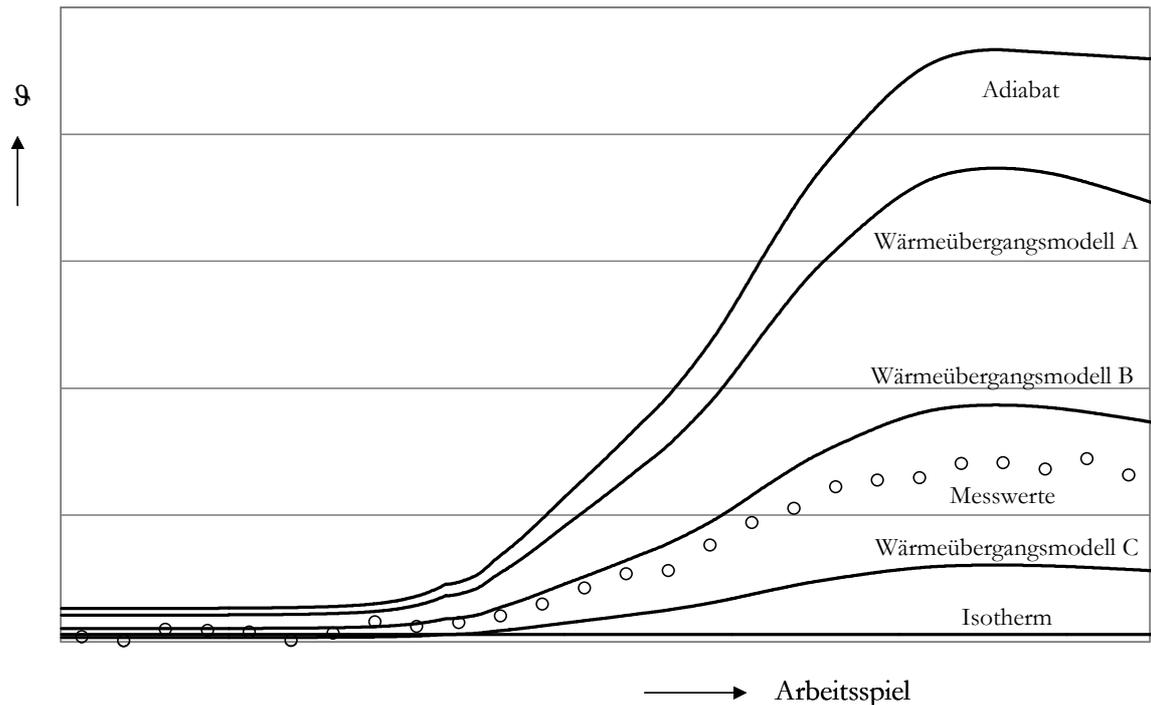
Mit der Abbildung der fluidführenden Verbindungen sind nun die Randbindungen zur Berechnung der Spaltmassenströme in der Simulation gegeben. Diese ist bis hierher noch als adiabat betrachtet. Die Wärmeübergangsmodelle lassen sich nun, ohne die Struktur des Kammermodells verändern zu müssen, programmtechnisch über Zeiger zuweisen. Somit kann theoretisch jeder Spalt mit jedem Wärmeübergangsmodell berechnet werden. Der vom Wärmeübergangsmodell berechnete Wärmestrom wird zur Enthalpie des Spaltmassenstroms addiert (bzw. subtrahiert) und ändert auf diesem Weg die innere Energie der spaltmündenden Kammer.

## 6 Die „kalte“ Maschine

Das Ziel, komplexe Systeme durch eine Simulation realitätsnah abbilden zu können, erfordert die Modellierung aller physikalisch relevanten Wirkmechanismen. Soll eine solche Simulation durch Messungen verifiziert werden, so ist die Kenntnis aller Randbedingungen des Experiments notwendig. Für die Abbildung der Wärmeübergänge einer Schraubenspindel-Vakuumpumpe in einem Simulationsprogramm bedeutet dies, dass nicht nur Wärmeübergangsmodelle und druckabhängige Stoffgrößen zu implementieren sind, sondern dass zur Vergleichbarkeit von Simulation und Messung bekannte, gleiche Oberflächentemperaturen vorliegen müssen.

Solche Randbedingungen zu kennen und zu gewährleisten scheint zunächst schwierig: Wärmeströme können an einer Versuchsmaschine nur im stationären Betrieb gemessen werden, da im instationären Betrieb die Bauteilkapazitäten erhebliche Energieströme binden. Die thermodynamische Simulation des stationären Betriebs erfordert allerdings die Kenntnis der Oberflächentemperaturen. Während bei einer guten Gehäusekühlung realitätsnahe Vereinfachungen der Gehäuseoberflächen möglich erscheinen, stößt die Angabe von Rotortemperaturen für die Simulation mangels Kenntnis derselben auf Schwierigkeiten. Einen stationären Betriebspunkt der Vakuumpumpe als Basis einer Verifikation zu wählen, kann folglich nur bei Kenntnis der Oberflächentemperaturen eine erfolgsversprechende Methode darstellen. Prinzipiell ist dieser Weg zwar mit Hilfe der thermischen FE-Methode und einer geeigneten Elemente-Zuordnung beschreibbar (und wird im späteren Teil der Arbeit auch besprochen), er erscheint aber zunächst als aufwendiger als nötig zu sein, da eine andere Methode mit weit weniger Aufwand verspricht, das Ziel der Verifikation ebenfalls erreichen zu können.

Bei dieser anderen Methode soll das Problem unbekannter Bauteiltemperaturen dadurch umgangen werden, dass sich alle Bauteile der Pumpe auf einem definierten, bekannten Temperaturniveau befinden. Zwar verfügt die Versuchsmaschine nicht nur über die Möglichkeit der Kühlmitteltemperierung sondern auch über eine Rotorkühlung, aber diese wirkt konstruktiv bedingt nur indirekt auf die Rotoren, so dass nicht davon auszugehen ist, dass die Kühlmitteltemperierung konstante Rotortemperaturen gewährleistet. Ein konstantes, definiertes Temperaturniveau liegt aber bei einer kalten, stehenden Maschine vor. Setzt man allerdings voraus, dass die thermische Trägheit der Vakuumpumpe hinreichend groß ist, das heißt so groß, dass beim instationären Einstellen eines beliebigen Betriebspunktes (bestehend aus Drehzahl und Ansaugdruck) dieser in einem Zeitraum erreicht wird, in dem keine Temperaturerhöhung der Bauteile zu erwarten oder messtechnisch festzustellen ist, so ist dieser instationäre Betriebspunkt sowohl der Simulation, als auch dem Experiment zugänglich. Allerdings muss festgestellt werden, dass in diesem Betriebspunkt die Verifikation der Wärmeübergangsmodelle mit Hilfe von experimentell ermittelter

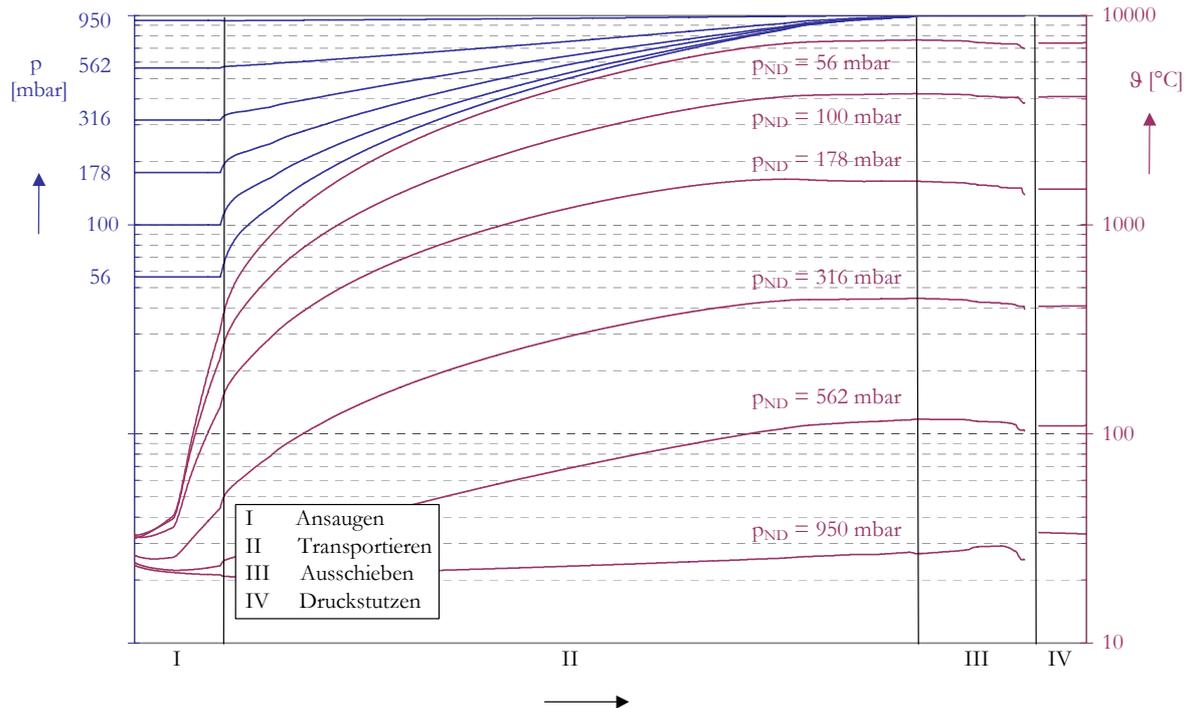


**Bild 6-1:** Mögliche Vorgehensweise: Validierung des Simulationsprogramms durch den Vergleich simulierter Gasttemperaturen mit gemessenen Werten. Unterschiedliche Wärmeübergangsmodelle liefern Gasttemperaturen, die die Realität unterschiedlich gut widerspiegeln. Die Voraussetzung für diese Vorgehensweise sind bekannte Randbedingungen, die in der Simulation anzusetzen sind. Derartige Randbedingungen, insbesondere bekannte Bauteiltemperaturen und Spalthöhen liegen allerdings nur bei „kalter“ Maschine vor

Wärmeströme naheliegender Weise nicht möglich, allerdings auch nicht zwingend erforderlich ist. Eine Verifikation der Simulation kann auch durch den Vergleich gemessener Gasttemperaturen erfolgen, vgl. **Bild 6-1**.

Eine Temperaturindizierung kann natürlich nicht die dynamische Auflösung einer Druckindizierung erwarten lassen, jedoch liefert auch die Angabe einer mittleren Gasttemperatur definierter Arbeitsspielbereiche eine hinreichende Basis zu Verifikation. Infolge dieser Vorgehensweise werden für die nachfolgenden Simulationen folgende Randbedingungen konstant gehalten:

- Alle Bauteiltemperaturen betragen  $\Theta=20^{\circ}\text{C}$ .
- Die angesaugte Luft hat eine Temperatur von ebenfalls  $\Theta=20^{\circ}\text{C}$ .
- Die Ladungswechsel erfolgen isobar.
- Spaltströmungen werden isentrop beschleunigt.
- Die eingesetzten Werte der Spalthöhen entsprechen denen exemplarischer Messungen an der Versuchsmaschine



**Bild 6-2:** Druck- und Temperaturverlauf des Arbeitsgases während des Arbeitsspiels einer adiabaten Simulation, Drehzahl  $n/n_{max} = 0,57$ , Parameter: Ansaugdruck  $p_E$ . Die Phasen des Arbeitsspiels sind: I) Ansaugen, II) Transportieren (ohne innere Verdichtung) und III) Ausschieben. Der Bereich IV) gibt den Druck- und Temperaturverlauf im Druckstutzen zeitlich über eine Arbeitsspielperiode (Zahnteilungswinkel) wieder

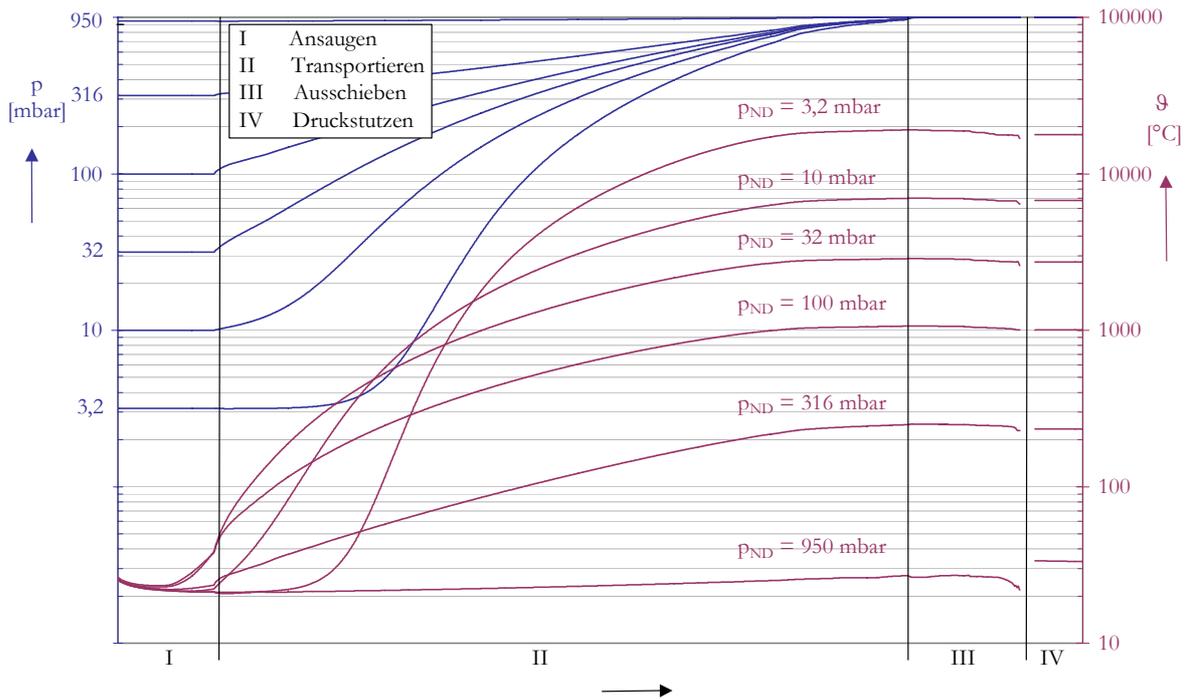
Die Wärmeübergangsmodelle werden zunächst nur partiell in der Simulation variiert, um ihren Einfluss auf die Simulation zu verdeutlichen. Eine vollständige Variation für die verschiedenen geometrischen Randbedingungen der Spalte und der Arbeitskammern erscheint wenig sinnvoll. Ein genaueres Abgleich mit Messergebnissen durch Variation und Kombination der Wärmeübergangsmodelle wird erst bei Kenntnis der grundsätzlichen Einflüsse möglich. Die geplante halbempirische Vorgehensweise beinhaltet also zunächst das Kennenlernen der Einflüsse der Wärmeübergangsmodelle auf die Simulation, das Erfassen von Messwerten und letztlich den Abgleich der Simulation durch eine sinnvoll erscheinende Kombination von Wärmeübergangsmodellen innerhalb der physikalischen Grenzen „adiabat“ und „isotherm“.

Als Vergleichsbasis soll zunächst das Modell der adiabaten Vakuumpumpe dienen, in dem sämtliche zugeführte mechanische Energie in eine Gasenthalpie gewandelt wird. **Bild 6-2** zeigt die Zustandsgrößen des geförderten Gases im Arbeitsspiel. Noch während des Füllvorgangs (Bereich I) steigt die Temperatur bei konstantem Ansaugdruck (isobare Füllung) über die Ansaugtemperatur hinaus. Die einzige implementierte Ursache, die einen Wirkung haben kann, sind Spaltmassenströme. Mit dem Schließen der ansaugenden Arbeitskammer zur Saugseite beginnt die Transportphase (II) und der Druck in der Kammer steigt infolge fehlender druckausgleichender Ver-

bindungen zur ND-Seite deutlich an, bis sie zum Zeitpunkt der druckseitigen Kammeröffnung sprunghaft den Atmosphärendruck erreicht. Die Temperaturänderung in einer transportierten Arbeitskammer ohne innere Verdichtung hängt bei fehlender Kühlung nur noch von den Spaltmassenströmen ab und ist daher direkt an die Druckänderung gekoppelt. Die Gastemperatur steigt daher in gleichem Maße wie der Druck und erreicht etwa zum Zeitpunkt der druckseitigen Kammeröffnung ihr Maximum.

Mit Erreichen des Druckgleichgewichts zwischen Arbeitskammer und Druckstutzen beginnt das Ausschieben (III). Im theoretischen Fall verläuft dieses Ausschieben isobar und isotherm, da die aufgebrauchte Verdrängungsarbeit ( $p\Delta V$ ) genau dem Unterschied zwischen der inneren Energie und der ausgeschobenen Enthalpie entspricht. Eine Störung kann im adiabaten Fall nur durch abfließende Spaltmassenströme erfolgen, die bewirken, dass die Temperatur in der Arbeitskammer sogar leicht sinkt, weil der Druckstutzen seine stationäre Temperatur in der Simulation aufgrund von Abbruchkriterien nur asymptotisch erreichen kann. Die sehr hohen auftretenden Gastemperaturen (bei Ansaugdrücken von  $p_E = 100 \text{ mbar}$  bereits  $4000^\circ\text{C}$ ) überraschen aufgrund der fehlenden Wärmeabfuhrmechanismen nicht. Sie übertreffen den nach Gl. (4-16) berechneten Wert (spaltfreie, adiabate Maschine) von  $\vartheta = 774^\circ\text{C}$  sogar noch deutlich. Dass dieser Wert die Realität nicht widerspiegelt, ist evident. Dieses Modell verdeutlicht daher durch seine extremen Temperaturen im Arbeitsspiel noch nachdrücklich die Notwendigkeit der diabaten Simulation.

Dieses Temperaturverhalten stützt sich bisher nur auf den Einfluss der Spaltmassenströme. Eine Erhöhung der Drehzahl in der Simulation führt zu einer „dichteren“ Maschine und so zu einem geringeren Zeitquerschnitt der Spaltmassenströme. Die Temperaturverläufe bei höheren Drehzahlen müssen sich demnach mit den gleichen Argumenten deuten lassen. Die Temperaturverläufe einer erhöhten Drehzahl verdeutlicht **Bild 6-3**. Der Verlauf ähnelt generell dem der niedrigeren Drehzahl, jedoch auf einem niedrigeren Temperaturniveau. Bei höherer Drehzahl und deshalb auch höherem volumetrischen Wirkungsgrad entspricht dies den Erwartungen. Besonders gut verdeutlicht die höhere Drehzahl auch den Zusammenhang zwischen Druck- und Temperaturgradienten. Bei niedrigen Ansaugdrücken befinden sich die saugseitennahen Arbeitskammern noch auf einem so geringen Druckniveau, dass in ihren Spalten eine molekulare oder zumindest eine stark drosselnde Knudsen-Strömung vorliegt. Dementsprechend zeigen diese Kammern zunächst nur einen sehr flachen Druckanstieg. Da sich der Druck aufgrund verringerter Spaltmassenströme nur geringfügig ändert, ändern sich auch die Gastemperaturen nur wenig. Erst im Bereich des zunehmenden Druckgradienten steigt auch die Temperatur. Die Spaltmassenströme bestimmen somit nicht nur den Liefergrad sondern haben auch erheblichen Einfluss auf die thermische Belastung der gesamten Maschine.

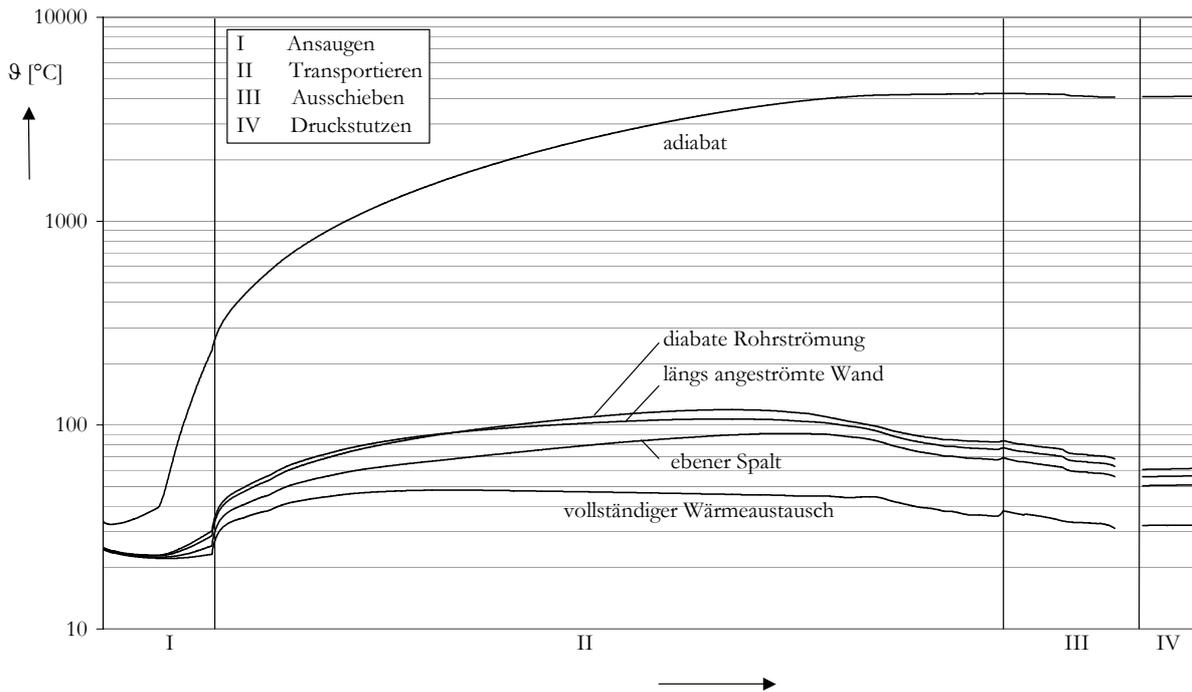


**Bild 6-3:** Druck- und Temperaturverlauf des Gases während des Arbeitsspiels einer adiabaten Simulation bei erhöhter Drehzahl  $n/n_{max} = 0,86$ ; Parameter: Ansaugdruck  $p_E$ . Die Überschneidung der Temperaturverläufe ist auf verringerte Spaltmassenströme in den saugseitenahen Kammern zurückzuführen

### 6.1 Einfluss der Wärmeübergangsmodelle in der Simulation

Das primäre Ziel an dieser Stelle kann es nicht sein, die fast beliebig große Zahl an Kombinationen von Wärmeübergangsorten und -modellen durch die Simulation abzubilden. Die Vorgehensweise gebietet es vielmehr, den Einfluss einzelner Wärmeübergangsmodelle und später auch noch den Einfluss der Stoffgrößenmodelle und der gasdynamischen Freiheitsgrade herauszuarbeiten. Hierzu werden im ersten Schritt, unabhängig von der erwarteten Realitätsnähe dieser Annahme, ganze Bereiche der Vakuumpumpe adiabatisch abgebildet und nur spezielle Bereiche mit Wärmeübergangsmodellen versehen. In den nachfolgenden Vergleichen wird demnach im Gehäusespalt durch die in Kapitel 5.5.1 diskutierten Wärmeübergangsmodelle Energie abgeführt, während die Arbeitskammern selbst adiabatisch bleiben. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, findet im Spalt zunächst keine Betrachtung unterschiedlicher Relativgeschwindigkeiten der Spaltströmung gegenüber dem Gehäuse bzw. dem Rotor statt. Eine solche Differenzierung würde nur das Wärmeübergangsmodell der längs angeströmten Wand erlauben.

Den Vergleich der berechneten Gastemperaturen unterschiedlicher Wärmeübergangsmodelle im Gehäusespalt bei gleichem Betriebspunkt ( $p_E = 100 \text{ mbar}$ ;  $n/n_{max} = 0,57$ ) vermittelt **Bild 6-4**. Es ist primär festzustellen, dass offensichtlich jedes Wärmeübergangsmodell in der Lage ist, die berech-

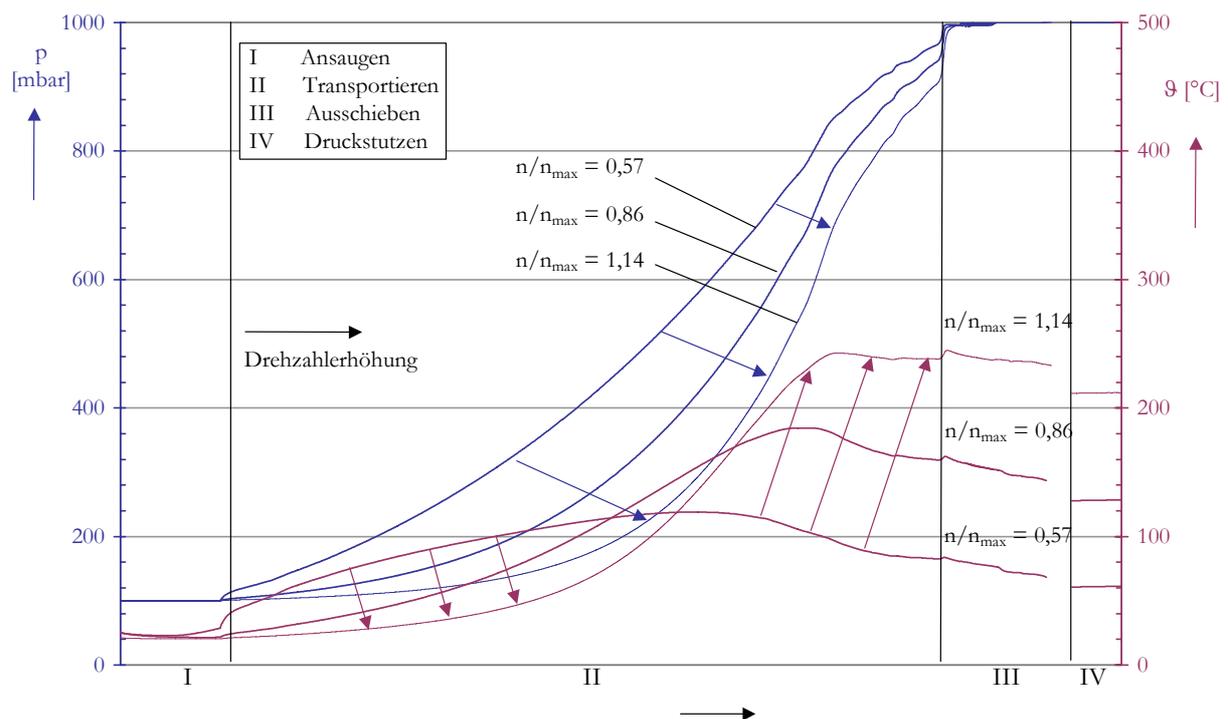


**Bild 6-4:** Temperaturverlauf des Gases während des Arbeitsspiels einer Simulation mit adiabater Arbeitskammer und diabatem Gehäusespalt. Betriebspunkt: Ansaugdruck  $p_E = 100 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n/n_{max} = 0,57$ , Parameter: Wärmeübergangsmodelle nach Kapitel 5.5.1 im Gehäusespalt.

neten Gastemperaturen in eine realitätsnahe Größenordnung gegenüber dem adiabaten Modell zu verschieben. Das Temperaturmaximum des gewählten Betriebspunktes verschiebt sich von etwa  $\vartheta_{max} = 4000^\circ\text{C}$  im adiabaten Modell auf  $\vartheta_{max} = 110^\circ\text{C}$  bei der diabaten Rohrströmung und immerhin noch  $\vartheta_{max} = 50^\circ\text{C}$  im Modell des vollständigen Wärmeübergangs. Dass im letztgenannten Fall keine isotherme Prozessführung zu erwarten ist, liegt an der Verschiebearbeit in der Enthalpie der Spaltmassenströme, die eine Temperaturerhöhung in der Arbeitskammer bewirkt, obwohl der einströmende Spaltmassenstrom sogar eine geringere Temperatur besitzt. Der Temperaturgradient wird umso steiler, je größer der Druckgradient und je niedriger das Druckniveau an einer Stelle ist, da in diesem Fall die Auswirkungen des Spaltmassenstroms signifikant werden.

Für die Ausbildung eines Temperaturmaximums ist eine zweite, gegenläufige Wirkung erforderlich, der dem Temperaturanstieg als Folge des Druckanstieges durch Spaltmassenströme entgegen wirkt. Diese zweite Wirkung, ein Abfall der Temperatur durch den Wärmeübergang des Gases an die umgebenden Bauteile, kann nur in Bereichen moderater Druckänderungen dominieren. Bei niedrigen Drehzahlen führen die Spaltmassenströme zu Beginn der Transportphase zu einem steileren Druckgradienten als im Falle höherer Drehzahlen. Infolgedessen spiegelt sich der Einfluss der Gaskühlung durch Rotoren und Gehäuse auf die Gastemperaturen in diesem Bereich nicht wider. Da bei niedrigeren Drehzahlen schon zu Beginn der Transportphase ein großer Teil

der Druckdifferenz zur Atmosphäre überwunden ist, muss der Druckgradient im weiteren Verlauf geringer ausfallen. Infolgedessen kommt die kühlende Wirkung hier stärker zum Tragen als bei höheren Drehzahlen; ein Temperaturmaximum entsteht. Mit steigender Drehzahl verhält sich die Maschine dichter. Der Druckanstieg verlagert sich in die Richtung des druckseitigen Ladungswechsels. Entsprechend verschiebt sich das Temperaturmaximum, **Bild 6-5**. Hier führt die höhere Drehzahl zu einem flacheren Druckanstieg zu Beginn der Transportphase (II) und verursacht daher im weiteren Verlauf einen steileren Druckgradienten. Die Gastemperaturen fallen demnach anfangs der Transportphase bei höherer Drehzahl geringer und gegen Ende der Transportphase deutlich höher aus. Bei hinreichend niedriger Drehzahl und niedrigen Ansaugdrücken kann es somit auch zur Ausbildung eines Temperaturmaximums nahe der Saugseite kommen. Ein solcher mathematisch prinzipiell möglicher Betriebspunkt liegt dann sehr nahe oder schon jenseits der Betriebsgrenze der Vakuumpumpe. Im letzteren Fall würde die Pumpe von der Druckseite her durchströmt.

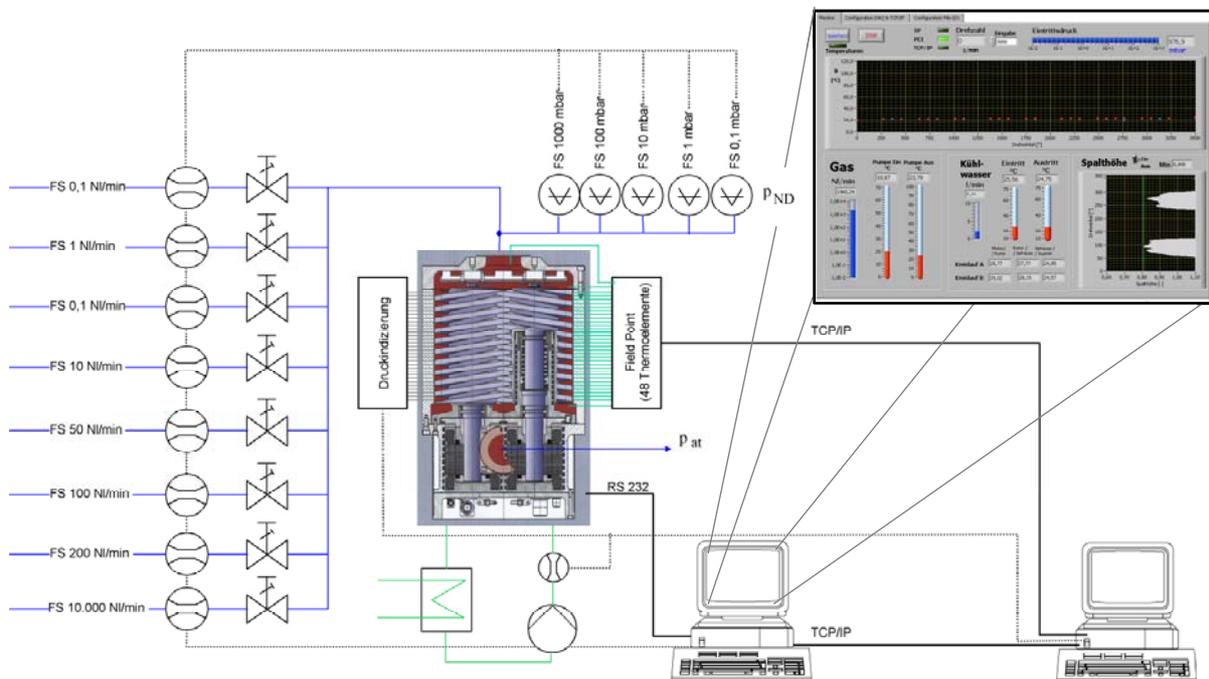


**Bild 6-5:** Druck- und Temperaturverlauf des Gases während des Arbeitsspiels einer Simulation mit adiabater Arbeitskammer und dem Wärmeübergangsmodell „Rohrströmung“ im Gehäuse-spalt bei einem Ansaugdruck  $p_E = 100 \text{ mbar}$ , Parameter: Drehzahl.

## 6.2 Die „kalte“ Maschine im Experiment

Die Messung der Gastemperaturen erlaubt bei einer gesicherten Kenntnis der Bauteiltemperaturen entweder die Verifikation des Simulationsprogramms, und/oder eine Beurteilung der Abbildungsgüte der Wärmeübergangsmodelle. Nachdem im ersten Schritt die Auswirkungen der Wärmeübergangsmodelle durch Gegenüberstellung der adiabaten mit der diabaten Simulation diskutiert wurden, sollen im zweiten Schritt Gastemperaturen gemessen werden. Es ist jedoch zu erwarten, dass die Erfassung von Gastemperaturen gerade bei niedrigen Drücken auf eine messtechnische Grenze stoßen wird. Bei welchem Druck mit zugehörigen Randbedingungen dies jedoch der Fall sein wird, kann zunächst noch nicht abgeschätzt werden.

### 6.2.1 Versuchsstand

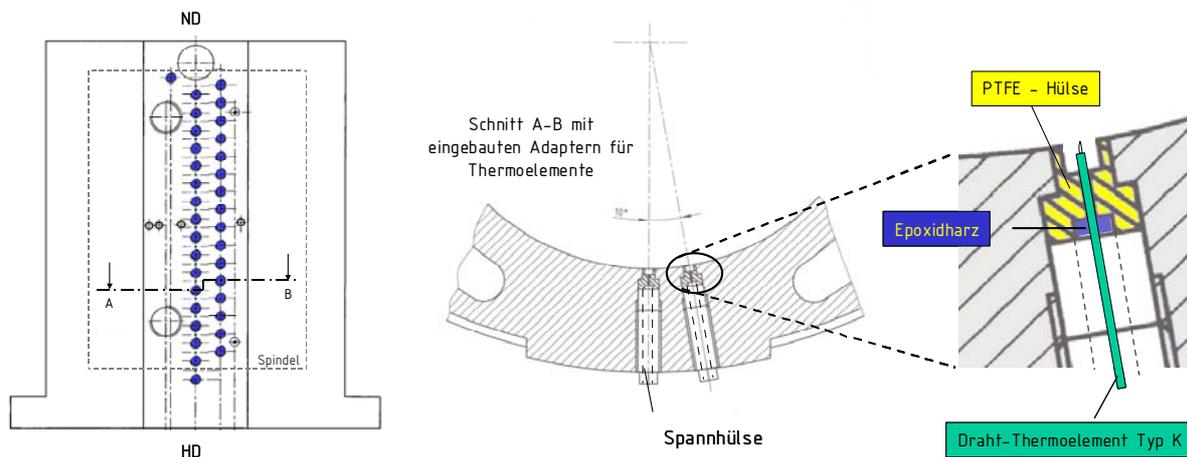


**Bild 6-6:** Schematischer Aufbau des Versuchsstandes. Der angesaugte Gasvolumenstrom wird thermisch mit einem der insgesamt 8 Gasflussmessgeräte bestimmt und per Hand auf Ansaugdruck gedrosselt. Die Messung des Druckes erfolgt kapazitiv

Eine Messung von Gastemperaturen im Arbeitsspiel kann aufgrund der thermischen Trägheit der zur Verfügung stehenden Messtechnik (Thermoelement, Widerstandsthermometer) nicht zeitabhängig erfolgen. Eine Temperaturmessstelle wird ein mittleres Signal liefern. Es sind zudem Störgrößen wie die Eigenwärmeleitung durch den Temperatursensor, die das Messsignal verfälschen, zu erwarten. Der Sensor und die Gestaltung der Temperaturmessstelle haben deshalb verschiedenen Faktoren Rechnung zu tragen:

- der geringen thermischen Trägheit des Sensors,
- der geringen Wärmeleiteigenschaften des Sensors,
- der geringen Beeinflussung der ungestörten Messstelle,
- der hinreichenden Temperaturbeständigkeit der Gesamtlösung.

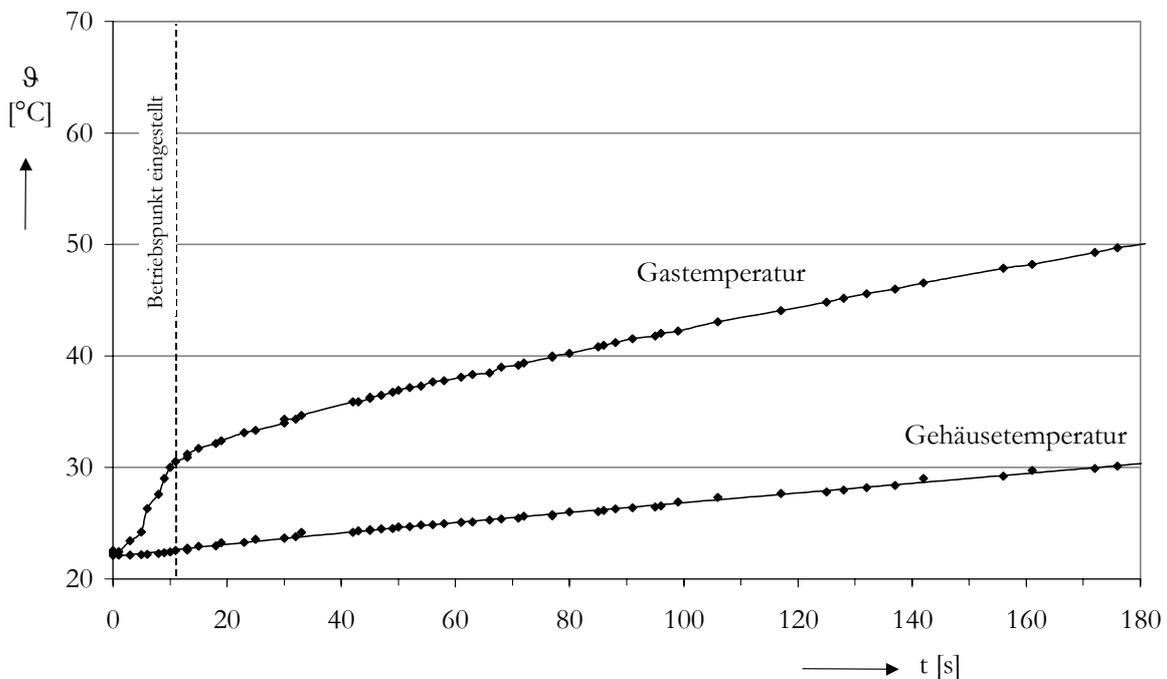
Die unter diesen Vorgaben realisierte Messstelle in der Vakuumpumpe ist in **Bild 6-6** im Zusammenhang und in **Bild 6-7** detailliert zu entnehmen. Ausgewählt wurde ein Draht-Thermoelement Typ K mit unisolierter Lötstelle. Die Paarung NiCr-Ni besitzt im Vergleich zu anderen Thermoelementtypen eine niedrigere Wärmeleitfähigkeit. Der geringe Drahtdurchmesser ( $\varnothing < 0,1 \text{ mm}$ ) trägt dazu bei, das Problem der thermischen Trägheit und der Eigenwärmeleitung gering zu halten. Das Thermoelement wird in einer temperaturbeständigen und wärmeisolierenden ( $\lambda_{\text{PTFE}} = 0,2 \text{ W/mK}$ ) Teflon-Buchse mit Epoxidharz abgedichtet und mittels einer metallischen Spannhülse so im Gehäuse der Vakuumpumpe montiert, dass die Lötstelle möglichst nahe an der fiktiven Gehäusekante liegt. Je weiter das Thermoelement aus seiner Teflon-Buchse herausragt, desto geringer seine Eigenwärmeleitung. Die Kompensation der Übergabestellen der Thermopaare geschieht elektronisch. Zusätzlich zu den vorgestellten Messstellen der Gastemperatur wird die Oberflächentemperatur der Gehäuse-Innenwand (genauer ca. 1mm hinter der Oberfläche) erfasst, um eine eventuelle Verletzung der erforderlichen Randbedingungen des Versuchs (konstante Bauteiltemperaturen) bemerken zu können.



**Bild 6-7:** Anordnung (links) und Gestaltung (mitte/rechts) der Temperaturmessstellen im Gehäuse der Vakuumpumpe. Ein Draht-Thermoelement (Typ K) mit offener Lötstelle wird in einer PTFE-Buchse durch temperaturbeständigen Epoxidkleber abgedichtet und mit einer Spannhülse in der dafür vorgesehenen Gehäusebohrung fixiert

### 6.2.2 Messergebnisse

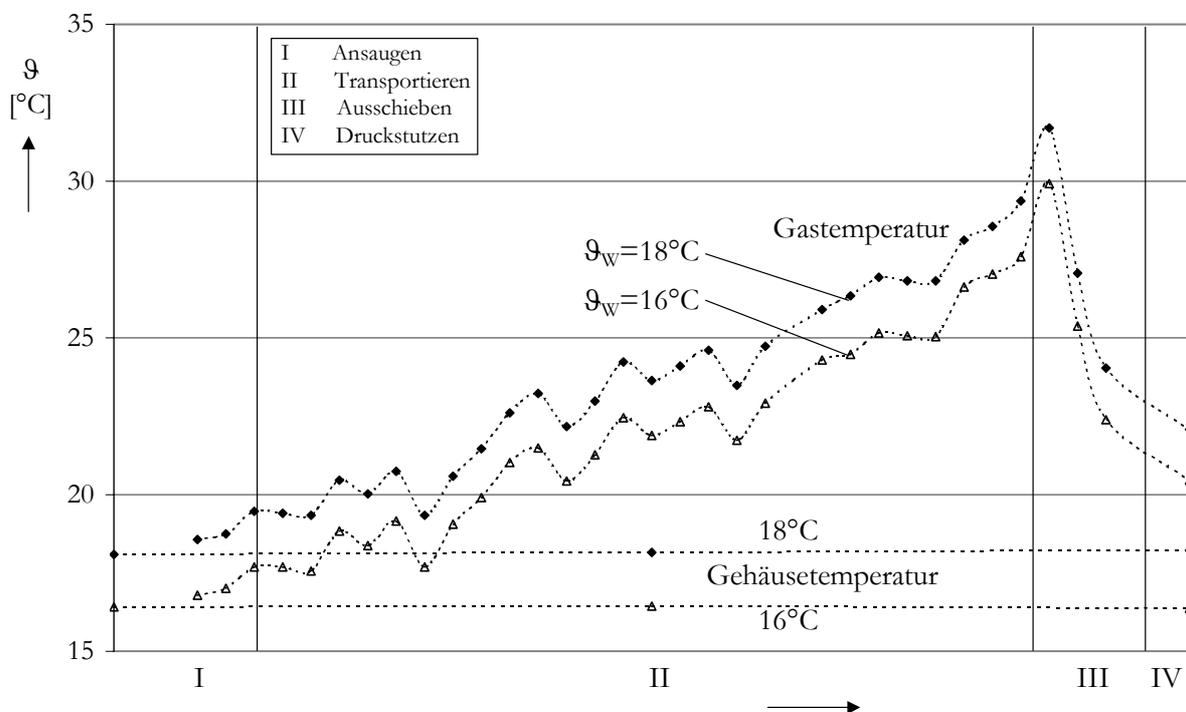
Das eigentliche Ziel des Versuches sind die Messungen von Gastemperaturen bei „kalter“ Maschine. Allerdings stehen diesem Ziel einige praktische Restriktionen gegenüber. Eines dieser Hindernisse ist die Zeit, die bis zum Erreichen eines Betriebspunktes erforderlich ist. Das Einstellen dieses Arbeitspunktes, bestehend aus Drehzahl und Ansaugdruck, muss in einem so kurzen Zeitraum erfolgen, dass Bauteilerwärmungen während des Versuches zu vernachlässigen sind. In dieser Zeit muss die Maschine aus dem Stillstand auf Soll-Drehzahl beschleunigt werden; gleichzeitig muss mit Hilfe eines Drosselventils der einzustellende Ansaugdruck manuell eingestellt werden. Als praktikabel zeigen sich hier Betriebspunktabhängig Zeiträume im Bereich zwischen 10 und 30 Sekunden. Auf der anderen Seite ist eine weitere zeitliche Einschränkung, nämlich die thermische Trägheit der Thermoelemente (Wärmekapazität) zu berücksichtigen. Diese kann allerdings nicht pauschal beschrieben werden, weil die Wärmeübergangsrandbedingungen des Gases an das Thermoelement nicht nur eine Funktion der instationären Temperaturdifferenz zwischen Arbeitsgas und Thermoelement, sondern auch eine Funktion des örtlichen Druckes und der Drehzahl sind. Die Überlagerung der beiden Effekte, des zeitlichen Anfahrvorgangs und der thermischen Trägheit, lassen sich aber dennoch partiell durch einen, mit Erreichen des Ansaugdruckes, sich ändernden Temperaturgradienten in den Messergebnissen der angezeigten



**Bild 6-8:** Zeitlicher Verlauf der gemessenen Gastemperatur und der Gehäusetemperatur während der ersten Minuten einer Messung. Das Einstellen des Betriebspunktes (Beschleunigung der Rotoren aus dem Stillstand und Drosseln auf den gewünschten Ansaugdruck) dauern in diesem Beispiel ca. 11 Sekunden. Danach steigt die angezeigte Gastemperatur weiter an, was auf die offensichtlich nicht mehr zu vernachlässigende Bauteilaufheizung zurückzuführen ist

Gastemperatur wiederfinden, **Bild 6-8**. Eine genauere Zuordnung ist nicht möglich. Es stellt sich allerdings heraus, dass die Gastemperaturen nicht nur bis zum Erreichen des Betriebspunktes, sondern auch darüber hinaus, einem deutlichen zeitlichen Anstieg unterworfen sind. In Anbetracht der fehlenden Konvergenz des Signals erscheint es legitim, diesen zeitlichen Anstieg auf die allmähliche Aufheizung der Bauteile zurückzuführen, wobei die thermische Trägheit der Thermoelemente als Ursache dieses Anstiegs vernachlässigt werden kann. Der Anstieg der Gehäusetemperatur als Funktion der Zeit belegt dies. Die Tatsache, dass die Rotorspindeln der Maschine eine deutlich niedrigere Wärmeleitfähigkeit aufweisen, lassen zudem eine deutlich höhere Rotor-temperatur und somit eine Verletzung der Randbedingungen erwarten.

In Anbetracht des Ergebnisses, dass die Gastemperaturen auch innerhalb weniger Sekunden schon durch die Aufheizung der Pumpenbauteile ansteigen, stellt sich die Frage nach der Auswertung und insbesondere nach der Vergleichbarkeit der Messergebnisse. Während bei unterschiedlichen homogenen Bauteiltemperaturen, die durch die klimatischen Änderungen über mehrere Versuchstage auftreten, die Messergebnisse um solche Temperaturänderungen korrigiert werden können, **Bild 6-9**, müssen bei unterschiedlichen benötigten Zeiträumen zum Einstellen der Betriebspunkte inkonsistente Anfahrvorgänge in Kauf genommen werden. Wenn im Folgenden angezeigte Gastemperaturen unterschiedlicher Betriebspunkte miteinander verglichen werden, so



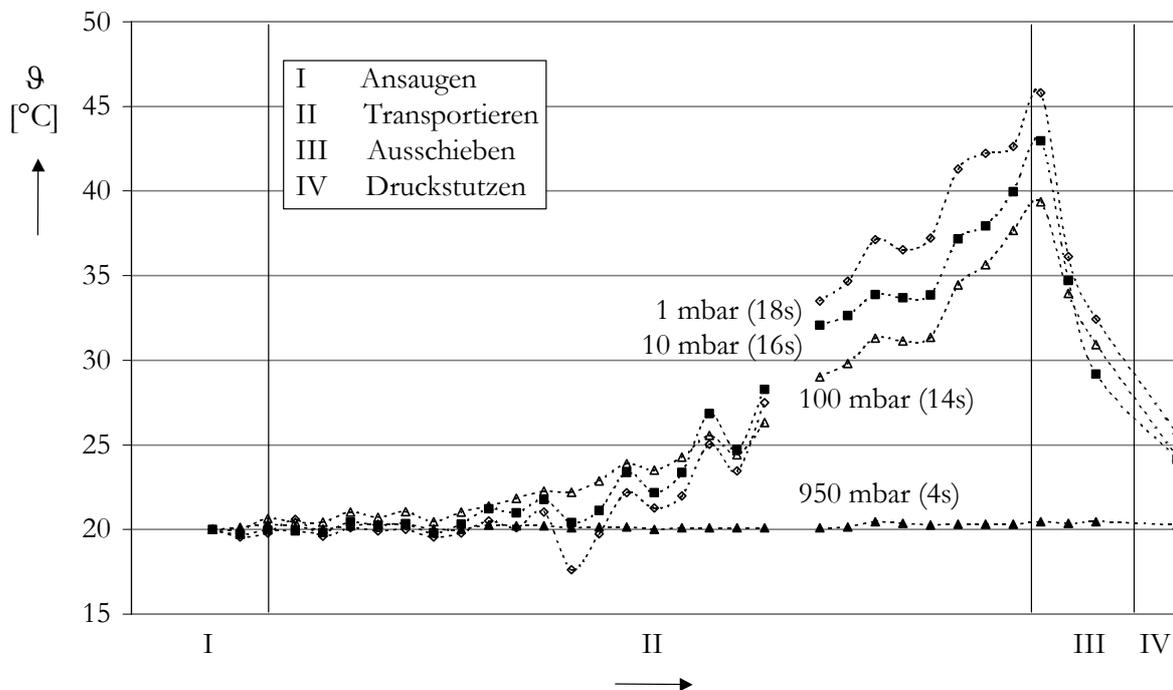
**Bild 6-9:** Wiederholung des Versuchs bei unterschiedlich homogenen Bauteiltemperaturen, Gastemperatur und Gehäusetemperatur als Funktion der Arbeitsspielphase. Die unterschiedlichen Bauteiltemperaturen verursachen offensichtlich eine ebenso große, konstante Verschiebung der Messkurve. Beide Kurven wurden mit einem zeitlich annähernd identischen Anfahrvorgang erfasst

werden zusätzlich die Anfahrzeiten der einzelnen Betriebspunkte als Parameter angegeben.

Systematische Schwankungen der Gastemperaturen lassen sich durch unterschiedliche Montagegenauigkeiten der Thermoelemente deuten. Insbesondere die Ausspannlänge des unisolierten Messdrahtes wird hier als Ursache angesehen.

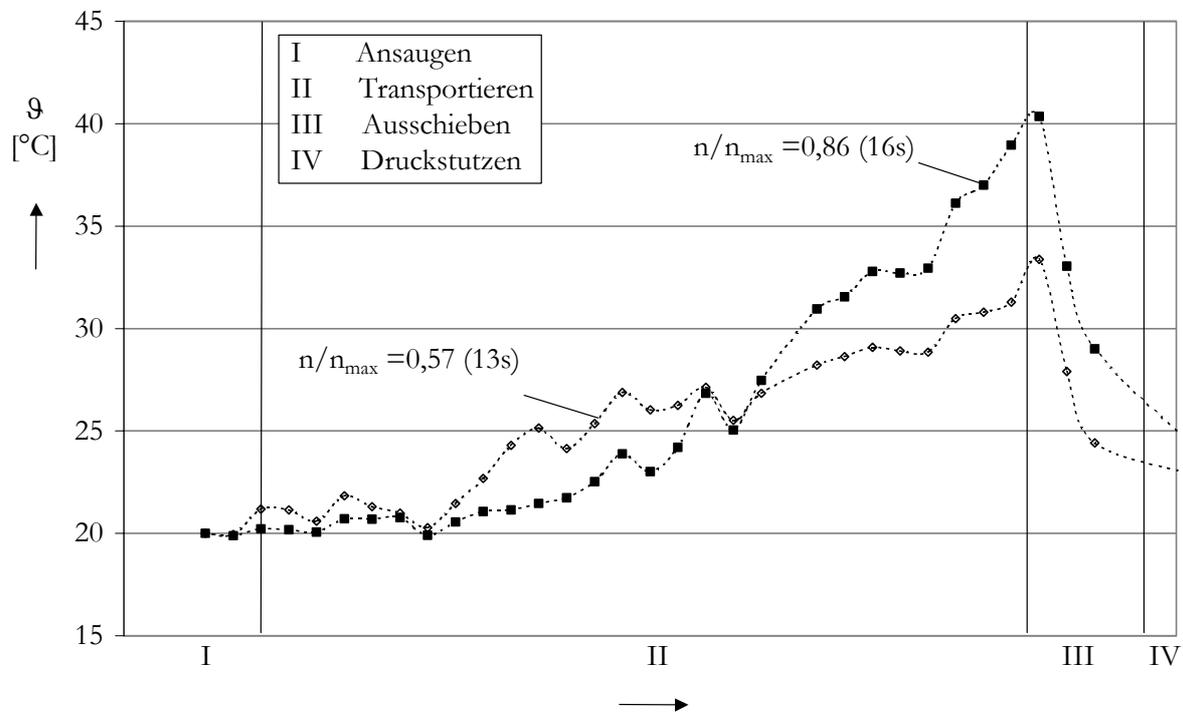
Vergleicht man die so erhaltenen angezeigten Gastemperaturen für die verschiedenen Ansaugdrücke und Rotordrehzahlen, so ergeben sich die in **Bild 6-10** und **Bild 6-11** gezeigten Verläufe als Funktionen des Arbeitsspiels. Ein Absenken des Ansaugdruckes erhöht erwartungsgemäß die auftretenden Gastemperaturen. Die Differenzen zwischen den Verläufen der Ansaugdrücke  $p_E=10 \text{ mbar}$  und  $p_E=100 \text{ mbar}$  fallen jedoch geringer aus als die Differenzen zwischen den Kurven von  $p_E=100 \text{ mbar}$  und  $p_E=950 \text{ mbar}$ , was bestätigt, dass die zu verarbeitende Druckdifferenz bei dieser Art der Prozessführung einen höheren Einfluss auf die thermische Belastung besitzt als das Druckverhältnis. Festzustellen ist weiter, dass das Maximum der Gastemperatur im Bereich des Öffnens der Arbeitskammer zur Druckseite auftritt und die Gastemperatur beim anschließenden Ausschleiben gegen den Atmosphärendruck wieder sinkt.

Ein Absenken der Drehzahl (Bild 6-11) führt zu einer geringeren Spitzentemperatur, aber zu einem früheren Anstieg der Temperatur im Arbeitsspiel. Dieses Verhalten ist auf die „undichtere“ Prozessführung bei niedrigerer Drehzahl also längeren Arbeitsspielzeiten zurückzuführen. Die



**Bild 6-10:** Einfluss des Ansaugdruckes auf den gemessenen Gastemperaturverlauf im Arbeitsspiel bei einer Drehzahl von  $n/n_{max}=0,86$ . In Klammern ist die Dauer des Anfahrvorganges angegeben.

Spaltmassenströme führen in diesem Fall zu einem früheren Druckanstieg in der Arbeitskammer und zu einem früheren Temperaturanstieg. Die Überschneidung der dargestellten Verläufe deckt sich dementsprechend mit den in Kapitel 6.1 berechneten Tendenzen und belegt quasi nachträglich den dort dargelegten Zusammenhang.

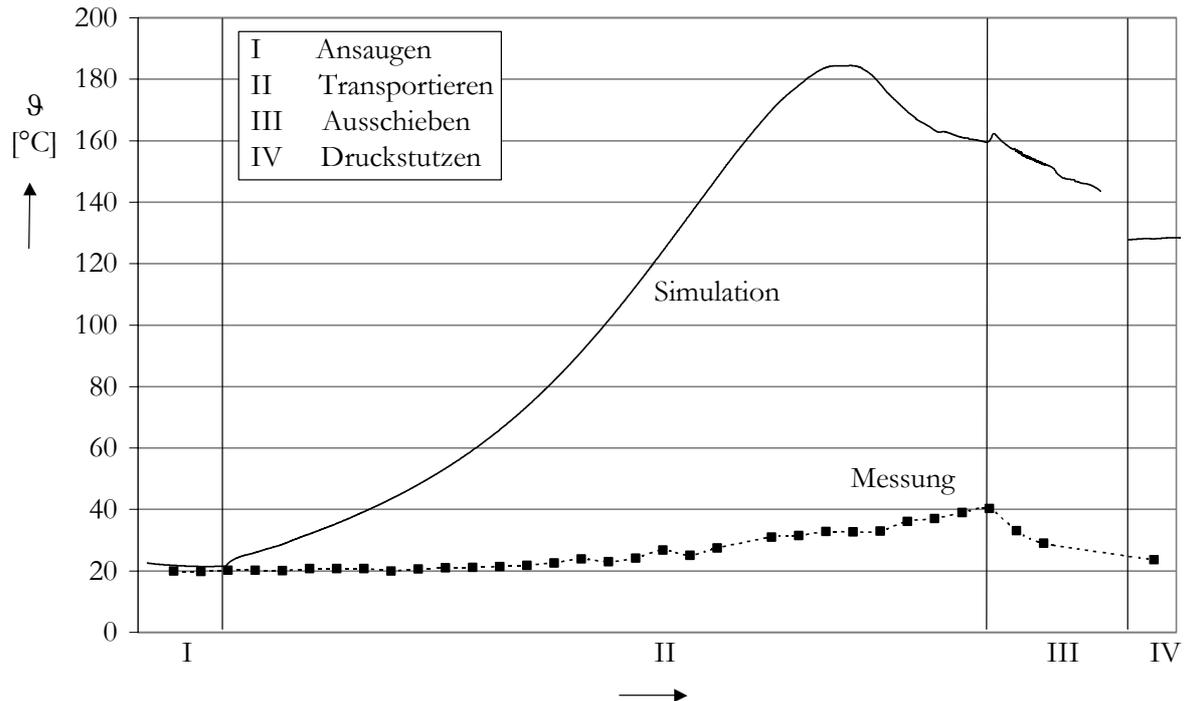


**Bild 6-11:** Einfluss des Rotordrehzahl auf den gemessenen Gastemperaturverlauf im Arbeitsspiel bei einem Ansaugdruck von  $p_E=31 \text{ mbar}$ . In Klammern ist die Dauer des Anfahrvorganges angegeben. Die Überschneidung der Temperaturverläufe ist auf die unterschiedliche Auswirkung der Spaltmassenströme zurückzuführen, vgl. Kapitel 6.1

### 6.3 Vergleich von Messung und Rechnung

Die Messergebnisse zeigen, dass trotz tendenzieller Übereinstimmungen die in Kapitel 6.1 berechneten Gastemperaturen die angezeigten Gastemperaturen quantitativ deutlich übersteigen. Ein beispielhafter Vergleich ist dem **Bild 6-12** zu entnehmen. In den Simulationsergebnissen wurde, den generellen Einfluss der Wärmeübergangsmodelle erörternd, zunächst nur der Gehäusespalt der Versuchsmaschine diabat abgebildet, während alle andere Spalte und insbesondere die Arbeitskammern in der Simulation adiabatisch angenommen wurden. Aufgrund der geringen Modellierungstiefe überraschen daher die deutlichen Unterschiede zunächst nicht.

Das Ziel der weiteren Vorgehensweise muss daher zunächst die Erhöhung der Modellierungstiefe, in diesem Fall also die Erhöhung der Anzahl wärmeabführender Mechanismen in der Simulation sein. Da sich, wie erwähnt, eine (fast) beliebig große Anzahl möglicher Spalte bzw. Arbeits-



**Bild 6-12:** Beispielhafter Vergleich von Messung und Simulation nach Kapitel 6.1 (Wärmeabfuhr ausschließlich im Gehäusespalt). Parameter: Ansaugdruck  $p_E=100\text{mbar}$ , Drehzahl  $n/n_{max}=0,86$ , Wärmeübergangsmodell der Simulation: Rohrströmung

kammern und Wärmeübergangsmodelle ergibt, soll zunächst ein erster begründbarer Versuch einer Kombination von Wärmeübergangsmodellen unternommen werden. Für den ersten Abbildungsversuch werden die folgenden weitergehenden Annahmen getroffen:

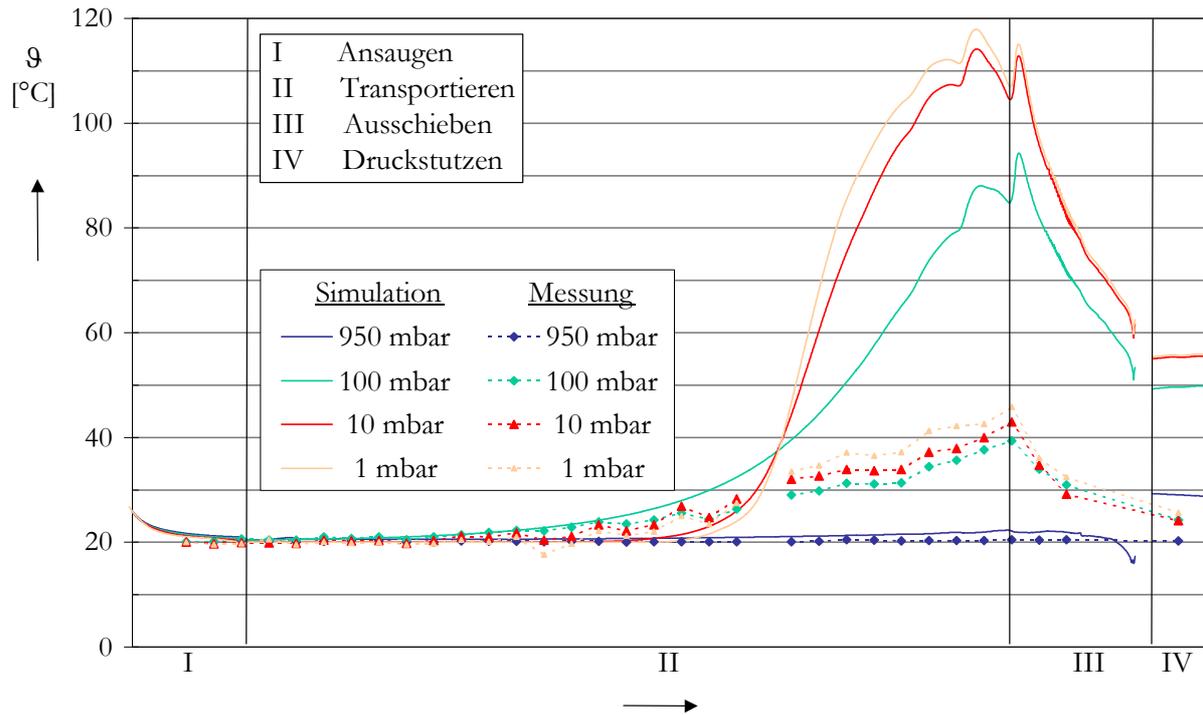
- Die Wärmeübergänge in der *Arbeitskammer* und im *Gehäusespalt* werden durch das Wärmeübergangsmodell der längs angeströmten Wand beschrieben. Dieses Modell berücksichtigt unterschiedliche Relativgeschwindigkeiten zwischen Gas und Rotor bzw. Gehäuse und weist somit den höchsten Detaillierungsgrad auf.
- Sämtliche *Radial-* und *Profileingriffspalte* weisen eine im Verhältnis zu den Spaltquerschnitten große Wärmeübertragungsfläche auf. Da zudem ein Vergleich ihrer Spaltquerschnitte mit dem des Gehäusespalt eine eher untergeordnete Rolle auf das Betriebsverhalten erwarten lässt, scheint die vereinfachende Annahme eines vollständigen Wärmeüberganges in diesen Spalten möglich.
- Aufgrund der größeren charakteristischen Länge des freien Strömungsquerschnittes (Spalthöhe) der *Kopfrundungsöffnung* wird hier –im Vergleich zu den anderen Spalten- die stärker drosselnde molekulare Strömungsform erst bei niedrigeren Drücken erreicht. Diese Tatsache lässt vermuten, dass ihr Einfluss auf das Be-

triebsverhalten - gerade bei Betriebspunkten, in denen in den anderen Spalten schon eine molekulare Strömung vorliegt- nicht vernachlässigbar sein wird. Die fehlende räumliche Begrenzung dieses Spaltes und, daraus folgend, die schwer definierbare Zuordnung seiner Wärmeübertragungsflächen, lassen an dieser Stelle keine beliebige Zuordnung der Wärmeübergangsmodelle zu. Vielmehr beschränkt sich die Auswahl aus rein formalen Gründen auf das adiabate Modell und das des vollständigen Wärmeüberganges, da diese keine Wärmeübertragungsflächen benötigen. Die fehlende Wärmeübertragungsfläche legt das adiabate Modell nahe.

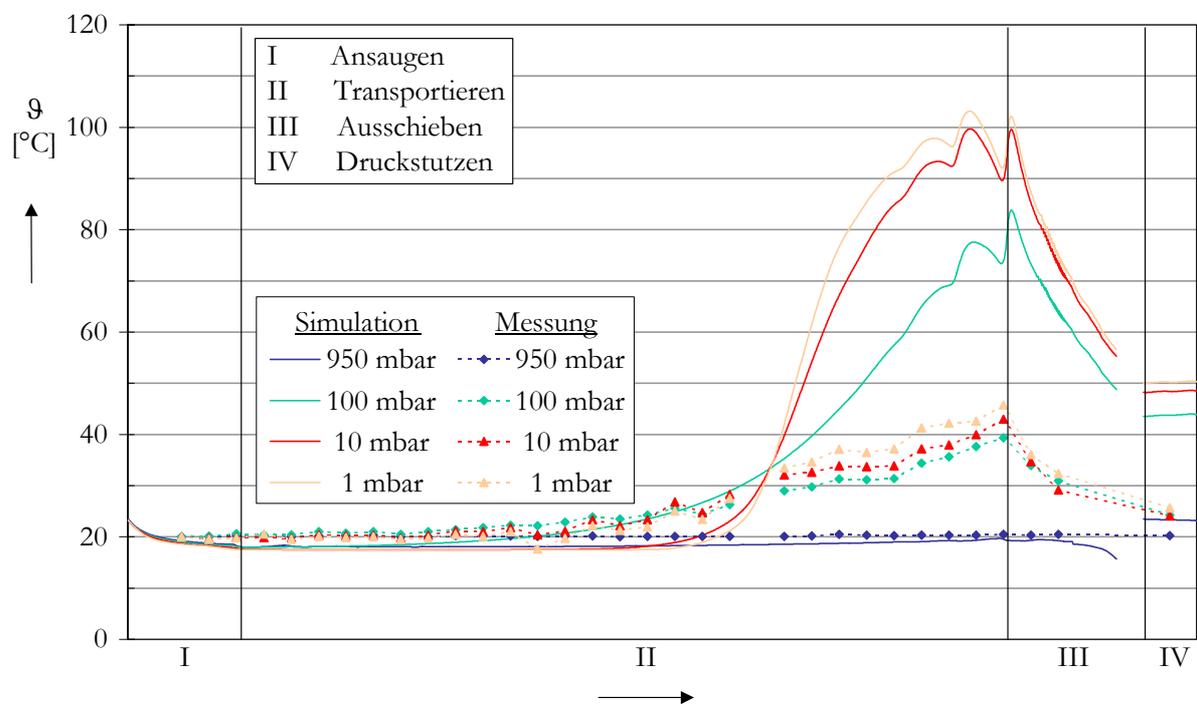
Die Simulation liefert mit diesen Voraussetzungen für eine Drehzahl von  $n/n_{max} = 0,86$  die in **Bild 6-13** dargestellten Gastemperaturen. Es gelingt zwar, die Gastemperaturen in der Simulation durch die ausgewählten Wärmeübergangsmodelle deutlich zu senken, und zwar im Falle eines Ansaugdruckes von  $p_E = 100 \text{ mbar}$  von  $\vartheta_{max} \approx 180^\circ\text{C}$  auf etwa  $\vartheta_{max} \approx 90^\circ\text{C}$ . Allerdings zeigen sich immer noch deutliche quantitative Unterschiede zum Experiment. Als positives Indiz ist jedoch zu werten, dass die Zeitpunkte des Temperaturanstiegs im Arbeitsspiel in Simulation und Experiment gut übereinstimmen. Dieser Sachverhalt deutet mit der Diskussion des Temperaturverlaufs in Kapitel 6.1 trotz der hohen Sensibilität der Vakuumpumpe in der Simulation bezüglich der Spalthöhe auf eine akzeptable Abbildung der Spaltmassenströme hin.

Aufgrund der noch zu hohen Temperaturen liegt es nahe, das Potenzial des Wärmeübergangs in den Kopfrundungsöffnungen zu untersuchen. Diese wurden in der bisherigen Simulation durchweg adiabat betrachtet und sollen folglich in der Simulation mit einem vollständigen Wärmeübergang versehen werden. **Bild 6-14** zeigt die Ergebnisse dieser Änderung. Ein Vergleich mit der vorherigen Rechnung bringt bei einer vollständig diabaten Kopfrundungsöffnung gegenüber der adiabaten bei einem Ansaugdruck von  $p_E = 100 \text{ mbar}$  eine Abkühlung um etwa  $\Delta\vartheta_{max} \approx 10^\circ\text{C}$ . Ganz offensichtlich vermag es eine Simulation mit vollständigem Wärmetausch sowohl im Radialspalt, im Profileingriffsspalt als auch in der Kopfrundungsöffnung nicht, die niedrigeren gemessenen Gastemperaturen abzubilden.

An dieser Stelle besteht generell noch die Möglichkeit eines weiteren Schrittes zur Erhöhung des Wärmeüberganges in der Simulation. Abgesehen von der Annahme eines vollständigen Wärmeübergangs in der gesamten Maschine, was dem Ziel dieser Arbeit widerspricht, besteht diese Möglichkeit in der Änderung des Wärmeübergangsmodells im Gehäusespalt. Allerdings erscheint in Abwägung der bisher erzielten Änderungen auf dem Weg zur Abbildung der gemessenen Temperaturen zunächst die Betrachtung anderer Ursachen als geboten.



**Bild 6-13:** Vergleich von Messung und Simulation: Gastemperatur als Funktion des Arbeitsspiels, Drehzahl  $n/n_{max}=0,86$ ; Parameter: Ansaugdruck  $p_E$ ; Wärmeübergangsmodelle: Arbeitskammer, Gehäusespalt: längs angeströmt Wand; Radialspalt und PE-Spalt: vollkommener thermischer Ausgleich, Kopfrundungsöffnung: adiabatisch



**Bild 6-14:** Vergleich von Messung und Simulation: Gastemperatur als Funktion des Arbeitsspiels, Drehzahl  $n/n_{max}=0,86$ ; Parameter: Ansaugdruck  $p_E$ ; Wärmeübergangsmodelle: Arbeitskammer, Gehäusespalt: längs angeströmt Wand; Radialspalt, PE-Spalt und Kopfrundungsöffnung: vollkommener thermischer Ausgleich

## 6.4 Ursachenanalyse

Die vorgestellten Simulationsergebnisse beruhen auf vereinfachenden Annahmen hinsichtlich der Stoffgrößen und der Gasdynamik. Da diese eine potenzielle Ursache der Abweichung zwischen Simulation und Messwerten darstellen, ist zunächst die Sensibilität dieser Modelle auf die Simulation zu überprüfen.

### 6.4.1 Sensibilität der Stoffgrößenmodelle

Eine Einflussgröße auf die Quantität des Wärmeüberganges stellt das gewählte Stoffgrößenmodell der Wärmeleitfähigkeit dar. Unterschiedliche Berechnungsvorschriften, sowie die aus ihnen resultierenden quantitativen Auswirkungen auf die Stoffgrößen wurden bereits in Kapitel 5.5.2-*Stoffgrößen* erläutert. Das gaskinematische Stoffgrößenmodell nach [77] zeigte hier eine geringere Wärmeleitfähigkeit als das Berechnungsmodell der Superisolation nach [85]. Der Wärmeübergangskoeffizient ist durch die Definition der Nußelt-Zahl

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l_{char}} \quad \text{Gl. (6-1)}$$

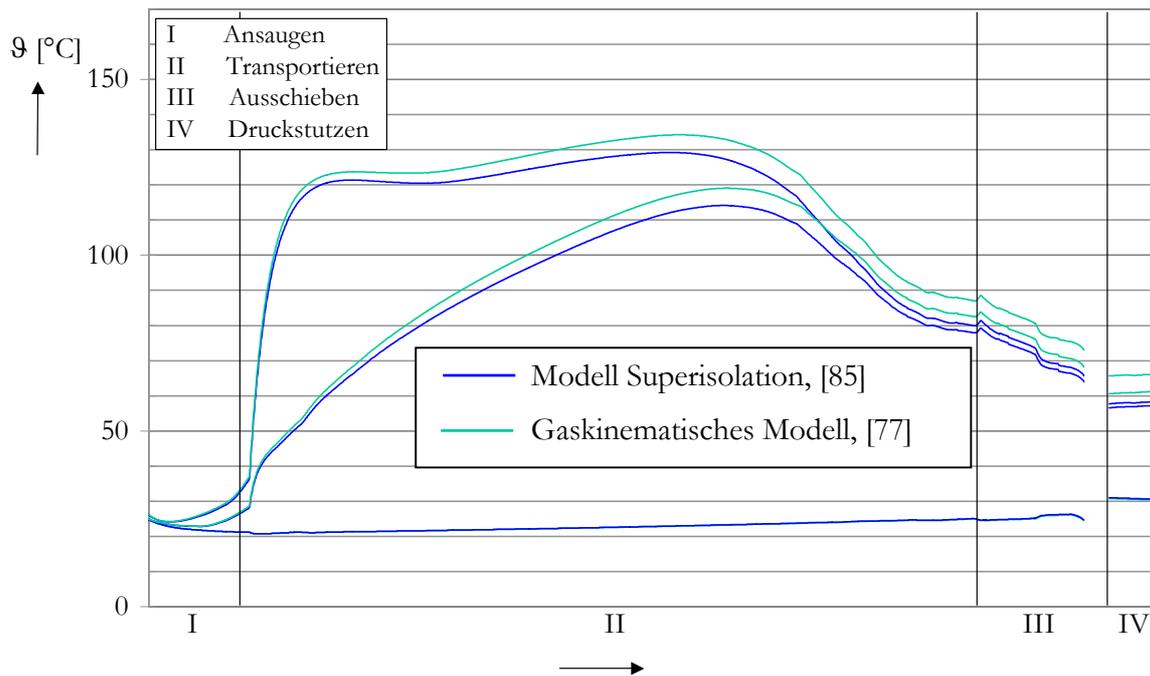
direkt proportional zur Wärmeleitfähigkeit. Da die Nußelt-Zahl in den hier behandelten Wärmeübergangsmodellen in etwa proportional zur 3. Wurzel der Prandtl-Zahl ist, die aufgrund ihrer Definition sich

$$Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda} \quad \text{Gl. (6-2)}$$

umgekehrt proportional zur Wärmeleitfähigkeit verhält, folgt daraus eine schwächere Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von der Wärmeleitfähigkeit:

$$\alpha \sim \lambda^{\frac{2}{3}} \quad \text{Gl. (6-3)}$$

Eine höhere Wärmeleitfähigkeit führt somit zu einem höheren Wärmeübergangskoeffizienten und muss aufgrund der verbesserten Kühlleistung folglich niedrigere Gastemperaturen in der Simulation aufweisen. In **Bild 6-15** werden die simulierten Gastemperaturen im Arbeitsspiel für verschiedene Ansaugdrücke - bei gleichem Wärmeübergangsmodell im Gehäusespalt und ohne Wärmeübergang in der Arbeitskammer - für beide Stoffgrößenmodelle der Wärmeleitfähigkeit gegenübergestellt. Die gefundenen Abweichungen bestätigen tendenziell die oben genannte Erwartung. Allerdings betragen die hier auftretenden Temperaturunterschiede nur etwa  $\Delta T = 5\text{K}$ , was bezogen auf die Temperaturdifferenz zwischen maximaler und minimaler Temperatur im simulierten Arbeitsspiel einer Reduzierung um ca. 4% entspricht. Für die Interpretation der Si-



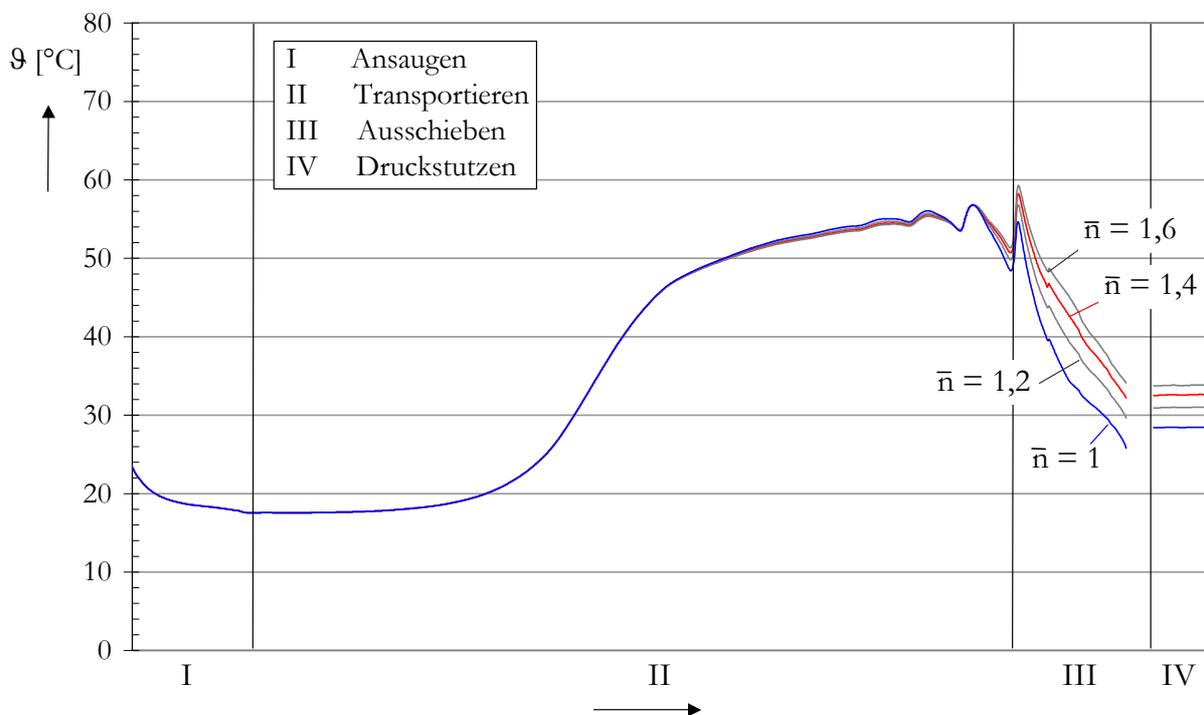
**Bild 6-15:** Sensibilität der Simulation bezüglich der Stoffgrößenmodelle: Gastemperatur als Funktion des Arbeitsspiels, Parameter: Ansaugdruck  $p_E$ , Stoffgrößenmodell: Superisolation [85] (blau), gaskinematisches Modell [77] (grün)

mulationsergebnisse bedeutet diese Erkenntnis, dass die Unsicherheit der Simulation, die sich aus der Unsicherheit der Stoffgrößenmodelle ergibt, nicht ausreichend ist, um Abweichungen der gewünschten Größenordnung zu klären.

### 6.4.2 Sensibilität der beschleunigten Spaltströmungen

Eine weitere Unsicherheit ergibt sich aus dem unbekanntem Polytropenexponenten der beschleunigten Spaltströmung, vgl. Kapitel 5.5.3-*Strömungsgeschwindigkeiten und Zustandsgrößen*. Der energetische Unterschied der verschiedenen polytropen Beschleunigungen führt dazu, dass ein niedriger Polytropenexponent der Arbeitskammer eine höhere Enthalpie entzieht und sich diese dann entsprechend stärker abkühlt. Sowohl die Spalteintrittsenthalpie als auch die Strömungsgeschwindigkeit steigen. Bei einem kühlenden Bauteil wird hierdurch die Wärmeabfuhr begünstigt. Sowohl der Geschwindigkeitsüberschuss der Spaltströmung mit niedrigerem Polytropenexponenten, als auch die im Allgemeinen nicht vollständig abgebaute Temperaturdifferenz führen zu einer höheren Spaltaustrittstemperatur. Dementsprechend ist in den spaltmündenden Arbeitskammern eine zusätzliche Erwärmung zu erwarten. Diese stellen allerdings die Quelle weiterer Spaltmassenströme dar und müssen sich dementsprechend auch mehr abkühlen. Das Simulationsergebnis, **Bild 6-16**, mit variiertem Polytropenexponenten der Gehäusespaltströmung (Modell: längs ange-

strömte Wand) spiegelt diese Erwartungen wider. Mit sinkendem Polytropenexponenten steigt die Gastemperatur in der Transportphase zunächst geringfügig an. Im Bereich der ausschiebenden Arbeitskammer, sowie daraus folgend auch im Druckstutzen fällt die Temperatur mit sinkendem Polytropenexponenten stärker ab. Als Wärmeübergangsrandbedingung wurde in allen anderen Spalten ein vollständiger Wärmeübergang angenommen. Die erwartete Temperaturerhöhung in der Transportphase ist allerdings verschwindend gering. Die Temperatur beim Ausschieben hingegen, sowie daraus resultierend auch die Temperatur im Druckstutzen, weist erwartungsgemäß eine Abkühlung mit sinkendem Polytropenexponenten auf. Die so erzielte Abkühlung reicht aber nicht aus, um die großen Diskrepanzen zwischen Messung und Rechnung zu klären. Die sehr geringe Auswirkung des Polytropenexponenten auf die Transportphase legt die Schlussfolgerung nahe, dass die Ursache der Diskrepanzen an anderer Stelle zu suchen ist.



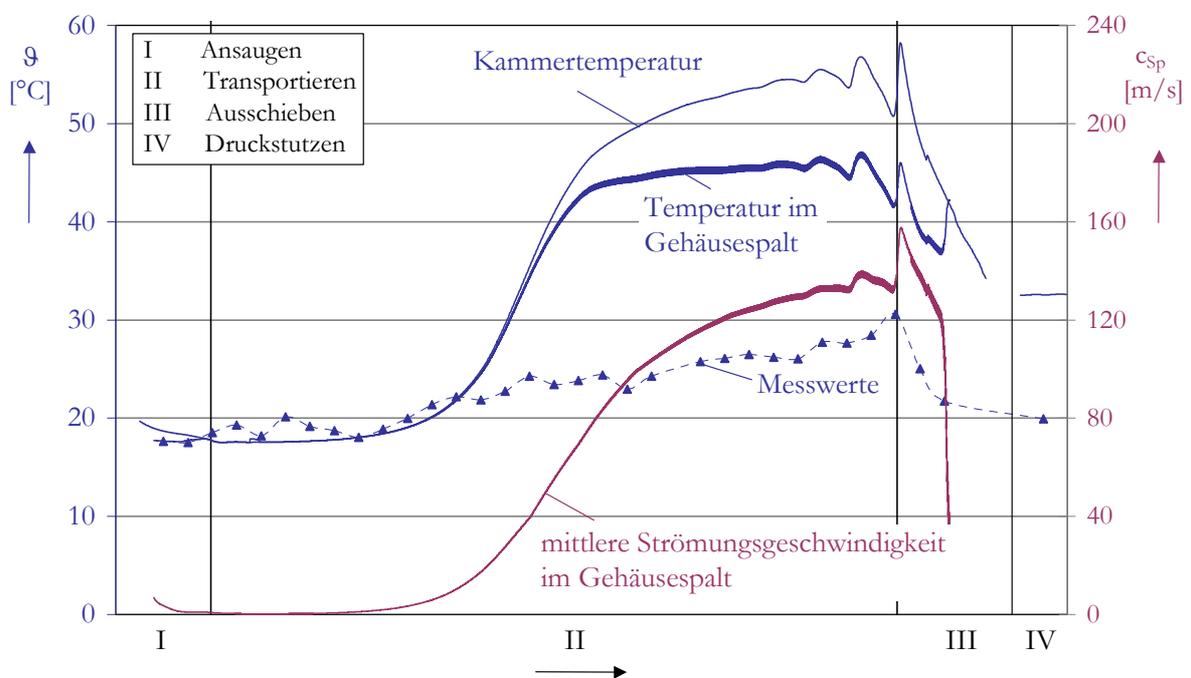
**Bild 6-16:** Sensibilität der Simulation bezüglich der gasdynamisch beschleunigten Spaltströmungen: Gastemperatur als Funktion des Arbeitsspiels, Parameter: Polytropenexponent der beschleunigten Strömung, blau: isotherm, rot: isentrop; Ansaugdruck  $p_E=10\text{mbar}$ , Drehzahl  $n/n_{max} = 0,57$

### 6.4.3 Mittlere Gastemperatur

In den bisherigen Ausführungen wurde davon ausgegangen, dass die gemessenen Gastemperaturen entweder einer mittleren Kammertemperatur entsprechen, oder dass die mittlere Gastemperatur im Spalt in etwa der Gastemperatur innerhalb der Arbeitskammer entspricht. Dementspre-

chend wurden die gemessenen Temperaturen den simulierten Kammertemperaturen gegenübergestellt.

Anknüpfend an die Sensibilitätsanalyse des Simulationsprogramms beim Polytropenexponenten der Spaltströmung liegt die Vermutung nahe, dass gerade bei Beschleunigung mit einem hohen Polytropenexponenten die mittlere Gastemperatur im Spalt doch deutlich von der der Arbeitskammer abweicht. In diesem Fall wäre zu erwarten, dass die gemessene Gastemperatur einem Wert zwischen der Spalt- und der Kammertemperatur entspricht, der aufgrund der höheren Strömungsgeschwindigkeit im Spalt und dem damit verbundenen höherem Wärmeübergangskoeffizienten auf das Thermoelement näher an der Temperatur der Spaltströmung sein müsste. Zwar ist ein solcher Zusammenhang messtechnisch nicht aufzulösen, aber es bietet sich an, den Vorteil der Simulation, nämlich die Möglichkeit einer getrennten Untersuchung unterschiedlicher Effekte, zu nutzen. In diesem Fall sollen die gemessenen Gastemperaturen nicht nur den berechneten Kammertemperaturen, sondern auch den Spalttemperaturen gegenübergestellt werden. **Bild 6-17** veranschaulicht eine solche Analyse für einen Betriebspunkt. Die Beschleunigung der Spaltmasse aus der Kammer in den Spalt erfolgt in diesem Beispiel isentrop. Die höchsten berechneten Strömungsgeschwindigkeiten treten erwartungsgemäß im Bereich der druckseitigen Kammeröffnung auf, liegen aber mit  $c_{Sp,max} = 160 \text{ m/s}$  doch deutlich unter der Schallgeschwindigkeit



**Bild 6-17:** Simulierte Gastemperatur in der Arbeitskammer und im Gehäusespalt den Messwerten als Funktion des Arbeitsspiels gegenübergestellt; rechte Achse: Strömungsgeschwindigkeit im Spalt. Parameter: Ansaugdruck  $p_E = 10 \text{ mbar}$ , Drehzahl  $n/n_{max} = 0,57$ ; Wärmeübergangsmodelle der Simulation: Arbeitskammer, Gehäusespalt: längs angeströmte Wand, Radialspalt, PE-Spalt, Kopfrundungsöffnung; vollkommener thermischer Ausgleich

keit. Der Abfall der Temperatur zum Spalt hin fällt deshalb mit  $\Delta\vartheta=10^\circ\text{C}$  relativ gering aus. Der Vergleich der gemessenen Temperaturen mit den simulierten zeigt, dass der Messwert wider Erwarten noch unterhalb der berechneten Spalttemperatur liegt. Somit kann die Mittlung der Temperaturen nicht die Hauptursache der diskutierten Abweichungen sein.

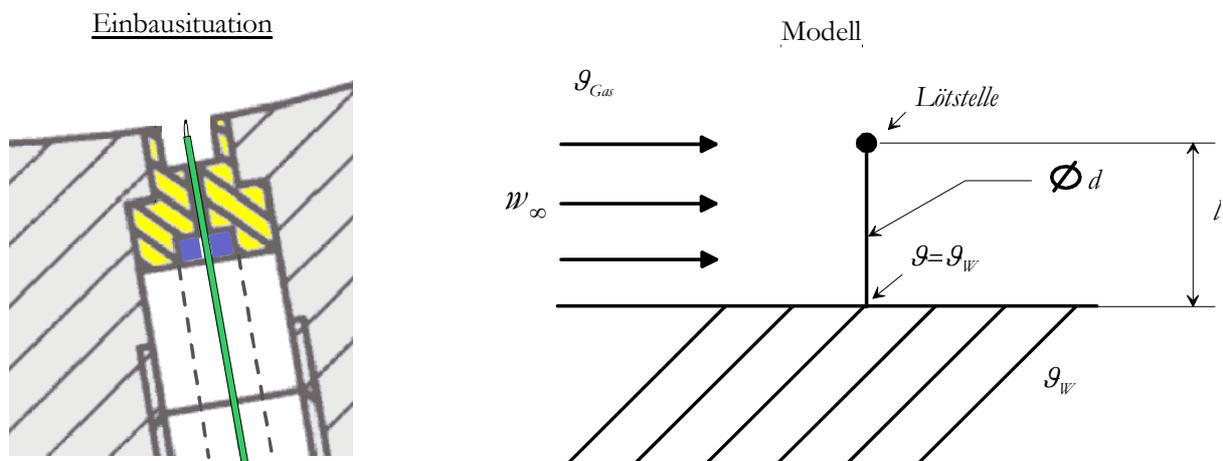
#### 6.4.4 Messtechnische Ursachen

Schon bei der Gestaltung der Gastemperatur-Messstellen wurde das Problem der Eigenwärmeleitung der verwendeten Thermoelemente erwähnt und versucht, es durch geeignete konstruktive Maßnahmen zu minimieren. Da die angezeigten Gastemperaturen jedoch deutlich von den berechneten Werten abweichen, stellt sich verstärkt die Frage nach der Interpretation der Messwerte und nach ihrem Eigenwärmeleitungsproblem. Zur Beantwortung soll daher zunächst ein einfaches Modell der Messstelle gebildet und thermisch analysiert werden. Hierzu wird das Thermoelement auf einen U-Stab reduziert, der an seinen Füßen durch die Dirichlet-Randbedingung  $\vartheta_{St,F}=\vartheta_W$  auf einer ebenen Wand konstanter Temperatur eingespannt ist, **Bild 6-18**. Der Stab mit dem Durchmesser  $d$  und Gesamtlänge  $2l$  wird einer ungestörten Gasströmung der Geschwindigkeit  $w_\infty$  und Temperatur  $\vartheta_{Gas}$  ausgesetzt. Dieses Modell soll nun dazu dienen, einen möglichen Messfehler in der Versuchsmaschine durch eine stationäre Lösung des Modells abzuschätzen.

Für die Querumströmung eines Drahtes liefert Gnielinski in [87] die Nußelt-Gleichung

$$Nu = 0,3 + \sqrt{Nu_{lam}^2 + Nu_{trub}^2} \quad \text{Gl. (6-4)}$$

mit



**Bild 6-18:** Thermisches Modell der Gastemperatur-Messstelle: Ein U-Stab der Länge  $2l$  und Durchmesser  $d$  wird einer ungestörten Strömung ausgesetzt. Der Fuß des Stabes bleibt auf Wandtemperatur

$$Nu_{lam} = 0,664\sqrt{Re^3 Pr} \quad \text{Gl. (6-5)}$$

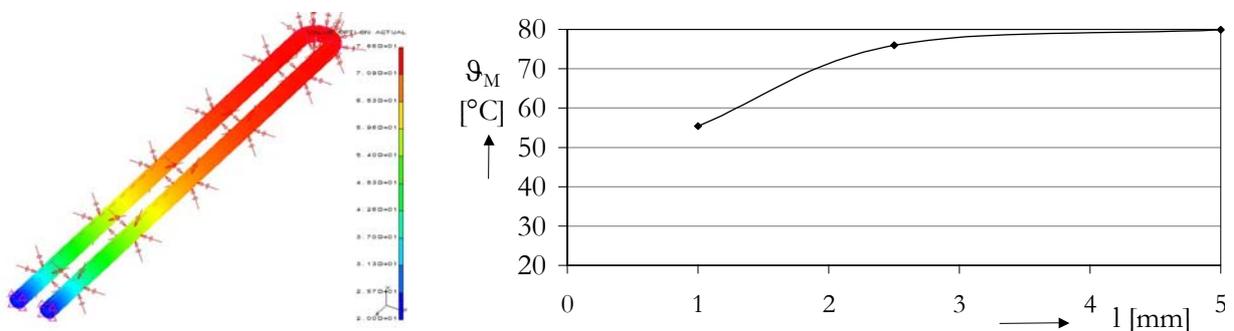
und

$$Nu_{turb} = \frac{0,037 Re^{0,8} Pr}{1 + 2,443 Re^{-0,1} \left( Pr^{2/3} - 1 \right)} \quad \text{Gl. (6-6).}$$

Die charakteristische Länge ist in diesem Fall die sogenannte „Umströmlänge“

$$l_{char} = \frac{\pi}{2} d \quad \text{Gl. (6-7).}$$

Mit einer der Simulation entnommenen mittleren Strömungsgeschwindigkeit nahe der Druckseite für Spalt und Arbeitskammer ergeben sich Wärmeübergangskoeffizienten im Bereich  $\alpha=300..1300 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Bei einem mittleren Wärmeübergangskoeffizienten von angenommenen  $\alpha=800 \text{ W/m}^2\text{K}$ , einer mittleren Wärmeleitfähigkeit der Schenkel des Thermoelementes, einer ebenfalls angenommenen Gastemperatur von  $\vartheta_{Gas}=80^\circ\text{C}$  und einer Wandtemperatur von  $\vartheta_{Gas}=20^\circ\text{C}$  ergibt sich die in **Bild 6-19** wiedergegebene Temperaturverteilung im Thermoelement. Die Lötstelle erreicht selbst in diesem Fall nur ca.  $\vartheta=76^\circ\text{C}$ . Bei einer Änderung der Ausspannlänge des Thermoelementes (Montage-Ungenauigkeit), oder bei deutlich niedrigeren Wärmeübergangskoeffizienten, wie sie im Großteil der Maschine aufgrund der niedrigeren Drücke und Strömungsgeschwindigkeiten zu erwarten sind, sinkt dieser Wert noch deutlich ab. Die Schwachstelle dieser Analyse ist scheinbar nur der grob abgeschätzte Wärmeübergangskoeffizient. Zieht man andererseits in Betracht, dass sich in grober Näherung bei konstanten Strömungsverhältnissen und sinkendem Druck der Wärmeübergangskoeffizient linear mit dem Druck ändert (vgl. Bild 5-17), die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten hin zur Saugseite aber nicht konstant blei-



**Bild 6-19:** links: Temperaturverteilung im Thermoelement; Parameter:  $\alpha=800\text{W/m}^2\text{K}$ ,  $\vartheta_{Gas}=80^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_{Gas}=20^\circ\text{C}$ ,  $l=2,5\text{mm}$ ,  $d=0,08\text{mm}$ .  
rechts: Temperatur an der Lötstelle des Thermoelementes bei gleichen Parametern als Funktion der Ausspannlänge  $l$

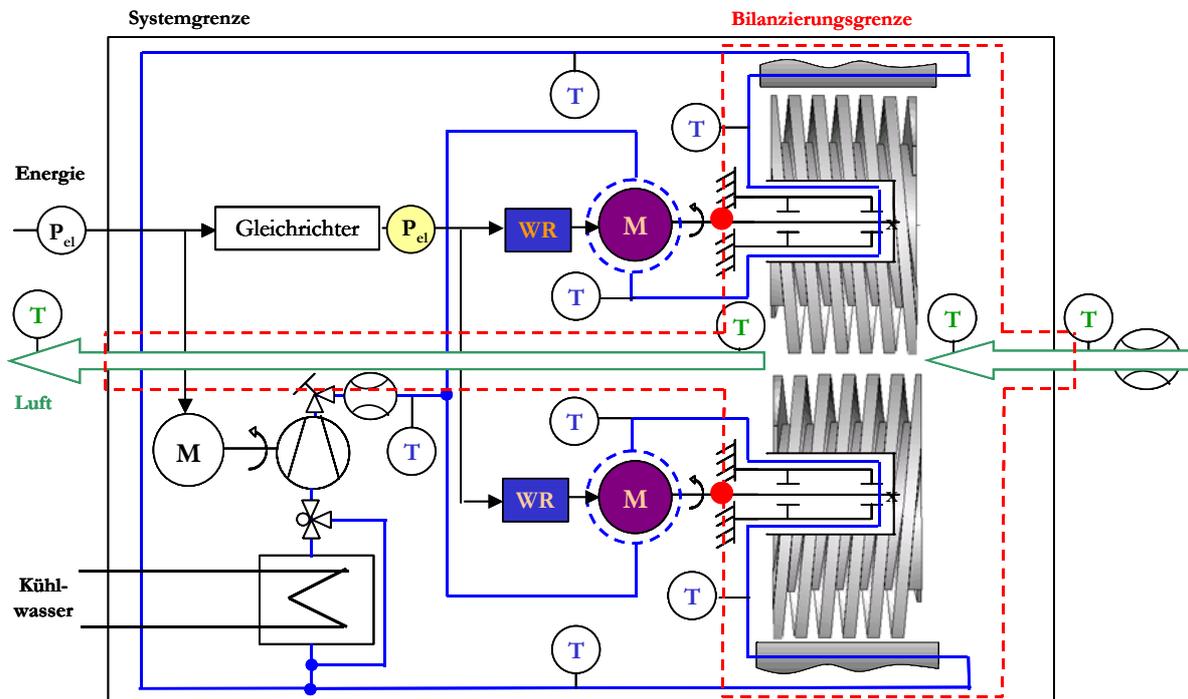
ben, sondern weiter sinken (vgl. Bild 6-17), so liegt es nahe, dass der Punkt, an dem ein Thermo-  
element „mehr“ Gehäusetemperatur als Gastemperatur misst, deutlich früher erreicht wird als  
gewünscht. Somit scheint eine mögliche Erklärung für die Abweichung zwischen Messwerten  
und Simulation gefunden. Allerdings können auch weitere Ursachen nicht ausgeschlossen wer-  
den.

#### 6.4.5 Weitere Ursachen

Als nicht weiter untersuchte Ursache kommen Effekte in Betracht, die durch die Modellierungs-  
tiefe in der Simulation nicht abgebildet werden. Als Effekt unbekanntes Einflusses kann die  
Ausbildung einer Strömung innerhalb der Kammer angesehen werden. So verhält sich eine Strö-  
mung, die einzig durch die Relativbewegung der Bauteile verursacht wird, über einen sehr großen  
Bereich des Arbeitsspiels laminar, während die Komplexität einer realen Strömung innerhalb der  
Kammer durch solch einfaches Modell nicht wiedergegeben werden kann. Ein höherer Turbu-  
lenzgrad würde einen verbesserten Wärmeübergang als Folge haben, und so die simulierten Gas-  
temperaturen nach unten korrigieren. Insbesondere der druckseitige Ladungswechsel scheint hier  
von Interesse. Hier kommt es bei Kammeröffnung zur „schlagartigen“, instationären Rückströ-  
mung in die Arbeitskammer. Die entstehende Druckwelle breitet sich mit Schallgeschwindigkeit  
in die Arbeitskammer dreidimensional aus und wird gegebenenfalls am Kammerende reflektiert.  
Über die Größe des Wärmeübergangskoeffizienten in einem solch hochdynamischen System  
kann derzeit keine Aussage getroffen werden, zumal selbst die zeit- und ortsabhängige Kenntnis  
des Wärmeübergangskoeffizienten bei der derzeitigen Modellierungstiefe des Simulationspro-  
gramms nicht umzusetzen wäre.

Es bleibt daher festzuhalten, dass der erste Weg, Gastemperaturen bei bekannten Randbedingun-  
gen in der „kalten“ Maschine zu simulieren und mit Messwerten zu vergleichen, nicht den ge-  
wünschten Erfolg erzielt. Aufgrund der Unsicherheiten der messtechnischen Erfassung darf aber  
keineswegs geschlossen werden, dass die Darstellung des Wärmeüberganges in Verdränger-  
Vakuumpumpen mit Hilfe von Wärmeübergangsmodellen des „Überdruck“-Bereichs und gaski-  
nematischer Anleihen zur Abbildung der Stoffgrößen generell misslingt. Vielmehr muss nun der  
Weg beschritten werden, die unbekanntes Randbedingungen im stationären Betrieb iterativ mit  
Hilfe der Finite-Elemente-Methode zu bestimmen. Der Vergleich von Gastemperaturen ist hier  
nicht notwendig, da ein stationären Betrieb die Messung von Wärmeströmen an einzelne Bauteile  
erlaubt.

## 7 Der stationäre Betrieb im Experiment



**Bild 7-1:** Stoff- und Energieflussbild der untersuchten Vakuumpumpe, Förderung von rechts nach links. Die Wellenleistung an der Bilanzierungsgrenze ist messtechnisch nicht zugänglich, und muss daher aus dem Energieflussbild berechnet werden.  
Blau: Kühlwasserkreislauf; schwarz: Elektrische Energie; grün: Luft

Die Versuchsmaschine verfügt über einen primären zwei-flutigen Kühlwasserkreislauf, **Bild 7-1**. Hinter der Kühlwasserpumpe verzweigt sich dieser und führt über die Statorgehäuse der Elektromotoren, die Statorn der fliegenden Rotorlagerung, die Kühlwassertaschen des Gehäuses zum wieder gemeinsam durchströmten Wärmetauscher, der die auf diesem Weg aufgenommene Wärme an das Sekundärkühlmittel abgibt.

Ein Drei-Wege-Thermostatventil regelt durch einen Bypass des Wärmetauschers die Vorlauftemperatur, so dass sich im Pumpengehäuse ein in etwa konstantes Temperaturniveau einstellt. Ein Drosselventil ermöglicht die Erhöhung der auftretenden Temperaturdifferenzen zwischen Kühlmittelvor- und -rücklauf, um in Betriebspunkten geringer thermischer Belastung auch die Messung niedriger Wärmeströme zu ermöglichen. Der Kühlmittelvolumenstrom zwischen Wärmetauscher und der Verzweigung der Kühlkreisläufe wird induktiv gemessen. An allen relevanten Stellen des Kreislaufes werden Thermolemente installiert. Messtechnisch sind so die abgeführten Wärmeströme sowohl der Elektromotoren, der Rotoren und der Manteltaschen des Gehäuses separat bestimmbar. Eine etwaige Asymmetrie im Kühlkreislauf könnte so festgestellt werden.

Der angesaugte Luftmassenstrom wird unter atmosphärischen Bedingungen noch vor seiner Drosselung auf den Ansaugdruck thermisch gemessen. Die Messung seiner Temperatur geschieht

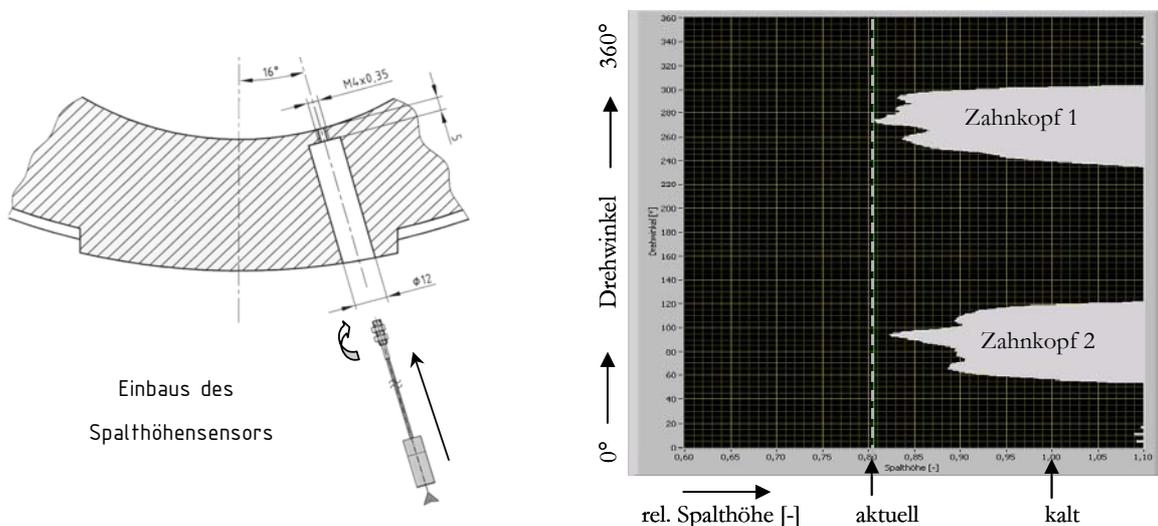
- 1.) oberhalb des Eintrittsflansches (Top-Down-Förderung),
- 2.) im freien Querschnitt unmittelbar oberhalb den Spindeln,
- 3.) im freien Querschnitt unmittelbar unterhalb der Spindeln,
- 4.) sowie im Austrittsflansch

jeweils durch ein Thermoelement.

Die für eine Bilanzierung des Arbeitsspiels notwendige Wellenarbeit entzieht sich einer direkten Messung. Hier soll daher der Versuch unternommen werden, diese aus den verfügbaren Messgrößen zu berechnen. Neben den Abwärmeströmen der Elektromotoren ist deshalb auch die Messung der aufgenommenen elektrischen Leistung erforderlich.

Um den Einfluss der nach außen durch Konvektion und Wärmestrahlung abgegebenen Energie erfassen zu können, wird der Versuchsbetrieb durch Thermographieaufnahmen des Versuchstandes begleitet. Ihre Auswertung erlaubt die Annahme einer mittleren Oberflächentemperatur und mit Hilfe der Berechnungsvorschriften der freien Konvektion und der Annahme eines mittleren Emissionskoeffizienten damit die Abschätzung der Verlustwärmeströme.

Zur Messung des Druckverlaufs der Transportphase wird der lokale Druck an einzelnen Positionen des Gehäuses gemessen. Das innere Gasvolumen dieser Anordnung stellt für die Dynamik der Messung eine Trägheitskomponente dar, wodurch die zeitliche Auflösung des Signals verloren geht. Der durch die Anordnung gemessene Druck wird einem mittleren Wert des drehwinkelperiodischen Signals entsprechen.

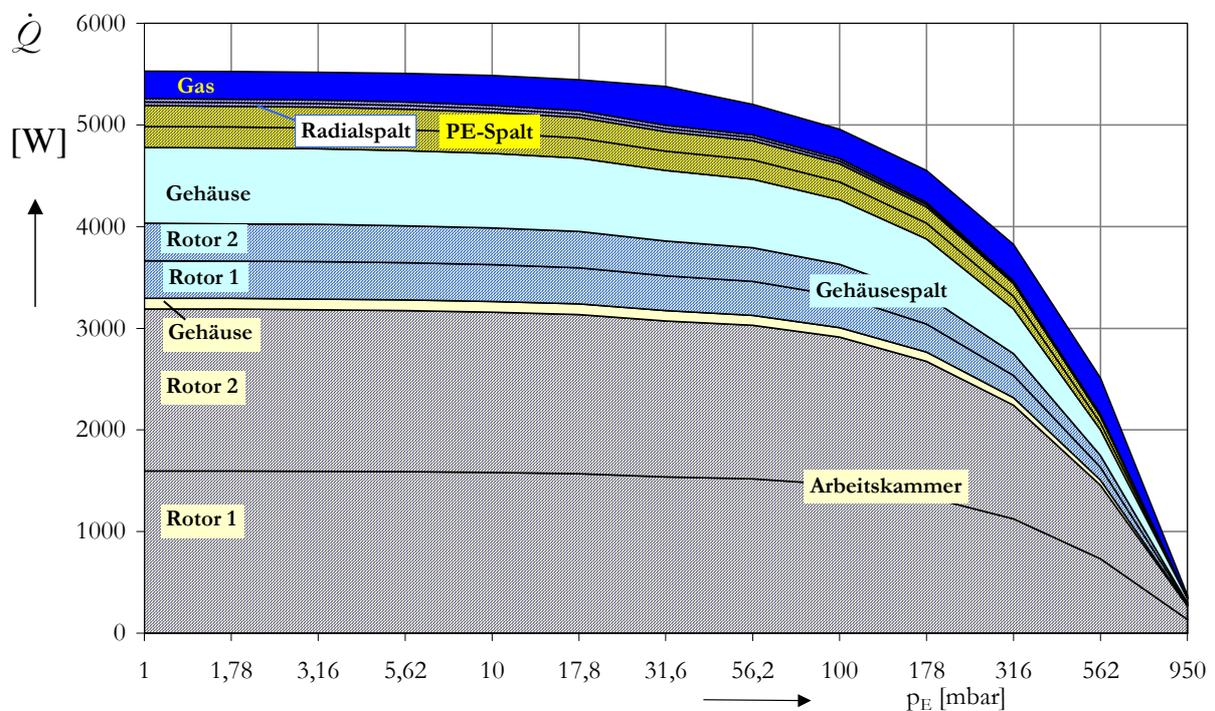


**Bild 7-2:** Einbausituation des Spalthöhensensors und Signalverlauf als Funktion des Rotordrehwinkels

Ein temperaturkompensierter, induktiver Spalthöhensensor im Pumpengehäuse im Bereich der druckseitigen Kammeröffnung zeigt den Verlauf der Gehäusespalthöhe als Funktion der Rotorstellung an, **Bild 7-2**. Er erlaubt insbesondere die Beobachtung der Änderung der lokalen Gehäusespalthöhe während des Anfahrens eines stationären Betriebspunktes.

### 7.1 Instationäres Anfahren

Die Messung von Wärmeströmen und deren Bilanzierung ist erst dann möglich, wenn die zugeführte Energie auch wieder abgeführt wird, d.h. kein Anteil mehr für eine Bauteilerwärmung verbraucht wird. Das Erreichen des stationären Betriebspunktes ist an der zeitlichen Konstanz aller Messwerte abzulesen.



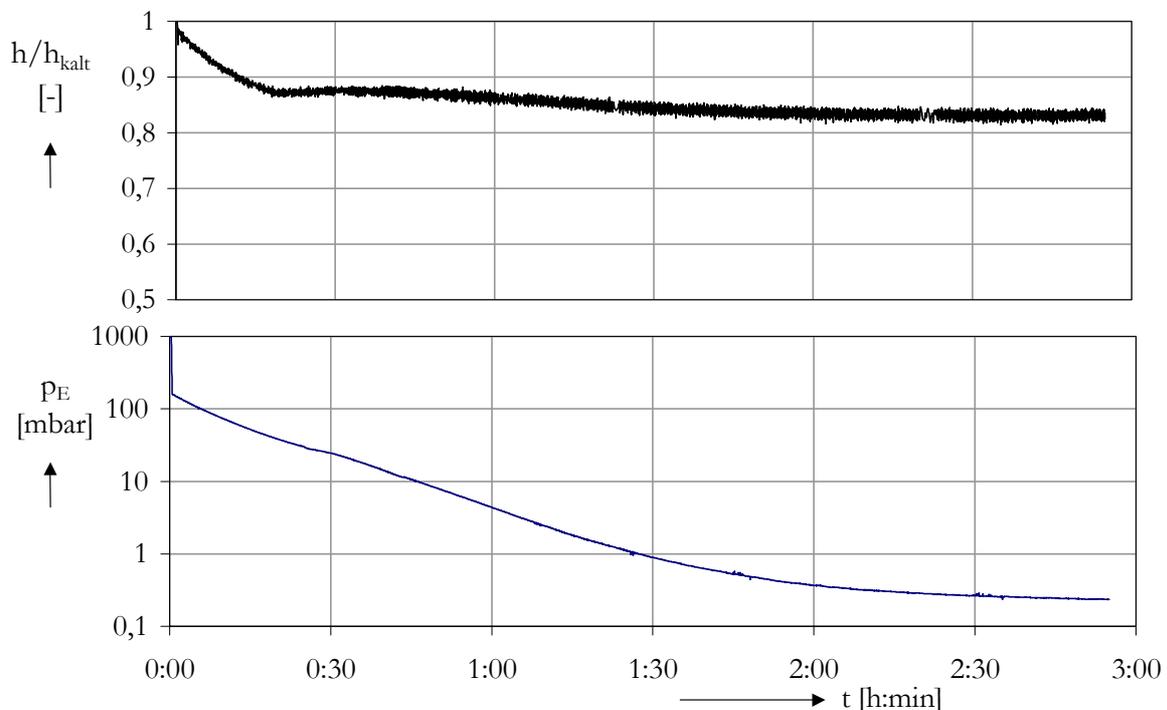
**Bild 7-3:** Simulierte Wärmeströme des Arbeitsgases bei „kalter“ Maschine als Funktion des Ansaugdruckes, Drehzahl  $n/n_{max}=0,57$ . Farbige gekennzeichnet der Ort der Wärmeübertragung, schraffierte Flächen: Wärmeabgabe an den Rotor, ungeschraffiert: an das Gehäuse. Die Kopfzrundungsöffnung verhält sich in dieser Simulation adiabatisch

Während des Anfahrens eines stationären Betriebspunktes wird zunächst ein großer Anteil der zugeführten Energie durch die Aufheizung der Bauteile verwendet. Die Simulation der kalten Maschine lässt erwarten, **Bild 7-3**, dass ein Großteil der entstehenden Wärme (hier laut Simulation mehr als 80%) zunächst an die Rotoren abgeführt wird. Diese erwärmen sich daher und aus konstruktiven Gründen (geringere Masse, geringere Wärmeleitfähigkeit, ungünstigere Kühlung

durch das Kühlwasser) zu Beginn des Anfahrvorganges deutlich schneller als das Gehäuse. Die daraus resultierende Ausdehnung der Rotoren führt bei einem sich nur langsam erwärmenden Gehäuse zu einer anfangs deutlichen Abnahme der Gehäusespalthöhe und aufgrund der bekannten Spalthöhensensibilität des Betriebsverhaltens zu einem notwendigen kontinuierlichen Nachregeln des Ansaugdruckes.

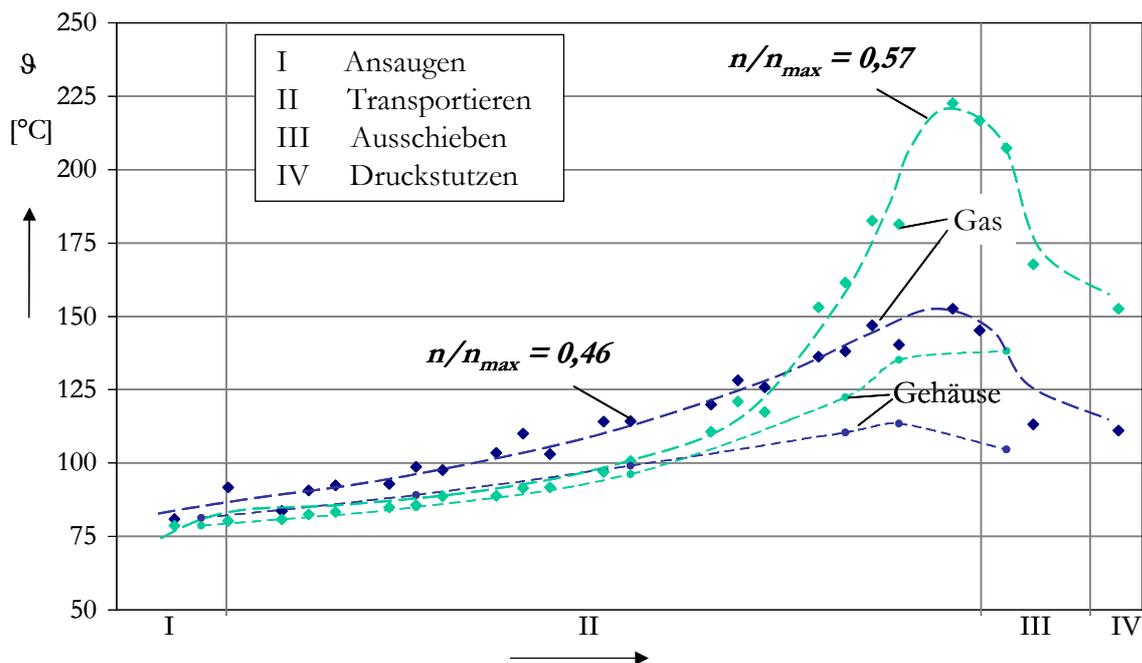
Das Gehäuse folgt dem Temperaturanstieg nur verzögert. Es erreicht aufgrund seiner günstigeren Kühlung auch nur geringere Temperaturen als die Rotoren. Die Wärmeausdehnung des Gehäuses fällt demnach ebenfalls geringer aus.

Der Spalthöhensensor folgt durch seine Fixierung im Gehäuse dessen Ausdehnung. Sein Signal ist folglich die Überlagerung der eigenen Verschiebung und der Ausdehnung des Rotors (und zusätzlich auch eine Funktion dessen unbekannter Lagerverschiebung). Sein Wert fällt innerhalb der ersten 15 Minuten des Anfahrvorganges zunächst deutlich ab. Die Gehäusespalthöhe ist in **Bild 7-4** beispielhaft für das Anfahren des stationären Enddruckes bei geschlossener Saugseite als Funktion der Zeit abgebildet. Der Abfall des Enddruckes über fast drei 10-er-Potenzen bei der hier gewählten Drehzahl belegt nachhaltig die Sensibilität der Pumpe hinsichtlich einer Spalthöhenverkleinerung. Die Kurven weisen über große Bereiche keinen ersichtlichen Zusammenhang auf.



**Bild 7-4:** Bezogene Gehäusespalthöhe  $h/h_{kalt}$  und Eintrittsdruck  $p_E$  als Funktion der Zeit während der Anfahrens des stationären Enddruckes bei einer Drehzahl:  $n/n_{max}=0,46$  und geschlossener Saugseite

Die Deutung dieses Verlaufes erfolgt unter Vorgriff auf spätere Inhalte, in denen die Lage des Spalthöhensensors nahe der druckseitigen Kammeröffnung eine signifikante Rolle spielt. Die Wärmeströme im Bereich der Druckseite sind so hoch, dass die hier bewirkte Erwärmung schon früh eine deutliche Ausdehnung der Rotorspindel bewirkt. Bedingt durch relativ geringe axiale Wärmeleitquerschnitte im Zusammenspiel mit der niedrigen Wärmeleitfähigkeit des Edelstahlkörpers und der Rotorkühlung, die von der Druckseite aus in axiale Richtung bis weit in das Arbeitsspiel hineinragt, erfährt der saugseitige Bereich der Spindel nur wenig von der Aufheizung ihrer Druckseite. Die massivere konstruktive Ausführung der Rotorspindel auf der Saugseite erhöht zusätzlich deren thermische Trägheit, so dass die Ausdehnung des Rotors auf der Saugseite deutlich langsamer erfolgt. Der kontinuierlich bis zum Erreichen des Enddruckes weiter absinkende Ansaugdruck ist somit eine Folge einer zeitlich wie örtlich inhomogenen Ausdehnung des Rotors. Ein stationärer Betriebspunkt stellt sich deshalb erst nach ca. 2½ Stunden Betriebszeit ein.

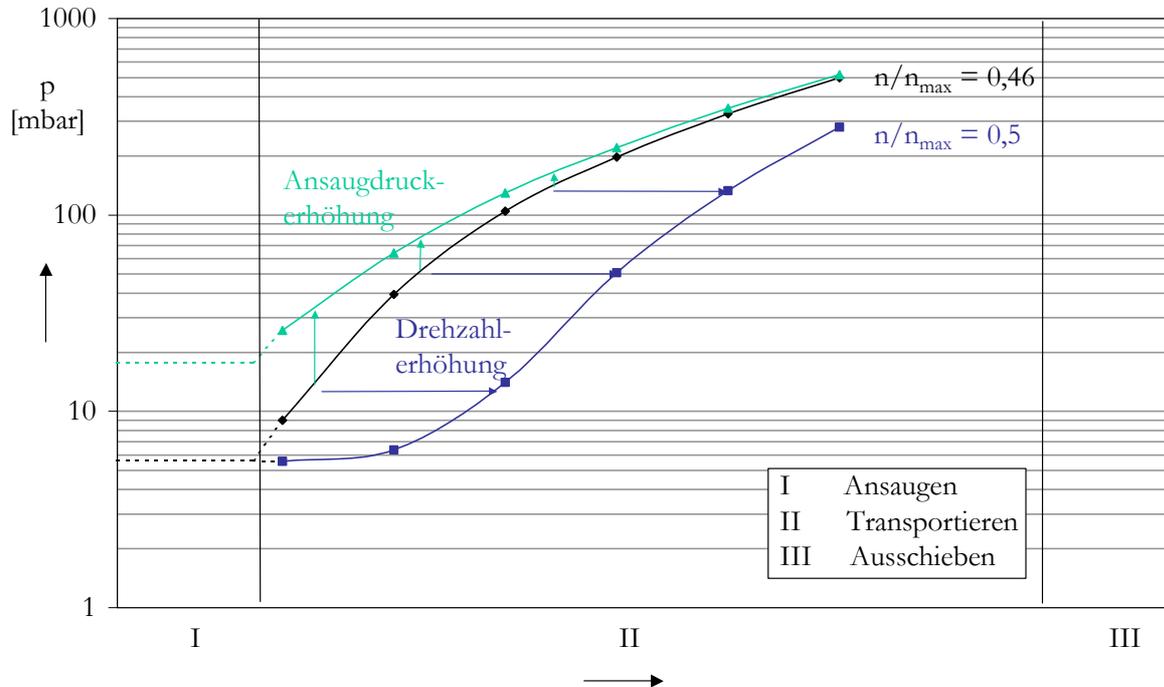


**Bild 7-5:** Temperatur der Innenseite des Gehäuses und gemessene Gastemperatur als Funktion des Arbeitsspiels bei stationärem Betrieb im Enddruck, Parameter: Drehzahl  $n/n_{max}$

Die Gastemperaturen unterliegen auch im stationären Betrieb den in Kapitel 6.4 dargelegten Messunsicherheiten. Dennoch ist zu beobachten das gerade im druckseitenahen Bereich der Schraubenspindel Temperaturen gemessen werden, die sich deutlich (hier bis ca.  $\Delta T \approx 100K$ ) von der Gehäusetemperatur unterscheiden, **Bild 7-5**. Unter Berücksichtigung der in 6.4 beschriebe-

nen Effekte ist zu erwarten, dass die reale Gastemperatur die angezeigte Temperatur noch deutlich überschreitet. Bild 7-5 liefert so zwar keine exakte Information über die Gastemperaturen, dennoch einen Eindruck über deren Größenordnung.

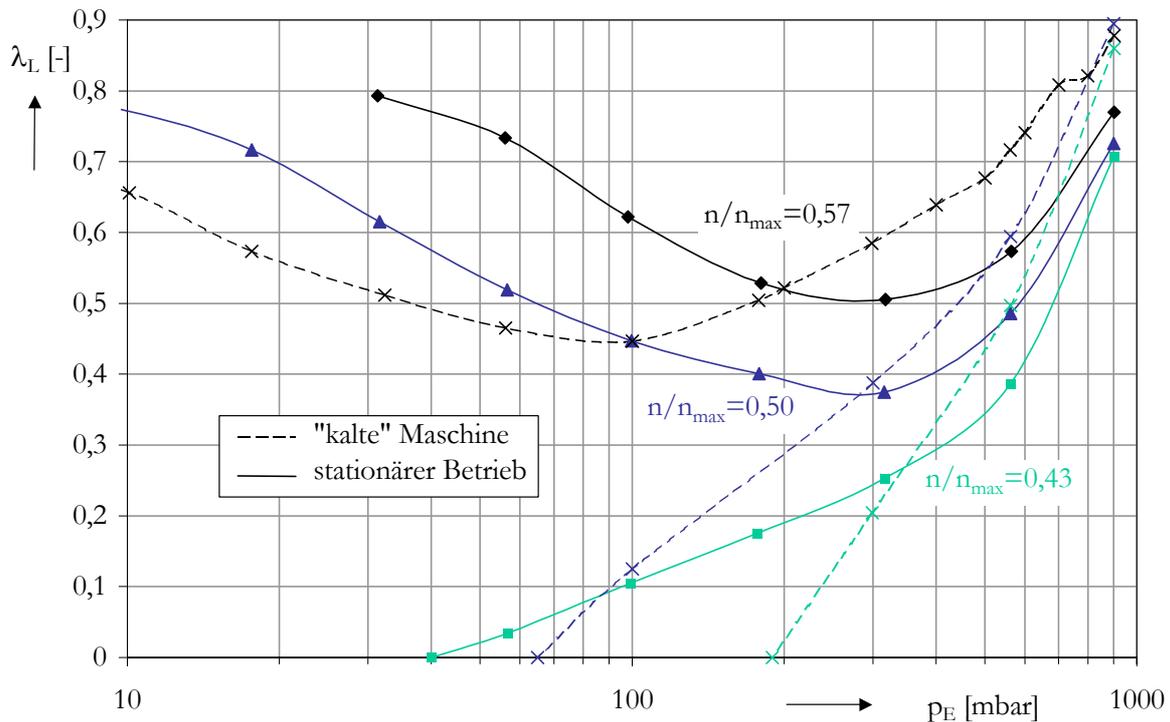
## 7.2 Druckverläufe



**Bild 7-6:** Mittlerer örtlicher Druck in der Transportphase der Schraubenspindel-Vakuumpumpe im stationären Betrieb beim Ansaugdruck von  $p_E=5,6\text{mbar}$  und einer Drehzahl von  $n/n_{\max}=0,46$  (schwarz). Grün: Ansaugdruckerhöhung, Blau: Drehzahlerhöhung

Die im stationären Betrieb gemessenen Druckverläufe vermitteln ein ähnliches tendenzielles Verhalten wie die in Kap. 6 - Die „kalte“ Maschine simulierten Druckverläufe, **Bild 7-6**. Eine Erhöhung des Ansaugdruckes erhöht den Druck hauptsächlich zu Beginn der Transportphase. Deutlicher wirkt sich dagegen eine Erhöhung der Drehzahl aus. Eine geringfügiges Anheben der Drehzahl verschiebt den Beginn des Druckanstieges in Richtung Druckseite. Die hier besonders deutliche Drehzahlabhängigkeit des Betriebsverhaltens beruht nicht allein auf der größeren Dichtheit der Arbeitskammern durch verkürzte Arbeitsspielzeiten. Die größere thermische Belastung bei erhöhter Drehzahl führt auch zu einer stärkeren Rotordehnung. Hierdurch verringert sich die Spalthöhe und erhöht so die thermische Belastung nahe der Druckseite. Diese Wirkung verstärkt sich in gewissem Maße selbst.

### 7.3 Liefergrad und Enddruck

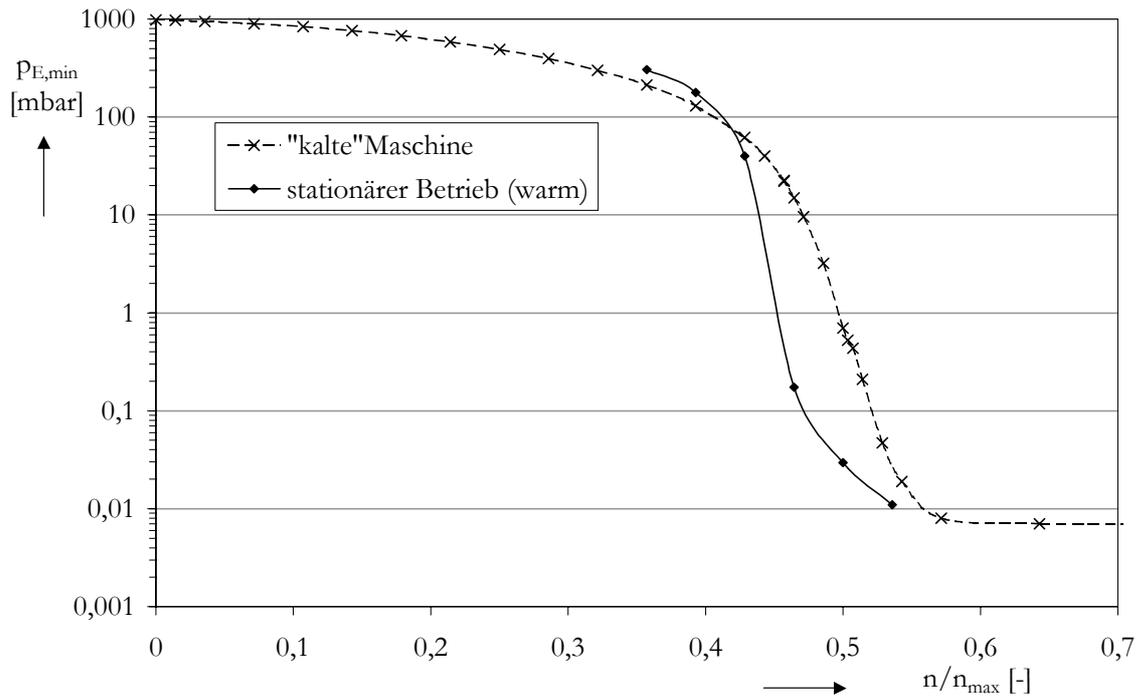


**Bild 7-7:** Liefergrad als Funktion des Ansaugdruckes im stationären Betrieb verglichen mit dem „kalten“ Betrieb, Parameter: Drehzahl. Im Bereich niedriger Ansaugdrücke weist die Maschine im stationären Betrieb deutlich günstigere Betriebseigenschaften auf, als im instationären „kalten“ Betrieb. Bei hohen Ansaugdrücken verhält es sich umgekehrt

Die Bauteilerwärmung und die damit verbundene Spalthöhenänderung führt zu deutlichen Auswirkungen auf das Betriebskennfeld der Vakuumpumpe. Über große Bereiche des Ansaugdruckes erhöht sich das Saugvermögen und somit der Liefergrad deutlich und spiegelt so die Empfindlichkeit des Betriebsverhaltens bei einer Änderung der Spalthöhe gut wider, **Bild 7-7**. Diese günstigeren Betriebseigenschaften treten allerdings erst unterhalb eines gewissen Ansaugdruckes auf. Oberhalb dieses Punktes zeigt die Maschine im stationären Betrieb ungünstigere Betriebseigenschaften.

Die Ursachensuche an dieser Stelle erweist sich hier als nicht eindeutig, weil der Liefergrad letztlich nur die integrale Auswirkung verschiedener Effekte beschreibt. So wirkt sich eine steigende thermische Belastung hin zu niedrigeren Ansaugdrücken über die sich ändernden Spalthöhen positiv auf das Spaltdurchflussverhalten und somit auf den Durchsatzgrad aus. Konkurrierend dazu bewirkt die Erwärmung der Bauteile eine Dichteabnahme des Arbeitsgases schon im Saugstutzen. Diese senkt die angesaugte Gasmasse (Aufheizgrad) und damit den Liefergrad. Mit sinkenden Ansaugdrücken nimmt diese Wirkung zu, ist allerdings durch die kühlmittelbestimmte Bauteiltemperatur limitiert. Der Aufheizgrad wirkt somit einer Verbesserung des Liefergrades durch günstigere Spaltsituationen in begrenztem Maße entgegen und kann erklären, dass sich bei

hohen Ansaugdrücken die „kalte“ Maschine als vorteilhafter erweist, als die „warme“ Maschine im stationären Betrieb. Prinzipiell können als Ursachen ein effektiv größerer Gehäusespalt (geringere Rotor- als Gehäusedehnung) oder ein exzentrischer Gehäusespalt<sup>7</sup> (Lagerverschiebung) in Frage kommen. Eine Spaltvergrößerung ist durch den Spalthöhensensor bei hohen Ansaugdrücken in geringem Maße experimentell nachzuweisen, jedoch erlaubt diese Erkenntnis aufgrund der punktuellen Betrachtung keine Rückschlüsse auf eine inhomogene Rotorausdehnung.



**Bild 7-8:** Erreichbarer Enddruck als Funktion der Rotordrehzahl im stationären Betrieb verglichen mit dem im „kalten“ Betrieb. Bei hohen Drehzahlen verhält sich die Maschine im stationären Betrieb günstiger als im instationären „kalten“ Betrieb

Weitere Erkenntnisse liefert hier die Betrachtung des erreichbaren Enddruckes als Funktion der Rotordrehzahl bei den unterschiedlichen Betriebszuständen „kalt“ und „warm“; **Bild 7-8**. Der steilere Abfall des Enddruckes der stationär betriebenen „warmen“ Maschine ist auf die zu niedrigen Drücken hin enger werdenden Spalte zurückzuführen. Bei niedrigen Drehzahlen erreicht die stationär laufende, „warme“ Maschine aber nur einen höheren Enddruck als die kalte Maschine. In diesem Fall kann eine Dichteabnahme des anzusaugenden Arbeitsgases aus der Erwärmung durch die Bauteile als Ursache ausgeschlossen werden. Der gemessene Verlauf des Enddruckes liefert somit ein Indiz für gestiegene Spaltmassenströme. Ob deren Anstieg nun durch die Ände-

<sup>7</sup> Für dichtebeständige Fluide führt eine exzentrische Anordnung von Kolben und Gehäuse bei gleichbeliebender Spaltfläche bis zu einem etwa 2,5-fach höheren Massenstrom (bei maximaler Exzentrizität) im Vergleich zur konzentrischen Anordnung.

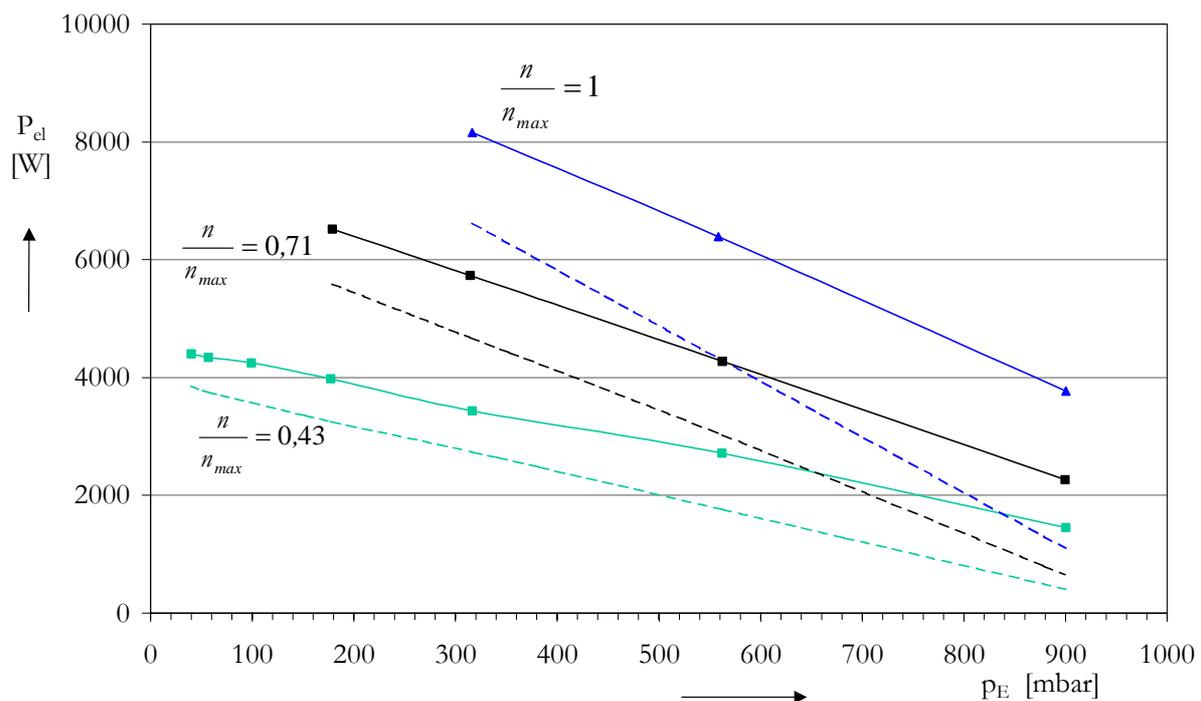
rung der Spalthöhe oder die Änderung der Spaltform (Exzentrizität) verursacht wird, kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden.

## 7.4 Energiebilanz

Unter Vernachlässigung von Reibungs- und Drosselverlusten während der Ladungswechselvorgänge beschreibt das p-V-Diagramm dieser Prozessführung ohne eine innere Verdichtung ein Rechteck. Leckmassenströme haben keine Auswirkungen auf dessen Verlauf. Die theoretisch benötigte Leistung bleibt unabhängig vom Liefergrad. Sie ist proportional zur Druckdifferenz und zur Drehzahl. Ist der Enddruck erreicht, wird die gesamte Wellenarbeit dissipiert.

### 7.4.1 Wellenleistung

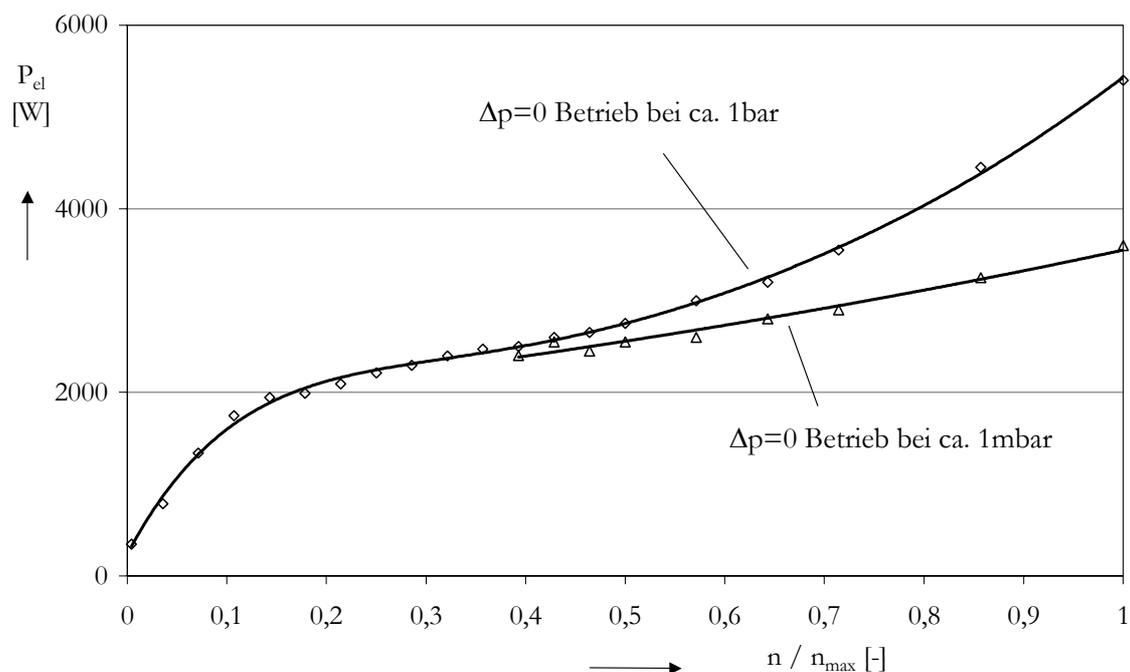
Die Wellenleistung kann nur indirekt bestimmt werden. Dazu wird zunächst die elektrische Leistung im Gleichstromzwischenkreis gemessen. Von ihr werden die Wechselrichterverluste, berechnet nach einer vom Hersteller angegebenen, überschlägigen Gleichung, subtrahiert. Der Wirkungsgrad der Elektromotoren ist zwar nicht bekannt, aber die über die Motorgehäuse an den Kühlmittelkreislauf abgeführte Verlustwärmeleistung kann bilanziert und ebenfalls subtrahiert werden. Aufgrund der nicht erfassten Wärmeverluste in den Rotoren der Elektromotoren gibt der so erhaltene Wert die benötigte Wellenleistung gut genähert wieder. In der vorliegenden Messkette stellt er aber den mit den größten Unsicherheiten behafteten Messwert dar.



**Bild 7-9:** Experimentell ermittelte Wellenleistung und theoretische, verlustfreie Wellenleistung (gestrichelt) als Funktion des Ansaugdruckes. Parameter: Drehzahl

Der Verlauf der elektrischen Leistung wird in **Bild 7-9** den verlustfreien, theoretischen Leistungen als Funktion des Ansaugdruckes gegenübergestellt. Er zeigt zwar generell die erwartete lineare Abhängigkeit vom Druck, fällt aber höher als zu erwarten aus. Die Abweichungen werden hin zu niedrigen Ansaugdrücken geringer und steigen mit zunehmender Drehzahl. Die offensichtlich notwendige Mehrleistung kann den Verlustmechanismen nur integral zugeordnet werden. Hier sind neben der fehlenden Kenntnis des genauen elektrischen Wirkungsgrades der Elektromotoren insbesondere die Lagerreibung und die Gasreibung zu nennen.

Die Größenordnung des letztgenannten Einflusses soll in einem zusätzlichen Experiment ermittelt werden. Hierzu wird die Vakuumpumpe zunächst mit vollständig geöffneter Saug- und Druckseite im Leerlauf betrieben, die benötigten Leistungen werden protokolliert. Mit Hilfe einer weiteren Vakuumpumpe werden nun Saug und Druckseite im Kurzschluss evakuiert. Betreibt man die zu untersuchende Vakuumpumpe bei gleicher Drehzahl, so lässt sich eine deutlich verringerte Leistungsaufnahme beobachten, **Bild 7-10**. In beiden Fällen liegt eine verschwindende Druckdifferenz vor. Das Antriebsmoment kann also im theoretischen Fall nur dazu dienen, die Lagerreibung zu überwinden. Da diese sich allerdings bei gleicher Drehzahl und gleicher axialer Lagerkraft ( $\Delta p \approx 0$ ) nicht verändert, kann nur die geringe Gasreibung die Ursache des geringeren Leistungsbedarfs sein. Die im gasreibungsbehafteten Betrieb notwendige Mehrleistung entspricht aber nicht allein der zusätzlichen Gasreibung. Sie enthält aufgrund des gestiegenen Drehmomentes auch gestiegene Verlustmechanismen des elektrischen Antriebsstranges. Die



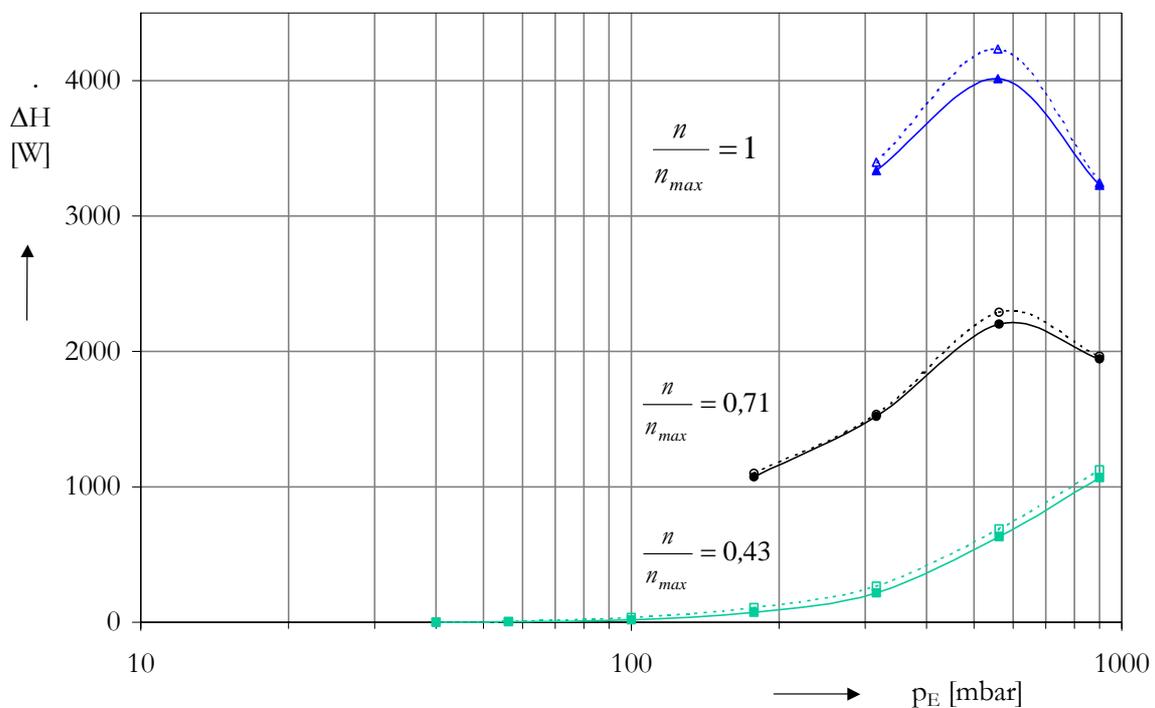
**Bild 7-10:** Vergleich der benötigten elektrischen Leistung im differenzdrucklosen Betrieb mit kurzgeschlossener Saug- und Druckseite bei Atmosphärendruck und im Vakuum als Funktion der Drehzahl. Der Offset im Ursprung entspricht der Leistung der Hilfsaggregate

deutlichen Auswirkungen auf die Gesamtleistung lassen annehmen, dass die Gasreibung und das erhöhte Drehmoment einen nicht unerheblichen Anteil zur Abweichung der Wellenleistung von der theoretischen Vergleichsleistung in Bild 7-9 beiträgt.

### 7.4.2 Gasenthalpie

Zur Messung der Gasenthalpieerhöhung stehen jeweils zwei Messstellen oberhalb und zwei Messstellen unterhalb der mechanischen Leistungszufuhr durch die Rotoren zur Verfügung. Die beiden inneren Messstellen, unmittelbar vor und hinter den Rotorspindeln, sind für die Betrachtung der Wärmeentstehung die interessanteren, weil sie den Gasenthalpiestrom unmittelbar an den Systemgrenzen der Leistungszufuhr messen. Verhalten sich Druck- und Saugstutzen adiabatisch, so ist die Enthalpie unabhängig davon, ob die Gastemperatur vor oder hinter den Stutzen gemessen wird.

In der realen Maschine zeigen sich jedoch gerade bei niedrigen Massenströmen Unterschiede. Zum einen erfährt das angesaugte Gas durch Wärmeleitung in den Bauteilen schon vor dem Eintritt in die Rotorspindeln eine Temperaturerhöhung (Aufheizgrad), zum anderen kühlt sich das heiß aus den Spindeln tretende Gas bis zum Erreichen des Druckflansches aufgrund der oszillierenden Gassäule und des geringen Nettomassenstroms deutlich ab. Da die im zweiten Fall zu-



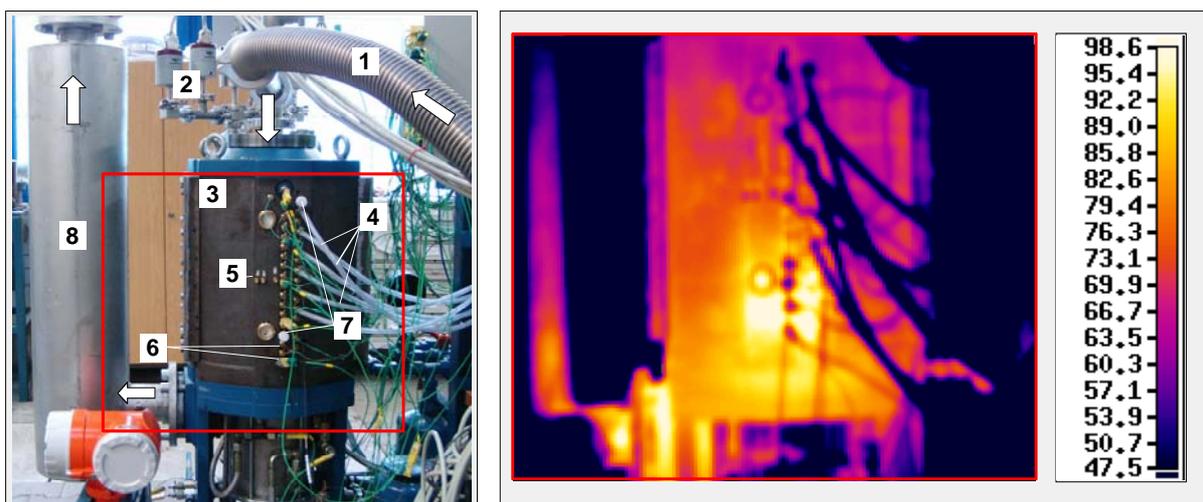
**Bild 7-11:** Gasenthalpiestrom-Differenz als Funktion des Ansaugdruckes zwischen Pumpenein- und -austritt. Aufgrund thermischer Restriktion wurde der stationäre Betrieb bei höheren Drehzahlen auf moderate Ansaugdrücke begrenzt. Gestrichelt: Gasenthalpiestrom-Differenz unmittelbar oberhalb und unterhalb der Rotorspindeln

sätzlich abgegebene (oder aufgenommene) Wärmeleistung dem Gehäuse entnommen (bzw. zugeführt) wird und sie somit Bestandteil einer späteren Kühlwasserbilanz ist, werden zur Berechnung der Gasenthalpiedifferenz die äußeren Temperaturmessstellen verwendet. Die so gemessene Enthalpieerhöhung ist in **Bild 7-11** als Funktion des Ansaugdruckes abgebildet. Aufgrund der zu betrachtenden Grenzfälle des Betriebs im Enddruck und des atmosphärischen Ansaugens entspricht ein Maximum der Enthalpieerhöhung im Bereich mittlerer Ansaugdrücke den Erwartungen. Die Ausprägung des Maximums wird mit höheren Drehzahlen deutlicher. Bei geringeren Drehzahlen sind die erzielten Temperaturerhöhungen zu gering, um gegen einen abfallenden Massenstrom ein Maximum der Enthalpieerhöhung zu erreichen.

Die Enthalpiestromdifferenzen der inneren Messstellen werden durch die gestrichelten Kurven abgebildet. Sie liegen generell höher als an den Messstellen des Pumpenein- und austritts. Die Energiestromdifferenz zwischen beiden Kurven wird vom Gehäuse aufgenommen und vom Kühlwasser über die Systemgrenze abgeführt.

### 7.4.3 Wärmeaufnahme des Gehäuses

Der vom Gehäuse abgeführte Wärmestrom kann über die Temperaturmessstellen des Kühlmitelkreislaufes direkt gemessen werden. Er enthält allerdings noch nicht die nach außen über Konvektion und Wärmestrahlung abgegebenen Energieströme. Thermographieaufnahmen der Versuchsmaschine zeigen, dass die Oberflächentemperaturen des Gehäuses an den nicht kühlwas-



**Bild 7-12:** Thermographieaufnahme des Gehäuses im stationären Betrieb. Der Weg des Arbeitsgases durch die Vakuumpumpe ist durch Pfeile gekennzeichnet. Die Kühlwasservorlaufstemperatur des Gehäuses beträgt in diesem Betriebspunkt  $\vartheta_{G,vor}=77,7^{\circ}\text{C}$ , die Rücklaufstemperatur  $\vartheta_{G,rück}=83,2^{\circ}\text{C}$ .

Legende: 1) Ansaugleitung, 2) Drucksensoren, 3) Pumpengehäuse, 4) Schlauch zur Entnahme mittlerer Arbeitsspieldrücke, 6) Voreinlass, 7) Thermoelemente (Gas- und Wand), 8) Messstellen zur Bestimmung der Rotortemperatur (verschlossen), 8) Auslassschalldämpfer

serdurchströmten Bereichen deutlich über die Kühlmitteltemperatur ansteigen. Diese Bereiche sind jedoch lokal eingeschränkt, **Bild 7-12**. Für den Großteil der Oberfläche des Gehäuses trennt ein einige Millimeter starkes Stahlblech den Kühlwassermantel von der Atmosphäre. Eine überschlägige Berechnung zeigt, dass selbst große Wärmeströme (i.d. Größenordnung der zugeführten elektrischen Energie) nur einen nicht nennenswerten Temperaturgradienten im Mantelblech erzeugen. Zur Berechnung von konvektiven Verlustwärmeströmen und Verlustwärmeströmen durch Strahlung wird vereinfachend die abgewinkelte Oberfläche mit einer mittleren Fluidtemperatur zwischen Gehäuseein- und austritt angenommen. Die Gehäuseabwicklung wird in Bereiche waagerechter und senkrechter Flächenanteile zerlegt, diese werden gemäß der Gesetzmäßigkeiten der freien Konvektion nach [88] berechnet. Die Nußelt-Zahl ergibt bei senkrechten Flächen sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen durch

$$Nu = \left( 0,825 + 0,387 [Gr Pr \cdot f_1(Pr)]^{1/6} \right)^2 \quad \text{Gl. (7-1),}$$

mit

$$f_1(Pr) = \left[ 1 + \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{-16/9} \quad \text{Gl. (7-2).}$$

der Grashoff-Zahl<sup>8</sup>  $Gr$  und der Prandtl-Zahl  $Pr$ . Die Grashoff-Zahl ergibt mit der Fallbeschleunigung  $g$ , der kinematischen Viskosität  $\nu$  und dem thermischen Ausdehnungskoeffizient  $\beta$  als

$$Gr = \frac{g \cdot l_{char}^3}{\nu^2} \beta \Delta \vartheta \quad \text{Gl. (7-3).}$$

Für waagerechte Flächen gilt bei laminarer Strömung ( $Gr Pr \cdot f_2(Pr) \leq 7 \cdot 10^4$ )

$$Nu = 0,766 (Gr Pr \cdot f_2(Pr))^{0,2} \quad \text{Gl. (7-4),}$$

bzw. bei turbulenter Strömung ( $Gr Pr \cdot f_2(Pr) > 7 \cdot 10^4$ )

$$Nu = 0,15 (Gr Pr \cdot f_2(Pr))^{0,2} \quad \text{Gl. (7-5),}$$

mit

$$f_2(Pr) = \left[ 1 + \left( \frac{0,322}{Pr} \right)^{11/20} \right]^{-20/11} \quad \text{Gl. (7-6).}$$

---

<sup>8</sup> Franz Grashof (1826-1893), Professor für Theoretische Maschinenlehre an der Technischen Universität Karlsruhe von 1863-1891, Gründer des VDI (Verein Deutscher Ingenieure), [80]

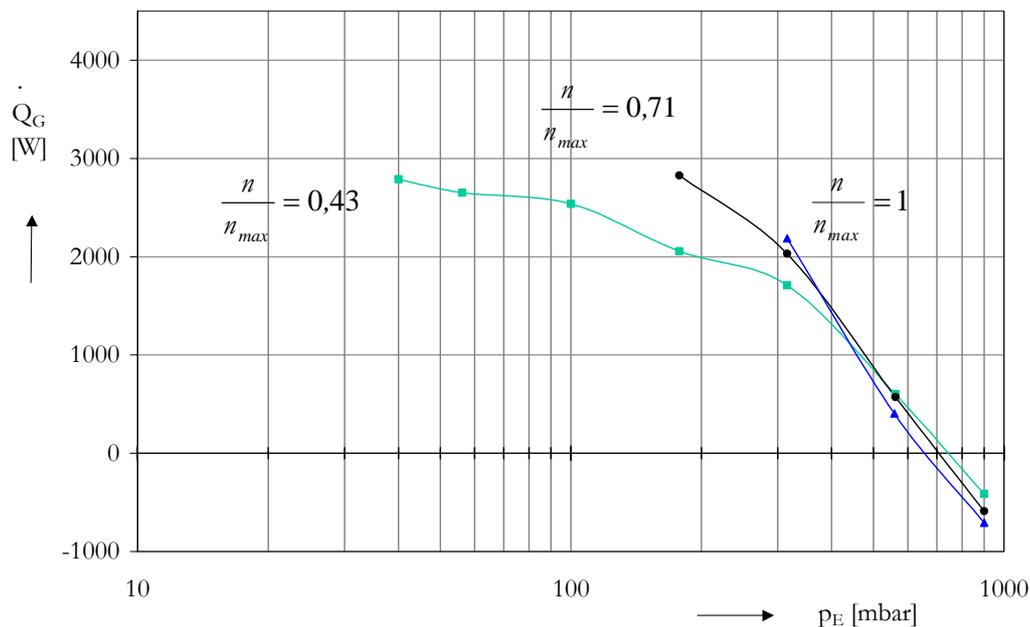
Der Verlustwärmestrom durch Strahlungsaustausch mit der Umgebung kann mit der Stefan<sup>9</sup>-Boltzmann<sup>10</sup>-Konstante  $\sigma$  durch das Modell umhüllter Flächen abgebildet werden:

$$\dot{Q} = \frac{A_1 \sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{Gl. (7-7).}$$

Der Index 1 beschreibt den umschlossenen Körper, der Index 2 die umschließende Fläche. Bei großer umhüllender Fläche spielen deren Emissionskoeffizient und Größe eine verschwindend geringe Rolle, so dass der Strahlungswärmestrom nur noch von der Oberfläche der Pumpe, ihrer Temperatur, ihrem Emissionskoeffizienten und der Umgebungstemperatur abhängig ist:

$$A_1 \ll A_2 : \quad \dot{Q} = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{Gl. (7-8).}$$

Berücksichtigt man die unterschiedlich hohen Temperaturniveaus, die aus der unterschiedlichen Drosselung des Kühlwasservolumenstroms resultieren, so ergibt sich der in **Bild 7-13** dargestellte Gesamtwärmestrom des Gehäuses. Der exponentiell fallende Verlauf (der logarithmischen Darstellung) entspricht der Erwartung und spiegelt die lineare Abhängigkeit von der Druckdifferenz an der Pumpe gut wider.



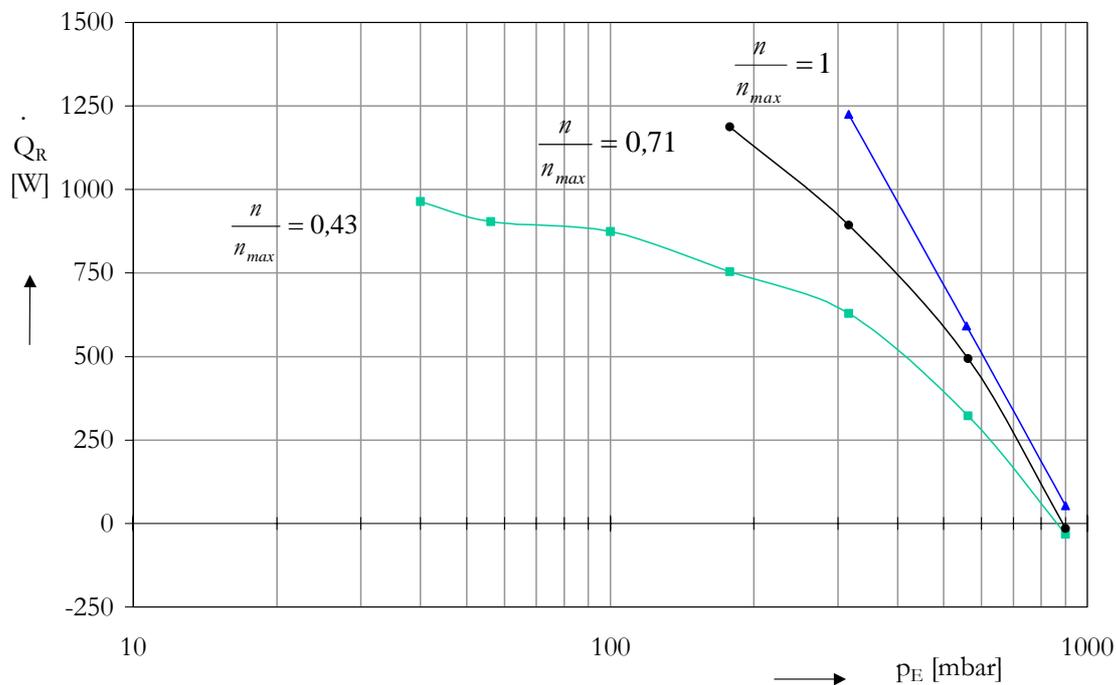
**Bild 7-13:** Abgeführter Wärmestrom des Gehäuses als Funktion des Ansaugdruckes, Parameter: Drehzahl. Der Wärmestrom setzt sich aus der Kühlwasserbilanz, der berechneten konvektiven Wärmeströme sowie den Strahlungstermen zusammen

<sup>9</sup> Josef Stefan (1835-1893), Professor für Physik an der Universität Wien, Initiator des  $T^4$ -Gesetzes, [80]

<sup>10</sup> Ludwig Boltzmann (1844-1906), Professor für Physik in Graz, München, Leipzig und Wien. Sein Hauptarbeitsgebiet war die kinetische Gastheorie und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, [80]

#### 7.4.4 Wärmeaufnahme der Rotoren

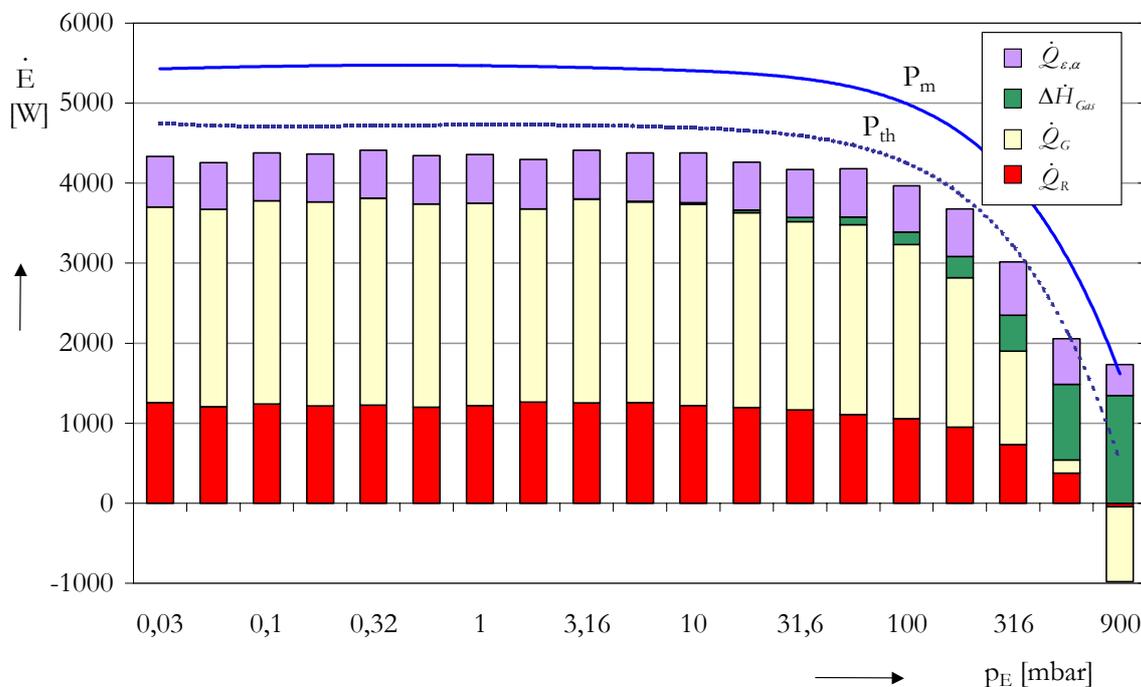
Ein tendenziell ähnliches, wenn auch quantitativ unterschiedlich Bild bietet die Auswertung der Kühlwasserbilanz der Rotorspindeln, **Bild 7-14**. Auch hier steigt der abgeführte Wärmestrom mit steigender Druckdifferenz linear an. Der Anstieg wird für höhere Drehzahlen steiler. Die Tatsache, dass der von den Rotoren abgeführte Wärmestrom deutlich geringer als der des Gehäuses ausfällt, lässt gerade wegen der größeren Wärmeübergangsflächen und der vermutlich höheren relativen Strömungsgeschwindigkeiten des Gases zu den Rotoren auf höhere Rotortemperaturen schließen. In Anbetracht der konstruktiven Lösung der Rotorkühlung, die keine direkte Kühlung der Spindeln im rotierenden System ist, sondern indirekt über Spalte bzw. Lagersitze wirkt, überrascht dies wenig. Mit der Bilanzierung des Kühlwassers am Ein- und Austritt der Statorkühlung weist zwar die Messung der abgeführten Wärmeströme eine hinreichend hohe Genauigkeit auf; sie erlaubt aber keine Aussagen über die Quelle dieser Wärmeströme. Hier kann neben dem Wärmeübergang des Arbeitsgases an die Rotorspindeln auch die Wärmeentstehung in den Wälzlagern, sowie ein eventueller Wärmeeintrag durch die Rotorwellen seitens der Elektromotoren nicht ausgeschlossen werden.



**Bild 7-14:** Abgeführter Wärmestrom der Rotoren, Parameter: Drehzahl. Der Wärmestrom ist trotz größerer Wärmeübertragungsflächen geringer als der des Gehäuses. Zurückzuführen ist dies auf den geringeren Wärmeübergang von den Rotorspindeln auf die kühlmitteldurchströmten Statoren der Lagerung

### 7.4.5 Gesamtenergiebilanz

Addiert man die beschriebenen Energiestromterme und vergleicht sie mit dem theoretischen Leistungsbedarf, bzw. mit der experimentell ermittelten Wellenleistung, so ergibt sich die in **Bild 7-15** dargestellte Gesamtenergiebilanz. Tendenziell stimmt die experimentell ermittelte Summenkurve gut mit den theoretisch zu erwartenden Werten überein. Der quantitative Vergleich zeigt jedoch eine Lücke in der Energiebilanz, die sich nicht ohne weiteres dem einen oder anderen Verlustmechanismus zuordnen lässt. Da die zugeführte mechanische Leistung, wie oben beschrieben, nicht unmittelbar gemessen werden kann, sondern sich aus einer Messung der elektrischen Leistung abzüglich überschlägiger Wechselrichterverluste und der vom Kühlwasser abgeführten Wärmeströme der Motorgehäusekühlung ergibt, scheint die Quantität dieser Messgröße aufgrund der hohen Unsicherheit der Teilsummen nicht gewährleistet. Neben den Unsicherheiten der Wechselrichterverluste sind die Ursachen für die Abweichung auch in einer nicht bilanzierten Wärmeentstehung in den Rotoren zu suchen. Eine Wärmeentstehung an dieser Stelle muss zwar über die Rotorwelle Rückwirkungen auf die Wärmeabfuhr der Rotorspindelkühlung zeigen, wäre aber nur durch Temperaturmessungen im rotierenden System der Rotorwelle nachzuweisen. Ein axialer Wärmestrom kann an dieser Stelle somit zwar vermutet, aber nicht belegt



**Bild 7-15:** Gesamtenergiebilanz der Versuchsmaschine im stationären Betrieb bei einer Drehzahl von  $n/n_{max} = 0,5$  als Funktion des Ansaugdruckes. Die beiden blauen Linien stellen die nach berechnete theoretische Leistung (Kapitel 4.1) und die experimentell ermittelte Wellenleistung (7.4.1) dar. Die Balken stellen die gemessenen, abgeführten Wärmeströme dar. Rot: Rotor (7.4.4), gelb: Gehäuse (7.4.3), Grün: Gasenthalpiedifferenz (7.4.2), Lila: Gehäusekonvektion und -strahlung (7.4.3.)

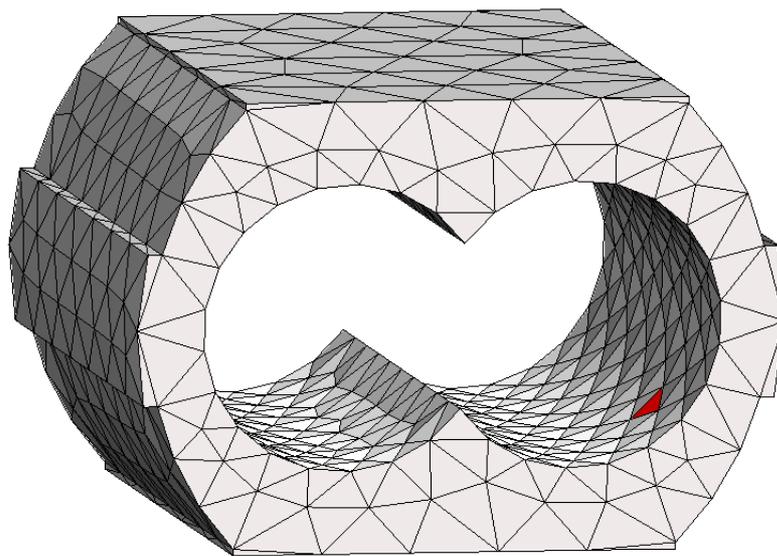
werden. Die Betrachtung der theoretisch notwendigen Leistung und der Summe der abgeführten Wärmeströme deutet ebenfalls darauf hin, dass nicht erfasste Restwärmeströme auftreten. Neben Fehlern in der unvollständigen und vereinfachten Berechnung konvektiver Verlustmechanismen muss auch die Wärmestrahlung und die Wärmeleitung in die Peripherie als Fehlerquelle in Betracht gezogen werden. Die Größenordnung der fehlenden Restwärmeströme rechtfertigt den hohen messtechnischen und mathematischen Aufwand ihrer Erfassung kaum.

Die experimentell gefundene Energiebilanz spiegelt erwartete qualitative Verläufe gut wider. Die Gliederung der zugeführten Leistung in Wärme- und Enthalpieströme zeigt, dass der Großteil der Energie im stationären Betrieb durch die Gehäusekühlung abgeführt wird, weshalb mit deutlich höheren Oberflächentemperaturen der Rotorspindeln zu rechnen ist. Diese Ergebnisse liefern die Vergleichsbasis der noch zu berechnenden Wärmeströme.

## 8 Anbindung der Finite-Elemente-Methode

Die Berechnung von Wärmeströmen im thermodynamischen Simulationsprogramm KaSim erfordert die Kenntnis der Oberflächentemperaturen. Diese sollen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode iterativ berechnet werden. Es ist somit eine Schnittstelle zu bestimmen, die die geometrische Synchronisation zwischen den Oberflächenelementen des FE-Netzes und den Wärmestromverbindungen in KaSim sicherstellt. Die Zuordnung zwischen den Oberflächenelementen des FE-Netzes und den Kapazitäten KaSims unterliegt allerdings einer gewissen Dynamik. Während ein Oberflächenelement der Innenseite des Gehäuses an das absolute Koordinatensystem der Pumpe gebunden ist und aufgrund der Drehung der Rotoren mit wechselnden Arbeitskammern in Kontakt steht, bewegen sich die Oberflächenelemente des Rotornetzes *mit* den Rotoren und bilden je nach Drehwinkelstellung mal eine kammer- und mal eine spaltbegrenzende Oberfläche.

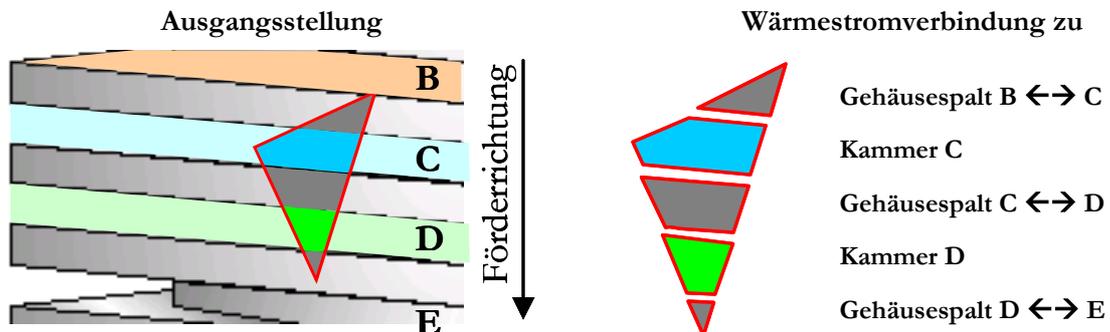
### 8.1 Oberflächenelemente des Gehäuses



**Bild 8-1:** Finite-Elemente-Netz des Versuchsmaschinen-Gehäuses

Das thermodynamische Simulationsprogramm ist durch die Verwendung von Wärmeübergangsmodelle in der Lage, Wärmeströme zwischen einer beliebigen Bauteiloberfläche und dem Gas innerhalb einer Arbeitskammer bzw. dem Gas innerhalb eines Gehäusespaltes bei gegebenen geometrischen Randbedingungen zu berechnen. Zu den geometrischen Randbedingungen gehört sowohl die charakteristische Länge des Wärmeübergangsmodells, die durch die globale Geometrie der Rotoren bestimmt ist, als auch insbesondere die Größe der Fläche selbst, die eine Funktion des Drehwinkels der Rotoren und der Position des Oberflächenelementes darstellt. Hierbei

variieren nicht nur die Größe der Fläche, sondern auch die Kammer oder der Gehäusespalt, zu dem eine Wärmestromverbindung existiert. Die Problematik dieser Zuordnung soll am Beispiel eines Oberflächenelementes auf der Innenseite des Gehäuses, **Bild 8-1**, veranschaulicht werden.

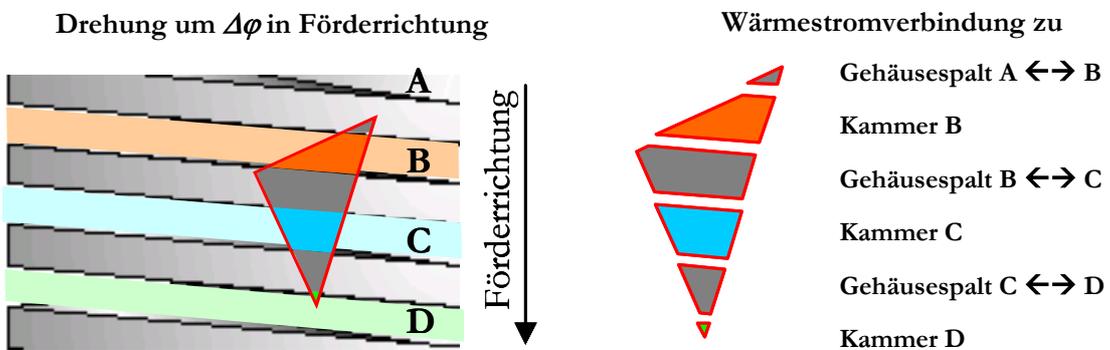


**Bild 8-2:** Analyse der Wärmeströme auf ein Oberflächenelement der Gehäuseinnenseite

Ein angenommenes dreieckiges Oberflächenelement der Gehäuseinnenseite steht in Kontakt zu mehreren Kammern und Gehäusespalten, deren Zustandsgrößen und Strömungsgeschwindigkeiten von einander abweichen. In **Bild 8-2** ist dieses Oberflächenelement in der Ausgangsstellung mit den Kammern C und D, sowie mit den Gehäusespalten zwischen den Kammern B und C, C und D, sowie D und E verbunden. Der aktuelle Wärmestrom an diesem Oberflächenelement lässt sich folglich aus der Summe der fünf Einzelwärmeströme berechnen,

$$\dot{Q}(t) = \sum_i \dot{Q}_i(t) = \sum_i A_i(t) \cdot \alpha_i(t) \cdot (T_{Gas,i}(t) - T_W) \quad \text{Gl. (8-1).}$$

Diese Einzelwärmeströme sind zeitlich nicht konstant. Bei Drehung der Rotoren um  $\Delta\varphi$  verändern sich neben der Anzahl auch die Größe der Einzelflächen als Funktion des Drehwinkels; es entstehen neue Einzelflächen und andere verschwinden, vgl. Bild 8-2 mit **Bild 8-3**. Zusätzlich ändern sich die Kammerzustände und damit die Wärmeübergangskoeffizienten.



**Bild 8-3:** Drehung der Rotoren um  $\Delta\varphi$ . Das Oberflächenelement besitzt nun Verbindungen mit veränderten Flächenanteilen zu unterschiedlichen Kammern und Gehäusespalten. Die Verbindung zum Gehäusespalt zwischen Kammer D und E ist verschwunden, die Verbindung zur Kammer B und zum Gehäusespalt zwischen Kammer A und Kammer B hinzugekommen

Nach einer Drehung um insgesamt einen Zahnteilungswinkel  $\varphi_{ZT}$  stimmt - im stationären Betrieb- die erreichte Position und die aktuellen Gasparameter wieder mit der Ausgangsstellung überein. Die während dieser Drehung aufgenommene Wärme lässt sich durch Integration des Wärmestroms über die Dauer der Drehung bestimmen. In der Simulation geschieht dies durch die Diskretisierung der Drehung in  $j$  Teilschritte und die Summierung der Teilwärmeströme:

$$Q = \int_0^{\varphi_{ZT}} \sum_i \dot{Q}_i \frac{1}{\omega} d\varphi = \sum_j \sum_i \dot{Q}_i \Delta t_j \quad \text{Gl. (8-2).}$$

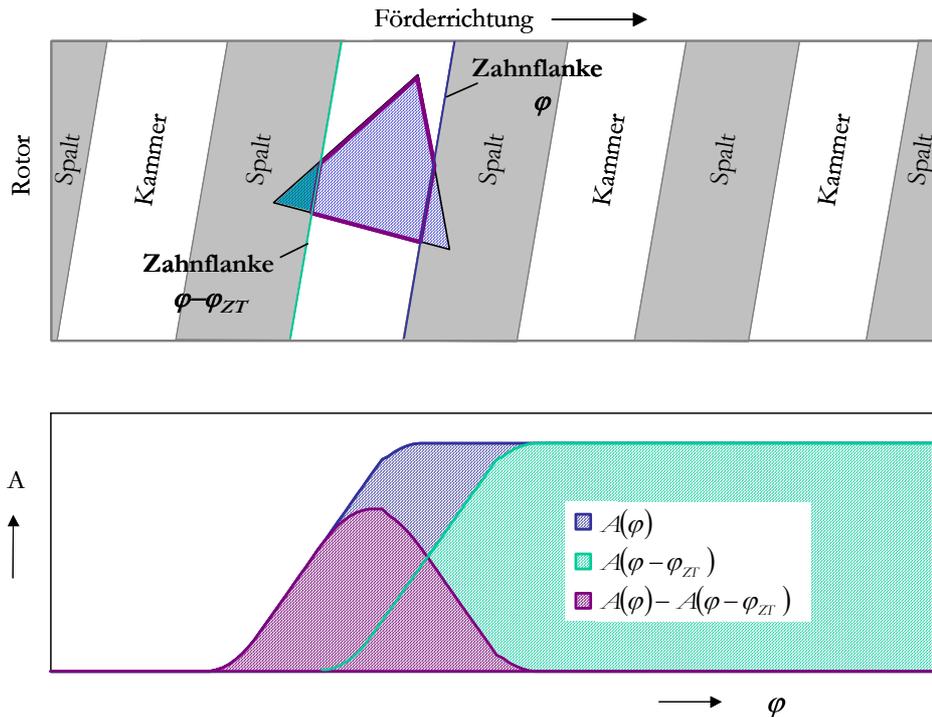
Die Berechnung der integral während der Rotordrehung aufgenommenen Wärme stellt für die thermodynamische Simulation folglich nur eine Addition der Teilwärmern dar. Der mittlere Wärmestrom an das Oberflächenelement als Neumann-Randbedingung<sup>11</sup> (Kap. 9.1-*Thermische Randbedingungen*) der FE-Berechnung lässt sich daher unmittelbar durch die Division der ausgetauschten Wärme durch die Zeit für die Drehung um den Zahnteilungswinkel bestimmen,

$$\bar{Q} = Q \frac{\varphi_{ZT}}{\omega} \quad \text{Gl. (8-3).}$$

Die Schwierigkeit bei der Programmierung der Schnittstelle zwischen KaSim und dem FE-Modell beschränkt sich daher auf die Berechnung und Zuordnung der Teilflächen. Der hier ange-setzte Algorithmus berechnet drehwinkelabhängig den Flächenanteil eines beliebig ausgerichte-ten, dreieckigen Oberflächenelementes auf der Abwicklung des Gehäuses, den eine ebenfalls ab-gewinkelte Zahnflanke, die sich mit dem Rotordrehwinkel von der Saug- zur Druckseite bewegt, auf ihrem Weg bereits überstrichen hat, **Bild 8-4**. Diese Zahnflanke bildet die vorlaufende Zahn-flanke einer betrachteten Arbeitskammer. Der erhaltene Verlauf beginnt bei Null, steigt innerhalb eines kurzen Intervalls auf die Gesamtfläche des Oberflächenelementes und bleibt bis zum Ver-schwinden der Zahnflanke konstant. Eine zweite, um den Zahnteilungswinkel  $\varphi_{ZT}$  drehwinkelver-setzte Zahnflanke bildet die nachlaufende Begrenzung der Kammer. Ihr Verlauf ist, abgesehen vom Drehwinkelversatz, mit dem zunächst betrachteten Verlauf identisch. Die Differenz dieser

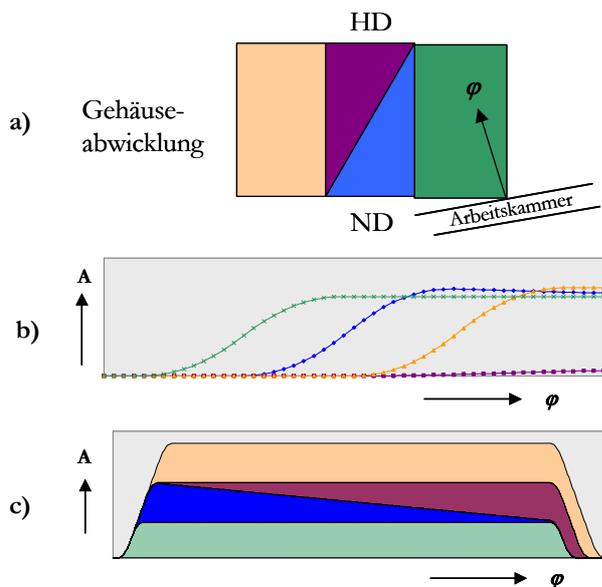
---

<sup>11</sup> Die Formulierung einer numerisch stabileren Cauchy-Randbedingung stößt an dieser Stelle auf Schwierigkeiten. Es müssten ein mittlerer Wärmeübergangskoeffizient  $\bar{\alpha}$  und eine mittlere Gastemperatur  $\bar{T}_{Gas}$  definiert werden, die die Bedingung  $\sum_i A_i \cdot \bar{\alpha} \cdot (\bar{T}_{Gas} - T_W) = Q = \sum_j \sum_i \alpha_i A_i (T_{Gas,i} - T_W) \Delta t_j$  erfüllen. Hierfür ließen sich prinzipiell beliebig viele linear abhängige Kombination von  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{T}_{Gas}$  finden, die allerdings unterschiedliche Auswirkungen auf die FE-Rechnung hätten. Mangels einer physikalisch sinnvollen Festlegung eines der beiden Faktoren scheint eine auf An-nahmen beruhende Definition einer Cauchy-Randbedingung im Vergleich zur physikalisch exakten Neumann-Randbedingung nicht geboten.



**Bild 8-4:** Algorithmus zur Bestimmung der Flächenanteile einer Kammer, bzw. eines Gehäusespaltes an einem Oberflächenelement des Gehäuses. Der gesuchte Flächenverlauf (lila) ergibt sich aus der Subtraktion der von der nachlaufenden Zahnflanke überstrichenen Fläche von der der vorlaufenden

beiden Kurven liefert für eine beliebige Rotorstellung genau den Flächenanteil, mit dem das Oberflächenelement mit der betrachteten Kammer verbunden ist.

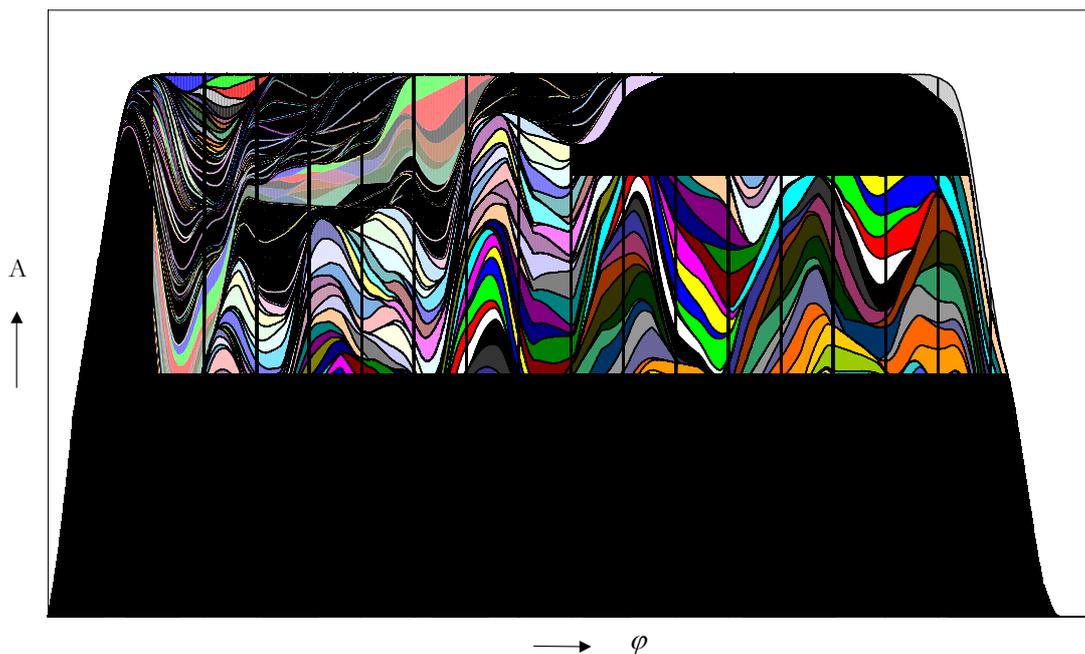


**Bild 8-5:** Anwendung des skizzierten Algorithmus auf eine 4-teilige Gehäuseabwicklung. a) Gehäuse und angenommene Arbeitskammer; b) Einzelflächenverläufe (Ausschnitt); c) Gesamtflächenverlauf

Diese Vorgehensweise wird für die weiteren Kammern und Gehäusespalte der Maschine wiederholt. Die Ergebnisse stimmen bis auf den Drehwinkelversatz eines halben Zahnteilungswinkels der betrachteten Kammern und Gehäusespalte überein. Abschließend wird dieser Algorithmus auf sämtliche andere Oberflächenelemente des Gehäusenetzes angewendet. Er liefert so die Zuordnung eines jeden Oberflächenelementes zu den Arbeitskammern und Gehäusespalten des Kammermodells. Für eine vereinfachte 4-teilige Gehäuseabwicklung ist dies leicht nachvollziehbar in **Bild 8-5 a)-c)** demonstriert. Die durch die beiden Zahnflanken begrenzte

Arbeitskammer in Bild 8-5 a) überstreicht in Pfeilrichtung die Gehäuseabwicklung. Dabei werden zunächst das grün dargestellte Rechteck, dann das blau dargestellte Dreieck und zuletzt die beiden übrigen Flächen überstrichen. Ein Ausschnitt der Einzelflächenverläufe ist in Bild 8-5 b) zu sehen, ihre Addition in Bild 8-5 c). Der Gesamtflächenverlauf liefert zunächst den kontinuierlichen Anstieg, und dann einen ausgedehnten konstanten Bereich, um schließlich wieder auf Null abzufallen.

Angewendet auf das reale Finite-Elemente-Netz des Gehäuses erschwert die hohe Anzahl der Teilflächen die Darstellung und Überprüfung der Teilflächenverläufe; die Summenkurve der Oberflächenelemente entspricht jedoch in ihrem Maximum der Fläche einer Kammer zum Gesamtgehäuse. Sie zeigt die korrekten Anfangs- und Enddrehwinkel, liefert einen homogenen Verlauf und damit ein Indiz für die Richtigkeit dieser Zuordnung, **Bild 8-6**. Aufgrund der - bei der Versuchsmaschine vereinfacht angenommenen - gleichen axialen Ausdehnung von Kammer und Gehäusespalt liefert der quantitativ gleiche Flächenverlauf, der nur um einen halben Zahnteilungswinkel phasenverschoben ist, die Zuordnung der Gehäusespalte.



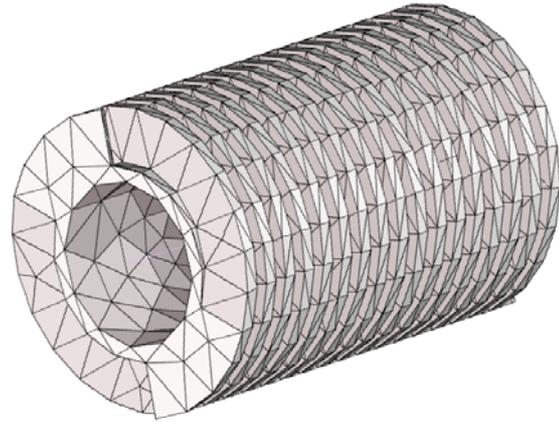
**Bild 8-6:** Zuordnungsalgorithmus angewendet auf das FE-Netz des Gehäuses; Gesamtfläche als Funktion des Rotordrehwinkels; Jede farbig gekennzeichnete Teilfläche repräsentiert ein Oberflächenelement des FE-Netzes der Innenseite des Gehäuses. Die senkrechten Trennlinien grenzen die Arbeitskammern voneinander ab

Die hier berechneten Zuordnungsdaten sind Eingangsdaten der thermodynamischen Simulation. Sie werden nur einmal nach der Netzgenerierung berechnet, in der von KaSim benötigten Form gespeichert und jeweils zu Beginn einer thermodynamischen Simulation geladen. KaSim ist so in der Lage, bei jedem zu berechnenden Wärmehaushalt zwischen einer Kammer bzw. einer Spalt-

strömung die betreffenden Oberflächenelemente zu finden und deren Gesamtanteil an der Wärmeübergangsfläche zu bestimmen.

## 8.2 Oberflächenelemente der Rotoren

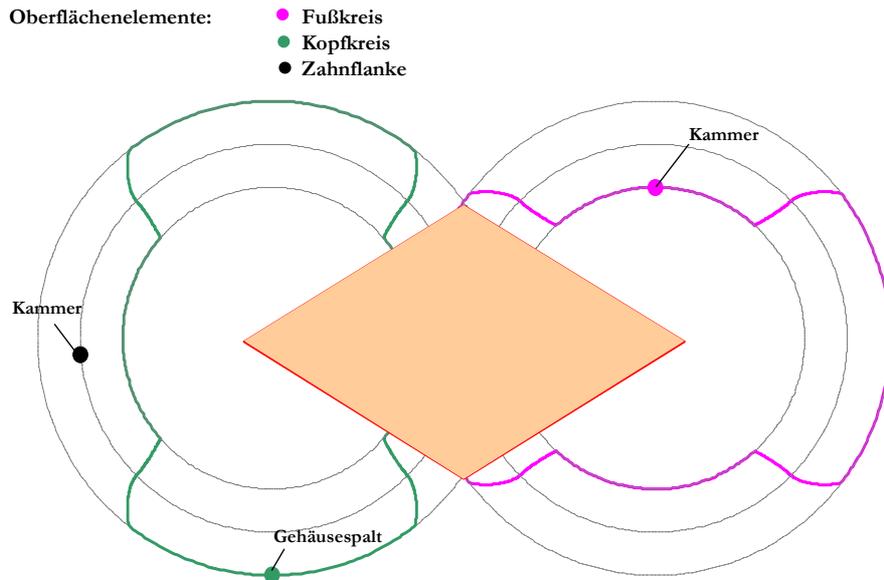
Die Zuordnung zwischen den Oberflächenelementen der Rotoren und den Kapazitäten KaSims unterliegt ebenfalls einer Dynamik. Durch die Drehung der Rotoren bewegen sich die Oberflächenelemente von einer Seite (der durch die Rotorachsen gebildeten fiktiven Ebene) durch den Eingriffsbereich der Rotoren zur anderen Seite dieser Ebene. Ein Oberflächenelement auf einer Zahnflanke steht somit zunächst mit einer Kammer, dann mit dem Profileingriff und schließlich wieder mit einer Kammer in wärmeaustauschenden



**Bild 8-7:** Finite-Elemente-Netz eines Rotors. Die Profile wurden aus Gründen der Netzgröße und Rechenzeit zu geraden Zahnflanken vereinfacht

Verbindung. Den Oberflächenelementen des FE-Netzes in der thermodynamischen Simulation zum richtigen Zeitpunkt (Drehwinkel) die Wärmeübergangsrandbedingungen der richtigen Kammer oder des richtigen Spaltes zuzuweisen, ist eine ähnliche Problemstellung wie im Falle des Gehäusenetzes. Im Gegensatz zum bereits vorgestellten Algorithmus der Gehäuseoberfläche, zu welcher sich die Arbeitskammer relativ in axiale Richtung bewegt, verändert ein Rotorelement seine Position nicht nur in axialer Richtung relativ zur Kammer, sondern auch in Umfangsrichtung.

Ein Zuordnungsalgorithmus für den Rotor erfordert zunächst die geometrische Abgrenzung von Arbeitskammern und Spalten. Da die räumliche Begrenzung der Arbeitskammern und Spalte, gerade im Bereich des Profileingriffs, schwer definierbar und eher komplexer Natur ist, sollen zunächst einige Vereinfachungen vorgenommen werden. Der Eingriffsbereich, gebildet durch die Raute der Rotormittelpunkte und die Verschneidungskanten im axialen Schnitt, bildet im Folgenden die geometrische Grenze zwischen Kammer und Spalt, **Bild 8-8**. Alle Oberflächenelemente, die sich innerhalb dieser Raute befinden, stehen in Kontakt zu entweder einem Profileingriffs- oder einem Radialspalt. Oberflächenelemente, die sich außerhalb der Raute befinden, sind demnach Oberflächenelemente einer Kammer oder eines Gehäusespaltes. Für eine genauere Zuordnung ist entscheidend, ob sich das Oberflächenelement auf dem Kopfkreis, auf dem Fußkreis oder auf der Zahnflanke befindet. Eine Übersicht über die Zuordnung der Oberflächenelemente des Rotors liefert **Tabelle 8-1**.



**Bild 8-8:** Vereinfacht angenommene räumliche Begrenzung zwischen Arbeitskammern und Eingriffsbereich (Raute). Abhängig von der Lage des Oberflächenelementes auf den Rotoren (Kopfkreis, Fußkreis, Zahnflanke) und von der Drehwinkelstellung ergibt sich eine unterschiedliche Zuordnung des Oberflächenelementes zu den wärmeaustauschenden Kapazitäten und Verbindungen KaSims

Für die Kapazitäten und Verbindungen sind somit folgende zuzuordnende Oberflächenelemente relevant:

für die Arbeitskammern

- Zahnflanken-Oberflächenelemente und
- Fußkreis-Oberflächenelemente,

für die Gehäusespalte

- Kopfkreis-Oberflächenelemente
- (und Oberflächenelemente der Gehäuseinnenseite, Kap. 8.1),

**Tabelle 8-1:** Zuordnung der Rotorelemente zu den Spalten und Arbeitskammern der Maschine

Kopfkreis-Oberflächen	Zahnflanken-Oberflächen	Fußkreis-Oberflächen

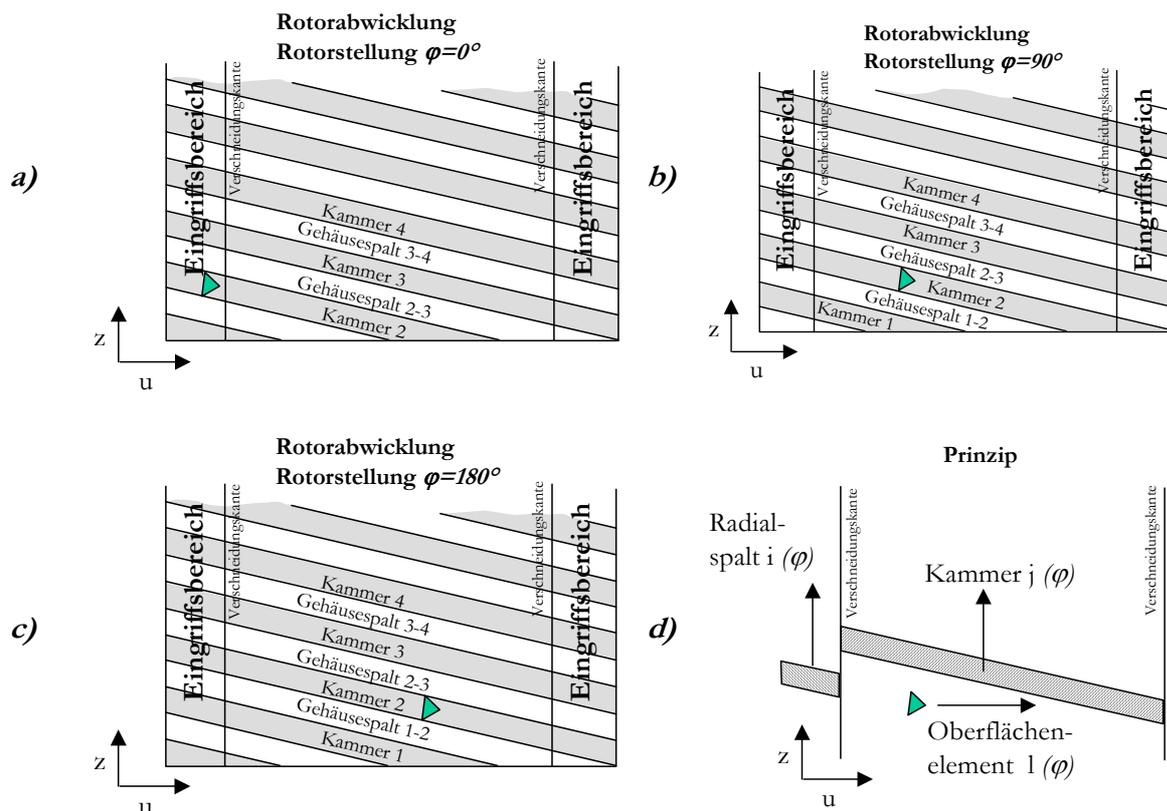
für die Radialspalte

- Kopfkreis-Oberflächenelemente und
- Fußkreis-Oberflächenelemente,

sowie für die Profileingriffsspalte

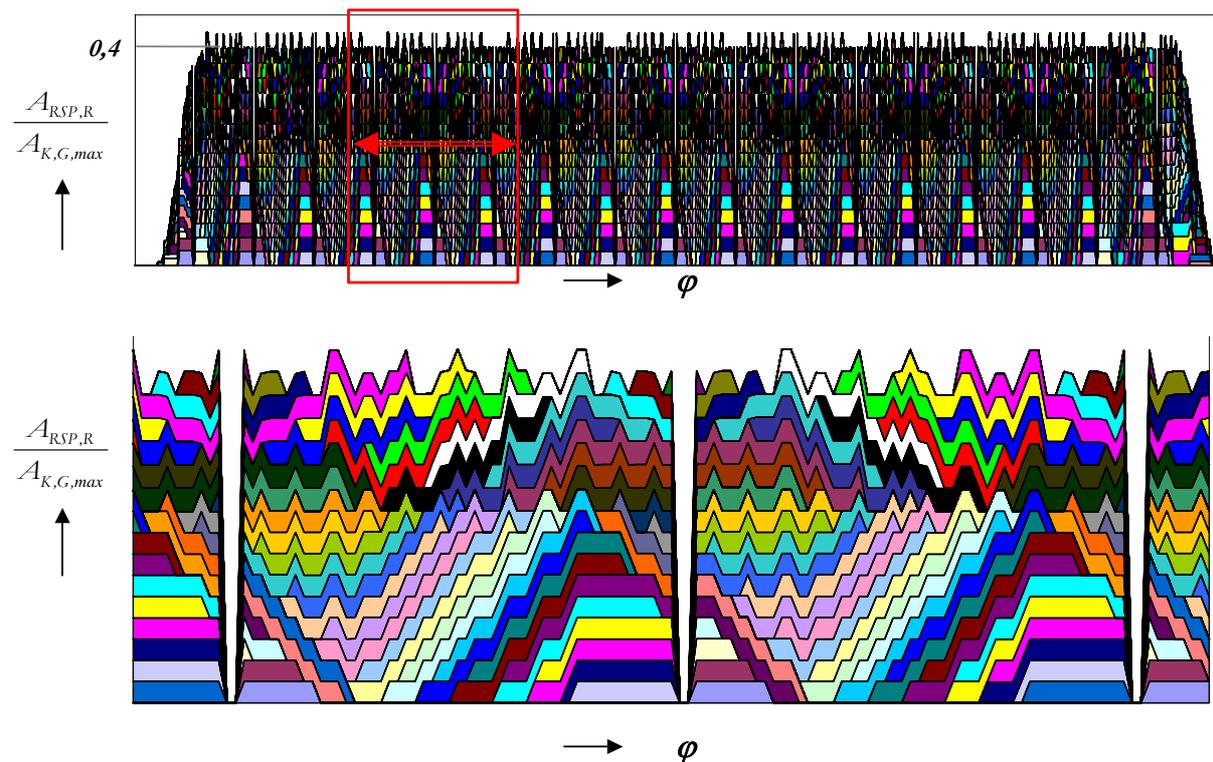
- Zahnflanken-Oberflächenelemente.

Während der Rotordrehung bewegen sich nicht nur die betrachteten Oberflächen in Umfangsrichtung, sondern auch die Kammern und Spalte in axiale Richtung. Bei der Zuordnung der Rotoroberflächenelemente ist dieser überlagerten Bewegung Rechnung zu tragen. Hierzu betrachte man zunächst ein beliebiges Oberflächenelement des Rotors. In **Bild 8-9** ist dies ein Element des Zahnfußes. Für dieses Element werden zunächst die möglichen am Wärmeaustausch beteiligten Kapazitäten und Verbindungen gemäß Tabelle 8-1 (hier: Kammern und Radialspalte) bestimmt, ihre geometrischen Begrenzungen werden dabei in Abhängigkeit der Rotordrehung bis zu einem Zahnteilungswinkel beschrieben. Liegen diese Begrenzungen vor, kann das Rotorelement für jeden Drehwinkel mit jeder Begrenzung geometrisch geschnitten werden.



**Bild 8-9:** Algorithmus zur Zuordnung der Rotoroberflächenelemente am Beispiel eines Fußkreiselementes. a) bis c): Während der Drehung um einen Zahnteilungswinkel bewegen sich Kammern und Spalte in Achsrichtung des Rotors, während sich die Oberflächenelemente in Umfangsrichtung bewegen; d) Aufstellen der drehwinkelabhängigen Begrenzungen der Kammern und Spalte, sowie der Position des Oberflächenelementes. Die zugeordneten Flächenverläufe erhält man durch geometrisches Schneiden eines jeden Rotorelementes mit allen in Frage kommenden (Tabelle 8-1) Kapazitäten- und Spaltbegrenzungen

Die dadurch mögliche Bestimmung der Flächenanteile von Oberflächenelementen, die die Kammer- und Spaltabgrenzungen überschneiden, geschieht aufgrund der komplexen Geometrie der Zahnflanken ebenfalls vereinfacht. Hierbei wird die gesamte Fläche des Oberflächenelementes je nach Lage seines geometrischen Schwerpunktes entweder der Kammer oder den entsprechenden Spalten zugeordnet. Ein sprunghafter Verlauf der Flächenzuordnung wird somit impliziert. Die Sprungsstellen fallen umso geringer aus, je feinmaschiger das Rotornetz zuvor generiert wurde und je größer die kammer- oder spaltbegrenzende Fläche ist. Für den Radialspalt ergibt sich der in **Bild 8-10** dargestellte Gesamtflächenverlauf. Die Gesamtfläche eines Radialspaltes zum Rotor beträgt etwa das 0,4-fache der Maximalfläche einer Kammer zum Gehäuse (Bild 8-6). Ausschnitte der Gesamtflächenverläufe der übrigen Spalte und der Arbeitskammern in Bezug auf die Rotorelemente sind ebenfalls (mit Angabe ihres Verhältnisses zur Maximalfläche der Zuordnung einer Kammer zum Gehäuse) in **Bild 8-11** (Profileingriffsspalt), **Bild 8-12** (Gehäusespalt) und **Bild 8-13** (Arbeitskammer) dargestellt. Die größte Wärmeübertragungsfläche entfällt erwartungsgemäß auf den Wärmeübergang zwischen den Arbeitskammern und den Oberflächenelementen der Rotoren.



**Bild 8-10:** Drehwinkelabhängige Wärmeübergangsflächen der Radialspalte zu den Finite-Elemente-Oberflächen der Rotoren

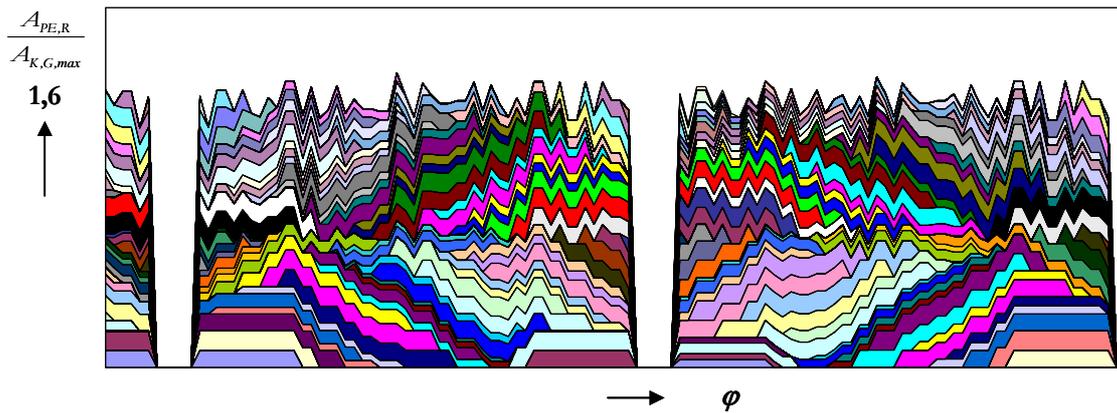


Bild 8-11: Drehwinkelabhängige Wärmeübergangsflächen der Profileingriffsspalt zu den Finite-Elemente-Oberflächen der Rotoren

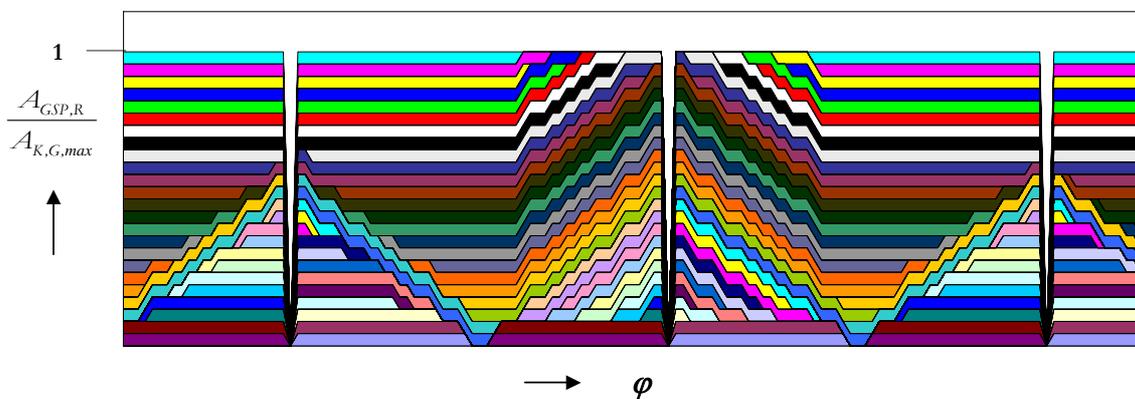


Bild 8-12: Drehwinkelabhängige Wärmeübergangsflächen der Gehäusespalte zu den Finite-Elemente-Oberflächen der Rotoren

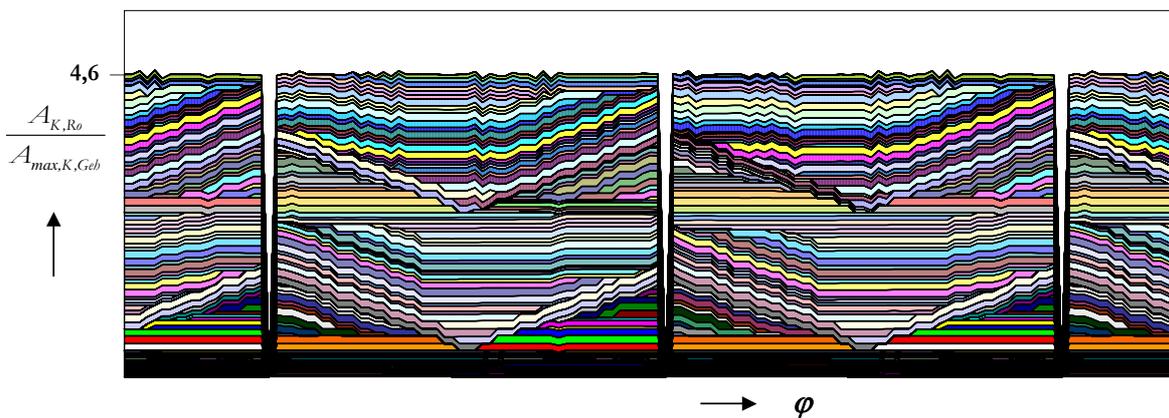


Bild 8-13: Drehwinkelabhängige Wärmeübergangsflächen der Arbeitskammern zu den Finite-Elemente-Oberflächen der Rotoren

## 9 Der stationäre Betrieb in der Simulation

Mit dem Vernetzen der Bauteile und der Integration der Oberflächenelemente als Wärmekapazitäten im thermodynamischen Simulationsprogramm KaSim stehen der thermischen FE-Rechnung sowohl die Wärmeströme an die Innenseite des Gehäuses als auch an die Oberflächen der Rotoren als Neumann-Randbedingungen zur Verfügung. Zur thermischen Festlegung der Systeme müssen allerdings zusätzliche Randbedingungen (Cauchy oder Dirichlet) formuliert werden.

### 9.1 Thermische Randbedingungen

Die Formulierung weiterer Randbedingungen setzt Kenntnisse oder Annahmen bezüglich der Wärmeabfuhr der Bauteile voraus. Hierzu spielen konstruktive Besonderheiten der Versuchsmaschine eine tragende Rolle. Insbesondere sind hier die Kühlmittelführung durch das Pumpengehäuse und die Statorgehäuse der Rotorlagerung zu nennen. Die Kühlmitteltemperatur ist durch die Einstellung des Thermostatventils im Experiment vorgegeben. Sie wird als Mittelwert zwischen Bauteilvor- und Rücklauf dem Experiment entnommen und für die Durchströmung des Bauteils in der FE-Simulation realitätsnah als konstant betrachtet. Der dabei vernachlässigte Temperaturunterschied zwischen den Messstellen liegt in der Größenordnung von ca.  $\Delta T = 5K$ .

#### 9.1.1 Thermische Randbedingungen des Gehäuses

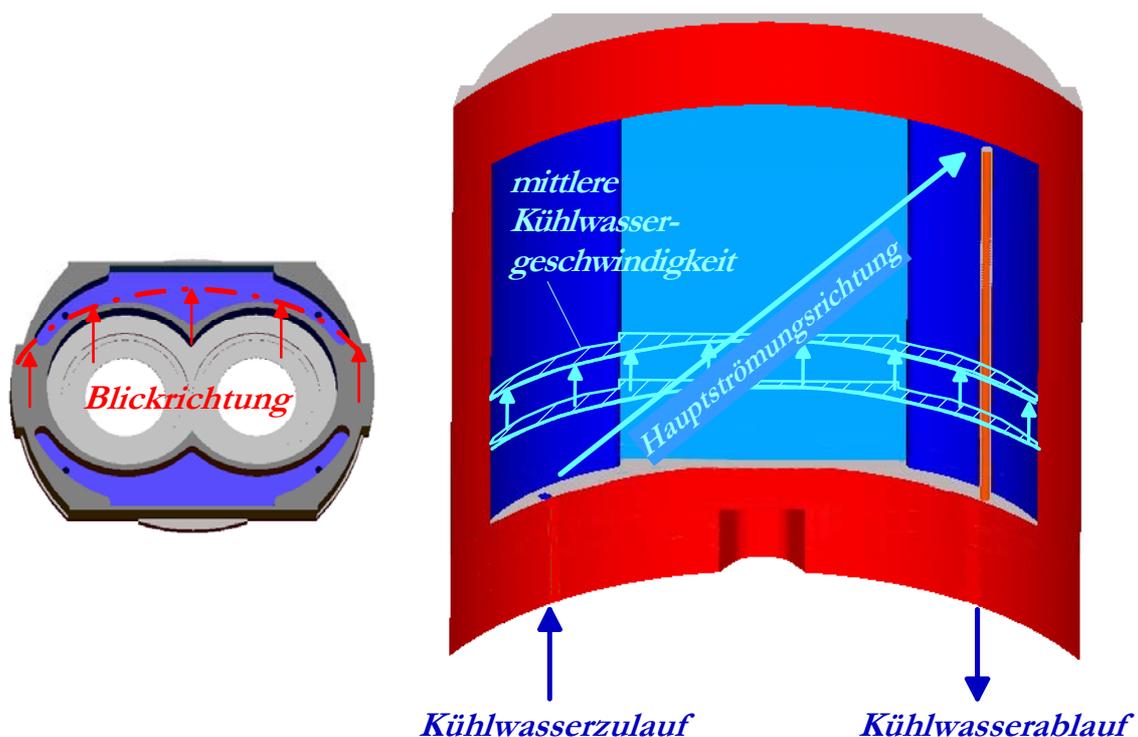
Für das Gehäuse liegen prinzipiell drei Wärmeabfuhrmöglichkeiten vor. Diese sind neben der Wärmeabfuhr an das Kühlwasser auch die Wärmeabgabe an die Umgebung durch Strahlung und freie Konvektion sowie die Wärmeleitung in die Peripherie (Antriebsmotoren, Leitungen, Aufspannung).

Die Wärmeabgabe an die Umgebung durch Strahlung und Konvektion liefert zwar ebenfalls einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur Energiebilanz, zur Berechnung der Bauteiltemperaturen der Innenseite des Gehäuses wird sie aufgrund der geringen Wandstärke des Kühlwassermantels nach außen jedoch nur eine geringe Rolle spielen. Allenfalls im Bereich des massiven Steges zwischen den Kühlwassermänteln ist eine Wirkung zu erwarten, (vgl. Thermographieaufnahme Bild 7-12). Das Temperaturniveau entspricht aber mit Ausnahme dieses Bereichs einer mittleren Kühlwassertemperatur. Der durch die Wärmeabgabe an die Umgebung entstehende, nach außen gerichtete, negative Temperaturgradient im Material des Pumpengehäuses soll deshalb vernachlässigbar sein.

Die Wärmeleitung in das Maschinengestell ist für thermische Randbedingungen nur mit sehr viel Aufwand zu erfassen. Prinzipiell ist für das Pumpengehäuse durch die angeflanschten Motoren

auch eine äußere Wärmezufuhr nicht ausgeschlossen. Aufgrund der hohen Unsicherheit hier anzusetzender, vereinfachender Annahmen und der nur geringfügig von der Kühlmitteltemperatur abweichenden Bauteiltemperaturen der Peripherie (die Motorgehäuse sind ebenfalls kühlmitteldurchströmt), sollen sowohl die druckseitige Bodenplatte als auch der saugseitige Deckel in der FE-Simulation adiabatisch betrachtet werden.

Experimentell durch den hohen Wärmestrom, aber nur geringen Temperaturunterschied zwischen Kühlmittelvor- und Rücklauf belegt, ist davon auszugehen, dass der Wärmeübergang an das Kühlwasser die dominierende Einflussgröße auf das Temperaturverhalten des Pumpengehäuses darstellt. Die Thermographieaufnahmen zeigen zusätzlich, dass die Außentemperatur des Gehäuses über große Bereiche der Kühlmassertemperatur entspricht. Im ersten Ansatz wird es daher für ausreichend gehalten, einen idealen Wärmeübergang zwischen Bauteil und Kühlmittel anzunehmen, so dass die Wandtemperatur in den Kühlmänteln der Kühlmitteltemperatur entspricht. (Dirichlet-Randbedingung). Eine später, im Rahmen einer Sensibilitätsanalyse vorgenommene Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten (Cauchy-Randbedingung) liefert an dieser Stelle genauere Ergebnisse. Das Kühlmittel tritt unten, **Bild 9-1**, in den Kühlmantel ein, durchströmt das Gehäuse diagonal und tritt im oberen Bereich des Kühlmantels in das Austrittsrohr. Zur Bestimmung einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit scheint eine parallel zur Hauptströmungsrichtung angenommene Strömung aufgrund der veränderlichen Querschnitte zu auf-



**Bild 9-1:** Diagonale Durchströmung des Kühlwassergehäuses im Schnitt, zur Berechnung der konvektiven Cauchy-Randbedingung für die thermische FE-Berechnung wird zunächst eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit angenommen

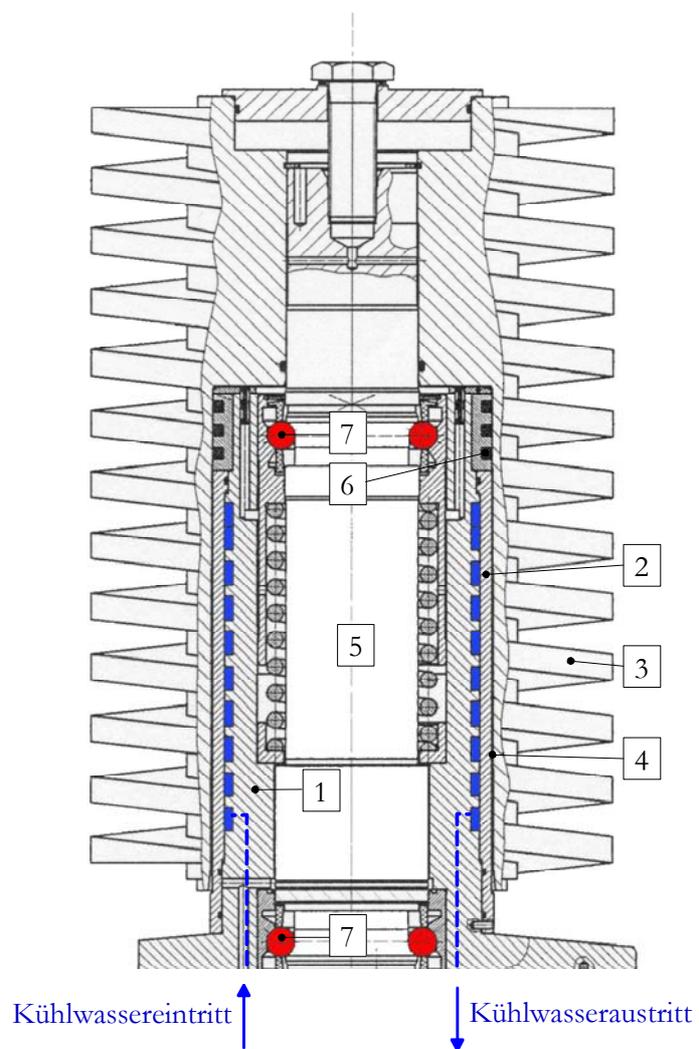
wendig. Die Strömung soll vereinfachend nur vertikal, also in Achsrichtung der Rotoren angenommen werden. Mit der Kenntnis des Kühlwasservolumenstroms und der konstanten Querschnittsfläche des durchströmten Kanals berechnet man mittlere Strömungsgeschwindigkeiten, die in der Größenordnung von ca.  $2..3 \text{ mm/s}$  liegen. Das Wärmeübergangsmodell einer „längs angeströmte Wand“ liefert hier mit den Stoffdaten des Kühlmittels einen Wärmeübergangskoeffizient in der Größenordnung von  $\alpha \approx 70 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Eine angenommene freie Konvektion liefert  $\alpha \approx 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Zur Überlagerung freier und erzwungener Konvektion gibt Kast die Näherung

$$Nu^3 = Nu_{erzw.}^3 + Nu_{frei}^3 \quad \text{Gl. (9-1)}$$

an, [88]. Der so berechnete Wärmeübergangskoeffizient liegt wegen der gleichen Richtung von Auftrieb und erzwungener Strömung geringfügig über dem der freien Konvektion.

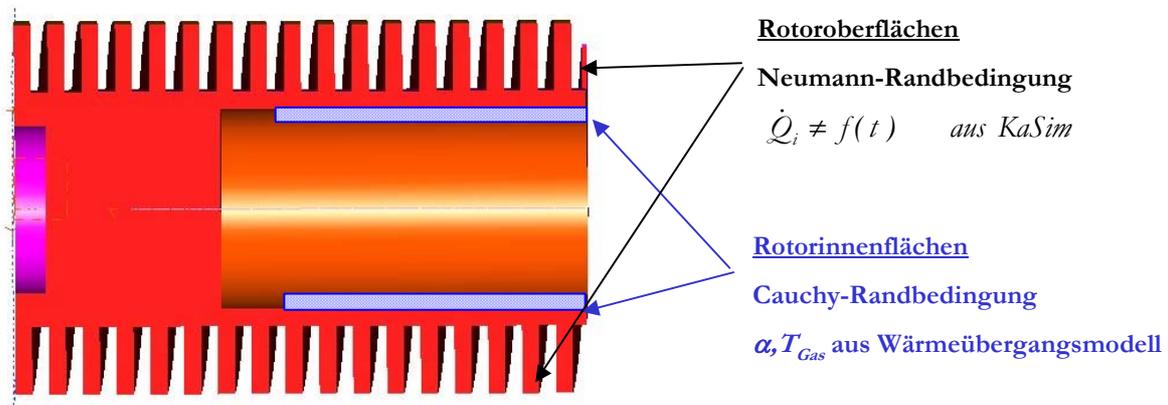
### 9.1.2 Thermische Randbedingungen der Rotoren

Zur Festlegung thermischer Randbedingungen der Rotoren müssen ebenfalls vereinfachte Annahmen getroffen werden. Diese betreffen sowohl die Wärmeabfuhr über das Kühlmittel als auch die Wärmeleitung durch die Rotorwellen. Einen Schnitt durch die montierte Spindeleinheit zeigt **Bild 9-2**. Das Kühlmittel tritt von unten in den Stator (1) der Spindeleinheit ein. Dieser Stator besitzt ein zweigängiges Gewinde, welches durch ein Gehäuse (2) von der Rotorspindel (3) getrennt wird. Das Kühlmittel strömt durch einen Gewindegang nach oben und über den zweiten Gewindegang zurück zum Austritt. Zwischen dem Statorgehäuse und den Rotorspindeln entsteht ein Spalt (4), in dem Atmosphärendruck herrscht und über den die aufgenommene Wärme der Rotoren konvektiv und über Strahlung abzuführen ist. Die Momentübertragung



**Bild 9-2:** Prinzip der Rotorkühlung im Achsschnitt, rot: Lagerung, blau: Kühlwasserführung. Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Fa. Sterling SIHI

zwischen Rotorspindel und Welle (5) erfolgt kraftschlüssig. Die Dichtungen (6) laufen berührungsfrei. Die Lagerungen (7), sowie die Rotorwelle selbst, stellen für die Festlegung thermischer Randbedingungen eine nicht quantifizierbare Wärmequelle (oder Wärmesenke) dar. Damit muss auch die Frage, in welche Richtung die Wärmeströme in den Lagersitzen zeigen, genauso unbeantwortet bleiben, wie die Frage nach der Richtung des Wärmestroms in der Rotorwelle. Deshalb wird die Annahme getroffen, dass der Wärmestrom durch die Rotorwelle im Vergleich zum Wärmestrom, der durch das Kühlwasser abgeführt wird, eine eher untergeordnete Rolle spielt. Die Schnittstelle zwischen Rotorwelle und Spindel wird demnach adiabat betrachtet. Eine Wärmeabfuhr ist in der Simulation folglich nur über den Spalt zwischen Statorgehäuse und Rotorspindel möglich.



**Bild 9-3:** Thermische Randbedingungen des Rotors. Die Rotoroberverzahnung wird in KaSim mit Neumann-Randbedingungen belegt. Die Abfuhr der Wärme geschieht mit Cauchy-Randbedingungen an der Innenseite der Spindel

Die thermischen Randbedingungen für die Rotoren beschränken sich daher auf die in **Bild 9-3** dargestellten Neumann-Randbedingungen aus dem thermodynamischen Simulationsprogramm KaSim (zeitlich konstanter Wärmestrom für jedes Oberflächenelement) und die Cauchy-Randbedingung (Wärmeübergangskoeffizient und Gastemperatur), die aus den Nußelt-Gleichungen für einen ebenen Spalt, [89], zu berechnen ist. Zur Übertragung dieses Modells auf die hier geforderte Anwendung müssen jedoch weitere Vereinfachungen in Kauf genommen werden, weil das Modell formal nur für ebene Spalte mit zwei diabaten Wänden gleicher Wandtemperatur ohne Relativbewegung zueinander gilt. Hier liegen aber sowohl eine Relativbewegung der spaltbildenden Flächen als auch unterschiedliche Wandtemperaturen vor. Fehler entstehen an dieser Stelle durch die unterschiedlichen Strömungsprofile - im Modell eine (ausgebildete) laminare Druckströmung, in der Anwendung eine lineare Schlepplströmung - und durch die „unendliche“ Länge des Spaltes in Strömungsrichtung. Die Strömungsgeschwindigkeit entspricht der hal-

ben Umfangsgeschwindigkeit der Bohrungsoberfläche des Rotors. Die Gastemperatur im Spalt wird zunächst der Wandtemperatur des Statorgehäuses, diese wiederum der Kühlwassertemperatur gleichgesetzt. Die charakteristische Länge der Anordnung ist der hydraulische Durchmesser des ebenen Spaltes, also die doppelte Spalthöhe

$$l_{char} = d_{hyd} = 2s \quad \text{Gl. (9-2)}$$

*Gnielinski* gibt in [89] den Zusammenhang

$$Nu = (Nu_1^3 + Nu_2^3)^{1/3} \quad \text{Gl. (9-3)}$$

an, wobei die Nußelt-Zahl  $Nu_1$  den Endwert für eine thermisch und hydrodynamisch ausgebildete laminare Strömung

$$Nu_1 = 7,541 \quad \text{Gl. (9-4)}$$

darstellt und  $Nu_2$  durch

$$Nu_2 = 1,841 \cdot \sqrt[3]{Re \cdot Pr \cdot \frac{l_{char}}{l}} \quad \text{Gl. (9-5)}$$

gegeben ist. Der Einfluss von  $Nu_2$  verschwindet für lange Spalte und kleine Spalthöhen, so dass der Wärmeübergangskoeffizient des geschlossenen „unendlichen“ Spaltes vom Endwert der Nusselt-Zahl  $Nu_1$  unabhängig von der Umfangsgeschwindigkeit bestimmt wird, sofern eine laminare Strömung vorliegt. Letzteres ist auch bei maximaler Rotordrehzahl noch der Fall.

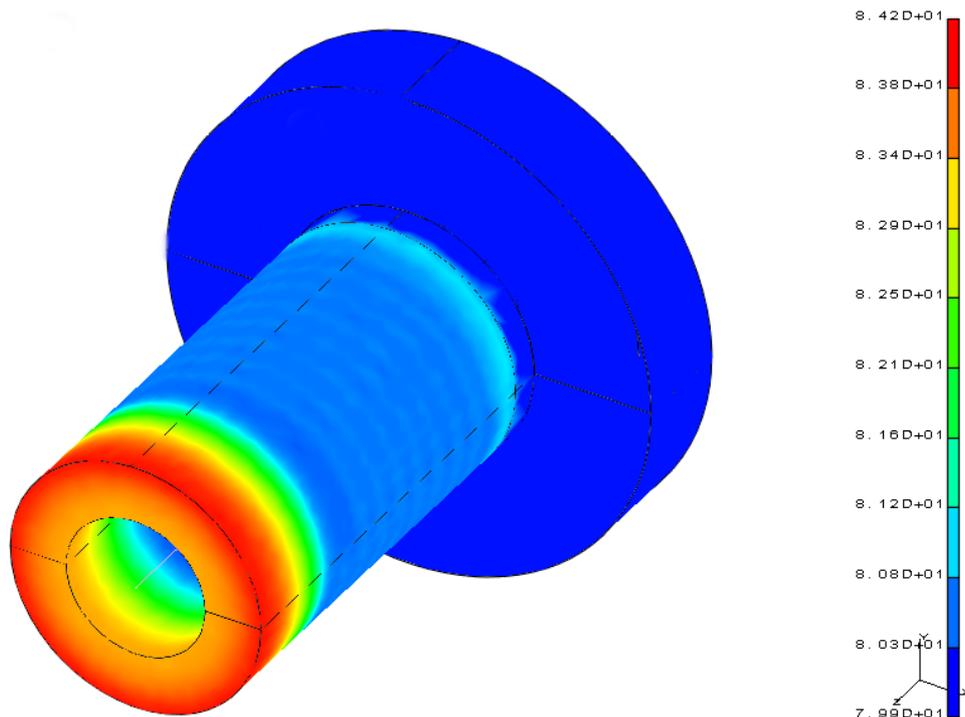
Zur Berechnung des Wärmeübergangs vom Kühlmittel auf das Statorgehäuse und die Statoren in deren Gewindegang wird dieser als abgewinkelte Rohrleitung betrachtet. Die Berechnungsvorschriften für den Wärmeübergang in Strömungen in Rohrwendeln nach [90] liefert für eine turbulente Strömung ( $Re > 2,2 \cdot 10^4$ ) mit

$$Nu = \frac{\xi / 8 \cdot Re \cdot Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\xi / 8} (Pr^{2/3} - 1)} \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,14} \quad \text{Gl. (9-6)}$$

und

$$\xi = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} + 0,03 \cdot \left( \frac{d}{D} \right)^{0,5} \quad \text{Gl. (9-7)}$$

einen Wärmeübergangskoeffizient von ca.  $\alpha \approx 1,4 \cdot 10^4 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$ . Nimmt man eine beliebige Kühlwassertemperatur in den Gewindegängen an und belegt das Statorgehäuse mit einem homogenen, den Messwerten der Rotorwärmeströme entsprechenden Wärmestrom, so zeigt eine FE-Rechnung des Stators, dass die Annahme einer der Kühlwassertemperatur entsprechenden



**Bild 9-4:** Oberflächentemperatur des Statorgehäuses bei einem Wärmestrom von 750W auf seine Zylinderfläche, die Kühlung erfolgt ausschließlich über die gut zu erkennenden innen liegenden Gewindegänge. Der vordere Teil des Stators ist ungekühlt. Kühlwassertemperatur  $\vartheta_{KW}=80^{\circ}\text{C}$ . Die Oberflächentemperatur im gekühlten Bereich weicht nur marginal von der Kühlwassertemperatur ab

Wandtemperatur auf der Innenseite des Ringspalt es eine durchaus hinreichende Näherung darstellt, **Bild 9-4:** Der Wert der Oberflächentemperaturen im gekühlten Statorbereich überschreitet die Kühlwassertemperatur nur um  $\Delta T \leq 0,1\text{K}$ . Für die Wärmeabgabe der Rotorspindeln über den Ringspalt an die Statoren bedeutet dies, dass sich im Ringspalt eine mittlere Gastemperatur zwischen der Oberflächentemperatur der Innenseite der Rotorspindeln und der Oberflächentemperatur der Statoren (Kühlwassertemperatur) einstellt. Die Anpassung der Gastemperatur als Teil der Cauchy-Randbedingung für das FE-Netz der Rotorspindeln kann iterativ erfolgen.

Eine weitere Randbedingung betrifft die Berechnung des Wärmübergangs im Druckstutzen der Maschine. Hier wird unter Vernachlässigung der komplexen Oszillation des Gases der theoretische Volumenstrom zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit zugrunde gelegt und auf das Modell der Rohrströmung angewendet.

## 9.2 Der Iterationszyklus am Beispiel eines Betriebspunktes

Mit der geometrischen Zuordnung der Oberflächenelemente an die Kammern und Spalte in der thermodynamischen Simulation und der damit möglichen Berechnung der Neumann-Randbedingungen im Arbeitsraum der Pumpe ist die thermische Kopplung der beiden Simulationssysteme erreicht. Mit der Festlegung äußerer Randbedingungen der Rotor- und Gehäuseküh-

lung wird nun erstmals die zumindest thermisch geschlossene Abbildung eines Betriebspunktes ermöglicht. Die thermische Belastung führt jedoch zu Änderungen einiger Randbedingungen der Simulation, die über Änderung des Energiezustandes einzelner Bauteilbereiche hinausgehen. An solchen Punkten ist das Ändern einiger Randbedingungen im Simulationszyklus erforderlich.

Dieses betrifft die thermische Randbedingung der Gastemperatur im Ringspalt zwischen Rotorspindel und Statorgehäuse, die sich als Mittel der Kühlwassertemperatur und der Temperatur der Rotorspindel-Innenflächen ergibt (Kapitel 9.1.2) und iterativ angepasst werden muss. Die Erwärmung der Bauteile zeigt aber noch viel deutlichere Auswirkungen auf die Spaltgeometrie und damit auf deren Durchflussverhalten.

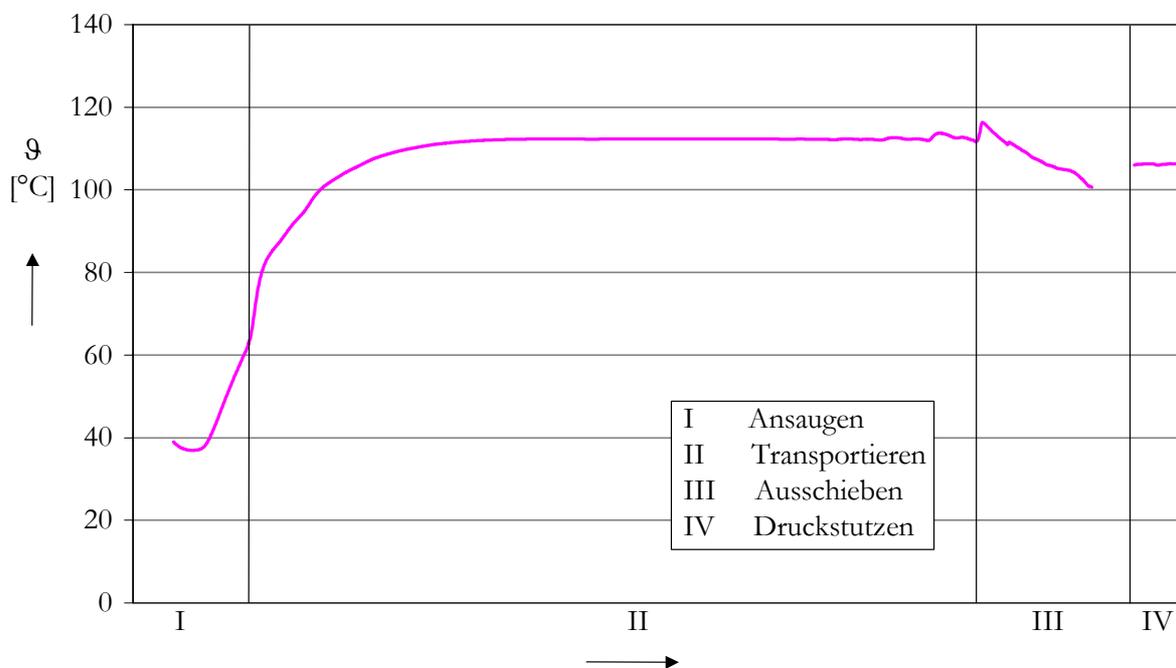
Die Ausdehnung der Bodenplatte bewirkt eine Verschiebung der Lagersitze und trägt so nicht unerheblich zur Verformung der Gehäusespalte und zur Spalthöhenänderung der Radial- und Profileingriffsspalte bei. Eine exaktere Berechnung der Lagerverschiebung mit Hilfe einer thermo-mechanischen Verformungsrechnung (FE) stößt aber aufgrund der nicht im Rahmen dieser Arbeit zu klärenden thermischen Randbedingungen der Bodenplatte auf Schwierigkeiten. Die Bodenplatte stellt die Verbindung zwischen den kühlwasserdurchströmten Spindeleinheiten und dem heißen Gas des Druckstutzens her. Zur thermo-mechanischen Verformungsrechnung sind vereinfachende Annahmen anzusetzen, welche der Spalthöhensensibilität gegenüber stehen. Diese Annahmen zu verifizieren und ein Programm zur geometrischen Spaltanalyse zu entwickeln, ist aufwendig und nicht Ziel dieser Arbeit. Da der geförderte Massenstrom aber ebenfalls aus dem Experiment hervorgeht, liegt es nahe die Spalthöhen der Simulation iterativ an den Massenstrom des stationären Betriebs anzupassen. Der Freiheitsgrad, an welcher Stelle dies erfolgen kann, ist fast beliebig groß. In den folgenden Simulationen beschränkt sich diese Rückkopplung auf die Gehäusespalthöhe, die homogen über die gesamte Maschine geändert wird. Diese gleichmäßige Änderung entspricht dabei nicht einer mittleren geometrischen Änderung der Gehäusespalthöhe, da die vorgenommenen Anpassungen die Änderungen der in der Simulation konstant gehaltenen Spalte kompensieren müssen.

Die bekannte Sensibilität des Betriebsverhaltens bei sich ändernden Spaltgeometrien, Kapitel 3.1.3 und 3.2.3, führt daher zum Verzicht auf eine FE-Berechnung der Warmspalthöhen, die auf ungenauen, vereinfachten Randbedingungen basiert. Zudem existiert zwar ein Programm zur Profileingriffsspaltberechnung verformter Schraubenmaschinen, [91], der Profileingriffsspalt spielt bei der hier vorliegenden Maschinenbauart allerdings einer eher untergeordnete Rolle, Bild 7-3. Der dominierende Einfluss ist eher durch die Formänderung der Gehäusespalte zu erwarten. Eine Anpassung der mittleren Spalthöhe eliminiert den Fehlereinfluss des geförderten Gasmassenstroms in der Energiebilanz.

### 9.2.1 Simulierte Bauteiltemperaturen

Zu Beginn eines Simulationszyklus zur Abbildung des stationären Betriebs wird zunächst ein Betriebspunkt festgelegt. Alle reinen Wärmekapazitäten des Kammermodells der Vakuumpumpe werden mit einer Bauteiltemperatur initialisiert, zweckmäßig ist in erster Näherung z.B. die Festlegung einer mittleren Kühlwassertemperatur. Im folgenden ausführlich erläuterten Beispiel beträgt die Kühlwassertemperatur  $\vartheta_{KW}=80^{\circ}\text{C}$ , die Drehzahl  $n/n_{max}=0,5$ , der Ansaugdruck  $p_E=100\text{mbar}$  und die Ansaugtemperatur  $\vartheta_E=20^{\circ}\text{C}$ . Das hier sowohl für die Arbeitskammer als auch den Gehäusespalt benutzte Wärmeübergangsmodell ist das Modell der längs angeströmten Wand. Für den Radial- und Profileingriffsspalt wird ein vollkommener thermischer Ausgleich angenommen. Die Kopfrundungsöffnung wird wegen unklarer Wärmeübergangsflächen adiabat modelliert. Eine Änderung zu Kapitel 6.2-Die „kalte“ Maschine im Experiment betrifft den Druckstutzen, der mit einem in der Simulation konstanten Wärmeübergangskoeffizienten (berechnet aus dem Modell der Rohrströmung) belegt wird.

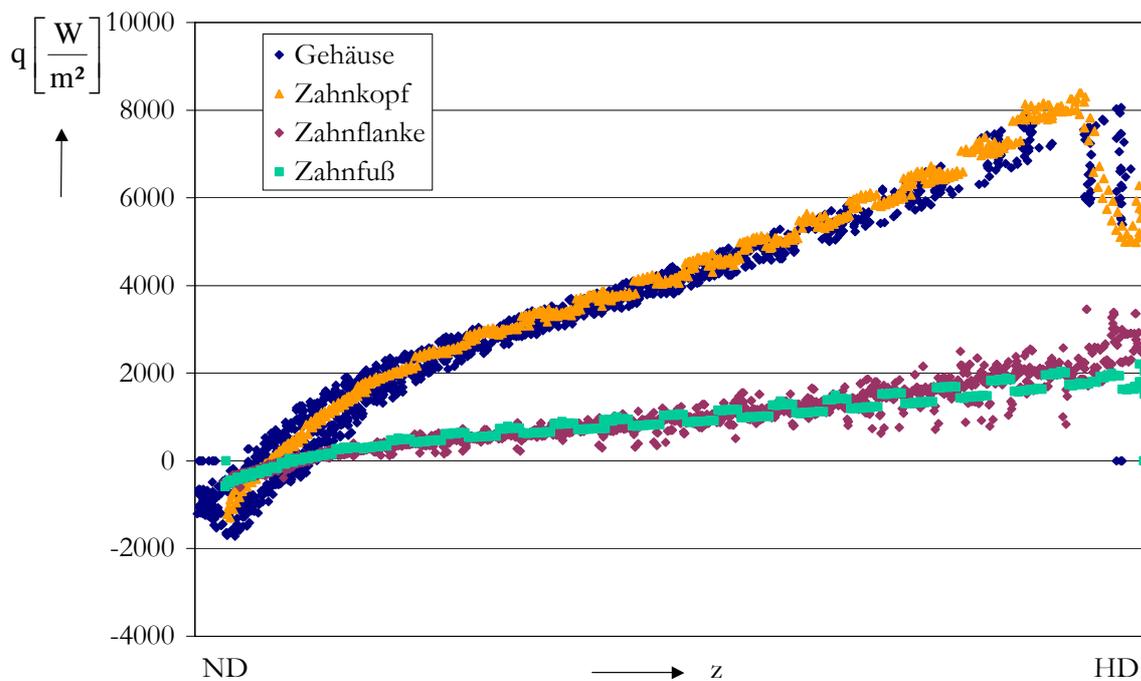
Die thermodynamische Simulation berechnet mit den im Kammermodell angegebenen Wärmeübergangsmodellen (Kap. 5.5.1) die Zustandsgrößenverläufe des Arbeitsspiels (0. Iteration), **Bild 9-5**. Der Temperaturanstieg schon während des Ansaugvorgangs ist nicht nur auf die Aufheizung zurückzuführen. Vielmehr basiert diese Simulation auf der Initialisierung des Kammermodells



**Bild 9-5:** Berechneter Gastemperaturverlauf der 0. Iteration im Arbeitsspiel

mit Kaltspalthöhen. Der hier gewählte Betriebspunkt liegt vielmehr so nahe an der Betriebsgrenze der Maschine, dass die Spaltmassenströme sich bis in die ansaugende Arbeitskammer auswirken und schon hier eine Temperaturerhöhung erzeugen. Der experimentell ermittelte Liefergrad der „kalten“ Maschine zeigt, dass dieses Ergebnis nicht fern der Realität liegt, vgl. Bild 7-7. Trotz der konstanten Bauteiltemperatur erreicht das Gas früh im Arbeitsspiel ein stabiles höheres Temperaturniveau (ca.  $\vartheta_{Gas} = 115^\circ$ ). Die Gastemperatur steigt mit Öffnen der Arbeitskammer zur Druckseite zunächst an und fällt während des Ausschiebens wieder ab.

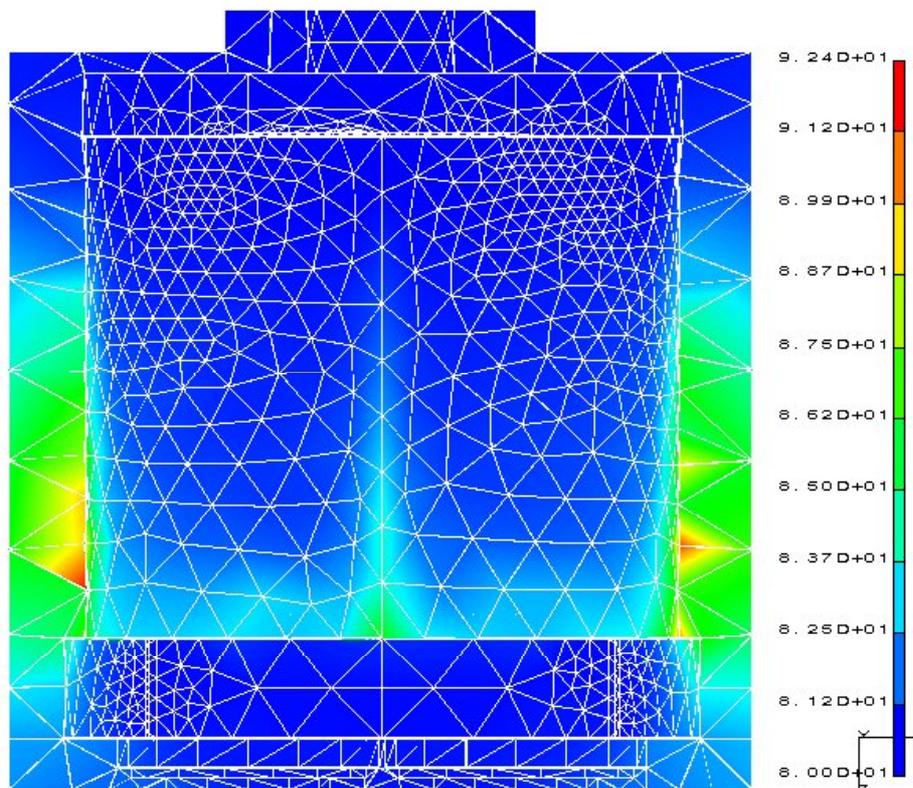
Neben den Zustandsgrößenverläufen liefert das Simulationsprogramm auch die Wärmeströme an die Oberflächenelemente. Die Wärmestromdichten der Oberflächenelemente des Gehäuses und eines der beiden Rotoren sind in **Bild 9-6** als Funktion z-Achse (Achsrichtung der Rotoren) von der Saug- zur Druckseite aufgetragen. Nahe der Saugseite sind die berechneten Wärmestromdichten zunächst negativ, da das angesaugte, kältere Gas den Bauteilen anfangs Wärme entzieht. Mit der Erwärmung des Gases steigt auch dessen Wärmeabgabe. Die Wärmestromdichten auf den Oberflächenelementen des Gehäuses entsprechen in etwa den Wärmestromdichten auf den Oberflächenelementen der Zahnköpfe. Dieses kann nur zum Teil auf die ähnlichen Wärmeübergänge im Gehäusespalt zurückgeführt werden, da die Wärmeübergänge aufgrund der Überlagerung des Wärmeübergangs im Radialspalt an die Oberflächenelemente der Zahnköpfe, bzw. aufgrund des Wärmeübergangs der Kammer an die Oberflächenelemente des Gehäuses nicht unmit-



**Bild 9-6:** Berechnete Wärmestromdichten der Oberflächenelemente des Gehäuses und der Rotoren über die Achsrichtung der Rotoren von der Saug- zur Druckseite aufgetragen. Jeder Datenpunkt kennzeichnet ein Oberflächenelement

telbar vergleichbar sind. Die abgebildeten Wärmestromdichten zeigen nur die integrale Auswirkung dieser Überlagerung. Zwar sind die Wärmestromdichten auf den Oberflächenelementen der Zahnflanken- und Fußkreiselemente etwa gleich groß, aber sie sind deutlich kleiner als die der Zahnkopf- und Gehäuseelemente. Der Wärmeübergang auf die Fußkreiselemente beschreibt die Überlagerung des Wärmeübergangs innerhalb der Arbeitskammer und des Radialspaltes. Der Wärmeübergang an die Zahnflanken stellt die Überlagerung des Wärmeüberganges der Arbeitskammer und des Profileingriffsspalt dar. Berücksichtigt man, dass in den hier beteiligten Spalten (Radial- und Profileingriffsspalt) trotz des angenommenen vollständigen thermischen Ausgleichs relativ wenig Wärme übertragen wird und schreibt die aufgenommene Wärme hauptsächlich der Arbeitskammer zu, so spiegeln sich in diesen Ergebnissen die Resultate aus Bild 7-3 wieder. Der angenommene Wärmeübergang in der Arbeitskammer fällt aufgrund der geringeren Strömungsgeschwindigkeit (reine Relativbewegung) deutlich geringer aus als der einer gasdynamisch beschleunigten (Spalt-) Strömung.

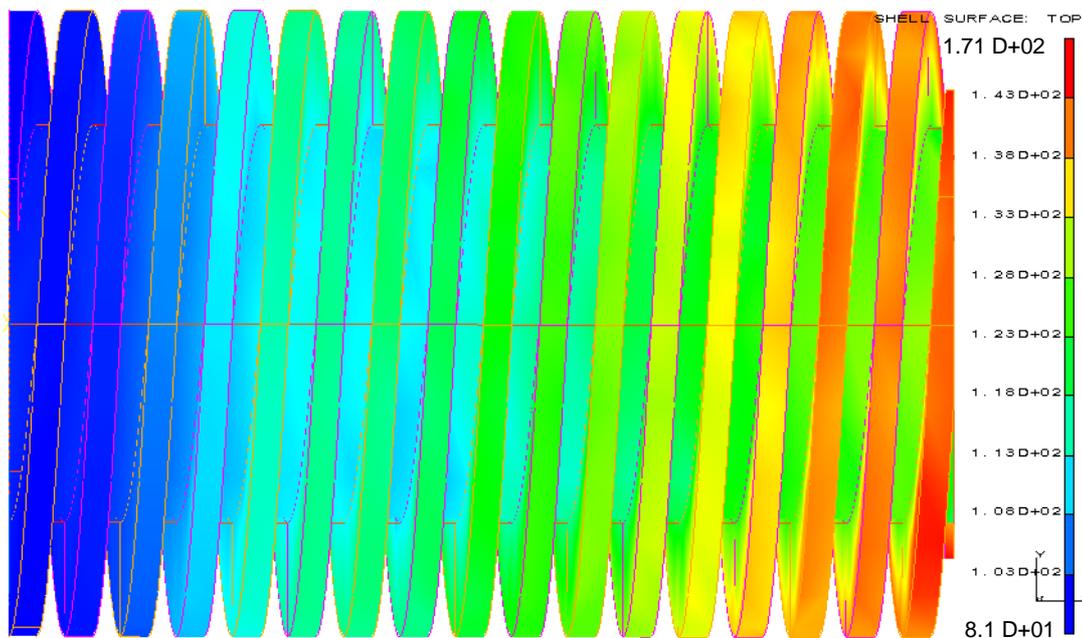
Die so berechneten Initial-Wärmeströme stellen die thermischen Neumann-Randbedingungen für das Gehäuse und die Rotoren dar. Zusammen mit den in 9.1 diskutierten Randbedingungen ergeben sich bei stationärer thermischer FE-Rechnung die in **Bild 9-7** dargestellte Bauteiltemperaturen erster Iteration des Gehäuses. Das Gehäuse ist im Achsschnitt dargestellt, die Saug-



**Bild 9-7:** Berechnete stationäre Bauteiltemperaturen der ersten Iteration des Gehäuses, Achsschnitt, Saugseite oben

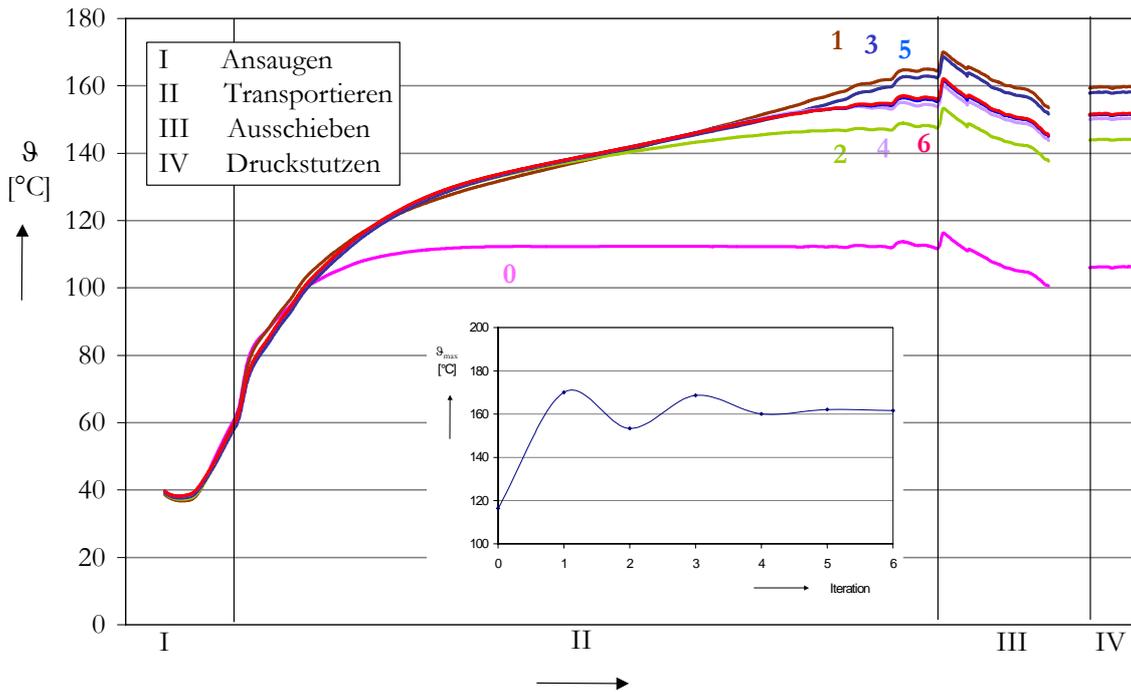
seite befindet sich oben. Die Dirichlet-Randbedingung der Innenseite der Kühltaschen sorgt dafür, dass die Temperatur auf der Innenseite des Gehäuses über einen großen Teil die Kühlwassertemperatur nur unwesentlich überschreitet. Lokale Temperaturmaxima treten sowohl im Bereich der Stege zwischen den Kühltaschen auf, wobei die Lage das Maximum gleichzeitig erklärt, als auch im Bereich der Verschneidungskante nahe der Druckseite. Letzteres ist auf die hier größere Wärmeeintragsfläche bei gleicher Materialstärke zurückzuführen. Die Temperaturen überschreiten aber auch im Bereich der Maxima die Kühlwassertemperatur nur relativ geringfügig.

Die Rotorberechnung kann aufgrund von Konvergenzproblemen (hohe thermische Trägheit und geringe Wärmeströme nahe der Saugseite, aber geringe thermische Trägheit und hohe Wärmeströme nahe der Druckseite) nur instationär erfolgen. Die berechneten Wärmeströme werden in der Simulation nur über wenige Minuten (hier:  $\Delta t \approx 5 \text{ min}$ ) aufrechterhalten, bevor mit den geänderten Bauteiltemperaturen neue Gastemperaturen und Wärmeströme berechnet werden.



**Bild 9-8:** Berechnete instationäre Oberflächentemperaturen des links steigenden Rotors erster Iteration, Saugseite links

Der Rotor zeigt naheliegender von der Saug- zur Druckseite steigende Oberflächentemperaturen, **Bild 9-8**. Aufgrund der inneren Wärmeleitung im massiven saugseitigen Rotorabschnitt ist trotz negativer Wärmeströme auf den Oberflächen nahe der Saugseite ebenfalls ein Temperaturanstieg zu beobachten. Das Temperaturmaximum auf den Zahnköpfen nahe der Druckseite ist wegen der geringeren Wärmeleitfähigkeit der Edelstahl-Rotoren und auch einer geringeren Wärmeabfuhr auf der Innenseite deutlicher ausgeprägt als im Gehäuse. Die hohen Temperaturen beschränken sich jedoch auf die Zahnkopfoberflächen. Die Fußkreisoberflächen bleiben von den



**Bild 9-9:** Berechnete Gastemperaturen während des Iterationszyklus, Parameter: Iterationsnummer

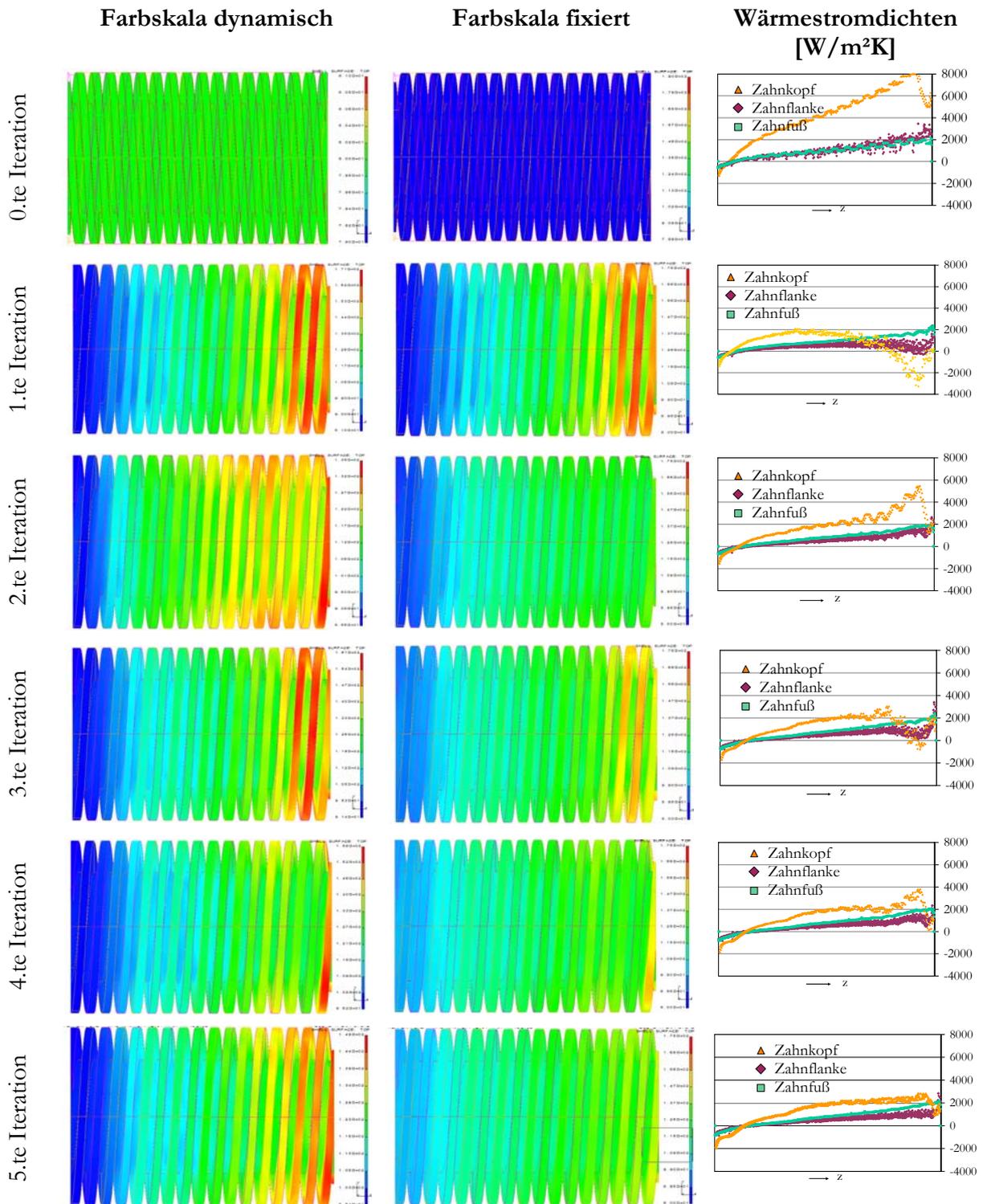
hohen Zahnkopftemperaturen relativ unbeeinflusst und weisen eine wesentlich moderatere Temperaturerhöhung zur Saugseite auf.

Die neu berechneten Oberflächentemperaturen werden den Wärmekapazitäten des Kammermodells zugewiesen. Mit einer neuen thermodynamischen Berechnung folgen aufgrund der nun höheren Bauteiltemperaturen auch höhere Gastemperaturen. Diese ebenfalls neu berechneten Wärmeströme stellen die geänderten thermischen Randbedingungen der nächsten FE-Berechnung der Bauteile dar. Der sich so schließende Iterationszyklus wird fortgeführt, bis die Ergebnisse von einer Iteration zur nächsten Iteration nur noch hinreichend geringe Änderungen bewirken.

Der Iterationsfortschritt ist für den hier gewählten Betriebspunkt in **Bild 9-9** (Gastemperaturen) und **Bild 9-10** (Wärmestromdichten und Bauteiltemperaturen) als Funktion der Iterationsnummer dargestellt. Auf die Darstellung des Gehäuses während des Iterationszyklus wird verzichtet, da dieses seine Temperaturverteilung im Vergleich zu Bild 9-5 nur unwesentlich ändert.

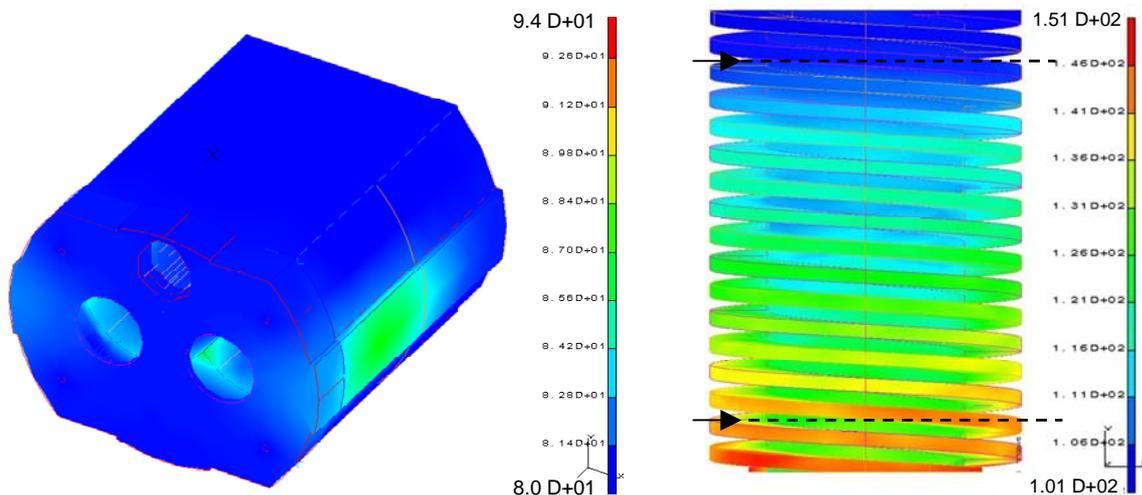
Die geringere thermische Trägheit auf der Druckseite der dargestellten Rotorspindel führt begünstigt durch hohe Wärmeströme der 0.ten Iteration in diesem Bereich zu hohen Oberflächentemperaturen. Hierdurch stellt sich eine erhöhte Gastemperatur ein (Iteration 1, Bild 9-9) und die Wärmeströme wechseln ihr Vorzeichen (Iteration 1, Bild 9-10), was zu geringeren Rotortemperaturen in der zweiten Iteration führt. Eine Dämpfung kann durch hinreichend kleine Zeitschritte erreicht werden, allerdings erhöht sich hierdurch die Anzahl der notwendigen Iterationen, da die

geringen Wärmeströme im saugseitigen Bereichteil der Spindeln ihre stationäre Temperatur noch nicht erreicht haben (fixierte Temperaturskala, Bild 9-10). Die Konvergenz zeichnet sich ab. Das (eingeschwungene) Ergebnis nach der 10.ten Iteration zeigt **Bild 9-11**.



**Bild 9-10:** Veränderung der Wärmestromdichten und Rotortemperaturen im Verlaufe der Iteration, das Verhalten der dargestellten Größen als Funktion des Iterationsfortschrittes entspricht dem einer gedämpften Schwingung

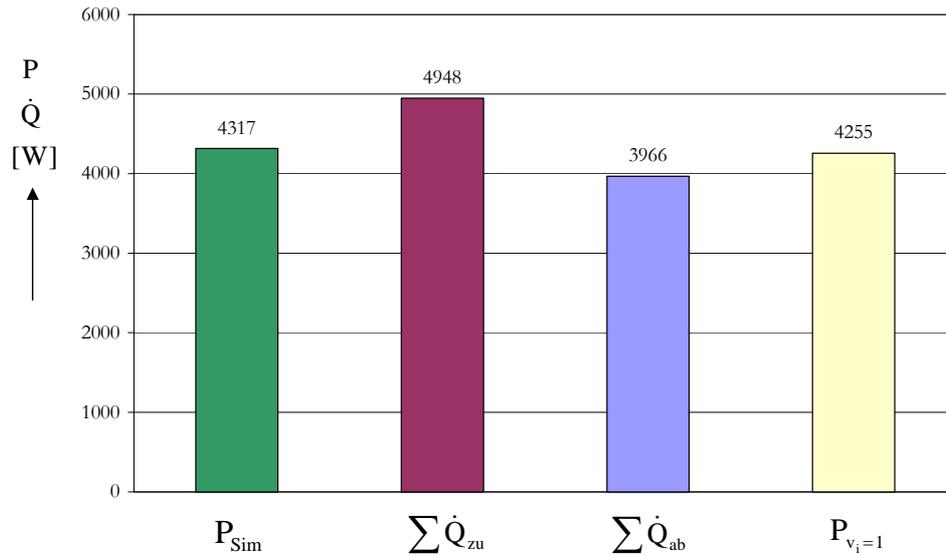
Der stationäre Rotor zeigt ein Temperaturprofil, in dem sich auch der saugseitige Bereich über die Kühlwassertemperatur hinaus erwärmt hat und der Bereich höchster Temperaturen nahe der Druckseite auftritt. Der Zahnfuß ist gerade im wirksamen Teil der konvektiven Kühlung der Rotorinnenseite deutlich niedriger belastet als die Zahnköpfe.



**Bild 9-11:** Stationäre Oberflächentemperatur des Gehäuses (Ansicht Druckseite) und des links steigenden Rotors nach der 10. Iteration, Drehzahl  $n/n_{max}=0,5$ , Ansaugdruck  $p_E=100\text{mbar}$ . Die Pfeile kennzeichnen die z-Koordinate auf der unmittelbar nach Beendigung des stationären Betriebs die Oberflächentemperatur gemessen wurde (Kap. 9.2.2). (Eine Zuordnung des Messpunktes in Umfangsrichtung ist nicht möglich)

Mit der Konvergenz des Gesamtsimulationssystems (welche bei hohen Ansaugdrücken und niedrigen Drehzahlen aufgrund der homogeneren Bauteilbelastung mit weniger Iterationen zu erreichen ist als bei niedrigeren Ansaugdrücken und höheren Drehzahlen) liegen nun die Bauteiltemperaturen des simulierten stationären Betriebspunktes vor.

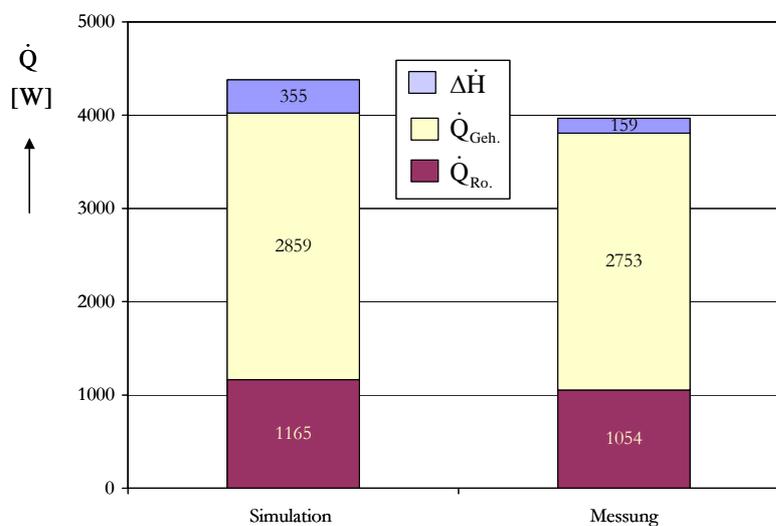
Aufgrund der hohen Anzahl an Kapazitäten und Verbindungen, die sich aus der Finite-Elemente-Anbindung ergibt, und des hierfür nicht optimierten Simulationsprogramms ergeben sich für eine thermodynamische Simulation auf einem 2000MHz-Prozessor Rechenzeiten von etwa 15h. Die benötigte Rechenzeit für eine thermische FE-Rechnung der beiden Rotoren und des Gehäuses ist mit ca. 2-3 Stunden dagegen vernachlässigbar. Zur Berechnung eines stationären Betriebspunktes müssen, je nach Anzahl der benötigten Iterationen, etwa 150-200h reine Rechenzeit veranschlagt werden. Verbesserungspotenzial liegt in der Optimierung KaSims. Insbesondere die Anwendung von Sortieralgorithmen beim Zugriff auf benötigte Kapazitäten und Verbindungen verspricht deutlich verkürzte Rechenzeiten. Auch die Verwendung grobmaschigerer FE-Netze oder die Benutzung schnellerer Prozessoren wirkt beschleunigend auf die Simulationszeiten.



**Bild 9-12:** Gegenüberstellung berechneter und gemessener Wellenleistung im Betriebspunkt  $n/n_{\max}=0,5$ ,  $p_E=100\text{mbar}$ , grün: simulierte mechanische Leistung, rot: zugeführte elektrische Leistung abzüglich der Verlustwärmeströme, blau: Summe der abgeführten Wärmeströme, gelb: theoretischer Vergleichswert

## 9.2.2 Gegenüberstellung von Messung und Simulation

Ein Vergleich von Messung und Simulation soll zunächst für die gemessenen und berechneten Wärmeströme erfolgen. Prinzipiell stehen aber auch weitere, messtechnisch erfassbare Größen zur Verfügung. Stellt man vorab die in der Simulation benötigte mechanische Leistung der auf zwei Wegen experimentell ermittelten Wellenleistung gegenüber, so zeigt sich eine innerhalb der Messunsicherheit des Experiments nicht aufzulösende Übereinstimmung, **Bild 9-12**. Die Wellenleistung wurde im Experiment einerseits durch Messung der zugeführten elektrischen Leistung abzüglich der Wechselrichterverluste und der Verlustwärmeströme der Elektromotoren, anderer-

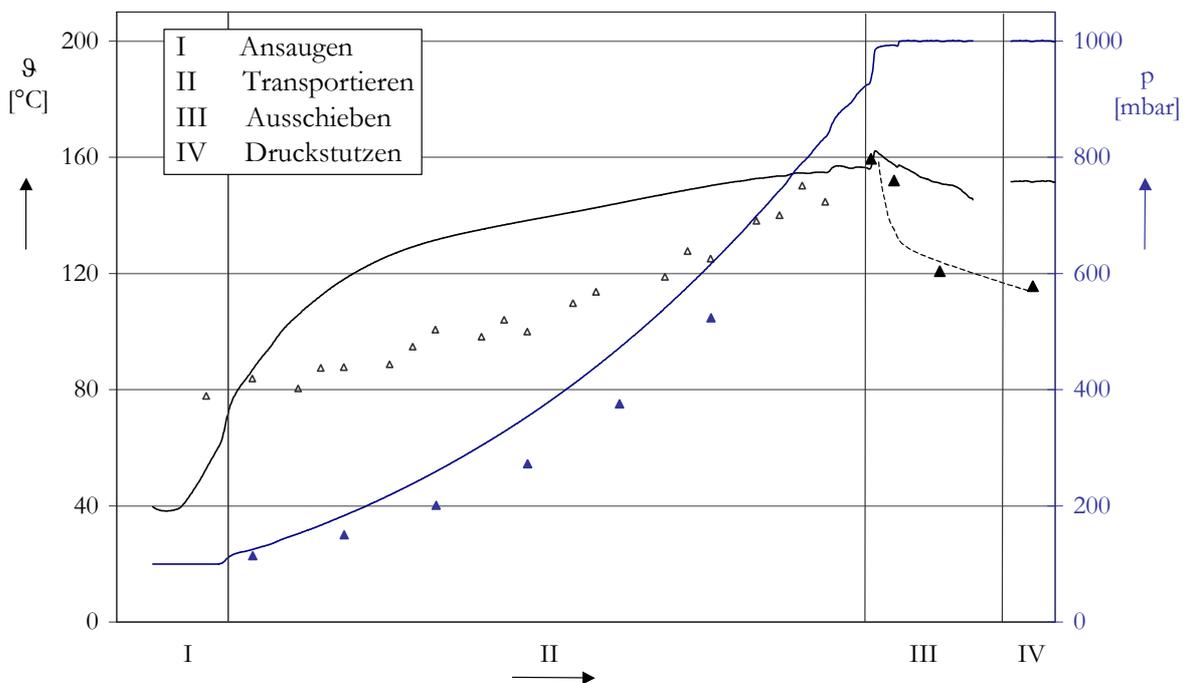


**Bild 9-13:** Vergleich von Simulation und Messung: Wärmeströme im Betriebspunkt  $n/n_{\max} = 0,5$ ,  $p_E = 100\text{ mbar}$ , blau: Enthalpiestrom des Gases, gelb: Gehäuse, rot: Rotoren

seits durch die Addition der gemessenen, abgeführten Wärmeströme des Gases, des Gehäuses und der Rotoren berechnet, vgl. Kap. 7.4. Sowohl der simulierte als auch der theoretische Wert liegen, zwischen diesen beiden Extrema.

Die getrennte Messung der abgeführten Wärmeströme (Gas, Gehäuse, Rotor) erlaubt einen detaillierteren Vergleich dieser Messgrößen, **Bild 9-13**. Im zugehörigen Betriebspunkt erscheinen nicht nur die drei Teilwärmeströme zueinander in einem realitätsnahen Verhältnis zu stehen; insbesondere die über das Gehäuse abgeführten Wärmeströme liefern eine gute Übereinstimmung in Simulation und Messung. Die größte relative Abweichung tritt beim Gasenthalpiestrom auf. Dass die Simulation einen höheren Energiestrom über das Arbeitsgas abführt, als es in der Messung festzustellen ist, lässt in Anbetracht der geringen Gasmassenströme auf eine deutliche Diskrepanz zwischen der simulierten und der gemessenen Gastemperatur schließen.

Eine Gegenüberstellung von gemessenen und berechneten Zustandsgrößenverläufen scheint zwar wegen der in Kapitel 6.4.4 diskutierten messtechnischen Aspekte fragwürdig, kann aber dennoch der Verdeutlichung der Unterschiede in der Energiebilanz dienen. **Bild 9-14** zeigt, dass offensichtlich nicht von einer generell zu hohen Gastemperatur in der Simulation die Rede sein kann. Die Maxima von Simulation und Messung sind quasi identisch. Die Berücksichtigung der Unsicherheit der Gastemperaturmessung müsste sogar auf eine eher zu niedrig simulierte Gastemperatur schließen lassen. Die bilanzierten Unterschiede in der energetischen Betrachtung

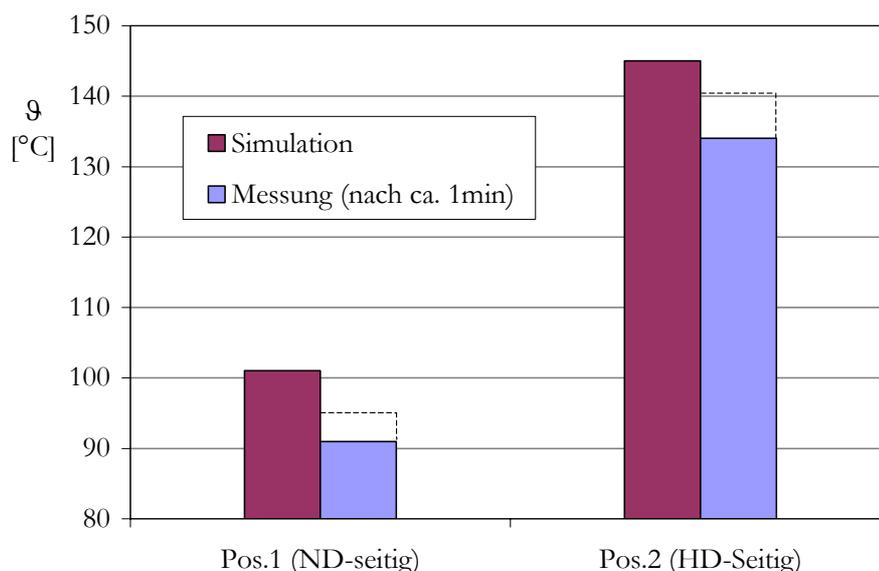


**Bild 9-14:** Vergleich von Simulation und Messung: Druck- und Temperaturverläufe,  $n/n_{max}=0,5$ ,  $p_E = 100$  mbar. Die Messwerte der Gastemperatur unterliegen im Bereich geringer Drücke einer Messunsicherheit (Kap. 6.4.4)

gründen sich auf den Temperaturunterschied des Gases an der Systemgrenze. Trotz des gleichen Temperaturmaximums von Simulation und Messung erreicht die Gastemperatur im Druckstutzen einen niedrigeren Wert. Dieses kann als Indiz dafür gewertet werden, dass der Wärmeübergang im Druckstutzen nur unzureichend durch das Modell der Rohrströmung abgebildet ist, wenn diesem Modell - wie hier - vereinfachend nur der Nettomassenstrom und nicht eine oszillierende Gassäule zugrunde gelegt wird, die zu höheren Strömungsgeschwindigkeiten und Wärmeübergangskoeffizienten führt.

Die experimentelle Bestimmung von Rotoroberflächentemperaturen an zwei Positionen (vgl. Pfeile in Bild 9-11) unmittelbar nach Beendigung des Versuchsbetriebes erlaubt ebenfalls eine Einschätzung der Simulationsergebnisse, diese Werte sind aber aufgrund des zeitlichen Versatzes - vom stationären Betrieb, über das Anhalten der Maschine, das Entfernen der Verschlussstopfen bis zur Messung der Oberflächentemperatur des Rotors - einem thermischen Ausgleichsprozess unterlegen. Aufgrund der nicht definierten Drehwinkelposition des stehenden Rotors ist die dort gemessene Temperatur außerdem geometrisch nur in Achsrichtung festgelegt; die Umfangskomponente ist nicht bestimmbar.

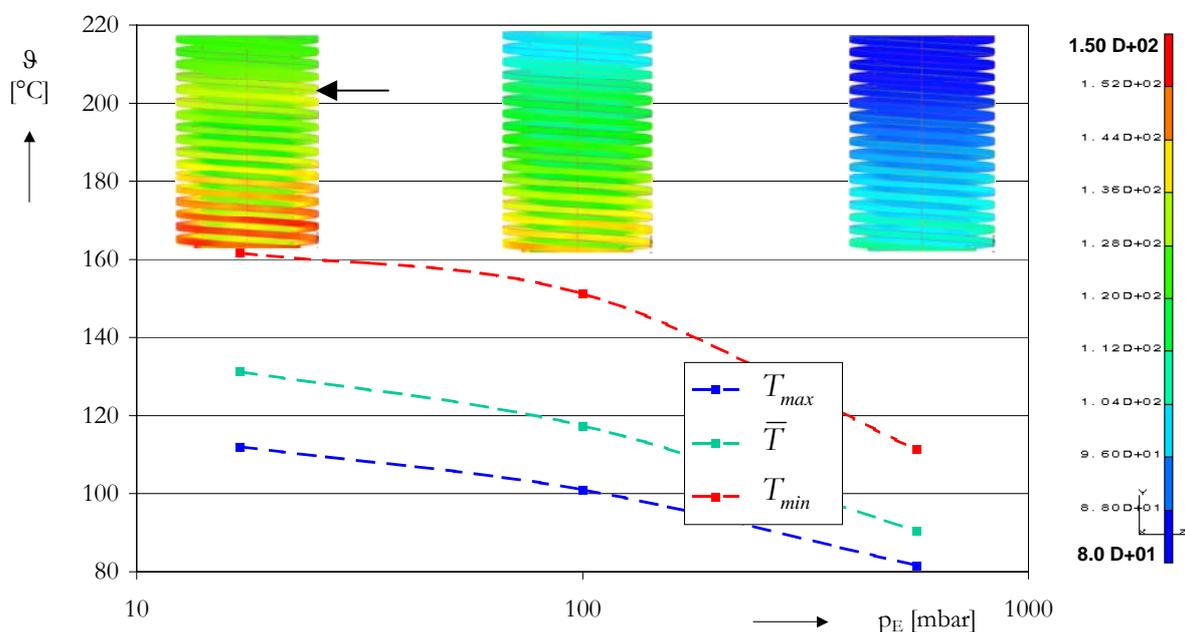
Für den gewählten Betriebspunkt wurden die Oberflächentemperaturen des Zahnkopfes ca.  $\Delta t=1\text{min}$  nach Beendigung des Versuchsbetriebs an einem Zahnkopf gemessen und den simulierten Temperaturen aus Bild 9-11 in **Bild 9-15** gegenübergestellt. Die Abweichungen betragen in an beiden Positionen etwa ca.  $\Delta T=10\text{K}$ , wobei die simulierten Temperaturen die gemessenen übertreffen. Der gemessene Wert ist dabei um den Einfluss der instationären Wärmeleitung



**Bild 9-15:** Gegenüberstellung berechneter und gemessener Rotortemperaturen beim des stationären Betriebspunktes  $n/n_{max}=0,5$ ;  $p_E=100\text{mbar}$  an zwei Positionen des links steigenden Rotors, vgl. Bild 9-11. Die gemessenen Temperaturen wurden ca. 1min nach Beendigung des stationären Betriebs an der Rotoroberfläche gemessen

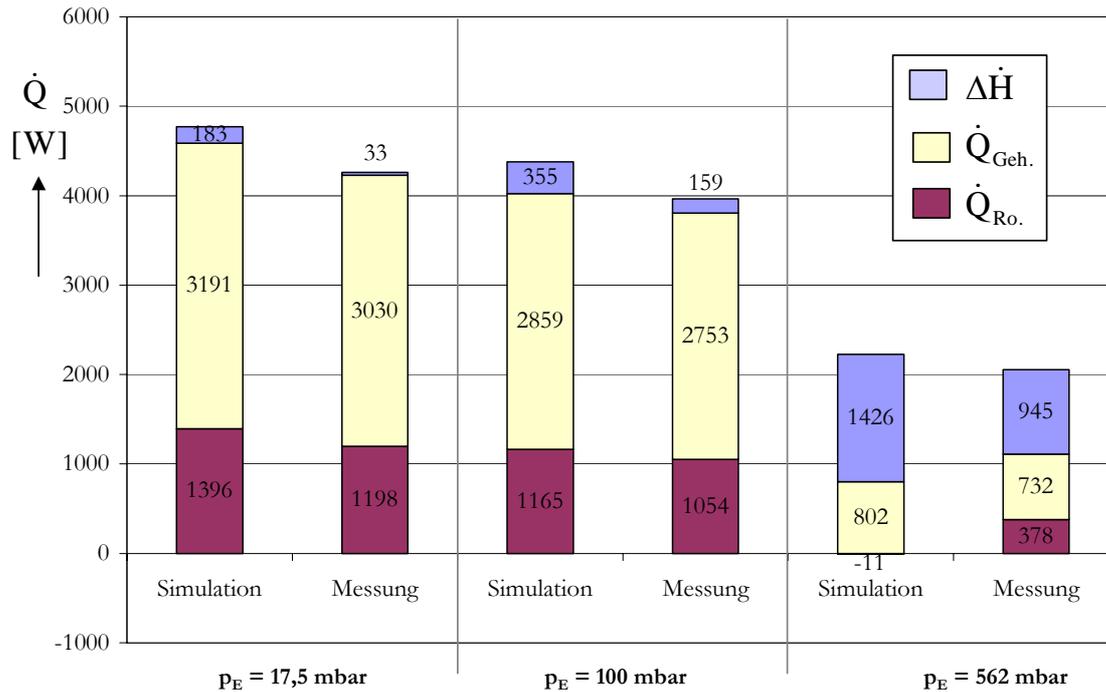
(Temperaturausgleich nach Versuchsbeendigung) zu korrigieren. Einer instationäre Wärmeleitungsrechnung zufolge müsste der gemessene Wert für die Position 1 um ca.  $\Delta T=3K$  und für Position 2 um ca.  $\Delta T=7K$  nach oben berichtigt werden (gestrichelt in Bild 9-15). Der Einfluss der Position des Vergleichspunktes der Simulation in Umfangsrichtung bringt zumindest druckseitig eine zusätzliche Ungenauigkeit von ca.  $\Delta T=\pm 2K$ . Die Simulation liefert daher in Anbetracht der Messunsicherheit und der nur schwer zu formulierenden thermischen Randbedingungen des Rotors eine akzeptable Übereinstimmung mit den Messwerten der Rotortemperaturen.

### 9.3 Variation des Ansaugdruckes



**Bild 9-16:** Stationäre Oberflächentemperatur des links steigenden Rotors als Funktion des Ansaugdruckes  $p_E$ , Drehzahl  $n/n_{max}=0,5$

Hält man die Drehzahl des vorgestellten Betriebspunktes bei  $n/n_{max}=0,5$  konstant und variiert den Ansaugdruck, so ergeben die **Bild 9-16** dargestellten Bauteiltemperaturen. Ein höherer Ansaugdruck liefert generell geringere thermische Belastungen des Rotors. Es sinken sowohl die maximale, an der Druckseite auftretende Temperatur, als auch die minimale, die nahe der Saugseite auftritt. Der Temperaturanstieg verläuft hin zu niedrigeren Ansaugdrücken mit flacher werdendem Gradienten. Dass sich hierbei auch die Saugseite deutlich erwärmt, kann nicht allein auf die Wärmeleitung zurückgeführt werden. Vielmehr muss diese Erwärmung den Spaltmassenströmen zugeordnet werden. Wäre die Wärmeleitung durch den Rotor maßgeblich für diesen Effekt, so könnte sich kein lokales Temperaturmaximum oberhalb der gekühlten Rotorbohrung einstellen, wie es bei niedrigen Ansaugdrücken der Fall ist, Bild 9-16, Rotor oben links (←).

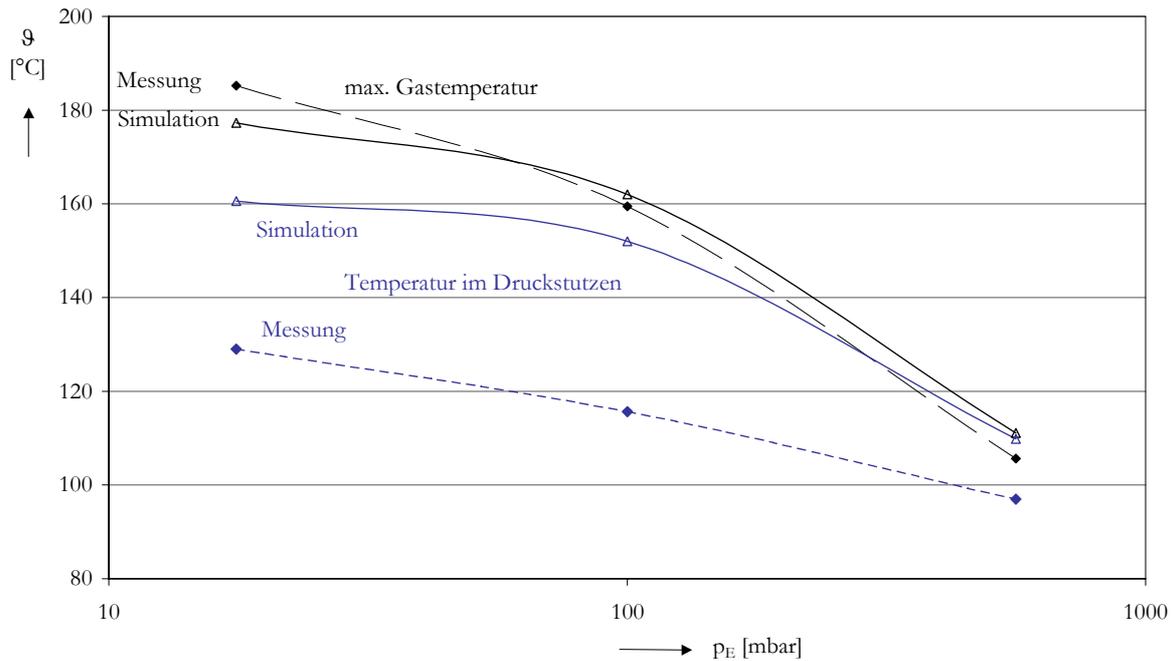


**Bild 9-17:** Vergleich von Simulation und Messung: Wärmeströme bei Drehzahl  $n/n_{max}=0,5$ , Parameter: Ansaugdruck  $p_E$ ; blau: Enthalpiestrom des Gases, gelb: Gehäuse, rot: Rotoren

Die Auswirkungen des Betriebspunktes auf das Gehäuse sind wegen dessen starker Kopplung an die Kühlwassertemperatur eher geringfügig, entsprechen aber generell den gefunden Tendenzen der Rotoren. Auch hier führt eine Senkung des Ansaugdruckes zu einer höheren thermischen Belastung des Bauteils.

Stellt man für die variierten Ansaugdrücke die simulierten Energieströme den gemessenen gegenüber, so ergibt sich **Bild 9-17**. Die Summe der Energieströme liefert auch hier eine gute Übereinstimmung. Bei niedrigen und moderaten Drücken realitätsnahe weichen die berechneten Wärmeströme nur wenig von den gemessenen ab, während die Abweichungen zu höheren Ansaugdrücken größer werden. Gerade die durch die Rotoren abgeführten Wärmeströme weisen bei hohen Ansaugdrücken deutliche Unterschiede auf, die soweit führen, dass das Arbeitsgas in der Simulation keinen Wärmestrom mehr an den Rotor abführt, sondern in der Summe sogar vom Rotor Wärme aufnimmt. Dieser Nulldurchgang des Wärmestroms tritt in der Messung erst bei noch höheren Ansaugdrücken auf, (Bild 7-14).

Die simulierte Gasenthalpiestromdifferenz überschreitet den gemessenen Wert deutlich. Diese Diskrepanz spiegelt sich allerdings nicht in den maximalen Gastemperaturen zum Zeitpunkt der druckseitigen Kammeröffnung. Vielmehr verdeutlicht die Gegenüberstellung von Messung und Simulation an dieser Stelle eine eher gute Übereinstimmung, **Bild 9-18** (schwarz). Der Grund ist



**Bild 9-18:** Temperaturvergleich zwischen Simulation und Messung als Funktion der Ansaugdruckes  $p_E$ , Drehzahl  $n/n_{max}=0,5$ ; schwarz: maximale Gastemperatur im Arbeitsspiel zum Zeitpunkt druckseitigen Kammeröffnung; blau: Temperatur im Druckstutzen

zunächst in der deutlich unzureichenden Abbildung des Wärmeübergangs im Druckstutzen der Pumpe zu finden. Hier wird zwar die Abweichung zu höheren Ansaugdrücken geringer, Bild 9-18 (blau), der Fehler schlägt sich aber aufgrund des höheren Massenstrom in der Energiebilanz deutlicher nieder.

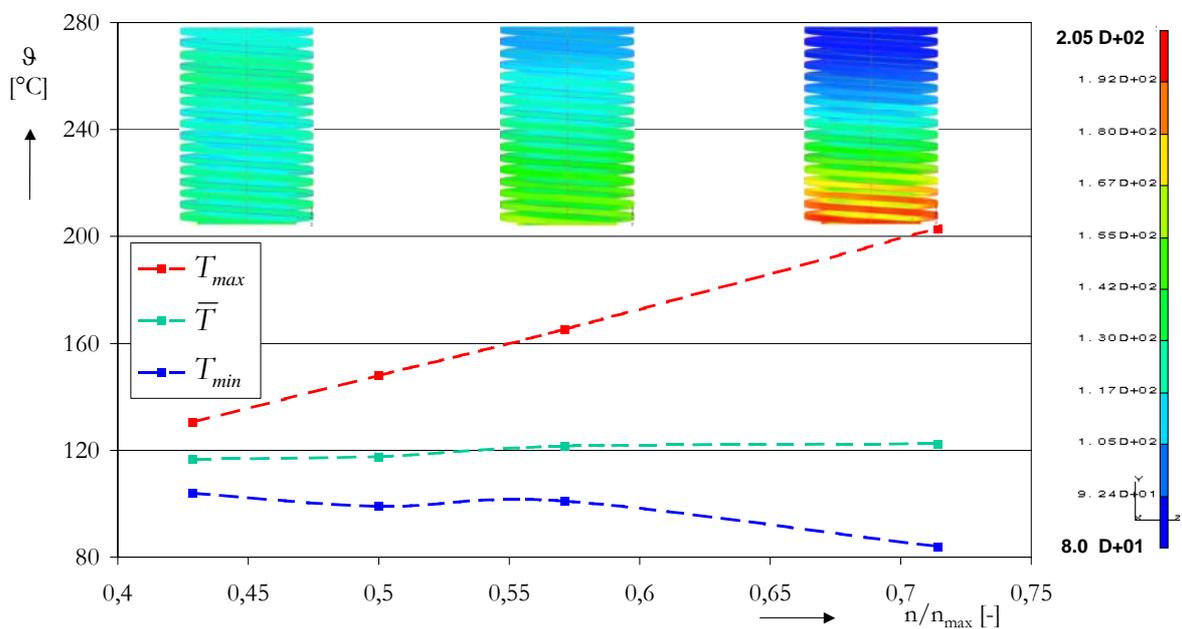
Der Wärmestrom, den das Arbeitsgas im Druckstutzen abgibt, wird in der Simulation dem Gehäuse zugerechnet. Damit ist zu erwarten, dass eine überschüssige Energie des Gases in der Simulation in erster Linie dem Gehäuse fehlen wird. Umso erstaunlicher ist also, dass die simulierten und gemessenen Wärmeströme des Gehäuses in einer durchaus vergleichbaren Größenordnung liegen und sich anstelle dessen die Diskrepanz auf die Rotorwärmeströme verlagert.

Eine detaillierte Erklärung für diesen Verlust der Abbildungsgüte hin zu höheren Ansaugdrücken zu finden, ist aufgrund der integralen Betrachtungsweise nur schwer möglich. Andererseits überrascht die gefundene Tendenz wenig, da bereits in Kapitel 5.5.5-*Verhalten der Wärmeübergangsmodelle bei niedrigen Drücken* die Erkenntnis gewonnen wurde, dass die Wärmeübergangsmodelle hin zu niedrigen Drücken konvergieren. Die zunehmende Abweichung bei höheren Drücken stellt also nur die logische Umkehr des gefundenen Sachverhaltes dar.

Die Schwäche der thermodynamischen Abbildung des Betriebsverhaltens liegt somit nicht bei hohen Druckverhältnissen (und dementsprechend hoher thermischer Belastung), sondern vielmehr bei hohen, untypischen Ansaugdrücken und relativ geringer thermischer Belastung.

### 9.4 Variation der Drehzahl

Den geringen Anteil der Wärmeleitung von der Druckseite zur der Saugseite der Rotorspindeln an der saugseitigen Temperaturerhöhung bestätigt die Drehzahlvariation, **Bild 9-19**. Hier steigt die maximale Temperatur nahe der Druckseite mit zunehmender Drehzahl nahezu linear an, während die minimale Temperatur der Rotoroberflächen nahe der Saugseite sogar abfällt. Da die höhere Temperatur der Druckseite die Wärmeleitung zur Saugseite verstärkt, sich diese aber abkühlt und der kältere Bereich dabei sogar ausdehnt, kann dieses Verhalten nur der dichteren Prozessführung der höheren Drehzahl zugeordnet werden, die einen im Arbeitsspiel späteren, dafür aber steileren Druckanstieg verursacht.

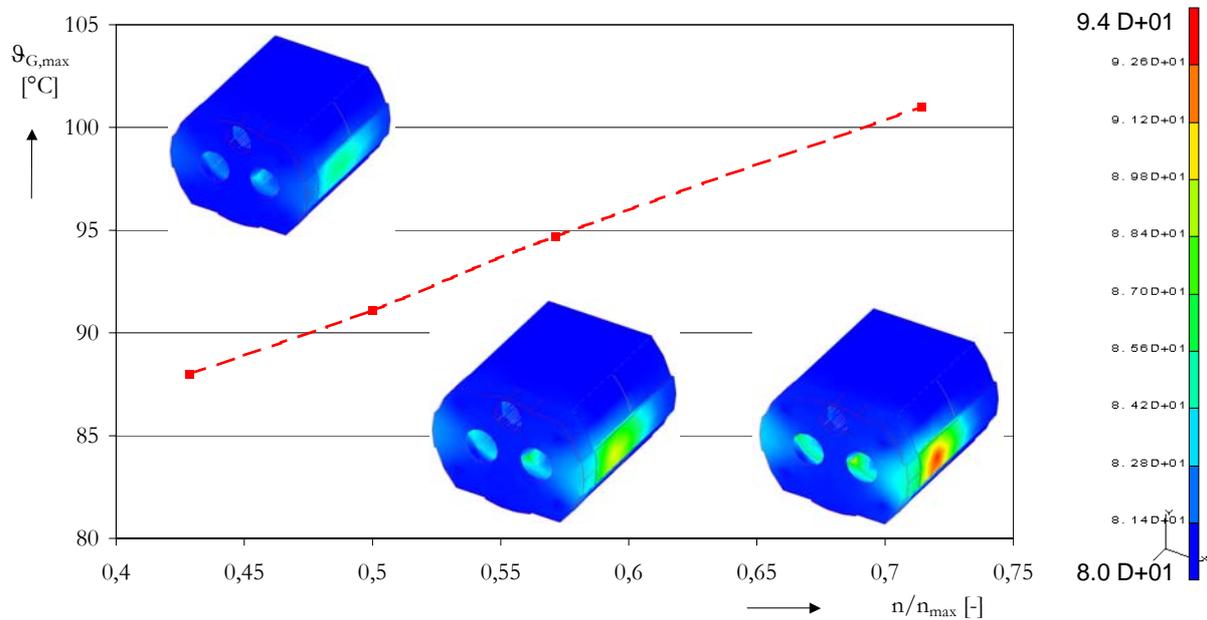


**Bild 9-19:** Stationäre Oberflächentemperatur des links steigenden Rotors als Funktion der Drehzahl  $n/n_{max}$ , Ansaugdruck  $p_E=100\text{mbar}$

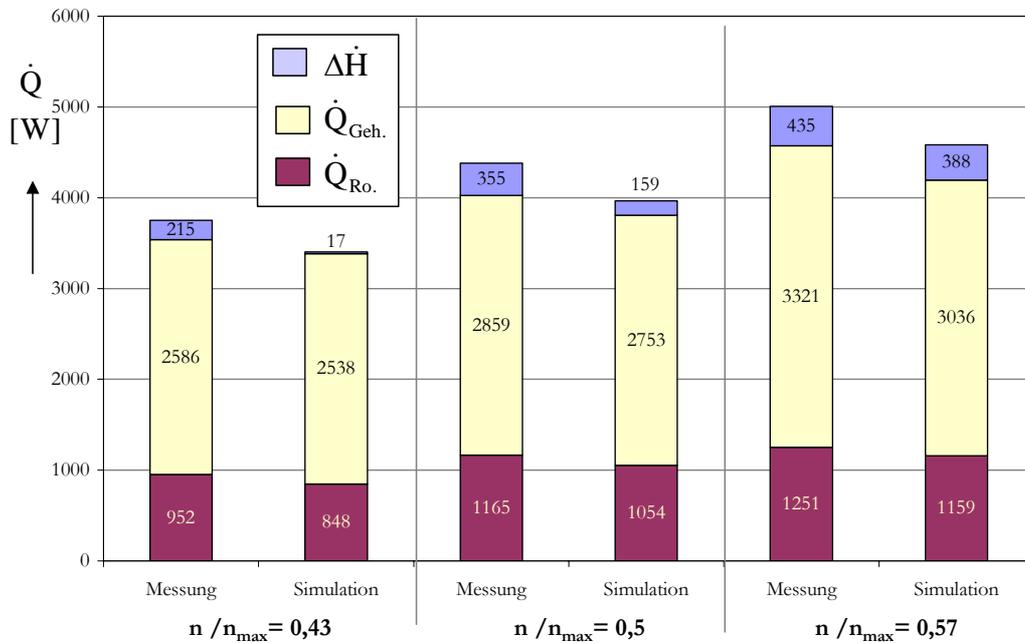
Die Auswirkungen des gewählten Betriebspunktes auf das Gehäuse sind gering, entsprechen aber ebenfalls den Tendenzen der Rotoren. Auch hier führt eine Erhöhung der Drehzahl zu einem linearen Anstieg des Temperaturmaximums, **Bild 9-20**. Der Temperaturgradient von der Saug- zur Druckseite wird dadurch zusätzlich größer, dass sich der saugseitige Bereich weniger stark erwärmt. Die minimale Temperatur bleibt aufgrund der Randbedingungen des Kühlmantels auf dem Kühlwasserniveau.

Die Gegenüberstellung simulierter und gemessener Energieströme bei Variation der Rotordrehzahl im stationären Betrieb liefert **Bild 9-21**. Es ist festzustellen, dass die Tendenz zunehmender Wärmeströme mit zunehmender Drehzahl sich sowohl in der Messung als auch in der Simulation finden lässt. Auch die Quantitäten der Wärmeströme an Rotor und Gehäuse zeigen eine gute

Übereinstimmung. Mit höherer Drehzahl wird auch die Diskrepanz zwischen gemessener und simulierter Enthalpiestromdifferenz geringer, weil der ursächliche Wärmeübergang im Druckstutzen bei höheren Volumenströmen und kürzeren „Verweilzeiten“ im Druckstutzen eine geringere Abkühlung bewirkt.



**Bild 9-20:** Verlauf der maximalen Oberflächentemperatur als Funktion der Drehzahl  $n/n_{max}$  bei konstantem Ansaugdruck  $p_E=100\text{mbar}$ , Farbskala: Oberflächentemperatur in  $^{\circ}\text{C}$

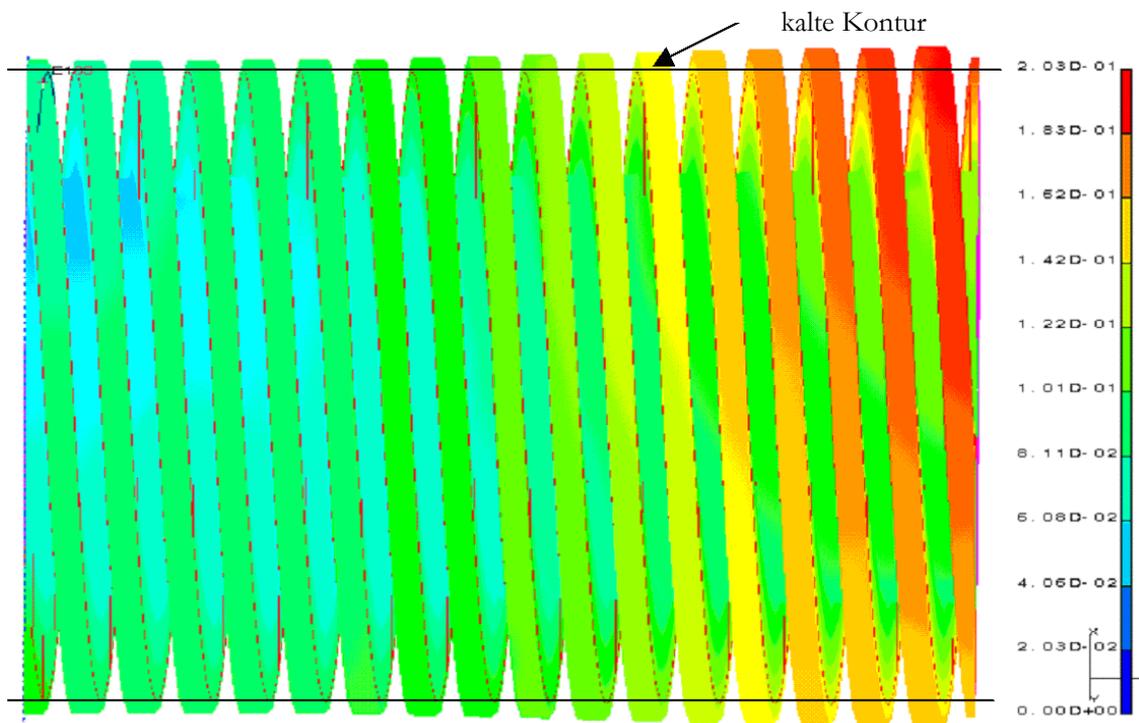


**Bild 9-21:** Vergleich von Simulation und Messung: Wärmeströme bei einem Ansaugdruck von  $p_E=100\text{mbar}$ , Parameter: Drehzahl  $n/n_{max}$ ; blau: Enthalpiestrom des Gases, gelb: Gehäuse, rot: Rotoren

### 9.5 Ausblick

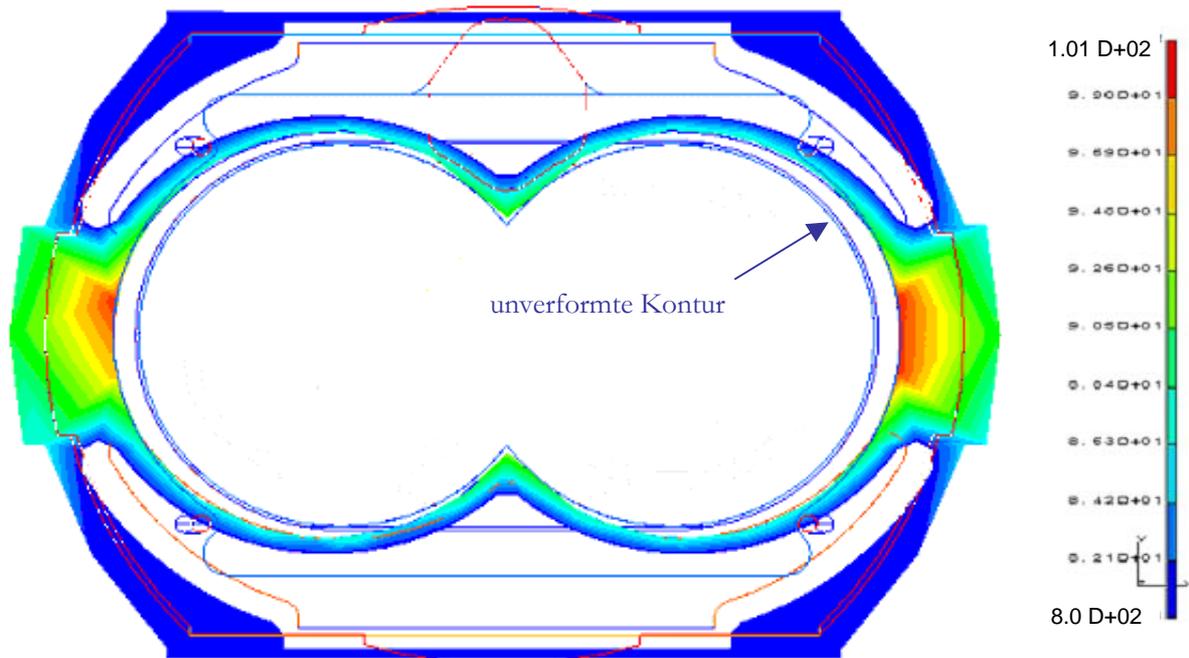
Mit dem Simulationsprogramm KaSim ist es gelungen, den Wärmehaushalt einer Schraubenspindel-Vakuumpumpe abzubilden. Die unbekannte Störgröße des Simulationssystems sind die Spaltgeometrien und die Empfindlichkeit des Betriebsverhaltens der Vakuumpumpe bei einer Spalthöhenänderung. Diese Sensibilität ist sowohl in der Simulation als auch im realen Betriebsverhalten der Maschine wiederzufinden. Eine hinreichend genau berechnete Bauteiltemperatur ebnet allerdings den Weg, diese Störgröße zu berechnen. Hierzu kann auf Basis der berechneten Bauteiltemperaturen im nächsten Schritt die Berechnung der resultierenden thermomechanischen Verformung des Bauteils erfolgen.

Für den Rotor führt die thermische Belastung je nach Betriebspunkt im Bereich der Druckseite zu hohen Wärmedehnungen., **Bild 9-22**



**Bild 9-22:** Verformung des Rotors im Betriebspunkt  $n/n_{max}=0,71$ ,  $p_E=100\text{mbar}$ . Die Farbskala gibt den Betrag der Verschiebung in [mm] wieder, die Verschiebungen sind im Verhältnis zum kalten Rotor (schwarze Linie) 50-fach überzeichnet dargestellt

Die thermische Belastung führt aber nicht nur zur Rotorausdehnungen, sondern auch zur Ausdehnung des Gehäuses, was einen Teil der Verringerung der Gehäusespalthöhen kompensiert. Für den gleichen Betriebspunkt ist die Verformung des Gehäuses in **Bild 9-23** im Stirnschnitt dargestellt. Die blaue Kontur gibt das unverformte Gehäuse wieder. Die auftretenden Verschiebungen führen im Arbeitsraum zu einer inhomogenen Verformung. So verschiebt sich die Gehäusewand im Bereich des Steges zwischen den beiden Kühltaschen nach außen, während im

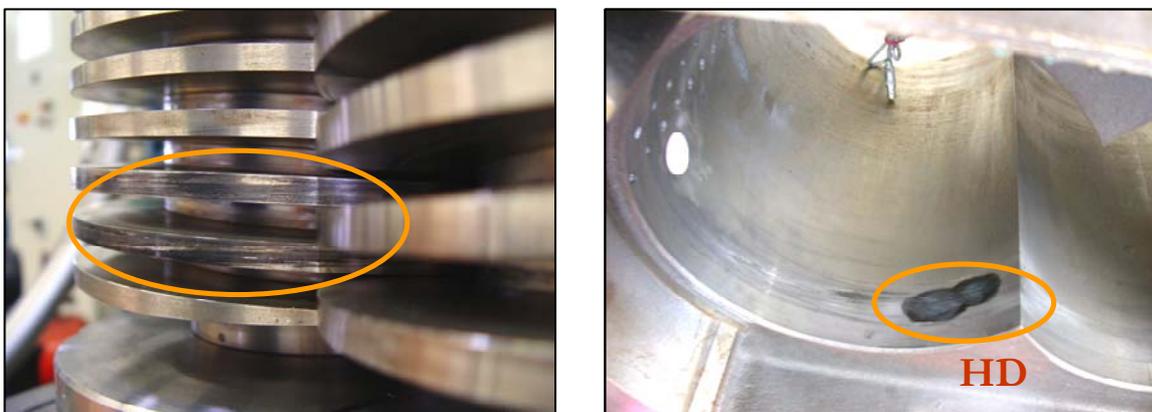


**Bild 9-23:** Verformung des Gehäuses im Betriebspunkt  $n/n_{max}=0,71$ ,  $p_E=100\text{mbar}$ . Die Farbskala gibt die Bauteiltemperatur in  $[\text{°C}]$  wieder, die Verschiebungen sind im Verhältnis zum kalten Gehäuse (blaue Linie) 100-fach überzeichnet dargestellt

Bereich der Verschneidungskante keine Verschiebung, oder sogar eine geringe Verschiebung in den Arbeitsraum hinein auftritt.

Ist die Lagerverschiebung der Rotoren bekannt, so kann aus den Einzelverformungen der Bauteile die 3-dimensionale Verformung aller Spalte berechnet werden. Hierzu ist ein spaltartabhängiges Analyse-Tool notwendig, welches anhand der Einzelverformungen ein „verformtes“ Kammermodell generiert. Es muss die verformten Einzelspalte jeweils in Abschnitte gleicher Spalthöhe und -form unterteilen und die Verbindungen des Kammermodells neu aufstellen.

Die resultierenden thermomechanischen Verformungen führte, wie dieses bereits in der Einleitung für eine Roots-Vakuumpumpe beschrieben wurde, auch an der Versuchsmaschine zum An-



**Bild 9-24:** Anlaufschaden am Zahnkopf des Rotors nahe der Druckseite (unten) und im Gehäuse in der Nähe der Verschneidungskante. Die Position des Schadens entspricht der kritischen Stelle einer thermischen Verformungsrechnung

laufen der Rotoren an das Gehäuse, **Bild 9-24**. Die Maschine wurde im Rahmen der Drehzahlvariation ohne Gasballast bei einem Ansaugdruck von  $p_E=100\text{mbar}$  und einer Drehzahl von  $n/n_{max}=0,71$  betrieben. Der im Steg zwischen den Kühltaschen montierte Spalthöhensensor zeigt im Moment des Schaden noch eine „Spalthöhenreserve“ von ca.50% an. Die Analyse des Schadens ergab zwei Kontaktstellen, eine davon im Radialspalt zwischen Fuß- und Kopfkreis der Rotoren nahe der Druckseite, und die zweite bei gleicher Koordinate in Achsrichtung im Bereich der Verschneidungskante zwischen Rotor und Gehäuse. Die Anlaufspuren im Bereich des Zahnfußes des Gegenrotors fallen zwar eher geringfügig aus, aufgrund der tribologisch unterschiedlich zu bewertenden Werkstoffpaarungen, kann aber aus dem Schadensbild nicht unmittelbar auf die Schadensreihenfolge geschlossen werden. Auch wenn der Schaden in diesem Betriebspunkt aufgrund der unbekanntenen Lagerverschiebung an dieser Stelle rechnerisch nicht exakt nachvollzogen werden kann, so zeigt der Vergleich der Schadensposition mit den berechneten Verformungen von Rotor und Gehäuse doch eine gute Übereinstimmung.

## 10 Zusammenfassung

Der Wegfall kühlender, dichtender und schmierender Hilfsfluide führt für trockenlaufende Verdränger-Vakuumpumpen zum Problem einer gesteigerten thermischen Belastung. Die Thermodynamik des Prozesses unterscheidet dabei gänzlich von der eines Druckluftkompressors. Sie wird geprägt durch das in aller Regel unangepasste Druckverhältnis, die Oszillation des Arbeitsgases und den dadurch entstehenden, periodischen Mischungsprozess des bereits ausgeschobenen Arbeitsgases mit der Arbeitskammer. Dieser Prozess führt bei hohen vakuumtypischen Druckverhältnissen zu adiabaten Auslasstemperaturen, die die Auslasstemperaturen eines angepassten isentropen Prozesses deutlich übersteigen. Die Diskrepanz des *adiabaten* Modells zur Realität wächst mit niedrigeren Ansaugdrücken und begründet die Notwendigkeit der Berechnung der diabaten Prozessführung. Mit Hilfe eines vereinfachten *isothermen* Modells kann die Drehzahl- und Spalthöhenabhängigkeit des Betriebsverhaltens der Schraubenspindel-Vakuumpumpe geklärt werden, es lässt aber keine Rückschlüsse auf die thermische Belastung des Arbeitsgases und der Maschine zu.

Zur Berechnung des Wärmeüberganges werden aufgrund fehlender Nußelt-Gleichungen für rotierende Systeme im Vakuum vereinfachte Wärmeübergangsmodelle des „Überdruckbereichs“ angewendet, denen zur Berechnung der druckabhängigen Stoffgrößen, in Ermangelung belastbarer Tabellenwerke für diesen Druckbereich, gaskinematische Modelle zugrunde gelegt werden.

Die vorliegende Arbeit beschreibt zusätzliche Bausteine des für diese Problemstellung entwickelten Simulationsprogramms KaSim. Dieses sind neben den Wärmeübergangs- und Stoffgrößenmodellen, die getrennt auf ihre Charakteristik im Vakuum untersucht werden, weitere Modelle, deren Ziel es ist, die Strömungsgeschwindigkeiten und Zustandsgrößen des Arbeitsgases an den wärmeübertragenden Flächen zu bestimmen.

Das Simulationsprogramm wird zunächst auf eine „kalte“ Versuchsmaschine, eine Schraubenspindel-Vakuumpumpe konstanter Steigung mit Rotor- und Gehäusekühlung, angewendet. Die „kalte“ Maschine besitzt gegenüber der stationär betriebenen Maschine den Vorteil bekannter Randbedingungen. Die Unterschiede zwischen Simulation und Experiment bei den Gastemperaturen erweisen sich jedoch als so groß, dass auch die Sensibilitäten der Simulation bezüglich der Wärmeübergangsmodelle, der Stoffgrößenmodelle und des Polytropenexponenten der Spaltexpansionsströmung es nicht vermögen, diese Diskrepanzen zu begründen. Messtechnische Ursachen erscheinen wahrscheinlich.

Deshalb widmet sich eine weitere Untersuchung dem stationären Betrieb, dessen messtechnische Erfassung nicht nur Gastemperaturen, sondern auch Bauteiltemperaturen und die belastbareren

Größen einer Energiebilanz enthält. Allerdings setzt die Modellierung des stationären Betriebs in der thermodynamischen Simulation die Kenntnis der Bauteiltemperaturen voraus. Hierfür wird ein Modul entwickelt, welches die Zuordnung der Oberflächenelemente der Finite-Elemente-Netze von Rotor und Gehäuse zu den Kapazitäten und Verbindungen des thermodynamischen Simulationssystems gewährleistet. Auf der Basis dieser Zuordnung werden nach Festlegung thermischer Randbedingungen, ausgehend einer homogenen, isothermen Maschine, die Wärmeströme an die Oberflächenelemente berechnet, deren Temperaturen durch die thermischen FE-Berechnungen der Bauteile neu bestimmt werden. So erfolgt iterativ die Berechnung des stationären Wärmehaushaltes.

Die Verifikation gelingt. Die berechneten Wärmeströme der einzelnen Bauteile stimmen hinreichend gut mit der experimentellen Energiebilanz überein. Auch die Bauteiltemperaturen, und maximalen Gastemperaturen im Arbeitsspiel zeigen einen hohen Grad an Übereinstimmung. Diese Tendenz wird lediglich getrübt durch Betriebspunkte hoher Ansaugdrücken, in denen zwar die Gas- und Bauteiltemperaturen aufgrund der geringen thermischen Belastung dieser Betriebspunkte hinreichend gut in Messung und Simulation übereinstimmen, aber doch zu abweichenden Wärmeströmen führen.

Die vorliegende Arbeit zeigt, dass trotz zahlreicher Vereinfachungen die Adaption der Wärmeübergangsmodelle des „Überdruckbereichs“ im rotierenden System einer Vakuumpumpe und die Implementierung gaskinematischer Stoffgrößenmodelle zu einer hinreichend guten Abbildung des Betriebsverhaltens führt. Sie zeigt gleichzeitig Möglichkeiten die Abbildungsgüte noch zu erhöhen und eröffnet die Perspektive auf eine vollständig geschlossene Simulation von Rotationsverdränger-Vakuumpumpen.

## 11 Literaturverzeichnis

- [1] DUBRIN, J.W.; HARRI, J.G.: *A mechanical heater for producing high-temperature gas streams*. In: Energy and technology review, Springfield, Va., Nr. 11, S.18-25, 1980
- [2] WANG ET AL.: *Thermomechanical Analysis of Four-lobe Rotors in a Roots-type Multi-Recompression Heater*. In: International Journal of Rotating Machinery, Band 8, Nr. 3, S.201-213, 2002
- [3] LESSARD, P. A.: *Dry vacuum pumps for semiconductor Processes: Guidelines for primary pump selection*. In: Journal of Vacuum Science and Technology /A; Band 18, Nr. 4, S.1777-1781, 2000
- [4] TROUP, A. P.; DENNIS, N.T.M. : *Six years of 'dry pumping': A review of experience and issues*. In: Journal of Vacuum Science and Technology /A; Band 9, Nr. 3, S.2048-2052, 1991
- [5] HABLANIAN, M. H. : *Design and Performance of oil-free pumps*. In: Vacuum technology applications and ion physics, Band 41, Nr. 7-9, S.1814-1818, 1990
- [6] FARROW, WOODROW D.: *Dry vacuum pumps used in CVD nitride applications*. In: Solid State Technology, Band 36, Nr.11, S.69-73, 1993
- [7] SINGER, P.: *Vacuum Pump Technology Leaps Ahead: Recent advancements in pump technology range from improvements on existing technology to radical new pump designs*. In: Semiconductor international, Chicago, III.; Band 16, Nr. 10; S.52-54, 1993
- [8] RYANS, J.; BAYS, J.: *Run Clean with Dry Vacuum Pumps*. In: Chemical Engineering Progress, Band 97, Nr.10, S. 32-41, 2001
- [9] FÜSSEL, U.: *Vakuum ohne Abwasser- Trockenläufer setzen sich durch*. In: Chemie Technik, Band 27, Nr.6, S.26-27, 1998
- [10] GOTTSCHLICH, U.; KOBUS, A.: *Trockenlaufendes Vakuum-Pumpsystem-dennoch geschaffen für „nasse“ Prozesse*. In: Chemie Technik, Band 23, Nr. 6, S.84-87, 1994
- [11] GOTTSCHLICH, U.; *Trockenlaufende Vakuumpumpen, Einsatz in der Produktion von Sekundenklebern*. In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 31, Nr. 11, S.18-19, 1998
- [12] MILLER, F. *A vacuum pump solves envirement difficulties. Steam jet ejectors are superseded by a cost-effective pumep*. In: Chemical Engineering, Band 98, Nr.3, S.195-196, 1991
- [13] N.N.: *Start-up problems designed out of 'dry' vacuum pumps*. In: Eureka, Band 12, Nr.10, S.35, 1992
- [14] PARKINSON, G.; ONDREY G.: *Vacuum pumps are running dry. By eliminating liquid seals, better environmental performance is achieved*. In: Chemical Engineering, Band 99, Nr.6, S.121-125, 1992

- [15] N.N.: *Sauberes Prozessvakuum- Trockenlaufende Roots Pumpe verringert Emissionen*. In Chemie Technik, Band 23, Nr.5, S. 82-83, 1994
- [16] PATIL, A.N.: *Use of Dry Vacuum Pumps for Sintering Binder Removal*. In: Advances in Powder Metallurgy and Particulate Materials, Nr.5, S.5-155-165, 2001
- [17] KEDDIE, A.: *Advances in oil-free vacuum pumping*. In: Metallurgia, Band 68, Nr.7, S. 20-21, 2001
- [18] N.N.: *New 'Dry' vacuum Pump available*. In: Metallurgia, Band 64, Nr.12, 1997
- [19] BRUCE, S.; CHEETHAM, V., LEGGE, G.: *Recent Operating Experience with Dry Running Vacuum Pumps on Vacuum Degassing and Vacuum Oxygen Decarburising Systems*. In: KANAGY, M. L.: Conference Proceedings: [Indianapolis, Indiana, 27.-30. April 2003], International Technology Conference Proceedings, Warrendale, Pa.: Iron & Steel Society, ISBN 1-88636-268-8, S. 895-909, 2003
- [20] BERGES, H.P.; GÖTZ D., *Oil-free vacuum pumps of compact design*. In: Vacuum technology applications and ion physics, Band 38, Nr. 8-10, S.761-763, 1988
- [21] N.N.: *Vakuum Ölfrei erzeugen - Schonende Förderung von Lebensmitteln*. In: Lebensmitteltechnik, Band 31, Nr.10, S. 65-67, 1999
- [22] BEZ, E.; GUARNACCIA, D.G.; *Operational Experience with totally oil-free rough vacuum pumps*. In: Vacuum technology applications and ion physics, Band 41, Nr.7-9, S.1819-1821, 1990
- [23] BEZ, E: *A compact oil-free rough vacuum pump*. In: Solid State Technology, Band 38, Nr.2, S.85-86, 1995
- [24] BAHNEN, R.: *Völlig ölfreie neue Vorvakuumpumpe für saubere Anwendungen*. In: Vakuum in Forschung und Praxis, Band 10, Heft 4, S. 279-283, 1998
- [25] DREIFERT, T.; FROITZHEIM, M; JORISCH, W.: *Moderne Vakuumpumpentechnik für industrielle Hochtechnologie-Prozesse*. In: Pumpen und Kompressoren aus Deutschland 2000 mit Druckluft- und Vakuumtechnik, S.92-99, 2000
- [26] ROTHE, U.: *Neue Vorvakuumpumpe- Schnelles Evakuieren dank Membran-Stabilisierungssystem*. In: Vakuum in Forschung und Praxis, Band 15, Nr.5, S.233-235, 2003
- [27] DIRSCHEL, J. , LACHEMANN, R.: *Kompakte trockenlaufende Vakuumpumpe*. In: Vakuum in Forschung und Praxis, Band 16, Nr.1, S.33-36, 2004
- [28] HENNING, H. H.; ELLINGHAUS, B.: *Auswahl von Vakuumpumpen für den Grobvakuumbereich*. In: Deutsche Pumpen, Kompressoren, Vakuumpumpen, , S.92-98, 1995
- [29] HELBIG, L.: *Vielzellenkompressoren und -vakuumpumpen*. In: Pumpen, Vakuumpumpen und Kompressoren, S.39-43, 1992

- [30] LIEPERT, A.; LESSARD, P.: *Design and operation of scroll-type dry primary vacuum pumps*. In: Journal of Vacuum Science and Technology /A; Band 19, Nr.4, S.1708-1711, 2001
- [31] REUSCHLING, R.: *Die Vakuumpumpe nach dem Scroll-Prinzip*. In: Vakuuum in Forschung und Praxis, Band 15, Nr. 2, S.86-88, 2003
- [32] SU, Y.; ET AL.: *Theoretical study on the pumping mechanism of a dry scroll vacuum pump*. In: Vacuum, Band 47, Nr.6-8, S.815-818, 1996
- [33] DUVAL, P.: *The oil-free vacuum pumps*. In: Научная Аппаратура (Nauch. apparat.), Band 6, Nr.1, S.147-163, 1991
- [34] VIBERT, P.D.: *Mechanical Booster Vacuum Pumps*. In: 42<sup>nd</sup> Annual Technical Conference Proceedings, Society of Vacuum Coaters, S.11-16, 1999
- [35] KÜHNEN, E.: *Trockenverdichtende Vakuumpumpen für die Produktion von Polymeren*. In: Verfahrenstechnik, Band 31, Nr.1-2, S.53, 1997
- [36] IOFFE, I.V. ET AL.: *Modeling a multistage claw rotor vacuum pump*. In: Journal of Vacuum Science and Technology /A, Band 13, Nr.3,S. 536-539, 1995
- [37] VIBERT, P.D.: *Dry versus Oil Sealed Vacuum Pumps for Vacuum Coaters*. In: 41<sup>st</sup> Annual Technical Conference Proceedings, Society of Vacuum Coaters, S.7-13, 1998
- [38] FRIEDRICHSEN, U.: *Schraubenpumpen*. In: KARL JOUSTEN (Hrsg.), *Wutz Handbuch Vakuumtechnik - Theorie und Praxis*, S.213-221,Wiesbaden: Vieweg 2004
- [39] KAUDER, K.; WENDEROTT, D.: *Gasspaltströmungen in Schraubenspindel-Vakuumpumpen*. In: Schraubenmaschinen – Forschungsberichte des FG Fluidenergiemaschinen, Nr. 6, S.5-19, Universität Dortmund, 1997
- [40] QUAST, R., ROHFLING G., SEEGER, D.: *Anwendungsgebiete moderner Schraubenspindelpumpen*. In: Pumpen und Kompressoren aus Deutschland 1998 mit Druckluft- und Vakuumtechnik, S.20-26, 1998
- [41] IMESCH, L, STEYBE, H.: *Zurück zu den Wurzeln- Trockenlaufende Schrauben-Vakuumpumpe bewährt sich*. In: Chemie Technik, Band 24, Nr.1, S.56-57, 1995
- [42] CHIN, K.: *Prevent polymer destruction- A dry screw vacuum pump produces vacuum levels that stave off thermal degradation*. In: Chemical Engineering, Band 104,, Nr.4, S.153, 1997
- [43] N.N.: *Für thermosensible Medien- Trockenlaufende Vakuumpumpe mit effektiver Kompressionswärmebegrenzung*. In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 30, Nr.11, S.128-130, 1997
- [44] N.N.: *Dry Srew Vacuum Pump*. In: World Pumps, Nr.383, S.18-19, 1998
- [45] MOHRDIECK, E.: *Trockene Vakuumpumpe – sichere und kostensparende Vakuumerzeugung, Isochore Verdrängerpumpe mit einem berührungslos rotierendem Schraubenspindel-paar und elektronischer Motorpaarsynchronisation*. In: Vakuuum in Forschung und Praxis, Band. 10, Nr. 3, S.187-192, 1998

- [46] MERKLE, U.: *Schlange sorgt für mehr Produkt – Schraubenvakuumpumpen Cobra erhöhen die Ausbeute.* In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 33, Nr.5, S.144, 2000
- [47] GOTTSCHLICH, U.: *Trockenlaufende Schraubenspindel-Vakuumpumpen zum Fördern korrosiver Medien in der Prozessindustrie.* In: Pumpen und Kompressoren 2004 mit Druckluft- und Vakuumtechnik, S.46, 2004
- [48] FRIEDRICHSSEN, U.: *Konzept erfolgreich getestet – Trockenlaufende Vakuumpumpe sichert wirtschaftlichen Prozeß.* In: Chemie technik, Band 27, Nr.6, S.28-32, 1998
- [49] N.N.: *Test bestanden – Trockenlaufende Vakuumpumpe bewährt sich in korrosiver Umgebung.* In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 31, Nr.3, S.12-13, 1998
- [50] CRABB, CH.: *Vacuum pumps fill a void - Vacuum pumps are running cooler, and using less power to generate subatmospheric pressures.* In: Chemical Engineering, New York, Band 107, Nr.2, S.37,39,41, 2000
- [51] N.N.: *Vakuumpumpe zeigt Profil – Nichtlineares Profil erlaubt niedrige Austrittstemperaturen.* In: Chemie Technik, Band 29, Nr. 5, 2000
- [52] N.N.: *Cooler Pumpe für hohe Vakuum – Nichtlineares Profil verbessert trockenlaufende Schraubenvakuumpumpe.* In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 33, Nr.5, S.138, 2000
- [53] N.N.: *Wichtige Vakuumwerkzeuge, Neues Profil für trockenlaufende Schrauben-Vakuumpumpe.* In: Verfahrenstechnik (Mainz), Band 34, Nr.5, S.48-49, 2000
- [54] DREIFERT, T.; ROFALL K.: *Trockenlaufende Schraubenvakuumpumpe für industrielle Vakuumanwendung,* In: VDI (Hrsg.), *Schraubenmaschinen 2002*, VDI-Berichte 1715, S.267-280, Dortmund, 25. u. 26.September 2002
- [55] KÖSTERS, H.: *Trockenlaufende Schraubenspindelvakuumpumpe in der Prozessindustrie – Anforderungen an die Thermodynamik und deren Umsetzung.* In: VDI (Hrsg.), *Schraubenmaschinen 2002*, VDI-Berichte 1715, S.281-294, Dortmund, 25. u. 26.September 2002
- [56] DREIFERT, T., ROFALL K.: *Optimierung der Schraubenpumpe für industrielle Anwendung,* In: Pumpen und Kompressoren 2003 mit Druck und Vakuumtechnik, S.99-103, 2003
- [57] AKUTSU, I.: *A gradational lead screw dry vacuum pump.* In: Journal of Vacuum Science & Technology / A, American Vacuum Society, Band. 18, Nr. 3, S. 1045-1047, 2000
- [58] OHMI, T. ET AL.: *Developing an ultraclean pumping system for low-pressure, high-gas-flow applications,* [online], verfügbar unter:  
<http://www.micromagazine.com/archive/98/02/ohmi.html> [Stand 14.07.2004]
- [59] N.N.: *Schrauben-Vakuumpumpe mit EG-Baumusterprüfung und experimentellem Sicherheitsnachweis.* In: CHIMIA, Nr.57, Nr.1/2, S.A97, 2003

- [60] FÜSSEL, U.: *Explosionsrisiko niedrig halten - Gastemperaturen bei trockenverdichtenden Vakuumpumpen*. In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 29, Nr.5, S.32-33, 1996
- [61] OLIVER, G.: *Vacuum explosions*. In: The Chemical Engineer, Band 619, S.21-22., 1996
- [62] MYERSON, E. B.: *Effectively Troubleshoot Dry Vacuum Pumps*. In: Chemical Engineering Progress, Band 96, Nr.9, S.49-52, 2000
- [63] PATIL, A. N.: *Removal of Sintering Binders using Vacuum Dry Pumps*. In: Industrial Heating, Band 66, Nr.6, S.59-62, 1999
- [64] GOTTSCHLICH, U.: *Trockenlaufende Vakuumpumpen – Effiziente Überwachung verhindert Stillstände*. In: Chemie Anlagen und Verfahren, Band 32, Nr. 9, S.50, 1999
- [65] BAYS, J. N.: *Minimizing Wastes from vacuum pumping systems – Better maintenance, and new pumps and modifications for existing ones can do the trick*. In: Chemical Engineering, Band 103, Nr. 10, S.124-130, 1996
- [66] FÜSSEL, U.: *Temperatur- und Druckregelung bei dreistufigen trockenlaufenden Vakuumpumpen*. In: Verfahrenstechnik, Band 31, Nr.1-2, S.51-52, 1997
- [67] KAUDER, K., WENDEROTT, D.: *Analysis of flow rates as a basis for the simulation of dry-running rotational displacement pumps*. In: Proceedings of the I MECH E Part C Journal of Mechanical Engineering Science (Professional Engineering Publishing), Band 216, Nr.12, S. 1197-1205, 2002
- [68] GÖDDE, R.: *Simulation des instationären Betriebes von Schraubenkompressoren*, Dissertation, Universität Dortmund, Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 1, Konstruktionstechnik, Maschinenelemente, Nr. 231, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994
- [69] KELLER, G.: *Simulationsgestützte Entwicklung des Motors einer Heißgasschraubenmaschine*, Dissertation, Universität Dortmund, Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 6, Energietechnik, Nr. 387, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998
- [70] ROFALL, K.: *Ein Beitrag zur Verifizierung eines Simulationssystems für trockenlaufende Schraubenkompressoren*, Dissertation, Universität Dortmund, Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 1, Konstruktionstechnik, Maschinenelemente, Nr. 299, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998
- [71] VON UNWERTH, T.: *Experimentelle Verifikation eines Simulationssystems für eine GASSCREW*, Dissertation, Universität Dortmund, 2002 [online], verfügbar unter: [http://eldorado.uni-dortmund.de:8080/0x81d98002\\_0x000534a9](http://eldorado.uni-dortmund.de:8080/0x81d98002_0x000534a9) [Stand 29.7.2004]
- [72] KAUDER, K.; JANICKI, M.: *Simulation und Experiment bei der Entwicklung von Schraubenkompressoren*. In: VDI (Hrsg.), *Schraubenmaschinen 2002*, VDI-Berichte 1715, S.51-66, Dortmund, 25. u. 26.September 2002

- [73] WENDEROTT, D.: *Spaltströmungen im Vakuum*, Dissertation, Universität Dortmund, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 7, Nr.423, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2001
- [74] PRANDTL, L.: *Strömungslehre*, 6. Auflage, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1965
- [75] KAUDER, K., JANICKI M., ROHE, A., KLIEM B., TEMMING J.: *Thermodynamic Simulation of Rotary Displacement Machines*. In: VDI (Hrsg.), *Schraubenmaschinen 2002*, VDI-Berichte 1715, Dortmund, S.1-16, 25. u. 26. September 2002
- [76] NAUJOKS, R.: *Zustandsänderungen in trockenlaufenden Schraubenmaschinen. Ein Vergleich von rechnerischer und Experimenteller Untersuchung*, Dissertation, Universität Dortmund, Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften : Reihe 7, Strömungstechnik ; Nr. 69, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1982
- [77] WUTZ, ET AL.: *Handbuch Vakuumtechnik. Theorie und Praxis*, 7. erweiterte Auflage, Vieweg, Braunschweig Wiesbaden, 2000
- [78] KAST, W. ET AL.: *Konvektive Wärme- und Stoffübertragung : Einheitliche Darstellung für durchströmte Kanäle und umströmte Körper beliebiger Gestalt und Anordnung*, Berlin – Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1974
- [79] SACHS, R.: *Strömung in den arbeitsraumbegrenzenden Spalten einer Schraubenmaschine im zweidimensionalen Modell*, Dissertation, Universität Dortmund, 2002, <http://eldorado.uni-dortmund.de:8080/FB7/fg13/forschung/2002/Sachs> [Stand 29.7.2004]
- [80] BAEHR, H.D.; STEPHAN, K.: *Wärme- und Stoffübertragung*. Berlin - Heidelberg, Springer-Verlag 1994
- [81] GNIELINSKI, V.: *Wärmeübertragung bei erzwungener einphasiger Strömung. Wärmeübergang bei einer Strömung längs einer ebenen Wand*. In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Ga, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [82] STRAUB, K.: *Strömungsmechanik*. VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1991
- [83] GNIELINSKI, V.: *Wärmeübertragung bei erzwungener einphasiger Strömung. Wärmeübergang bei der Strömung durch Rohre*. In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Gb, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [84] KRAUSS, R.: *Stoffgrößen von Luft*. In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Db, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [85] REIS, H.: *Superisolation*. In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Kf, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [86] JITSCHIN, W.: *Gasgesetze und kinetische Gastheorie*. In: JOUSTEN, K. (Hrsg.): *Wutz Handbuch Vakuumtechnik. Theorie und Praxis*, 8. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Vieweg, Wiesbaden, 2004

- 
- [87] GNIELINSKI, V.: *Wärmeübertragung bei erzwungener einphasiger Strömung - Wärmeübertragung bei Querströmung um Rohre, Drähte und Profizylinder* In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Ge, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [88] KAST, W., KLAN, H.: *Wärmeübergang durch freie Konvektion an umströmten Körpern.* In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Fa, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [89] GNIELINSKI, V.: *Wärmeübertragung bei erzwungener einphasiger Strömung -Wärmeübertragung im konzentrischen Ringspalt.* In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Gd, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [90] Gnielinski, V.: *Wärmeübertragung bei erzwungener einphasiger Strömung -Wärmeübertragung bei der Strömung durch Rohrwendeln.* In: VDI-Wärmeatlas, 6. Auflage, Blatt Gc, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
- [91] JANICKI, M.: *Ein Programm zur Profileingriffspaltberechnung verformter Schraubenmaschinen.* In: Schraubenmaschinen Heft 4, S.108-112, Universität Dortmund, 1996