

Zum Einfluss des Druckbogens auf den Schubwiderstand von Spannbetonbalken

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

der

Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dortmund

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Halil Kiziltan

Tag der Disputation: 15.08.2012

1. Gutachter: Univ. -Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer

2. Gutachter: Univ. -Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch

Vorsitzender: Univ. -Prof. Dr.-Ing. Tim Ricken

Dortmund 2012

Kurzfassung

Kiziltan, Halil

Zum Einfluss des Druckbogens auf den Schubwiderstand von Spannbetonbalken

In der vorliegenden Arbeit wird der Frage der Querkrafttragfähigkeit von Spannbetonbalken unter Berücksichtigung der Tragwirkung des Druckbogens als weiterer Betontraganteil nachgegangen. Die Untersuchungen beruhen auf der Auswertung vorhandener und gut dokumentierter Versuche an vorgespannten Einfeldträgern mit nachträglichem Verbund und einer Stützweite von 6,50 m. Es erfolgt ein Vergleich der Versuchsergebnisse mit eigenen Bemessungsansätzen. Die eigenen Bemessungsansätze bauen auf den Bemessungsprinzipien nach DIN EN 1992-1-1 (Eurocode 2, Hochbau) und DIN EN 1992-2 (Eurocode 2, Brückenbau) einschließlich der zugehörigen Nationalen Anhänge auf.

Die Versuche der Träger mit I-Querschnitten (Versuchsreihe I: IP1, IP2, IP3) und Plattenbalkenquerschnitten (Versuchsreihe T: TG1, TG2, TP3) wurden 1972 an der Universität Stuttgart von Leonhard [54] mit einem Dreipunkt-Biegeversuch durchgeführt. Die Einzellast wurde mittels Hydraulikzylinder in Feldmitte aufgebracht, so dass hohe Querkräfte in Kombination mit hohen Biegemomenten auftraten.

Die für die vorgelegte Arbeit ausgewählten Versuchsträger weisen unterschiedliche Versagensarten bei annähernd gleichen Versagenslasten F_u auf:

Versuchsreihe I

IP 1:	$F_u = 1935 \text{ kN}$	Biegezugbruch (Fließgrenze der Spannglieder überschritten).
IP 2:	$F_u = 1895 \text{ kN}$	Biegeschubbruch (Fließgrenze der Bügel überschritten).
IP 3:	$F_u = 1735 \text{ kN}$	Schubzugbruch (Zugfestigkeit der Bügel erreicht).

Versuchsreihe T

TG 1:	$F_u = 1835 \text{ kN}$	Schubzugbruch (Zugfestigkeit der Bügel erreicht).
TG 2:	$F_u = 1835 \text{ kN}$	Biegebruch (Fließgrenze der Spannglieder überschritten).
TP 3:	$F_u = 1865 \text{ kN}$	Biegedruckbruch

Es werden hohe Tragreserven gegenüber den rechnerischen Tragfähigkeiten auf der Basis der aktuellen Berechnungsnormen des Betonbaus festgestellt. Als Versuch einer Erklärung dafür wird der Ansatz eines Querkrafttraganteils infolge eines Druckbogens, der sich zwischen den Spanngliederankerungen im Träger einstellt, untersucht.

Es wird gezeigt, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion bisher nicht ausreichend bei der Ermittlung des Querkrafttragwiderstands von Spannbetonträgern nach DIN EN 1992-1-1 [23] und DIN EN 1992-2 [24] berücksichtigt wird. Daher erfolgt ein Vorschlag für die Bemessungspraxis zur Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion in Form eines Druckbogens, der auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach Zustand II unter der zugehörigen Momentenbeanspruchung ermittelt wird.

Seit sich der Spannbeton im Brückenbau in Deutschland in den 1950er Jahren durchgesetzt hat, sind die Bemessungsvorschriften auf der Grundlage jeweils neuer Erkenntnisse ständig weiterentwickelt und die Lastannahmen kontinuierlich dem gestiegenen Verkehrsaufkommen angepasst worden. Das hat zur Folge, dass bei der Nachrechnung von bestehenden Brückenbauwerken auf der Grundlage der aktuellen Normen häufig erhebliche Defizite insbesondere bei der Querkrafttragfähigkeit festgestellt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse können für die Bewertung der Querkrafttragfähigkeit bestehender älterer Spannbetonbrücken angewendet werden.

Inhalt

1 Einleitung	6	3.3.2 Verhalten unter zweiachialer Beanspruchung	53
1.1 Motivation	6	3.3.3 Anwendung der Plastizitätstheorie auf Beton	55
1.2 Ausgangslage.....	6	3.3.4 Materialmodell für Beton in ABAQUS ...	68
1.3 Ziel und Aufbau der Arbeit.....	7	3.4 Werkstoffverhalten des Bewehrungsstahls	79
2 Stand des Wissens	9	3.4.1 Betonstahl	79
2.1 Tragverhalten bei ungerissenen Trägern (Zustand I)	9	3.4.2 Spannstahl	79
2.2 Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung (Zustand II)	15	3.4.3 Materialmodell für Betonstahl und Spannstahl in ABAQUS	80
2.2.1 Tragverhalten	15	3.5 Werkstoffverhalten des gerissenen Stahlbetons	81
2.2.2 Stegfachwerk.....	15	3.5.1 Allgemeines.....	81
2.2.3 Betontraganteil	18	3.5.2 Materialmodell zur numerischen Simulation des Tragverhaltens in ABAQUS	81
2.2.4 Verfahren mit expliziter Anrechnung eines Betontraganteils.....	22	3.6 Kalibrierung des Rechenmodells durch Nachrechnung von Versuchen.....	81
2.2.5 Verfahren mit variabler Druckstrebenneigung	23	3.6.1 Scheiben aus unbewehrtem Beton	82
2.3 Tragverhalten von Spannbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung (Zustand II)	28	3.6.2 Scheiben aus Stahlbeton	83
2.3.1 Tragverhalten	28	3.7 Zusammenfassung.....	86
2.3.2 Versagensmechanismen.....	30	4 Druckbogenmodell – zusätzlicher Betontraganteil bei vorgespannten Trägern	87
2.4 Historische Entwicklung der Querkraftbemessung im Spannbeton ...	30	4.1 Einführung	87
2.4.1 Allgemeines.....	30	4.2 Zum Ansatz des inneren Hebelarms z ..	89
2.4.2 DIN 4227, Ausgabe 1953	30	4.3 Zur Interaktion zwischen Querkraft und Biegung im Druckbogenmodell	92
2.4.3 LEONHARDT, 1955	31	5 Verifizierung des Druckbogenmodells durch Nachrechnung von Versuchen an vorgespannten Einfeldträgern	94
2.4.4 WALTHER, 1958	33	5.1 Allgemeines	94
2.4.5 DIN 4227, Ausgabe 1966	34	5.2 Beschreibung der Versuchsträger.....	95
2.4.6 CEB-FIP, 1970	35	5.2.1 Versuchsreihe I	95
2.4.7 DIN 4227, Ausgabe 1973	37	5.2.2 Versuchsreihe T	97
2.4.8 DIN 4227, Ausgabe 1979	39	5.2.3 Vorspannung und Rechenwerte der Versuchsträger	100
2.4.9 DIN 4227, Ausgabe 1988 und A1: 1995	41	5.3 Ermittlung des Druckbogens	101
2.4.10 DIN 1045-1: 2001; DIN Fachbericht 102: 2003.....	41	5.4 Qualitative Verifizierung des Schubmodells mit Druckbogen	103
2.4.11 Aktuelle Normen des Betonbaus.....	43	5.4.1 Allgemeines.....	103
2.4.12 Aktuelle Vorschläge zur Berücksichtigung der günstigen Wirkung der Vorspannung auf die Querkraftbemessung	43	5.4.2 Reihe I – Einfluss aus Vorspanngrad, Laststufe und Bügelbewehrungsgrad..	104
2.5 Zusammenfassung.....	45	5.4.3 Reihe T – Einfluss aus Spanngliedhöhenlage, Laststufe und Bügelbewehrungsgrad	113
3 Grundlagen für die numerische Simulation ebener Spannungszustände im unbewehrten und bewehrten Beton	47	5.4.4 Tragmechanismen in den B- und D-Bereichen	122
3.1 Allgemeines.....	47	5.5 Ermittlung der Querkrafttraganteile	125
3.2 Wahl geeigneter Elemente und numerisches Rechenmodell	48	5.5.1 Allgemeines.....	125
3.3 Werkstoffverhalten des unbewehrten Normalbetons	51		
3.3.1 Verhalten unter einaxialer Beanspruchung	51		

5.5.2	Vertikalkomponenten V_p , V_{cc}	126	8.3	Querkraftnachweis nach DIN-FB 102 ..	203
5.5.3	Ermittlung des Traganteils der Bügel V_{Rsw}	128	8.4	Berücksichtigung des zusätzlichen Betontraganteils aus dem Druckbogenmodell	204
5.5.4	Traganteil der Rissreibung V_{cr}	130	8.4.1	Bemessungsablauf.....	204
5.6	Verteilung der Querkrafttraganteile entlang des Balkens	131	8.4.2	Nachweis der Hauptzugspannungen ..	205
5.6.1	Allgemeines	131	8.4.3	Nachweis am Endauflager	207
5.6.2	Reihe I, Einfluss aus Vorspanngrad, Laststufe und Querkraftbewehrungsgrad	133	8.4.4	Nachweis am Zwischenauflager, links von Achse 10	209
5.6.3	Reihe T, Einfluss aus Spanngliedhöhenlage, Laststufe und Querkraftbewehrungsgrad	140	8.5	Zusammenfassung.....	210
5.7	Zusammenfassung.....	146	9	Zusammenfassung und Ausblick.....	211
6	Untersuchungen zum Tragverhalten mittels nichtlinearer numerischer Simulationsberechnungen	149	10	Literatur.....	214
6.1	Allgemeines	149			
6.2	Versuchsreihe I	150			
6.3	Versuchsreihe T	166			
6.4	Studie zum Einfluss der Betonzugfestigkeit bei den Trägern der Reihe T	176			
6.5	Zusammenfassung, Schlussfolgerungen	184			
7	Durchlaufträger.....	185			
7.1	Allgemeines	185			
7.2	Vorgaben für die numerische Untersuchungen	185			
7.3	Berechnung der Durchlaufträger	187			
7.3.1	Entwicklung des Druckbogens	187			
7.3.2	Numerische Simulationsberechnungen	188			
7.4	Berechnungsergebnisse DIP1	188			
7.4.1	Lastverformungskurve DIP1	188			
7.4.2	Rissbildung DIP1	189			
7.4.3	Bügelspannungen DIP1	190			
7.4.4	Druckbogenentwicklung DIP1	191			
7.4.5	Verlauf der Querkrafttraganteile entlang der Trägerlänge	192			
7.5	Berechnungsergebnisse DIP2	195			
7.5.1	Allgemeines	195			
7.5.2	Druckbogenentwicklung DIP2	195			
7.6	Einfluss der Spanngliedführung auf die Druckbogenform	196			
7.7	Einfluss der Größe der Vorspannkraft auf die Druckbogenform	198			
8	Anwendung des Druckbogenmodells auf ein Bestandsbauwerk	199			
8.1	Allgemeines	199			
8.2	Belastung	202			

1 Einleitung

1.1 Motivation

Ein Hauptanwendungsgebiet des Spannbetons stellt der Brückenbau dar. Die Aufgaben der Ingenieure umfassen dabei nicht nur die Herstellung von Neubauten sondern auch die Erhaltung des Bestands. Hierbei ergeben sich insbesondere bei der Bewertung der Querkrafttragfähigkeit älterer bestehender Spannbetonbrücken Fragestellungen, die eingehende Untersuchungen mit wissenschaftlichen Methoden sowie die Entwicklung genauerer Nachweismodelle erforderlich machen.

Mit zunehmender Verbreitung des Spannbetonbrückenbaus in Deutschland ab den 1950er Jahren wurden die Bemessungsvorschriften ständig weiterentwickelt und die Lastannahmen kontinuierlich dem gestiegenen Verkehrsaufkommen angepasst. Bedingt durch die Altersstruktur des Brückenbestands ergibt sich eine hohe Anzahl an Bauwerken, die nicht gemäß den heute geltenden Vorschriften geplant und errichtet wurden. Diese Bauwerke liegen jedoch zum Teil im Zuge bedeutender Verkehrswege und können nicht ohne erheblichen finanziellen Aufwand und massive Eingriffe in den fließenden Verkehr ertüchtigt oder ersetzt werden.

Um festzustellen, welche Defizite bei den einzelnen Bauwerken tatsächlich auftreten, ist eine umfassende Nachrechnung des Brückenbestandes geplant. Hierzu werden möglichst realitätsnahe Nachweisverfahren benötigt, um unnötige Verstärkungsmaßnahmen zu vermeiden und um die begrenzten Ressourcen möglichst optimal und effizient einzusetzen. Daher wurde eine Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand erarbeitet, die die wesentlichen Rahmenbedingungen und das Vorgehen bei der Bewertung bestehender Brückenbauwerke definiert. Es handelt sich um ein gestuftes Verfahren, das durch spezielle Regelungen oder Vorgaben die Möglichkeit bietet, die Reserven des Tragwerks und der Baustoffe stärker auszunutzen. Ausgangspunkt ist hierbei immer die Nachrechnung des Bauwerks auf der Grundlage der aktuell geltenden Regelwerke. Die Beurteilung von bestehenden, älteren Spannbetonbrücken auf der Grundlage der heute gültigen Normen, die für Neubauten konzipiert sind, führt jedoch in der Regel aufgrund der historischen Entwicklung bestimmter Nachweise zu systematischen Überschreitungen. Aus diesem Grund ist die Erarbeitung genauerer und erweiterter Nachweiskonzepte von zentraler Bedeutung.

1.2 Ausgangslage

Eine wichtige Bedeutung dieser Arbeit hinsichtlich der Anwendung der Ergebnisse, liegt in der Bewertung der Querkrafttragfähigkeit bestehender älterer Spannbetonbrücken.

Grundlage für die Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetonbrücken sind in Deutschland seit 2003 im Wesentlichen die DIN-Fachberichte 101 "Einwirkungen auf Brücken" und 102 "Betonbrücken" in ihrer jeweils aktuellsten Ausgabe. Mit den darin enthaltenen teilweise sehr konservativen Bemessungs- und Konstruktionsregeln wird bei Neubauten die normgemäße Tragfähigkeit sichergestellt und eine robuste Auslegung erreicht. Diese Normen sind aber nicht ohne weiteres dazu geeignet, die tatsächliche Tragsicherheit bestehender älterer Betonbrücken angemessen zu beurteilen. Hierfür bedarf es genauerer Nachweismodelle für die Tragwiderstände.

Bei Nachrechnungen bestehender Spannbetonbrücken auf der Grundlage der DIN-Fachberichte werden regelmäßig erhebliche Defizite in der Querkraftbewehrung identifiziert. Dabei stellte sich die Frage, ob Tragfähigkeitspotentiale durch genauere Nachweisverfahren aktiviert werden können. Somit könnten aufwendige Ertüchtigungsmaßnahmen am Bauwerk vermieden werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich die Querkrafttragfähigkeit mit ihren Traganteilen untersucht. Diesbezüglich werden auch Empfehlungen für die Nachrechnung zur Bewertung bestehender älterer Spannbetonbrücken erarbeitet.

1.3 Ziel und Aufbau der Arbeit

Insbesondere die Bemessungsmodelle für Querkraft haben sich in der Vergangenheit mehrmals grundlegend geändert. Die historische Entwicklung der Bemessungsmodelle für Querkraft wird im Rahmen dieser Arbeit durch eine Literaturrecherche aufbereitet. Die einzelnen Entwicklungsstände und ihre Bemessungsergebnisse sind dabei nicht mit dem heute verbreiteten Konzept vergleichbar. Jedoch ist auch das heute in DIN-Fachbericht 102 enthaltene Nachweisformat nicht allgemein als konsistent zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit anerkannt. So werden zum Beispiel im 2010 neu erschienenen *fib* Model Code [63] vier nebeneinander gültige Nachweiskonzepte zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit aufgeführt, bei denen unter anderem das Verhältnis zwischen einwirkendem Moment und einwirkender Querkraft unterschiedlich berücksichtigt wird. Darüber hinaus enthalten die aktuellen Normen DIN 1045-1 und DIN-Fachbericht 102 für Spannbetonträger mit zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage im Detail unterschiedliche Regeln für den Ansatz des inneren Hebelarms z bei der Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit.

In dieser Arbeit sollen ein wirklichkeitsnaher Ansatz zur Beschreibung des Querkrafttragverhaltens entwickelt und eine darauf aufbauende Empfehlung zur Nachweisführung bei der Querkrafttragfähigkeit gegeben werden. Damit können Reserven beim Querkrafttragwiderstand genutzt werden. Die tatsächliche Querkrafttragfähigkeit bestehender Spannbetonbrücken soll damit wirklichkeitsnäher beurteilt werden können. Der beschriebene Ansatz soll im Rahmen dieser Arbeit durch Nachrechnung verfügbarer und entsprechend gut dokumentierter Versuche verifiziert werden.

Das Ziel der Arbeit besteht darin, ein Konzept für ein verbessertes und genaueres Verfahren zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen aus Spannbeton zu entwickeln. Dabei erfolgt eine Weiterentwicklung durch Berücksichtigung des Betontraganteils aus der Druckbogenwirkung auf der Grundlage vorhandener Modelle.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zehn Kapitel.

Nach dem *einleitenden Kapitel 1* werden in *Kapitel 2* die Grundlagen zum Querkrafttragverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen behandelt. Durch Literaturrecherche wird zunächst der derzeitige Stand des Wissens zur Querkrafttragfähigkeit in seinen wesentlichen Zügen aufgearbeitet. Wissenschaftliche Veröffentlichungen, einschlägige Literatur und Normen des Betonbaus werden im Hinblick auf die Bemessungsmodelle bei Querkraftbeanspruchung in ihrer historischen Entwicklung dargestellt.

Für die eigenen Untersuchungen werden repräsentative Querkraftversuche an Spannbetonträgern ausgewählt. Da jedoch Versuche nur bedingt einen Einblick in das „Innenleben“ von Stahl- und Spannbetonbauteilen ermöglichen, werden zusätzlich numerische Simulationsberechnungen durchgeführt. Die hierfür erforderlichen Grundlagen werden in *Kapitel 3* zusammengestellt. Des Weiteren werden in diesem Kapitel zur Kalibrierung des verwendeten Rechenmodells und der Modellierung für das Beton- und Stahlbetonwerkstoffverhalten Versuchsnachrechnungen an druck-zugbeanspruchten Beton- und Stahlbetonscheiben durchgeführt, da der Spannungszustand $\sigma_x, \sigma_{xz}, (\sigma_z \approx 0)$ im Steg eines Biegebalkens im Hauptspannungsraum einer zweiachsigen Druck-Zug-Beanspruchung σ_1, σ_2 entspricht.

In *Kapitel 4* wird ein erweitertes Querkraftmodell unter Berücksichtigung des Druckbogens für Bauteile aus Spannbeton entwickelt, welches an das aktuelle Nachweisformat des DIN-Fachberichts 102 und des EC 2 angelehnt ist.

Die ausgewählten Versuche werden in *Kapitel 5* ausgewertet. Das entwickelte Querkraftmodell wird anhand der Nachrechnung von Versuchen an Einfeldträgern auf der Grundlage der Dehnungsebenen im Zustand II unter der zugehörigen Momentenbeanspruchung zur Ermittlung des Druckbogenverlaufs verifiziert.

In *Kapitel 6* wird die Basis der Validierung des entwickelten Querkraftmodells mit numerischer Simulation erweitert. Anhand der numerischen Simulationen soll ein erweiterter und vertiefender Einblick in die Spannungszustände und inneren Kräfteverhältnisse der untersuchten Spannbetonträger unter Querkraftbeanspruchung gewonnen werden. Die numerischen Simulationsberechnungen werden mit

Hilfe der nichtlinearen Finiten Element Methode des Programmsystems ABAQUS durchgeführt. Hierbei werden die zuvor in Kapitel 3 kalibrierten physikalisch nichtlinearen Werkstoffgesetze eingesetzt.

Auf der Grundlage der erarbeiteten Ergebnisse erfolgen Empfehlungen für die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Spannbeton-Einfeldträgern.

Aufbauend auf den durchgeführten Untersuchungen und gewonnenen Erkenntnissen am Einfeldträger wird in *Kapitel 7* im Sinne einer Extrapolation ein Durchlaufträger untersucht. Grundlage dafür stellen ausschließlich nichtlineare numerische Simulationsberechnungen mit Hilfe der FEM unter Anwendung des Programmsystems ABAQUS dar, da derzeit noch keine entsprechenden Versuche verfügbar sind.

Das in Kapitel 4 beschriebene und in den Kapiteln 5 bis 7 eingehend untersuchte Modell wird in *Kapitel 8* zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit des Überbaus einer bestehenden älteren Spannbetonbrücke angewendet.

Kapitel 9 enthält eine Zusammenfassung mit Schlussfolgerungen und Ausblick

2 Stand des Wissens

2.1 Tragverhalten bei ungerissenen Trägern (Zustand I)

Im ungerissenen Zustand I (ZSt I) kann bei entsprechender Schubschlankheit a/h die Beanspruchung eines Trägers aus Biegung und Querkraft mit der technischen Biegelehre beschrieben werden. Dabei wird unter entsprechend niedriger Belastung für den Werkstoff Stahlbeton mit oder ohne Vorspannung ein homogenes, isotropes und linear-elastisches Verhalten angenommen.

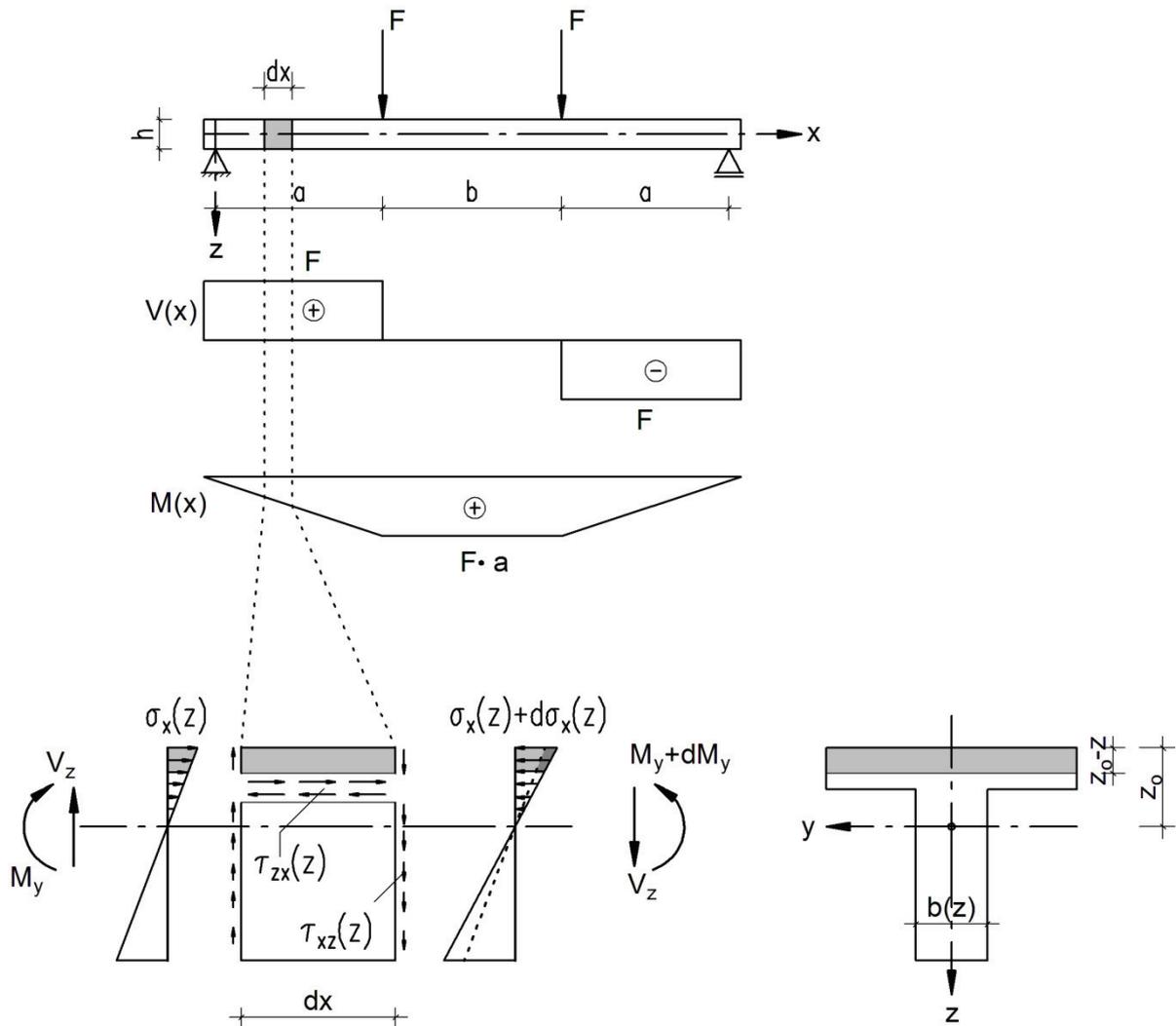


Bild 2-1: Balken unter Querkraft und Biegung zur Herleitung der Schubspannungen im Zustand I

Die Längsspannungen σ_x im Beton können wie folgt ermittelt werden:

$$\sigma_x(z) = \frac{M_y}{I_y} \cdot z + \frac{N}{A} \quad (\sigma_z \approx 0 \text{ beim Balken}) \quad (2.1)$$

Für die Erfüllung der Gleichgewichtsbedingung in horizontaler Richtung ($\Sigma H = 0$) für ein infinitesimales Element (Bild 2-1) der Länge dx , der Höhe $(z_0 - z)$ und der Breite $b(z)$ muss dem Kraftzuwachs aus dem Zuwachs der Längsspannungen infolge des Momentenzuwachses um den Betrag dM_y auf der Länge dx eine Schubkraft mit zugehörigen Schubspannungen τ_{zx} entsprechen.

$$\tau_{zx}(z) \cdot b(z) \cdot dx = \int_z^{z_0} d\sigma_x(z) \cdot b(z) \cdot dz = \quad (2.2)$$

Gleichung (2.1) in (2.2) eingesetzt ergibt mit $N = \text{const.}$:

$$\tau_{zx}(z) \cdot b(z) \cdot dx = \int_z^{z_0} d \frac{M_y}{I_y} \cdot z \cdot b(z) \cdot dz \quad (2.3)$$

Wegen der paarweisen Gleichheit der Schubspannungen ($\tau_{zx} = \tau_{xz}$) und der Beziehung $\frac{dM_y}{dx} = V_z$ folgt:

$$\tau_{xz}(z) \cdot b(z) = \frac{dM_y}{dx \cdot I_y} \int_z^{z_0} z \cdot b(z) \cdot dz = \frac{V_z}{I_y} \int_z^{z_0} z \cdot b(z) \cdot dz \quad (dx \neq 0) \quad (2.4)$$

$$\tau_{xz}(z) = \frac{V_z \cdot S_y(z)}{I_y \cdot b(z)} \quad (2.5)$$

mit

$$S_y(z) = \int_z^{z_0} z \cdot b(z) \cdot dz \quad (2.6)$$

Das Flächenmoment 1. Ordnung $S_y(z)$ entspricht der Querschnittsfläche des herausgeschnittenen Elements multipliziert mit dem Abstand seines Schwerpunktes zum Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts.

σ_x, τ_{xz} sind von der Orientierung des gewählten Koordinatensystems abhängige Koordinatenspannungen, die sich, wie allgemein bekannt, durch Drehung des Bezugssystems in Hauptspannungen σ_1, σ_2 ($\sigma_1 \geq \sigma_2$) transformieren lassen. Wir erhalten dann für den ebenen Spannungszustand in der Hauptspannungsebene

Hauptdruckspannungen

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4 \tau_{xz}^2} \quad (2.7)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \tau_{xz}^2} \quad (\sigma_z \approx 0 \text{ beim Balken}) \quad (2.8)$$

Hauptzugspannungen

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4 \tau_{xz}^2} \quad (2.9)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (\sigma_z \approx 0 \text{ beim Balken}) \quad (2.10)$$

mit dem Winkel φ zwischen σ_1 und der x-Achse

$$\tan 2\varphi = \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x} \quad (2.11)$$

Alternativ können die Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und ihre Richtungen auch grafisch mit dem MOHR'schen Spannungskreis (Bild 2-2) aus den Normal- und Schubspannungen ermittelt und anschaulich dargestellt werden.

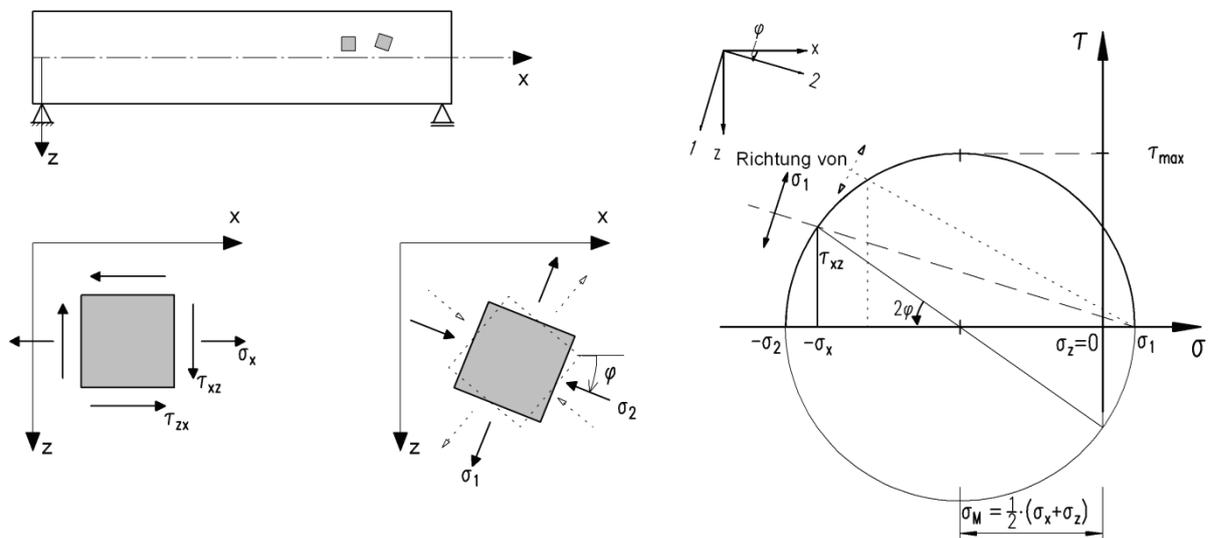


Bild 2-2: Definition der Koordinatenspannungen und Hauptspannungen nach der technischen Biegelehre für den ebenen Spannungszustand und Zusammenhänge im MOHR'schen Spannungskreis

Balken ohne Vorspannung

Bild 2-3 enthält die Darstellung der Hauptspannungsrichtungen für einen einfeldrigen Balken ohne Vorspannung unter einer Einzellast. Die Hauptspannungen σ_1 , σ_2 verlaufen orthogonal zueinander. In Höhe der Nulllinie ist ihre Neigung 45° bzw. 135° gegen die Stabachse.

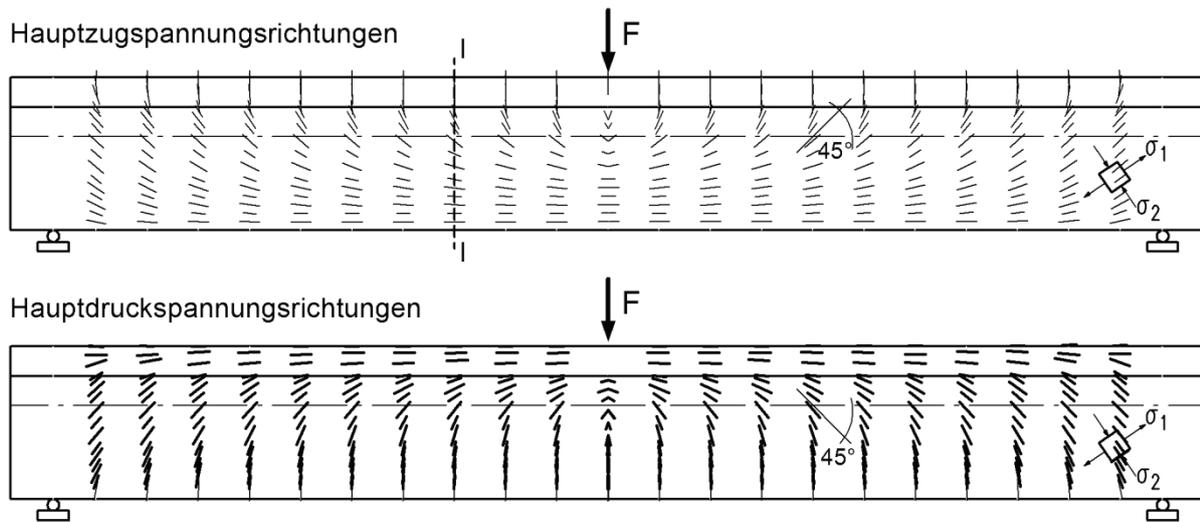


Bild 2-3: Hauptspannungsrichtungen eines homogenen Balkens unter einer Einzellast ($F = 1000 \text{ kN}$)-Stahlbeton

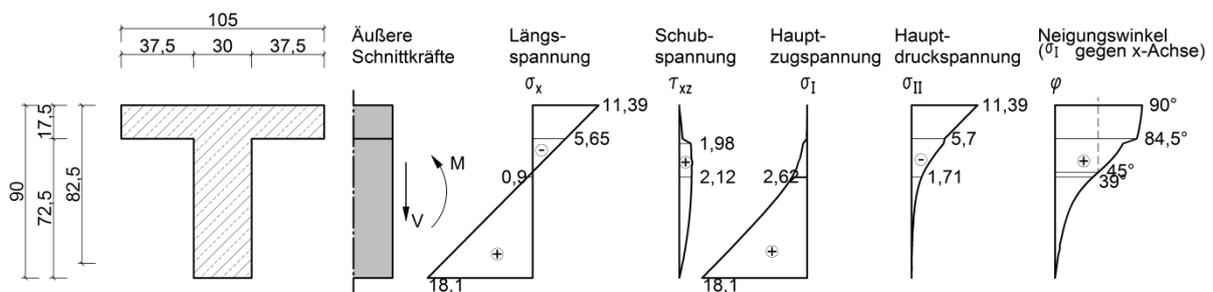


Bild 2-4: Spannungen in einem T – Querschnitt bei Querkraftbiegung nach der technischen Biegetheorie (Schnitt I-I) – Stahlbeton

Balken mit Vorspannung

Infolge der Vorspannung $\sigma_{x,p}$ entstehen in vorgespannten Bauteilen Längsdruckkräfte, die die Größe und den Verlauf der Hauptspannungen verändern. Die Neigung der Hauptdruckspannungen σ_2 gegenüber der Balkenachse wird flacher, die Hauptzugspannungen σ_1 verlaufen entsprechend steiler (Bild 2-5). Die Hauptzugspannungen σ_1 werden kleiner. Ihr Maximalwert tritt nicht mehr zwangsläufig am Querschnittsrand auf. (Bild 2-22).

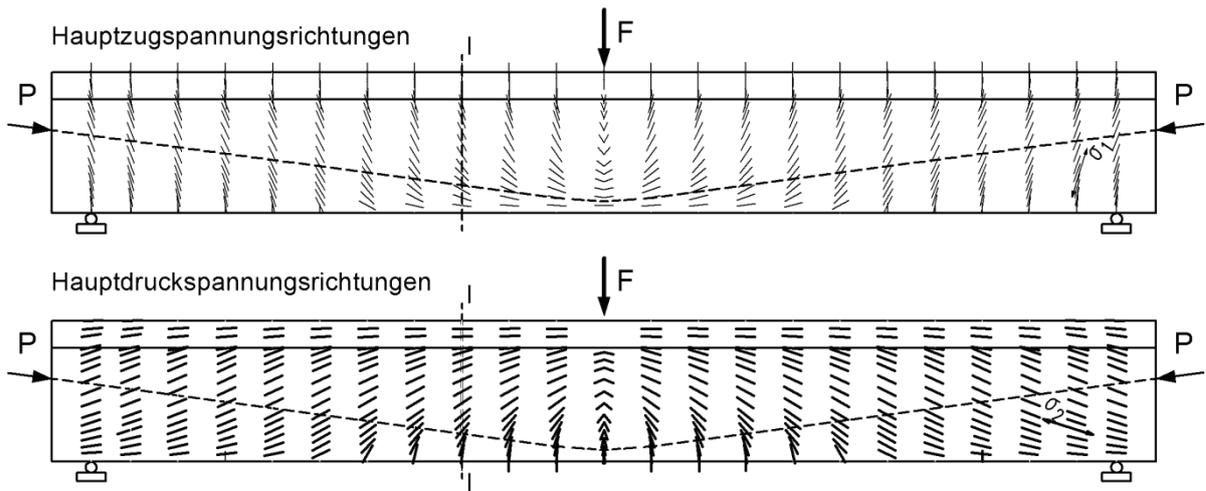


Bild 2-5: Hauptspannungstrajektorien eines homogenen Balkens unter einer Einzellast – Spannbeton

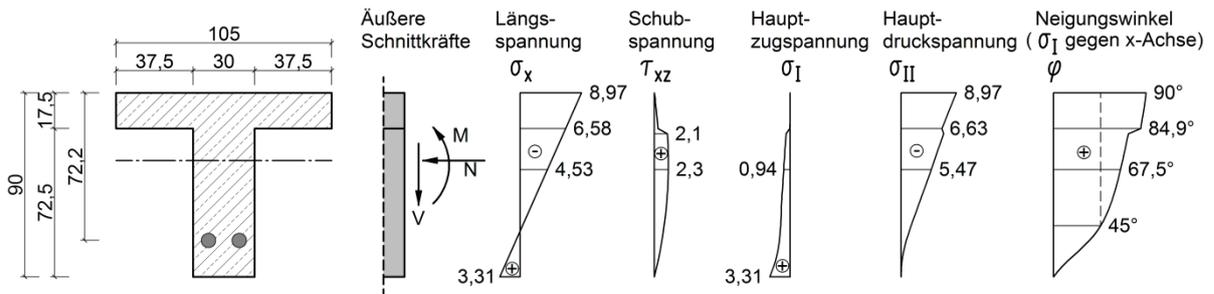


Bild 2-6: Spannungen in einem ungerissenen T – Querschnitt bei Querkraftbiegung mit Längskraft nach der technischen Biegetheorie unter $F = 1000$ kN im Schnitt I-I – Spannbeton

Bemessung im ungerissenen Zustand I

Die Tragfähigkeit für Querkraft eines ungerissenen Spannbetonbauteils wird durch den Versagensmechanismus „Schubzugbruch“ begrenzt.

$$\sigma_{1,\max} \leq f_{ct} \quad (2.12)$$

$$|\sigma_{2,\min}| \leq f_c \quad (2.13)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xz}^2} = f_{ct} \quad (2.14)$$

Schwerlinie: $\frac{M_y}{I_y} \cdot z = 0$

Wegen des Entfalls der Anteile aus Biegung in Höhe der Schwerlinie gilt für die Längsspannung σ_x

$$\sigma_x(z=0) = \frac{N}{A} = -\frac{P}{A} = \sigma_c \quad (2.15)$$

Gl. (2.5) und (2.15) in Gl. (2.14) eingesetzt liefert mit den Bemessungswerten V_{Ed} , σ_{cd} und f_{ctd} anstelle von V_z , σ_c und f_{ct} sowie mit der Identitätsbedingung $V_{Ed} \equiv V_{Rd,ct}$

$$V_{Rd,ct} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 - \sigma_{cd} \cdot f_{ctd}} \quad (2.16)$$

Dabei ist

σ_{cd} der Bemessungswert der Betonlängsspannung in Höhe der Schwerlinie des Querschnitts mit $\sigma_{cd} = \frac{N_{Ed}}{A_c}$ [N/mm²]

N_{Ed} der Bemessungswert der Längskraft im Querschnitt infolge äußerer Einwirkungen oder Vorspannung

I Trägheitsmoment des Querschnitts I_y

S Flächenmoment 1. Grades $S_y(z=0)$

f_{ctd} der Bemessungswert der Betonzugfestigkeit mit $f_{ctd} = \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c}$; $\gamma_c=1,8$

b_w Breite des Stegs $b(z)$

Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit von ungerissenen Spannbetonbauteilen im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN 1045-1, 10.3.3 (2) bzw. DIN-Fachbericht 102, 4.3.2.3 für vorwiegend ruhende Belastung wird über die Begrenzung der Hauptzugspannungen σ_1 mit der vereinfachenden Annahme, dass die Hauptzugspannungen ihr Maximum in der Nulllinie (im ZSt I = Schwerlinie) des Querschnitts erreichen, hergeleitet:

$$\sigma_1 \leq f_{ctd} \quad (2.17)$$

Die Gleichung (2.16) darf nur bei vorwiegend ruhender Belastung angewendet werden.

2.2 Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung (Zustand II)

2.2.1 Tragverhalten

Sobald beim Stahlbetonbalken am gezogenen Rand die Betonzugfestigkeit f_{ct} überschritten wird, bilden sich Biegerisse. Mit steigender Belastung, wenn die Hauptzugspannungen σ_1 im Steg ebenfalls die Betonzugfestigkeit f_{ct} überschreiten, entstehen Risse (Schubrisse) mit einer Neigung von $\beta \approx 40^\circ$ gegen die Bauteilachse, rechtwinklig zu σ_1 . Damit verliert die technische Biegelehre mit linearer Spannungsverteilung ihre Gültigkeit. Bei idealer Anordnung der Bewehrung in Richtung der Hauptzugspannungen (Bild 2-3) könnten die unmittelbar vor der Rissbildung vom Beton aufgenommenen Zugkräfte (Resultierende aus den σ_1 Spannungen) unmittelbar nach der Rissbildung von dieser aufgenommen werden. Da das aber aus baupraktischen Gründen nicht zweckmäßig ist, wird Querkraftbewehrung senkrecht zur Stabachse eingebaut. Damit findet eine innere Kräfteumlagerung auf die Querkraftbewehrung und die geneigten Betondruckstreben statt, wobei sich ein neues fachwerkartiges Tragsystem bildet (Bild 2-7), wie es erstmals von RITTER vorgeschlagen wurde.

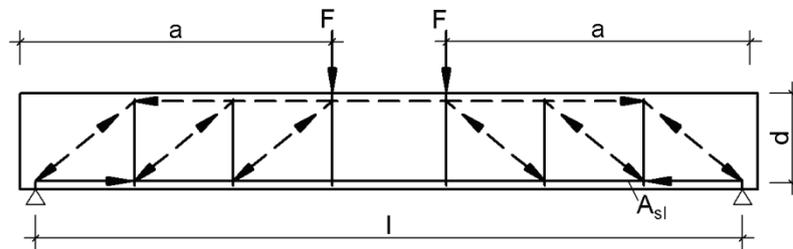


Bild 2-7: Fachwerkwirkung

Bei gedungenen Balken und auflagnahen Einzellasten, d.h. bei kleiner Schubschlankheit a/d , nimmt die Querkrafttragfähigkeit stark zu. Dies ist die Folge der Umlagerung der Kräfte in ein Sprengwerk mit einer direkten Abstützung der Last über eine ausreichend steile Druckstrebe auf das Auflager (Bild 2-8). Bei ansteigender Schubschlankheit a/d geht die Tragwirkung in die Fachwerkwirkung über.

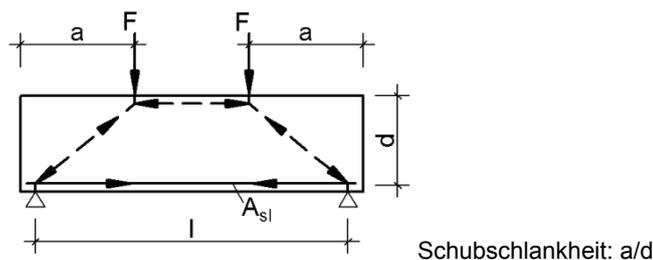


Bild 2-8: Sprengwerkwirkung

2.2.2 Stegfachwerk

Das Tragmodell im Zustand II bei nicht gedungenen Balken im Bereich mit geneigten Schubrisse wird mit einem Fachwerkmodell beschrieben. Diese Modellvorstellung des Kraftflusses mit diagonalen Druckstreben zwischen den geneigten Rissen (Beton) und Zugstreben (Querkraftbewehrung) wird erstmals von RITTER [72] 1899 (in Anlehnung an HENNEBIQUE) vorgeschlagen.

Fachwerkmodell nach RITTER

Das Fachwerkmodell nach RITTER ist charakterisiert durch parallele Zug- und Druckgurte (F_c , F_s), eine Druckstrebenneigung θ im Steg entsprechend der Neigung der Hauptdruckspannungstrajektorien in Höhe der Nulllinie unter 45° , sowie durch Zugstreben der Querkraftbewehrung unter einem Winkel α zwischen 45° und 90° .

Klassische Fachwerkanalogie nach MÖRSCH, Spannungsfeldmodelle

Durch Anordnung mehrerer Bügel bildet sich ein statisch unbestimmtes Netzfachwerk, welches aber mit der Fachwerkanalogie nach MÖRSCH (1908) als eine Überlagerung von einzelnen statisch bestimmten Fachwerken, die gegeneinander versetzt sind, angesehen werden kann. Bild 2-9 zeigt die Traganteile an einem Ausschnitt eines Netzfachwerks (dreifaches Fachwerk) bei Anordnung einer vertikalen Querkraftbewehrung.

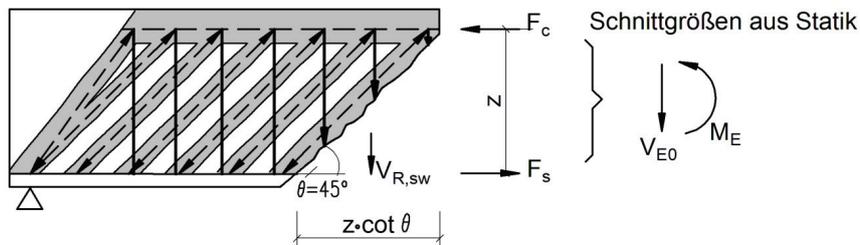


Bild 2-9: Traganteile am Netzfachwerk aus diagonalen Druckstreben zwischen den geneigten Rissen und vertikalen Zugstreben ($\alpha = 90^\circ$) nach der klassischen Fachwerkanalogie nach MÖRSCH

Die gesamte Querkraftbeanspruchung V_{E0} wird ausschließlich durch das Netzfachwerk abgetragen (Bild 2-9). Die Bügel werden dabei für die volle Querkraftbeanspruchung bemessen.

$$V_{E0} = V_R \quad (2.18)$$

mit

$$V_R = V_{R_{sw}} = a_{sw} \cdot \sigma_{sw} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (2.19)$$

Dabei ist $V_{R_{sw}}$ die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung.

Wenn die Kräfte in den Druck- und Zugstreben des Netzfachwerks nach MÖRSCH in den sich wiederholenden Abschnitten der Länge $z \cdot \cot \theta$ verschmiert werden, gelangt man zu den „Spannungsfeldern“. Die Zug- und Druckspannungsfelder verlaufen in Bereichen, wo die Bernoulli-Hypothese ausreichend genau erfüllt ist, parallel (B-Bereiche, Bild 2-10). Lediglich in den Auflagerbereichen sowie in Bereichen mit Einzellasten, wo das Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr vorausgesetzt werden kann, ergeben sich fächerartige Spannungsfelder (D-Bereiche).

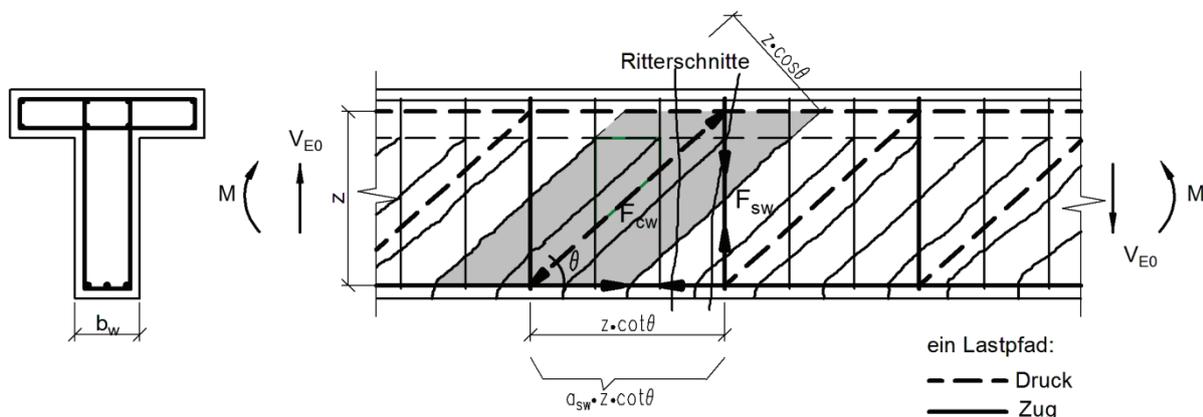


Bild 2-10: Spannungsfelder in B-Bereichen bei vertikaler Bügelanordnung

Das Zusammenfassen und Bündeln der Spannungsfelder in den B-Bereichen zu Resultierenden führt uns wieder auf das statisch bestimmte Fachwerk nach RITTER (Bild 2-10).

Nachfolgend werden die Beziehungen der Einfachheit halber für den in der Praxis häufig vorkommenden Fall einer vertikalen Bügelanordnung angeschrieben. Die Stäbe können nach den Gleichgewichtsbedingungen mit zwei Ritterschnitten berechnet werden (Bild 2-10).

$$F_{cw} = \frac{V_{E0}}{\sin \theta} \quad \text{bzw.} \quad F_{sw} = V_{E0} \quad (2.20)$$

Wenn F_{cw} auf die Druckstrebenbreite $z \cdot \cos \theta$ bzw. F_{sw} auf die in der Abschnittslänge der Spannungsfelder enthaltenen Bewehrungsmenge $a_{sw} \cdot (z \cdot \cot \theta)$ bezogen wird (Bild 2-9), ergeben sich die Spannungen zu:

$$\sigma_{cw} = \frac{F_{cw}}{b_w \cdot z \cdot \cos \theta} = \frac{V_{E0}}{b_w \cdot z \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta} \quad (2.21)$$

$$\sigma_{sw} = \frac{F_{sw}}{a_{sw} \cdot z \cdot \cot \theta} = \frac{V_{E0}}{a_{sw} \cdot z \cdot \cot \theta} \quad (2.22)$$

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) gilt die Identitätsbedingung $V_{E0} \equiv V_R$. Mit der Annahme eines ausgenutzten Querschnitts mit $\sigma_{sw} = f_{yw}$ oder $\sigma_{cw} = \alpha_c \cdot f_c$ ergibt sich der

Querkrafttragwiderstand der Druck- und Zugstrebe zu

$$V_{R,\max} = b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_c \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta = \frac{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_c}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.23)$$

$$V_{Rsw} = a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (2.24)$$

Wird in Gl. (2.24) für die Druckstrebenneigung $\theta = 45^\circ$ eingesetzt, führt dies zu den Ergebnissen des Netzfachwerks nach MÖRSCH.

Bei Trägern mit *veränderlicher Höhe* schlug MÖRSCH [64] bereits 1912 vor, die Querkraft um den Vertikalanteil V_{cc} des geeigneten Druckgurt zu reduzieren (Bild 2-11).

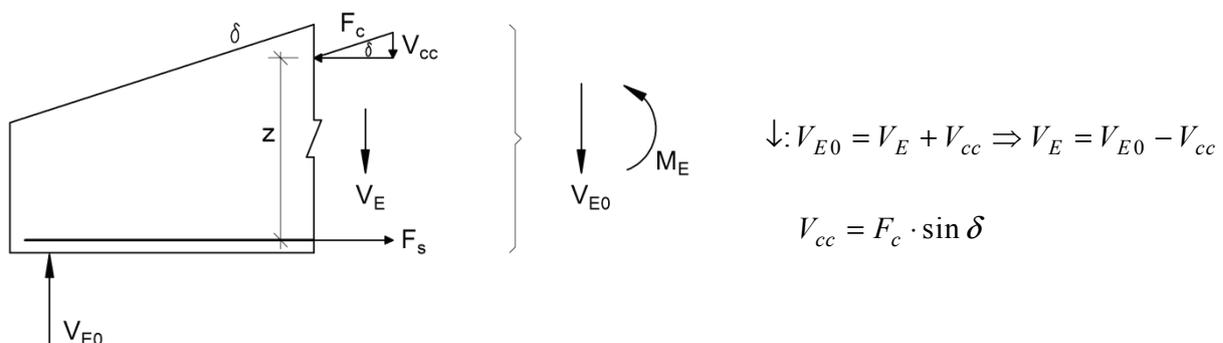


Bild 2-11: Traganteile nach MÖRSCH bei veränderlicher Querschnittshöhe unter positiven Biegemomenten

2.2.3 Betontraganteil

2.2.3.1 Allgemeines

Die nach MÖRSCH ermittelte Querkraftbewehrung liegt teilweise sehr auf der sicheren Seite, wie LEONHARDT & WALTHER [55] mit ihren „Stuttgarter Schubversuchen“ (1963) an Stahlbetonträgern feststellten. Die in den Versuchen gemessenen Spannungen in den Bügeln waren deutlich kleiner als die rechnerisch ermittelten Werte nach MÖRSCH (Bild 2-12).

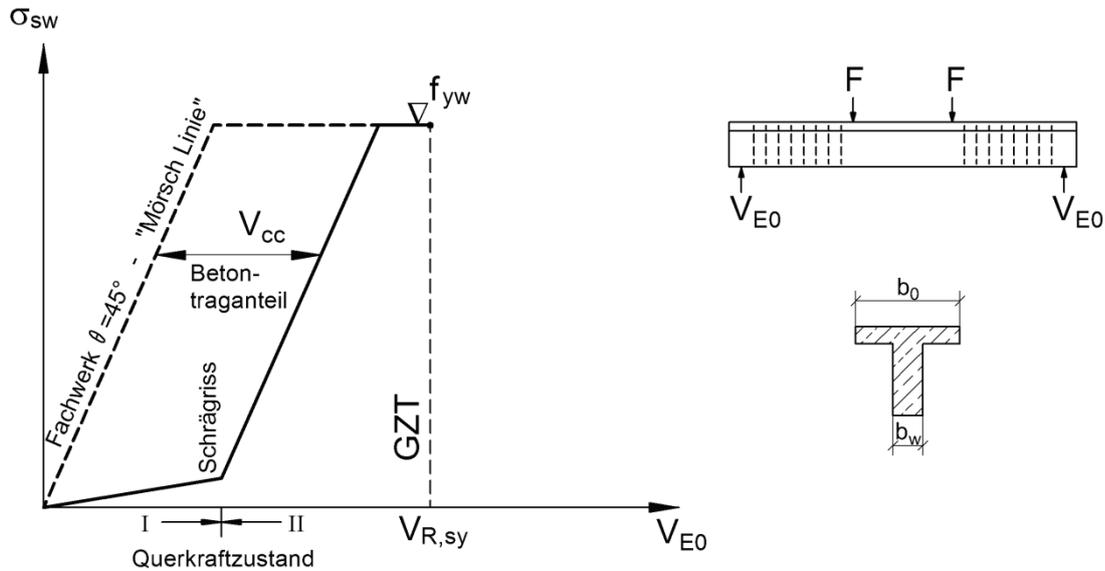


Bild 2-12: Charakteristische Spannungsentwicklung σ_{sw} in den Bügeln in Abhängigkeit von der Querkraft

Daraus folgerte LEONHARDT, dass über die Fachwerkwirkung hinaus ein zusätzlicher Betontraganteil bei der Querkraftabtragung beteiligt sein muss.

LEONHARDT & WALTHER, 1963 [55] zeigten zudem einen geometrischen Einfluss auf den Betontraganteil, indem sie Versuche an Stahlbetonbalken mit unterschiedlichen Querschnittsformen durchführten. Es zeigte sich dabei ein deutlicher Einfluss aus dem Verhältnis b_0 / b_w (Bild 2-13).

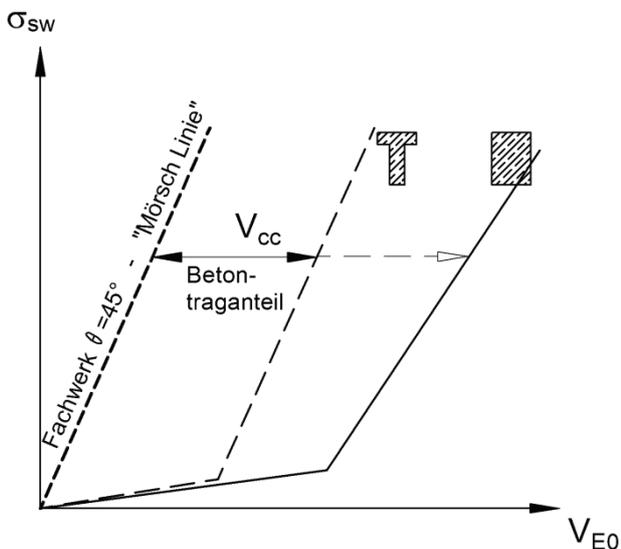


Bild 2-13: Einfluss der Querschnittsform auf die Bügelspannungen nach [55]

Nach 1963 haben viele Forscher versucht, den Betontraganteil mechanisch zu begründen. Dabei sind die einzelnen Tragmechanismen wie *Rissverzahnung*, *Querkraftabtragung durch die Druckzone* und *Dübelwirkung der Biegezugbewehrung* zwar allgemein akzeptiert, über ihren quantitativen Anteil an der Querkraftabtragung gibt es allerdings immer noch kontroverse Ansichten.

Zudem ist man sich über die Verfahren zur Berücksichtigung dieser Anteile bei der Querkraftbemessung uneins. So haben sich im Wesentlichen zwei Verfahren herausgebildet:

- Verfahren mit expliziter Anrechnung eines Betontraganteils.
- Verfahren mit variabler Druckstrebenneigung: Die Druckstrebenneigung θ wird flacher angesetzt als die Schubrissneigung β_r .

2.2.3.2 Rissverzahnung

GAMBOROVA, 1981 [36], KUPFER et. al., 1983 [47], REINECK, 1990 [70] modellierten das Schubrissbild und berücksichtigten dabei Rissverzahnungskräfte auf der Grundlage kinematischer Beziehungen und der Arbeiten von WALRAVEN [77] (Bild 2-14), um den zusätzlichen Traganteil des Betons auf dieser Grundlage mechanisch zu erfassen (Bild 2-16).

Infolge der Rissreibung werden Kräfte normal (N_{cr}) und tangential (T_{cr}) zu Rissoberfläche hervorgerufen, so dass sich insgesamt aus der Rissreibung eine Vertikalkraft V_{cr} ergibt, die bei der Querkraftbemessung als Betontraganteil berücksichtigt wird. Die Rissreibungskräfte sind abhängig von der Rissöffnung w und der Rissgleitung v .

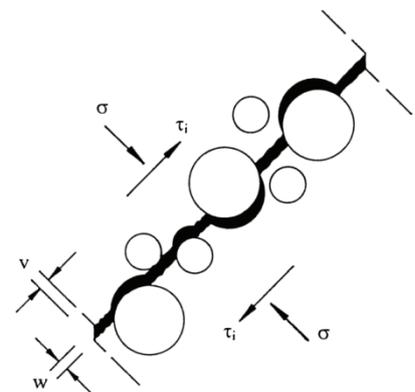
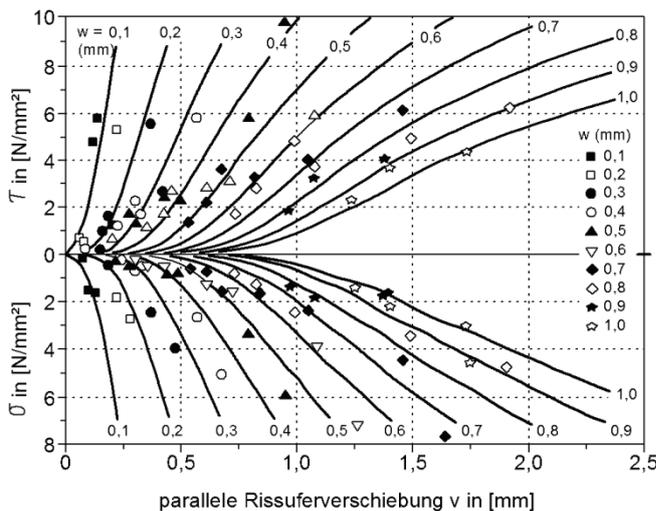
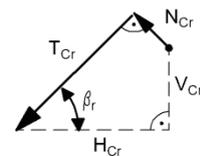
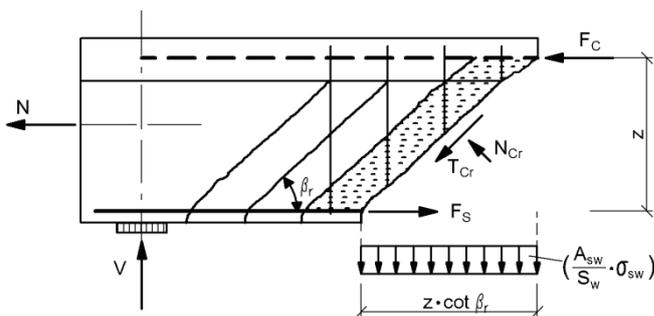
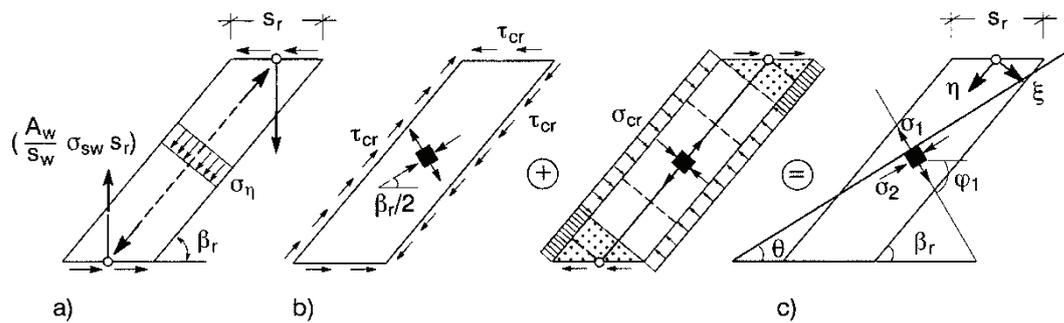


Bild 2-14: Versuchsergebnisse nach WALRAVEN [77], τ und σ in Abhängigkeit von v und w



Kräfte infolge Rissreibung

Bild 2-15: Endauflagerbereich mit angreifenden Kräften mit Schnittführung entlang eines Biegeschubriss



- a) einachsiger Druck im Spannungsfeld zwischen den Rissen durch Bügelkräfte
 b) Schub- und Druckspannungszustand infolge der Rissreibungskräfte
 c) superponierter Spannungszustand mit $\theta < \beta_r$

Bild 2-16: Spannungszustände im Beton zwischen den Rissen nach REINECK [70]

HEGGER & GÖRTZ [38] zeigten dagegen anhand von Versuchen und numerischen Berechnungen, dass sich Schubriss im Bruchzustand *abhängig vom Schubbewehrungsgrad* ρ_w soweit öffnen, dass die Rissreibungskräfte ausfallen und damit der Betontraganteil $V_{R,c}$ bei der Querkraftabtragung ausschließlich auf den Traganteil der Betondruckzone zurückzuführen ist.

2.2.3.3 Querkraftabtragung in der Druckzone

LEONHARDT & WALTHER, 1963 [55] stellten anhand weiterer Versuche den starken Einfluss des Längsbewehrungsgrades fest. Je höher der Längsbewehrungsgrad ρ_l war, umso kleiner waren unter sonst gleichen Bedingungen die gemessenen Bügelspannungen σ_{sw} .

Die Höhe des Längsbewehrungsgrades bestimmt die Höhe der Druckzone x , da das Gleichgewicht der inneren Kräfte gilt, wonach bei Biegung ohne Längskraft die Biegezugkraft gleich der Biegedruckkraft ($F_s = F_c$) ist. Je größer A_{sl} , umso größer ist F_s und damit auch F_c . Mit wachsendem F_c nimmt die Biegedruckzonenhöhe x zu.

Daraus folgerte LEONHARDT eine wesentliche Beteiligung der Druckzone bei der Querkraftabtragung in Form eines geneigten Druckgurtes. KANI 1969 [41], LEONHARDT 1977 [52], MUTTONI 1990 [66], KOTSOVOS 1993 [45], [46], SPECHT & SCHOLZ, 2007 [74] entwickelten entsprechende mechanische Modelle, die das parallelgurtige Fachwerk nach MÖRSCH mit einem geneigten Druckgurt modifizierten bzw. mit einem Bogenmodell überlagerten.

Beim Sprengwerkmodell oder Bogen-Zugband-Modell für die Querkraftabtragung in Bauteilen ohne Querkraftbewehrung im Zustand II ist der Druckgurt geneigt und trägt damit die Querkraft über die Vertikalkomponente des Druckgurtes zum Auflager. D.h. die inneren Kräfte lagern sich soweit um, bis sich im Bruchzustand als Haupttragwirkung bei Gleichlasten ein Bogen mit Zugband bzw. bei Einzellasten ein Sprengwerk einstellt (Bild 2-17). Diese Umlagerung setzt allerdings eine entsprechend große Verformbarkeit des Bauteils voraus. Insbesondere für den Werkstoff Beton ist das plastische Verformungsvermögen nur begrenzt vorhanden. Daher können sich die Tragmechanismen Sprengwerk bzw. Bogen-Zugband nicht beliebig einstellen (MUTTONI [66]).

HEGGER & GÖRTZ [38] konnten den von LEONHARDT festgestellten starken Einfluss des Längsbewehrungsgrades bestätigen.

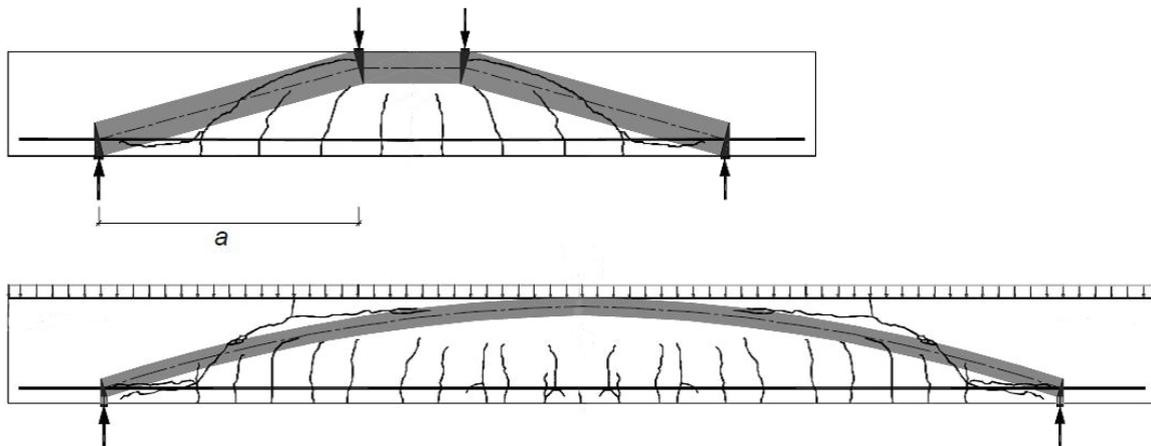


Bild 2-17: Sprengwerk bzw. Bogen-Zugband-Model in Überlagerung mit Rissbildern im Bruchzustand aus [55]

ZINK [79] bestimmte 2000 für Bauteile ohne Querkraftbewehrung durch Integration der Schubspannungen in der ungerissenen Druckzone deren Querkrafttragfähigkeit. In der Biegedruckzone wirken Längsspannungen σ_x und parabelförmig verteilte Schubspannungen. Die Hauptzugspannung in der Risswurzel beträgt $\sigma_1 = f_{ct}$. Sie ist bei Biegung ohne Längskraft um 45° gegen die Stabachse geneigt (Bild 2-6). Die zugehörige Längsspannung σ_x an der Grenze zwischen Zug- und Druckzone ist Null. Die maximale Schubspannung τ_{xz} in Höhe der neutralen Faser entspricht damit der zentrischen Zugfestigkeit des Betons (Bild 2-18).

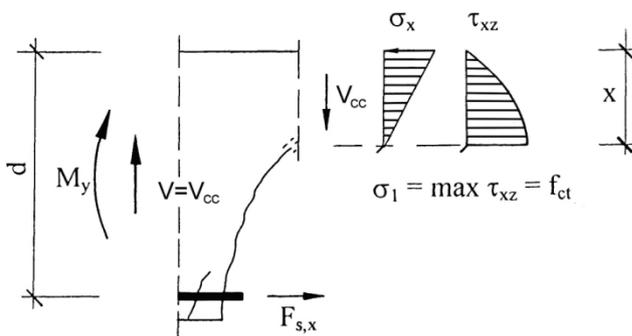


Bild 2-18: Spannungsverteilung in der Druckzone nach ZINK [79].

Nulllinie: $\sigma_x = 0$, $\tau_{xz} = \max \tau_{xz}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sigma_1 &= \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \cdot \tau_{xz}^2} \\ &= 0 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{0 + 4 \cdot \max \tau_{xz}^2} = \max \tau_{xz} \leq f_{ct} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Damit ergibt sich der maximal von der Biegedruckzone getragene Querkraftanteil V_{cc} wie folgt:

$$V_{cc} = \int_0^x \tau_{xz} \cdot b \cdot dz = \frac{2}{3} \cdot x \cdot b \cdot \max \tau_{xz} = \frac{2}{3} \cdot \xi \cdot d \cdot b \cdot f_{ct} \quad ; x = \xi \cdot d \quad (2.26)$$

Der maximal mögliche Traganteil der Biegedruckzone zur Aufnahme der Querkraft wird also bei diesem Modell durch die *Betonzugfestigkeit* begrenzt.

2.2.3.4 Dübelwirkung der Biegezugbewehrung

Die Einflüsse aus Dübelwirkung der Biegezugbewehrung auf die Querkrafttragfähigkeit sind im Allgemeinen vernachlässigbar klein [5]. Daher wird hier auf eine Erläuterung der Tragwirkungen verzichtet.

2.2.4 Verfahren mit expliziter Anrechnung eines Betontraganteils

Bei dem Verfahren mit expliziter Anrechnung eines Betontraganteils wird ein Betontraganteil $V_{R,c}$ additiv mit dem durch die Querkraftbewehrung aufzunehmenden Traganteil V_{Rsw} überlagert.

2.2.4.1 Erweiterte Fachwerkanalogie nach LEONHARDT

LEONHARDT schlug zur wirklichkeitsnäheren Querkraftbemessung vor, die klassische Fachwerkanalogie durch Angabe eines empirisch ermittelten, expliziten Betontraganteils $V_{R,c}$ zu erweitern (erweiterte Fachwerkanalogie).

$$V_{E0} = V_{R,sv} = V_{Rsw} + V_{R,c} \quad (2.27)$$

Mechanisch erklärte er das gegenüber der klassischen Fachwerkanalogie nach MÖRSCH günstigere Tragverhalten durch einen geneigten Druckgurt und durch flacher als 45° geneigte Druckstreben.

Dieses Modell bildete eine der Grundlagen für die Nachweise mit verminderter Schubdeckung der früheren Stahlbetonnormen DIN 1045, Ausgaben 1972 [15], 1978 [16], und 1988 [17] und findet heute noch in internationalen Normen (z.B. [9], [3]) Anwendung.

2.2.4.2 Modified Compression Field Theory

Ein weiteres anerkanntes Modell mit expliziter Anrechnung eines Betontraganteils zuzüglich des Traganteils V_{Rsw} durch die Querkraftbewehrung ist die Modified Compression Field Theory (MCFT) von VECCHIO & COLLINS 1986 (Vgl. [10], [11], [6], [7]), die in den Model Code 2010 [63] Level III und in die kanadische Norm [13] sowie in die amerikanische Brückennorm [1] übernommen wurde.

Der Ansatz nach MCFT berücksichtigt neben dem Gleichgewicht auch die Verträglichkeitsbedingungen des *Druckfeldes* über die Druckstrebenneigung θ . Die Neigung der Druckstrebe ist abhängig von der Längs- und Querdehnung des Druckfeldes. Außerdem wurden bei der Formulierung des Gleichgewichts an einem gerissenen Stahlbetonelement die mehraxialen Werkstoffgesetze des Stahlbetons berücksichtigt.

Gemäß Model Code 2010 setzt sich der Querkraftwiderstand V_R additiv aus den Traganteilen des Betons $V_{R,c}$ und der Querkraftbewehrung V_{Rsw} sowie einer evtl. vorhandenen Wirkung aus der Vorspannung V_p zusammen.

$$V_R = V_{R,c} + V_{Rsw} + V_p \quad (2.28)$$

Bügelbewehrung wird statisch nur erforderlich, wenn die einwirkende Querkraft V_E den Betontraganteil $V_{R,c}$ übersteigt. Dabei ist

$$V_{R,c} = k_v \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot z \cdot b_w \quad \text{der Betontraganteil,} \quad (2.29)$$

$$V_{Rsw} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{yw} \cdot \cot \theta \quad \text{der Traganteil der Querkraftbewehrung} \quad (2.30)$$

mit

$$k_v = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)} \quad (\text{für Bauteile mit Querkraftbewehrung}) \quad (2.31)$$

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \varepsilon_x \quad (2.32)$$

Dabei sind

- ε_x Längsdehnung in halber Querschnittshöhe bei Spannbetonbauteilen und zugehörigem einwirkenden Moment.
- z innerer Hebelarm
- b_w Stegbreite

Die Interaktion von Biegemoment und Querkraft wird also über die Längsdehnung ε_x bei der Druckstrebenneigung θ und dem Betontraganteil $V_{R,c}$ berücksichtigt. Mit zunehmender Längsdehnung nimmt aufgrund der angenommenen größeren Schubrissbreiten und dem damit verbundenen Abfall der Rissreibung der Betontraganteil ab. Aus den Gleichungen (2.29) und (2.31) geht dieser Effekt hervor.

Der Betontraganteil wird hier also nicht, wie beispielsweise in DIN 1045-1 [19] und DIN-FB 102 [21] indirekt durch gegenüber den Schubrissen flacher geneigten Druckstreben berücksichtigt.

2.2.5 Verfahren mit variabler Druckstrebenneigung

2.2.5.1 Plastizitätstheorie

THÜRLIMANN et.al. [75], [76] entwickelten auf der Grundlage der Plastizitätstheorie ein Verfahren mit variabler Druckstrebenneigung, wonach die Druckstrebenneigung θ nach freier Wahl verändert werden darf.

Gemäß dem statischen Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie

„Ein Belastungssystem, das zu einem statisch zulässigen Spannungszustand (Gleichgewichtszustand) gehört, ergibt einen unteren Grenzwert der Traglast eines Systems. Voraussetzung ist hierbei, dass die Fließbedingung nicht verletzt wird“

ist die Tragfähigkeit des Fachwerks unter der Beanspruchung V_{E0} erreicht, wenn der Tragwiderstand der Druckstrebe $V_{R,max}$ und der Zugstrebe $V_{R,sy}$ gleichzeitig erreicht ist:

$$V_{E0} \equiv V_{R,max} = V_{R,sy} \quad (2.33)$$

Dies bedeutet, dass die Neigung θ der Druckstreben frei gewählt werden kann, wobei der Risswinkel β_r unterschritten werden darf (Bild 2-19).

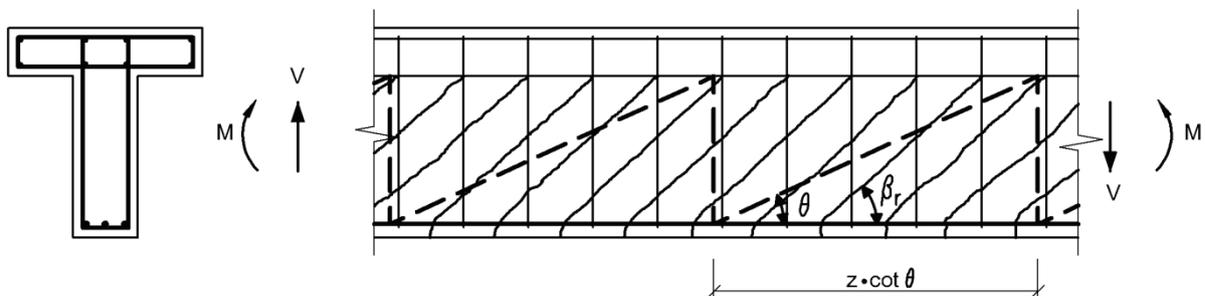


Bild 2-19: Fachwerk mit vertikaler Bügelanordnung ($\alpha=90^\circ$); $\theta < \beta_r$

Diese Bedingung, welche die unbegrenzte Rotationsfähigkeit der Druckstreben voraussetzt und mit der eine entsprechend große Abminderung der ausnutzbaren Druckstrebenfestigkeit einhergeht, führt auf den Plastizitätskreis.

Für ein Fachwerk mit vertikaler Bügelanordnung (Bild 2-19) erhält man mit nachfolgend aufgeführten, bezogenen Größen und der Identitätsbedingung $V_E \equiv V_R$, sowie Gl. (2.23)

$$v_{E0} \equiv v_{R,\max} = \frac{V_{R,\max}}{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_c} = \frac{1}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.34)$$

$$v_{E0} \equiv v_{R, sy} = \frac{V_{R, sy}}{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_c} = \frac{a_{sw}}{b_w} \cdot \frac{f_{yw}}{z \cdot \alpha_c \cdot f_c} \cdot z \cdot \cot \theta = \omega_w \cdot \cot \theta \quad (2.35)$$

mit

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s_w \cdot b_w} = \frac{a_{sw}}{b_w} \quad (\text{geometrischer Bewehrungsgrad}) \quad (2.36)$$

$$\omega_w = \frac{a_{sw}}{b_w} \cdot \frac{f_{yw}}{\alpha_c \cdot f_c} \quad (\text{mechanischer Bewehrungsgrad}). \quad (2.37)$$

Durch das Umstellen der Gl. (2.35) nach $\cot \theta$ und Einsetzen in Gl. (2.34) folgt

$$v_{E0} = v_{R,\max} = \frac{1}{\frac{v_{E0}}{\omega_w} + \frac{\omega_w}{v_{E0}}} = \frac{\omega_w \cdot v_{E0}}{v_{E0}^2 + \omega_w^2} \quad (2.38)$$

die Gleichung des Plastizitätskreises.

$$\omega_w = v_{E0}^2 + \omega_w^2 \quad (2.39)$$

Aus der zeichnerischen Darstellung des Plastizitätskreises (Bild 2-20) lässt sich für mögliche Druckstrebenneigung $\theta \leq 45^\circ$ bei maximaler Ausnutzung der Druckstrebe die zugehörige Bewehrung

$$a_{sw} = \omega_w \cdot b_w \cdot \frac{\alpha_c \cdot f_c}{f_{yw}} \quad (2.40)$$

leicht ablesen. Die maximale Querkrafttragfähigkeit $v_{R,\max} = 0,5$ erhält man für $\theta = 45^\circ$.

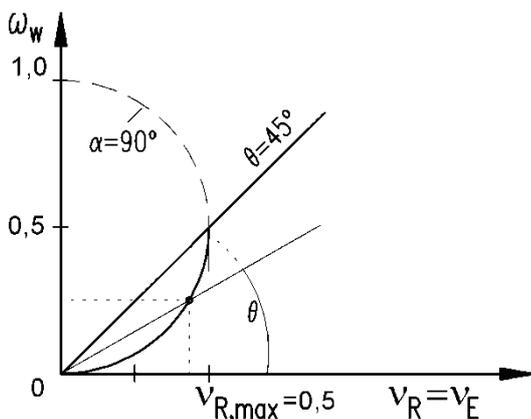


Bild 2-20: Plastizitätskreis für $\alpha = 90^\circ$

Bei Verfahren mit variabler Druckstrebenneigung auf der Grundlage der Plastizitätstheorie wird eine untere Grenze der Druckstrebenneigung beliebig gewählt, wie z.B. im aktuellen EC2 [23] zwischen $21,8^\circ$ und 45° ($2,5 \geq \cot \theta \geq 1,0$). Die obere Grenze ergibt sich aus der Wirtschaftlichkeit, da bei größer als 45° geneigten Druckstreben die Tragfähigkeit bei wachsender erforderlicher Bewehrungsmenge abnimmt (Bild 2-20).

2.2.5.2 Fachwerkmodelle mit Rissreibung

Einschränkungen bei der Anwendung der Plastizitätstheorie ergeben sich aus der Tatsache, dass im Stahlbetonbau nur eine begrenzte Rotationsfähigkeit der Druckstreben möglich ist. Mit großen Stahldehnungen sind große Rissöffnungen verbunden, über die ab einer bestimmten Breite die Druckstrebenkräfte nicht mehr übertragen werden können. Demzufolge wird die untere Grenze für die Druckstrebenneigung nicht beliebig, sondern durch die Tragfähigkeit der Rissreibung bestimmt (KUPFER et. al. [47], REINECK [70]). Die Modelle, die die Gesetzmäßigkeiten der Rissreibung bei der Formulierung der Querkrafttragfähigkeit berücksichtigen werden als „Fachwerkmodelle mit Rissreibung“ bezeichnet.

In DIN 1045-1 [18] und DIN-FB 102 [20], [21] wird ein Fachwerkmodell mit Rissreibung benutzt, das auch im Nationalen Anhang zum EC2 [31] die Grundlage der Querkraftbemessung bildet. Nach REINECK [70] wird abweichend vom Plastizitätskreis die untere Grenze der Druckstrebenneigung aufgrund von Verträglichkeitsbedingungen unter Berücksichtigung der Rissverzahnungskräfte bestimmt.

Die Querkrafttragfähigkeit $V_{R,sy}$ eines Fachwerks mit einer Druckstrebenneigung entsprechend der Schubrissneigung β_r und zusätzlicher Berücksichtigung der Rissverzahnungskräfte V_{cr} beträgt:

$$V_{R,sy} = V_{sw} + V_{cr} = a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z \cdot \cot \beta_r + V_{cr} \quad (2.41)$$

Die Gl. (2.41) beinhaltet also, wie auch die erweiterte Fachwerkanalogie nach LEONHARDT, die Addition eines Fachwerktraganteils durch die Bügelbewehrung (Zugkraft in den Bügeln V_{Rsw})

$$V_{sw} = a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z \cdot \cot \beta_r \quad (2.42)$$

und eines Betontraganteils V_{cr} .

In DIN 1045-1 [18] und DIN-FB 102 [20], [21] sowie im Nationalen Anhang (NA) zum EC2 [31] ergibt sich der Fachwerktraganteil V_{Rsw} aus einem parallelgurtigen Fachwerk mit 40° geneigten Druckstreben ($\cot \beta_r = 1,2$). Der Betontraganteil ist hier, der über Rissreibung in den Schrägrissen übertragene Traganteil V_{cr} . Infolge einer Gleitung v der Rissufer werden aufgrund ihrer Rauigkeit Rissverzahnungskräfte normal und tangential zur Rissoberfläche geweckt (Bild 2-14). Aus der Rissreibung ergibt sich insgesamt eine Vertikalkraft V_{cr} (Bild 2-15), die nach REINECK [70] bei der Querkraftbemessung zusätzlich zur Fachwerktragwirkung berücksichtigt wird.

Wird bei gleicher Querkrafttragfähigkeit die Beziehung für ein äquivalentes Fachwerk mit fiktiver Druckstrebenneigung θ angeschrieben

$$V_{R,sy} = a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (2.43)$$

ergibt sich durch Gleichsetzen mit Gl. (2.41):

$$\cot \theta = \cot \beta_r + \frac{V_{cr}}{a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z} \quad (2.44)$$

Werden keine Rissverzahnungskräfte aktiviert ($V_{cr} = 0$), müssen die Druckstreben parallel zu den Rissen verlaufen ($\theta = \beta_r$). Durch Berücksichtigung der Kräfte infolge Rissreibung ($V_{cr} \neq 0$), sind die Druckstrebenkräfte flacher geneigt als die Schubrisse ($\theta < \beta_r$).

Der Rissneigungswinkel β_r bzw. $\cot \beta_r$ ergibt sich aus der Annahme, dass Schubriss stets senkrecht zu den Hauptzugspannungen verlaufen zu:

$$\cot \beta_r = \frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} \quad (2.45)$$

Damit ergibt sich durch Umstellen der Gl. (2.9) und mit $\sigma_1 = f_{ctm}$

$$\cot \beta_r = \sqrt{1 - \frac{\sigma_x}{f_{ctm}}} \quad (2.46)$$

Diese Gleichung kann für $\sigma_x < 0$ durch eine Gerade angenähert werden,

$$\cot \beta_r = 1,20 - 0,20 \cdot \frac{\sigma_{xd}}{f_{ctm}} \quad (2.47)$$

die in DIN 1045-1 auf f_{cd} bezogen wird:

$$\cot \beta_r = 1,20 - 1,40 \cdot \frac{\sigma_{xd}}{f_{cd}} \quad (2.48)$$

Für Stahlbetonbalken, $\sigma_{xd} = 0$, korrespondiert der Rissneigungswinkel $\beta_r \approx 40^\circ$, $\cot \beta_r = 1,2$ mit Versuchsergebnissen.

Durch Umstellen der Gl. (2.42)

$$a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z = \frac{V_{R, sy} - V_{cr}}{\cot \beta_r} \quad (2.49)$$

und einsetzen in Gl. (2.44) folgt mit der Identitätsbedingung $V_{R, sy} \equiv V_{E0}$

$$\cot \theta = \cot \beta_r + \frac{V_{cr}}{V_E - V_{cr}} \cdot \cot \beta_r = \frac{\cot \beta_r}{1 - V_{cr}/V_{E0}} \quad (2.50)$$

Durch Einsetzen von Gl. (2.48) in Gl.(2.53/2.50) und mit $V_{cr} = V_{Rd,c}$ folgt für die untere Grenze der Druckstrebenneigung die Beziehung nach DIN 1045-1 [18], DIN-FB 102 [20], [21] bzw. NA zum EC2 [31]

$$\cot \theta_{\min} = \frac{1,20 - 1,40 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}}{1 - V_{Rd,c}/V_{Ed}} \quad (2.51)$$

Der Tragwiderstand der Druckstrebe bildet die obere Begrenzung der aufnehmbare Querkraft nach Gl. (2.23). Als Bemessungswert ergibt sich:

$$V_{Rd, \max} = \frac{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.52)$$

Querzugspannungen in den Spannungsfeldern (vgl. Bild 2-16 c) reduzieren die einachsige Druckfestigkeit des Betons, wie Versuche an Stahlbetonscheiben [33], [73], [35] zeigten. Die DIN 1045-1 berücksichtigt

diese Festigkeitsminderung mit $\alpha_c=0,75$. Weitere Abminderungen entstehen durch Differenzwinkel zwischen der Druckstreben- und der Rissneigung. Allerdings müssen diese in DIN 1045-1 im Gegensatz zu EC2 nicht berücksichtigt werden, da sie nach REINECK [70] explizit über die Rissreibungskraft $V_{Rd,c}$ berücksichtigt werden.

Den Betontraganteil $V_{Rd,c}$ ermittelte REINECK aufbauend auf den in Bild 2-14 und Bild 2-15 dargestellten mechanischen Zusammenhängen iterativ. Allerdings wurde $V_{Rd,c}$ durch empirische Anpassung an Versuche [37] für die praktische Anwendung soweit vereinfacht, dass die Abhängigkeit vom Dehnungszustand nicht mehr gegeben ist. Aus diesem Grund ist die Gültigkeit dieses Ansatzes weitestgehend auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) begrenzt.

$$V_{Rd,c} = 0,24 \cdot f_{ck}^{1/3} \left(1 + 1,2 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \cdot b_w \cdot z \quad (2.53)$$

Zusammenfassend stellt Bild 2-21 das Bemessungsverfahren nach DIN 1045-1 auf der Grundlage der Plastizitätstheorie mit Berücksichtigung der Verträglichkeitsbedingung nach REINECK [70] dar. Die untere Grenze für die Druckstrebenneigung (2.41) verläuft hier als Gerade um den Betrag v_{cr} versetzt parallel zur Ursprungsgeraden $v_{R,sy} = \cot \beta_r$ ($\cot \beta_r = 1,2$).

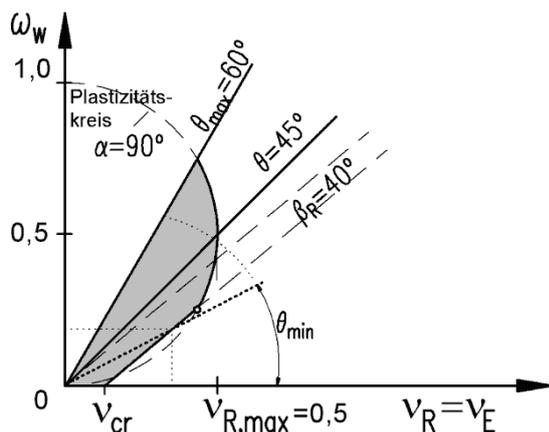


Bild 2-21: Darstellung der maximalen Querkrafttragfähigkeit für Bauteile ohne Längskräfte am Plastizitätskreis

Der Querkraftbemessungsansatz, Fachwerkmodell mit Rissreibung, nach DIN 1045-1 [18] und nach DIN-FB 102 [21] sowie EC2 [30] wurde für die Bemessungspraxis vereinfacht. Er berücksichtigt daher nicht den Dehnungszustand. Die Interaktion zwischen Querkraft und Biegung wird im Wesentlichen nur durch die Überlagerung der Bewehrung erfasst. Anhand dieses Vorgehens werden nicht in jedem Fall die Auswirkungen der Interaktion, die auch günstig sein können, vollständig erfasst.

2.3 Tragverhalten von Spannbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung (Zustand II)

2.3.1 Tragverhalten

Im ungerissenen Zustand werden infolge der Längsvorspannung $\sigma_{x,p}$ die Hauptzugspannungen vermindert. Ihre Neigung gegenüber der Balkenachse wird vergrößert. Der Maximalwert der Hauptzugspannung verschiebt sich bei gegliederten Querschnitten vom Querschnittsrand in den Steg.

Nach der Rissbildung sind die Mechanismen der Querkrafttragwirkung bei Spannbetonbauteilen denen von Stahlbetonbauteilen ähnlich. Die Risse bei Spannbetonträgern verlaufen mit etwa 30° jedoch flacher als bei Stahlbetonbauteilen mit etwa 40° Rissneigung (Bild 2-22). Der Grund hierfür ist die Zunahme der Neigung der Hauptzugspannungen durch die Längsvorspannung. Durch die Längsdruckspannungen infolge der Vorspannung, bilden sich Schubrisse erst unter einer höheren Belastung aus.

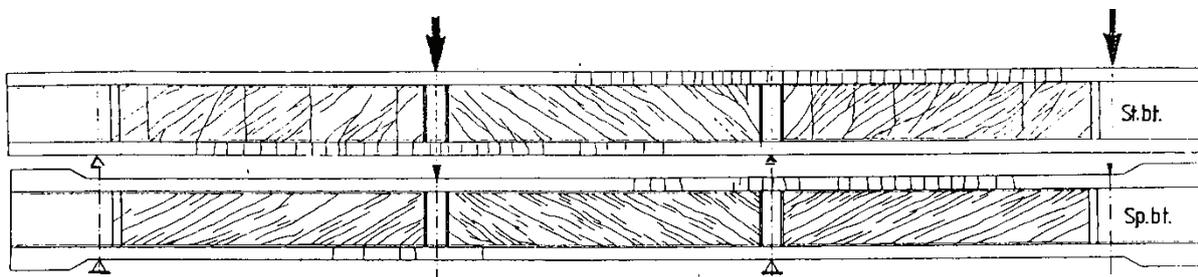


Bild 2-22: Einfluss der Vorspannung auf die Rissneigung (oben Stahlbetonbalken, unten Spannbetonbalken)

Im Bereich konzentrierter Einzellasten oder über Zwischenauflegern von Durchlaufträgern stellen sich auch bei Spannbetonträgern fächerartige Rissbilder ein (D-Bereiche).

Versuche [54] zeigen auch, dass bei Spannbetonträgern mit gegliedertem Querschnitt verschiedene Zonen unterschiedlichen Tragverhaltens auftreten:

- Zone A, in der kein Schubriss auftritt (Im Endauflagerbereich etwa bis $x = d$ vom Auflagerend).
- Zone B, in der die Schubrisse (Schubrissszone) nicht von Biegerissen ausgehen, sondern infolge der großen Hauptzugspannungen im Steg beginnen (Bild 2-23).
- Zone C, in der die Schubrisse von Biegerissen ausgehen. In dieser Zone ist das Tragverhalten von Spannbetonbauteilen denen von Stahlbetonbauteilen ähnlich. Lediglich die Höhe der zur Rissbildung führenden Belastung ist unterschiedlich. Durch die Vorspannung bilden sich Schubrisse erst unter einer höheren Belastung aus.

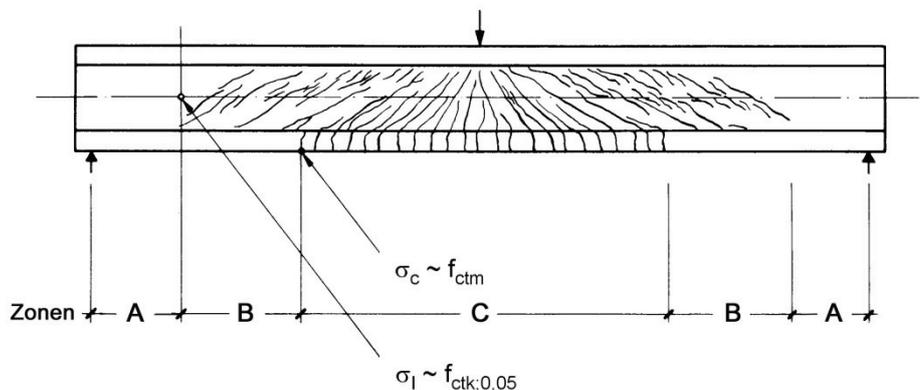


Bild 2-23: Schubrissbild eines Spannbetonträgers unter Einzellast kurz vor Erreichen der Grenzlast. Zonen mit unterschiedlichem Tragverhalten (aus [54])

Anhand von drei identisch ausgeführten Versuchsträgern mit unterschiedlichen Vorspanngraden zeigte LEONHARDT [54] den starken Einfluss der Vorspannung auf die gemessenen Spannungen in den Bügeln. Die Darstellung in Bild 2-24 zeigt die identisch ausgeführten Versuchsträger, bei denen lediglich die Spannglieder verschieden stark angespannt wurden (10%, 50% und 100% der zulässigen Vorspannkraft). Je höher der Vorspanngrad, umso kleiner sind die gemessenen Bügelspannungen und umso größer ist offensichtlich der Betontraganteil.

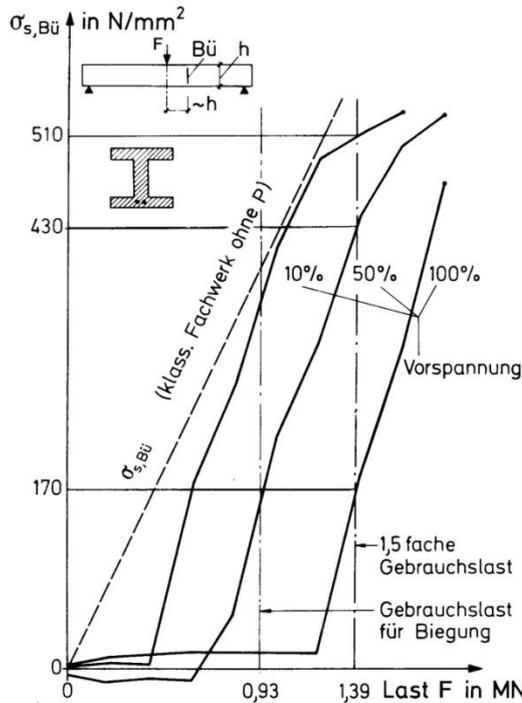
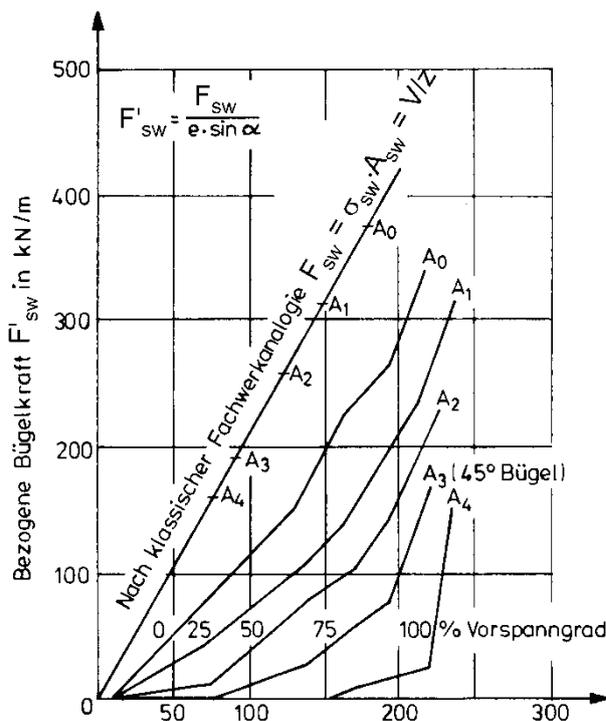


Bild 2-24: Bügelspannungen in Abhängigkeit vom Vorspanngrad (aus [54])



Balken	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
Vorspanngrad [%]	0	25	50	75	100
ρ_{Ls} [%]	0,86	0,64	0,43	0,22	0,02
ρ_{Lp} [%]	0	0,05	0,08	0,14	0,20
$\rho_{L(s+p)}$ [%]	0,86	0,69	0,51	0,36	0,22
Schubbewehrungsgrad ρ_w [%]	0,90	0,75	0,62	0,46	0,38

Bild 2-25: Abnahme der Bügelzugkräfte in Balken mit zunehmendem Vorspanngrad. Die Tabelle gibt die zu den Vorspanngraden gehörigen Bewehrungsgrade an (aus [4])

Auch die Züricher Querkraftversuche von BACHMANN und THÜRLIMANN [4] zeigten den starken Einfluss des Vorspanngrades auf die Bügelspannungen sehr deutlich (Bild 2-25). Bei diesen Versuchen wurde bei gleichen Versuchsparametern unterschiedliche Vorspanngrade aufgebracht. Damit die Biegetragfähigkeit bei allen Trägern gleich bleibt, wurde der Längsbewehrungsgrad ρ_{ls} und ρ_{lp} entsprechend angepasst. Bei gleicher Querkraftbeanspruchung V ist eindeutig eine Abnahme der Bügelspannungen mit zunehmendem Vorspanngrad festzustellen.

2.3.2 Versagensmechanismen

Bei Spannbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung unter einer kombinierten Querkraft- und Biegebeanspruchung treten infolge der Querkraft im Allgemeinen folgende drei Versagensmechanismen auf:

Biegeschubbruch: Durch Fließen der Biege- und Querkraftbewehrung schnüren die aus den Biegerissen sich entwickelnden Schubrisse die Druckzone soweit ein, dass es schließlich zum Versagen der Biegedruckzone kommt. Dieser Versagensmechanismus tritt in der Regel in Zone C (Vgl. Bild 2-23) auf.

Schubzugbruch: Infolge hoher Hauptzugspannungen σ_1 entstehen Schubrisse im Steg. Bei zu schwacher Querkraftbewehrung werden dann die Fließgrenze und die Zugfestigkeit der Querkraftbewehrung erreicht, wodurch das Versagen eingeleitet wird.

Schubdruckbruch: Insbesondere bei Trägern mit starken Gurten und starker Querkraftbewehrung sowie dünnen Stegen führen die schiefen Hauptdruckspannungen σ_2 zwischen den Schubrisse zur Überschreitung der Betondruckfestigkeit und damit zum Versagen der Betondruckstreben.

2.4 Historische Entwicklung der Querkraftbemessung im Spannbeton

2.4.1 Allgemeines

Zur Vermeidung von Verwechslungen, werden im Folgenden die seinerzeit verwendeten Bezeichnungen durch die heutigen ersetzt. Für die Umrechnungen von den alten zu den neuen Betonfestigkeitsklassen werden die Gleichungen aus der Nachrechnungsrichtlinie [71] bzw. [59] verwendet.

2.4.2 DIN 4227, Ausgabe 1953

Hinsichtlich des Grades der Vorspannung wurden in DIN 4227 zwischen voller und beschränkter Vorspannung unterschieden. Die Hauptzugspannungen waren sowohl für Gebrauchslasten als auch für rechnerische Bruchlasten aus den Schub- und Normalspannungen zu ermitteln.

Nach DIN 4227, 1953 [25] war kein Nachweis der Querkraftbewehrung erforderlich, wenn die Hauptzugspannungen σ_1 nach Zustand I infolge Querkraft und Torsion im Bereich der Endauflager und im Bereich der Zwischenstützen von Durchlaufträgern unter den 1,75 fachen Gebrauchslasten (rechnerische Bruchlasten) auf die in Tabelle 2.1 angegebenen Werte $f_{ct,inf}$ begrenzt wurden.

Tabelle 2.1: Unterer Grenzwert für die Hauptzugspannungen unter rechnerischen Bruchlasten nach DIN 4227:1953 ohne erforderlichen Nachweis der Querkraftbewehrung

Betonfestigkeitsklasse		B300	B450	B600	
		C 20/25 [MN/m ²]	C 30/37 [MN/m ²]	C 40/50 [MN/m ²]	
$f_{ct,inf}$	$\approx \frac{2}{30} \cdot f_{cm,cube}$	2,0	2,5	3,0	
Zugfestigkeit zum Vergleich nach aktueller Norm DIN FB 102: 2009	$f_{ctk;0,05}$	$= 0,7 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	1,5	2,0	2,5
	f_{ctm}	$= 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,2	2,9	3,5

Die Hauptzugspannungen wurden in der Regel außerhalb von D-Bereichen in Höhe der Nulllinie ermittelt. Bei Überschreitung des unteren Grenzwertes $f_{ct,inf}$ durch die Hauptzugspannungen σ_1 unter rechnerischer Bruchlast schrieb die DIN 4227 (1953) in allen Bereichen, in denen der in Tabelle 2.2 enthaltene Wert überschritten wurde, eine für die volle Hauptzugspannung ausgelegte Querkraftbewehrung („volle Schubdeckung“) vor (Gl. (2.54)). Dabei ist l die betrachtete Bezugslänge; z.B. $l = 1,0$ m.

Tabelle 2.2: Wert für die Begrenzung der Bereiche mit Querkraftbewehrung bei Überschreitung von $f_{ct,inf}$

Betonfestigkeitsklasse	B300	B450	B600
	C20/25 [MN/m ²]	C30/37 [MN/m ²]	C 40/50 [MN/m ²]
$0,75 \cdot f_{ct,inf} \approx 0,75 \cdot \frac{2}{30} \cdot f_{cm,cube} \approx$	1,5	1,7	2,2

$$erf a_{sw} = \frac{A_{sw}}{l} = \frac{\sigma_1 \cdot b_w}{f_{yw}} \quad (2.54)$$

Zusätzlich durfte unter rechnerischer Bruchlast der in Tabelle 2.3 angegebene obere Grenzwert durch die Hauptzugspannungen infolge Querkraft und Torsion nicht überschritten werden, was die Wahl entsprechend dicker Stege zur Folge hatte.

Tabelle 2.3: Oberer Grenzwert für die Hauptzugspannungen unter rechnerischen Bruchlasten nach DIN 4227:1953

Betonfestigkeitsklasse	B300	B450	B600
	C 20/25 [MN/m ²]	C 30/37 [MN/m ²]	C 40/50 [MN/m ²]
$f_{ct,sup} \approx 2 \cdot \frac{2}{30} \cdot f_{cm,cube}$	4,0	5,0	6,0
Zugfestigkeit zum Vergleich nach aktueller Norm DIN FB 102:2009 $f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,9	3,8	4,6
$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,2	2,9	3,5

Nach DIN 4227 (1953) wurde bei Balken keine Mindestquerkraftbewehrung mit Angabe eines verbindlichen Wertes verlangt. Gegen den Schubdruckbruch infolge der Hauptdruckspannungen σ_2 wurde ebenfalls kein Nachweis verlangt.

2.4.3 LEONHARDT, 1955

Im Bereich von Zwischenstützen bei Durchlaufträgern

LEONHARD 1955 [49] machte bereits darauf aufmerksam, dass im Bereich von Zwischenstützen bei Durchlaufträgern unter 1,75 fachen Gebrauchslasten (rechnerische Bruchlasten) rechnerisch Biegerisse auftreten und dass daher die Annahme des Zustandes I über die ganze Querschnittshöhe beim Nachweis der Querkraft damit nicht vereinbar sei. Er schlug folgende zwei Wege der Nachweisführung vor:

Komponenten schräger Zug- und Druckkräfte im Zustand II

Er beschrieb die Hängewerkwirkung von girlandenförmiger Spanngliedführung bei Durchlaufträgern und die Ausbildung eines *Druckgewölbes* im Beton durch die Vorspannung, das gemeinsam mit dem Hängewerk die Querkraft abträgt (Bild 2-26).

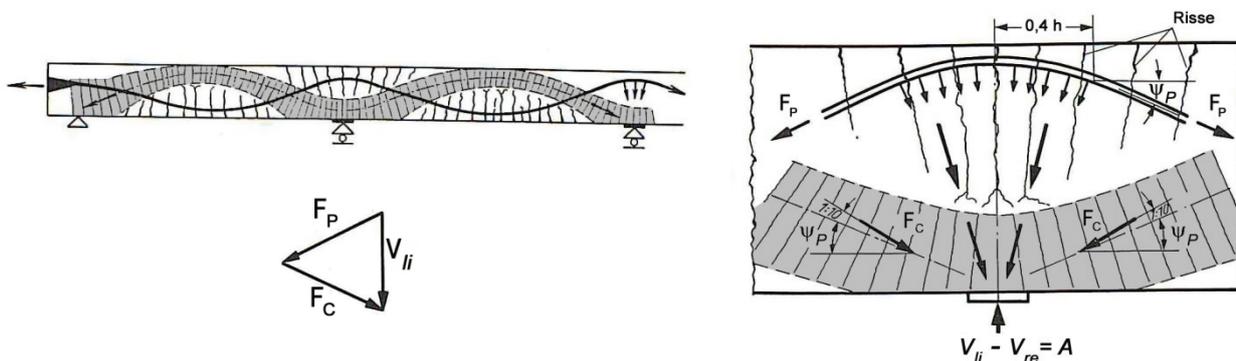


Bild 2-26: Druckgewölbe bei einem Durchlaufträger mit girlandenförmigem Spanngliedverlauf, Kraftfluss im Stützreich (aus [49])

Mit diesem Tragmechanismus gab LEONHARDT den Querkrafttragwiderstand V_R wie folgt an

$$V_R = V_{cc} + V_p \quad (2.55)$$

Für die Neigung des Spanngliedes Ψ_p war diesem Vorschlag folgend der Schnitt $0,4 d$ von der Auflagerachse maßgebend, da direkt über der Stütze σ_y – Druckspannungen die Ausbildung von Schubrisen verhindern.

Der Traganteil des Spanngliedes V_p ergab sich danach zu:

$$V_p = F_p \cdot \sin \psi_p \quad (2.56)$$

Für die Neigung des Druckgewölbes nahm LEONHARDT die gleiche Neigung Ψ_p an, wobei er die Druckgurtresultierende F_c aufgrund der dort bestehenden Schubspannungen, abweichend von der Gewölbeachse, um 1:10 stärker geneigt annahm.

Der Traganteil des Druckgewölbes V_{cc} ergab sich zu:

$$V_{cc} = F_p \cdot (\tan \psi_p + 0,1) \quad (2.57)$$

Die Querkrafttragfähigkeit V_R im Bereich der Zwischenstützen setzte sich nach diesem Vorschlag aus den beiden Vertikalkomponenten des geneigten Druck- und Zuggurtes zusammen.

Nachweis mit Hauptzugspannungen auf Teilhöhe

Wurde die Querkrafttragfähigkeit mit dem o.g. Nachweis nicht eingehalten, schlug LEONHARDT [49] einen alternativen Weg zur Erfassung der aufnehmbaren Schubspannungen τ vor. Hierfür setzte er die Neigung der Druckgurtresultierenden F_c mit der Neigung des Spanngliedes Ψ_p gleich.

Dabei sollte die Querkraft V_E , die nach Abzug der beiden o.g. Traganteile V_{cc} und V_p von der Querkraftbeanspruchung V_{E0} übrig blieb, über die Druckzonenhöhe x verteilt werden (Bild 2-27).

$$V_E = V_{E0} - V_{cc} - V_p \quad \text{mit } V_{cc} \approx V_p, \quad (2.58)$$

Die hierdurch entstandenen Schubspannungen τ sollten von der Betonzugfestigkeit aufgenommen werden. Der Nachweis war erfüllt, wenn die über die Druckzonenhöhe verteilte, Hauptzugspannung $\sigma_{1,\max}$ unter dem Grenzwert $f_{ct,\inf}$ blieb. Der Restquerschnitt war, wegen der vertikalverlaufenden Biegerisse, beim Querkraftabtrag nicht beteiligt.

Bei Überschreitung des unteren Grenzwertes $f_{ct,inf}$ durch die Hauptzugspannungen σ_1 war der erforderliche Bügelquerschnitt dann wieder nach Gl. (2.54) zu ermitteln und in alle Bereiche, in denen der Wert $0,75 f_{ct,inf}$ überschritten wurde einzulegen.

Damit setzte sich der Tragwiderstand V_R nach LEONHARDT bei Durchlaufträgern mit girlandenförmiger Spanngliedführung im Bereich von Zwischenstützen, in denen Bügel statisch erforderlich wurden, aus drei Traganteilen zusammen:

$$V_R = V_{cc} + V_p + V_{sw} = 2 \cdot V_p + V_{sw} \quad \text{mit } V_E = V_R \text{ und } V_{cc} = V_p \quad (2.59)$$

In Bereichen ohne eine erforderliche Querkraftbewehrung:

$$V_R = V_{cc} + V_p + V_{cc, \tau(u)} \quad \text{mit } V_{cc, \tau(u)} = \int_x \tau(u) dx \quad (2.60)$$

Dabei war

- $\tau(u)$ der Anteil der Schubspannungen, der sich aus dem Grenzwert $f_{ct,inf}$ ergibt.
- x die Druckzonenhöhe

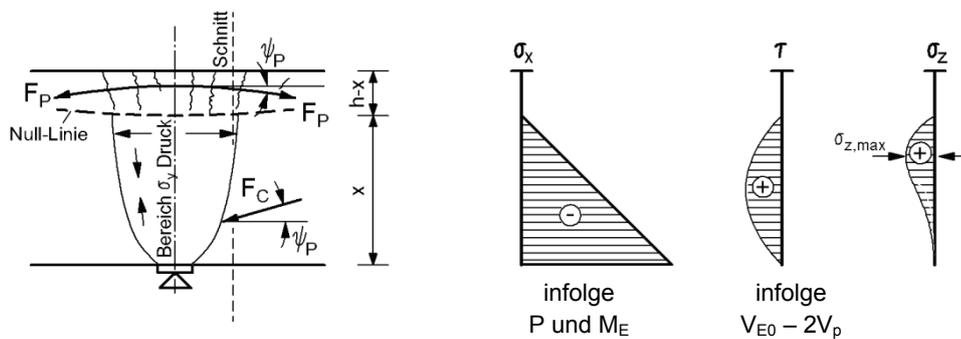


Bild 2-27: Verteilung der Spannungen auf der Höhe der Biegedruckzone (aus [49])

2.4.4 WALTHER, 1958

WALTHER [78] schlug bei Spannbetonträgern eine Querkraftbemessung vor, die das Gleichgewicht im Zustand II berücksichtigte. Als Grundlage seines Tragmodells diente die klassische Fachwerkanalogie nach MÖRSCH (Bild 2-28). Die Inneren Kräfte entlang eines Schubrisses nach WALTHER sind in Bild 2-28 dargestellt. Die Vertikalkomponente der Spanngliedkraft wurde auf der Beanspruchungsseite von V_{E0} abgezogen.

$$V_E = V_{E0} - V_p \quad \text{mit } V_p = F_p \cdot \sin \psi_p \quad (2.61)$$

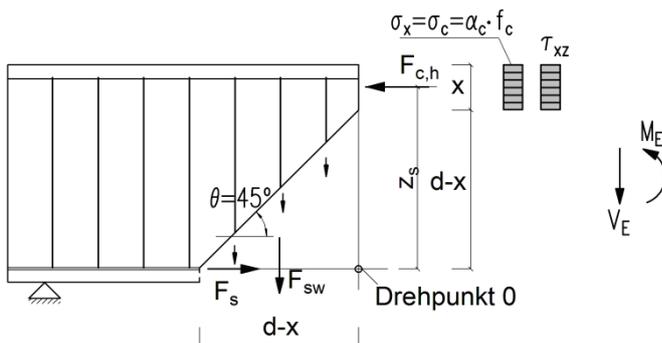


Bild 2-28: Formulierung des Gleichgewichts bei nur vertikalen Bügeln am Endauflager nach WALTHER [78]

Die Integration der Schubspannungen über die Höhe der Druckzone x , die WALTHER vereinfachend rechteckig verteilt annahm, lieferte die Vertikalkomponente der schrägen Druckkraft als den Betontraganteil V_{cc} .

$$V_{cc} = \tau_{xz} \cdot b_w \cdot x \quad (2.62)$$

Der Traganteil der Bügel V_{Rsw} (Stegfachwerk) ergab sich nach diesem Vorschlag bei einer Druckstrebenneigung von $\theta = 45^\circ$ aus:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yw} \cdot (d - x) \quad (\theta = 45^\circ) \quad (2.63)$$

Aus dem horizontalen Gleichgewicht folgte die Horizontalkomponente der Biegedruckkraft.

$$F_{c,h} = F_{p,h} + F_s = \alpha_c \cdot f_c \cdot b \cdot x \quad (2.64)$$

Dabei war

$\alpha_c f_c$ die abgeminderte Betondruckfestigkeit bei kombinierter Beanspruchung infolge Biegung und Querkraft (Schubdruckfestigkeit).

Aus dem vertikalen Gleichgewicht folgte:

$$V_{E0} = V_E + V_p = V_{sy} + V_{cc} + V_p \quad \text{mit } V_E = V_{sy} + V_{cc} \quad (2.65)$$

Aus dem Momentengleichgewicht um den Drehpunkt 0 folgte das Schubbruchmoment M_u nach WALTHER:

$$M_u = V_{sy} \cdot \frac{1}{2} (d - x) + F_{c,h} \cdot z_s \quad \text{mit } M_E = M_u \text{ und } z_s = d - \frac{x}{2} \quad (2.66)$$

Die Horizontalkomponente der Spanngliedkraft wurde in Höhe des Drehpunktes angenommen, während die Vertikalkomponente im Momentengleichgewicht nach WALTHER vollständig fehlte!

Durch Umstellen

$$V_{sy} \cdot \frac{1}{2} (d - x) = M_E - F_{c,h} \cdot z_s \quad (2.67)$$

und einsetzen der Gl. (2.63) in (2.67) erhält man die erforderliche Querkraftbewehrung nach WALTHER:

$$\text{erf } a_{sw} = \frac{2 \cdot (M_E - F_{c,h} \cdot z_s)}{(d - x)^2 \cdot f_{yw}} \quad \text{mit } a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} \quad (2.68)$$

Das Querkrafttragmodell nach WALTHER berücksichtigte mit dem Schubbruchmoment M_u die Interaktion von M und V . Berücksichtigt wurde ein Betontraganteil mit der Vertikalkomponente der Biegedruckzone V_{cc} . Allerdings wurde die günstige Wirkung der Vorspannung auf die Rissneigung β_r , sowie eine Rissreibungskraft nicht berücksichtigt. Außerdem wurde die Vertikalkomponente einer evtl. geneigten Spanngliedkraft im Momentengleichgewicht nicht berücksichtigt. Die Horizontalkomponente wurde auf der Höhe des Drehpunktes angesetzt.

2.4.5 DIN 4227, Ausgabe 1966

In den „Zusätzlichen Bestimmungen zu DIN 4227 (1953)“ [8] wurde vom Bundesverkehrsministerium erstmals eine Mindestquerkraftbewehrung, die mit Hilfe der Gleichung (2.69) zu ermitteln war, vorgeschrieben.

$$a_{sw,min} = \rho \cdot b_w = \rho_{w,min} \cdot b_w \quad (2.69)$$

Der Mindestquerkraftbewehrungsgrad ρ ergab sich aus der Forderung gegen einen schlagartigen Schubzugbruch bei Erstrissbildung. Die Mindestquerkraftbewehrung soll die im Beton unmittelbar vor der Rissbildung im ZSt I vorhandene Hauptzugspannung σ_1 nach der Rissbildung aufnehmen können.

Die Bewehrungsgehalte ρ sind in Abhängigkeit der Betonfestigkeitsklasse und der Stahlsorte in Tabelle 2.4 aufgeführt. Zum Vergleich mit der aktuellen Norm DIN 1045-1: 2008 [19] bzw. DIN FB 102: 2009-03 [21] werden entsprechende Werte für die aktuelle Stahlsorte BSt 500 angegeben, welche sich durch Umrechnung aus der alten Stahlsorte BSt III gemäß Nachrechnungsrichtlinie [71] errechnen lassen.

Tabelle 2.4: Bewehrungsgehalt $\rho = \rho_{w,min}$ aus DIN 4227:1966-02

Betonfestigkeitsklasse	B 300	B 450	B 600
	C 20/25	C 30/37	C 40/50
	[%]	[%]	[%]
ρ für BSt I	0,25	0,33	0,40
ρ für BSt III	0,14	0,18	0,22
entsprechende Werte für die aktuelle Stahlsorte ρ für BSt 500	0,12	0,15	0,18

Bewehrungsgehalt zum Vergleich nach aktueller Norm DIN FB 102:2009

im Allgemeinen	ρ für BSt 500	0,07	0,093	0,112
für gegliederte Querschnitte mit vorgespanntem Zuggurt	ρ für BSt 500	0,112	0,15	0,18

2.4.6 CEB-FIP, 1970

Nach CEB-FIP 1970 [12] wird der Querkraftnachweis erstmals im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) mit Teilsicherheitsbeiwerten geführt.

Die Begrenzung der Hauptdruckspannungen im Beton gegen einen Schubdruckbruch wurde erstmals eingeführt.

Zwischen den Zonen AB und C wurde unter rechnerischen Bruchlasten abgegrenzt mit dem Kriterium:

$$\text{Zone AB:} \quad \sigma_1 = \frac{N_E}{A_i} + \frac{M_E}{W_i} \leq f_{ct,grenz} \quad (2.70)$$

$$\text{Zone C:} \quad \sigma_1 = \frac{N_E}{A_i} + \frac{M_E}{W_i} \geq f_{ct,grenz} \quad (2.71)$$

Bemessung in Zone AB

Da die Risse hier nicht ausgeprägt sind, nahm man an, dass die Kraftumlagerungen vom ungerissenen in den gerissenen Zustand klein bleiben. Daher basierte der Nachweis auf Begrenzung der

Hauptspannungen σ_1, σ_2 nach Zustand I, vereinfachend in Höhe der Nulllinie. Gleichzeitig war ein oberer Grenzwert $\tau_{xz,grenz}$ für die Schubspannungen τ_{xz} nach Zustand I einzuhalten (Tabelle 2.5).

Die Querkraftbewehrung für rechtwinklig zur Stabachse verlegte Bügel ergab sich aus der Hauptzugspannung σ_1 unter rechnerischer Bruchlast abzüglich des Wertes $f_{ct,inf}$.

$$\text{für } \sigma_1 \geq f_{ct,inf} \quad \text{erf } a_{sw} = \frac{\sigma_1 - f_{ct,inf}}{f_{yw}} \cdot b_w \quad \text{„verminderte Schubdeckung“} \quad (2.72)$$

$$\text{mit} \quad a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w}$$

Tabelle 2.5: Untere Grenzwerte der Hauptzugspannungen, obere Grenzwerte der Schubspannungen

Betonfestigkeitsklasse		Bn 250	Bn 350	Bn 450
		C 20/25 [MN/m ²]	C 25/30 [MN/m ²]	C 35/45 [MN/m ²]
$\tau_{xz,grenz}$		4,0	6,0	7,5
$f_{ct,grenz}$		2,0	2,5	3,0
$f_{ct,inf}$		0,8	1,0	1,1
Zugfestigkeit zum Vergleich nach aktueller Norm DIN FB 102:2009	$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	1,5	1,9	2,2
	$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,2	2,7	3,2

Bemessung in Zone C

In der Zone C wurde, wie bei Stahlbetonbauteilen, die Fachwerkanalogie als Tragmodell für die Querkraftbemessung unter rechnerischen Bruchlasten zugrunde gelegt.

Die Schubspannungen τ_0 nach ZSt II wurden mit

$$\tau_0 = \frac{V_E}{b_w \cdot z} \quad \text{mit } V_E = V_{E0} - V_{cc} - V_p \quad (2.73)$$

ermittelt.

Dabei war

- z der innere Hebelarm im ZSt II, wobei vereinfachend $z \approx d_s$ galt
- V_{cc} Vertikalkomponente eines evtl. geneigten Druckgurtes
- V_p Vertikalkomponente eines evtl. geneigten Spanngliedes
- V_E Querkraftbeanspruchung für die Fachwerkwirkung im Steg
D.h. die einwirkende Querkraft unter Berücksichtigung der Vertikalkomponente eines evtl. geneigten Druckgurtes V_{cc} bei veränderlichen Querschnitten und der Vertikalkomponente eines evtl. geneigten Spanngliedes V_p .

Gegen einen Schubdruckbruch wurden die nach (2.73) ermittelten Schubspannungen τ_0 nach oben begrenzt: $\tau_0 \leq \tau_{0, \text{grenz}}$.

Tabelle 2.6: Obere Grenzwerte für die Schubspannungen in der Zone C aus CEB-FIP: 1970

Betonfestigkeitsklasse	Bn 250	Bn 350	Bn 450
	C 20/25	C 25/30	C 35/45
	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[MN/m ²]
$\tau_{0, \text{grenz}}$	4,5	6,5	8

Die Querkraftbewehrung für rechtwinklig zur Stabachse verlegte Bügel ergab sich aus Gleichung (2.74)

$$\text{erf } a_{sw} = \frac{\tau_0 - \tau_{0,D}}{f_{yw}} \cdot b_w \quad \text{„verminderte Schubdeckung“} \quad (2.74)$$

mit

$$\tau_{0,D} = f_{ct, \text{inf}} \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{\sigma_{cc}}{f_{ck, \text{cube}}}\right) \quad (2.75)$$

Dabei war σ_{cc} Längsspannung im Schwerpunkt, infolge Vorspannung $\left(\frac{0,9 \cdot P_{k, \infty}}{A_c}\right)$

Die in BMV-Richtlinie, 1966 enthaltene Mindestquerkraftbewehrung wurde übernommen und konnte mit Hilfe der Gleichung (2.76) berechnet werden.

$$\text{erf } a_{sw, \text{min}} = 0,25 \cdot \frac{0,53 \cdot f_{ck, \text{cube}}}{f_{yw}} \cdot b_w \quad (2.76)$$

2.4.7 DIN 4227, Ausgabe 1973

Mit den Richtlinien Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauteilen – Fassung Juni 1973 – unter Berücksichtigung von DIN 1045 – Ausgabe Januar 1972 – als vorläufiger Ersatz des Normblattes DIN 4227, Ausgabe 1953 [14] wurden, wie auch nach CEB-FIP (1970), zwei Bemessungszonen eingeführt. Jedoch wurde die *erweiterte Fachwerkanalogie* als Tragmodell zugrunde gelegt. Die Zone AB wurde in Zone a umbenannt, während Zone C als Zone b bezeichnet wurde.

Zwischen den Zonen a und b wurde im Hinblick auf die im Zustand unter rechnerischer Bruchlast entstehende Rissbildung abgegrenzt mit dem Kriterium:

Zone a

$$\sigma_1 = \frac{N_E}{A_i} + \frac{M_E}{W_i} \leq f_{ct, \text{grenz}} \quad (2.77)$$

Zone b

$$\sigma_1 = \frac{N_E}{A_i} + \frac{M_E}{W_i} \geq f_{ct, \text{grenz}} \quad (2.78)$$

In Zone a waren Biegerisse nicht zu erwarten. In Zone b entwickelten sich die Schubrisse aus Biegerissen.

Lagen die Hauptzugspannungen σ_1 unter rechnerischer Bruchlast ($\gamma=1,75$) über den Grenzwerten $f_{ct,inf}$, musste eine Querkraftbewehrung für beide Zonen a, b eingelegt werden. Die Querkraftbewehrung wurde nach der *erweiterten Fachwerkanalogie* bemessen, wenn die Hauptzugspannungen unter den Werten $f_{ct,sup}$ blieben. Lagen die Hauptzugspannungen über den Grenzwerten $f_{ct,sup}$, musste eine Querkraftbewehrung für beide Zonen a, b für volle Schubdeckung (*klassische Fachwerkanalogie*) vorgesehen werden.

Gegen einen Schubdruckbruch wurden die Hauptdruckspannungen σ_2 begrenzt.

Tabelle 2.7: Untere bzw. obere Grenzwerte der Hauptspannungen aus DIN 4227:1973-06

Betonfestigkeitsklasse	Bn 250	Bn 350	Bn 450	
	C 20/25	C 25/30	C 35/45	
	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[MN/m ²]	
$f_{ct,sup}$	3,2	4,2	4,8	
$f_{ct,grenz}$	2,5	2,8	3,2	
$f_{ct,inf}$	1,4	1,8	2,0	
$\sigma_{2,grenz}$	12,5	17,5	22,5	
Festigkeiten zum Vergleich nach aktueller Norm DIN FB 102:2009	$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	1,5	1,9	2,2
	$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,2	2,7	3,2
	$f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,9	3,5	4,2
	f_{cd}	11,3	15,4	19,8

Zone a

für $\sigma_1 \geq f_{ct,inf}$
und $\sigma_1 < f_{ct,sup}$

$$\text{erf } a_{sw} = \frac{\sigma_{1,red}}{f_{yw}} \cdot b_w \quad \text{„verminderte Schubdeckung“} \quad (2.79)$$

mit

$$\sigma_{1,red} = \frac{\sigma_1^2}{f_{ct,sup}} \geq 0,4 \cdot \tau_0 \quad (2.80)$$

und

$$\tau_0 = \frac{V_E}{b_w \cdot z} \quad (2.81)$$

Dabei war

z der Hebelarm der inneren Kräfte im ZSt II, wobei nicht wie im CEB-FIP (1970) etwa $z = d$ war, sondern z dem beim Biegenachweis im betrachteten Schnitt verwendeten Wert gleichzusetzen war.

V_E die einwirkende Querkraft, mit $V_E = V_{E0} - V_{cc} - V_p$

$$\text{für } \sigma_1 \geq f_{ct,sup} \quad \text{erf } a_{sw} = \frac{\sigma_1}{f_{yw}} \cdot b_w \quad \text{„volle Schubdeckung“} \quad (2.82)$$

Zone b

$$\begin{aligned} &\text{für } \sigma_1 \geq f_{ct,inf} \\ &\text{und } \sigma_1 < f_{ct,sup} \end{aligned} \quad \text{erf } a_{sw} = \frac{\tau_{0,red}}{f_{yw}} \cdot b_w \quad \begin{aligned} &\text{„verminderte Schubdeckung“} \\ &\text{erweiterte Fachwerkanalogie} \\ &(\theta < 45^\circ) \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$\text{mit} \quad \tau_{0,red} = \frac{\tau_0^2}{f_{ct,sup}} \geq 0,4 \cdot \tau_0 \quad (2.84)$$

$$\text{für } \tau \geq f_{ct,sup} \quad \text{erf } a_{sw} = \frac{\tau_0}{f_{yw}} \cdot b_w \quad \begin{aligned} &\text{„volle Schubdeckung“} \\ &\text{klassische Fachwerkanalogie} \\ &(\theta = 45) \end{aligned} \quad (2.85)$$

Die Hauptdruckspannungen σ_2 wurden gegen einen Schubdruckbruch begrenzt.

Gegen ein sprödes Schubzugbruchversagen wurden die Beiwerte für den Mindestquerkraftbewehrungsgrad ρ_w nach Gleichung (2.86) leicht angehoben.

$$a_{sw,min} = 2 \cdot \rho \cdot b_w = \rho_{w,min} \cdot b_w \quad (2.86)$$

Tabelle 2.8: Bewehrungsgehalt $\rho_{w,min}$ aus DIN 4227:1973-06

Betonfestigkeitsklasse	Bn 250	Bn 350	Bn 450	Bn 550
	C 20/25	C 25/30	C 35/45	C 40/50
	[%]	[%]	[%]	[%]
$\rho_{w,min}$ für BSt 22/34	0,26	0,34	0,38	0,42
$\rho_{w,min}$ für BSt 42/50 und für BSt 50/55 (BSt 500)	0,14	0,18	0,20	0,22

2.4.8 DIN 4227, Ausgabe 1979

Die Abgrenzung der Bemessungszonen a und b wurde beibehalten, während die Druckstrebenneigung θ im Fachwerkmodell auch für den Bereich der vollen Schubdeckung veränderlich eingeführt wurde. Hierbei wurde $\theta = 21,8^\circ$ ($\tan \theta = 0,4$) als untere Grenze festgelegt.

Die Grenzwerte $f_{ct,inf}$ für die Hauptzugspannungen σ_1 in der Zone a bzw. Schubspannungen τ_{xz} in der Zone b, über die eine Querkraftbewehrung eingelegt werden musste, wurden ebenfalls beibehalten. Die gegen einen Schubdruckbruch im Steg vorhandenen Grenzen $\sigma_{2,grenz}$ für die Hauptdruckspannungen σ_2 wurden leicht abgesenkt (Tabelle 2.9).

Die Ermittlung des Druckstrebenwinkels erfolgte für die Zonen a und b wie folgt:

$$\boxed{\text{Zone a}} \quad \tan \theta = \tan \theta_1 \cdot \left(1 - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,inf}}{\tau_{xz}} \geq 0,4 \right) \quad (2.87)$$

Dabei waren τ_{xz} der Größtwert der Schubspannung unter rechnerischer Bruchlast im Zustand I
 θ_1 die Neigung der Hauptdruckspannungen gegen die Querschnittsnormale im Zustand I in der Schwerlinie des Trägers

$$\boxed{\text{Zone b}} \quad \tan \theta = 1 - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,inf}}{\tau_0} \geq 0,4 \quad (2.88)$$

Dabei war τ_0 die Schubspannung unter rechnerischer Bruchlast im Zustand II

Tabelle 2.9: Untere bzw. obere Grenzwerte der Hauptspannungen

Betonfestigkeitsklasse		B 25	B 35	B 45
		C 20/25 [MN/m ²]	C 25/30 [MN/m ²]	C 35/45 [MN/m ²]
$f_{ct,sup}$		3,2	4,2	4,8
$f_{ct,grenz}$		2,5	2,8	3,2
$f_{ct,inf}$		1,4	1,8	2,0
$\sigma_{2,grenz}$		11,0	16,0	20,0
Festigkeiten zum Vergleich nach aktueller Norm DIN FB 102:2009	$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	1,5	1,9	2,2
	$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,2	2,7	3,2
	$f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$	2,9	3,5	4,2
	f_{cd}	11,3	15,4	19,8

Vereinfachend durfte Zone a wie Zone b behandelt werden.

Gegen einen schlagartigen Schubzugbruch wurden die Beiwerte für den Mindestquerkraftbewehrungsgrad ρ_w aus DIN 4227:1973 übernommen. Für die Stahlsorten BSt 420/500 und BSt 500/550 wurden die Mindestquerkraftbewehrungsgrade getrennt aufgeführt.

Tabelle 2.10: Mindestquerkraftbewehrungsgrad $\rho_{w,min}$ aus DIN 4227:1979-12

Betonfestigkeitsklasse	B 25	B 35	B 45	B 55
	C 20/25	C 25/30	C 35/45	C 40/50
	[%]	[%]	[%]	[%]
$\rho_{w,min}$ für BSt 220/340	0,26	0,34	0,38	0,42
$\rho_{w,min}$ für BSt 420/500	0,14	0,18	0,20	0,22
$\rho_{w,min}$ für BSt 500/550 (BSt 500)	0,12	0,16	0,18	0,20

2.4.9 DIN 4227, Ausgabe 1988 und A1: 1995

Die Querkraftnachweise wurden gegenüber der Ausgabe von 1979 nicht geändert.

Die Änderung A1, die 1995 durch die DIN 4227-1:1995-12 [29] eingeführt wurde, korrigierte die Mindestquerkraftbewehrungsgrade $\rho_{w,min}$ für die Stahlsorte BSt 500 (Tabelle 2.11).

Tabelle 2.11: Mindestquerkraftbewehrungsgrade $\rho_{w,min}$ aus DIN 4227:1995-12

Betonfestigkeitsklasse	B 25	B 35	B 45	B 55
	C 20/25	C 25/30	C 35/45	C 40/50
	[%]	[%]	[%]	[%]
$\rho_{w,min}$ für BSt 220/340	0,26	0,34	0,38	0,42
$\rho_{w,min}$ für BSt 420/500	0,14	0,18	0,20	0,22
$\rho_{w,min}$ für BSt 500/550 (BSt 500)	0,16	0,18	0,20	0,22

2.4.10 DIN 1045-1: 2001; DIN Fachbericht 102: 2003

Bei der Querkraftbemessung nach DIN 1045-1 (2001) [18], und DIN Fachbericht 102 (2003) [20] wird der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) mit Hilfe von Teilsicherheitsbeiwerten basierend auf Eurocode 2 geführt. Die Tragwirkung im Zustand II im Bereich mit geneigten Schubrisen wird sowohl für Stahlbetonträger als für Spannbetonträger mit einem Fachwerkmodell mit Rissreibung beschrieben. Es bestehen keine grundsätzlichen Unterschiede in der Querkraftbemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Das Fachwerkmodell mit Rissreibung, das für Stahlbetonträger hergeleitet wurde, wurde durch einige Modifikationen auch für Spannbetonträger angepasst. Hierbei kommt das Verfahren mit veränderlicher Druckstrebenneigung zur Anwendung (Vgl. Kapitel 2.2.5.2). Abweichungen bestehen lediglich bei einigen Details der Nachweisführung, über die die Einflüsse aus der Vorspannung berücksichtigt werden.

Die günstige Wirkung der Vorspannung wird über eine Minderung der Druckstrebenneigung (etwa 30° gegenüber 40°) erfasst. Der Traganteil der Rissreibung wird, wie auch bei Stahlbetonbauteilen, durch eine zusätzliche Neigungsminderung der Druckdiagonalen im Steg berücksichtigt (Bild 2-29).

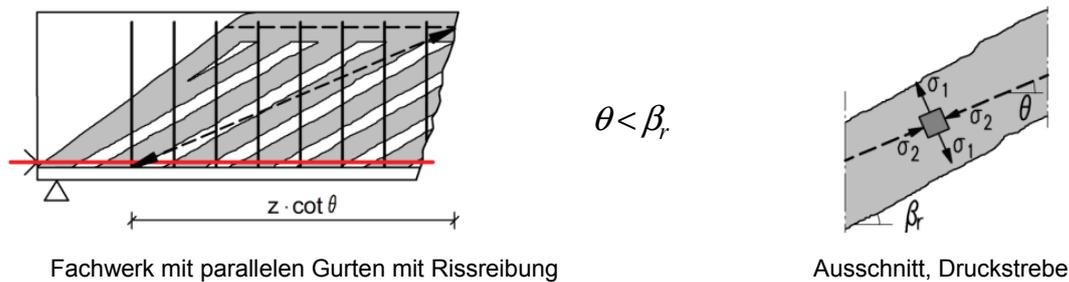


Bild 2-29: Mechanisches Modell der Querkrafttragfähigkeit für Spannbeton (DIN –Fb 102): „Parallelgurtiges Fachwerk mit Rissreibung“

Die Querkrafttragfähigkeit wird unabhängig von der Biegetragfähigkeit ermittelt. Der maßgeblich positive Einfluss der Vorspannung auf die Querkrafttragfähigkeit wird nicht vollständig berücksichtigt.

Nach den o.g. Normen gilt für den Bemessungswert der durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten maximal aufnehmbaren Querkraft

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.89)$$

und den Bemessungswert der durch die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung begrenzten aufnehmbaren Querkraft mit rechtwinklig zur Bauteilachse verlegter Bewehrung

$$V_{Rd,sy} = a_{sw} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta \quad (2.90)$$

Wie aus den Gleichungen (2.89) und (2.90) zu ersehen ist, sind die beiden Tragwiderstände direkt proportional zum inneren Hebelarm z . Das übliche Fachwerkmodell für die Querkraftbemessung weist einen parallelen Zuggurt und Druckgurt auf. Daher kann bei Stahlbetonbauteilen der innere Hebelarm in guter Näherung mit $z \approx 0,9 d$ angesetzt werden. Dagegen weist ein Spannbetonbalken mit Vorspannung im nachträglichen Verbund häufig zwei Zuggurte in unterschiedlicher Höhenlage auf. Werden die Spannglieder girlandenförmig entsprechend der Momentenbeanspruchung geführt, können sich die inneren Hebelarme für den Betonstahl z_s und die Spannglieder z_p deutlich unterscheiden. Es stellt sich dann die Frage nach dem richtigen Ansatz für z bei der Querkraftbemessung.

Bei dem Modell des Fachwerks mit Rissreibung wurden die Arbeiten von THÜRLIMANN auf der Grundlage der Plastizitätstheorie sowie die Arbeiten von KUPFER und REINECK, die die Gesetzmäßigkeiten der Rissreibung bei der Formulierung der Querkrafttragfähigkeit berücksichtigten, mit der Fachwerkanalogie nach MÖRSCH zusammengeführt. Das Verfahren mit variabler Druckstrebenneigung wurde mit der Einschränkung einer Begrenzung der unteren Druckstrebenneigung versehen, da im Stahlbetonbau eine unbegrenzte Rotationsfähigkeit der Druckstreben in Wirklichkeit nicht möglich ist.

Dabei werden die unteren Grenzwerte für die Druckstrebenneigung θ für den Brückenbau und Hochbau in Deutschland unterschiedlich geregelt:

Im Brückenbau (DIN Fb 102):

$$0,58 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 - 1,4 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,c} / V_{Ed}} \leq 1,75 \quad 60^\circ \geq \theta \geq 30^\circ \quad (2.91)$$

Im Hochbau (DIN 1045-1):

$$0,58 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 - 1,4 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,c} / V_{Ed}} \leq 3,0 \quad 60^\circ \geq \theta \geq 18,4^\circ \quad (2.92)$$

2.4.11 Aktuelle Normen des Betonbaus

Die Neufassungen von DIN 1045-1 (2008) [19] und DIN FB 102 (2009) [21] sowie DIN EN 1992-1-1: 2011-01 [23] in Verbindung mit dem Nationalen Anhang DIN EN 1992-1-1/NA: 2011-01 [31] und DIN EN 1992-2/NA [32] brachte gegenüber dem letzten Stand keine weiteren Änderungen für die Querkraftbemessung.

Die aktuellen Regelungen zur Mindestquerkraftbewehrung unterscheiden zwischen Querschnitten im Allgemeinen und gegliederten Querschnitten mit vorgespanntem Zuggurt wie folgt:

$$a_{sw,min} = 1,0 \cdot \rho \cdot b_w = \rho_{w,min} \cdot b_w \quad \text{im Allgemeinen (Biegeschubrissbildung)} \quad (2.93)$$

$$a_{sw,min} = 1,6 \cdot \rho \cdot b_w = \rho_{w,min} \cdot b_w \quad \text{für gegliederte Querschnitte mit vorgespanntem Zuggurt (Schrägrissbildung im Steg)} \quad (2.94)$$

mit

$$\rho = 0,16 \cdot f_{ctm} / f_{yk} \quad (2.95)$$

Die Mindestquerkraftbewehrungsgrade sind aus Tabelle 2.12 ersichtlich.

Tabelle 2.12: Mindestquerkraftbewehrungsgrad $\rho_{w,min}$ aus DIN 1045-1:2008, DIN FB102:2009

Betonfestigkeitsklasse		C 20/25	C 25/30	C 35/45	C 40/50	C55/67
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
im Allgemeinen	$\rho_{w,min}$ für BSt 500	0,07	0,08	0,10	0,11	0,14
für gegliederte Querschnitte bei Bauteilen mit Vorspannung	$\rho_{w,min}$ für BSt 500	0,11	0,13	0,16	0,18	0,22

2.4.12 Aktuelle Vorschläge zur Berücksichtigung der günstigen Wirkung der Vorspannung auf die Querkraftbemessung

Eine Modellvorstellung zur Berücksichtigung der geneigten Biegedruckzone ist die eines Sprengwerks bei Einzellasten [38], [79] oder eines Bogenmodells bei Gleichlasten [74], welches dem Tragmechanismus des Stegfachwerks überlagert wird. SPECHT & SCHOLZ geben den Anteil der Gleichstreckenlast, der durch den Druckbogen getragen wird mit Umlenkkräften u gemäß (Bild 2-30) an.

Bereits im MODEL CODE 1990 [62] wurde das Sprengwerkmodell bei Einzellast bzw. das Bogenmodell bei Gleichstreckenlast zur Querkraftbemessung von vorgespannten Trägern genutzt (Bild 2-30).

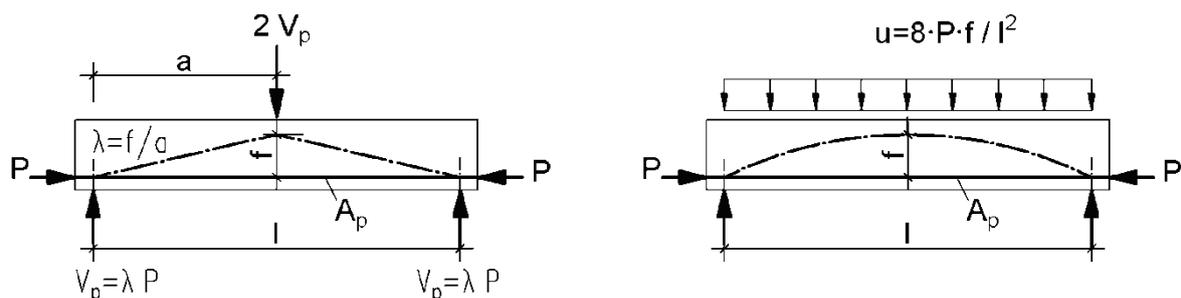


Bild 2-30: Sprengwerk und Bogenmodell bei Spannbetonbauteilen [62]

HEGGER & GÖRTZ zeigten anhand von Versuchen, dass der Betontraganteil im Bruchzustand weniger auf die Rissreibung, sondern vielmehr auf die Querkraftübertragung der Druckzone zurückzuführen ist. Aufgrund der größeren Rissbreiten ist eine Kraftübertragung zwischen den Rissufern nicht möglich, was bedeutet, dass die Druckstrebenneigung mit der Rissneigung zusammenfällt.

HEGGER & GÖRTZ schlagen für die Druckstreben- bzw. die Rissneigung folgenden Ansatz vor:

$$\cot \theta = \cot \beta_R = 1 + \frac{0,15}{\omega_{w,ct}} - 0,18 \frac{\sigma_c}{f_{ctm}} \leq 2,15 \quad (2.96)$$

Der Neigungswinkel θ ist abhängig vom mechanischen Schubbewehrungsgrades $\omega_{w,ct}$

$$\omega_{w,ct} = \frac{a_{sw} \cdot f_{yw}}{b_w \cdot f_{ctm}} \quad (2.97)$$

Die Querkraftübertragung der Druckzone führten sie bei vorgespannten Bauteilen zum einen auf die Sprengwerk Wirkung (Bild 2-30) zum anderen auf die von ZINK [79] erläuterten Tragmechanismen bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung zurück.

$$V_{R,sy} = a_{sw} \cdot f_{yw} \cdot z \cdot \cot \theta + \kappa_c \cdot (V_{R,ct} + \lambda P) \quad (2.98)$$

Dabei sind

$V_{R,ct}$	aufnehmbare Querkraft eines Bauteils ohne Querkraftbewehrung und Vorspannung
λP	Anteil aus der Sprengwerk Wirkung infolge Vorspannung (Bild 2-30)
κ_c	Abminderungsfaktor in Abhängigkeit vom Schubbewehrungsgrad

Durch Anpassung ihres Modells an das Nachweisformat der DIN 1045-1 erhält die Querkraftbemessung nach HEGGER & GÖRTZ folgende Form:

$$V_{Rd,sy} = a_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot \left(1 - 0,18 \frac{\sigma_{cd}}{f_{ctm}}\right) + \frac{0,15}{\gamma_c} f_{ctm} \cdot b_w \cdot z \quad ; \gamma_c = 1,5 \quad (2.99)$$

Dabei sind

$$\kappa_c \quad 0 \leq \kappa_c = 1,15 - \frac{V_{Ed} / V_{Rd,ct}}{6,5} \leq 1 \quad (2.100)$$

$$V_{Rd,ct} \quad \text{nach DIN 1045-1, Gl. 70, } (\sigma_{cd} = 0)$$

$$\cot \theta \quad \cot \theta = \frac{1 - 0,18 \cdot \sigma_{cd} / f_{ctm}}{1 - V_{Rd,c} / V_{Ed,sw}} \leq 2,15 \quad (2.101)$$

$$V_{Rd,c} \quad V_{Rd,c} = \frac{0,15}{\gamma_c} f_{ctm} \cdot b_w \cdot z \quad ; \gamma_c = 1,5 \quad (2.102)$$

Im Gegensatz zum Fachwerkmodell mit Rissreibung, ist die Druckstrebenneigung nicht abhängig von der Rissreibung, sondern vom Schubbewehrungsgrad.

2.5 Zusammenfassung

Das Verständnis der Bemessungsansätze im Spannbetonbau sowie die Bewertung bestehender älterer Spannbetonbrücken setzt die Kenntnis der historischen Entwicklung der Bemessungsmodelle voraus.

Spannbeton wurde mit der Idee entwickelt, die im Stahlbetonbalken bereits bei geringer Belastung auftretenden Zugspannungen durch Vorspannen zu überdrücken, um so Risse weitestgehend zu vermeiden. Daher beruhte der Nachweis nach DIN 4227, 1953, der weltweit ersten Spannbetonnorm, auch auf den Grundlagen der technischen Biegelehre für homogenes, isotropes Material für den ungerissenen Beton (Zustand I). Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit unter rechnerischer Bruchlast wurde über die Begrenzung der im Steg wirkenden Hauptzugspannungen geführt. Es war keine Querkraftbewehrung erforderlich, wenn die maßgebenden Grenzwerte eingehalten wurden. Die Mindestquerkraftbewehrung wurde dann dem Ermessen des Konstrukteurs überlassen.

LEONHARD machte bereits 1955 darauf aufmerksam, dass im Bereich von Zwischenstützen die Annahme des Zustandes I für den ganzen Querschnitt unter rechnerischer Bruchlast nicht berechtigt sei. Er beschrieb bei Durchlaufträgern das Tragmodell eines Hängewerks durch girlandenförmig geführte Spannglieder in Verbindung mit einem Druckgewölbe im Beton. Die Neigung des Druckgewölbes setzte er etwa der Neigung des Spanngliedes gleich. Der Querkraftwiderstand V_R im Zustand II setzte sich damit nach LEONHARD aus den Vertikalkraftkomponenten des Druckgewölbes V_{cc} im Beton und des Hängewerks der Spannglieder V_p zusammen.

WALTHER schlug 1958 eine Querkraftbemessung im Zustand II auf der Grundlage der klassischen Fachwerkanalogie, die MÖRSCH 1908 für den Stahlbetonbalken entwickelt hatte, vor. Dabei ging auch WALTHER wie LEONHARD von einer schrägen Druckkraft im Beton aus, deren Traganteil er durch die Integration von Schubspannungen über die Höhe der Druckzone x angab.

In den „Zusätzlichen Bestimmungen zu DIN 4227 (1953)“ [8] wurde im April 1966 erstmals für Spannbetonbrücken eine Mindestquerkraftbewehrung verbindlich vorgeschrieben.

Nach CEB-FIP, Ausgabe 1970 wurde der Querkraftnachweis erstmals mit Teilsicherheitsbeiwerten geführt. Die Betondruckspannungen wurden gegen einen Schubdruckbruch begrenzt und die Einteilung in Zonen längs des Tragwerks mit einem Abgrenzungskriterium der nach Zustand I ermittelten Randzugspannungen eingeführt. Während der Nachweis in der Zone AB auf Begrenzung der Hauptspannungen basierte, wurde in der Zone C, wie auch zu der Zeit bei Stahlbetonbalken üblich, die Fachwerkanalogie als Tragmodell für die Querkraftbemessung zugrunde gelegt.

Mit der DIN 4227, Ausgabe 1973 wurden die beiden das Schubtragverhalten kennzeichnende Zonen AB und C, nun in a und b umbenannt, auch in Deutschland eingeführt. Lagen in der Zone a die Hauptzugspannungen nach Zustand I über den Nachweisgrenzen, musste eine Schubbewehrung eingelegt werden, die unterhalb für reduzierte Schubdeckung und oberhalb bestimmter Grenzwerte für volle Schubdeckung zu bemessen war. Für die Zone b galten die Grenzwerte für die Hauptzugspannungen auch für die Schubspannungen nach Zustand II. Die Bemessung der Schubbewehrung erfolgte je nach Höhe der Schubspannungen nach der *erweiterten Fachwerkanalogie* (reduzierte Schubspannung) oder der *klassischen Fachwerkanalogie* (volle Schubdeckung).

Die Abgrenzung der Bemessungszonen, wurde in der DIN 4227, Ausgabe 1979 beibehalten. Wesentliche Änderung der Querkraftbemessung erfolgte mit der Einführung einer variablen Druckstrebenneigung θ . Die untere Grenze wurde mit $\theta = 21,8^\circ$ beliebig festgelegt.

Die Querkraftnachweise wurden in der DIN 4227, Ausgabe 1988 gegenüber dem letzten Stand nicht geändert.

Mit DIN 1045-1, Ausgabe 2001 wurde die Querkraftbemessung grundlegend verändert. Es gibt zwar noch den Nachweis im ZSt I, der über die Begrenzung der Hauptzugspannungen hergeleitet wurde, allerdings bleibt dieser ohne Bedeutung für die Bemessungspraxis im Brückenbau, da er nur für vorwiegend ruhende Lasten gültig ist. Die Nachweisführung erfolgt auf der ganzen Länge eines Trägers nach Zustand II. Dabei wird der Mechanismus der Querkrafttragwirkung bei Spannbetonbauteilen, wie auch bei Stahlbetonbauteilen mit einem *Fachwerkmodell mit Rissreibung* beschrieben. Unterschiede zwischen Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen bestehen lediglich bei einigen Details der Nachweisführung, über die die Einflüsse aus der Vorspannung berücksichtigt werden. Die günstige Wirkung der Vorspannung wird über eine Minderung der Druckstrebenneigung (etwa 30° gegenüber 40°) erfasst.

Mittels gegenüber der Rissneigung rechnerisch flacher angesetzter Druckstreben, wird bei der Querkraftbemessung über die Fachwerkwirkung hinaus ein Betontraganteil berücksichtigt, der auf Mechanismen wie Rissverzahnung, Querkraftabtragung in der Druckzone, und Dübelwirkung der Biegezugbewehrung zurückzuführen ist. Diese Mechanismen sind in der Fachwelt zwar allgemein anerkannt, über ihren quantitativen Anteil gibt es allerdings nach wie vor kontroverse Ansichten.

Der Betontraganteil wird entweder explizit berücksichtigt oder indirekt über das Verfahren mit veränderlicher Druckstrebenneigung erfasst. Nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1 kommt das Verfahren mit veränderlicher Druckstrebenneigung zur Anwendung, während im Model Code 2010 mit MCFT auch ein Verfahren beschrieben wird, bei dem sich der Querkrafttragwiderstand additiv aus den Traganteilen des Betons und der Querkraftbewehrung zusammensetzt.

Durch den maßgeblich positiven Einfluss der Vorspannung auf die Biegetragfähigkeit wird zugleich die Querkrafttragfähigkeit gesteigert. Nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1 wird die Querkrafttragfähigkeit unabhängig von der Biegetragfähigkeit ermittelt. Diese konservative Betrachtung bei der Bewertung bestehender älterer Brücken mit Defiziten in der Querkraftbewehrung ist nicht sinnvoll, weil eventuell vorhandene Tragreserven durch eine Interaktion von Querkraft und Biegemoment unberücksichtigt bleiben.

In den aktuellen Normen ist der Querkrafttragwiderstand direkt proportional zum inneren Hebelarm z . Bei Stahlbetonbauteilen kann der Abstand des parallel verlaufenden Zug- und Druckgurtes bei der Querkraftbemessung in guter Näherung mit $z \approx 0,9d$ angesetzt werden. Bei Spannbetonbalken mit Vorspannung im nachträglichen Verbund werden die Spannglieder oft girlandenförmig entsprechend der Momentenbeanspruchung geführt und bilden damit einen zweiten Zuggurt. Die beiden inneren Hebelarme für den Betonstahl z_s und den Spannstahl z_p können sich deutlich unterscheiden. Es stellt sich dann die Frage nach dem richtigen Ansatz für z bei der Querkraftbemessung.

3 Grundlagen für die numerische Simulation ebener Spannungszustände im unbewehrten und bewehrten Beton

3.1 Allgemeines

Die Grundvoraussetzung zur nichtlinearen Analyse eines Tragwerks mittels der Finiten Elemente Methode (FEM) ist die Wahl eines geeigneten Materialmodells. Das stark nichtlineare Werkstoffverhalten vom bewehrten Beton unter mehraxialen Spannungszuständen im Hauptspannungsraum unter Berücksichtigung des Rissverhaltens erfordert für die Qualität der Ergebnisse eine sorgfältige Kalibrierung der nichtlinearen Stoffgesetze

Hinzu kommt, dass die nichtlineare FEM bekanntlich ein iteratives Näherungsverfahren ist, bei der die Größe der methodisch bedingten „Fehler“ abhängig ist von der Größe und der Güte der Elemente. Die Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und das komplexe Rissverhalten erfolgt über geeignete Materialmodelle.

Für die Kalibrierung der verwendeten Stoffgesetze wurde das mechanische Verhalten von Scheibenelementen simuliert. Hierfür waren entsprechend gut dokumentierte Versuche verfügbar. Die Scheibenelemente können als herausgeschnitten gedachte Teile eines Tragwerks unter einem ebenen Spannungszustand aufgefasst werden.

Im Steg eines Trägers beispielsweise herrscht so ein ebener Spannungszustand (Bild 3-1). Die Schub- und Normalspannungen lassen sich, wie allgemein bekannt mit den Gleichungen (2.7) und (2.9) in Hauptspannungen transformieren. Wir erhalten dann Druck und Querkzug. Daher wurde für die Kalibrierung zur vollständigen Beschreibung des Werkstoffverhaltens zunächst eine geeignete FEM-Simulation vorgenommen, welche das Tragverhalten unbewehrter und bewehrter Betonscheiben unter ein- und zweiachsen Beanspruchungskombinationen im Hauptspannungsraum realitätsnah abbilden kann. Insbesondere bei Bauteilen aus Stahl- bzw. Spannbeton müssen aufgrund des komplexen Werkstoffverhaltens eine Vielzahl von Versuchsnachrechnungen durchgeführt werden, um das in ABAQUS implementierte Materialmodell mit seinen Parametern zu kalibrieren (Kapitel 3.6).

Trotz des ebenen Spannungszustandes erfolgte die numerische Simulation mittels FEM mit dem Programmsystem ABAQUS nicht mit Scheiben- bzw. Schalenelementen, sondern mit Volumenelementen für den Beton, da auf diese Weise die Bewehrung diskret mittels eingebetteten Stabelementen abgebildet werden konnte.

Aufgrund der weggesteuerten Berechnung unter Einbezug des nichtlinearen Materialverhaltens mit dem abfallenden Ast im Nachbruchbereich ist hier das Bogenlängenverfahren (arc length) verwendet worden, welches die Simulation auch des entfestigenden Nachbruchverhaltens erlaubt. Zur Modellierung des Materialverhaltens wurde das im Programm zur Verfügung stehende Werkstoffmodell „concrete damaged plasticity“ verwendet. Das Modell basiert auf der Kopplung von *Plastizitätstheorie* und *Schädigungstheorie*. Neben plastischen Verzerrungen kann hier auch für die Definition des Nachbruchbereichs sowohl auf der Druck- als auch auf der Zugseite die Degradation der elastischen Steifigkeit berücksichtigt werden. Die Formulierung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung erfolgt auf der Grundlage des fiktiven Rissmodells nach HILLEBORG [39]. Die Fließbedingung für den Beton wird aus den Bruchtheorien nach RANKINE und nach DRUCKER-PRAGER zusammengesetzt.

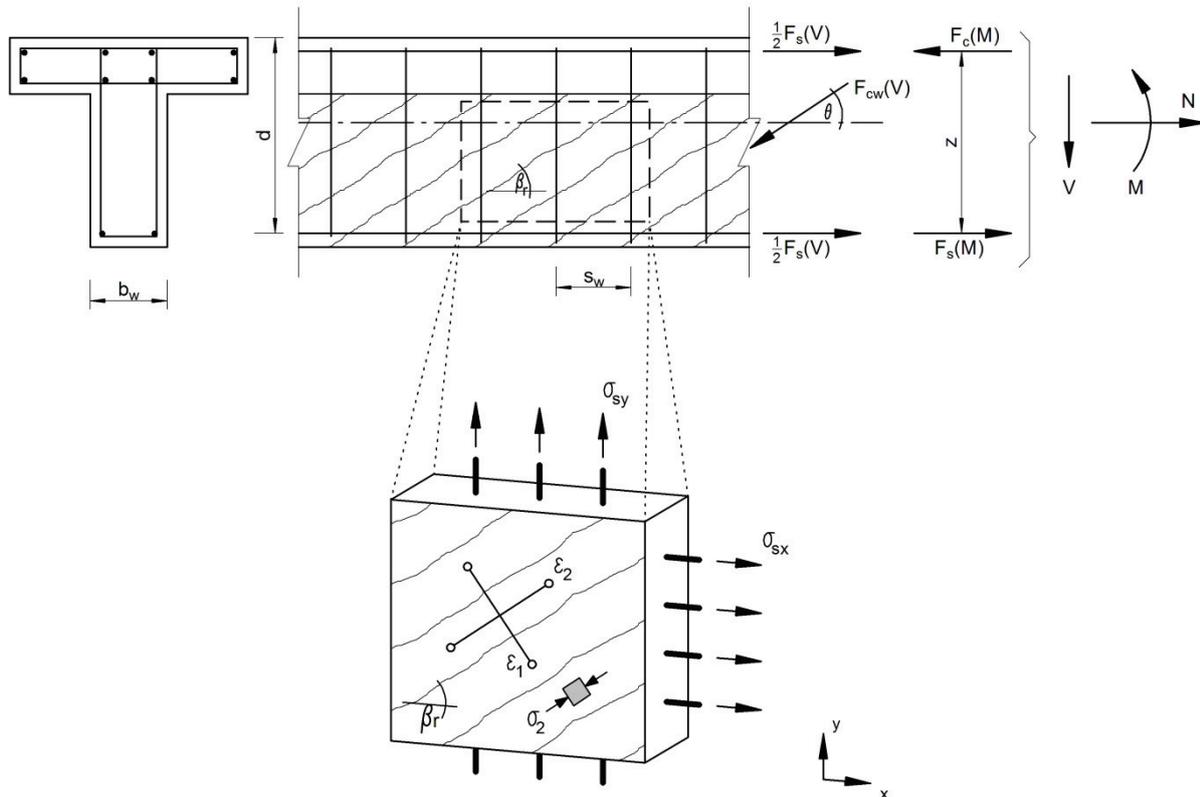


Bild 3-1: Querkraftmodell. Ebener Spannungszustand im Steg unter Querkraftbiegung

3.2 Wahl geeigneter Elemente und numerisches Rechenmodell

Für die Abbildung des ebenen Spannungszustandes kamen keine ebenen Elemente zum Einsatz, weil bei diesen zur Abbildung der Bewehrung nur eine gleichmäßige Verteilung innerhalb des Betonelements zur Verfügung gestanden hätte. Daher wurden Volumenelemente mit diskreter Formulierung der Bewehrung mittels eingebetteter Stabelemente gewählt, um einerseits die somit direkt auswertbaren rechnerischen Bügelspannungen den im Versuch gemessenen Bügelspannungen gegenüberstellen und andererseits insbesondere die Spanngliedlage im Beton exakt positionieren zu können.

Die verwendeten *Volumenelemente* (Typ C3D20 für die Träger) mit zwölf Knoten auf den Seitenmitten des Elementes zusätzlich zu den acht Eckknoten (Bild 3-2), waren zur Vermeidung von Versteifungseffekten („Shear Locking“) mit quadratischen Formfunktionen hochwertig gewählt worden. Diese Elemente können selbst eine Durchbiegung erfahren und somit genauer der Biegelinie der Träger folgen. Ebenso lassen sich die Spannungen und Dehnungen zwischen den Knoten genauer interpolieren.

Die Bewehrung wurde mit einaxialen *Stabelementen* (3D Truss elements, Typ T3D2) abgebildet, die in die Volumenelemente eingebettet wurden (embedded elements). Damit waren die Freiheitsgrade der Stabelemente an die Knoten der Betonelemente gekoppelt. Die Verschiebungen der Stabknoten wurden aus der Interpolation der angrenzenden Betonknoten erhalten.



Bild 3-2: Volumenelement Typ C3D20 mit 20 Knoten und quadratischem Polynomansatz

Demnach bleiben Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton unberücksichtigt. Bei der Simulation des Durchlaufträgers erwies sich die „embedded“-Funktion insbesondere zwischen Spannstahl und Beton als vorteilhaft, weil bei Nutzung der Symmetrie-Bedingungen die Eingabe von Randbedingungen der Stabelemente entfiel. Die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen konnte aufgrund des idealen Verbundes und dem verschmierten Rissmodell nur indirekt durch Modifikation des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs für den Beton im Zugbereich erfasst werden (Vgl. Kap.3.3). Eine andere gängige Möglichkeit, die Modifikation der Stahlkennlinie führte hier nicht zu brauchbaren Ergebnissen. Die Kalibrierung für den Einfluss des „Tension Stiffening“ wurde an einer einaxial auf Zug beanspruchten Versuchsscheibe von PURAINER/KEUSER [69] vorgenommen.

An den Lasteinleitungsstellen der Spannanker wurden zur Vermeidung von Spannungsspitzen und lokalen numerischen Problemen linear elastische Elemente verwendet. Die Einzellast in Feldmitte sowie die Auflagerungen wurden aus demselben Grund in Form von verteilten Flächenlasten aufgebracht.

Die Berechnungen wurden mit dem automatischen Netzgenerator im ABAQUS/CAE vernetzt. Geringfügige Netzveränderungen führten jedoch zu ganz unterschiedlichen Ergebnissen. Erst eine regelmäßige Vernetzung mit annähernd quaderförmigen Elementen mit Abmessungen von 100 x 100 x 70 mm lieferte zufriedenstellende Ergebnisse. Noch feinere Netze führten zu überproportional ansteigenden Berechnungsdauern von mehreren Tagen und extrem großen Ergebnis-Dateien von bis zu 100 GB.

Lösungsalgorithmus

Die mathematische Formulierung eines inneren Spannungszustandes mit zugehörigen Dehnungen als Antwort eines Bauteils auf eine äußere Belastung wird durch Differentialgleichungen beschrieben, die abgesehen von wenigen sehr einfachen Systemen nicht analytisch gelöst werden können.

Durch die Einteilung in endlich viele Elemente (Finite-Element-Netz), deren Zusammenbau die Bauteilgeometrie annähert, muss die erforderliche Gleichgewichtsbedingung nicht für jeden beliebigen Punkt des kontinuierlichen Bauteils, sondern nur an den Knoten der Elemente erfüllt sein. Damit werden Verschiebungen nur an den Knoten des Netzes ermittelt. Die Interpolation über Formfunktionen zwischen diesen ermöglicht die Bestimmung der Bauteilverformung für beliebig komplexe Tragwerke. Aus den Verschiebungen werden dann die Dehnungen und daraus durch die Vorgabe des Stoffgesetzes die Spannungen ermittelt. Diese wiederum ergeben durch Integration die zugehörigen äußeren Knotenkräfte.

Damit ist im FE-Modell das folgende, den Zusammenhang zwischen Kräften und Verschiebungen beschreibende Gleichungssystem, an jedem Netzknoten durch geeignete numerische Verfahren zu lösen, um die Bauteilverformungen zu erhalten.

$$R(u) = F \quad (3.1)$$

mit

$$F = K \cdot u \quad (3.2)$$

Dabei ist

- R(u) die Summe aller inneren Kräfte als Funktion der Verschiebungen u
- F der Gesamtvektor, der alle Knotenkräfte enthält (Summe der äußeren Kräfte).
- u der Gesamtvektor, der alle Knotenverschiebungen enthält.
- K die Steifigkeitsmatrix des Gesamtsystems (Kraft-Verformungs-Beziehung)

Das Gleichungssystem (3.2) wird vom FEM-Programm im linear elastischen Fall als lineares Gleichungssystem, im nichtlinearen Fall iterativ durch Linearisierung gelöst.

Zur iterativen Lösungen von Systemen nichtlinearer Gleichungen stehen im ABAQUS mehrere Iterationsalgorithmen zur Verfügung:

Im *Newton-Raphson-Verfahren* (Bild 3-3, a) wird die iterative Lösung u^* des Problems, der angestrebte Gleichgewichtszustand für den vorgegebenen Lastvektor F^* mit einer hohen Konvergenzgeschwindigkeit

berechnet. In jedem Iterationsschritt wird die Tangentensteifigkeitsmatrix K neu aufgestellt, die bei einem linearen Verlauf des Systems zum Gleichgewicht führen würde. Dabei ist Ψ der Fehler zur exakten Lösung. Ist der Startpunkt zu weit von der Lösung entfernt divergiert die Iteration. Daher werden die Lasten inkrementell aufgebracht und der jeweilige Gleichgewichtszustand wird mit einer bestimmten Zahl von Iterationen gefunden. Die Höhe des nächsten Lastinkrements wird vom Programm, abhängig vom Grad der Nichtlinearität des Systems, d.h. von der Anzahl der durchgeführten Iterationen, automatisch gesteuert. Daher erfolgt die Berechnung im ungerissenen Bereich nahezu linear mit großen Lastinkrementen, während der Lastfaktor z.B. nach einer Rissbildung stark verkleinert wird.

Das *Modifizierte Newton-Raphson-Verfahren* (Bild 3-3, b) kann die im ersten Iterationsschritt ermittelte Tangenten-Steifigkeitsmatrix bei allen weiteren Iterationsschritten unverändert beibehalten. Damit sind für die gleiche Rechengenauigkeit zwar mehr Iterationsschritte erforderlich, jedoch entfällt der Aufwand zum mehrmaligen Aufstellen der Tangenten-Steifigkeitsmatrix. Damit sind geringere Rechenzeiten verbunden.

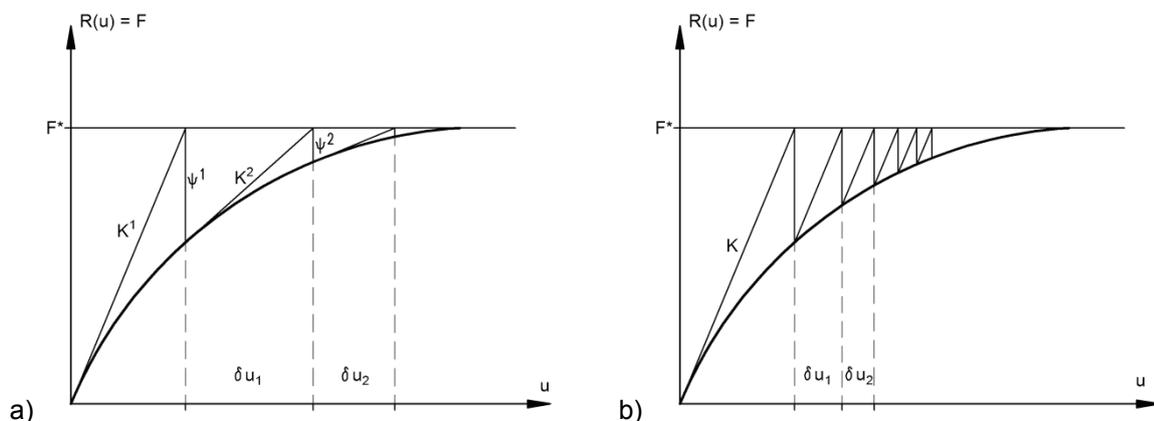


Bild 3-3: Schematische Darstellung a): Newton-Raphson-Verfahren, b): modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren

Die *Kraftsteuerung*, bei der der Lastvektor um $\Delta \lambda$ erhöht und das Verschiebungsinkrement iteriert wird bis das Gleichgewicht erreicht ist, führte bei den Versuchsnachrechnungen zum Konvergenzabbruch, da Kurven mit negativer Steigung auftraten.

Die *Steuerung über Verschiebungen* machte die numerische Analyse stabiler. Dabei wird die Belastung durch eine vorgegebene Verschiebung ersetzt. Die Verschiebungssteuerung wurde bei den Berechnungen der Scheiben verwendet. Die Verschiebungssteuerung ist geeignet, solange die Systemantwort eine eindeutige Funktion der Verschiebung ist, ansonsten kann auch sie versagen (vgl. Bild 3-4). Für solche Fälle steht im ABAQUS ein *Bogenlängenverfahren* (arc length) für die Gleichungslösung zur Verfügung.

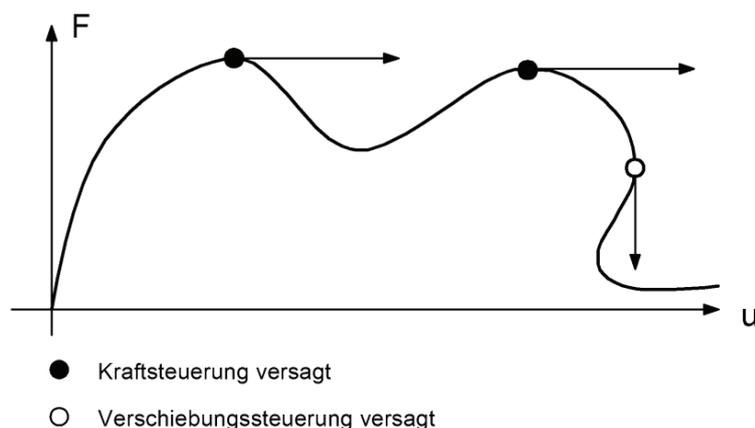


Bild 3-4: Versagen der Kraft- und Verschiebungssteuerung

Das Bogenlängenverfahren ist ein Pfadverfolgungsalgorithmus, der den Lastfaktor und die Verschiebung in Kombination erhöht. Dabei wird in der Last-Verschiebungs-Kurve die diskretisierte Bogenlänge angesteuert. In diesem Zusammenhang wird als Ideengeber meist RIKS genannt. Bei den nachfolgend beschriebenen Scheibeberechnungen wurde im Fall von Konvergenzschwierigkeiten auf dieses Verfahren zurückgegriffen. Die Nachrechnungen der Versuchsträger aus Spannbeton erfolgten dagegen mit dem Newton – Raphson – Verfahren.

3.3 Werkstoffverhalten des unbewehrten Normalbetons

3.3.1 Verhalten unter einaxialer Beanspruchung

3.3.1.1 Druckbeanspruchung

Normalbeton verhält sich unter einaxialer Druckbeanspruchung bis ca. 40% der maximal aufnehmbaren Druckspannung f_c nahezu linear-elastisch. Ab diesem Lastniveau beginnen die infolge des Schwindens bereits vorhandenen Mikrorisse zu wachsen und breiten sich bei größer werdender Beanspruchung entlang der Grenzschichten zwischen Zuschlägen und Zementsteinmatrix als Verbundrisse aus. Durch diesen Prozess verliert die Spannungs-Dehnungs-Linie ihren linearen Verlauf und es kommt zu einer zunehmenden Krümmung der Arbeitslinie, was einer Abnahme der Steifigkeit des Betons entspricht. Oberhalb ca. 65 - 75% der Betondruckfestigkeit entwickeln sich die Mikrorisse auch in der Zementsteinmatrix weiter und verbinden sich zu einem Netz aus Verbundrissen. Der Beton ist somit vor Erreichen der Druckfestigkeit von feinen Mikrorissen durchzogen, was zu einer Nichtlinearität in der Spannungs – Dehnungs – Beziehung im Vorbruchbereich führt. Ab etwa 80 % der maximalen Druckfestigkeit setzen sich die Risse in den Mörtelphasen des Betons weiter fort, so dass die Risse mit zunehmender Belastung immer schneller anwachsen. Die maximale Druckfestigkeit f_c des Betons ist erreicht, sobald die Mikrorisse bis auf eine kritische Länge angewachsen sind. Bei diesem Lastniveau ist eine Volumenzunahme, die so genannte Dilatanz zu beobachten. Unter hoher einaxialer Druckbeanspruchung verlaufen sichtbare Risse parallel zur Beanspruchungsrichtung. Im Bruchzustand bilden sich geneigte Gleitflächen aus.

3.3.1.2 Zugbeanspruchung

In Bild 3-5 ist der prinzipielle Verlauf der Kraft – Verformungs – Linie eines axialen, weggesteuerten Zugversuchs dargestellt. Auf der horizontalen Achse ist die über eine Messlänge l gemessene Verformung Δl und auf der vertikalen Achse die zugehörige Kraft F aufgetragen.

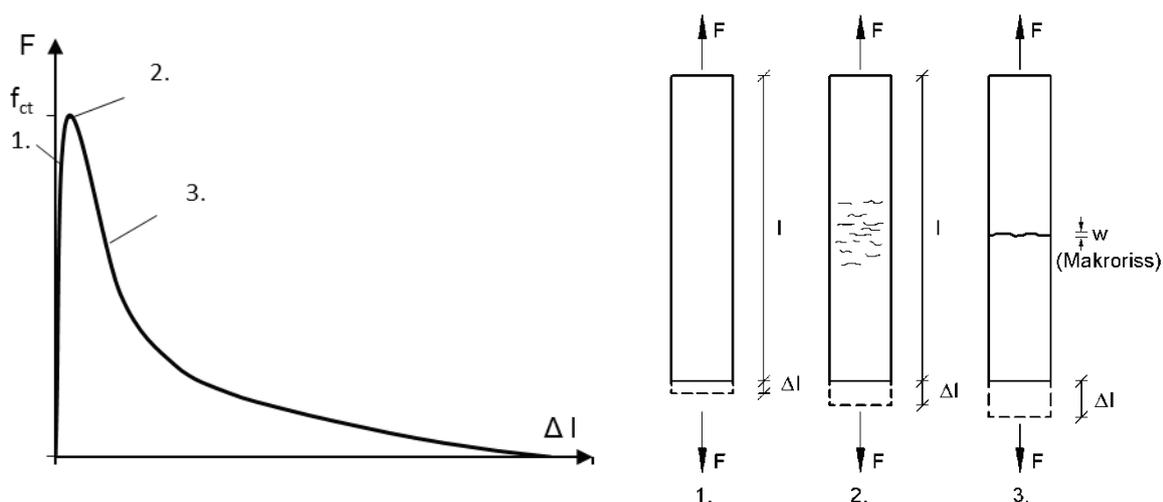


Bild 3-5: Modellvorstellung zum Verhalten des Betons unter Zugbeanspruchung (HILLERBORG)

Bei einer weggesteuerten Versuchsdurchführung wird mit der steifen Prüfmaschine eine stetige Zunahme der Längenänderung Δl aufgebracht (konstante Dehnungsgeschwindigkeit) und die zugehörige Kraft

nachgeregelt und gemessen. Zunächst verläuft die Kraft – Verformungs – Linie bis zum Erreichen der maximalen Zugkraft F_{\max} nahezu linear (Bild 3-5, 1). Sobald die Entfestigung des Materials nach Überschreitung der zur maximalen Zugkraft gehörigen Längenänderung infolge verstärkter Mikrorissbildung in der Bruchprozesszone (BPZ) einsetzt, wird die Kraft entsprechend vermindert (Bild 3-5, 2) bis sich der endgültige Trennriss mit zunehmender Rissbreite w als Makroriss entwickelt (Bild 3-5, 3). Die Verformung in der Risszone mit sich öffnendem Trennriss nimmt bei sinkender Last zu. Die Bereiche außerhalb der Risszone, der ungeschädigte Bereich, wird aufgrund der infolge der Rissbildung kleiner werdenden Zugkraft F gleichzeitig entlastet. Seine Verformung geht dadurch nahezu auf null zurück. Die in Bild 3-5 dargestellte Gesamtverformung Δl lässt sich damit in die Verformungen der Risszone und des ungeschädigten Bereichs aufteilen.

Die *Verformung der ungeschädigten Zone* kann in sehr guter Näherung durch ein linear-elastisches Verhalten beschrieben werden.

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma_t}{E} \cdot l = \frac{F}{E \cdot A} \cdot l \quad (\text{Belastung und Entlastung}) \quad (3.3)$$

Wird die Zugkraft F im Bereich des abfallenden Astes wieder kleiner, vermindert sich dieser elastische Formänderungsanteil gleichermaßen.

Die *Verformung der Risszone* (Bruchprozesszone) kann zweckmäßig durch einen fiktiven diskreten Einzelriss der Rissbreite w beschrieben werden. Die Längenänderung des Bereiches mit verstärkter Mikrorissbildung wird zu einem zunächst fiktiven Riss mit der Rissbreite w zusammengefasst. In diesem Bereich entwickelt sich dann mit zunehmender Längenänderung ein Makroriss als Trennriss mit der Rissbreite w durch das Zusammenwachsen bestimmter Mikrorisse. Die Rissbreite w wird in Abhängigkeit von der Spannung in Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung ($\sigma_t - w$ - Beziehung) beschrieben. Die Fläche unter der Kurve $\sigma_t - w$ wird als Bruchenergie pro Einheitsfläche G_f mit

$$G_f = \int \sigma_t \, dw \quad (3.4)$$

bezeichnet. G_f nimmt mit zunehmendem Gesteinskorndurchmesser, d.h. mit größer werdender Kornverzahnung an der rauen Bruchfläche, zu. Je rauer die Bruchfläche ist, desto größer ist die aufnehmbare Spannung bei einer gegebenen Rissbreite und desto größer ist die Bruchenergie, die nötig ist, um einen Riss vollständig zu öffnen. Der Beton versagt also im weggesteuerten zentrischen Zugversuch keineswegs vollständig spröde. Vielmehr ist der Beton in der Lage, über einen sich öffnenden Riss bis zu einer Breite von ca. $w = 0,15$ mm noch begrenzt Zugspannungen zu übertragen. Die Größe der übertragbaren Zugspannungen nimmt dabei mit zunehmender Rissöffnung, d.h. mit größer werdender Rissbreite, ab. HILLEBORG hat den Zusammenhang zwischen der Bruchenergie und der bei Erreichen der maximalen Zugspannung im Probekörper gespeicherte Energie mit der Definition des dimensionslosen Materialparameters, der charakteristischen Länge l_{ch} , formuliert.

$$l_{ch} = \frac{E_c \cdot G_f}{f_{ctm}^2 \cdot l} \quad (3.5)$$

l_{ch} ist ein Maß für die Duktilität.

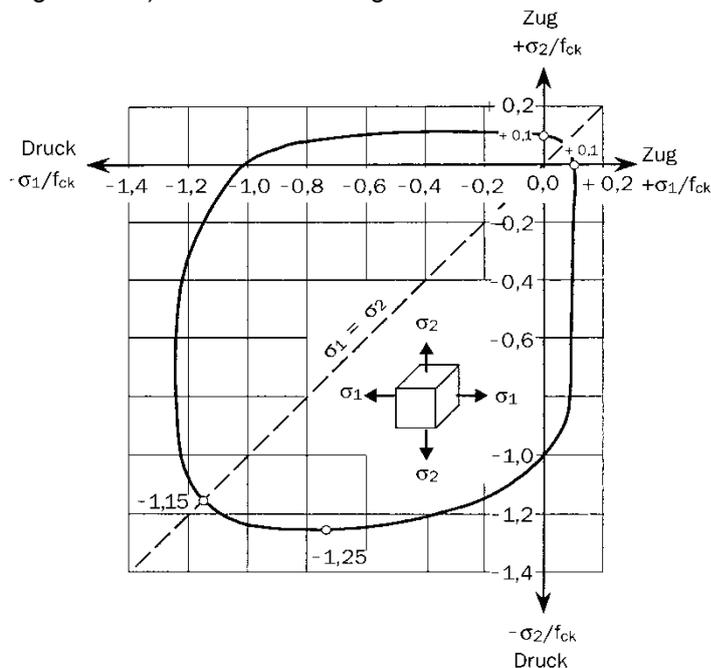
Die *Gesamtverformung* wird über die gesamte Probekörperlänge gemessen und ergibt sich folglich zu:

$$\Delta l = l \cdot \frac{\sigma_t}{E} + w \quad (3.6)$$

Die $\sigma_t - w$ - Beziehung und der Elastizitätsmodul E sind Werkstoffkennwerte, während Δl von der Probekörperlänge abhängig ist.

3.3.2 Verhalten unter zweiachsialer Beanspruchung

Zur Untersuchung des Verhaltens von Beton unter zweiachsiger Beanspruchung hat KUPFER [47] 1972 unbewehrte Betonscheiben mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen σ_1/σ_2 belastet. Dabei hat er die Festigkeit des unbewehrten Betons unter einem ebenen Spannungszustand in der Hauptspannungsebene σ_1 , σ_2 durch eine Bruchlinie (Bild 3-6) dargestellt. Deutlich ist die günstige Wirkung eines Querdrucks (Druck-Druck-Bereich) sowie der ungünstige Effekt eines Querzugs (Druck-Zug-Bereich) auf die Druckfestigkeit zu erkennen.



Neuere Ergebnisse von Untersuchungen an Beton unter mehrachsialer Beanspruchung [79] bringen für den Normalbeton keine wesentlichen Änderungen. Sie sind zu berücksichtigen, wenn Spezialbetone verwendet werden.

Bild 3-6: Festigkeit des Betons gegenüber zweiachsialen Beanspruchungen (KUPFER)

Aus dem Diagramm lässt sich ablesen, dass die Festigkeit unter zweiachsigem Druck bis zu etwa 25 % größer ist als die einachsiale Festigkeit. Die Festigkeit unter zweiachsialer Zugbeanspruchung ist etwa gleich der einachsialen Festigkeit. Die maximale Zugfestigkeit beträgt etwa 10 % der maximalen Druckfestigkeit. Unter der Kombination Druck – Zug tritt Druckversagen unter Spannungen auf, die kleiner sind als die einachsialen Druckfestigkeiten.

Da die Bruchkurven für alle drei untersuchten Normalbetone annähernd gleich verliefen, schlug KUPFER [47] für die Abbildung des Zugbruchverhaltens für alle Betonfestigkeitsklassen der Normalbetone eine Gerade vor.

$$\frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 1 + 0,8 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{cm}} \quad \text{mit} \quad f_{ctm} / f_{cm} = 0,1 \quad \text{folgt} \quad \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 0,1 + 0,08 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{cm}} \quad (3.7)$$

Diese geht im Bereich des einachsigen Druckes in die ebenfalls von KUPFER [47] vorgeschlagene Parabel des Druck – Druck – Bereiches über (Bild 3-7).

$$\left(\frac{\sigma_1}{f_{cm}} + \frac{\sigma_2}{f_{cm}} \right)^2 + \frac{\sigma_1}{f_{cm}} + 3,65 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 0 \quad (3.8)$$

KUPFER [47] hat seine Gleichungen zur Beschreibung des Betons unter zweiachsialer Beanspruchung empirisch ermittelt. Derartige Gleichungen, die das Bruchverhalten beschreiben, können auch auf der

Grundlage der Plastizitätstheorie mittels Bruchhypothesen aufgestellt werden. Sie können aus dem Materialverhalten unter einem ebenen Spannungszustand abgeleitet werden (Bild 3-8).

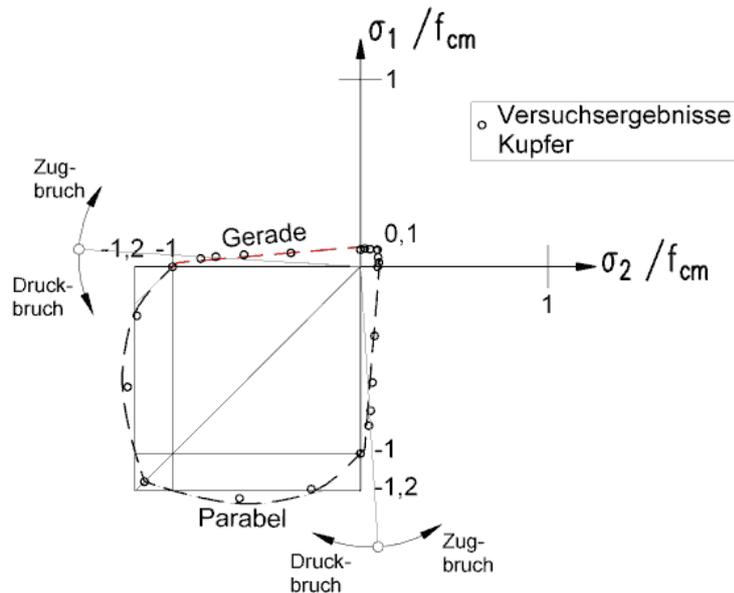


Bild 3-7: Empirische Bruchkurve nach KUPFER

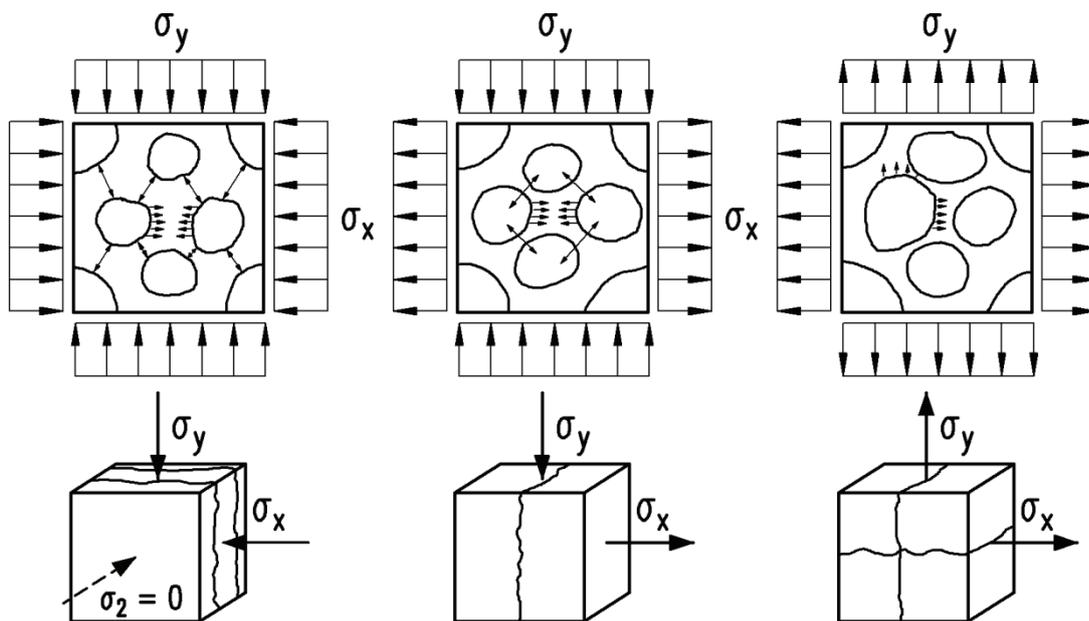


Bild 3-8: Mechanisches Verhalten des inhomogenen Verbundwerkstoffs Beton unter zweiachsialer Beanspruchung

Beton unter Druck- Druck Beanspruchung

Die Spannung σ_y drückt die Gesteinskörner durch die innere Kraftumlenkung im inhomogenen Material auseinander und beansprucht die Kontaktflächen zwischen den großen Körnern und der Zementsteinmatrix auf Zug. σ_x entlastet dabei Matrix und Kontaktzone. Allerdings fehlt eine derartige Unterstützung in der dritten z- Richtung, so dass σ_x nur begrenzt effektiv ist. Rissbildung tritt deshalb parallel zu der $x-y$ -Ebene auf und die Festigkeitserhöhung bleibt gegenüber einem dreiaxialen Druckspannungszustand begrenzt. Bei einem dreiaxialen Druckspannungszustand ist ein noch sehr viel größerer Festigkeitsgewinn gegenüber einachsigen Druck zu erzielen (Bild 3-8, links).

Beton unter Druck- Zug Beanspruchung

Die Spannung σ_y drückt die Gesteinskörner durch die innere Kraftumlenkung im inhomogenen Material auseinander und beansprucht die Kontaktflächen zwischen den großen Körnern und der Zementsteinmatrix auf Zug. Durch die Spannung σ_x wird die Kontaktfläche zwischen den Gesteinskörnern und der Matrix zusätzlich beansprucht. In diesem Fall wirken die Spannungen σ_x und σ_y zusammen im Hinblick auf die Beanspruchung der Kontaktflächen durch Querspannungen. Die zugehörige Druckspannung σ_y ist kleiner als die einachsige Druckfestigkeit des Betons. Bei relativ kleinen Zugspannungen im Bereich großen einachsigen Druckes finden *Druckbrüche* statt. Steigert man allerdings die Zugspannungen ergeben sich *Zugbrüche* (Trennbrüche). Der Trennbruch durch Rissbildung tritt senkrecht zur Zugspannung σ_x bei einer Spannung auf, die kleiner ist als die einaxiale Zugfestigkeit (Bild 3-8, Mitte).

Beton unter Zug- Zug Beanspruchung

Die äußeren Spannungen σ_x und σ_y beanspruchen die Kontaktflächen zwischen den Körnern und Matrix an unterschiedlichen Stellen und beeinflussen einander deshalb nicht. Die Festigkeit ist deshalb in beiden Richtungen etwa gleich zu der einaxialen Zugfestigkeit (Bild 3-8, rechts).

3.3.3 Anwendung der Plastizitätstheorie auf Beton

Die Grundlagen für folgende Darstellungen basieren auf den Ausführungen des Buches „Festigkeitslehre“ von MANG und HOFSTETTER [57].

Die Plastizitätstheorie berücksichtigt bei der Deformationsentwicklung unter einer gegebenen Beanspruchung die plastischen Anteile der Deformationen. Das sind die Dehnungsanteile, die bei vollständiger Entlastung noch übrig bleiben. Die elastischen Materialparameter erfahren dabei keine Veränderungen.

Die Verzerrung setzt sich also additiv aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen.

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} \quad (3.9)$$

Die Beschreibung eines Plastizitätsmodells erfolgt durch die Beschreibung folgender Basisformulierungen:

- Fließbedingung
- Fließregel
- Verfestigung

3.3.3.1 Fließbedingung

Fließbedingungen definieren die Grenze des elastischen Bereiches unter mehraxialer Beanspruchung. Die wesentlichen Fließbedingungen sind nachfolgend als „Bruchhypothesen“ beschrieben.

Bruchhypothesen sind auf der Grundlage der Bruchform entwickelt worden. Besondere Aufmerksamkeit gilt dabei dem ebenen Spannungszustand im Druck – Zug – Bereich, da die Beanspruchung eines Balkensteges unter Querkraft diesem entspricht.

Der Zugbruch

entwickelt sich beim Beton senkrecht zu den Hauptzugspannungstrajektorien. Hier sind die Bruchhypothesen von RANKINE und ROS/EICHINGER geeignet.

Der Druckbruch

findet gegenüber dem Zugbruch zäher statt. Die Bruchfläche bildet einen Winkel mit der Hauptdruckspannungsrichtung. Hierzu gehören die Fließhypothesen nach TRESCA und VON MISES.

Bekannte Versagenshypothesen, die sowohl das Zugbruchversagen als auch das zähere Druckbruchversagen beschreiben sind die nach MOHR-COLOUMB und DRUCKER-PRAGER.

RANKINE; „Normalspannungshypothese“ (NSH)

„Der Bruch tritt ein, wenn eine Hauptspannung einen Grenzwert erreicht“. In den Hauptspannungskordinaten der Ebene ergibt sich damit ein Quadrat mit dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung, dessen Seitenlinien den Spannungszustand vorgeben, bei dem der Bruch stattfindet (Bild 3-9, Variante a). Hierzu ist ein Grenzwert (f_{cm}) erforderlich. Die kleinen Kreise in Bild 3-9 stellen zum Vergleich die Versuchsergebnisse von KUPFER dar. Man erkennt, eine deutlich bessere Übereinstimmung mit der rotgestrichelten Linie (Variante b) im II. Quadranten, in dem die kleinen Kreise die Bruchwerte aus den zweiachsigen Druck-Zug-Versuchen darstellen. Insbesondere die Versuchsergebnisse mit Zugbruch werden mit der Variante b der NSH gut angenähert. Für die Variante b sind allerdings zwei Grenzwerte erforderlich (f_{cm} , f_{ctm}). Im Druckbruchbereich liegen die Versuchspunkte relativ weit von den Seitenlinien entfernt.

Zur mathematischen Beschreibung gehören folgende Gleichungen:

$$\sigma_3 = 0$$

$$\sigma_1 = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \cdot f_{cm} = 0,1 \cdot f_{cm} \quad \text{mit } \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2 \quad (3.10)$$

$$\sigma_2 = -f_{cm} \quad \text{mit } \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} = 0,1 \quad (3.11)$$

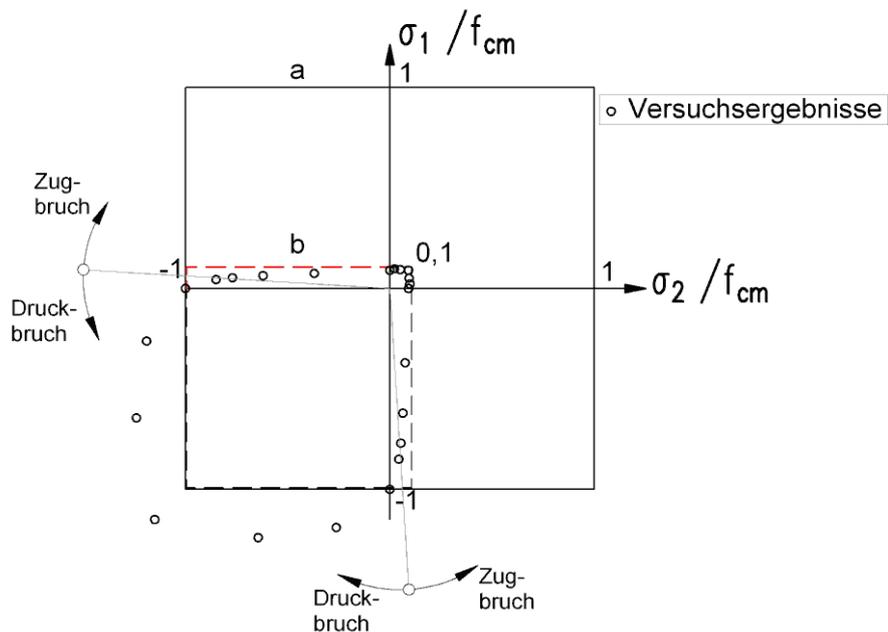


Bild 3-9: Normalspannungshypothese (NSH) von RANKINE

ROS UND EICHINGER, „erweiterte Normalspannungshypothese“

Für die Definition der Bruchhypothese von ROS und EICHINGER werden die Ergebnisse aus 3 Versuchen berücksichtigt.

einaxialer Druckversuch:

$$\sigma_2 = -f_{cm} \quad \sigma_1 = \sigma_3 = 0$$

einaxialer Zugversuch:

$$\sigma_1 = f_{ctm} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

zweiachialer Druckversuch:

- bei unbewehrtem Beton beträgt die zweiachsige Festigkeit ca. $1,15 \cdot f_{cm}$ (Bild 3-10) -

$$\frac{\sigma_1}{f_{cm}} = \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 1,15 \quad \sigma_3 = 0$$

Zur mathematischen Beschreibung gehören folgende Gleichungen:

$$\frac{\sigma_1}{f_{cm}} = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \cdot \left(\frac{\sigma_2}{f_{cm}} + 1 \right) \quad \text{mit } \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2 \text{ und } \sigma_3 = 0 \quad (3.12)$$

$$\text{mit } \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} = 0,1$$

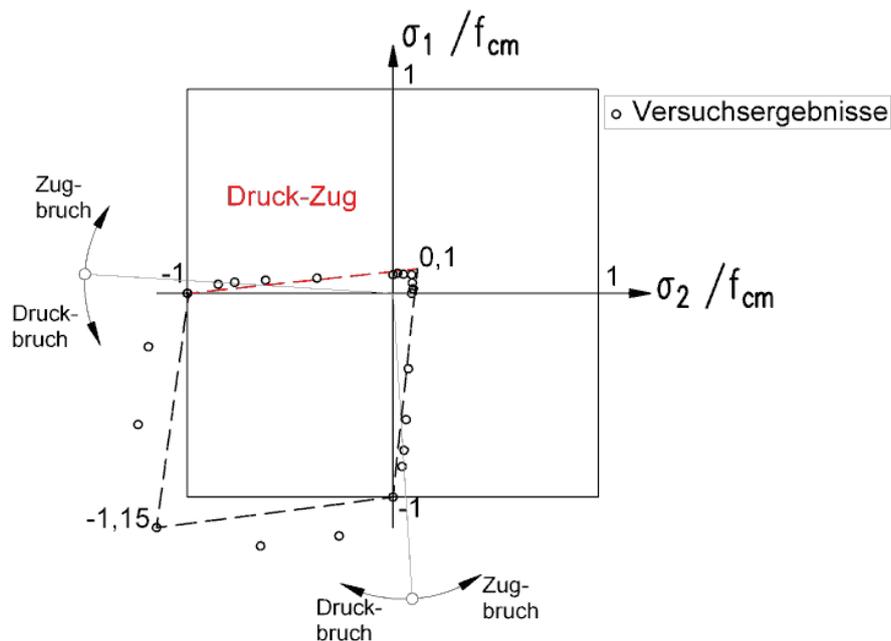


Bild 3-10: Erweiterte Normalspannungshypothese nach ROS UND EICHINGER

Wie aus der Diskussion der zweiachsigen Druck-Zug-Versuchsergebnisse deutlich wurde, sind die Bruchhypothesen nach RANKINE bzw. ROS UND EICHINGER für die Beschreibung des Zugbruchverhaltens relativ gut geeignet. Für die Abbildung des Druckbruchverhaltens sind diese jedoch nur bedingt geeignet. Daher werden im Folgenden weitere Hypothesen betrachtet, die das Druckbruchverhalten des unbewehrten Betons besser beschreiben.

TRESCA, „Schubspannungshypothese“

„Das Versagen tritt ein, wenn die maximale Schubspannung einen konstanten Grenzwert erreicht“ ($\max \tau = k$). TRESCA's Schubspannungshypothese bildet bekanntlich ein Sechseck (Bild 3-11) in den Hauptspannungskordinaten. Es ist zu erkennen, dass die Versuche von KUPFER in keinem Bereich von der Hypothese gut abgebildet werden können.

Zur mathematischen Beschreibung gehören folgende Gleichungen:

$$\max \tau = k \quad \text{mit } k = \frac{f_{cm}}{2} \quad (3.13)$$

$$\max \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (3.14)$$

$$\frac{\sigma_1}{f_{cm}} - \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 1 \quad \text{mit } \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2 \quad \text{und} \quad \sigma_3 = 0 \quad (3.15)$$

$$\sigma_2 = -f_{cm} \quad (3.16)$$

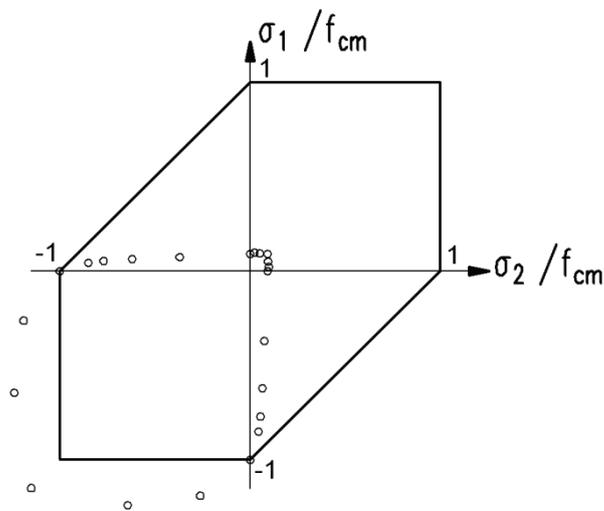


Bild 3-11: Schubspannungshypothese nach TRESCA

MOHR-COULOMB

Die Versagenshypothese von MOHR stellt gegenüber TRESCA eine Erweiterung dar. Das Versagen tritt ein, wenn die maximale Schubspannung einen Grenzwert erreicht, wobei der Grenzwert keine Konstante wie bei TRESCA darstellt, sondern eine Funktion der Normalspannung ist.

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (3.17)$$

Die einfachste Form der Funktion ist eine Gerade.

$$|\tau| = f(\sigma) = c - \sigma \cdot \tan \varphi \quad (3.18)$$

Damit gelangt man zu *COULOMB*.

Hier gehen zwei Parameter c und φ ein, die die Kohäsion c und den inneren Reibungswinkel φ darstellen. Den Zusammenhang zwischen c und φ zeigen die nachfolgenden Gleichungen. Für das Festigkeitsverhältnis $f_{ctm}/f_{cm} = 0,1$ erhält man die rote gestrichelte Gerade in Bild 3-12.

$$\max \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (3.19)$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot \sin \varphi = c \cdot \cos \varphi \quad (3.20)$$

Aus dem einaxialen Druck- und Zugversuch ergibt sich folgender Zusammenhang

$$f_{cm} = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.21)$$

$$f_{ctm} = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (3.22)$$

$$m = \frac{f_{cm}}{f_{ctm}} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.23)$$

m	1	1,7	10
φ	0°	15°	$54,9^\circ$

Zur mathematischen Beschreibung gehören folgende Gleichungen:

$$\frac{\sigma_1}{f_{ctm}} - \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 1 \quad \text{mit } \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2 \text{ und } \sigma_3 = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\sigma_1}{f_{ctm}} - \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 1 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1}{f_{cm}} = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \cdot \left(\frac{\sigma_2}{f_{cm}} + 1 \right) \quad \text{mit } \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} = 0,1 \quad (3.25)$$

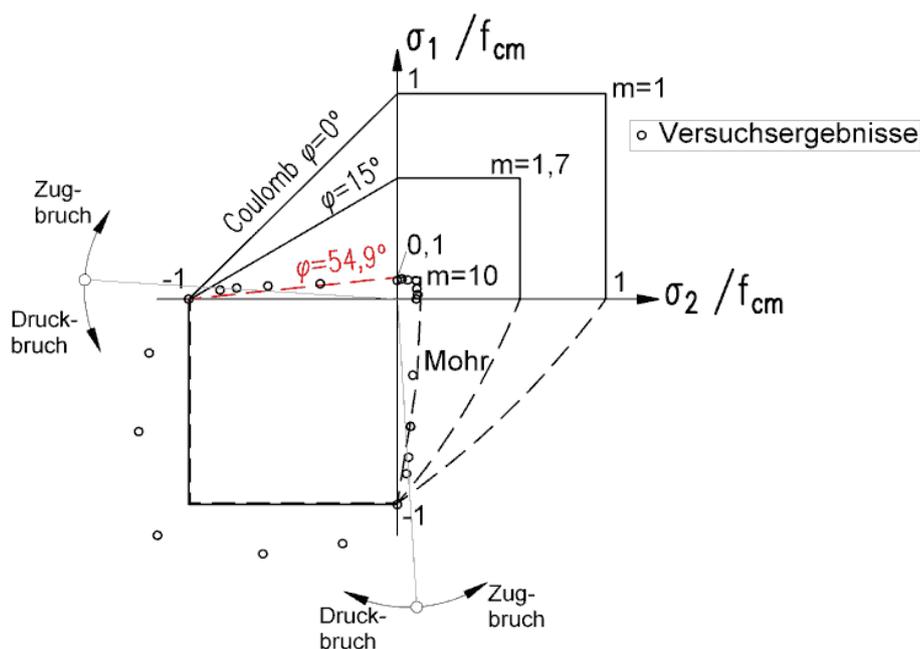


Bild 3-12: Hypothesen nach MOHR, COULOMB

VON MISES „Gestaltänderungshypothese“

„Das Versagen tritt ein, wenn die Gestaltänderungsarbeit einen Grenzwert erreicht“. In Bild 3-13 erkennt man eine Annäherung an die Versuchswerte im Druckbruchbereich. Wie aufgrund des nur einen Parameters f_{cm} zu erwarten war, werden die Versuchswerte im Zugbruchbereich nicht annähernd getroffen.

Wegen der Übersichtlichkeit werden mehraxiale Spannungszustände in der Regel anstelle von Hauptspannungen ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) durch vom gewählten Koordinatensystem unabhängige Spannungsinvarianten (I_1, I_2, I_3 bzw. J_1, J_2, J_3) beschrieben.

Fließbedingung:

$$f(J_2) = \sqrt{J_2} - k \quad \text{mit} \quad k = \frac{f_{cm}}{\sqrt{3}} \quad (3.26)$$

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2 = f_{cm}^2 \quad \text{mit} \quad \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2 \quad \text{und} \quad \sigma_3 = 0 \quad (3.27)$$

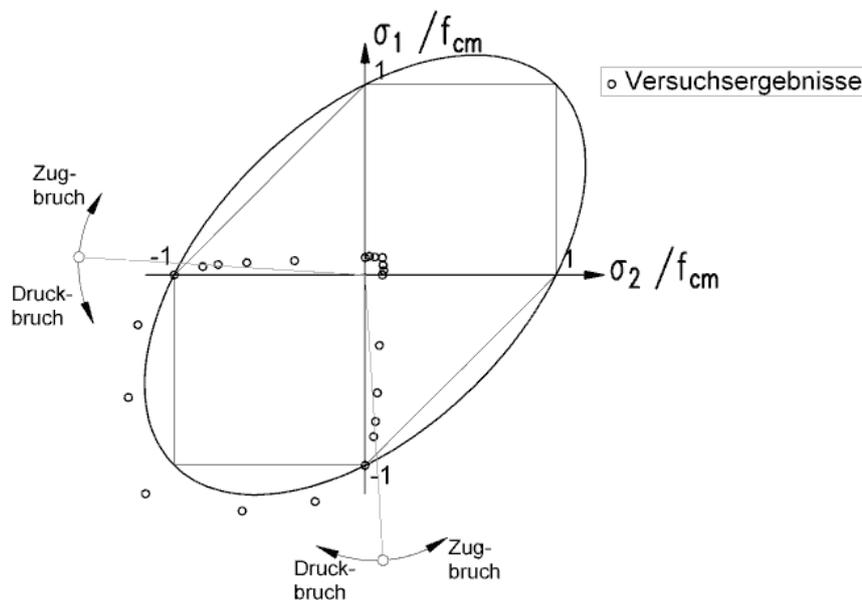


Bild 3-13: Gestaltänderungshypothese nach Von Mises

DRUCKER-PRAGER

Die Versagenshypothese nach DRUCKER-PRAGER ist eine Erweiterung der Gestaltänderungshypothese unter Berücksichtigung der hydrostatischen Spannung.

Fließbedingung:

$$f(I_1, J_2) = \alpha \cdot I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (3.28)$$

mit $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ als ersten Invarianten des Spannungstensors σ_{ij}

als zweiten Invarianten des deviatorischen Spannungs-

und $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$ tensors ($s_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij}$)

Sie enthält zwei Parameter α und k , über die der Verlauf der Fließbedingung der tatsächlichen Bruchkurve angepasst werden kann. Durch Einsetzen der Ergebnisse aus ein- und zweiachsigem Druckversuch in das Drucker – Prager – Kriterium Bild 3-14 können die Parameter bestimmt werden.

Der einaxiale Versuch:

$$\sigma_2 = -f_{cm} \quad \sigma_1 = \sigma_3 = 0$$

liefert die Gleichung:

$$-f_{cm} \cdot \alpha + \frac{f_{cm}}{\sqrt{3}} = k \quad (3.29)$$

Der zweiachsigale Versuch [47]:

$$\frac{\sigma_1}{f_{cm}} = \frac{\sigma_2}{f_{cm}} = 1,16 \quad \sigma_3 = 0$$

ergibt:

$$-2,32 \cdot f_{cm} \cdot \alpha + \frac{1,16}{\sqrt{3}} f_{cm} = k \quad (3.30)$$

Man erhält durch Lösen von (3.29) und (3.30):

$$\alpha = 0,07 \quad k = 0,5074 \cdot f_{cm}$$

Zur mathematischen Beschreibung gehört folgende Gleichung:

$$\alpha \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) + \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_1^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2)} = k; \quad \text{mit } \sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2 \text{ und } \sigma_3 = 0 \quad (3.31)$$

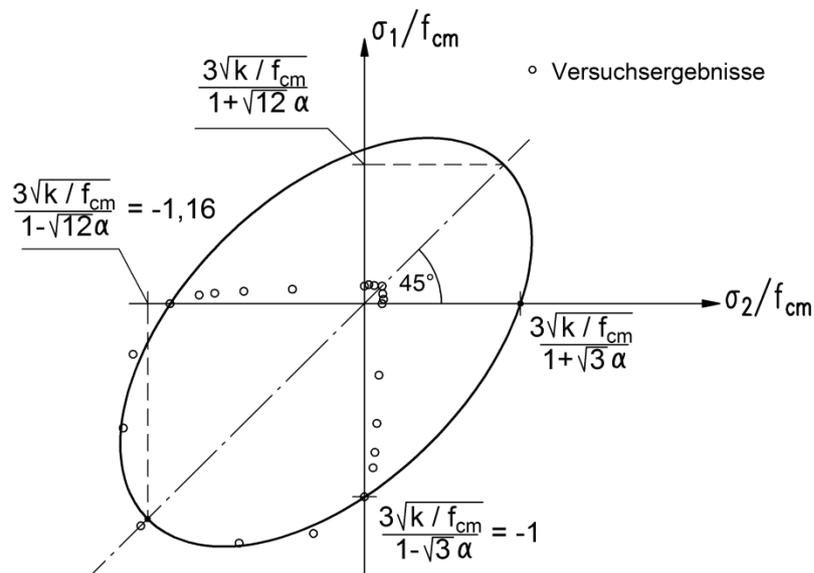


Bild 3-14: Versagenshypothese nach DRUCKER-PRAGER

Zusammenfassung

Aufgrund des zäheren Druckbruchverhaltens und des relativ spröden Zugbruchverhaltens des Betons ist eine Kombination der Versagenshypothese von DRUCKER-PRAGER mit der Bruchhypothese von RANKINE oder besser COLOUMB bzw. ROS+EICHINGER naheliegend. Die Kopplung dieser Hypothesen ergibt eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten im ganzen Bereich, sowohl für Druck- als auch für Zugbrüche (Bild 3-15, Bild 3-16)

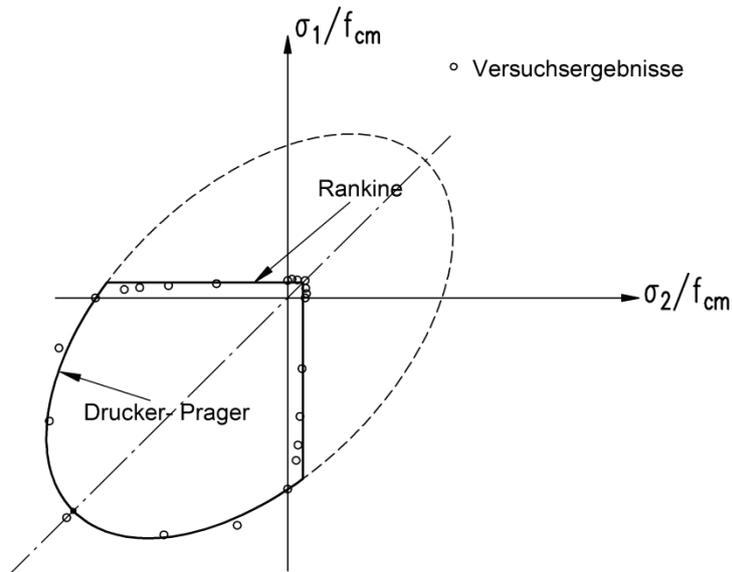


Bild 3-15: Kopplung der Versagenshypothesen nach DRUCKER-PRAGER und RANKINE

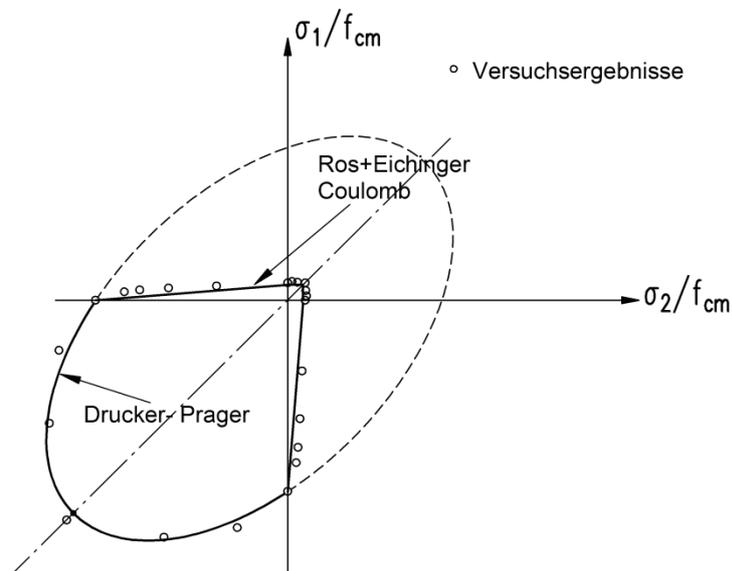


Bild 3-16: Kopplung der Versagenshypothesen nach DRUCKER-PRAGER und COULOMB/ ROS+EICHINGER

3.3.3.2 Fließregel

Die Fließregel beschreibt ein plastisches Stoffgesetz, welches notwendig ist, um plastische Verzerrungen zu ermitteln.

Bild 3-17 zeigt die Gegenüberstellung des ein- und des zwei axialen Verhaltens für ein idealplastisches Material.

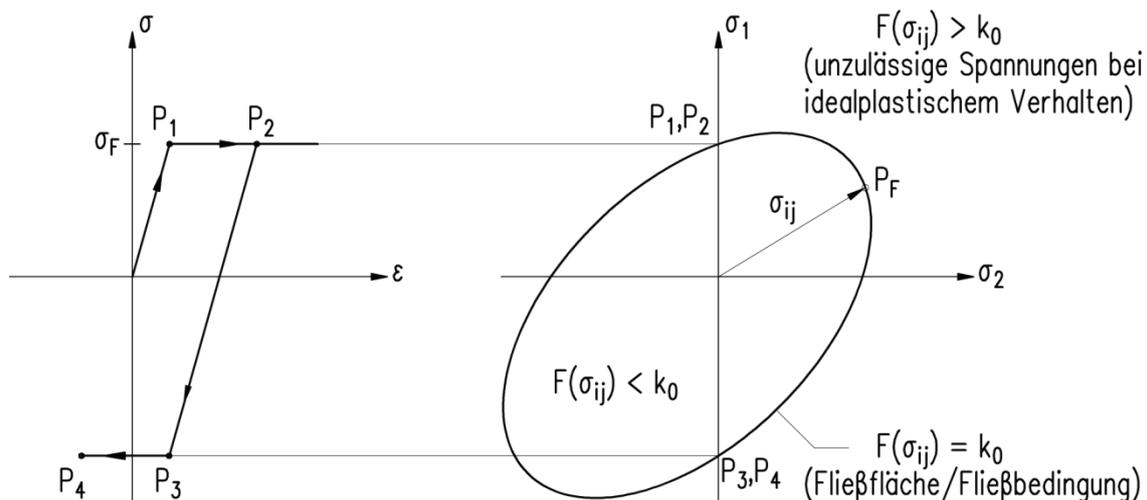


Bild 3-17: idealplastisches Material

Im einaxialen Fall sind ausgehend von σ_F nur Entlastungen möglich. Belastungen sind mit plastischen Verzerrungen verbunden.

Im mehraxialen Fall mit

$$F(\sigma_{ij}) \leq k_0 \quad (3.32)$$

gilt für $k_0 = \text{const.}$ idealplastisches Verhalten.

D.h. die Fließbedingung bleibt unverändert. „Neutrale Spannungsänderungen“ sind möglich. P_F wandert dann auf der Fließfläche, d.h. $dF = 0$, $d\varepsilon_{ij} = 0$.

mit

$$dF = 0 \Rightarrow \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \cdot \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial} = 0 \quad (3.33)$$

Dabei ist

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial} = d\sigma_{ij} \quad \text{die Spannungsänderung. (Die Spannungsänderung liegt auf der Fließbedingung und bildet eine Tangente zur Fließfläche).} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{ist die Normale, da das Skalarprodukt verschwindet.}$$

Elastische Verzerrungen werden aus einer elastischen Potentialfunktion $\overset{*}{W}(\sigma_{ij})$ ermittelt.

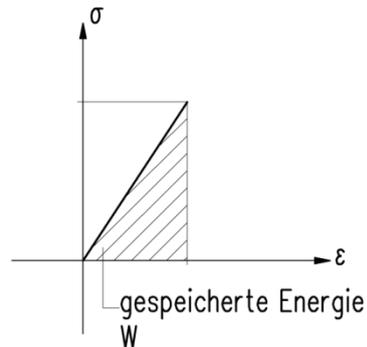


Bild 3-18: Elastische Formänderungsenergie

Entsprechend der Vorgehensweise bei der Ermittlung von elastischen Verzerrungen aus den Ableitungen der elastische Potentialfunktion

$$W(\epsilon_{ij}) = \int \sigma_{ij}^{el} d\epsilon_{ij} \qquad \overset{*}{W}(\sigma_{ij}) = \int \epsilon_{ij}^{el} d\sigma_{ij} \qquad (3.35)$$

$$\frac{\partial W(\epsilon_{ij})}{\partial \epsilon_{ij}} = \sigma_{ij}^{el} \qquad \frac{\partial \overset{*}{W}(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} = \epsilon_{ij}^{el} \qquad (3.36)$$

können plastische Verzerrungen aus einer plastischen Potentialfunktion $g(\sigma_{ij})$ abgeleitet werden.

$$\epsilon_{ij}^{pl} = \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (3.37)$$

Da man nur Zuwächse betrachtet, ergeben sich mit einer inkrementellen Formulierung:

$$d\epsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \cdot \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (3.38)$$

Dabei ist

$d\lambda$ die Länge

$\frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$ die Richtung (Verhältnis der Verzerrungskomponenten zueinander)

Die Verfestigungsfläche $g=0$ ist eine neue Fließfläche. Man erhält plastisches Fließen, wenn

$$d\lambda > 0$$

ist. Für

$$d\lambda = 0$$

folgt

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = 0$$

d. h. kein plastisches Fließen.

Bei einem idealplastischen Werkstoff ändert sich die Fließbedingung bei einer Spannungsänderung nicht. Bei einem verfestigenden Werkstoff ist dagegen eine Belastung in den plastischen Bereich hinein möglich. Dabei kann sich die Fließbedingung verschieben oder deformieren.

Im Idealplastischen Bereich ist $g(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{ij})$.

Wird auch im verfestigenden Bereich $g(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{ij})$ gesetzt spricht man von *assoziertem Fließgesetz*.

Ist $g(\sigma_{ij}) \neq F(\sigma_{ij})$ spricht man von *nichtassoziertem Fließgesetz*.

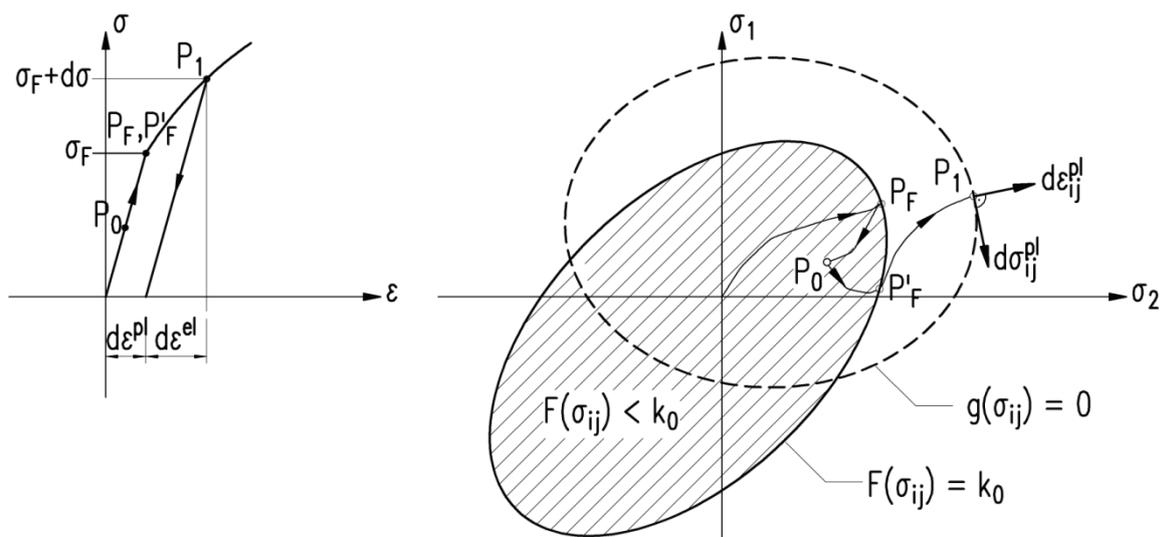


Bild 3-19: Material mit Verfestigung

Sind die auf Bild 3-20 dargestellten Winkel β und ψ mit

- β der innere Reibungswinkel, der die Neigung der Asymptote gegenüber der p-Achse bestimmt.
- ψ der Dilatanzwinkel, der die Richtung des Vektors der plastischen Dehnungszuwächse definiert.

in der $p - q$ - Ebene gleich, handelt es sich um ein *assoziertes Fließgesetz*.

Die plastischen Dehnungszuwächse stehen dann senkrecht auf der Bruchhüllenden.

Dabei sind

- p Funktion der ersten Invarianten I_1 des Spannungstensors σ_{ij} mit

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (3.39)$$

q Funktion der zweiten Invarianten J_2 des deviatorischen Spannungstensors ($s_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij}$) mit

$$J_2 = \frac{1}{2}(s_{11} + s_{22} + s_{33}) = \frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.40)$$

p und q sind proportional zu der Oktaedernormalspannung σ_{okt} und der Oktaederschubspannung τ_{okt} .

Rechnet man τ_{okt} in die Deviatorspannung q um

$$q = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{\text{okt}} \quad (3.41)$$

mit

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma_{ij} + p\delta_{ij})^2} = \sqrt{3J_2} \quad \text{Vergleichsspannung nach VON MISES} \quad (3.42)$$

$$p = -\frac{\sigma_{kk}}{3} = -\frac{I_1}{3} \quad \text{Hydrostatische Spannung} \quad (3.43)$$

erhält man den Dilatanzwinkel aus den Untersuchungen nach MILLS & ZIMMERMANN und WILLAM zu *ca.* $\psi = 30^\circ$.

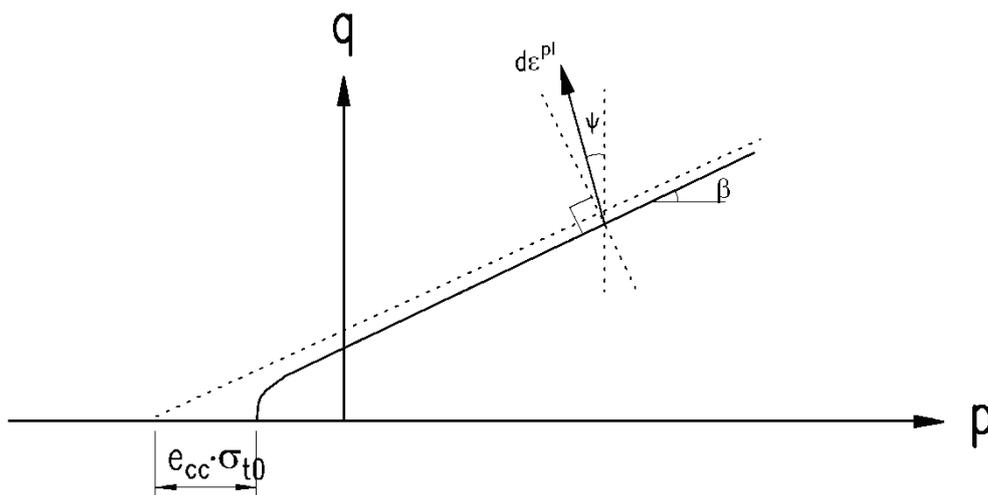


Bild 3-20: Bruchumhülle in der p-q-Ebene

3.3.3.3 Verfestigungsfunktion

Das Verfestigungsgesetz beschreibt die Änderung der Fließbedingung während des plastischen Fließens. Wird die Fließgrenze überschritten, wird der Verfestigungszustand durch die aktuelle Fließbedingung (3.44) wiedergegeben.

$$g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}, k(\varepsilon_{ij}^{pl})) = 0 \quad (3.44)$$

Dabei beschreibt

σ_{ij} den aktuellen Spannungszustand

ε_{ij}^{pl} Funktion der wachsenden Dehnungsraten

$k(\varepsilon_{ij}^{pl})$ Die Größe (z.B. Radius) der Fließbedingung

Nachfolgend sind die bekanntesten Verfestigungsgesetze aufgeführt:

Die *Isotrope Verfestigung* ist die affine Aufweitung der ursprünglichen Fließbedingung ohne Drehung und Translation während des plastischen Fließens.

Dabei ändert sich in der aktuellen Fließbedingung

$$g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}, k(\varepsilon_{ij}^{pl})) = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}) - k(\varepsilon_{ij}^{pl}) \quad (3.45)$$

nur die Größe, also k . Die Form wird beschrieben mit $f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl})$. Sie wird beibehalten.

Bei der *kinematischen Verfestigung* wandert die Fließbedingung während des plastischen Fließens als „starrer Körper“ im Spannungsraum (reine Translation, keine Rotation).

$$g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}, k) = f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2 = 0 \quad (3.46)$$

Dabei beschreibt

α_{ij} die Verschiebung des Mittelpunktes der Fließbedingung

k^2 die Größe. Sie ändert sich nicht.

Die *gemischte Verfestigung* ist eine Kombination aus beiden Modellen

$$g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}, k(\varepsilon_{ij}^{pl})) = f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2(\varepsilon_{ij}^{pl}) = 0 \quad (3.47)$$

Dabei beschreibt

α_{ij} die Verschiebung des Mittelpunktes der Fließbedingung

k^2 die isotrope Aufweitung der Fließbedingung.

3.3.4 Materialmodell für Beton in ABAQUS

3.3.4.1 Allgemeines

Die Nachfolgenden Ausführungen entstanden in Anlehnung an das ABAQUS-Handbuch.

Zur Modellierung des Materialverhaltens des Betons wurde das im Programm zur Verfügung stehende Werkstoffmodell „concrete damaged plasticity“ eingesetzt, das Konzepte der *Schädigungstheorie* in Kombination mit der *Plastizitätstheorie* verwendet. Die Fließbedingung im Druckbereich ist vom Typ Drucker – Prager. Im Zugbereich hingegen wird das Rankine – Kriterium angesetzt. Die Verfestigungsfunktionen werden aus dem einaxialen Materialverhalten abgeleitet. Die Entlastungskurve eines Werkstoffes gemäß Plastizitätstheorie verläuft elastisch, parallel zu der Belastungskurve im elastischen Bereich. Zudem werden im entfestigenden Nachbruchbereich die Drucker Postulate für stabiles Material verletzt. Mit Hilfe der Schädigungstheorie kann im Nachbruchbereich sowohl auf der Druck- als auch auf der Zugseite die Degradation der elastischen Steifigkeit berücksichtigt werden. Mit der Kopplung der beiden Theorien kann damit neben den plastischen Verzerrungen auch die infolge einer Mikrorissbildung erfolgte Degradation der elastischen Materialparameter berücksichtigt werden.

Die Formulierung der Materialfunktionen des „concrete damaged plasticity“-Modells beruht auf der additiven Aufspaltung der Verzerrungen in elastische und plastische Anteile.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \quad (3.48)$$

3.3.4.2 Schädigungsmodell

Führt man einen Schädigungsparameter b ein, so lässt sich der plastische Dehnungsanteil auch durch die inelastische Dehnung ausdrücken.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + b \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{in} \quad \text{mit } \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} = b \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{in} \quad (3.49)$$

Dabei ist

- b Schädigungsparameter, welcher das Verhältnis von verbleibender plastischer Dehnung und inelastischer Dehnung beschreibt

$$b = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}}{\boldsymbol{\varepsilon}^{in}} \quad \text{mit } \boldsymbol{\varepsilon}^{in} = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{\boldsymbol{\sigma}}{E} \quad (3.50)$$

Damit lautet die Verknüpfung der Spannungen mit den Verzerrungen wie folgt:

$$\boldsymbol{\sigma}_c = (1 - d_c) \mathbf{D}_0 (\boldsymbol{\varepsilon}_c - \boldsymbol{\varepsilon}_c^{pl}) \quad \text{bzw.} \quad \text{wobei } 0 \leq d_c \leq 1 \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad (3.51)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_t = (1 - d_t) \mathbf{D}_0 (\boldsymbol{\varepsilon}_t - \boldsymbol{\varepsilon}_t^{pl})$$

mit den Indices:

c Druck

t Zug

Die Rissbildung im Beton wird sowohl im Druck- als auch im Zugbereich in Form von Degradation der Steifigkeitsmatrix \mathbf{D}_0 mit skalaren Schädigungsvariablen d (d_c für Druck- bzw. d_t für Zugbeanspruchung) formuliert:

$$d_c = \frac{A_d}{A_0} \quad \text{bzw.} \quad d_t = \frac{A_d}{A_0} \quad ; 0 \leq d_c \leq 1 \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad (3.52)$$

Dabei sind

A_0 : die ungeschädigte Fläche

A_d : die geschädigte Fläche

Somit beschreibt

$d_c = 0$ oder $d_t = 0$ den ungeschädigten Ausgangszustand und
 $d_c = 1$ oder $d_t = 1$ den Zustand der vollständigen Schädigung.

Durch die Schädigungsvariable d wird \mathbf{D}_0 reduziert, so dass

$$\mathbf{D} = (1-d_c) \mathbf{D}_0 \text{ bzw. } \mathbf{D} = (1-d_t) \mathbf{D}_0 \quad (3.53)$$

gilt (Vgl. Bild 3-21 für den einaxialen Fall).

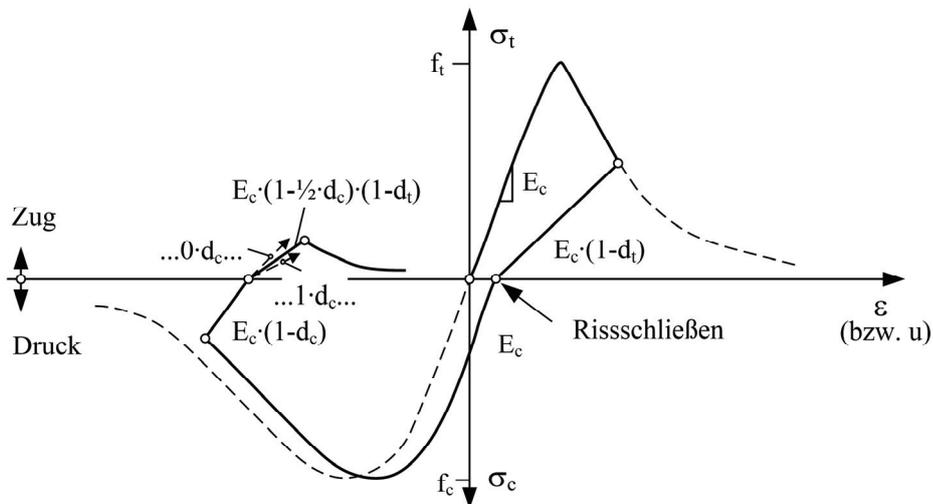


Bild 3-21: Beispiel zum Schädigungsmodell bei einachsiger zyklischer Belastung

3.3.4.3 Fließbedingung

Die Fließbedingung

$$\tilde{F}(\bar{\sigma}, \tilde{\epsilon}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3 \cdot \alpha \cdot \bar{p} + \beta (\tilde{\epsilon}^{pl}) \langle \hat{\sigma}_{max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{max} \rangle) - \bar{\sigma}(\tilde{\epsilon}^{pl}) = 0 \quad (3.54)$$

beschreibt Spannungszustände, bei denen plastische Verzerrungen mit Schädigungszuwächsen auftreten können (Für $\beta=\gamma=0$ erhalten wir die Fließbedingung nach DRUCKER – PRAGER).

Dabei sind

$$\tilde{\epsilon}^{pl} = \begin{pmatrix} \epsilon_t^{pl} \\ \epsilon_c^{pl} \end{pmatrix} \quad \text{plastische Verzerrungen auf der Zug- und Druckseite}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-d)} \quad \text{Die effektive Hauptspannung} \quad (3.55)$$

$$\hat{\sigma}_{max} \quad \text{Maximale effektive Hauptspannung}$$

$$\bar{p} = -\frac{1}{3}\bar{\sigma}_{ii} \quad \text{der effektive hydrostatische Druck} \quad (3.56)$$

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2}\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij}} \quad \text{die effektive von Mises Spannung} \quad (3.57)$$

$$\bar{s}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + \bar{p}\delta_{ij} \quad \text{der deviatorische Anteil der effektiven Spannung} \quad (3.58)$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}\right)^{-1}}{2 \cdot \left(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}\right)^{-1}} \quad \text{mit } 0 \leq \alpha \leq 0,5 \quad (3.59)$$

σ_{b0} zweiachiale Druckfestigkeit

σ_{c0} einachiale Druckfestigkeit

$$\gamma = \frac{3 \cdot (1 - K_c)}{2 \cdot K_c - 1} \quad \text{beeinflusst die Kreisform in der Deviatorebene, Bild 3-27} \quad (3.60)$$

$$K_c = \frac{(q_0)_{tm}}{(q_0)_{cm}} \quad \text{Invariantenverhältnis auf Zug- und Druckmeridianen} \quad (3.61)$$

$$0,5 \leq K_c \leq 1$$

$(q_0)_{tm}, (q_0)_{cm}$ dreiachiale Mises Spannungen im Zug- bzw. Druckbereich bei einem bestimmten hydrostatischen Druck p.

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\epsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\epsilon}_t^{pl})}(1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad \text{Verfestigungsparameter für eine isotrope Verfestigung} \quad (3.62)$$

3.3.4.4 Fließregel

Das Modell verwendet eine nichtassozierte Fließregel in der Form

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pl} = \dot{\lambda} \cdot \frac{\partial G(\bar{\sigma}_{ij})}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \quad (3.63)$$

mit der Potentialfunktion G vom Typ Drucker-Prager.

$$G = \sqrt{(e_{cc} \cdot \sigma_{t0} \cdot \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \cdot \tan \psi \quad (3.64)$$

Dabei sind

- σ_{t0} einaxiale Betonzugfestigkeit: $\sigma_{t0} = f_{ctm}$
 e_{cc} Parameter, der die Geschwindigkeit bestimmt mit der die Funktion die Asymptote annähert.
 β innerer Reibungswinkel
 ψ Dilatanzwinkel

3.3.4.5 Ver- und Entfestigung

Mit der Evolution der plastischen Verzerrungen erhält man die Verfestigung

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{pl} = h(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}) \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \quad \text{mit} \quad \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \geq 0 \quad (3.65)$$

in Abhängigkeit der Eigenwerte $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$ des plastischen Verzerrungstensors

Dabei sind

$$h(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}) = \begin{bmatrix} r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) - 1 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^3 \bar{\sigma}_i}{3} & , \bar{\boldsymbol{\sigma}} \neq 0 \\ \sum_{i=1}^3 |\bar{\sigma}_i| & \\ 0 & , \bar{\boldsymbol{\sigma}} = 0 \end{cases} \quad (3.67)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \begin{pmatrix} \varepsilon_t^{pl} \\ \varepsilon_c^{pl} \end{pmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_1^{pl} \\ \dot{\varepsilon}_2^{pl} \\ \dot{\varepsilon}_3^{pl} \end{pmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \end{pmatrix} \quad ; \dot{\varepsilon}_1^{pl} \geq \dot{\varepsilon}_2^{pl} \geq \dot{\varepsilon}_3^{pl} \quad (3.68)$$

Die Verfestigung wird in Abhängigkeit der einaxialen Arbeitslinie bestimmt.

Dabei sind

$\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})$: die einaxiale Spannungs – plastische Dehnungs – Beziehung im Druckbereich

$\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})$: die einaxiale Spannungs – plastische Dehnungs – Beziehung im Zugbereich

Im *Entfestigungsbereich* spielt die viskoplastische Regularisierung eine wesentliche Rolle bei Konvergenzproblemen. Sie verhindert den Verlust der positiven Definitheit der Steifigkeitsmatrix im Entfestigungsbereich. Numerische Instabilitäten konnten mit dem Parameter behoben werden. Allerdings

ist zu beachten, dass die Fläche unterhalb der Spannungs-Dehnungskurve sich verändert. Die Festlegung des Viskositätsparameters μ erfolgt bei der Kalibrierung im Rahmen der Nachrechnung der Versuchsscheiben.

Die plastischen Dehnungszuwächse

$$\dot{\varepsilon}_V^{pl} = \frac{1}{\mu} (\dot{\varepsilon}^{pl} - \dot{\varepsilon}_V^{pl}) \quad (3.69)$$

und der Schädigungsparameter

$$\dot{d}_V = \frac{1}{\mu} (d - d_V) \quad (3.70)$$

sind als „Duvaut-Lions-Regularisierung“

$$\sigma = (1 - d_V) D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon_V^{pl}) \quad (3.71)$$

gegeben.

Das Modell benötigt lediglich Materialparameter und –funktionen aus der einachsigen Druck-Zugbeanspruchung.

3.3.4.6 Einachsige Druckbeanspruchung

Materialparameter

Unter monotoner Druckbeanspruchung wird σ_c (ε_c) in drei Bereichen definiert (Bild 3-22).

Der elastische Bereich 1 bis 40% der Druckfestigkeit f_{cm} wird mit einem linearen Zusammenhang beschrieben.

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c \quad (3.72)$$

Im Bereich des ansteigenden Astes (Bereich 2) gilt nach Model Code 90 [62] (Bild 3-22)

$$\sigma_c = \frac{E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})^2}{1 + \left(E_{ci} \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} - 2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \cdot f_{cm} \quad (3.73)$$

$$E_{ci} = \frac{2}{3 E_c} \cdot (f_{cm} / \varepsilon_{c1})^2 - \frac{4 f_{cm}}{3 \varepsilon_{c1}} + \frac{5}{3} E_c \quad (3.74)$$

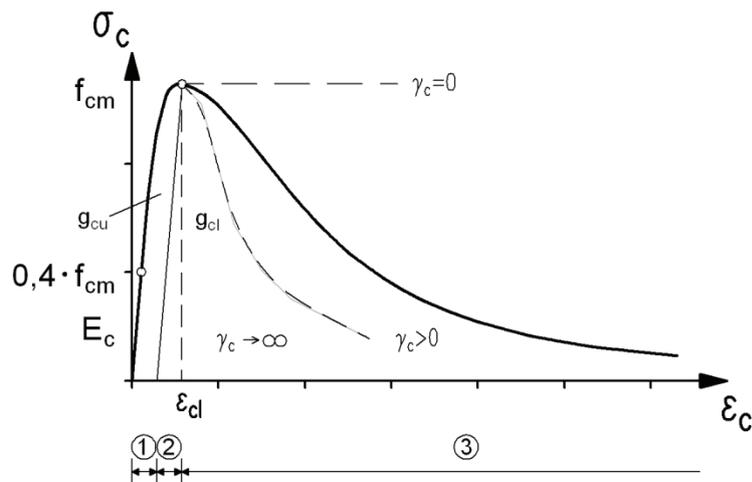


Bild 3-22: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton unter Druckbeanspruchung

Im Bereich des abfallenden Astes (Bereich 3) wird nach Model Code 90 [62] angesetzt.

$$\sigma_c = \left(\frac{2 + \gamma_c f_{cm} \epsilon_{cl}}{2 f_{cm}} - \gamma_c \epsilon_c + \frac{\gamma_c \epsilon_c^2}{2 \epsilon_{cl}} \right)^{-1} \quad (3.75)$$

$$\gamma_c = \frac{0,5 \cdot \pi^2 \cdot f_{cm} \cdot \epsilon_{cl}}{\left[g_{lc} - \frac{f_{cm}}{2} \left(\epsilon_{cl} (1 - b_c) + \frac{b_c f_{cm}}{E_c} \right) \right]^2} > 0 \quad (3.76)$$

Für den Nachbruchbereich muss die Spannungs – Dehnungs – Beziehung in Abhängigkeit des Elementes definiert werden, weil durch die Lokalisierung unter Druckbeanspruchung bei einem Körper, der höher ist als die lokalisierte Bruchzone $l_{ch,c}$, nur ein Teil des Volumens tatsächlich an Festigkeit verliert und der restliche intakte Bereich entlastet wird. Die Dehnung wird jedoch als die mittlere Dehnung über die Höhe des Probekörpers definiert. Dabei berücksichtigen die Zerstauchungsenergie G_{cl} und der Längenparameter l_c in der Form

$$g_{cl} = \frac{G_{cl}}{l_c} \quad (3.77)$$

die Abhängigkeit des abfallenden Astes von der Probekörperschlankheit, um Netzabhängigkeiten von Finite-Elemente Lösungen weitgehend auszuschalten. Vereinfachend gilt für Volumenelemente

$$l_c = \left[V^e / n \right]^{1/3} \quad (3.78)$$

mit

$$l_c \leq \frac{G_{cl}}{f_{cm} \left(\epsilon_{cl} (1 - b_c) + b_c f_{cm} / E_c \right)} \quad (3.79)$$

Dabei hängt die Länge l_c vom Elementtyp, der Integrationsregel, der Größe und der Form des Elements ab.

- n: Anzahl der Integrationspunkte
 V^e : Elementvolumen
 b_c : Schädigungsparameter mit

$$b_c = \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^{in}} \quad (3.80)$$

Bild 3-23 zeigt die in ABAQUS verwendete Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

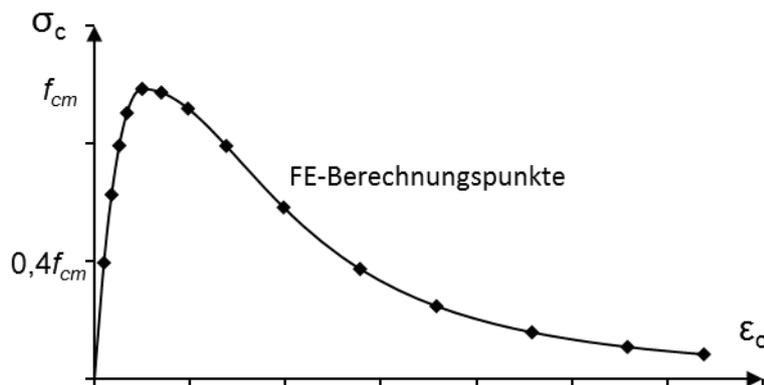


Bild 3-23: In ABAQUS implementierte Arbeitslinie des Betons im Druckbereich

Schädigungsfunktion

Für die Schädigungsfunktion des Materialmodells „concrete damaged plasticity“ gilt

$$d_c(\varepsilon_c^{in}) = 1 - \frac{\sigma_{c,i} E_c^{-1}}{\varepsilon_{c,i}^{in} (1 - b_c) + \sigma_{c,i} E_c^{-1}} = 1 - \frac{\sigma_{c,i}}{E_c \varepsilon_{c,i}^{in} (1 - b_c) + \sigma_{c,i}} \quad (3.81)$$

mit

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_{c,i} - \frac{\sigma_{c,i}}{E_c} \quad (3.82)$$

$$\varepsilon_c^{pl} = b_c \cdot \varepsilon_c^{in}$$

Den Schädigungsparameter b_c hat MARK 2006 [58] durch Nachrechnungen an zyklischen Druckversuchen von SINHA, GERSTLE & TULIN zu

$$b_c = 0,7$$

ermittelt. Dieser Wert wird hier übernommen.

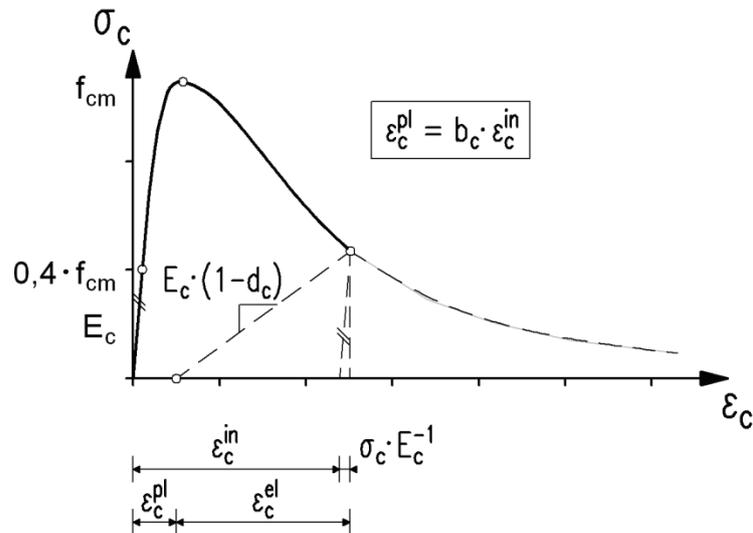


Bild 3-24: Schädigung im „concrete damaged plasticity“ Modell für den Beton-Druck-Bereich

3.3.4.7 Einachsige Zugbeanspruchung

Materialparameter

Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit des Betons wird ein linear-elastisches Materialverhalten angenommen.

Im Bereich des ansteigenden Astes gilt damit:

$$\sigma_t = E_c \cdot \epsilon_t \quad \text{für } \epsilon_t < f_{ct} / E_c \quad (3.83)$$

Für die Modellierung des Nachbruchbereiches („tension softening“) wird die Bruchenergie G_f und die charakteristische Elementlänge l_t benötigt.

Im Bereich des abfallenden Astes gilt die Spannungs – Rissöffnungs - Beziehung

$$\sigma_t(w) = f_{ctm} \cdot \left(\left[1 + (c_1 \cdot w / w_{cr})^3 \right] e^{-c_2 \frac{w}{w_{cr}}} - \frac{w}{w_{cr}} (1 + c_1^3) e^{-c_2} \right) \quad \text{für } \epsilon_t > f_{ct} / E_c \quad (3.84)$$

Dabei sind

f_{ctm} die mittlere Betonzugfestigkeit

$$c_1 = 3$$

$$c_2 = 6,93$$

w die Rissöffnung

w_{cr} die kritische Rissöffnung, charakterisiert durch spannungsfreie Rissufer (Bruch)

Die freien Parameter c_1 und c_2 der Spannung-Rissöffnungs-Beziehung wurden von HORDIJK [40] experimentell ermittelt.

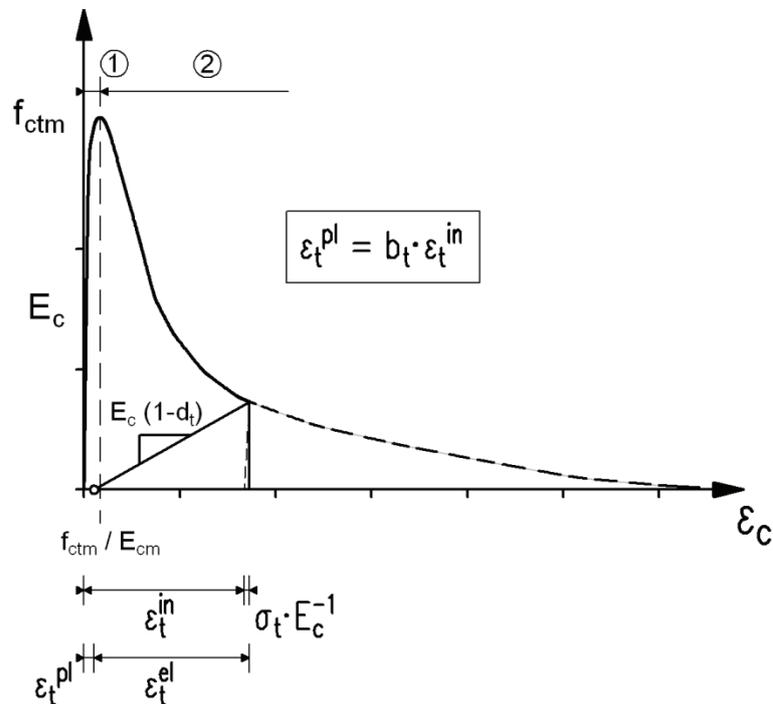
$\sigma_c (> 0)$


Bild 3-25: Spannungs – Dehnungs – Beziehung im Beton und Schädigungsparameter d_t im „concrete damaged plasticity“ Modell unter Zugbeanspruchung

Die für die Implementierung in die Elementsteifigkeitsmatrix benötigte Spannungs – Dehnungs – Beziehung, erhält man dann über eine Formulierung über Dehnungen ε an Stelle von Verformungen w . Hierzu kann die Rissöffnung w mit Hilfe der charakteristischen Elementlänge l_t in eine Rissdehnung ε umgerechnet werden.

$$\varepsilon_t^{in} = w / l_t \quad (3.85)$$

Dabei ist

$$\varepsilon_t^{in} = \varepsilon_t - \sigma_t / E_c \quad (3.86)$$

l_t charakteristische Elementlänge, äquivalente Größe des jeweiligen finiten Elementes, über welche die Rissöffnungsweite w an den Integrationspunkten verschmiert wird

$$l_t = (V_e)^{1/3} \quad V_e: \text{ Elementvolumen} \quad (3.87)$$

Die folgenden Kriterien sind dabei von l_t zu erfüllen:

$$l_t > 3 \cdot d_{max} \quad d_{max}: \text{ Größtkorn}$$

$$l_t > 50 - 100 \text{ mm} \quad (3.88)$$

$$l_t > \frac{2}{3} \cdot s_{r,max} \quad s_{r,max} = \frac{d_s \cdot A_{c,eff}}{3,6 \cdot A_s} \quad \text{rechnerischer Rissabstand}$$

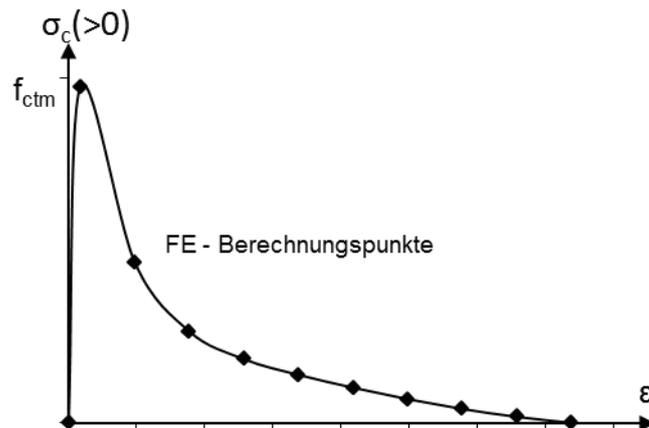


Bild 3-26: In ABAQUS implementierte Arbeitslinie des Betons im Zugbereich

Der Lokalisierung der Schädigung bei Zugbeanspruchungen wird durch die Anwendung des Rissbandmodells Rechnung getragen. Der Bezug des „strain softening“ auf der Zugseite im abfallenden Ast auf die Elementgröße korrigiert den Wert der Bruchenergie, die bei der Bildung von Zugrissen in einem Element verbraucht werden kann. Hierdurch wird versucht die Objektivität der Netzmodellierung herzustellen.

Schädigungsfunktion

Die für das Materialmodell „concrete damaged plasticity“ benötigte Schädigungsfunktion d_t ($\frac{W}{W_0}$) wird über die Schädigungsparameter b_t hergeleitet. Dieser Parameter drückt das Verhältnis von verbleibender plastischer Dehnung ϵ_t^{pl} zu inelastischer Dehnung je nach Belastungsgrad aus (Bild 3-25)

$$d_t(\epsilon_t^{in}) = 1 - \frac{\sigma_{t,i} \cdot E_c^{-1}}{\epsilon_t^{in} (1 - b_t) + \sigma_{t,i} E_c^{-1}} = 1 - \frac{\sigma_{t,i}}{E \cdot \epsilon_t^{in} (1 - b_t) + \sigma_{t,i}} \quad (3.89)$$

Dabei sind

$$\epsilon_t = \epsilon_t^{el} + \epsilon_t^{pl} = \frac{\sigma_t}{E_c \cdot (1 - d_t)} + \epsilon_t^{pl} \quad (3.90)$$

$$b_t = \frac{\epsilon_t^{pl}}{\epsilon_t^{in}} \quad (3.91)$$

Den Schädigungsparameter b_t hat MARK 2006 [58] durch Nachrechnungen an zyklischen Zugversuchen von REINHARDT & CORNELISSEN zu

$$b_t = 0,1$$

ermittelt. Dieser Wert wird hier ebenfalls übernommen. Bei Belastungsumkehr wird ein durch Zugbelastung erzeugter Riss (Schädigung) über das Wiederherstellen von Steifigkeiten wieder geschlossen (stiffness recovery).

3.3.4.8 Zusammenfassung der angesetzten Materialparameter

für die Berücksichtigung des einachsigen Verhaltens

f_c	$= f_{cm}$	} Mittelwerte aus den Versuchen
f_{ct}	$= f_{ctm}$	
E_c	$= E_{cm}$	
b_c	$= 0,7$	Schädigungsparameter im Druckbereich
b_t	$= 0,1$	Schädigungsparameter im Zugbereich
μ	$= 5 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-6}$	Viskositätsparameter

für die Berücksichtigung des dreiaxialen Verhaltens

ν	$= 0,2$	Querdehnzahl
ψ	$= 35$	Dilatanzwinkel: definiert die Richtung des Vektors der plastischen Dehnungszuwächse (25° - 40°)
e_{cc}	$= 0,1$	Parameter der Potentialfunktion, welcher die Geschwindigkeit bestimmt mit der die Funktion die Asymptote der Drucker-Prager-Bedingung annähernd
$\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$	$= 1,16$	Das Verhältnis der zweiaxialen Bruchspannung zu der einaxialen Bruchspannung, Nach KUPFER: 1,16
K_c	$= 2/3$	$= 1$ → Kreis in der Deviatorebene (VON MISES), $= 0,5$ → Dreieck in der Deviatorebene (RANKINE) $= 2/3$ → Beton (LUBLINER)
μ	$= 5 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-6}$	Viskositätsparameter.

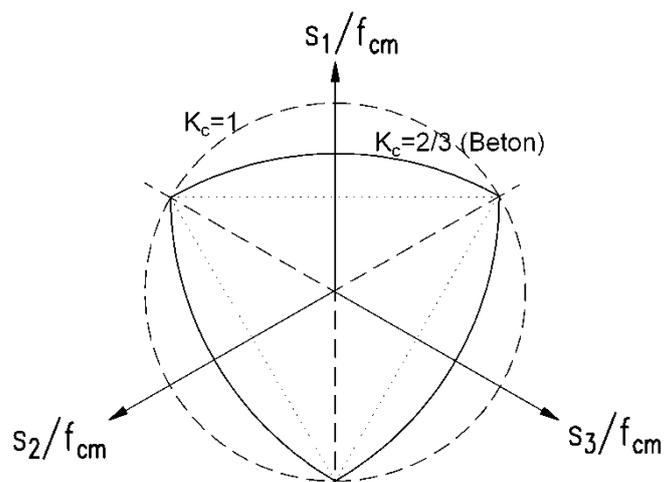


Bild 3-27: Bruchlinie in der Deviatorebene

3.4 Werkstoffverhalten des Bewehrungsstahls

3.4.1 Betonstahl

Da Beton nur begrenzt Zugspannungen aufnehmen kann, wird der gerippte Betonstahl aufgrund seiner guten Verbundeigenschaften als Bewehrung für die Aufnahme von Zugspannungen eingesetzt.

Im Gegensatz zu Beton besitzt Stahl ein sehr duktileres Materialverhalten, wodurch ein Bruch erst bei großen plastischen Verformungen eintritt. Der E-Modul von Stahl beträgt ca. 200.000 N/mm². Charakteristisch für den Werkstoff Stahl ist der identische Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie bei Druck- und Zugbelastung. Bis zum Erreichen der Fließgrenze f_y verhält sich Stahl linear elastisch.

$$\varepsilon_s = \sigma_s / E_s \quad (3.92)$$

Im Bereich zwischen Fließgrenze f_y und Zugfestigkeit f_t kommt es zu plastischen Verformungen. Der genaue Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie nach Erreichen der Fließdehnung ist jedoch vom Herstellungsprozess abhängig.

Betonstähle werden als naturharte, wärmebehandelte oder kaltverformte Stähle hergestellt. Naturharte Stähle beziehen ihre Festigkeitseigenschaften allein aus der chemischen Zusammensetzung. Wärmebehandelte Stähle erfahren durch gezielte Abschreckung im Wasserbad und anschließender Wiedererwärmung (Anlassen) eine Festigkeitssteigerung. Bei kaltverformten Stählen wird die Festigkeit des Ausgangsmaterials durch Walzen oder Ziehen (Recken) im kalten Zustand erhöht. Je nach Herstellungsart unterscheiden sich die Spannungs-Dehnungs-Linien dieser Stähle. Während für warmgewalzte und naturharte Stähle ein ausgeprägter Fließbereich mit anschließendem Verfestigungsbereich kennzeichnend ist, fehlt bei den kaltverformten Stählen der ausgeprägte Fließbereich. Die plastischen Verformungen sind durch das Verformen im kalten Zustand quasi zum Teil vorweggenommen. Man bezeichnet den Stahl aus diesem Grund auch als vorgereckten Stahl.

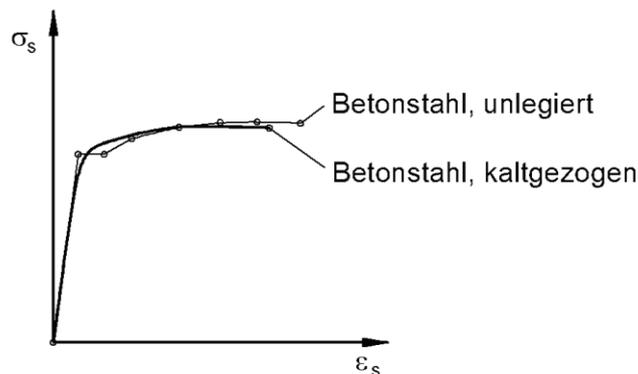


Bild 3-28 Charakteristische Spannungs-Dehnungs-Verläufe von unlegiertem und kaltgezogenem Betonstahl

3.4.2 Spann Stahl

Bei der Vorspannung im nachträglichen Verbund wird Spann Stahl in Hüllrohre eingebaut, gegen den erhärteten Beton vorgespannt und verankert. Dadurch werden der Stahl unter Zug und der Beton unter Druck gesetzt. Die so erzeugten Druckspannungen verzögern die Rissbildung im Beton. Bei einem Spannbetonbalken kann eine erhebliche Last aufgebracht werden, bis durch die Zugspannungen aus Lasten die infolge Vorspannung erzeugten Druckspannungen auf Null abgesunken sind. Die Spann Stähle müssen, um eine große Vordehnung realisieren zu können, aus einem Stahl sehr hoher Festigkeit bestehen, die deutlich über der des herkömmlichen Betonstahls liegt.

Spann Stähle werden als glatte oder profilierte Einzeldrähte, als Litzen, die aus drei oder sieben Einzeldrähten bestehen, sowie als Stäbe mit aufgewalzten Gewinderippen bzw. aufgerolltem Gewinde hergestellt.

Diese hohen Festigkeiten werden bei den Stabspanngliedern durch Warmwalzen, Kaltrecken und anschließendes Anlassen erreicht. Warmgewalzter Spannstahl weist einen ausgeprägten Fließbereich mit anschließendem Verfestigungsbereich auf.

Die in den Versuchsträgern verwendeten Drähte wurden kaltgezogen. Bei den kaltgezogenen Spannstählen fehlt der ausgeprägte Fließbereich ebenso wie beim kaltverformten Betonstahl.

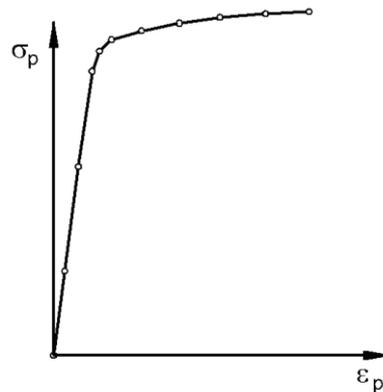


Bild 3-29 Charakteristischer Spannungs-Dehnungs-Verlauf von kaltgezogenem Spannstahl

3.4.3 Materialmodell für Betonstahl und Spannstahl in ABAQUS

Für die nichtlinearen FEM-Berechnungen mit ABAQUS wird das Verformungsverhalten des Beton- und Spannstahls vereinfachend durch idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungs-Linien beschrieben. Hierbei werden die im Versuch ermittelten rechnerischen Mittelwerte für die Streckgrenzen zugrunde gelegt.

Die Beschreibung der Spannungs – Dehnungs – Linie der Bewehrung basiert auf der Plastizitätstheorie als ein elastisch – plastisches Modell mit linearer Verfestigung. Durch die Angabe des E-Moduls E_s und der Querdehnzahl μ werden die elastischen Eigenschaften der Bewehrung definiert. Das plastische Verhalten wird über die plastischen Parameter $f_{sy} - \epsilon_{sy}$ und $f_{st} - \epsilon_{su}$ abgebildet. Dabei werden die elastischen Anteile der Dehnungen von der Gesamtdehnung abgezogen.

$$\epsilon_s^{pl} = \epsilon_s - \sigma_s / E_s \quad (3.93)$$

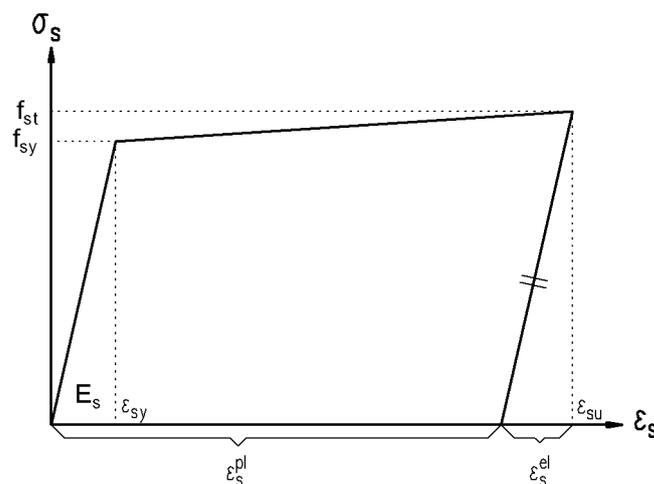


Bild 3-30 Numerische Erfassung des Materialverhaltens der Bewehrung

3.5 Werkstoffverhalten des gerissenen Stahlbetons

3.5.1 Allgemeines

Der ebene Spannungszustand im Steg eines Trägers entspricht im Koordinatensystem der Hauptspannungen einer Scheibe mit Druck- und Querkzugbeanspruchung. Bei einem unbewehrten Beton erfolgt mit der Trennrissbildung das Versagen. Dagegen wird bei bewehrtem Beton die Querkzugspannung nach der Rissbildung von der Bewehrung aufgenommen. Die Querkzugspannung des Betons verschwindet im Riss. Parallel zu den Rissen herrscht dann ein einachsiger Druckspannungszustand (Bild 3-31). Allerdings liegt die Druckfestigkeit zwischen den Rissen unterhalb der einachsigen Druckfestigkeit f_{cm} des ungerissenen Betons. Die Abminderung $\alpha_c f_{cm}$ ist durch die verminderte Querschnittsfläche infolge unregelmäßiger Rissoberfläche und den Querkzug begründet, der durch die im Verbund liegenden Querbewehrung eingetragen wird. Der Abminderungswert wurde in der DIN 1045-1 auf der Grundlage von Versuchen mit $\alpha_c = 0,75$ festgelegt.

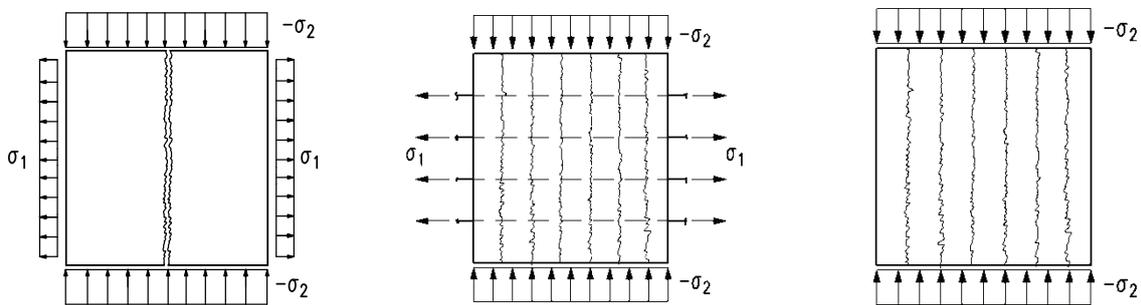


Bild 3-31: unbewehrte Betonscheibe (links), Stahlbetonscheibe nach der Rissbildung (mitte, rechts)

Zwischen den Rissen wirkt jedoch der Beton durch den Verbund auf Zug mit. Dies führt zu einer Erhöhung der Steifigkeit (Zugversteifung) gegenüber dem „reinen“ Zustand II. Der gesamte versteifende Einfluss wird nach FEENSTRA 1993 in einen „Tension-Stiffening“-Anteil und einen auf das Nachbruchtragverhalten des Betons zurückzuführenden „Tension-Softening“-Anteil aufgeteilt.

3.5.2 Materialmodell zur numerischen Simulation des Tragverhaltens in ABAQUS

Die einzelnen Bewehrungsstäbe wurden durch Fachwerkstabelemente (TRUSS-Elemente) zwischen den Knoten der Betonelemente modelliert. Durch die Kopplung der Elementknoten wird starrer Verbund erzeugt. Die eingebettete Modellierung („embedded elements“) hat gegenüber der Modellierung mit diskreten Elementknoten den Vorteil der beliebigen Orientierbarkeit der Fachwerkstäbe gegenüber den Betonelementen und die durch das Programm automatisch vorgenommene Kopplung der Bewehrungselemente an das Verschiebungsfeld der Betonelemente.

Zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wurde die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Beton-Modells auf der Zugseite modifiziert (Vgl. 3.3.4.7). Die in Wirklichkeit diskreten Risse werden im Rechenmodell durch eine verschmierte Rissbildung abgebildet. Dabei wird die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (Gl. (3.84)) auf der Grundlage des fiktiven Rissmodells nach HILLEBORG [39] verwendet.

3.6 Kalibrierung des Rechenmodells durch Nachrechnung von Versuchen

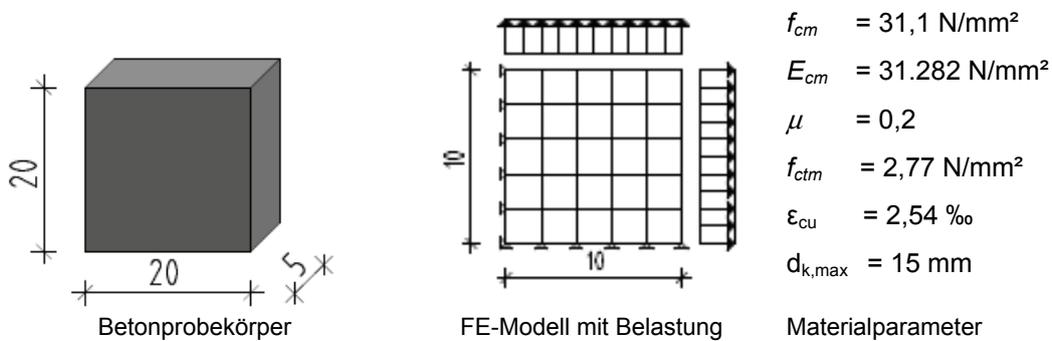
Die Kalibrierung der Materialparameter und Materialmodelle für das zweiachiale Werkstoffverhalten erfolgt in zwei Schritten. Zunächst wird die Werkstoffformulierung des ungerissenen Zustandes anhand der Versuche von KUPFER an unbewehrten Betonscheiben von 1973 [47] auf die Anwendbarkeit hin geprüft, da die Verhältnisse am ungerissenen Stahlbeton vergleichbar sind mit den Verhältnissen am unbewehrten Beton. Im zweiten Schritt werden Stahlbetonscheiben von SCHIEßL [73], PURAINER [69] nachgerechnet um das Materialmodell für den gerissenen Zustand zu kalibrieren.

3.6.1 Scheiben aus unbewehrtem Beton

Zunächst wurden die bekannten KUPFER-Versuche von 1973 herangezogen, die an unbewehrten Betonscheiben unter zweiachsiger Beanspruchung durchgeführt wurden. Untersucht wurden dabei Betone mit drei unterschiedlichen Zylinderdruckfestigkeiten: 19,1 N/mm², 31,1 N/mm² und 59,4 N/mm². Im weiteren Verlauf werden beispielhaft die Versuche mit der Zylinderdruckfestigkeit 31,1 N/mm² untersucht. Bei allen Versuchen wurden Normalbetone verwendet, bei denen der maximale Korndurchmesser $d_{k,max} = 15$ mm betrug.

Für die Elementierung wurde ein reduziert integriertes Volumenelement mit linearem Ansatz (C3D8R) gewählt. Das FE-Modell unter zweiachsiger Beanspruchung ist in Bild 3-32 dargestellt. Die Belastung wurde im Druck-Druck-Bereich in einem „Step“ als Verschiebung und im Druck-Zug-Bereich in zwei „Steps“ (erst Zug, dann Druck) als Flächenlast aufgebracht.

Der Vergleich der Kupfer-Versuche mit den Nachrechnungen (Bild 3-33) zeigt eine gute Übereinstimmung. Lediglich im Druck-Zug-Bereich ist eine geringe Abweichung des numerischen Modells von den Versuchswerten zu erkennen.



Aufgebrachte Belastungsverhältnisse:

Druck-Zug				Zug-Zug				Druck-Druck			
-1/0,052	-1/0,070	-1/0,103	-1/0,202	1/0	1/0,23	1/0,54	1/1	-1/0	-1/-0,52	-1/-0,22	-1/-1

Bild 3-32: Versuchskörper, FE-Modell, Materialparameter und Belastung

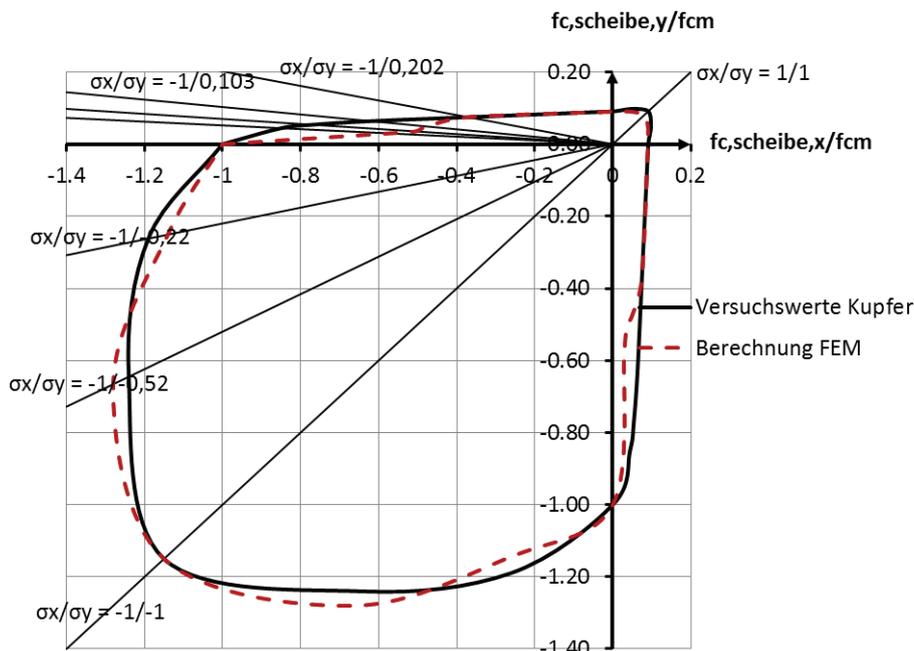


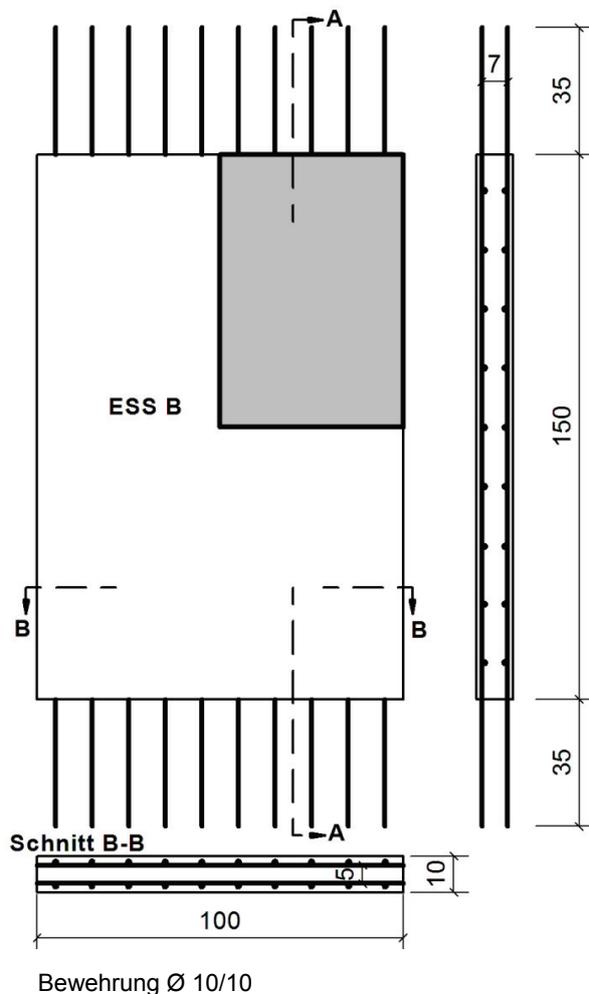
Bild 3-33: Gegenüberstellung FE- Berechnung und Versuchsergebnisse nach KUPFER

3.6.2 Scheiben aus Stahlbeton

Zur Verifikation des Rechenmodells bei der Anwendung auf Stahlbetonscheiben im Bereich der Zug- und Druck-Zug-Beanspruchung wurden Versuche von PURAINER/KEUSER [69], SCHIEßL 2005 [73] sowie FEHLING 2008 [35] an Stahlbetonscheiben zur Nachrechnung ausgewählt. Bei allen Versuchen wurden Normalbetone verwendet, bei denen der maximale Korndurchmesser $d_{k,max} = 16$ mm betrug.

Zunächst wird der einaxial auf Zug belastete Versuch ESS1-B von PURAINER/KEUSER nachgerechnet. Der Versuchskörper mit den Abmessungen 100 x 150 x 10 cm war zweilagig kreuzweise bewehrt. Die Bewehrungsanordnung ist Bild 3-34 zu entnehmen. Für die FE-Berechnungen wurden Symmetrieveringungen ausgenutzt, so dass nur ein Viertel der Scheibe abgebildet wurde. Die Belastung wurde über eine Verschiebung der überstehenden Bewehrungsstäbe in die Scheibe eingeleitet. Die eingesetzten Materialparameter sind in Bild 3-34 aufgeführt. Die Lösungsverfahren *Newton Raphson* und *Quasi Newton* führten zu Konvergenzproblemen, die mit der RIKS-Methode behoben wurden. Aus dem Vergleich der Kraft-Dehnungs-Linien aus Versuchsergebnissen mit Ergebnissen aus der numerischen Simulation sowie der Handrechnung ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen.

Versuchskörperaufbau

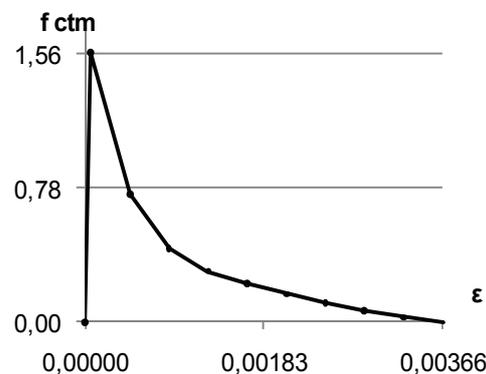


Materialparameter Beton

$f_{c,cyl}$	f_{ctm}	E_{cm}	ϵ_{c1}	ϵ_{cu}
[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[‰]	[‰]
25	1,56	25734	- 0,1	-3,5

$d_{k,max} = 16$ mm

Spannungs-Dehnungs-Linie auf der Zugseite



Zug-Schädigung			Viskosität
b_t	d	ϵ_{ck}	μ
0,1	0	0	$5 \cdot 10^{-6}$
	0,99	0,00036	

Materialparameter Stahl

E_s	f_y	f_u
[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
196000	420	450

Bild 3-34: Versuchskörper ESS1 B nach PURAINER/KEUSER [69]

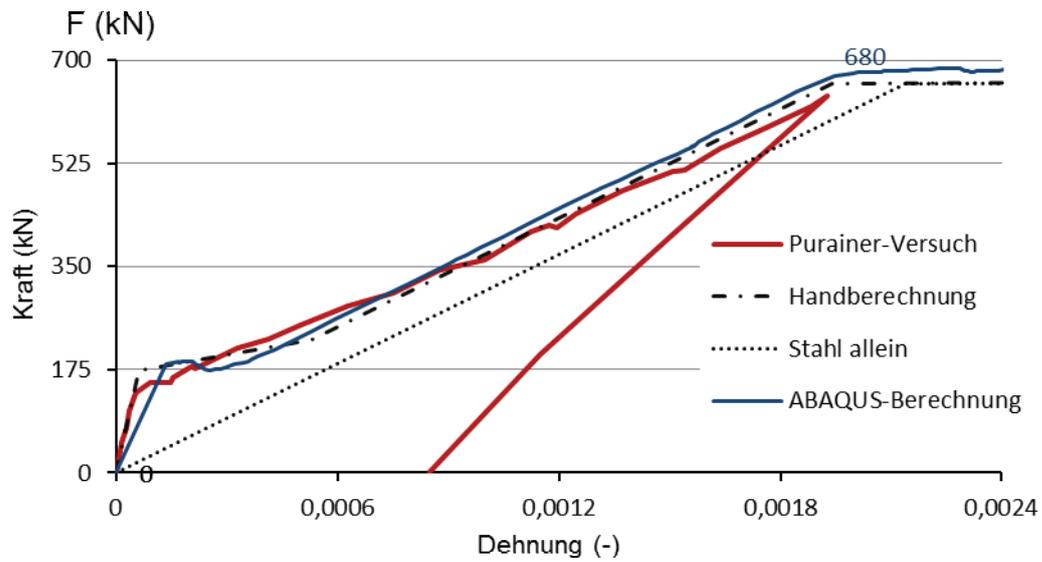


Bild 3-35: Gegenüberstellung der Kraft-Dehnungs-Linien aus Versuch, FE-Simulation sowie Handrechnung (ESS1-B)

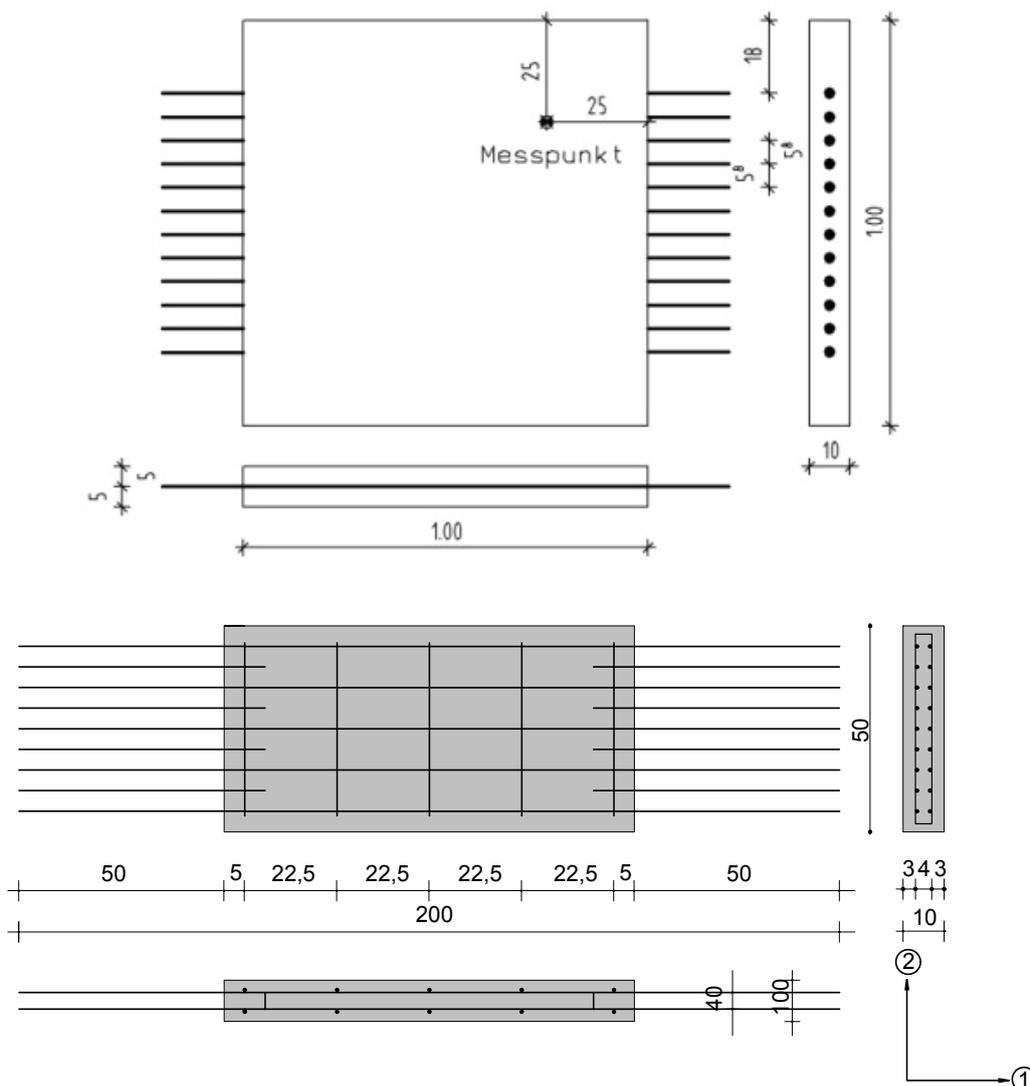


Bild 3-36: Versuchskörper, Stahlbetonscheibe nach SCHIEßL (oben) und FEHLING (unten)

Als nächstes wurden einige Druck-Zug-Versuche von SCHIEßL 2005 und FEHLING 2008 ausgewählt. Abmessungen und konstruktive Durchbildung der Stahlbetonscheiben sind in Bild 3-36 dargestellt. Die Versuche wurden in zwei Phasen durchgeführt. Die Stahlbetonscheiben wurden zunächst in Querrichtung 1 mit verschiedenen Dehnungsniveaus des Stahls ε_1 , mindestens aber bis zur Erzeugung von Rissen, gezogen. Anschließend wurde in Richtung 2 bis zum Erreichen der Traglast gedrückt. Die Berechnungsergebnisse zeigen bei einer Stahldehnung unterhalb der Fließgrenze ε_{sy} einen Abfall der Druckfestigkeit auf etwa $0,75 \cdot f_{cm}$. Damit stimmen die Versuchsergebnisse mit dem Abminderungswert α_c von 0,75 nach DIN 1045-1/ DIN FB 102 überein. Wird der Stahl aber über die Fließgrenze hinaus gedehnt, fällt die Druckfestigkeit allerdings noch weiter auf $0,6 \cdot f_{cm}$ bis $0,5 \cdot f_{cm}$ ab.

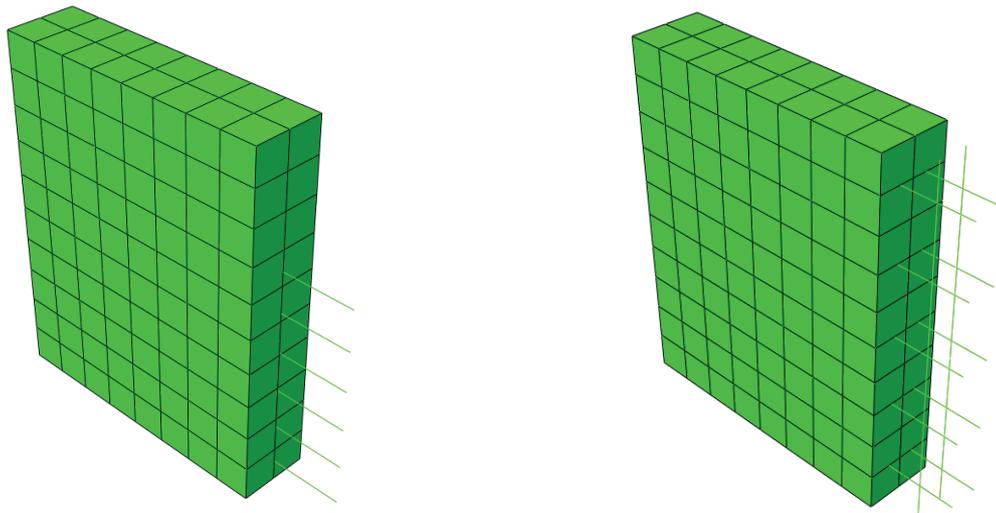


Bild 3-37: FE-Modelle zur Abbildung der Stb-Scheiben von SCHIEßL (links) und FEHLING (rechts)

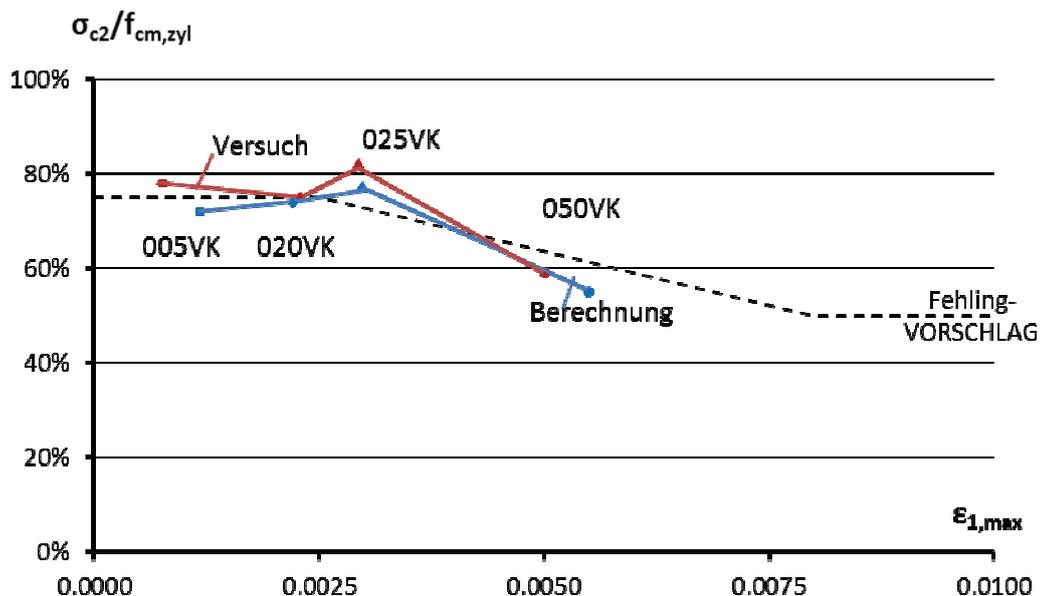


Bild 3-38: Nachrechnung der Stahlbetonscheiben von FEHLING, Abminderung der Druckfestigkeiten in Abhängigkeit der aufgetragenen Querdehnung ε_1

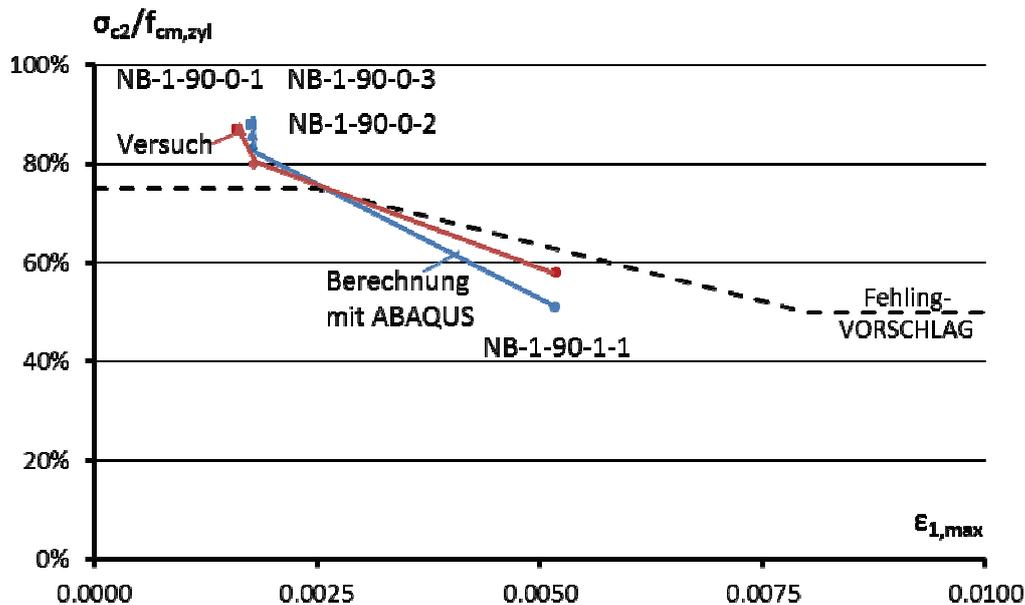


Bild 3-39: Nachrechnung der Stahlbetonscheiben von SCHIEßL, Abminderung der Druckfestigkeiten in Abhängigkeit der aufgetragenen Querdehnung ϵ_1

Die Berechnung wurde, wie auch die Versuche, in zwei Phasen (STEPS) unterteilt. Beide STEPS wurden weggesteuert berechnet. Im ersten STEP wurde die Scheibe bis zur gewünschten Dehnung ϵ_1 gezogen. Dabei wurde als Lösungsalgorithmus das Newton – Raphson – Verfahren verwendet. Im zweiten STEP, wo eine Druckkraft in Form von Weg aufgebracht wurde, kam die modifizierte Riks – Methode zum Einsatz. So konnten nach zahlreichen Berechnungen die stabilsten Konvergenzen erreicht werden.

Die Nachrechnungen der Versuche von FEHLING (Bild 3-38) und SCHIEßL (Bild 3-39) zeigen eine gute Übereinstimmung der Traglasten in Abhängigkeit von der zugehörigen Querdehnung ϵ_1 . Dabei wird die Spannung σ_{c2} aus der Traglast F_u auf die mittlere Zylinderfestigkeit der Proben $f_{cm,zyl}$ bezogen und auf der Ordinate abgetragen.

3.7 Zusammenfassung

Die nichtlinearen Simulationsberechnungen sind zunächst durch Nachrechnung repräsentativer Versuche an unbewehrten und bewehrten Stahlbetonscheiben kalibriert und validiert worden.

Zunächst wurden für den ungerissenen Zustand die bekannten KUPFER-Versuche von 1973 [47] herangezogen, die an unbewehrten Betonscheiben unter zweiachsiger *statischer* Beanspruchung durchgeführt wurden. Für die Kalibrierung der Rissbildung wurden die Zugversuche an Stahlbetonscheiben von PURAINER (2006) [69] nachgerechnet. Die Simulation der Betonscheiben erfolgte mit dem Programmsystem ABAQUS mit Volumenelementen für den Beton (Typ C3D8R) und Stabelementen für die Bewehrung (Typ T3D2). Aufgrund der Berechnung unter Einbezug des nichtlinearen Materialverhaltens mit dem abfallenden Ast im Nachbruchbereich ist hier das Bogenlängenverfahren (arc length) verwendet worden, welches die Simulation auch des entfestigenden Nachbruchverhaltens erlaubt. Zur Modellierung des Materialverhaltens wurde das im Programm zur Verfügung stehende Werkstoffmodell „concrete damaged plasticity“ eingesetzt. Das Modell basiert auf der Kopplung der Plastizitätstheorie und der Schädigungstheorie. Neben plastischen Verzerrungen können hier auch für die Definition des Nachbruchbereichs sowohl auf der Druck- als auch auf der Zugseite die Degradation der elastischen Steifigkeit berücksichtigt werden. Die Fließbedingung für den Beton wird aus den Bruchtheorien nach RANKINE und nach DRUCKER-PRAGER zusammengesetzt.

Wie zahlreiche weitere Versuchsnachrechnungen belegen, kann mit dem hier verwendeten wissenschaftlichen nichtlinearen FEM-Programm ABAQUS das Tragverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter einem ebenen Spannungszustand zutreffend abgebildet werden.

4 Druckbogenmodell – zusätzlicher Betontraganteil bei vorgespannten Trägern

4.1 Einführung

Allgemeines

Das Bemessungsmodell für die Querkrafttragfähigkeit nach heutigen Normen wurde primär auf der Grundlage von Stahlbetonbalken entwickelt. Es beruht auf einem Fachwerkmodell, welches aus einem parallelen Zug- und Druckgurt, sowie aus geneigten Betondruckstreben und Querkraftbewehrung im Steg besteht. Insbesondere bei Spannbetonbrücken mit girlandenförmiger Spanngliedführung ist in den für die Querkraftbemessung maßgebenden Schnitten, in denen das Spannglied unter der zugehörigen Momentenbeanspruchung im überdrückten Bereich der Dehnungsebenen liegt (Bild 4-1), die Anwendung dieses Bemessungsmodells kritisch zu hinterfragen. Die Interaktion zwischen Querkraft und Biegung wird überdies nicht vollständig, sondern im Wesentlichen lediglich durch die Versatzmaßregel berücksichtigt.

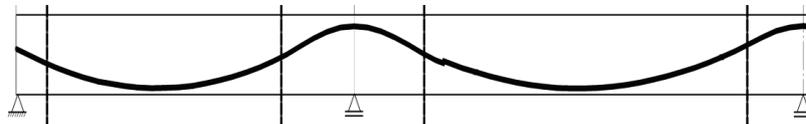


Bild 4-1: Statisches System einer Spannbetonbrücke mit girlandenförmiger Spanngliedführung mit eingetragenen Schnitten, in denen das Spannglied im überdrückten Bereich der Dehnungsebenen liegt.

Das Problem zum Ansatz des inneren Hebelarms z bei zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage

Wegen des parallelen Verlaufs des Zug- und Druckgurt es kann bei Stahlbetonbauteilen der innere Hebelarm z bei der Querkraftbemessung in den Gleichungen (2.89) und (2.90), in guter Näherung mit $z \approx 0,9 d$ angesetzt werden. Dagegen weist ein Spannbetonbalken mit Vorspannung im nachträglichen Verbund zwei Zuggurte in unterschiedlicher Höhenlage auf. Auf beide stützen sich die geneigten Betondruckstreben im Steg mit ihren horizontalen Kraftkomponenten ab. Werden die Spannglieder girlandenförmig entsprechend der Momentenbeanspruchung geführt, können sich die inneren Hebelarme für den Betonstahl z_s und die Spannglieder z_p deutlich unterscheiden (Bild 4-2). Es stellt sich dann die Frage nach dem richtigen Ansatz für die horizontale Länge $z \cdot \cot \theta$ bei der Querkraftbemessung (V_{Rdsy}).

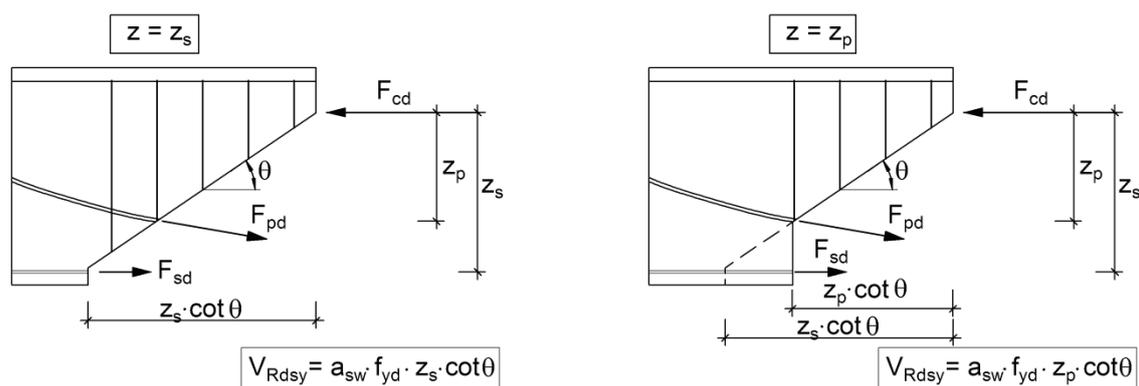


Bild 4-2: Problematik zum Ansatz der richtigen horizontalen Länge $z \cdot \cot \theta$ für die Querkraftbemessung bei zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage

Die aktuellen Normen des Betonbaus enthalten für diesen Fall unterschiedliche Regelungen. Nach DIN 1045-1 [19] und DIN EN 1992-1-1 [23] darf im Allgemeinen bei Spannbetonträgern, wie bei Stahlbetonträgern, näherungsweise der Wert $z = z_s = 0,9 d_s$ angenommen werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass bei Bauteilen mit geneigten Spanngliedern, die infolge einer horizontalen Abstützung der Druckstrebe entstehende Längskraft F_{sd} durch Längsbewehrung aus Betonstahl in der Zugzone aufgenommen werden kann. Jedoch wird eine Gleichung, nach der diese Längsbewehrung aus Betonstahl zu ermitteln ist,

nicht angegeben. Zudem ist der mechanische Hintergrund nicht nachvollziehbar, weil die Regelung impliziert, dass die geneigten Druckstreben aus dem Fachwerkmodell in den Stegen sich nicht auf die Spannglieder horizontal abstützen. Dies ist jedoch erforderlich, um den Spannstahl an der Stelle des maximalen Momentes zum Fließen zu bringen, wenn dies beispielsweise bei M_{Rd} berücksichtigt wird.

Dagegen ist nach DIN-Fachbericht 102 und DIN EN 1992-2/NA der innere Hebelarm z aus dem Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit infolge Biegung mit Längskraft an der jeweiligen Nachweisstelle zu verwenden. D.h. für z wird der resultierende Hebelarm aus der Fließkraft der Spannglieder und der Fließkraft der Betonstahlbewehrung angesetzt (Bild 4-3). Hierbei wird die im Spannstahl vorhandene Anfangsspannung $\sigma_{pm,t}$ vor dem Aufbringen der Belastung nicht von der Fließkraft der Spanngliederkraft abgezogen.

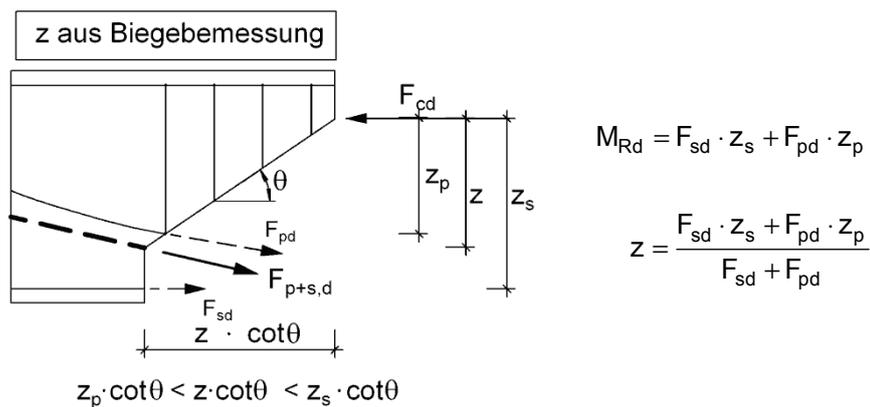


Bild 4-3: Ansatz des inneren Hebelarms z aus der Biegebemessung bei der Querkraftbemessung (nach DIN Fb 102)

Das Problem zum Ansatz des inneren Hebelarms z bei geneigtem Zug- und Druckgurt

Bei Stahlbetonträgern verläuft die Biegedruckzone über die gesamte Länge des Bauteils horizontal. Der Ansatz eines konstanten inneren Hebelarms $z = z_s = 0,9 d$ bei der Querkraftbemessung über den gesamten Querkraftbereich ist plausibel, da auch der Zuggurt parallel zum Rand verläuft. Dies stimmt mit dem Querkraftmodell paralleler Gurte im Fachwerkmodell überein. Spannbetonbauteile weisen jedoch in Abhängigkeit von der Größe der Beanspruchung im inneren einen sehr ausgeprägten Druckbogen zwischen den Endverankerungen der Spannglieder auf. Der Hebelarm z aus der Biegebemessung nimmt zum Auflager hin ab (Bild 4-4). Durch das hochgezogene Spannglied wird der innere Hebelarm z aus der Biegebemessung zum Auflager hin ebenfalls kleiner. Daher erscheint der Ansatz $z = z_s = 0,9 d$ über den gesamten Querkraftbereich bei Spannbetonträgern zunächst fragwürdig.

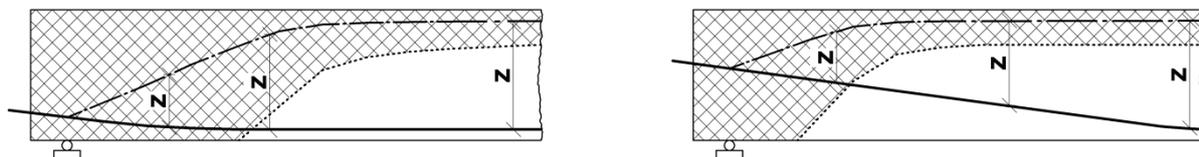


Bild 4-4: Veränderlicher innerer Hebelarm z bei geneigtem Druck- und Zuggurt im Spannbetonbalken

Das Problem der Interaktion zwischen Querkraft und Biegung

Der Traganteil in den Bügeln eines vorgespannten Trägers bleibt bekanntermaßen weit unter den Werten der klassischen Fachwerkanalogie. Die Druckstreben des Stegfachwerks verlaufen flacher als in Bauteilen ohne Vorspannung. Darüber hinaus bildet sich aufgrund der Vorspannwirkung ein das Stegfachwerk entlastender Tragmechanismus in Form eines Druckbogens aus.

In den aktuellen Normen des Betonbaus wird die Interaktion zwischen Querkraft- und Biegetragfähigkeit nicht vollständig in ihren Auswirkungen berücksichtigt. Sie wird im Wesentlichen durch die Versatzmaßregel sowie durch die Überlagerung der Bewehrung aus der getrennten Bemessung für Biegung und Querkraft erfasst. Durch die Berücksichtigung der Vertikalkomponente des sich zwischen den Endverankerungen der Spannglieder einstellenden Druckbogens bei der Querkraftbemessung kann eine weitere Interaktion zwischen Querkraft und Biegung berücksichtigt werden, welche sich in Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau sehr günstig auf die Größe der erforderlichen Querkraftbewehrung auswirken kann.

4.2 Zum Ansatz des inneren Hebelarms z

Hinweise auf das tatsächliche Tragverhalten geben die Rissbilder an Spannbetonversuchsbalken mit Spanngliedern im nachträglichen Verbund. Wie aus Bild 4-5 eines entsprechenden Versuchsträgers deutlich zu erkennen ist, knicken die geneigten Schubrisse, die sich aus Biegerissen entwickeln, in Höhe des Spanngliedes ab, d.h. sie weisen in ihrem Verlauf unterschiedliche Neigungen auf. Dies ist eine Folge der horizontalen Abstützung der schrägen Druckstreben im Steg mit ihren Horizontalkomponenten sowohl auf das Spannglied als auch auf das untere Zugband aus Betonstahl. Auf dem Rissbild ist auch ein Bereich zu erkennen, wo sich die Schubrisse nicht aus Biegerissen entwickeln, sondern ohne Richtungswechsel im Steg über die Spannglieder hinweg verlaufen. Damit laufen die Druckstreben ebenfalls ohne horizontale Abstützung am Spannglied vorbei und stützen sich über den ungerissenen Untergurt an der Spanngliedverankerung ab. Bild 4-6 zeigt den aus dem Rissbild abgeleiteten Kraftfluss im Inneren eines Spannbetonträgers bei zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage und einer Spanngliedverankerung auf Höhe der Trägerachse. Mit der hellgrau unterlegten Fläche im Hintergrund ist die Biegedruckzone dargestellt, die sich auf der Grundlage der Dehnungsebenen aus den zugehörigen Momenten ohne Ansatz einer Betonzugfestigkeit ergibt. Zu den Auflagern hin nimmt die Druckzonenhöhe x bei abnehmender Biegebeanspruchung aufgrund der Vorspannwirkung zu.



Bild 4-5: Rissbild eines Spannbetonversuchsbalkens mit zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage aus [54]

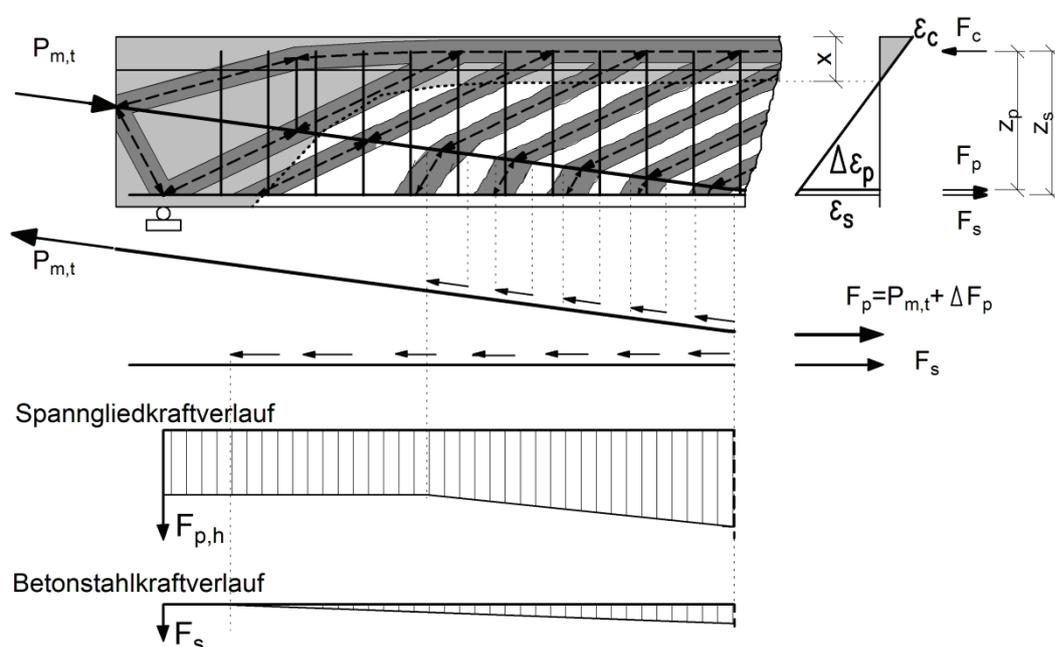


Bild 4-6: Kraftfluss im Inneren eines Spannbetonversuchsbalkens mit zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage, Druckzonenhöhe, Kraftverlauf im Spannglied und Betonstahl.

Daraus kann gefolgert werden, dass bei Spannbetonträgern zwei Bereiche für den Ansatz des inneren Hebelarms z unterschieden werden müssen. Mit Berücksichtigung des Verlaufes der Druckzonenhöhe x auf der Grundlage der Dehnungsebenen lässt sich der Bereich mit durchgehenden Druckstreben noch weiter unterteilen in einen vollständig überdrückten Bereich und einen gezogenen Bereich. In Anlehnung an LEONHARDT werden die unterschiedlichen Bereiche mit Zone A, B und C bezeichnet (Bild 4-7).

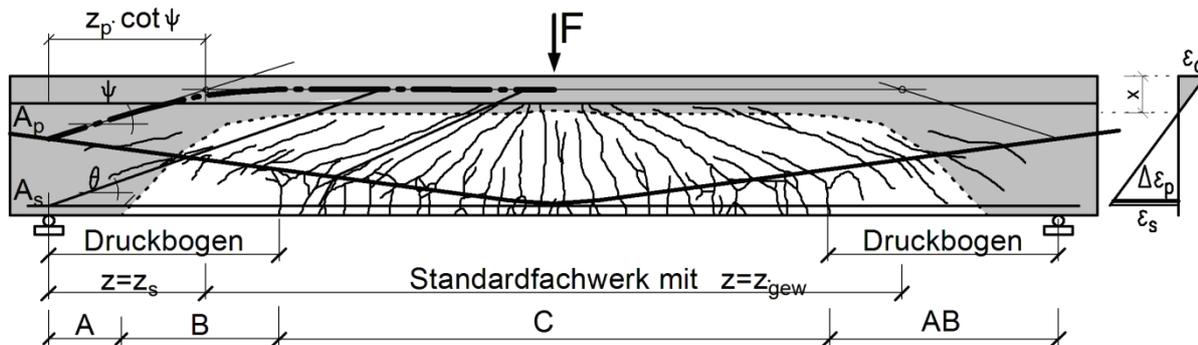


Bild 4-7: Tragmechanismen mit Zonen des unterschiedlichen Ansatzes für den inneren Hebelarm z , Schubrissbild eines Spannbetonträgers kurz vor dem Versagen aus [54].

In der Zone AB sind am Querschnittsrand noch keine Biegerisse vorhanden. Hier bildet sich ein System von Hauptzug- und Hauptdruckspannungen aus. Der Druckbogen trägt zusammen mit dem geneigten Spannglied die gesamte Querkraft ohne die Beteiligung des Standardfachwerks ab. Erreichen bzw. überschreiten die Hauptzugspannungen die Betonzugfestigkeit f_{ctm} , treten erste geneigte Risse auf, die nicht von Biegerissen ausgehen, sondern im Steg beginnen und in Richtung der dortigen Hauptdruckspannungen ohne Richtungswechsel durchlaufen (Bild 4-7). Die Risse führen zur Aufspaltung des Druckbogens. Das Standardfachwerk weitet sich vom Feld zu den Auflagern hin aus. Seine mit θ geneigte Druckstreben laufen, wie auch die Risse, ohne sich auf das Spannglied horizontal abzustützen, durch und stützen sich am Auflager ab. Eine Kraftänderung im Spannglied erfolgt daher nicht. Die Spanngliedkraft entspricht in dieser Zone der Vorspannkraft $P_{m,t}$. Mit Berücksichtigung der Ankerkraft lässt sich der Kraftfluss am Trägerende wie in Bild 4-8 darstellen. Die Druckbogen-Druckstrebe verläuft mit der Neigung ψ vom Spannanker bis zum Obergurt des Stegfachwerks. Eine Bügelbewehrung ist nur bei Rissbildung ($\sigma_1 > f_{ctm}$) für die Abdeckung der Spaltzugkräfte F_{sw}^* bei der Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe erforderlich, welche aber auf der Länge $z_p \cdot \cot \psi$ verteilt werden kann. Der Winkel ψ kann dann aus der Neigung des Druckbogens an der Nachweisstelle ermittelt werden.

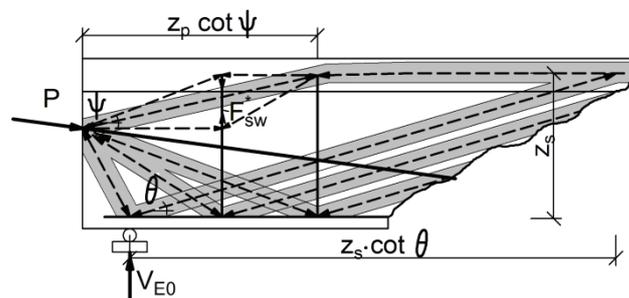


Bild 4-8: Kraftfluss im Bereich der Zone AB mit $z = z_s = 0,9 \cdot d_s$, Druckbogen-Druckstrebe

Auf der Grundlage der Dehnungsebenen wird eine weitere Einteilung vorgenommen, die den überdrückten Bereich von dem gezogenen Bereich abgrenzt. In der Zone A befindet sich der ganze Querschnitt im überdrückten Bereich. In dieser Zone bildet der Druckbogen seinen Kämpfer aus. In der Zone B gehen die Dehnungen am Trägerrand mit wachsendem Biegemoment in Zugdehnungen über. Diese Zone ist zwar auf der Grundlage der Dehnungsebenen ohne Ansatz einer Betonzugfestigkeit rechnerisch im

ZSt II, allerdings liegen die Zugspannungen am gezogenen Rand noch unter der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ des Betons. Daher ist diese Zone noch frei von Biegerissen. Der Druckbogen ist hier gekrümmt.

In der Zone C gehen die Schubrisse von Biegerissen aus. Die schrägen Druckstreben im Steg stützen sich in dieser Zone mit ihren Horizontalkomponenten sowohl auf das Spannglied als auch auf das untere Zugband aus Betonstahl ab. Bei einer Zunahme der Beanspruchung wächst die Zugkraft im Spannglied und der Betonstahlbewehrung durch die horizontale Abstützung der schrägen Druckstreben an, um an der Stelle der maximalen Momentenbeanspruchung das erforderliche M_{Rd} mit ihrer Fließkraft zu erreichen. Im Unterschied zur Betonstahlbewehrung ist im Spannstahl bereits vor dem Aufbringen einer Belastung eine Anfangsspannung $\sigma_{pm,t}$ vorhanden. Der Spannstahl wirkt dadurch wie ein Stahl mit der fiktiven Streckgrenze $(f_{p0,1d} - \sigma_{pm,t})$. Die Kraft im Spannglied $P_{m,t}$ steigt dann bei Ausnutzung des Spannstahls bis zur Fließgrenze, an der Stelle der maximalen Feldmomente bzw. minimalen Stützmomente an, um den Betrag

$$\Delta F_p = (f_{p0,1} - \sigma_{pm,t}) \cdot A_p \quad (4.1)$$

Eine weitere Krafteinleitung findet in die Bewehrung aus Betonstahl statt, sodass auch in dieser die Fließkraft erreicht wird. Die Darstellung in Bild 4-6 zeigt den Kraftfluss eines Spannbetonbalkens im Feld und damit den mechanischen Hintergrund für den Ansatz des Hebelarms z in dieser Zone für die Querkraftbemessung an der jeweiligen Nachweisstelle, als gewichteter innerer Hebelarm $z = z_{gew}$ (Bild 4-9).

$$z = z_{gew} = \frac{F_{sd} \cdot z_s + \Delta F_{pd} \cdot z_p}{F_{sd} + \Delta F_{pd}} \quad (4.2)$$

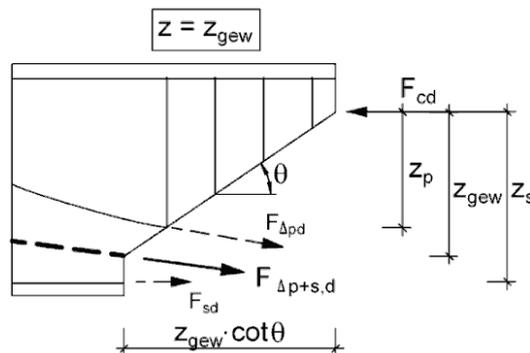


Bild 4-9: Neuer Ansatz für den inneren Hebelarm $z = z_{gew}$ für die Querkraftbemessung in der Zone C

Im Bereich der Zwischenstütze bei Durchlaufträgern kann der Kraftfluss wie in Bild 4-10 angegeben werden.

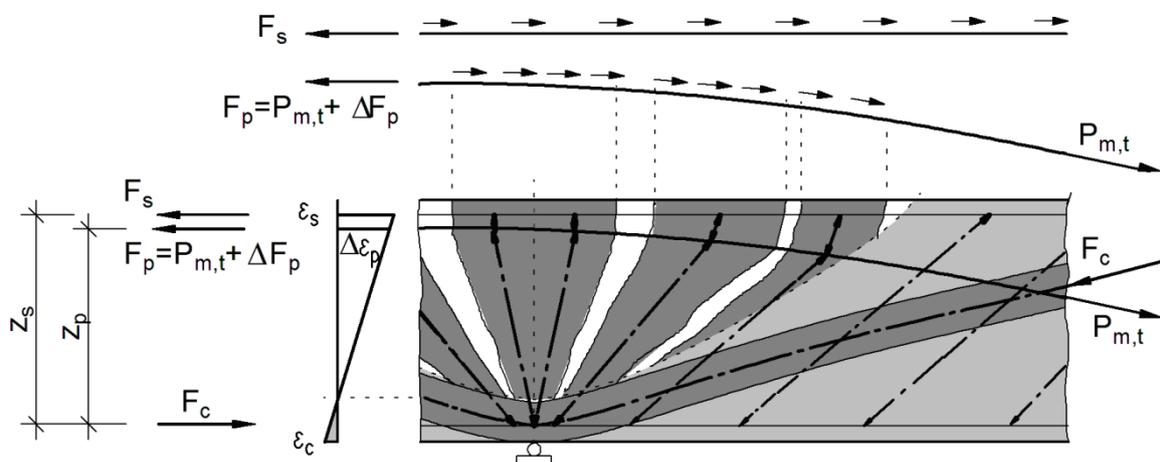


Bild 4-10: Kraftfluss an der Zwischenstütze eines Spannbetondurchlaufträgers

4.3 Zur Interaktion zwischen Querkraft und Biegung im Druckbogenmodell

Aufgrund der Vorspannwirkung bildet sich im Beton ein das Stegfachwerk entlastender Tragmechanismus in Form eines Druckbogens aus.

LEONHARDT [49] wies bereits 1955 bei Durchlaufträgern mit girlandenförmig verlaufenden Spanngliedern auf ein Druckgewölbe hin, das sich zwischen den Spanngliedverankerungen in jedem Feld des Trägers einstellt (Bild 2-26). Er leitete die Neigung der Schwerlinie des Gewölbekämpfers näherungsweise aus der Neigung des Spanngliedes ab.

Im hier entwickelten Druckbogenmodell ergibt sich die Neigung der Wirkungslinie des Druckbogens aus der Verbindungslinie der Biegedruckkräfte F_c durch die Betrachtung diskreter Querschnitte über die Länge des Trägers. Die Ermittlung der Biegedruckkräfte erfolgt auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach ZSt II unter der zugehörigen veränderlichen Momentenbeanspruchung und Vorspannwirkung (Bild 4-11 und Bild 4-12). Durch die unterschiedlich großen Momente ändern sich die Höhe der Druckzone und der Randabstand der Betondruckkraft aus Biegung und Vorspannwirkung. Dadurch verläuft letztere geneigt und bildet eine Bogenwirkung in Trägerlängsrichtung zwischen den Auflagern. Ohne die Kraft aus der Vorspannung bildet sich bei dieser Betrachtungsweise alleine aufgrund der Momentenbeanspruchung kein durchlaufender Druckbogen aus. Die Biegedruckzone verläuft bei Stahlbetonträgern über die gesamte Länge des Bauteils horizontal. Das Druckbogenmodell berücksichtigt bei Spannbetonträgern die vertikale Komponente der Biegedruckkraft als einen zusätzlichen Betontraganteil bei der Querkraftbemessung über den ein Teil der Belastung direkt ins Auflager abgetragen wird. Unter dieser Voraussetzung kann diese analog, wie bei gevouteten Trägern mit veränderlichen Querschnittshöhen auf der Beanspruchungsseite von der Querkraftbeanspruchung abgezogen werden. So können die Nachweisformate des DIN-Fachberichts 102, DIN EN 1992-2 unverändert beibehalten werden. Auf diese Weise wird das Tragmodell des „parallelgurtigen Fachwerks mit Rissreibung“ mit dem Druckbogenmodell überlagert und die Interaktion zwischen Querkraft und Biegung berücksichtigt. Die bisher berücksichtigten Traganteile, die den Querkrafttragwiderstand bei konstanter Querschnittshöhe bilden

- Fachwerk aus Zug- und Druckstreben (V_{Rdsy} ; $V_{Rd,max}$)
- Rissreibung ($V_{Rd,c}$)
- Vertikalkomponente bei schräger Spanngliedführung (V_{pd}),

werden damit erweitert um den Traganteil des Druckbogens

- Vertikalkomponente von F_{cd} (V_{ccd})

Für die Ermittlung des Druckbogens auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach Zustand II (ZSt II) gelten folgende Annahmen:

1. Es gilt die Annahme von BERNOULLI über das Ebenbleiben der Querschnitte. Daraus folgt, dass die Dehnungen proportional zu ihrem Abstand von der Dehnungsnulllinie anwachsen.
2. Die Zugfestigkeit des Betons wird für die Aufnahme von M_{Ed} vernachlässigt. Die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen erfolgt für den gerissenen ZSt II im Rissquerschnitt so, dass das innere Kräftepaar aus der Resultierenden Zugkraft der Stahleinlagen ($F_s + F_p$) alleine, ohne Berücksichtigung der Betonzugkraft ($F_{ct}=0$), und der resultierenden Biegedruckkraft F_c gleich groß sind und einen solchen Abstand zueinander haben, dass sie das zur maßgebenden Querkraft V_{Ed} zugehörige äußere Moment M_{Ed} im Querschnitt aufnehmen können.
3. Es wird ein starrer, d.h. ein vollkommener Verbund zwischen Beton und Bewehrung angenommen. Hieraus folgt, dass die Stahleinlagen und die Betonfasern mit gleichem Abstand von der Dehnungsnulllinie die gleichen Dehnungen erfahren.
4. In Abhängigkeit von der Verteilung der Dehnungen werden die Spannungen für den Beton über das Parabel-Rechteck-Diagramm, für den Betonstahl und Spannstahl über bilineare Spannungs-Dehnungs-Linien zugeordnet.

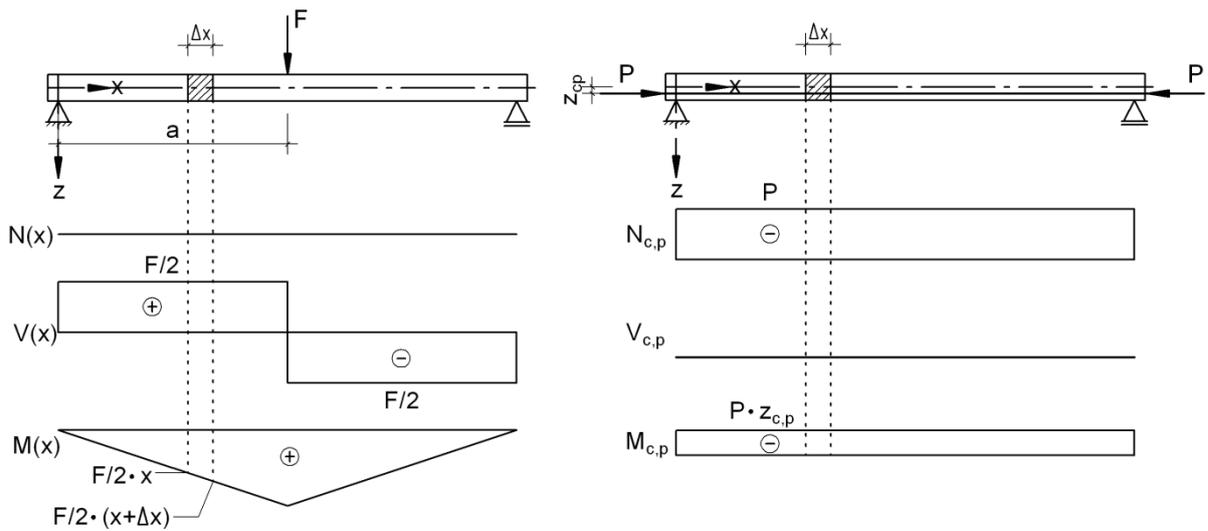


Bild 4-11: Schnittgrößen eines Einfeldträgers mit geradem Spannglied an der Stelle x sowie $x+\Delta x$

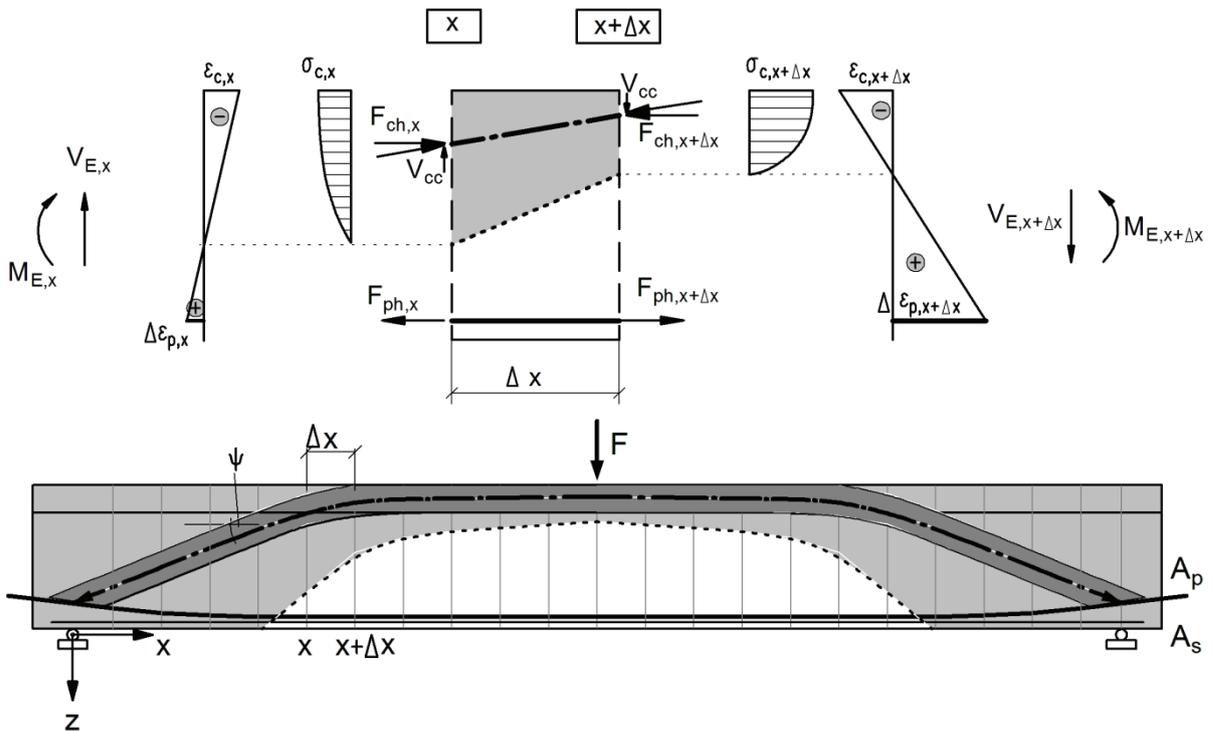


Bild 4-12: Druckbogen, Bestimmung der Neigung der Wirkungslinie der Betondruckkraft, Beispiel TP 3

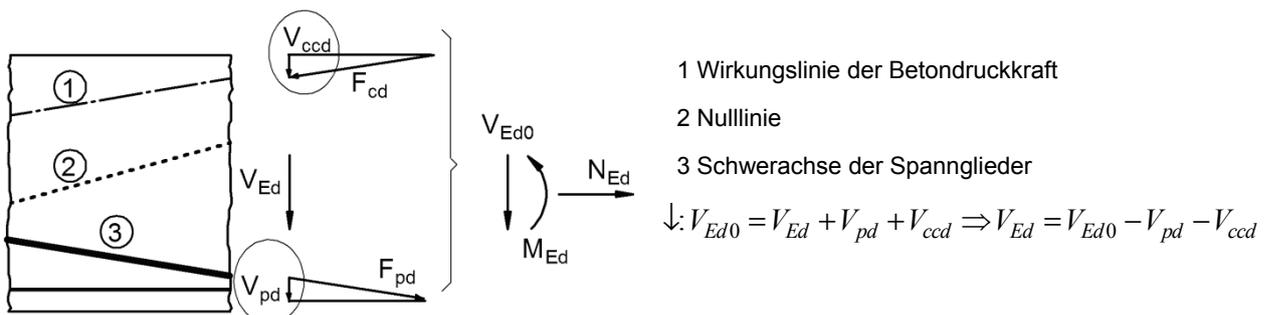


Bild 4-13: Traganteile bei konstanter Querschnittshöhe und geneigter Spanngliedführung

5 Verifizierung des Druckbogenmodells durch Nachrechnung von Versuchen an vorgespannten Einfeldträgern

5.1 Allgemeines

Das Schubmodell mit geneigtem Betondruckgurt berücksichtigt die Vertikalkomponente der geneigten Biegedruckkraft als einen Betontraganteil bei der Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit. Aufgrund der veränderlichen Momentenbeanspruchung in Längsrichtung ändern sich die Höhe der Betondruckzone x und der Abstand der Druckkraft F_{cd} vom oberen Rand, wodurch eine Bogentragwirkung zu den Auflagern hin entsteht.

Es ergeben sich Traganteile aus den vertikalen Kraftkomponenten der geneigten Biegedruckkraft und der ggf. ebenfalls geneigten Spannglieder. Der verbleibende Anteil der Querkraft wird dem Fachwerkmodell mit Rissreibung zugewiesen. Nachfolgend soll das Modell durch Nachrechnung von Versuchen an Spannbetonträgern als Einfeldträger validiert werden.

1972 erfolgten an der Universität Stuttgart von LEONHARD [54] Querkraftversuche an vorgespannten Einfeldträgern im nachträglichen Verbund. Seinerzeit wurden die Versuche mit dem Ziel durchgeführt, den Einfluss der Vorspannung auf die erforderliche Querkraftbewehrung zu untersuchen. Im Rahmen der nachfolgenden Untersuchungen soll unter Zugrundelegung der sehr gut dokumentierten Versuche das in Kapitel 4 beschriebene Bemessungsverfahren verifiziert und der wesentliche Einfluss des Druckbogens auf die Höhe der Bügelspannungen bzw. die erforderliche Querkraftbewehrung gezeigt werden. Bei den ausgewählten Versuchsträgern ist dies aufgrund der ausführlichen Dokumentation der gemessenen Bügelspannungen sehr gut möglich. Die Bügelspannungen wurden über die Dehnungen der Bügel, die mit Setzdehnungsmessern an vier bis fünf Stellen pro Bügelschenkel gemessen wurden, ermittelt. Zudem sind die seinerzeit gewählten großen Dimensionen der Versuchskörper bei der Interpretation der Ergebnisse für die Übertragbarkeit und Anwendung auf Spannbetonbrücken vorteilhaft. Die variierten Parameter Vorspanngrad, Spanngliedverlauf und Schubbewehrungsgrad sind für die Klärung der hier untersuchten Fragestellungen sehr von Interesse.

Bei der Nachrechnung der Versuchsträger wurden die anhand von Proben ermittelten Materialkennwerte mit ihren Mittelwerten angesetzt. Die Betonzugfestigkeiten sind für die Ermittlung des *Druckbogens* auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach ZSt II nicht erforderlich. Für die Ermittlung der Traganteile aus dem *Fachwerkmodell mit Rissreibung* werden sie allerdings benötigt. Die Betonzugfestigkeiten wurden aus den im Versuch beobachteten Risslasten F_R abgeleitet (Tabelle 5.3 bzw. Tabelle 5.7). Die rechnerische Randzugspannung $\sigma_{x,1}$ bei Erstrissbildung in Feldmitte infolge F_R und Eigengewicht g wurde als Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ aufgefasst.

Hieraus wurde zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts nach Model Code 2010 [63] mit Gl. (5.1) die zentrische Betonzugfestigkeit f_{ct} ermittelt.

$$f_{ct} = f_{ct,fl} \cdot \frac{\alpha_{fl} \cdot h_b^{0,7}}{1 + \alpha_{fl} \cdot h_b^{0,7}} \quad (5.1)$$

Dabei ist

h_b = zweifache Zugzonenhöhe (mm) = Ersatzbauteilhöhe

$\alpha_{fl} = 0,06$

$f_{ct,fl}$ = Biegezugfestigkeit = $\sigma_{x,1}$ (l/2) infolge P_{mt} , g , F_{cr}

Die nachfolgend dargestellten Untersuchungen erfolgen anhand der Nachrechnung von sechs Versuchsbalken aus [54]:

IP1, IP2, IP3 (*Reihe I*)

sowie

TG1, TG2 und TP3 (*Reihe T*).

Bild 5-1 bis Bild 5-6 zeigen die Versuchsträger in der Übersicht. Die Träger wurden mit einer Einzellast in Feldmitte belastet. Durch die Aufbringung einer mittigen Einzellast entsprechen die Verhältnisse - dreht man das System um – in etwa der Tragwirkung eines Durchlaufträgers an einer Zwischenstütze (ungünstige Kombination einer großen Querkraft mit einem großen Moment). Die Spannweite betrug für alle Träger 6,50 m und die Trägerhöhe 0,90 m. Bezogen auf die Spanngliedlage in Feldmitte ergibt sich eine Schubschlankheit von $a/d_p = 3,94$. Die Rissbilder der einzelnen Träger im Bruchzustand sind in Bild 5-1 (Versuchsreihe I) und Bild 5-4 (Versuchsreihe T) zusammengestellt. Die Versuchsträger wiesen unterschiedliche Versagensarten bei annähernd gleichen Versagenslasten F_u aber teilweise unterschiedlichen Schubbewehrungsgraden auf. Im Einzelnen waren dies

Versuchsreihe I

- IP 1: $F_u = 1935 \text{ kN}$ (100%) Biegezugbruch (Fließgrenze der Spannglieder überschritten).
 IP 2: $F_u = 1895 \text{ kN}$ (98%) Biegeschubbruch (Fließgrenze der Bügel überschritten).
 IP 3: $F_u = 1735 \text{ kN}$ (90%) Schubzugbruch (Zugfestigkeit der Bügel erreicht).

Versuchsreihe T

- TG 1: $F_u = 1835 \text{ kN}$ (100%) Schubzugbruch (Zugfestigkeit der Bügel erreicht).
 TG 2: $F_u = 1835 \text{ kN}$ (100%) Biegebruch (Fließgrenze der Spannglieder überschritten).
 TP 3: $F_u = 1865 \text{ kN}$ (102%) Biegedruckbruch

Die maximale Abweichung zwischen den Versagenslasten betrug bei der Versuchsreihe I ca. 10 % und bei der Versuchsreihe T ca. 2 %.

5.2 Beschreibung der Versuchsträger

5.2.1 Versuchsreihe I

Bild 5-1 und Bild 5-2 zeigen die Träger der Versuchsreihe I als drei identisch bewehrte Versuchsbalken IP1, IP2 und IP3, bei denen lediglich die Spannglieder verschieden stark angespannt wurden (10%, 50% und 100% der zulässigen Vorspannkraft, vgl. Bild 2-24). Die Balken hatten einen symmetrischen I-Querschnitt (Bild 5-3) mit einer Gurtplattendicke von 17,5 cm und einer Stegbreite von 30 cm. Die Balken waren mit je zwei Spanngliedern im nachträglichen Verbund vorgespannt. Die Spannglieder lagen unten und verliefen parallel zum unteren Rand unmittelbar über der Betonstahlbewehrung. Lediglich im Bereich der Verankerung wurden sie leicht hochgezogen. In diesem Bereich wurde die Stegbreite zur Unterbringung der Verankerung auf 60 cm vergrößert. Es wurde Spannstahl St 125/140 mit $A_p = 14,24 \text{ cm}^2$ je Spannglied und Betonstahl St 42/50 (III) RK verwendet. Die wesentlichen Parameter der Vorspannung und der Betonstahllängsbewehrung sind Tabelle 5.2 zu entnehmen. Die Querkraftbewehrung bestand bei allen drei Trägern aus vertikal angeordneten zweiseitigen Bügeln mit $\varnothing 16/14$ auf der linken Seite und $\varnothing 12/14$ auf der rechten Seite. Die Angaben zu der Querkraftbewehrung enthält Tabelle 5.1. Bei allen Versuchen wurden Normalbetone verwendet, bei denen der maximale Korndurchmesser $d_{k,max} = 30 \text{ mm}$ betrug. Die in Tabelle 5.3 angegebenen Mittelwerte der Festigkeiten des verwendeten Betons wurden an zentrisch gedrückten Prismen mit den Abmessungen 100/100/500 mm gemessen. Pro Träger wurden 3-4 Probeprismen hergestellt und geprüft.

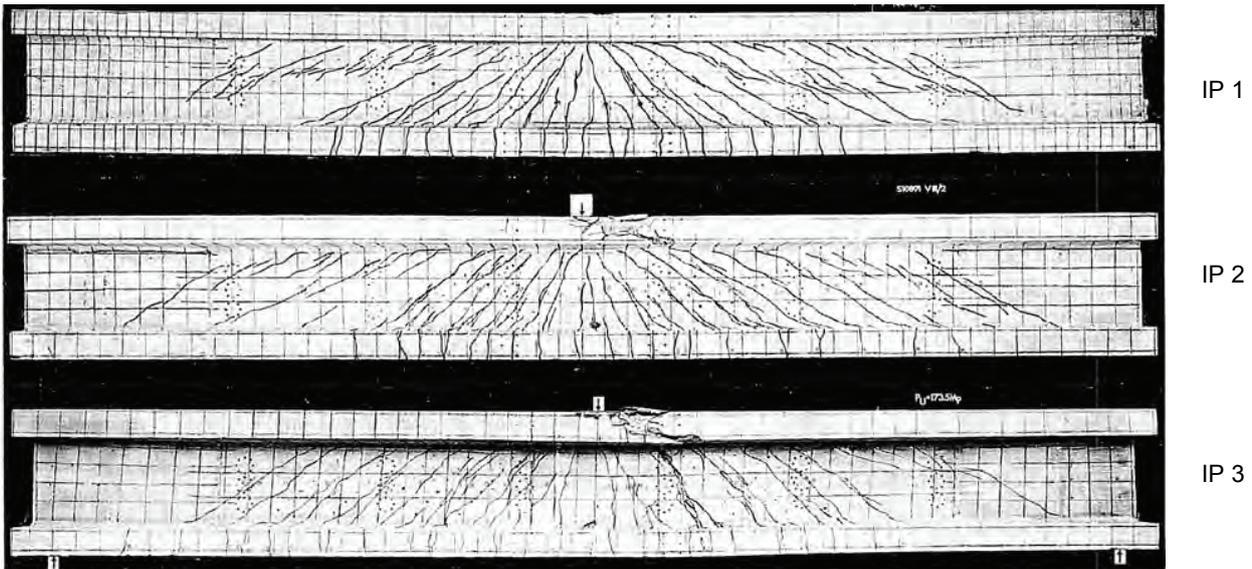


Bild 5-1: Untersuchte Träger, Rissbilder im Bruchzustand, Reihe I

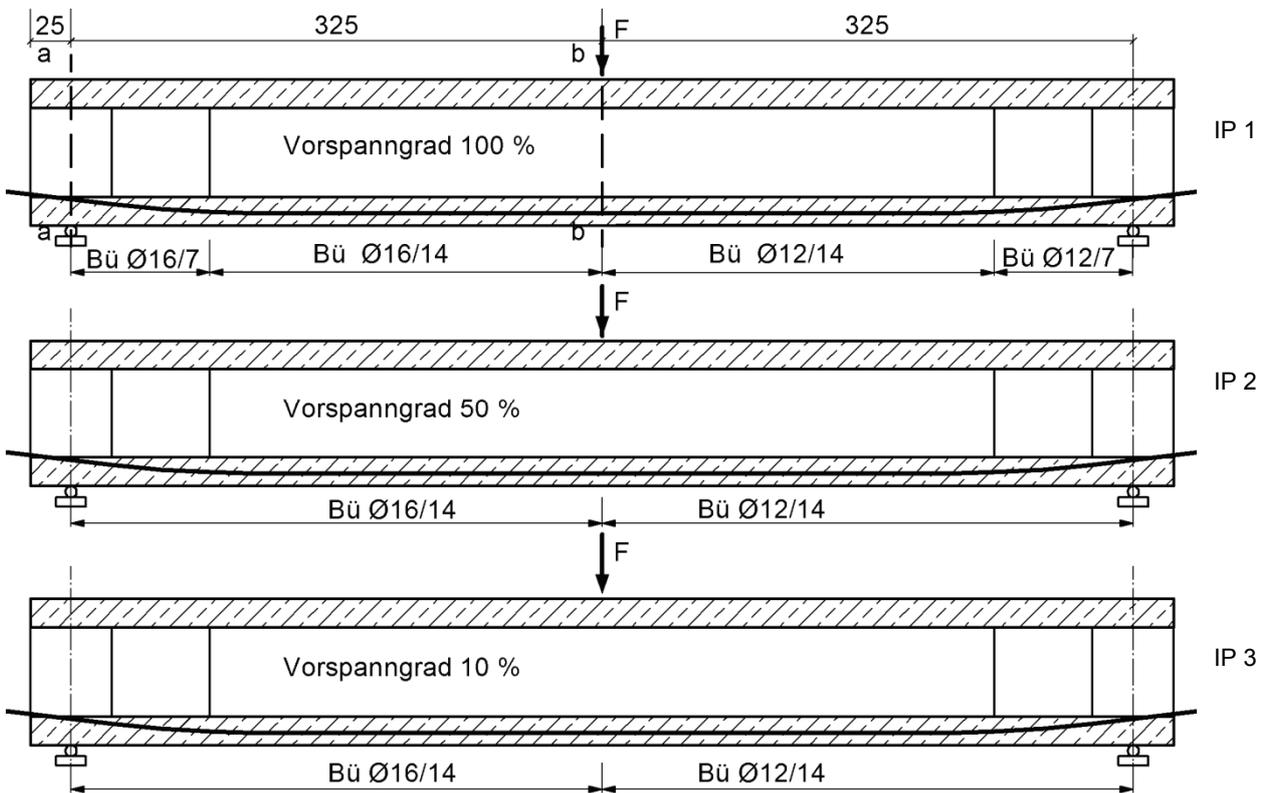


Bild 5-2: Untersuchte Träger, Vorspannung, Reihe I

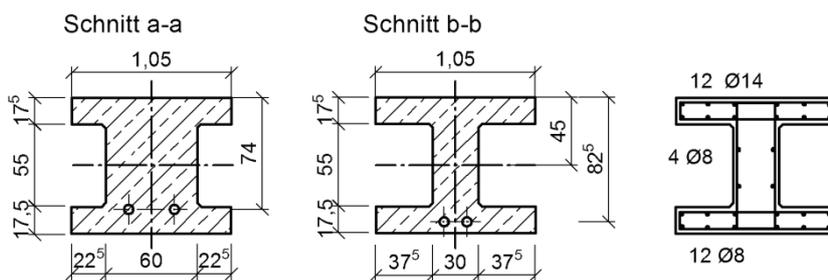


Bild 5-3: Querschnitte und Bewehrung, Reihe I

Tabelle 5.1: Querkraftbewehrung der Versuchsträger, Reihe I

Träger	Bereich	Ø	s _w	a _{sw,vorh.}	ρ _w	f _{sw,y}	f _{sw,t}	E _{sw}
[-]	[-]	[mm]	[cm]	[cm ² /m]	[%]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
IP 1	links	16	14	28,71	0,96	400	512	195000
IP 2	rechts	12	14	16,14	0,54	500	611	203000
IP 3								

Tabelle 5.2: Längsbewehrung der Versuchsträger

Spannstahl	Ø	Anzahl	A _p /A _s	f _{p0,2}	f _{pt} /f _{st}	E _p /E _s
St 125/140	[mm]	[-]	[cm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
im Hülrohr Ø 70 mm	12,2	2 x 12	2 x 14,24	1225	1363	207000
Betonstahl	8	16	16 x 0,5	460	567	197000
BSt 420/ 500	14	12	12 x 1,52	397	517	207000

Tabelle 5.3: Betonfestigkeitswerte (Mittelwerte)

Träger	f _{cm,Prisma}	Risslast F _{cr}	f _{ct,fl}	f _{ct}	E _c
[-]	[MN/m ²]	[kN]	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[MN/m ²]
IP 1	23,3	945	3,53	2,9	27300
IP 2	20,8	520	2,23 ^{*)}	1,8 ^{*)}	26400
IP 3	27,9	180	1,51 ^{*)}	1,3 ^{*)}	26600

^{*)} Diese Werte erscheinen nicht plausibel und wurden daher bei der Nachrechnung der Versuchsträger zunächst nicht berücksichtigt. Stattdessen wurde für die Betonzugfestigkeit der bei IP1 ermittelte Wert auch für IP2 und IP3 angesetzt. Die weiterführenden FEM-Berechnungen in Kapitel 6.2 haben jedoch gezeigt, dass der Ansatz dieser Werte tatsächlich zu besseren Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen führt.

Tabelle 5.4: Ersatzhöhe h_b für die Berücksichtigung des Maßstabeffekts

Träger	Nulllinie	2 x Zugzonenhöhe h _b
[-]	[cm]	[cm]
IP 1	66,2	47,6
IP 2	63,7	52,6
IP 3	53,1	73,8

Die verwendeten Querschnittswerte können Tabelle 5.10 entnommen werden.

5.2.2 Versuchsreihe T

Bei der Versuchsreihe T (TG1, TG2, TP3) wurden der Einfluss der Spanngliedneigung – gerade bzw. geneigte Führung sowie der Einfluss aus unterschiedlicher Querkraftbewehrung untersucht. In zwei Trägern (TG1, TG2) wurde das Spannglied von Feldmitte aus zu den Auflagern hin mit einer konstanten Neigung von 7,7° hochgeführt. Der Träger TP3 hatte gerade geführte Spannglieder, die lediglich an den Balkenenden zur Unterbringung der Verankerung leicht hochgezogen waren (Bild 5-5). Die Querkraftbewehrung war bei den Trägern TG2 und TP3 mit Ø 10 / 20 linke Trägerhälften und Ø 12 / 20 rechte Trägerhälften gleich, beim Träger TG1 deutlich geringer mit Ø 8 / 30 bzw. Ø 10 / 30. Weitere Angaben zur Querkraftbewehrung enthält Tabelle 5.5. Die Träger erhielten nur einen sehr geringen Betonstahlanteil (2 Ø 8) als untere Längsbewehrung. Die Vorspannkraft der drei Träger ist zu Beginn der Versuche mit etwa 1870 kN angegeben. Bei allen Versuchen wurden Normalbetone verwendet, bei denen der maximale Korndurchmesser d_{k,max} = 30 mm betrug. Weitere Versuchsdaten sind den Darstellungen Bild 5-4 bis Bild 5-6 und den Angaben aus Tabelle 5.5 bis Tabelle 5.7 zu entnehmen.

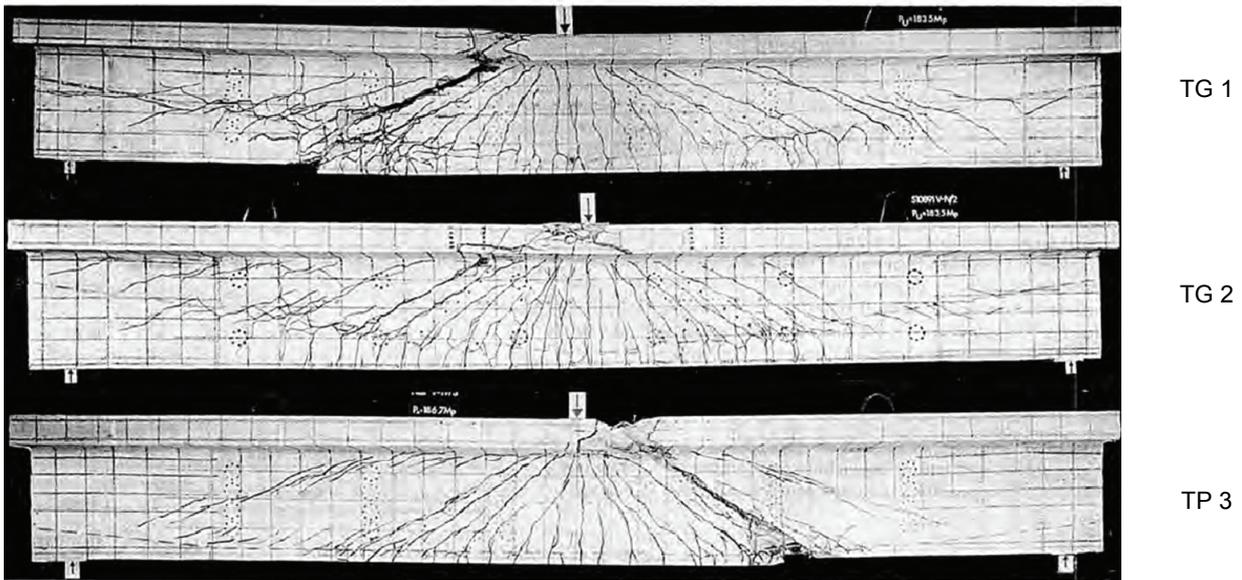


Bild 5-4: Untersuchte Träger, Rissbilder im Bruchzustand, Reihe T

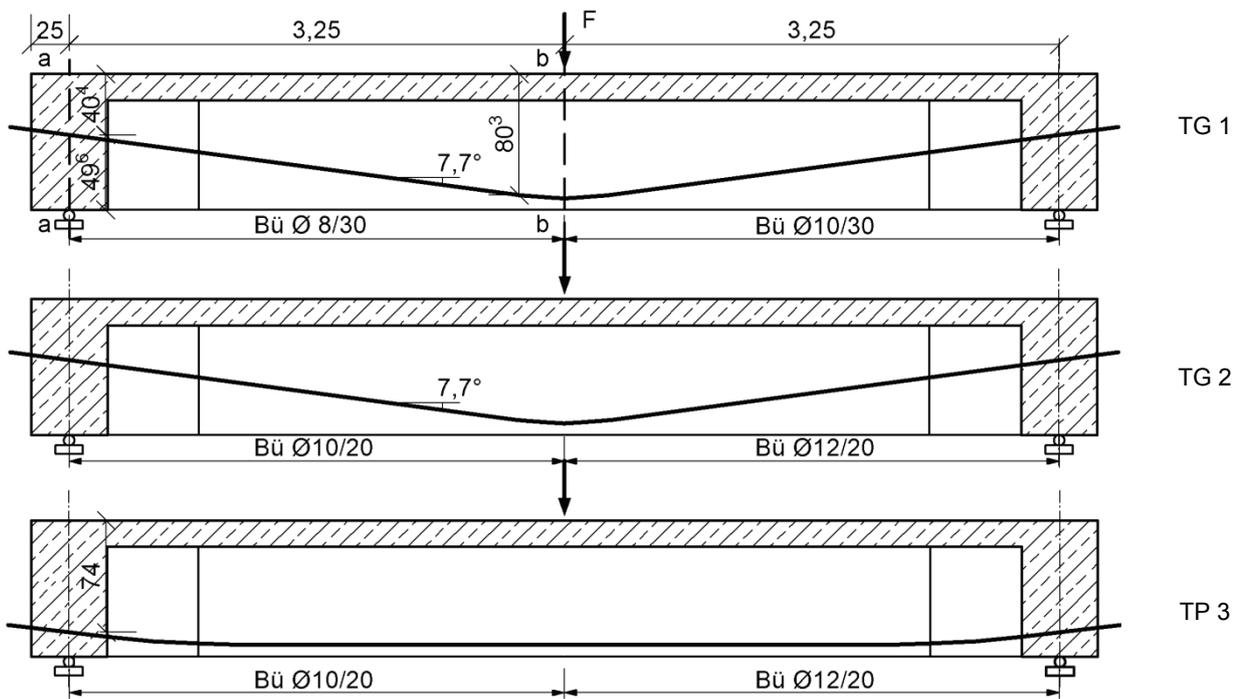


Bild 5-5: Untersuchte Träger, Vorspannung, Reihe T

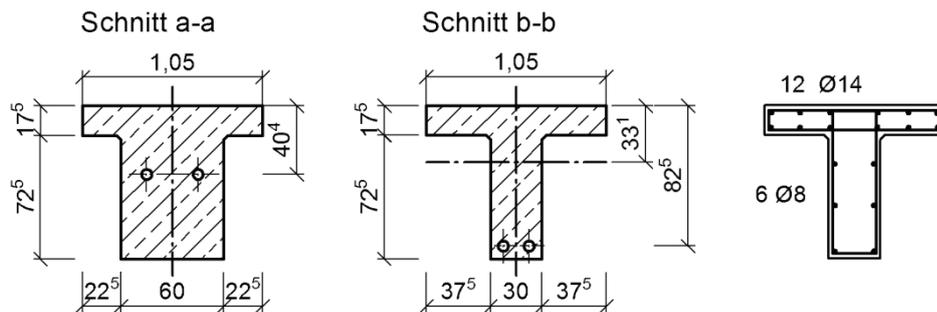


Bild 5-6: Querschnitte und Bewehrung, Reihe T

Tabelle 5.5: Querkraftbewehrung der Versuchsträger, Reihe T

Träger	Bereich	\varnothing	s_w	$a_{sw,vorh.}$	ρ_w	$f_{sw,y}$	$f_{sw,t}$	E_{sw}
[-]	[-]	[mm]	[cm]	[cm ² /m]	[%]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
TG1	links	8	30	3,35	0,11	445,4	567	198000
	rechts	10	30	5,24	0,17	454,2	561	203000
TG2	links	10	20	7,85	0,26	402,2	526	205000
	rechts	12	20	11,31	0,36	470,9	623	206000
TP3	links	10	20	7,85	0,26	402,2	526	205000
	rechts	12	20	11,31	0,36	419,9	534	206000

Tabelle 5.6: Längsbewehrung der Versuchsträger

Spannstahl St 125/140 im Hührohr \varnothing 70 mm	\varnothing	Anzahl	A_p/ A_s	$f_{p0,2}/ f_{sy}$	f_{pt}/ f_{st}	E_p/ E_s
	[mm]	[-]	[cm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
	12,2	2 x 12	2 x 14,24	1225	1363	207000
Betonstahl BSt 420/ 500	8	6	6 x 0,5	460	567	197000
	14	12	12 x 1,52	397	517	207000

Tabelle 5.7: Betonfestigkeitswerte

Träger	$f_{cm,Prisma}$	Risslast F_{cr}	$f_{ct,fl}$	f_{ct}	E_c
[-]	[MN/m ²]	[kN]	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[MN/m ²]
TG 1	29,4	880	4,29	3,6	26200
TG 2	27,1	850	3,58	3,0	27900
TP 3	27,1	910	5,61	4,8	27100

Tabelle 5.8: Ersatzhöhe h_b für die Berücksichtigung des Maßstabeffekts

Träger	Nulllinie	2 x Zugzonenhöhe h_b
[-]	[cm]	[cm]
TG 1	62,5	55
TG 2	65	50
TP 3	58,3	63,5

Die verwendeten Querschnittswerte können Tabelle 5.10 entnommen werden.

5.2.3 Vorspannung und Rechenwerte der Versuchsträger

Während des Vorspannens im Alter von 20 Tagen wurden die Träger mit einer mittigen Einzellast F_0 , die bei allen Trägern entsprechend ihres Vorspanngrades unterschiedlich groß war, belastet, um die Betonzugfestigkeit am oberen Rand nicht zu überschreiten. Die aufgebrachten Vorspannkraft P_0 nahmen bis zum Versuchsbeginn durch Schwinden und Kriechen auf den Wert P_{mt} ab, während die Höhe der Auflast F_0 konstant gehalten wurde. Mit Berücksichtigung der Stauchung $\varepsilon_{c,g+F_0}$ in Höhe der Spanngliedachse infolge Eigengewicht g und Auflast F_0 wurde die für die Biegespannungsberechnung maßgebende Vorspannkraft $P_1^{(0)}$ aus [54] entnommen.

Tabelle 5.9: Auflast F_0 während des Vorspannens, Vorspannkraft P und Vordehnung $\varepsilon^{(0)}$

Träger [-]	F_0 [kN]	P_{m0} [kN]	P_{mt} [kN]	$P_1^{(0)}$ [MN/m ²]	$\varepsilon_1^{(0)}$ [‰]
IP 1	200	2030	1817	1785	3,03
IP 2	100	1010	950	917	1,56
IP 3	0	200	184	174	0,30
TG 1	360	2030	1871	1681	2,90
TG 2	360	2030	1871	1708	2,90
TP 3	600	2030	1938	1673	2,84

mit

P_{m0} Vorspannkraft unmittelbar nach Absetzen der Pressenkraft auf den Anker

P_{mt} mit Dehnmessstreifen gemessene Spannkraft beim Versuchsbeginn (ca. 7 Tage nach Verpressen der Spannkäntele)

$P_1^{(0)}$ für die Biegespannungsberechnung maßgebende Vorspannkraft in Feldmitte, wirksam auf den ideellen Querschnitt (Vorspannkraft im Zuggurt für $\sigma_c = 0$)

$$P_1^{(0)} = P_{mt} - \frac{E_p}{E_c} \sigma_{cp,p+g+F_0} \cdot A_p \quad (5.2)$$

(aus [54] entnommen).

Tabelle 5.10: Querschnittswerte in Feldmitte

Träger [-]	A_i [m ²]	$z_{o,i}$ [m]	$z_{u,i}$ [m]	$z_{p,i}$ [m]	I_i [m ⁴]
IP 1	0,5707	0,459	0,441	0,366	0,05837
IP 2	0,5707	0,459	0,441	0,366	0,05837
IP 3	0,5707	0,459	0,441	0,366	0,05837
TG 1	0,4327	0,3475	0,5525	0,4775	0,03526
TG 2	0,4327	0,3475	0,5525	0,4775	0,03504
TP 3	0,4327	0,3475	0,5525	0,4775	0,03571

Gleichung für die Biegespannungsberechnung am Zugrand:

$$f_{ct,fl} = \sigma_{x,1} = \frac{P_1^{(0)}}{A_{c,i}} + \frac{P_1^{(0)} \cdot z_{p,i}}{I_{c,i}} z_{u,i} + \frac{M_g}{I_{c,i}} z_{u,i} + \frac{M_{F_{cr}}}{I_{c,i}} z_{u,i} \quad (5.3)$$

5.3 Ermittlung des Druckbogens

Bei der Ermittlung der Betondruckspannungen wird anstelle von f_{cd} , entsprechend der üblichen Bemessung, der an den Proben im Versuch ermittelte Mittelwert f_{cm} angesetzt. Als $\sigma - \varepsilon$ - Linie für den Beton wird das Parabel – Rechteck – Diagramm zugrunde gelegt.

Spannungs- Dehnungs- Linie des Betons

$$\sigma_c = -f_{cm} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad \text{für } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2} \quad (5.4)$$

$$\sigma_c = -f_{cm} \quad \text{für } \varepsilon_{c2} \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2u} \quad (5.5)$$

mit:

ε_{c2} = - 2,00‰, die Dehnung beim Erreichen der Festigkeitsgrenze f_{cm}

ε_{c2u} = - 3,50‰, die maximale Dehnung

f_{cm} wird Tabelle 5.3 bzw. Tabelle 5.7 entnommen.

Dem Betonstahl bzw. Spannstahl werden die Spannungen über die rechnerische Spannungs – Dehnungs – Linien nach DIN 1045-1 [19], Abschnitt 9.2.4 bzw. 9.3.3 (Bild 5-7) zugeordnet. Dabei wird der Teilsicherheitswert auf $\gamma_s=1,0$ gesetzt. Die Werte für die Fließgrenzen f_{sy} , f_{py} und die Zugfestigkeiten f_{st} , f_{pt} sowie die Elastizitätsmoduln E_s , E_p werden als Mittelwerte der Proben nach Tabelle 5.1 bis Tabelle 5.6 angesetzt. Die Betonstahldehnungen werden mit $\varepsilon_{su} = 0,025$ begrenzt. Die Fließgrenze des Spannstahls wurde seinerzeit für die 0,20 % - Dehngrenze ($f_{py} = f_{p0,2}$) definiert. Für die Gesamtdehnung des Spannstahls ε_{pu} bei Höchstzugkraft F_{pu} wird $\varepsilon_{pu} = \varepsilon_p^{(0)} + 0,025$ angesetzt. Dabei ist $\varepsilon_p^{(0)}$ die Vordehnung des Spannstahls bezogen auf den dehnungsfreien Betonquerschnitt.

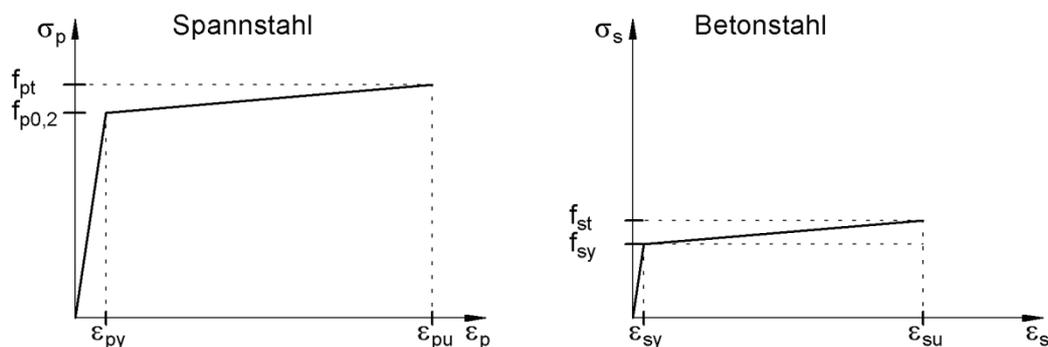


Bild 5-7: Verwendete Spannungs-Dehnungs-Linie des Spannstahls und des Betonstahls

Für die Ermittlung des Druckbogenverlaufs werden die Querschnitte entlang des Balkens im Abstand $\Delta x = 30$ cm untersucht (Bild 5-8). In allen Querschnitten werden die Nulllinie der Dehnungen und die Lage der Resultierenden der Biegedruckspannungen ermittelt und eingetragen.

Im Bild 5-9 sind beispielhaft für die Träger TG1 und TP3 unter $F=1600$ kN die aus der Beanspruchung folgenden Dehnungen mit zugehörigen Spannungen dargestellt. Für die Übersichtlichkeit werden nur die Verläufe in den Querschnitten 111, 108, 105, 103 und 100 aufgetragen.

Durch den veränderlichen Verlauf des Biegemoments infolge der Einzellast, ändern sich die Nulllinienlage der Dehnungen und die Lage der Resultierenden der Biegedruckspannungen in den einzelnen Querschnitten entlang des Balkens. Die Form des Druckbogens ergibt sich als Wirkungslinie der Biegedruckkraft über die Querschnitte. Es bildet sich eine ausgeprägte Bogenwirkung in Trägerlängsrichtung zwischen den Auflagern aus.

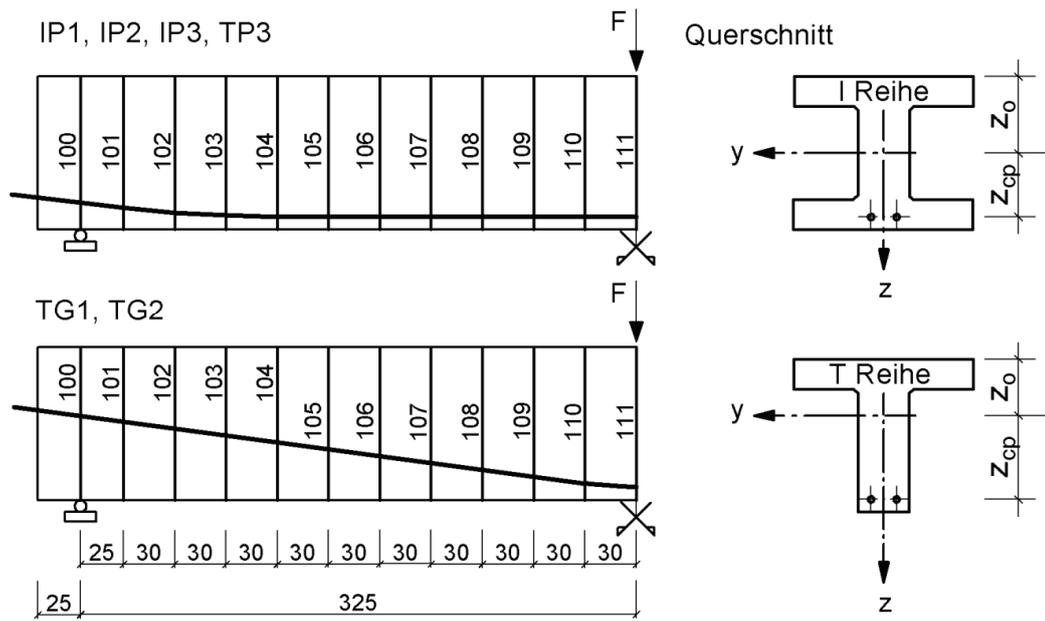


Bild 5-8: Untersuchte Schnitte

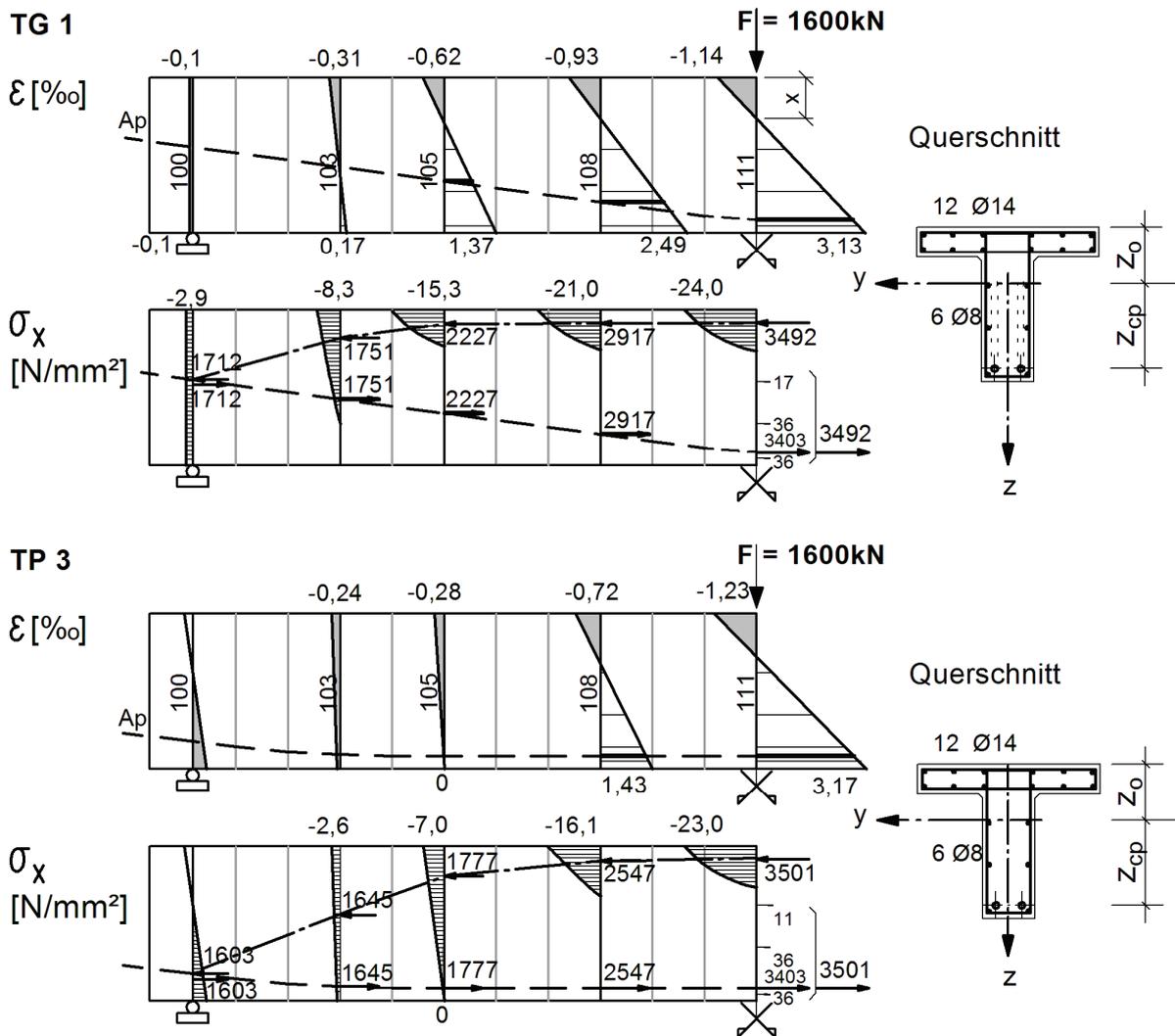


Bild 5-9: Dehnungen und Biegedruckspannungen unter der Einzellast $F=1600 \text{ kN}$ beispielhaft für TG1 und TP3

Betrachtet man alle definierten Querschnitte ergeben sich beispielsweise für die Träger TG1 und TP3 unter der Laststufe $F=1600$ kN die nachfolgenden Druckbögen.

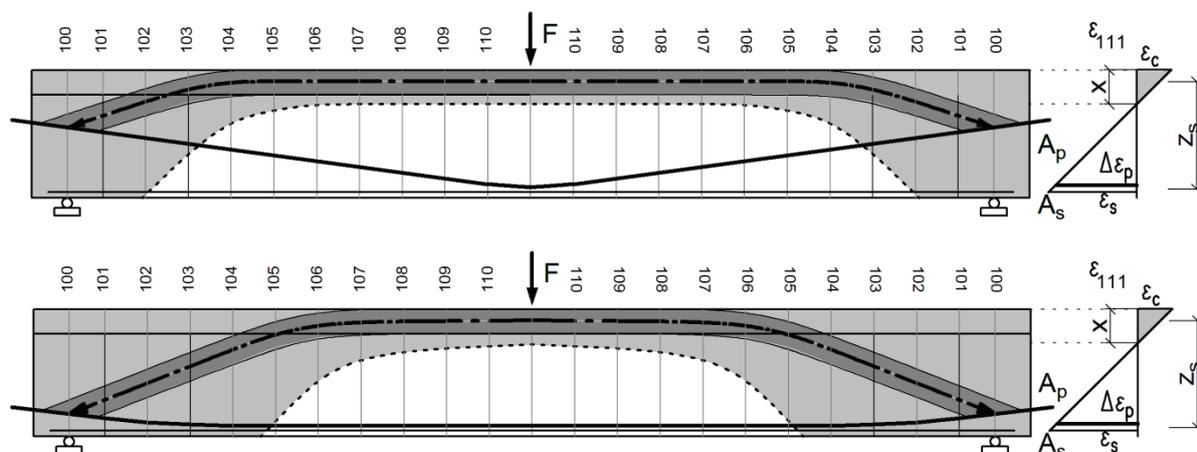


Bild 5-10: Druckbögen unter der Einzellast $F=1600$ kN beispielhaft für TG1 und TP3

5.4 Qualitative Verifizierung des Schubmodells mit Druckbögen

5.4.1 Allgemeines

Die für ausgewählte Laststufen entwickelten Druckbögen werden in den nachfolgenden Darstellungen den zugehörigen, im Versuch gemessenen Bügelspannungen σ_{sw} entlang des Balkens gegenübergestellt. Ein sehr anschauliches Bild des Tragverhaltens ergibt sich durch die zusätzliche Überlagerung der beobachteten Rissbilder und die Kennzeichnung der Zonen gemäß Kapitel 3.2.

Dabei wird

- in Kapitel 5.4.2 der *Einfluss der Vorspannung und der Laststufe sowie des Bügelbewehrungsgrades* anhand der Versuchsträger IP1 (100% Vorspannung), IP2 (50% Vorspannung) und IP3 (10% Vorspannung) in den Darstellungen Bild 5-11 bis Bild 5-30

und

- in Kapitel 5.4.3 der *Einfluss der Spanngliedhöhenlage und der Laststufe sowie des Bügelbewehrungsgrades* anhand der Versuchsträger TG1, TG2 (geneigte Spanngliedführung) und TP3 (unten liegende Spanngliedführung) in den Darstellungen Bild 5-31 bis Bild 5-46

auf die Druckbogenform in ausgewählten Laststufen detailliert dargestellt und beschrieben.

Die in einem Schnitt eingetragene Bügelspannung wurde aus dem größten Wert der vier bis fünf an einem Bügelchenkel gemessenen Dehnungen ermittelt. Somit wird ein vorhandener Schubriss mit seiner Auswirkung auf die Bügelspannungen in diesem Querschnitt aller Wahrscheinlichkeit nach erfasst.

Unter der Laststufe 1000 kN wies der Träger IP1 (Vorspanngrad: 100%) einen Biegeriss in Feldmitte auf (Bild 5-11). Kurz vorher wurde im Träger der Grenzzustand der Dekompression überschritten, bei welchem sich die Spannungen am Zugrand aus Last und Vorspannung gerade aufheben. Da bei Spannbetonbrücken unter Gebrauchslasten der Grenzzustand der Dekompression erreicht werden kann, wird bei allen Trägern diese Laststufe vergleichbar der Gebrauchslaststufe bei einer Spannbetonbrücke eingestuft.

Die Bruchlasten lagen unabhängig vom Vorspanngrad nahe beieinander. Lediglich der Versuchsträger IP3 mit 10 % Vorspannung erreichte nur 90 % der Traglast gegenüber dem mit 100 % vorgespannten Träger IP1 (Vgl. Kapitel 5.1).

5.4.2 Reihe I – Einfluss aus Vorspanngrad, Laststufe und Bügelbewehrungsgrad

Einfluss des Vorspanngrades auf die Druckbogenform und Bügelspannungen

Aus dem unmittelbaren Vergleich der Träger unter der jeweils gleichen Laststufe, beispielsweise im Gebrauchszustand ($F=1000$ kN, Bild 5-11, Bild 5-18 und Bild 5-26), ist der wesentliche Einfluss des Vorspanngrades auf die Druckbogenform und auf die Bügelspannungen sehr deutlich zu erkennen. Die Bügel des Trägers IP3 haben bei gleicher Laststufe stets größere Bügelspannungen als die Bügel der Träger IP1 und IP2. Der aus dem Druckbogen resultierende Betontraganteil zur Aufnahme der Querkraft nimmt mit Abnahme des Vorspanngrades ab. Dadurch erhöht sich der Traganteil der Bügel im Rahmen der Fachwerkwirkung. Je größer der Vorspanngrad ist, desto ausgeprägter ist der Bogen mit seiner Tragwirkung.

Einfluss des Vorspanngrades auf die Rissbildung

Unter der Laststufe 1000 kN weist der Träger IP1 (Vorspanngrad: 100%) einen Biegeriss in Feldmitte auf (Bild 5-11). Bei, bis auf den unterschiedlichen Vorspanngrad, gleicher Ausführung der beiden anderen Träger IP2 und IP3 entwickeln sich die ersten Risse unter $F = 600$ bzw. 400 kN (Bild 5-16, Bild 5-23). Die Rissbildung setzt also durch die Vorspannung erwartungsgemäß wesentlich später ein.

Während bei dem Träger IP3 mit nur 10% Vorspannung die Schubrisse infolge der Schubspannungen aus den Querkraftbeanspruchungen sich i.d.R. aus den Biegerissen entwickeln, ergeben sich bei den anderen beiden Trägern IP2 und IP1 mit größeren Vorspanngraden die Schubrisse aus den schiefen Hauptzugspannungen auch in Bereichen, in denen infolge Längsvorspannung nur Druckspannungen σ_x wirksam sind (Risse in grauhinterlegten Bereichen, Bild 5-13 bis Bild 5-15 und Bild 5-20 bis Bild 5-22).

Einfluss der Laststufe auf die Druckbogenform, Bügelspannungen und Rissbildung

Aus dem unmittelbaren Vergleich der Darstellungen Bild 5-11 bis Bild 5-15, ist der wesentliche Einfluss der Laststufe auf die Druckbogenform und auf die Bügelspannungen sehr deutlich zu erkennen. Die Bügel des Trägers IP3 haben bei gleicher Laststufe stets größere Bügelspannungen als die Bügel der Träger IP1 und IP2. Der aus dem Druckbogen resultierende Betontraganteil zur Aufnahme der Querkraft nimmt mit Zunahme der Laststufe ab. Dadurch erhöht sich der Traganteil der Bügel im Rahmen der Fachwerkwirkung. Je kleiner die Laststufe ist, desto ausgeprägter ist der Bogen mit seiner Tragwirkung.

Unter Gebrauchslastniveau, Laststufe 1000 kN ($\approx F_u / 1,8$):

IP1 (Vorspanngrad: 100%)

Die Neigung des Druckgurtes des Trägers IP1 erstreckt sich nahezu gleichmäßig über die gesamte Trägerlänge. Die Bügelspannungen sind hier etwa Null (Bild 5-11). Das Stegfachwerk ist demzufolge nicht an der Lastabtragung beteiligt ($V_{Rsw} \approx 0$). Da hier durch den horizontalen Verlauf des Spanngliedes auch keine Traganteile aus dem Spannglied vorhanden sind ($V_p \approx 0$), und sich keine ausgeprägten Risse eingestellt haben ($V_{cr} \approx 0$), wird somit die Querkraft ausschließlich vom Druckbogen ($V_{cc} \gg 0$) aufgenommen.

IP2 (Vorspanngrad: 50%), IP3 (Vorspanngrad: 10%)

Bei den Trägern mit weniger Vorspannung sind die Verhältnisse dagegen anders. In den Darstellungen Bild 5-18 und Bild 5-26 sind bereits unter Gebrauchslast deutlich Bügelspannungen zu erkennen. Demnach ist das Stegfachwerk bei den niedrigen Vorspanngraden bereits unter Gebrauchslastniveau maßgeblich an der Lastabtragung beteiligt ($V_{Rsw} > 0$). Damit ist der Traganteil des Druckbogens bei den Trägern IP2 und IP3 signifikant geringer.

Der Druckgurt verläuft bei IP2 auf einer Länge von 3,0 m horizontal und neigt sich erst am Schnitt 105 um sich im Auflagerbereich an den Spanngliedankern abzustützen (Bild 5-18). Bei dem Träger IP3 ist die Bogenform praktisch nicht mehr vorhanden (Bild 5-26). In Bereichen mit horizontal verlaufendem Druckgurt ist keine entlastende Wirkung bei der Querkraftabtragung durch den Druckbogen gegeben. Nur in den Bereichen mit Druckgurtneigung ist von einer Druckbogenwirkung auszugehen. Erstaunlicherweise nehmen die Bügelspannungen bei konstantem Querkraftverlauf und horizontalem Druckgurt von ihrem Maximalwert am Schnitt 108 bei beiden Trägern bis zum Schnitt 106 bzw. 105 auf einer Länge von 60 bzw. 90 cm zu den Auflagern hin schnell auf Null ab (Bild 5-18, Bild 5-26).

Auffällig auf den Bildern ist die ausgeprägte Rissbildung in diesem Bereich. Demzufolge kann die Entlastung der Bügel auf die Rissreibungskräfte zurückgeführt werden. Offensichtlich sind letztere nicht über die Trägerlänge konstant, sondern nehmen zu den Auflagern hin zu. Mit Bild 2-14 kann dieser Umstand erklärt werden. Die in Bild 2-14 wiedergegebene Beziehung zeigt die Abhängigkeit der Rissreibungskraft von der Rissgleitung und der Rissöffnung. Wie leicht zu erkennen ist, nimmt mit abnehmender Rissöffnung die Rissreibungskraft zu. Von der Trägermitte zu den Auflagern hin verursacht das kleiner werdende Biegemoment kleinere Rissbreiten und damit größere Rissreibungskräfte, die zu den Auflagern hin zu der schnellen Abnahme der Bügelspannungen führen.

Unmittelbar unter der Einzellast (Schnitt 111) sind die Bügelspannungen ebenfalls etwa Null. Die Feldmitte steht unter dem Einfluss der ausstrahlenden Einzellast und muss daher besonders betrachtet werden (D-Bereich).

Unter höheren Laststufen (1400 – 1800 kN)

IP1 (Vorspanngrad: 100%)

Bei dem Träger IP1 mit voller Vorspannung ist etwa ab Schnitt 108 zu den Auflagern hin die deutliche Abnahme der Bügelspannungen in Übereinstimmung mit der zunehmenden Druckbogenneigung zu erkennen.

IP2 (Vorspanngrad: 50%), IP3 (Vorspanngrad: 10%)

Unter höheren Laststufen erreichen die Bügel des Trägers IP2 ihre Fließgrenze zunächst im Schnitt 108 und dann mit steigender Last auch in den Schnitten 109 und 107. Die Bügelspannungen sinken dann zum Auflager hin ab. Da der Druckgurt weitestgehend horizontal verläuft und auf den Bildern eine ausgeprägte Rissbildung zu erkennen ist, kann die Abnahme der Bügelspannungen nicht auf die Druckbogenwirkung, sondern ausschließlich auf die Rissreibungskräfte zurückgeführt werden.

Eine einleuchtende Erklärung dafür liefert auch die Modified Compression Field Theory (MCFT), nach welcher der Betontraganteil vom Längsdehnungsparameter ϵ_x abhängt. Ausgehend von der Feldmitte bis hin zu den Auflagern nimmt das Biegemoment ab. Damit nehmen die Längsdehnungen ebenfalls zu den Auflagern hin ab, was zum Anstieg des Betontraganteils gemäß Gleichungen (2.29) und (2.31) führt.

Einfluss des Bügelbewehrungsgrades sowie des Vorspanngrades auf den Betontraganteil und auf die Bügelspannungen

Für die Bügel in den Schnitten 104 und 108 sind in Bild 5-30 die gemessenen Spannungen σ_{sw} in Abhängigkeit von der Last F aufgetragen und mit den rechnerischen Bügelspannungen mit der Druckstrebenneigung $\theta = 45^\circ$ und dem inneren Hebelarm $z = 0,9 \cdot d_s$ nach MÖRSCH verglichen.

Da die Bügel nicht exakt auf den Schnitten liegen, werden die benachbarten Bügelwerte linear interpoliert. Die Trägerhälften weisen unterschiedliche Bügelbewehrungsgrade auf. Daher werden die Kurven für die linke und rechte Trägerhälfte getrennt ermittelt und aufgetragen.

Mit abnehmendem Vorspanngrad springen die Bügel unter kleineren Lasten an, um dann mit zunehmender Belastung annähernd parallel zu der MÖRSCH-Linie zu verlaufen. Der Betontraganteil aus der Druckbogenwirkung bzw. Rissreibung ist durch den Abstand der gemessenen Bügelspannungslinien zu der MÖRSCH-Linie gekennzeichnet. Sehr gut zu erkennen sind der kleiner werdende Abstand und damit der kleiner werdende Betontraganteil mit abnehmendem Vorspanngrad. Im maßgebenden Schnitt 108 liegen die gemessenen Bügelspannungen bei IP3 (Vorspanngrad 10%) etwa auf der MÖRSCH-Linie und weisen damit nahezu keinen Betontraganteil auf.

Aus dem Vergleich der Abstände der Linien zu der MÖRSCH-Linie, sind die Unterschiede im Tragverhalten der beiden unterschiedlich bügelbewehrten Trägerhälften zu erkennen. Der Abstand der auf der linken Bildhälfte (Bild 5-30) aufgetragenen Linien und damit der Betontraganteil in der linken, höher bügelbewehrten Trägerhälfte ist unabhängig vom Vorspanngrad kleiner als der Betontraganteil in der rechten, niedriger bügelbewehrten Trägerhälfte.

Offensichtlich ist die Verteilung der Querkrafttraganteile von den Steifigkeitsverhältnissen der Tragmechanismen abhängig. Je höher der Schubbewehrungsgrad eines Trägers ist, umso steifer ist das Stegfachwerk und umso mehr Querkraft zieht es an. Entsprechend weniger verbleibt für den Betontraganteil aus der Rissreibung.

Versuchsträger IP 1 (Vorspanngrad 100%)

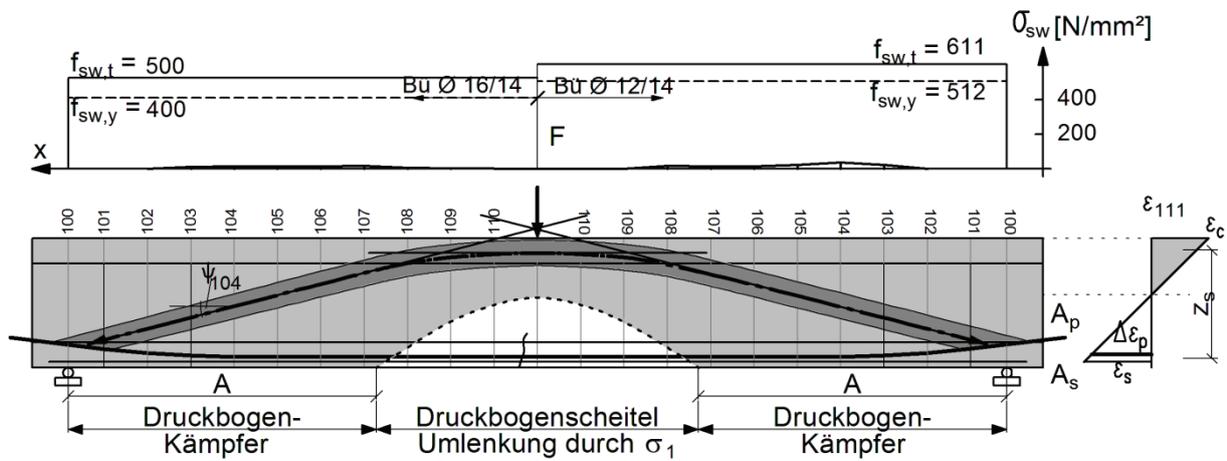


Bild 5-11: IP1- F= 1000 kN, o: Verlauf der gemessenen Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

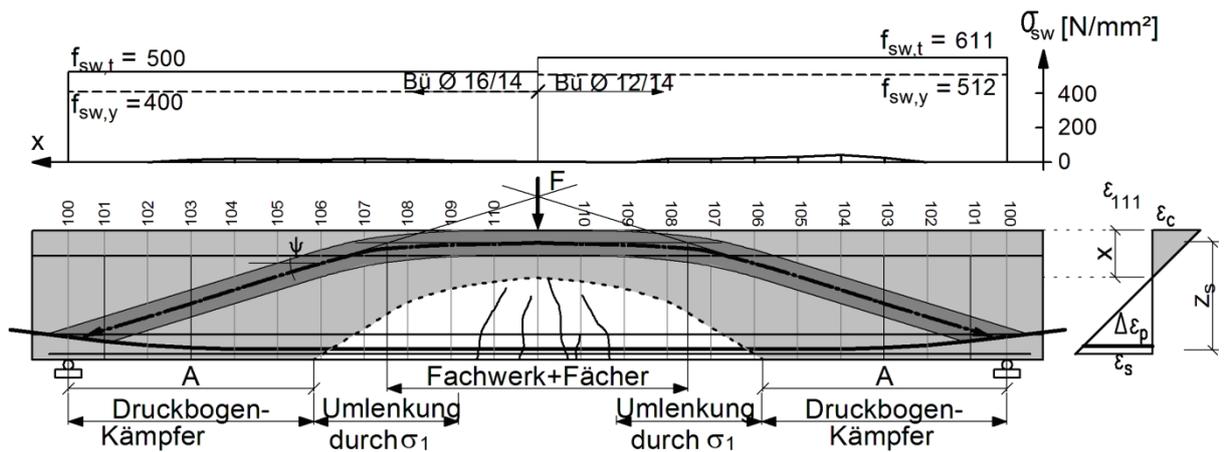


Bild 5-12: IP1- F=1200 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

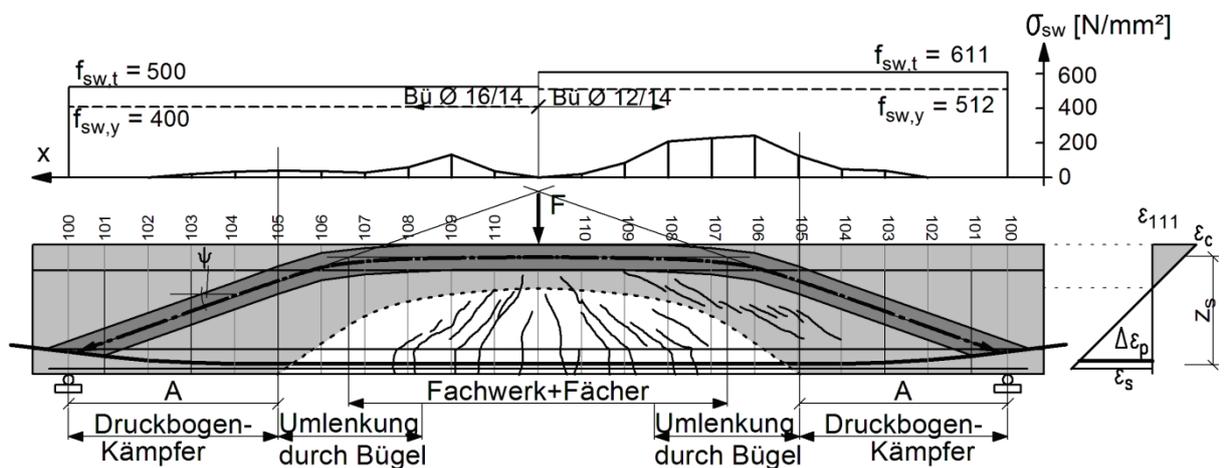


Bild 5-13: IP1- F=1400 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

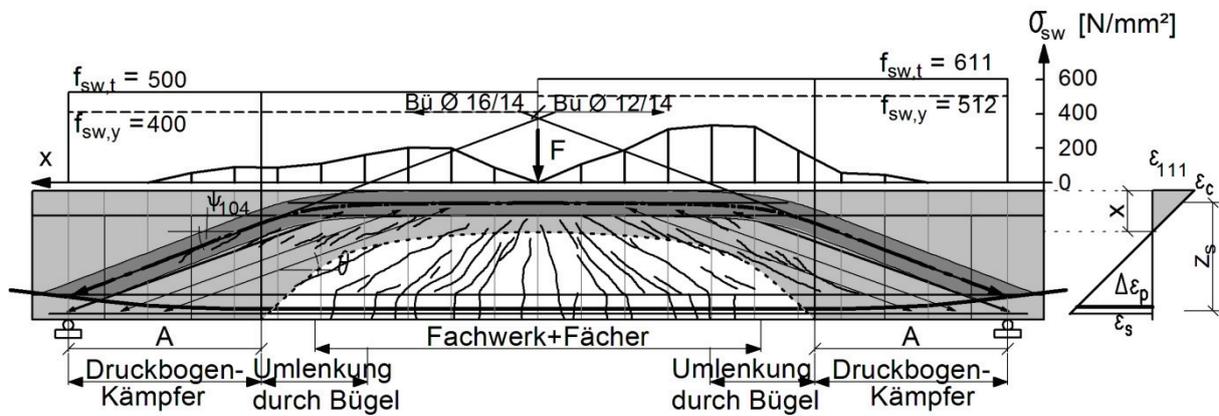


Bild 5-14: IP1- $F=1600 \text{ kN}$, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

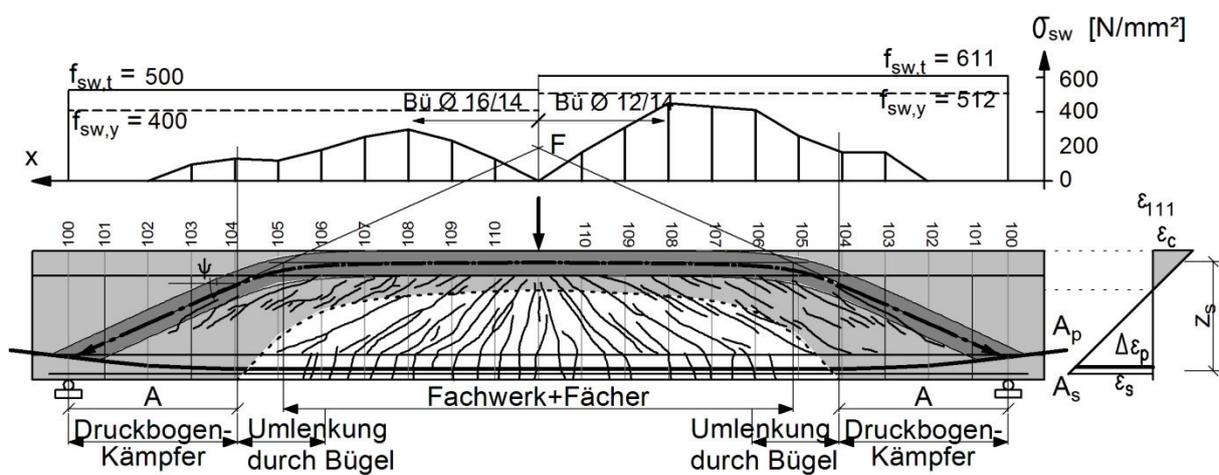


Bild 5-15: IP1- $F=1800 \text{ kN}$, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild ($F_u=1935 \text{ kN}$)

Versuchsträger IP 2 (Vorspanngrad 50%)

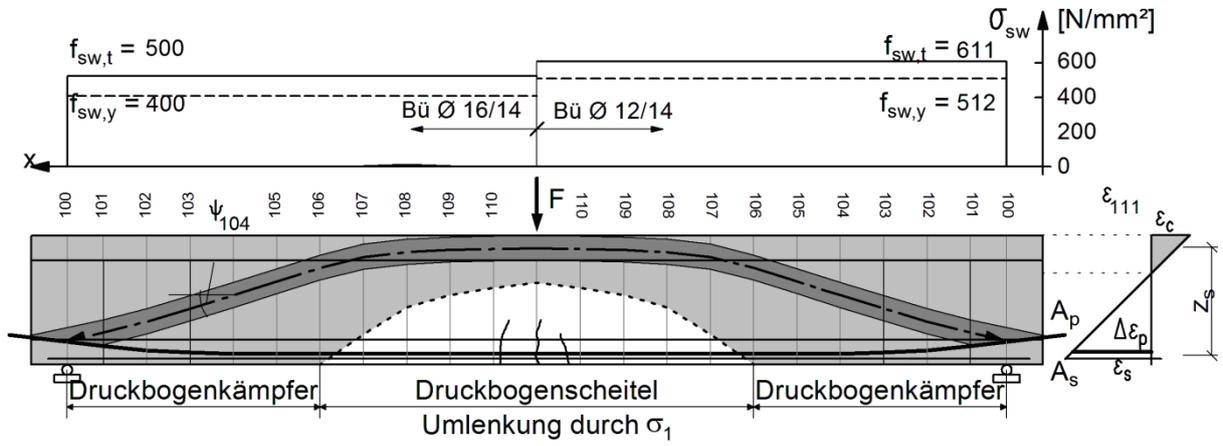


Bild 5-16: IP2- F=600 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

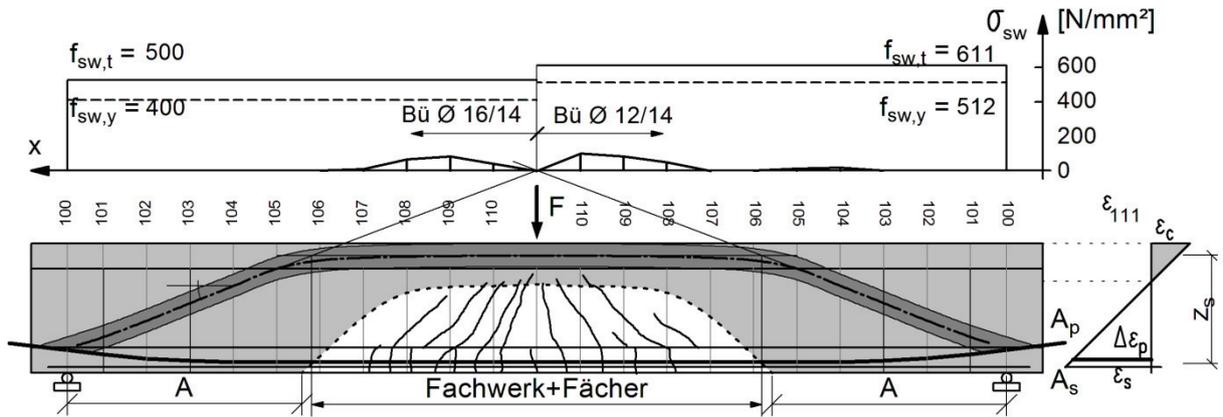


Bild 5-17: IP2- F=800 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

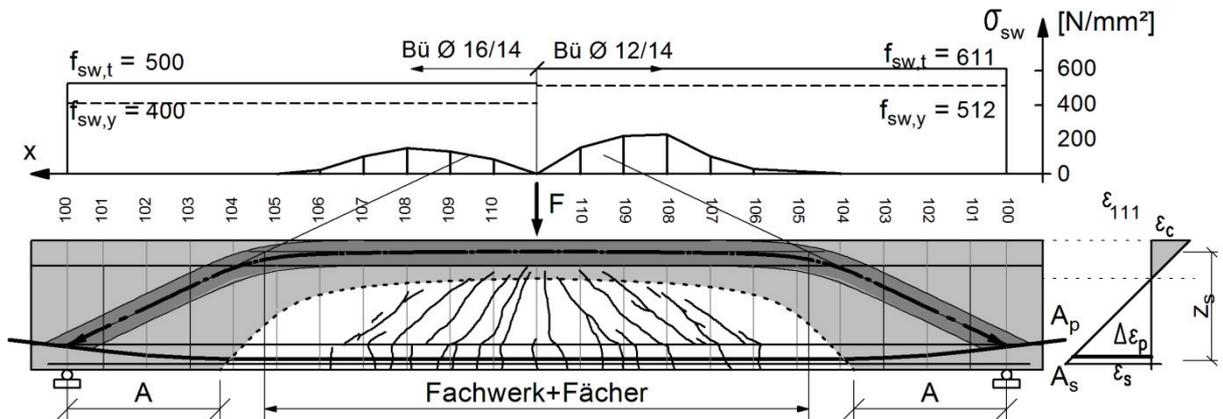


Bild 5-18: IP2- F=1000 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

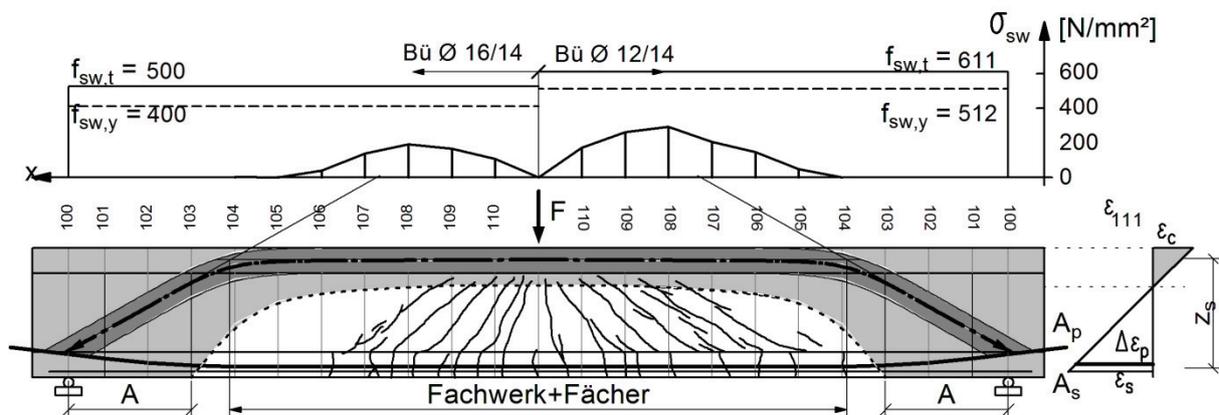


Bild 5-19: IP2- $F=1200$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

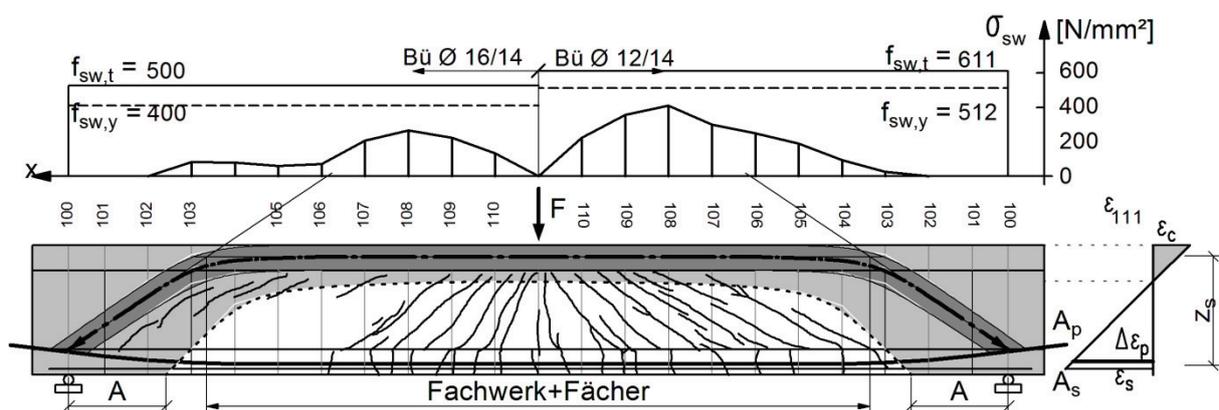


Bild 5-20: IP2- $F=1400$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

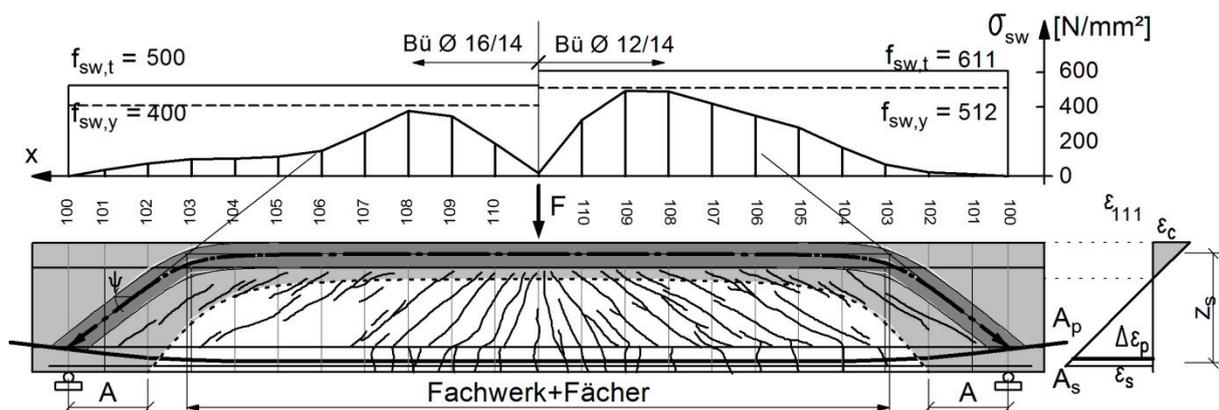


Bild 5-21: IP2- $F=1600$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

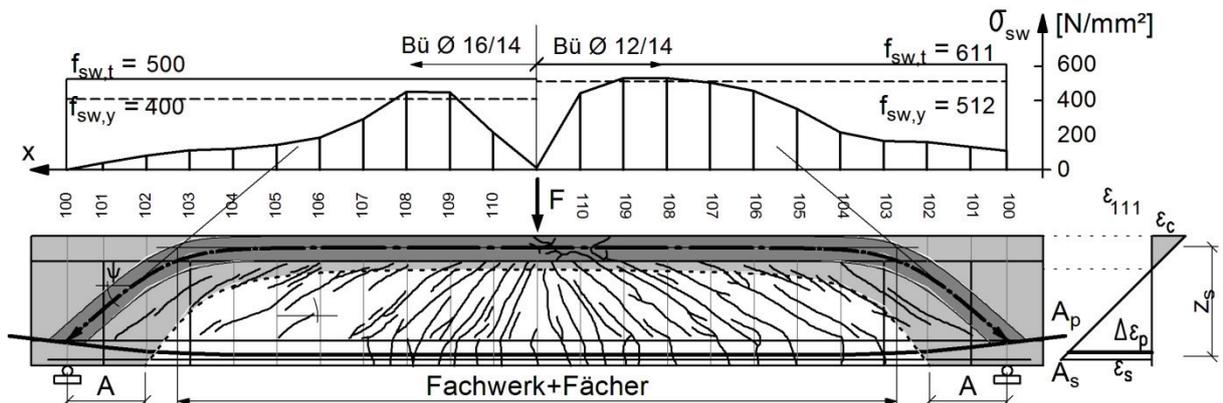


Bild 5-22: IP2- F=1800 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild ($F_u=1895$ kN)

Versuchsträger IP 3 (Vorspanngrad 10%)

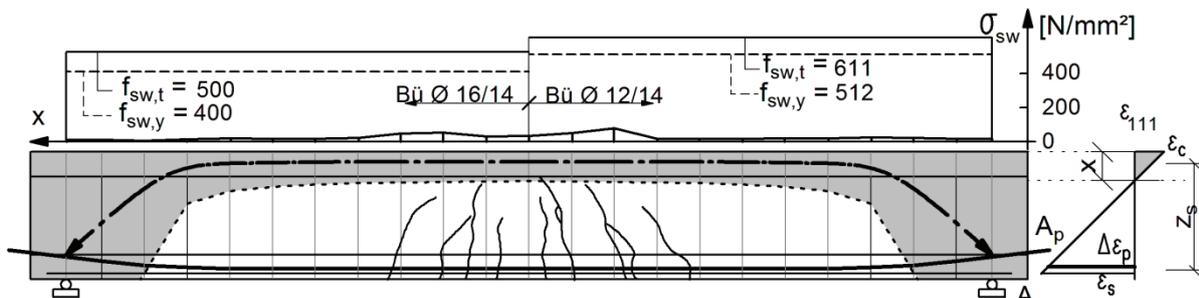


Bild 5-23: IP3- F=400 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

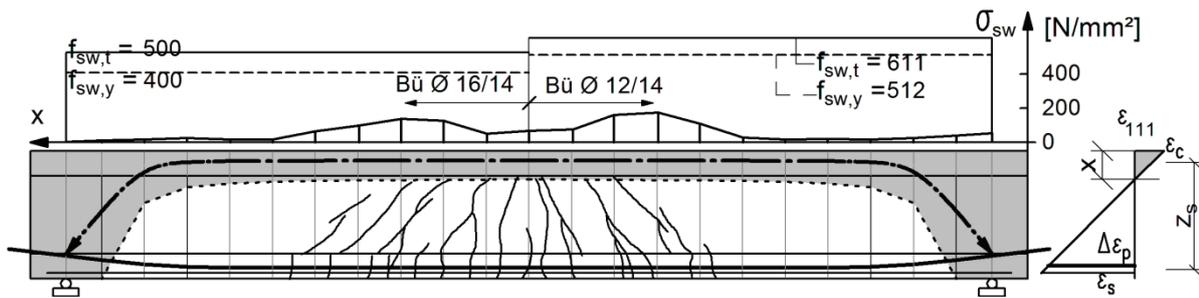


Bild 5-24: IP3- F=600 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

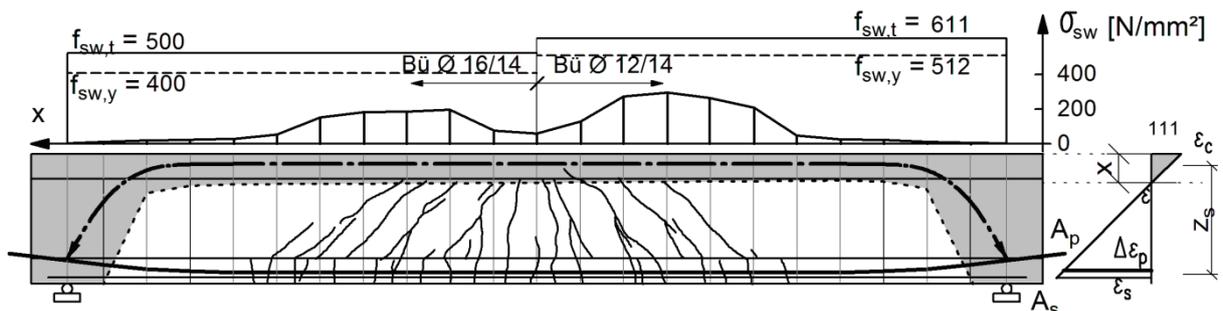


Bild 5-25: IP3- F=800 kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

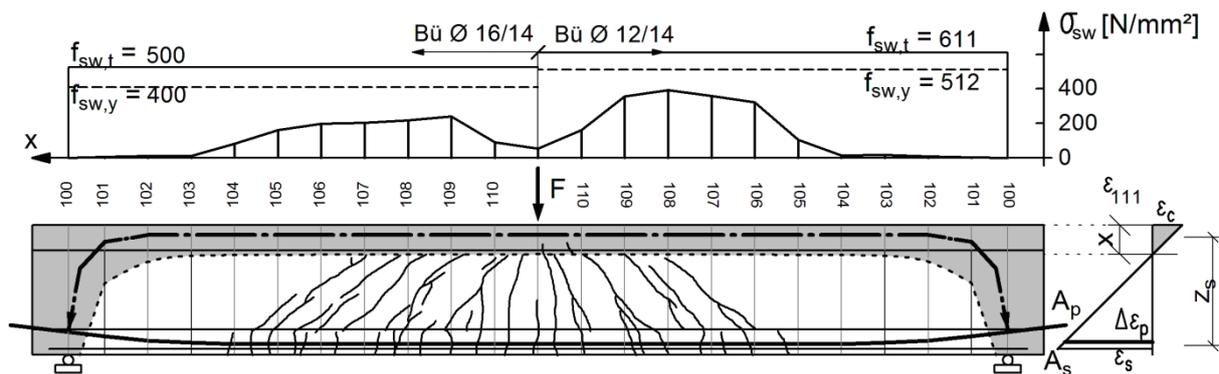


Bild 5-26: IP3- $F=1000$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

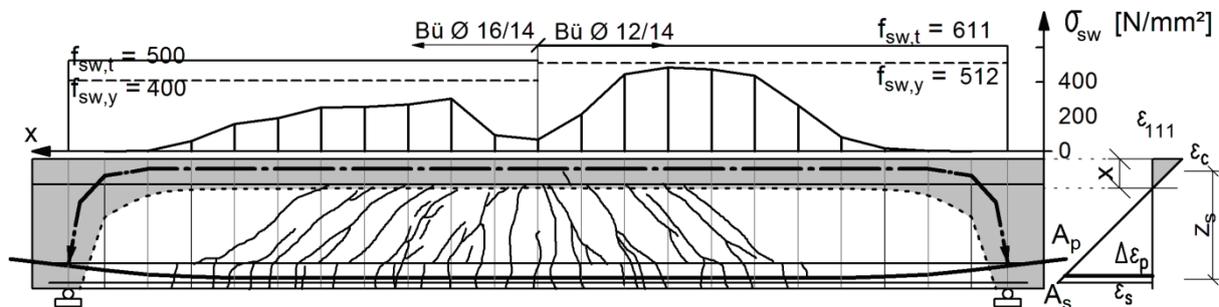


Bild 5-27: IP3- $F=1200$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

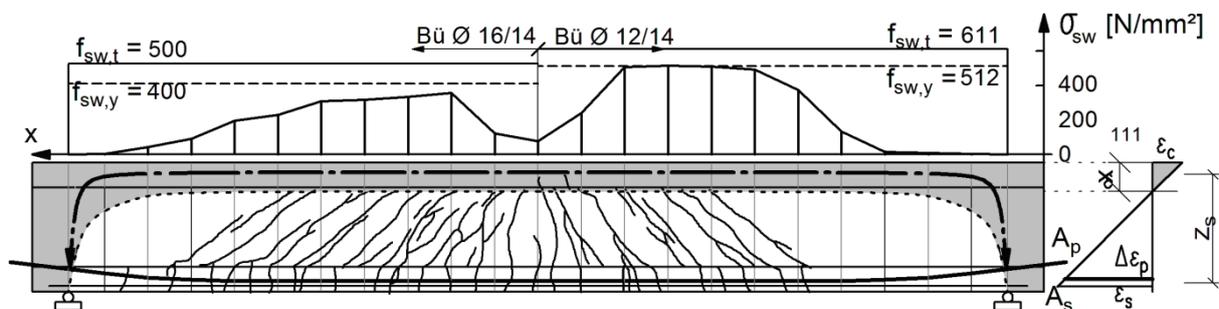


Bild 5-28: IP3- $F=1400$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild

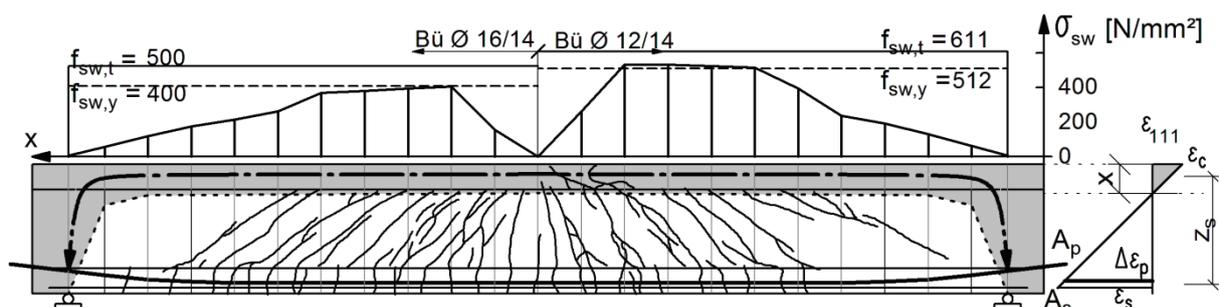


Bild 5-29: IP3- $F=1600$ kN, o: Verlauf der Bügelspannungen, u: Druckbogenform mit Rissbild ($F_u=1735$ kN)

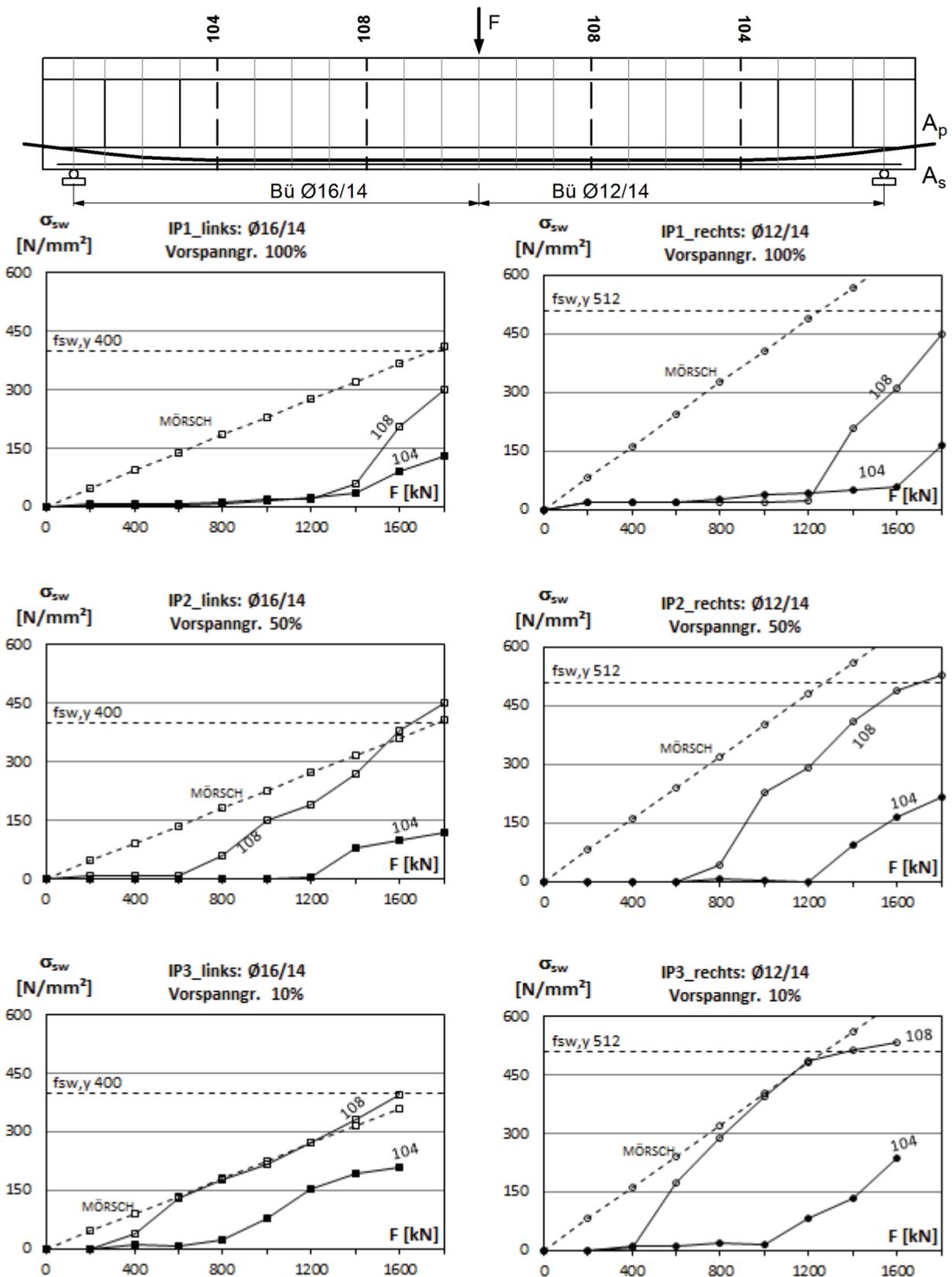


Bild 5-30: Bügelspannungen in Abhängigkeit von der Höhe der Belastung und vom Vorspanngrad (Reihe I)

5.4.3 Reihe T – Einfluss aus Spannliedhöhenlage, Laststufe und Bügelbewehrungsgrad

Die Darstellungen Bild 5-31 bis Bild 5-45 zeigen jeweils den Druckbogen und die zugehörigen gemessenen Bügelspannungen mit den beobachteten Rissen unter den verschiedenen Laststufen bei der Versuchsreihe T. Zusätzlich ist die Zoneneinteilung für die unterschiedlichen Tragmechanismen eingetragen.

Aus den Bildern gehen die Bereiche mit den unterschiedlichen Tragmechanismen *Fachwerk* und *Druckbogen* deutlich hervor. Im hell unterlegten, gezogenen Bereich mit positiven Dehnungen ε_x entwickeln sich die geneigten Risse aus Biegerissen. Die gemessenen Bügelspannungen erreichen nur hier große Werte. Die kontinuierliche Änderung der Spannliedkraft, die auf der Grundlage der Dehnungsebenen im Zustand II rechnerisch ermittelt wurde, beschränkt sich ebenfalls nur auf diesen Bereich. Da in diesem Bereich bei dem Träger TP3 mit unten liegendem Spannlied der Druck- und Zuggurt horizontal verlaufen, trägt das parallelgurtige Fachwerk die Querkraft allein. Die übrigen Bereiche zu den Auflagern hin sind, wie man durch die grau unterlegten Flächen mit negativen Dehnungen ε_x über die gesamte Querschnittshöhe leicht erkennen kann, voll überdrückt. Die Bügelspannungen sind hier nahezu Null, der Verlauf der Spannliedkraft ist konstant. Damit entsprechen diese Bereiche nicht dem Tragmodell eines reinen Fachwerks. Hingegen bildet der Tragmechanismus eines Druckbogens eine gute Übereinstimmung mit dem beobachteten Rissbild und den gemessenen Bügelspannungen. Mit Zunahme der Druckgurtneigung nehmen die Bügelspannungen deutlich ab. Aus dem Vergleich des Trägers mit unten liegendem Spannlied TP3 mit den Trägern TG1, TG2 mit konstanter Spannliedneigung, geht die Vorstellung des Tragmodells eines parallelgurtigen *Fachwerks* in Überlagerung mit einem *Druckbogen* deutlich hervor. Da der Druckbogen sich an den Spannankern abstützen muss, ist sein Stich bei TG1, TG2 durch die hochgezogenen Spannlieder nicht so stark ausgeprägt wie bei TP 3. Dafür ist das *Fachwerk* ausgeprägter. Demgemäß ist der Bereich, in dem die Bügel anspringen, größer.

Der Träger TG1 hat einen niedrigeren Schubbewehrungsgrad als TG2 mit gleicher Spannliedführung. Die Risse bei TG1 verlaufen flacher und alle Bügel erreichen im Bruchzustand die Fließgrenze. Bei den unteren Laststufen ist jedoch zu den Auflagern hin eine deutliche Abnahme der Bügelspannungen in Übereinstimmung mit der zunehmenden Druckbogenneigung zu erkennen (Bild 5-31 bis Bild 5-33). Unter den hohen Laststufen verläuft die Biegedruckkraft im Feldbereich der Träger (Zone C) nahezu horizontal und neigt sich erst in den Trägerendebereichen zu den Ankern der Spannlieder hin. In den Bereichen, in denen die Druckkraft im Beton horizontal verläuft, tritt durch den Druckbogen keine entlastende Wirkung für das Stegfachwerk auf. Demzufolge werden dort die größten Bügelspannungen gemessen.

Bei Träger TG2 liegt gegenüber dem Träger TG1 ein höherer Querkraftbewehrungsgrad vor. Die Bogenform, auf der Grundlage der Dehnungsebenen im Zustand II ermittelt, ist vom Schubbewehrungsgrad unabhängig. Demzufolge muss für die Umlenkung des Druckbogens die Betonzugfestigkeit in Anspruch genommen werden.

Aus dem Vergleich von TG2 und TP3 ist unmittelbar der deutliche *Einfluss aus der Höhenlage des Spannlieds* auf den Verlauf bzw. die Bogenwirkung der Biegedruckkraft ersichtlich. Bei dem Träger TP3 mit unten liegendem Spannlied ist die Bogenwirkung deutlich ausgeprägter. Die Bügel erreichen jeweils nur im Bereich der Feldmitte die Fließspannung, zu den Auflagern hin werden sie nicht mehr voll ausgenutzt. Vergleicht man die gemessenen Bügelspannungen der Träger mit dem jeweils darunter dargestellten Druckbogen bei allen Laststufen (Bild 5-36 bis Bild 5-45), so wird dessen günstiger Einfluss an den Endauflagerbereichen (Zone AB), wo die Bügelspannungen bei allen Trägern nahezu Null sind, am deutlichsten. Hier bildet sich der Querkraftwiderstand offenbar ohne eine Wirkung des Stegfachwerks alleine durch die geneigten Zug- und Druckgurte aus. Bei dem Träger TP3 mit horizontalem Spannliedverlauf stellt in diesen Bereichen die Vertikalkomponente der geneigten Längsdruckkraft (Druckbogen) im Beton den Hauptanteil der Querkrafttragfähigkeit dar.

Die Form des Druckbogens stellt sich zudem in Abhängigkeit von der Lastgröße ein. Je kleiner die Last ist, desto ausgeprägter ist der Bogen mit seiner Tragwirkung.

Unter Gebrauchslastniveau, Laststufe 1000 kN ($\approx F_u/1,8$)

erstreckt sich die Neigung des Druckgurtes nahezu gleichmäßig über die gesamte Trägerlänge und entlastet entsprechend das Stegfachwerk, was sich in den zugehörigen kleinen Bügelspannungen widerspiegelt. Nahezu Null sind die Bügelspannungen bei dem Träger mit unten liegendem Spannlied, TP3 (Bild 5-41). Demzufolge ist hier das Stegfachwerk nicht an der Lastabtragung beteiligt. Da durch den horizontalen Ver-

lauf des Spanngliedes auch keine Traganteile aus dem Spannglied vorhanden sind, wird somit die Querkraft ausschließlich vom Druckbogen und eventuell noch von den Rissreibungskräften aufgenommen.

Bei höheren Laststufen (Laststufe 1400 kN bis 1600 kN)

ist ab Schnitt 108 – die Feldmitte unmittelbar unter der Einzellast befindet sich im Störbereich der Einzellast - zu den Auflagern hin eine deutliche Abnahme der Bügelspannungen in Übereinstimmung mit der zunehmenden Druckbogenneigung zu erkennen (TG1: Bild 5-33, Bild 5-34 und TG2: Bild 5-38, Bild 5-39 sowie TP3: Bild 5-43, Bild 5-44). Unter den hohen Laststufen verläuft die Biegedruckkraft im Feldbereich der Träger nahezu horizontal und neigt sich erst in den Trägerendbereichen zu den Ankern der Spannglieder hin. In den Bereichen, in denen die Druckkraft im Beton horizontal verläuft, tritt durch den Druckbogen keine entlastende Wirkung für das Stegfachwerk auf. Demzufolge werden dort die größten Bügelspannungen gemessen, wie aus den Bildern eindeutig hervorgeht.

Im Bruchzustand ($F_u = 1800$ kN)

erreichen die Bügel auf der gesamten Länge des Trägers TG 1 die Fließgrenze (Bild 5-35), weil der Träger mit Bügel $\emptyset 8/30$ ($\rho_w = 0,11$, linke Trägerseite) und $\emptyset 10/30$ ($\rho_w = 0,17$, rechte Trägerseite) einen sehr kleinen Bügelbewehrungsgrad aufweist. Die Querkraftzugkräfte im Steg nehmen über die gesamte Trägerlänge nicht ab. Der Druckbogen zeigt hier einen horizontalen Verlauf. Demnach spielt der Druckbogen mit seiner Tragwirkung hier praktisch keine Rolle mehr. Die Träger TG2 bzw. TP3 mit Bügel $\emptyset 10/20$ ($\rho_w = 0,26$ linke Trägerseite), bzw. $\emptyset 12/20$ ($\rho_w = 0,36$, rechte Trägerseite) weisen einen höheren Bügelbewehrungsgrad auf. Hier ist vor allem in den Trägerendbereichen eine Abnahme der Bügelspannungen auch im Bruchzustand deutlich zu erkennen (Bild 5-40, Bild 5-45). Bei dem Träger TG2 ist auf der rechten Seite auch in Bereichen eine Abnahme der Bügelspannungen zu erkennen, wo der Druckbogen noch horizontal verläuft (Bild 5-40, Schnitt 107 bis 104, linke Trägerhälfte). Hier bildet sich die entlastende Wirkung des Stegfachwerks ohne eine Wirkung des Druckbogens durch die Vertikalkomponente der geneigten Spanngliedkraft aus. Ein weiterer Betontraganteil resultiert aus der Rissreibung. Bei dem Träger TP3 mit horizontalem Spanngliedverlauf stellt in diesen Bereichen die Vertikalkomponente der geneigten Längsdruckkraft im Beton einen wesentlichen Anteil der Querkrafttragfähigkeit dar (Bild 5-45).

In Bild 5-46 sind die gemessenen Bügelspannungen in den Schnitten 104 und 108 in Abhängigkeit von der Last für die linke und rechte Seite der Träger TG1, TG2 und TP3 dargestellt. Da die Bügel nicht immer exakt auf den Schnitten liegen, werden die benachbarten Bügelmesswerte linear interpoliert. Verwendet wird jeweils der größte Wert der gemessenen vier bis fünf Messwerte pro Bügel. Alle gemessenen Bügelspannungen sind in [54] im Anhang zusammengestellt. Als Vergleich wurden die rechnerischen Bügelspannungen nach MÖRSCH ($\theta = 45^\circ$) mit dem inneren Hebelarm $z = 0,9 \cdot d_s$ ermittelt und aufgetragen.

Bei dem Träger TP3 mit unten liegendem Spannglied springen die Bügel erst bei größeren Lasten an (Schnitt 108: $F=1200$ kN, Schnitt 104: $F=1600$ kN) als bei den Trägern TG1, TG2 mit geneigten Spanngliedern (Schnitt 108: $F=1000$ kN, Schnitt 104: $F=1400$ kN) und zwar unabhängig vom Bügelbewehrungsgrad. Allerdings steigen die Bügelspannungen dann bei TP3 schneller an bis sie schließlich im Bruchzustand annähernd gleiche Werte erreichen. Dies kann damit erklärt werden, dass der Druckbogen in den unteren Laststufen insbesondere bei TP3 sehr ausgeprägt ist, mit steigender Last aber immer mehr an Wirkung verliert, was in dem Schnitt 108 deutlich hervor geht. Im Schnitt 104 ist der Druckbogen offenbar bis in die höheren Laststufen noch wirksam, was über die gesamte Lastgeschichte durchgehend zu kleineren Bügelspannungen bei TP3 gegenüber TG2 führt. Dies stimmt mit dem Druckkraftverlauf im Beton überein. Die Druckgurtneigung bleibt an den auflagnahen Bereichen bei Trägern mit unten liegenden Spanngliedern (TP3) bis in die höheren Laststufen noch erhalten (Bild 5-44, Bild 5-45).

Der *Bügelbewehrungsgrad* hat offenbar einen starken Einfluss auf den Betontraganteil aus der Rissreibung. Der Betontraganteil ist über den Abstand der gemessenen Bügelspannungslinien zu der MÖRSCH-Linie zu erkennen ist. Vergleicht man die linken und die rechten Diagramme miteinander, so befindet sich bei beiden Diagrammen die Knickstelle, bei der die Bügelspannungen steil ansteigen, unter der gleichen Last. Der Abstand der Bügelspannungslinien zur MÖRSCH-Linie entwickelt sich nach der Knickstelle unterschiedlich. Bei der höherbewehrten rechten Trägerhälfte ist der Abstand nach der Knickstelle durchgehend kleiner. Der Anstieg der Bügelspannungen erfolgt erst bei höheren Laststufen, unter denen der Druckgurt annähernd horizontal verläuft und damit keine entlastende Wirkung auf das Stegfachwerk ausübt und sich eine ausgeprägte Rissbildung eingestellt hat. Anstelle des Druckbogens übernehmen nun die Rissreibungskräfte den Betontraganteil. Die Rissreibungskräfte werden bei kleineren Bewehrungsgraden offensichtlich stärker aktiviert als bei größeren Bewehrungsgraden.

Versuchsträger TG 1

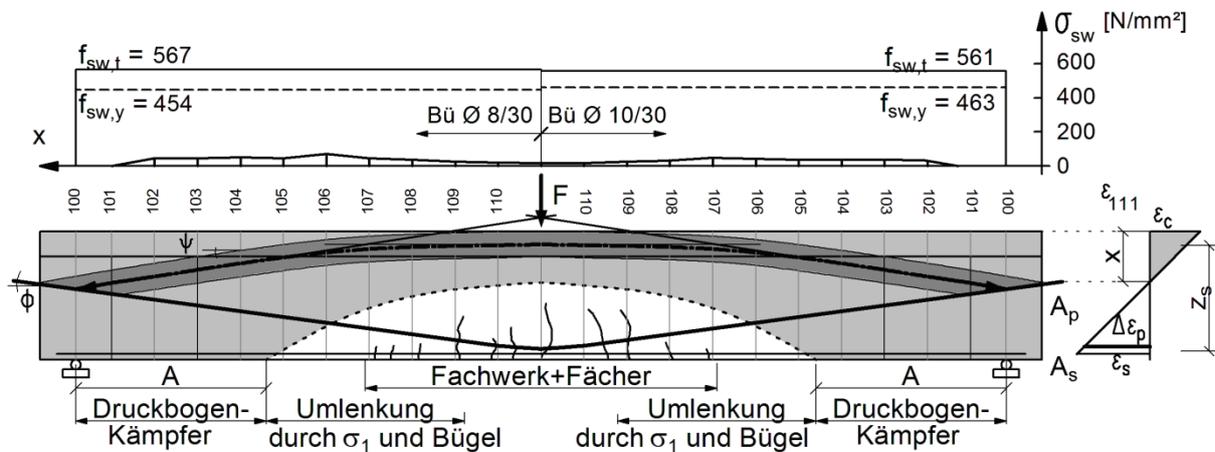


Bild 5-31: TG1- $F=1000$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

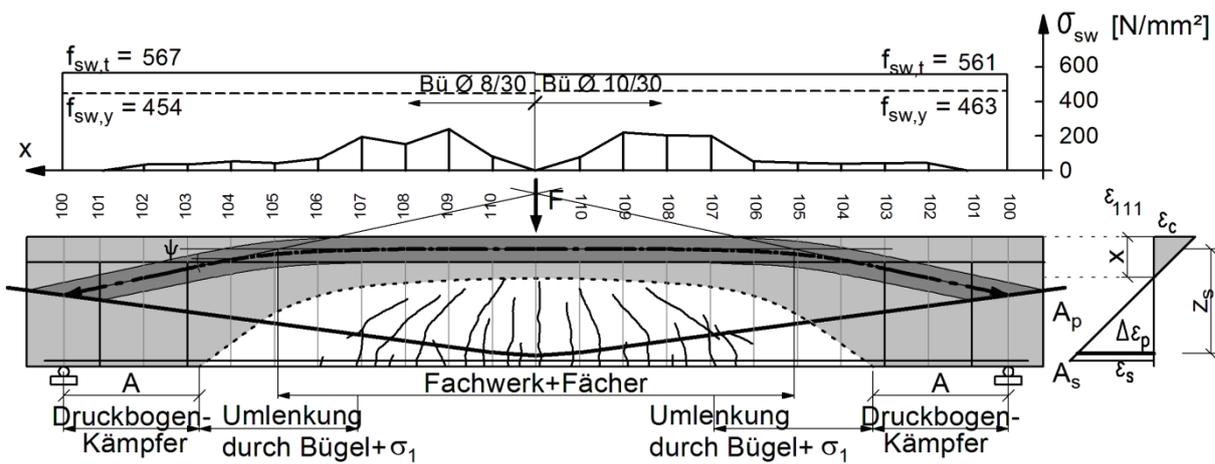


Bild 5-32: TG1- $F=1200$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

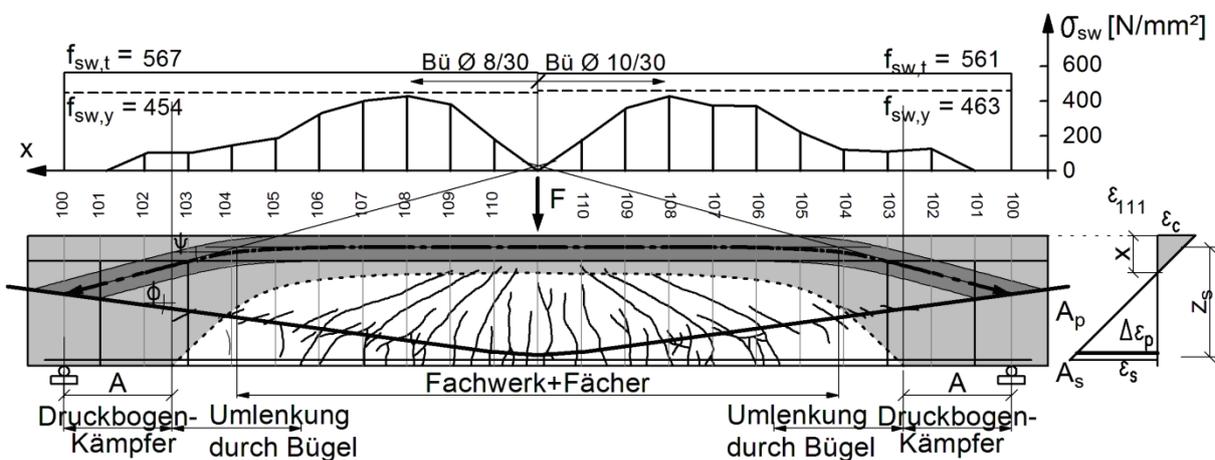


Bild 5-33: TG1- $F=1400$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

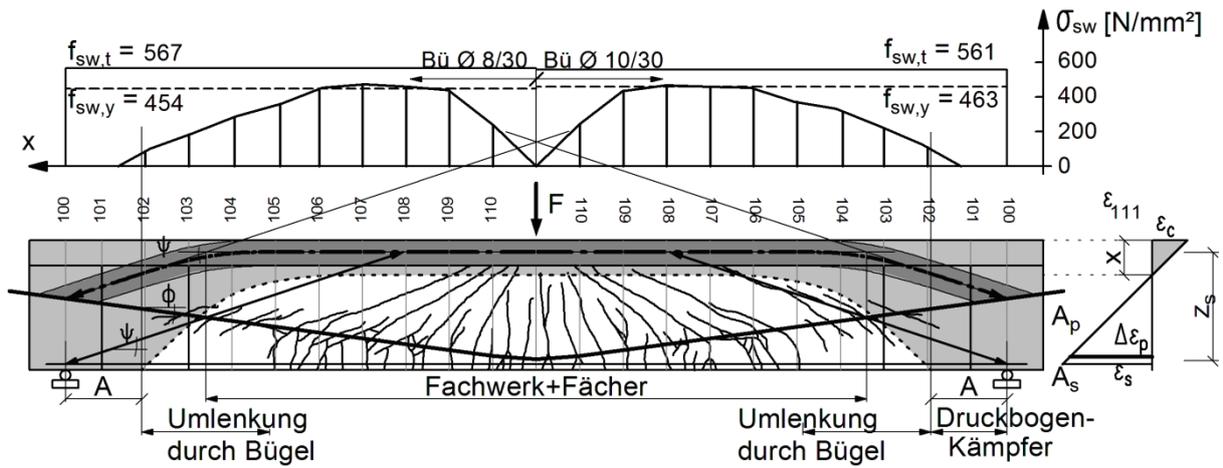


Bild 5-34: TG1- $F=1600 \text{ kN}$, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

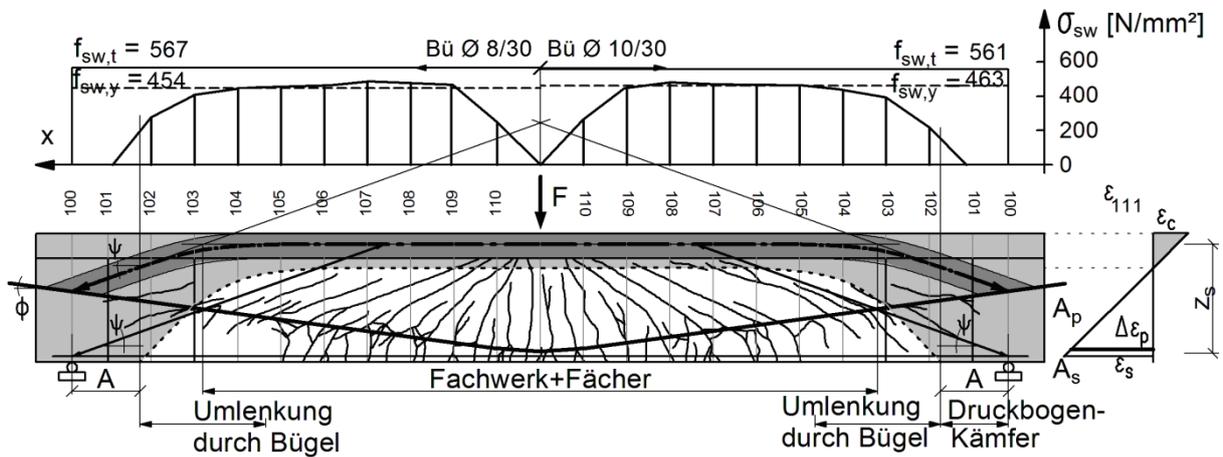


Bild 5-35: TG1- $F=1800 \text{ kN}$, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung ($F_u=1835 \text{ kN}$)

Versuchsträger TG 2

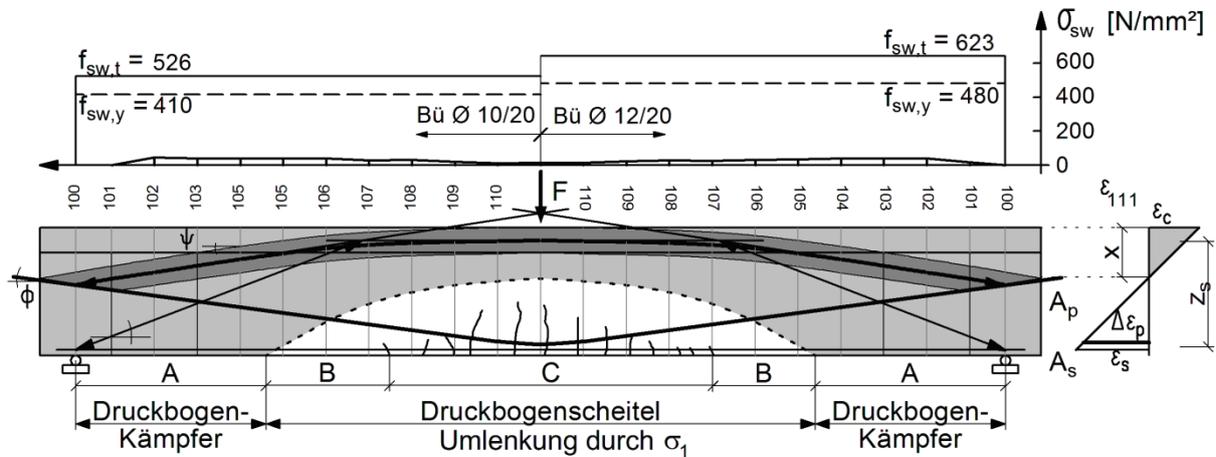


Bild 5-36: TG2- $F=1000$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

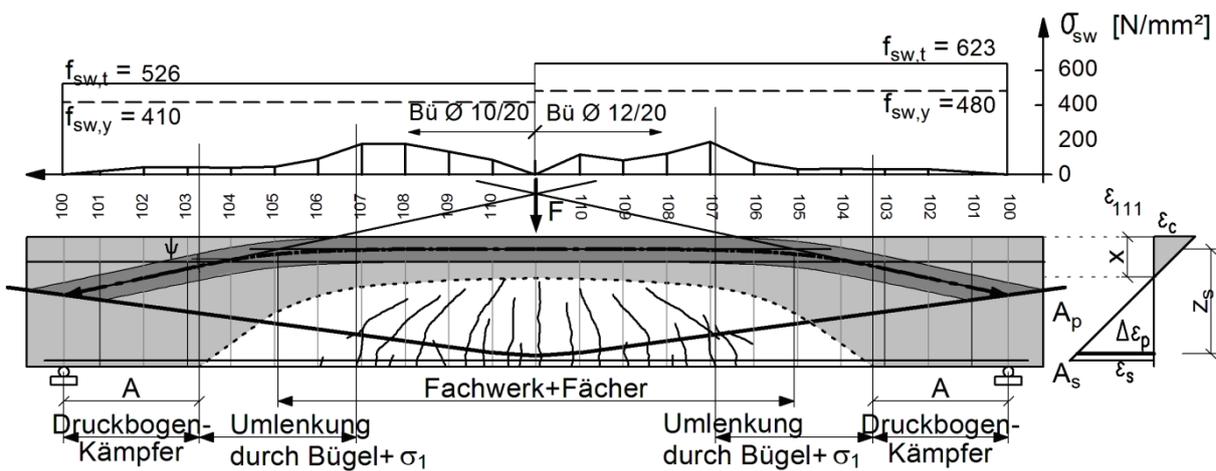


Bild 5-37: TG2- $F=1200$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

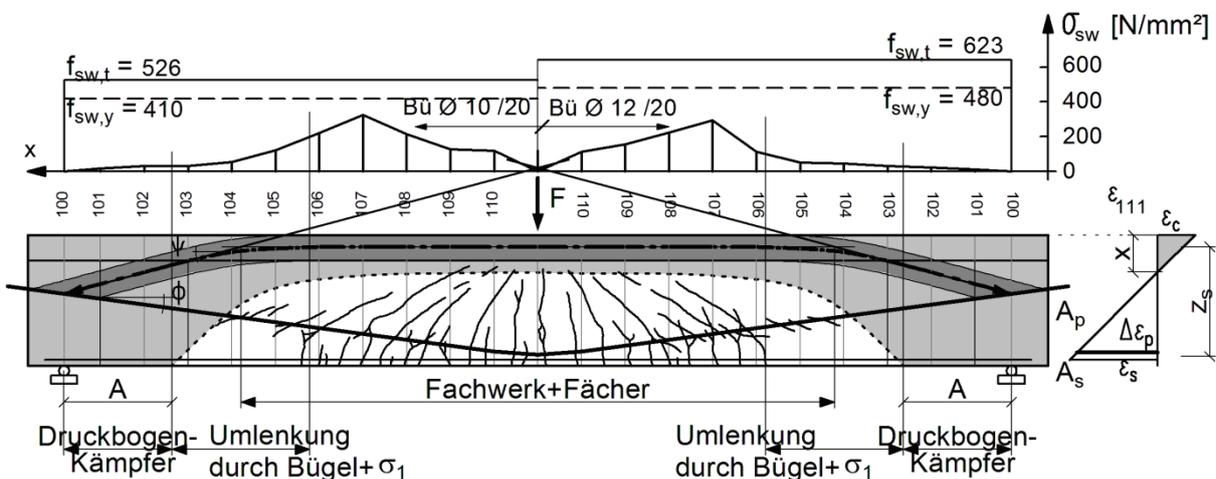


Bild 5-38: TG2- $F=1400$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

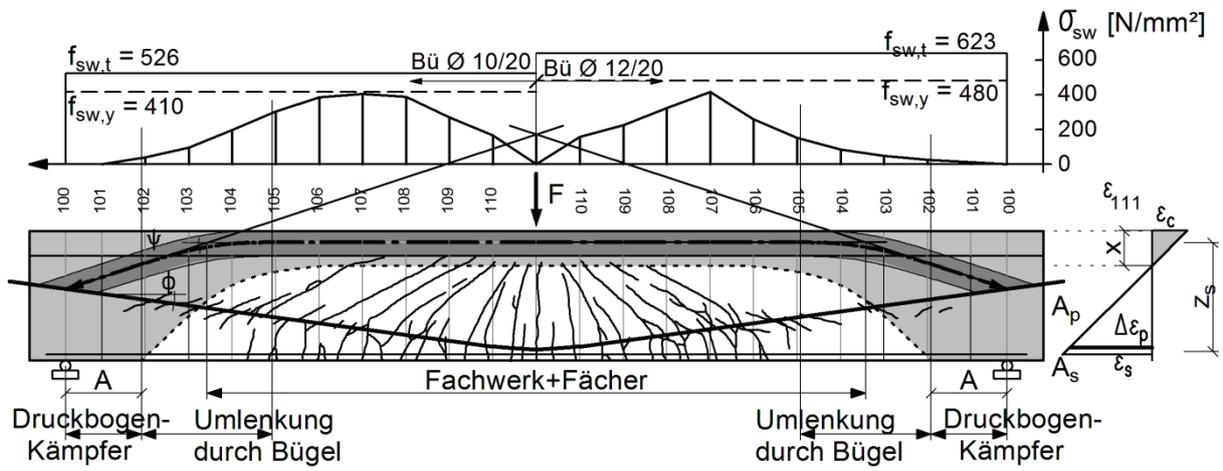


Bild 5-39: TG2- $F=1600$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

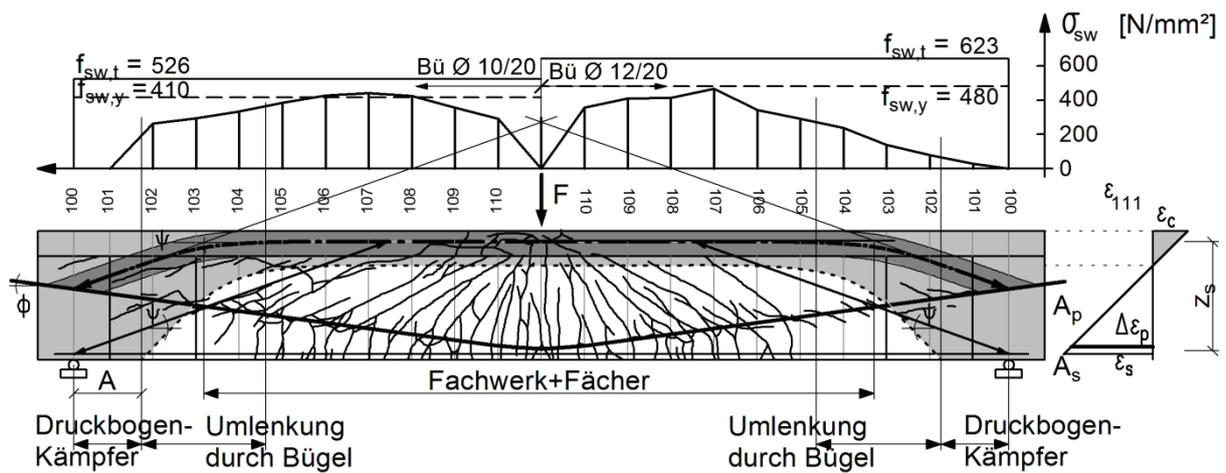


Bild 5-40: TG2- $F=1800$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung ($F_u=1835$ kN)

Versuchsträger TP 3

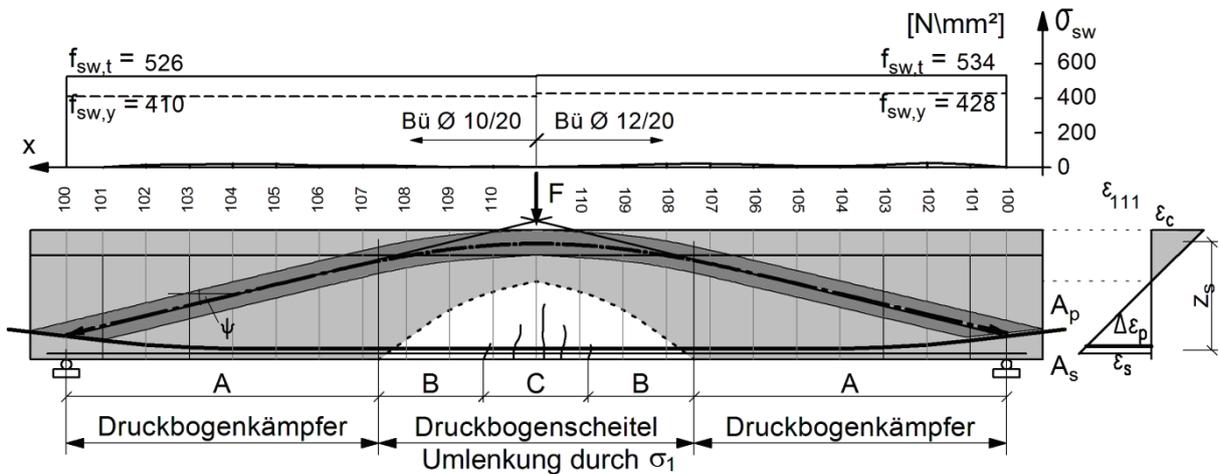


Bild 5-41: TP3- $F=1000$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

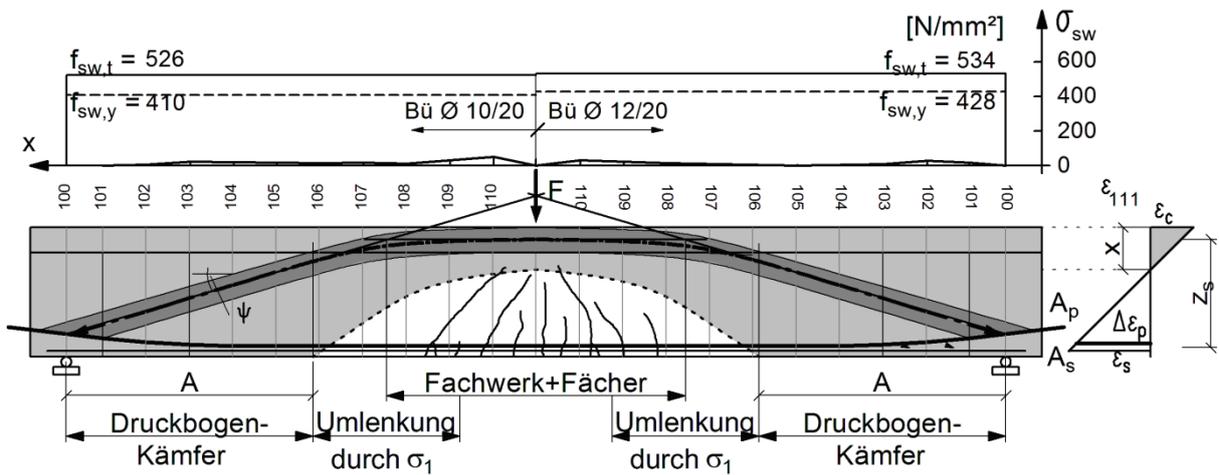


Bild 5-42: TP3- $F=1200$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

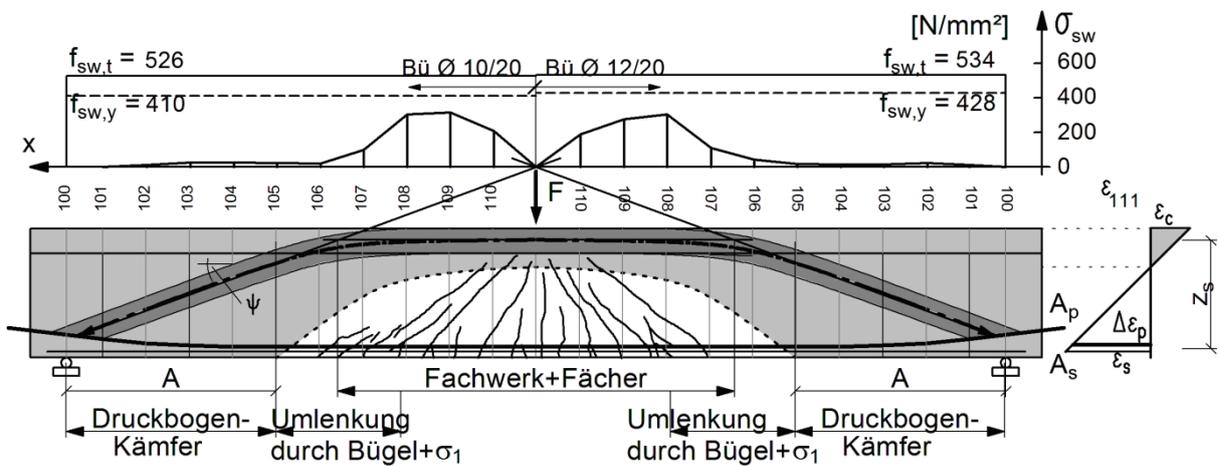


Bild 5-43: TP3- $F=1400$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

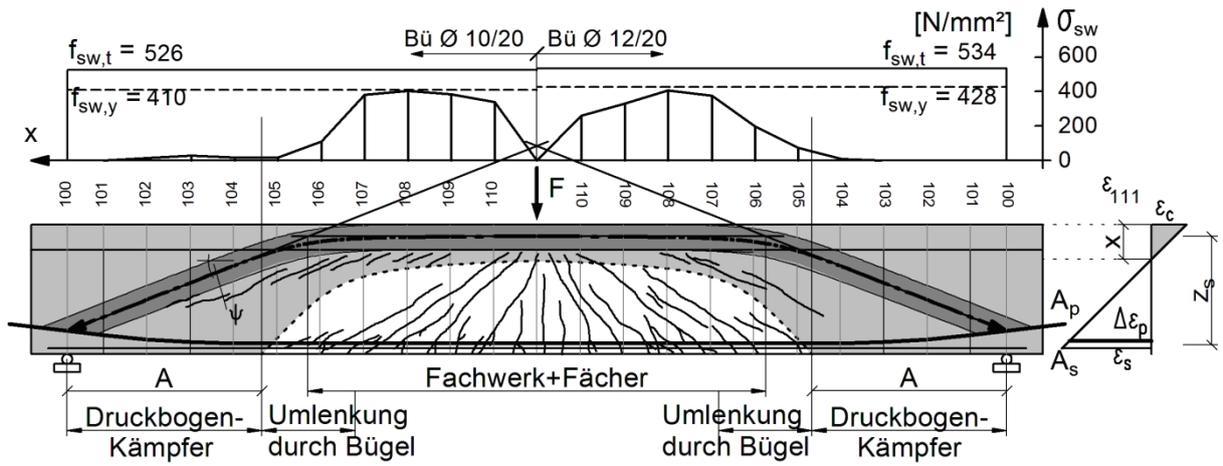


Bild 5-44: TP3- $F=1600$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung

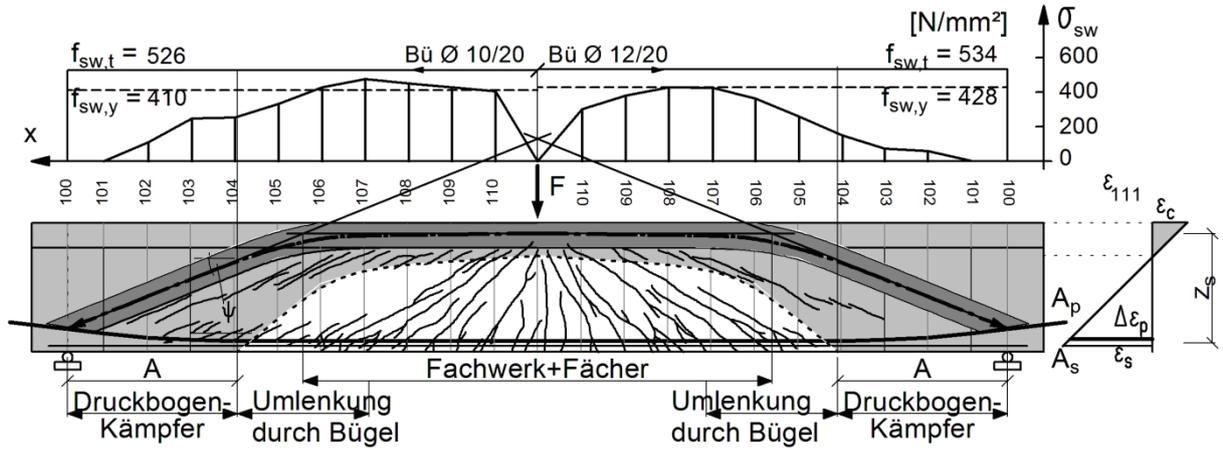


Bild 5-45: TP3- $F=1800$ kN, Verlauf der Bügelspannungen, Druckbogenform mit Rissbild und Zoneneinteilung ($F_u = 1865$ kN)

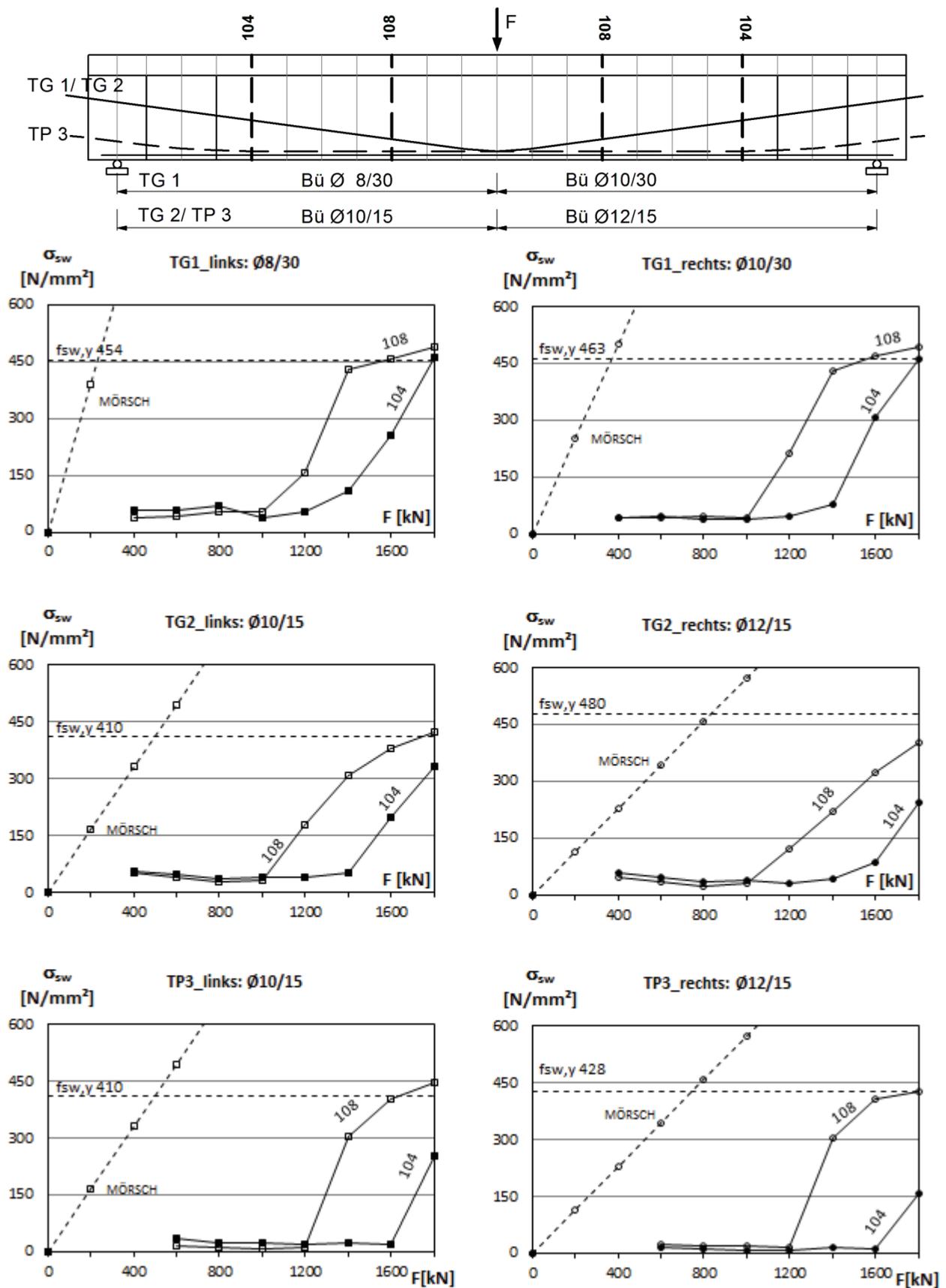


Bild 5-46: Bügelspannungen in Abhängigkeit der Belastung und Vorspanngrad sowie Bogenform (Reihe T)

5.4.4 Tragmechanismen in den B- und D-Bereichen

Trägt man das Stegfachwerk mit dem Kraftfluss des Spannankers, Auflagers und Druckbogens in die Rissbilder der Träger TG2 und TP3 im Bruchzustand ein (Bild 5-47, Bild 5-48), so wird deutlich wie der Druckgurt in weiten Bereichen bis auf die Trägerendbereiche horizontal verläuft und damit bei der Abtragung der Querkraft in den Hintergrund rückt. An dessen Stelle tritt das „Fachwerk mit Rissreibung“, was bekannter Weise mit dem Standardbemessungsverfahren $V_{Rdsy(x)}$, $V_{Rmax(x)}$ behandelt wird. Dabei ist für den inneren Hebelarm z der in Kap. 4.2 diskutierte Ansatz zu beachten.

An den *Trägerenden* herrscht aufgrund der Spanngliedverankerungen je nach Höhenlage des Spannglieds der in Bild 5-47 bzw. Bild 5-48 dargestellte Kraftfluss. Zusätzlich ist der Übergang zum Stegfachwerk mit entsprechendem Ansatz für den inneren Hebelarm z in den jeweiligen Zonen dargestellt. Die flacheren Risse in den Auflagerbereichen stimmen mit dem Kraftfluss der Spannanker, Auflager und Druckgurt nahezu überein.

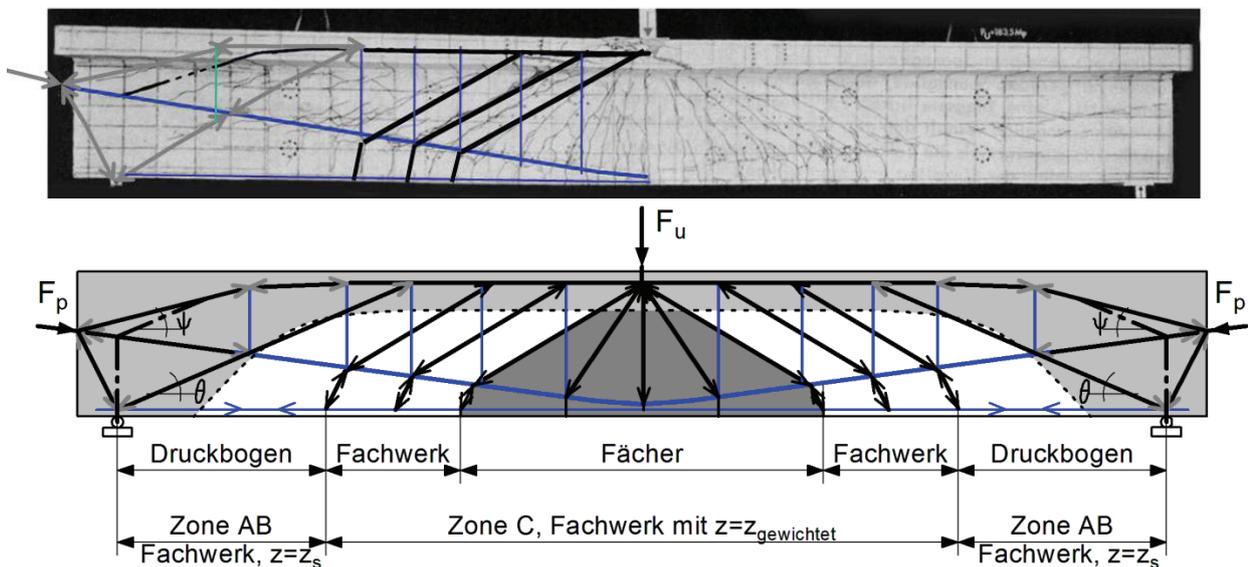


Bild 5-47: Kraftfluss bei Spanngliedverankerung in der Schwerachse - Übergang zum Stegfachwerk im Bruchzustand ($F_u = 1835 \text{ kN}$) mit Zoneneinteilung für die beiden Ansätze des inneren Hebelarms z

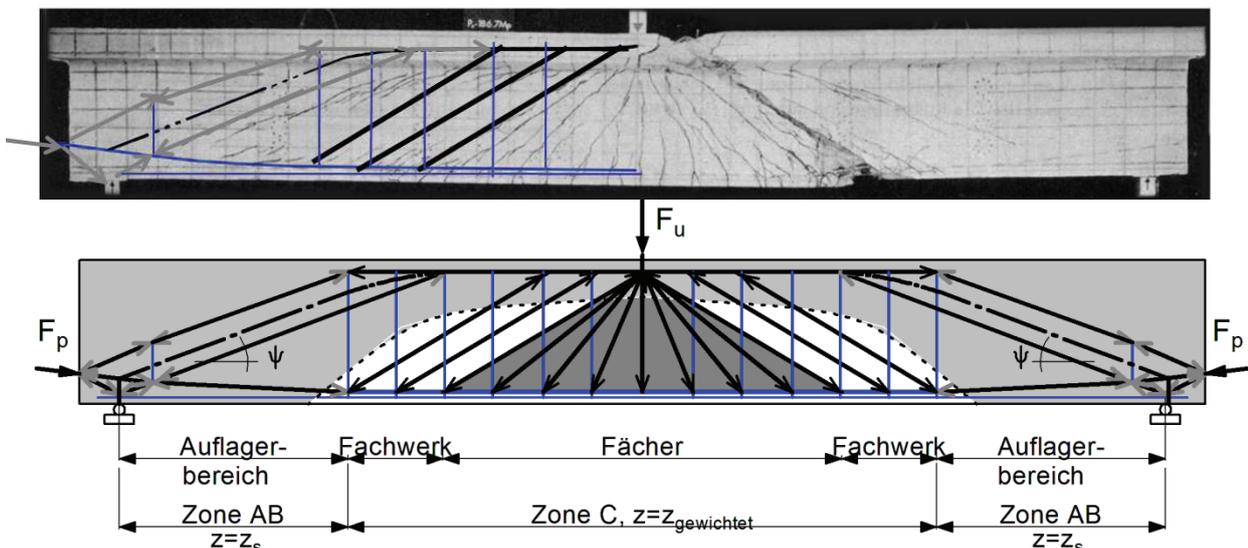
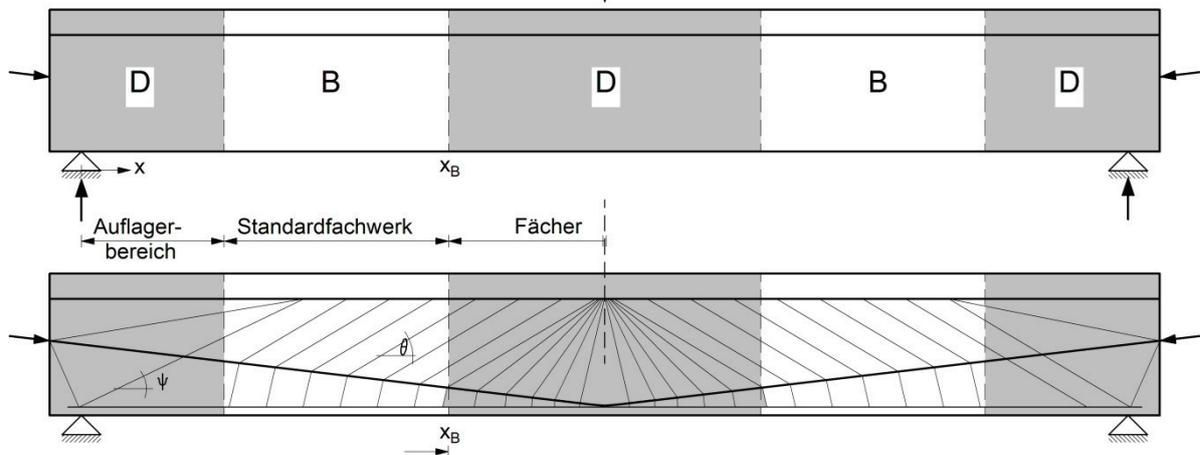


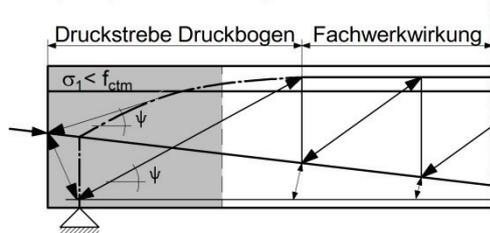
Bild 5-48: Kraftfluss bei Spanngliedverankerung unten - Übergang zum Stegfachwerk im Bruchzustand ($F_u = 1865 \text{ kN}$) mit Zoneneinteilung für die beiden Ansätze des inneren Hebelarms z

Einteilung in B- und D-Bereiche im Versuchsträger ↓F



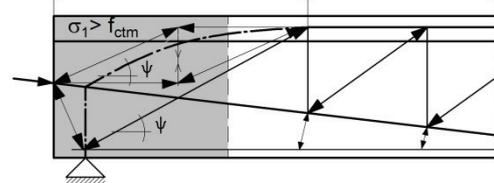
Auflagerbereich vor Rissbildung $\sigma_1 < f_{ctm}$

Spanngliedverankerung in der Schwerachse



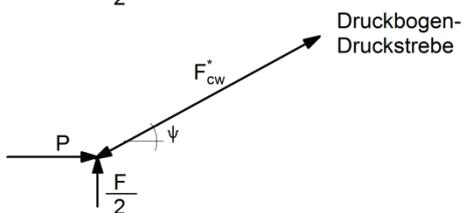
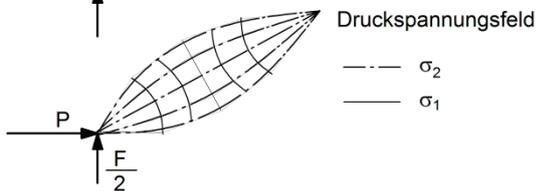
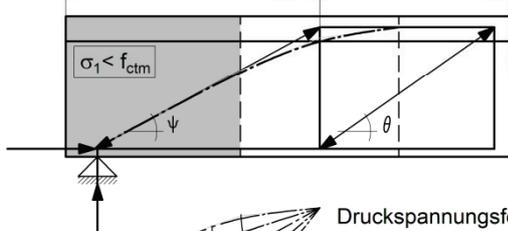
Auflagerbereich nach Rissbildung $\sigma_1 < f_{ctm}$

Aufspaltung der Druckstrebe Druckbogen Fachwerkwirkung

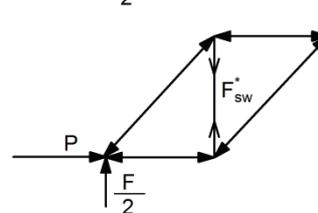
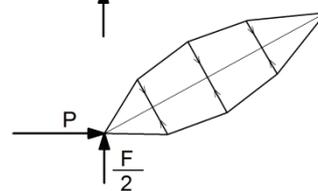
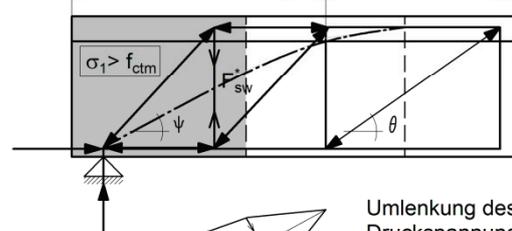


Spanngliedverankerung unten

Druckstrebe Druckbogen Fachwerkwirkung



Aufspaltung der Druckstrebe Druckbogen Fachwerkwirkung



Umlenkung des Druckspannungsfeldes durch Bügel

Abgrenzung nach oben für F_{sw}^* :
 $F_{sw}^* = F/2$
 Spaltzugkraft der Resultierenden aus P und F/2

Bild 5-49: B- und D-Bereiche im Versuchsträger- Mechanisches Modell am Auflagerbereich

Die Lasteinleitung in die Auflager erfolgt ohne die Beteiligung des Standardfachwerks über den Druckbogen und das eventuell geneigte Spannglied. Liegt das Spannglied unten horizontal ($V_p = 0$), wird die Querkraft vollständig durch die unter ψ geneigte Druckbogen-Druckstrebenkraft F_{cw}^* mit

$$F_{cw}^* \cdot \sin \psi = V_{cc} = V_E \tag{5.6}$$

abgetragen. Am Auflager (D-Bereich) ergibt sich die geneigte Druckgurtkraft F_{cw}^* als Resultierende aus Auflagerkraft ($F/2$) und Ankerkraft des Spannglieds (P). Diese Resultierende F_{cw}^* entspricht der geneigten Kraft des Druckbogens am Auflager und verläuft geneigt bis in den Druckgurt (Bild 5-49). In diesem Bereich wird die gesamte Querkraft durch die Vertikalkomponente vom F_{cw}^* aufgenommen und übertragen. Die Kraft F_{cw}^* entspricht im Stabwerkmodell einem einfachen Druckstab. In Wirklichkeit handelt es sich um ein flaschenförmiges Druckspannungsfeld mit Querkzugspannungen infolge der gekrümmten Druckspannungstrajektorien. Beim Integral der Querkzugspannungen handelt es sich um eine Spaltzugkraft. Überschreiten die Querkzugspannungen σ_1 die Zugfestigkeit f_{ct} des Betons kommt es zu einer Rissbildung und Aufspaltung der Druckstrebe F_{cw}^* . Die unmittelbar vor der Rissbildung vom Beton übertragenen Zugkräfte lagern sich nach der Rissbildung auf die in diesem Bereich vorhandenen Bügel um.

Eine obere Abschätzung für die Zugkraft, die von den Bügeln in diesem Bereich aufgenommen werden muss, stellt die Kraft $F_{sw} = F/2$ dar (Bild 5.54).

Neben den Trägerendbereichen stellt der Bereich unmittelbar unter der Einzellast einen weiteren Sonderbereich (D-Bereich) dar, in dem das Standardfachwerkmodell für die Bemessung nicht angewendet werden kann. In diesen Bereichen gilt die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr. Solche Bereiche mit deutlich nichtlinearen Dehnungsverteilungen bilden die sogenannten Diskontinuitätsbereiche (D - Bereiche). Im Nahbereich der Einzellast wird die Querkraft fächerartig abgetragen. Die D-Bereiche, in denen das Standardbemessungsverfahren nicht anwendbar ist, sind mit der Erläuterung des fächerartigen Lastabtrags unter der Einzellast in Bild 5-50 dargestellt.

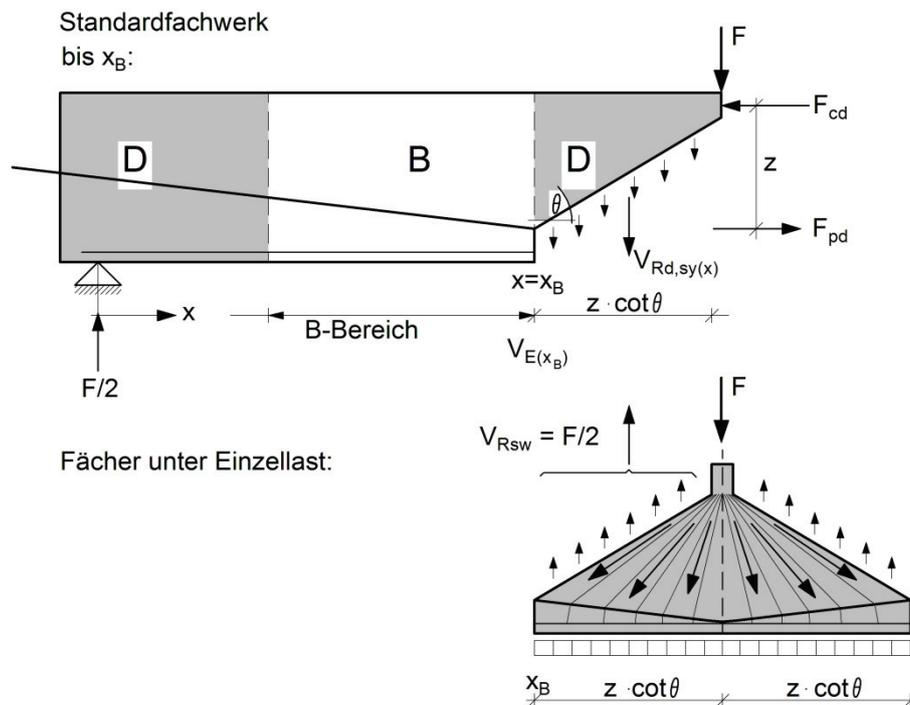


Bild 5-50: Anwendungsgrenzen des Standardbemessungsverfahrens ($V_{Rd,sy}$; $V_{Rd,max}$)

5.5 Ermittlung der Querkrafttraganteile

5.5.1 Allgemeines

Die Auswertungen in Kapitel 5.4 zeigen sehr deutlich, dass bei Spannbetonbauteilen der Druckbogen als Betontraganteil bei der Abtragung der Querkraft wesentlich beteiligt ist.

Das Verhältnis für die Aufteilung in die Tragwirkung des *Druckbogens* einerseits sowie des *Fachwerks mit Rissreibung* andererseits zeigt eine deutliche Abhängigkeit von der Höhe der Belastung.

Die Zerlegung der Querkrafttragfähigkeit in ihre einzelnen Traganteile ermöglicht die Quantifizierung der zuvor gemachten qualitativen Betrachtungen. Dabei wird neben den Traganteilen des Fachwerkmodells mit Rissreibung nach derzeit aktueller Normung (Bild 5.51)

- Vertikalkomponente V_P des geneigten Spannglieds
- Querkrafttragfähigkeit der Bewehrung V_{Rsw}
- Vertikalkomponente V_{Cr} der resultierenden Rissreibungskraft aus N_{Cr} und T_{Cr}

zusätzlich der Druckbogen durch die Vertikalkomponente V_{cc} der geneigten Biegedruckkraft berücksichtigt (Bild 5.52).

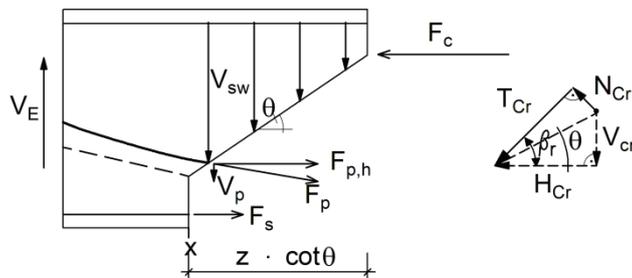


Bild 5.51: Traganteile des Fachwerkmodells mit Rissreibung, schräge Schnittführung

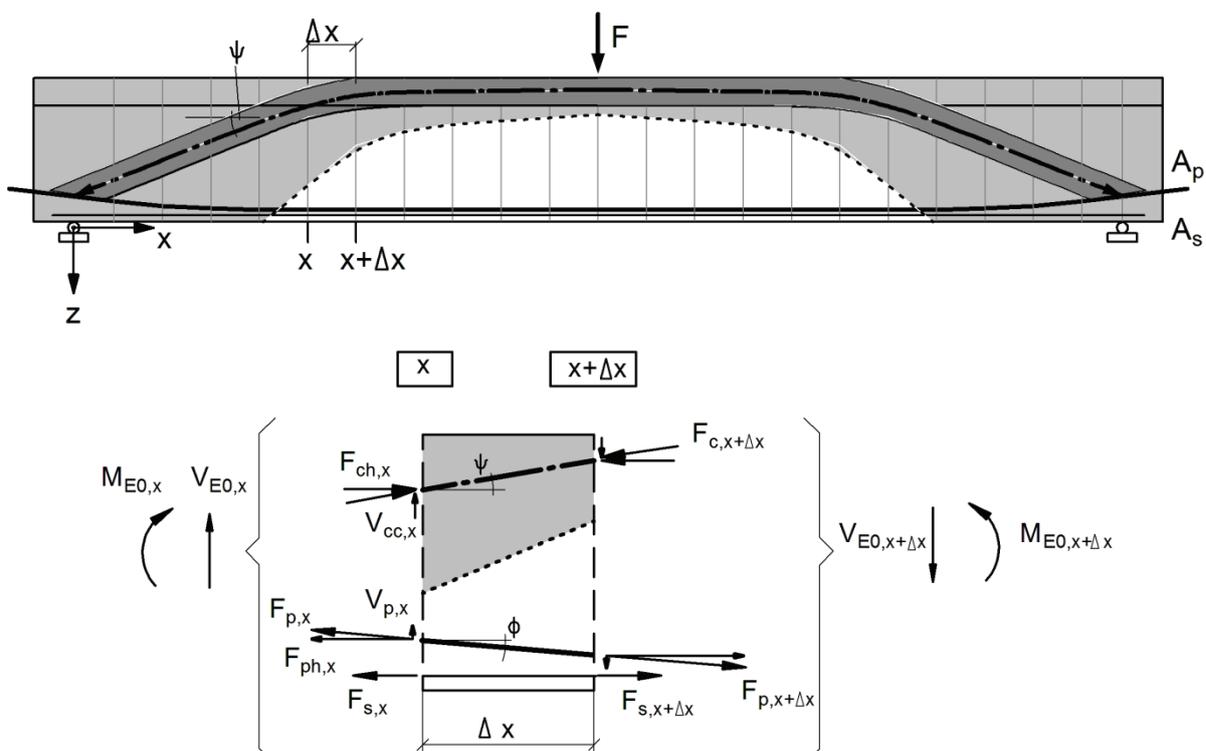


Bild 5.52: Traganteil V_{cc} des Druckbogenmodells, vertikale Schnittführung

5.5.2 Vertikalkomponenten V_p, V_{cc}

Die Querkrafttraganteile aus der jeweiligen Vertikalkraftkomponente des Druck- und Zuggurtes (V_{cc}, V_p), werden unmittelbar aus der Neigung dieser Kräfte an der Stelle x berechnet, Gl. (5.7) und Gl. (5.8). Die zugehörigen Horizontalkraftkomponenten ergeben sich im Zustand II über die Dehnungsebene infolge der Beanspruchung durch die zugehörigen Momente.

$$V_p(x) = F_{p,h}(x) \cdot \tan \phi(x) \quad \text{mit } \phi = \text{Spanngliedneigung} \quad (5.7)$$

$$V_{cc}(x) = F_{c,h}(x) \cdot \tan \psi(x) \quad \text{mit } \psi = \text{Druckgurtneigung} \quad (5.8)$$

Diese Anteile aus geneigtem Spannglied V_p und geneigtem Druckgurt V_{cc} werden von der einwirkenden Querkraft V_{E0} abgezogen (Bild 5.52, Gl. (5.9)).

$$V_E(x) = V_{E0}(x) - V_p(x) - V_{cc}(x) \quad (5.9)$$

Die restliche Querkraft V_E wird dem Traganteil „Fachwerk mit Rissreibung“ zugeteilt.

Mit der Identitätsbedingung $V_{E0} \equiv V_R$ kann der Querkrafttragwiderstand als Summe der einzelnen Traganteile dargestellt werden. Bild 5.53 zeigt die Vorgehensweise beispielhaft an dem Träger TG1 für die Laststufe $F = 1800 \text{ kN}$.

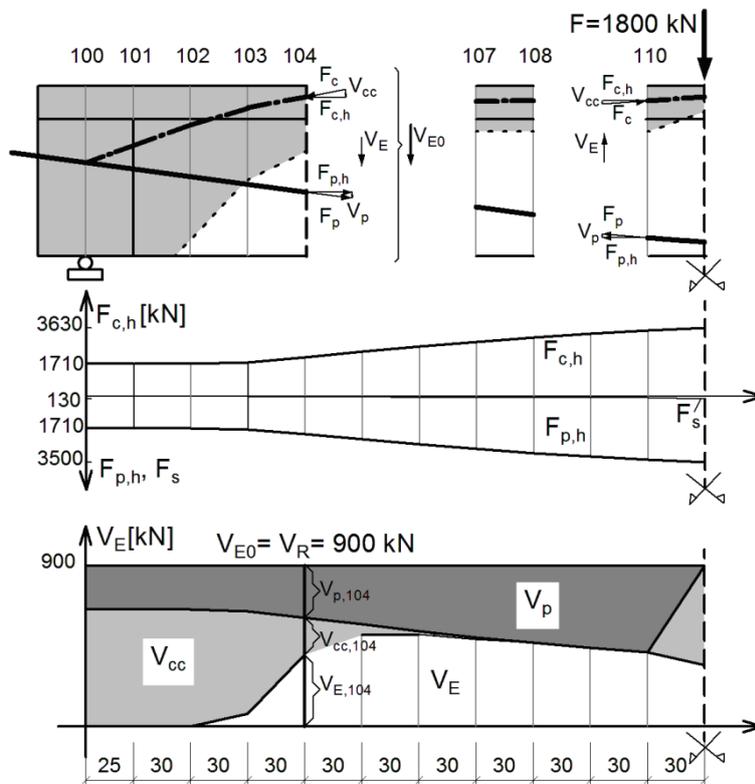


Bild 5.53: oben: vertikale Schnittführung für die Berechnung der Traganteile V_p, V_{cc}
 mitte: Horizontalkomponenten des Druck- und Zuggurtes
 unten: Verlauf der Traganteile V_p, V_{cc} sowie der verbleibende Traganteil V_E für das Fachwerk

Im Auflagerbereich erfolgt die Lasteinleitung in die Auflager ohne die Beteiligung des Standardfachwerks über den Druckbogen und das eventuell geneigte Spannglied.

Beim Versuchsträger greifen im Auflagerbereich zwei Kräfte an, die Auflagerkraft ($F/2$) und die Ankerkraft des Spannglieds (P). Die Resultierende aus diesen beiden Kräften entspricht der geneigten Kraft des Druckbogens am Auflager. Diese Resultierende F_{cw}^* verläuft geneigt bis in den Druckgurt des Versuchsträgers (Bild 5.54). Die Kraft F_{cw}^* entspricht im Stabwerkmodell einem einfachen Druckstab. In Wirklichkeit handelt es sich um ein flaschenförmiges Druckspannungsfeld mit Querkzugspannungen infolge der gekrümmten Druckspannungstrajektorien. Beim Integral der Querkzugspannungen handelt es sich um eine Spaltzugkraft. Überschreiten die Querkzugspannungen σ_1 die Zugfestigkeit f_{ct} des Betons kommt es zu einer Rissbildung und Aufspaltung der Druckstrebe F_{cw}^* . Die unmittelbar vor der Rissbildung vom Beton übertragenen Zugkräfte lagern sich nach der Rissbildung auf die in diesem Bereich vorhandenen Bügel um.

Ohne Berücksichtigung von Rissreibungskräften kann die Spaltzugkraft F_{sw}^* mit

$$F_{sw}^* = V_{cc} = V_{E0} - V_p \tag{5.10}$$

abgeschätzt und auf der Länge der Druckstrebe $z_p \cdot \cot \psi$ verteilt werden. Ob hier mit einem weiteren Traganteil aus Rissverzahnung gerechnet werden kann, bleibt im Rahmen dieser Arbeit noch ungeklärt. Die ggf. vorhandenen geneigten Risse im Steg gehen hier bekanntermaßen nicht von Biegerissen aus und entsprechen damit kinematisch nicht dem Zahnmodell an dem die Rissreibungskräfte hergeleitet wurden. Die gemessene Spaltzugkraft in den Versuchsträgern wird nach Gl. (5.11) ermittelt.

$$F_{sw,obs}^* = \int_0^{z_p \cdot \cot \psi} \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot \sigma_{sw} \cdot dx = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot \sigma_{sw} \cdot z_p \cdot \cot \psi \tag{5.11}$$

Die eingetragene Querkraft beträgt dann weiterhin $V_{cc} + V_p$. Bild 5.54 zeigt das mechanische Modell im Auflagerbereich vor und nach der Rissbildung bei einer unten angeordneten Spanngliedverankerung ($V_p = 0$).

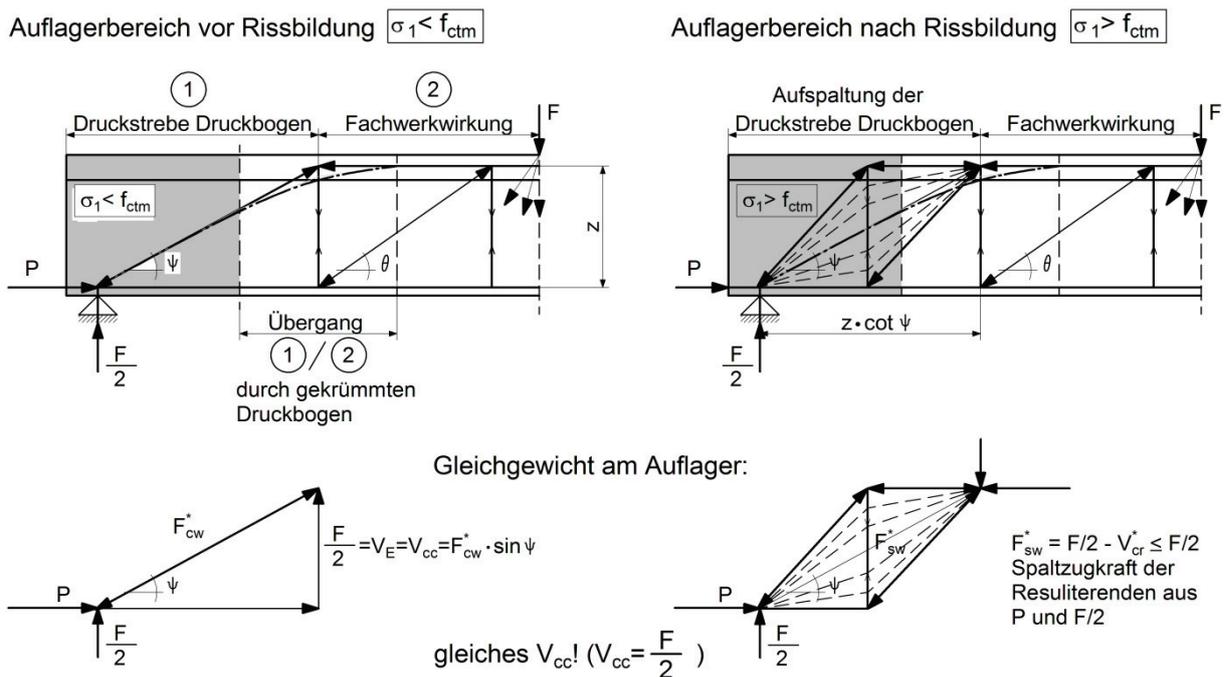


Bild 5.54: Druckbogen-Druckstrebe vor und nach Rissbildung im Auflagerbereich bei Spanngliedverankerung unten

5.5.3 Ermittlung des Traganteils der Bügel V_{Rsw}

Die durch die Messwerte bekannten Traganteile der Bügel können von dem verbleibenden Querkrafttraganteil V_E für das *Fachwerk mit Rissreibung* abgezogen werden.

Nach DIN-FB 102 / DIN 1045-1 gilt für die durch die Bügel aufnehmbare Querkraft als Bemessungswert:

$$V_{Rd, sy} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (5.12)$$

Dabei wird der Traganteil V_{cr} über eine fiktive Druckstrebenneigung θ des Fachwerks berücksichtigt:

$$0,58 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 - 1,4 \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd, c} / V_{Ed}} \leq 3,0 \quad (\text{DIN 1045-1}) \text{ bzw. } 1,75 (\text{DIN-Fb 102}) \quad (5.13)$$

Führt man den Freischnitt entlang eines Schubrisses ($\theta = \beta_r$) wird der Traganteil V_{cr} zusätzlich berücksichtigt.

Der Rissneigungswinkel β_r lässt sich wie folgt ableiten:

Da die Rissrichtung senkrecht zur Richtung der Hauptzugspannung ist, kann aus der Neigung ϕ_1 der Hauptzugspannung

$$\tan \phi_1 = \frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} \quad (5.14)$$

mit $\beta = \phi_1 - 90^\circ$ und der trigonometrischen Beziehung: $-\tan x = \cot(x - 90^\circ)$ die Schubrissneigung β ermittelt werden:

$$\cot \beta = \cot(\phi_1 - 90^\circ) = -\tan \phi_1 = -\frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} \quad (5.15)$$

Für die Hauptzugspannung σ_1 in einem ungerissenen Querschnitt gilt Gl. (2.9). Nach Umformung erhält man:

$$\frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_x}{\sigma_1}} \quad (5.16)$$

Mit dieser Gleichung und $\sigma_1 = f_{ct}$ ergibt sich die Rissneigung

$$\cot \beta_r = -\sqrt{1 - \frac{\sigma_x}{f_{ct}}} \quad (5.17)$$

Damit folgt hier bei den Spannbetonversuchsträgern mit

$$\sigma_x = \sigma_{cc} = -\frac{P}{A_c} \quad (5.18)$$

und $P = 1,8 \text{ MN}$ (Vorspannung) in den B-Bereichen eine Druckstrebenneigung θ von etwa 31° . Die Rissbilder bestätigen diesen Ansatz (Bild 5-55). Aus den Rissbildern kann man eine Rissneigung von etwa $\beta_r = 31^\circ$ ablesen. Dabei ist der Fächer unmittelbar unter der Einzellast als Störbereich (D-Bereich) anzusehen (Bild 5-55).

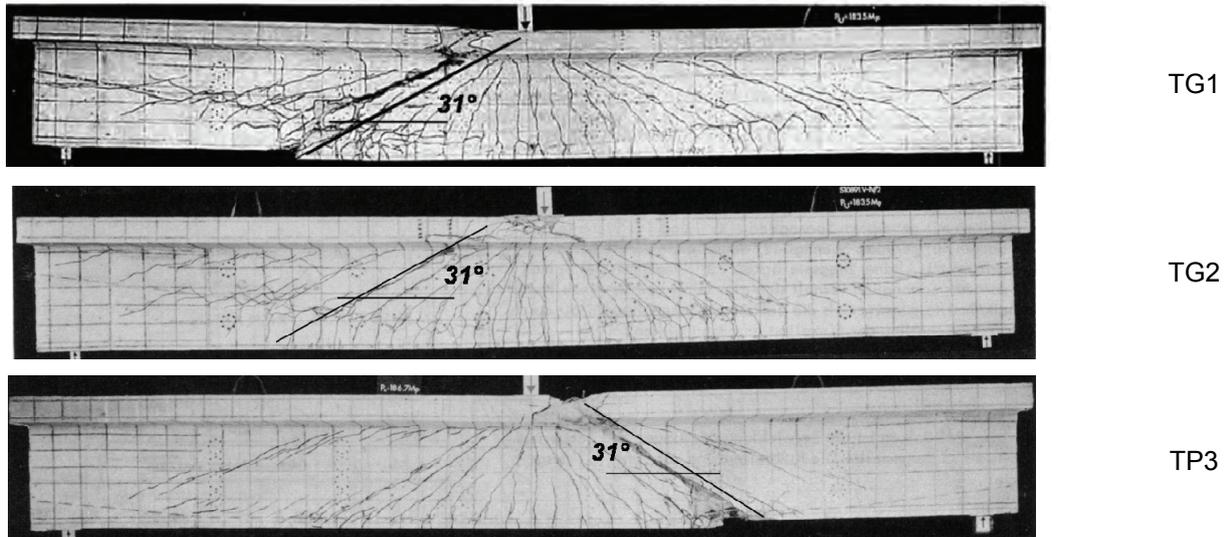


Bild 5-55: Risswinkel, TG1, TG2, TP3

Die Gl. (5.17) kann im Druckbereich ($\sigma_x < 0$) durch eine Gerade angenähert werden

$$\cot \beta_r = 1,20 - 0,20 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{ctm}} \tag{5.19}$$

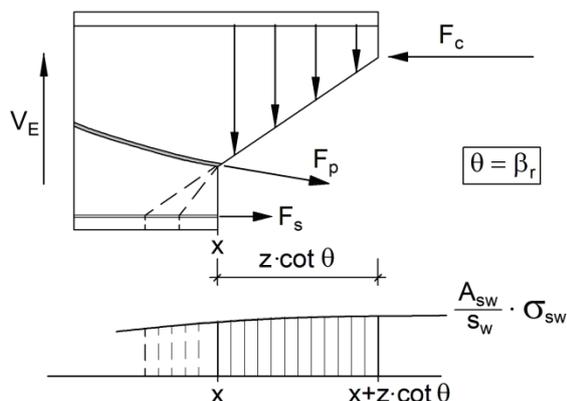
In DIN-FB 102 / DIN 1045-1 wurde zur Vereinfachung die Beziehung für den Risswinkel in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit formuliert. Für einen C30 ($f_{ctm} = 2,9 \text{ MN/m}^2$ und $f_{cd} = 20 \text{ MN/m}^2$) ergibt sich dann die Näherung für die Schubrissneigung wie folgt:

$$\cot \beta_r = 1,20 - 1,4 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \tag{5.20}$$

Nachfolgend wird von einer Umrechnung in eine fiktive Druckstrebenneigung unter Berücksichtigung der Rissreibungskräfte kein Gebrauch gemacht. Stattdessen wird für die Ermittlung des durch die gemessenen Bügelspannungen aufgenommenen Querkraftanteils Gleichung (5.17) zugrunde gelegt mit $\theta = \beta_r$.

Entsprechend Gl. (5.12) wird der Querkrafttraganteil wie folgt bestimmt, indem die Druckstrebenneigung θ gleich der Schubrissneigung gesetzt wird: $\theta = \beta_r$.

$$V_{Rsw,obs}(x) = \int_x^{x+z \cdot \cot \theta} \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot \sigma_{sw,obs} \cdot dx \tag{5.21}$$



Biegezugbewehrung:

$$A_s = 2 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ cm}^2$$

$$\ll A_p = 2 \cdot 14,24 = 28,48 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow z_{gew} \approx z_p$$

$$\text{Zone C} \rightarrow z = z_{gew} \approx z_p$$

$$\text{Zone AB} \rightarrow z = z_s$$

(Vgl. Bild 4-7)

Bild 5-56: zum Ansatz des Traganteils aus den gemessenen Bügelspannungen. Der Freischnitt erfolgt entlang der Schubrissneigung.

Bild 5-56 zeigt anschaulich, wie dieser Anteil der Querkrafttragfähigkeit mit vom Ansatz für den inneren Hebelarm z abhängt. Für z werden die gemäß Bild 4-7 eingeteilten Zonen in Kapitel 5.4.2 und 5.4.3 angesetzt.

5.5.4 Traganteil der Rissreibung V_{cr}

Der ggf. verbleibende Querkrafttraganteil muss im Wesentlichen von der Rissreibung V_{cr} aufgenommen werden.

$$V_{cr} = V_{E0} - V_{cc} - V_p - V_{Rsw,obs} \quad (5.22)$$

Der Bemessungswert des zusätzlich über Rissreibung in den Schrägrissen übertragenen Querkraftanteils $V_{Rd,c}$ ist nach DIN-FB 102 / DIN 1045-1 für Normalbeton mit

$$V_{Rd,c} = c_j \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \left(1 + 1,2 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \cdot b_w \cdot z \quad \text{mit } c_j = 0,5 \quad (5.23)$$

angegeben. Der charakteristische Wert wird als das 1,5 fache des Bemessungswertes angenommen:

$$V_{Rk,c} = 1,5 \cdot V_{Rd,c} = 1,5 \cdot \left[0,5 \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \left(1 + 1,2 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \cdot b_w \cdot z \right] \quad (5.24)$$

Der Mittelwert wird mit dem 2,0-fachen Bemessungswert abgeschätzt:

$$V_{Rm,c} = 2,0 \cdot V_{Rd,c} = 2,0 \cdot \left[0,5 \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \left(1 + 1,2 \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \cdot b_w \cdot z \right] \quad (5.25)$$

Bei den Versuchsnachrechnungen wird in den Gleichungen für $V_{R,c}$ für

$$\frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} = \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \quad \text{mit } \sigma_c = \frac{P}{A_c} \text{ vorhanden Druckspannung im Beton}$$

gesetzt.

5.6 Verteilung der Querkrafttraganteile entlang des Balkens

5.6.1 Allgemeines

Die einzelnen nach Kap. 5.5 ermittelten Querkrafttraganteile werden dem Verlauf der Querkraftbeanspruchung V_{E0} , der mit dem Gesamtwiderstand V_R im Gleichgewichtszustand identisch ist, gegenübergestellt und über die Länge des Trägers aufgetragen.

Die einzelnen Traganteile

- Querkraftkomponente der geneigten Spanngliedkraft V_p (dunkelgraue Fläche)
- Querkraftkomponente der geneigten Biegedruckkraft V_{cc} (hellgraue Fläche)
- Querkrafttraganteil durch die Bügel V_{Rsw} (vertikal schraffierte Fläche)

sind über die Trägerlänge in den Schnitten 100 bis 111 betragsmäßig aufgetragen und dem Verlauf der Querkraftbeanspruchung in mehreren Laststufen bis zum Bruchzustand gegenüberstellt. Der Querkrafttraganteil aus der vertikalen Kraftkomponente V_{cc} der geneigten Biegedruckkraft wurde dabei auf Grundlage der Dehnungseben infolge der zugehörigen Momente ermittelt.

Für die Träger ergibt sich nach Abzug der o.g. Traganteile von der Querkraftbeanspruchung V_{E0} ein

- Resttraganteil erf. V_{cr} (weiße Fläche)

der durch die Rissreibungskräfte aufzunehmen ist.

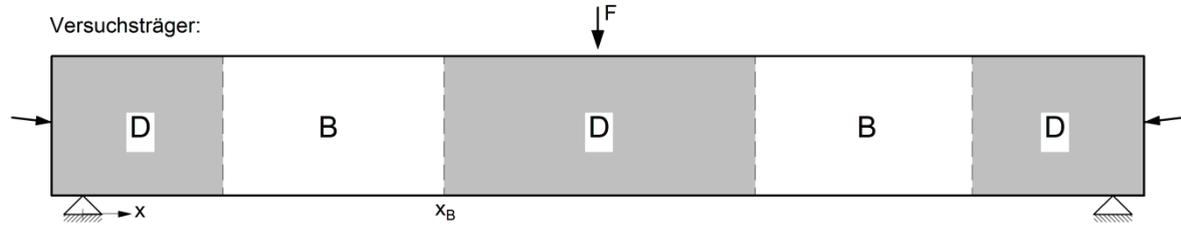
Beim Fachwerkmodell mit Rissreibung nach DIN-FB 102 / DIN 1045-1 wird der Betontraganteil indirekt über die Druckstrebenneigung θ berücksichtigt, die flacher verläuft als die Schubrissneigung β_r .

Den nachfolgenden Betrachtungen wird ein Fachwerkmodell mit einer Druckstrebenneigung zugrunde gelegt, die identisch mit der Schubrissneigung ist: $\theta = \beta_r$. Zusätzlich wird die vertikale Kraftkomponente aus der Rissreibung V_{Rc} explizit als Betontraganteil berücksichtigt. Der Bemessungswert des Traganteils aus Rissreibung $V_{Rd,c}$ ist mit Gl. (5.23) angegeben. Dem charakteristischen Wert $V_{Rk,c}$ (gestrichelte Linie) und dem Mittelwert $V_{Rm,c}$ (punktgestrichelte Linie) des rechnerisch ermittelten Betontraganteils aus Rissreibung nach Gl. (5.24) und Gl. (5.25) ist der verbleibende Resttraganteil erf. V_{cr} gegenüberzustellen. Wie aus den Darstellungen zu erkennen ist, kann er realistisch durch die Rissreibungskräfte aufgenommen werden.

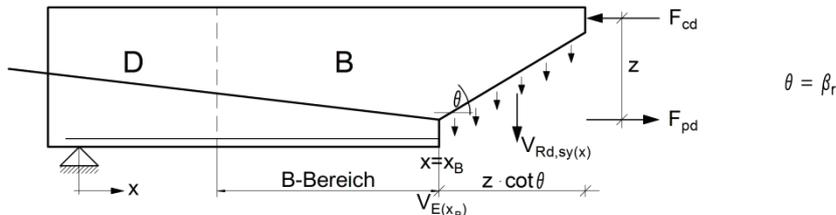
Da das Standardfachwerkmodell im D-Bereich unter der Einzellast und am Auflager nicht anwendbar ist, wird der Querkraftverlauf gemäß Bild 5-57 dem fächerartigen Tragmechanismus angepasst.

Die Verteilung der auf der Grundlage der Dehnungsebenen infolge der zugehörigen Momente im Zustand II ermittelten *Querkrafttraganteile* V_{cc} über die Trägerlänge zeigen die Darstellungen Bild 5-59 bis Bild 5-92. Mit der Versuchsreihe I ist der Einfluss des Vorspanngrades, mit der Versuchsreihe T, der Einfluss der Spanngliedhöhenlage auf die Querkrafttraganteile, insbesondere auf den Traganteil des Druckbogens V_{cc} , ersichtlich.

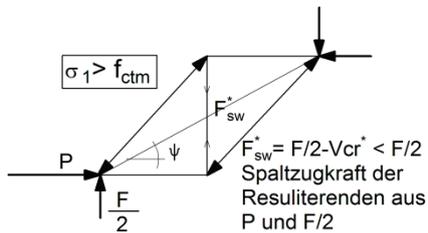
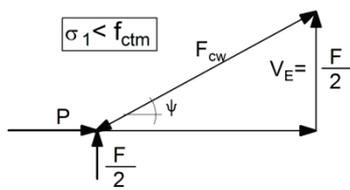
Standardfachwerkmodell im Auflagerbereich und unter Last F nicht anwendbar.



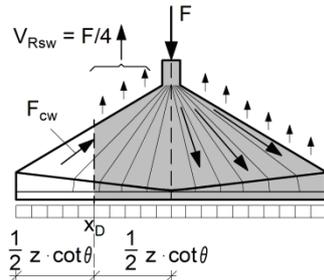
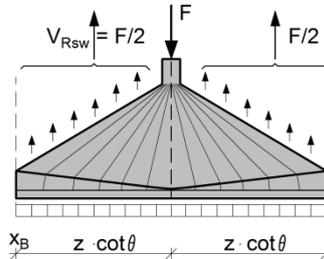
Gültigkeitsgrenze Standardbemessungsverfahren $V_{Rd,sy(x)}$ bis $x=x_B$:



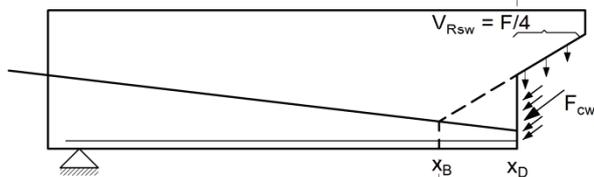
D-Bereich am Auflager:



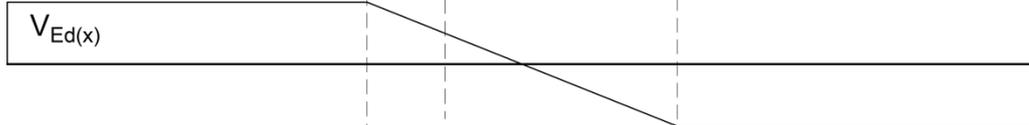
D-Bereich unter der Last F:



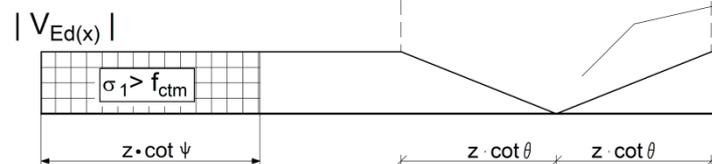
bzw. im B-Bereich:



Maßgebende Querkraftlinie für Bügel unter Berücksichtigung des Fächers:



bzw. für den betragsmäßigen Traganteil der durch die Bügel aufzunehmenden Querkraft:



Auswirkung der Lasteinleitung durch den Fächer der Druckstreben unmittelbar unter der Einzellast F (kleinere Bügelkräfte)

Bild 5-57: maßgebende Querkraftlinie für Bügel

5.6.2 Reihe I, Einfluss aus Vorspanngrad, Laststufe und Querkraftbewehrungsgrad

Zur Verdeutlichung der Auswirkung des Vorspanngrades auf die Beanspruchung der Bügel sind im Bild 5-58 die Bügelkräfte längs der Träger aufgetragen, bei denen der Vorspanngrad von 100% (IP1) auf 50% (IP2) bzw. 10% (IP3) variiert. Die schraffierten Flächen zwischen der x-Achse und den Kurven IP1 bis IP3 stellen die aus den gemessenen Bügelspannungen nach Gleichung (5.12) unter Berücksichtigung der Fächerwirkung (Vgl. Bild 5-57) berechneten Traganteile aus den Bügelkräften dar. Mit abnehmender Vorspannung von IP1 bis IP3 sind die schraffierten Flächen unter den kleineren Laststufen deutlich größer. Allerdings gleichen sich die Flächen und damit der Traganteil aus der Querkraftbewehrung mit zunehmender Belastung immer mehr an. Die günstige Wirkung der Vorspannung auf die Stegzugkräfte hängt bekanntermaßen mit den flacher als nach der klassischen Fachwerkanalogie verlaufenden Druckstreben im Stegfachwerk zusammen. Darüber hinaus bildet sich aufgrund der Vorspannwirkung ein das Stegfachwerk entlastender Tragmechanismus in Form eines Druckbogens (Betontraganteil) aus.

Die Restflächen oberhalb der schraffierten Flächen stellen den Betontraganteil dar. Bei dem mit nur 10% vorgespannten Träger IP3 ist ebenfalls ein Betontraganteil vorhanden, der nicht auf den Druckbogen zurückgeführt werden kann (grau gefüllte Fläche). Allerdings ist bei IP3 in den maßgebenden Schnitten 106 bis 108 kein Betontraganteil auf der linken, höherbügelbewehrten Trägerhälfte vorhanden. Auch in der rechten Trägerhälfte ist der Betontraganteil in den Schnitten 106, 107 in den unteren Laststufen gar nicht, bei der Laststufe 1600 kN nicht nennenswert vorhanden. Da bei diesem Träger die Messungen der Bügeldehnungen unter der Last $F = 1800$ kN fehlen, ist die Kurve IP3 bei dieser Laststufe nicht dargestellt.

Die Darstellungen Bild 5-59 bis Bild 5-77 zeigen die Größe und Verteilung der Querkrafttraganteile in Abhängigkeit der Höhe der Belastung sowie der Vorspanngrade.

Die Verteilung der Querkrafttraganteile ist für alle untersuchten Träger etwa ab dem Lastniveau der Erstrissbildung dargestellt. Bei dem Träger IP1 handelt es sich dabei um die Laststufe 1000 kN, bei dem Träger IP2 um die Laststufe 600 kN und bei dem Träger IP3 um die Laststufe 400 kN.

Der günstige Einfluss der Vorspannung auf den *Zeitpunkt der Erstrissbildung* wurde bereits aus dem Vergleich der Darstellungen Bild 5-11, Bild 5-16 und Bild 5-23 deutlich. In den entsprechenden Bildern für die Verteilung der Querkrafttraganteile (Bild 5-59, Bild 5-64 und Bild 5-71) erkennt man, dass mit Ausnahme des fächerartigen Lasteinleitungsbereichs unter der Einzellast F in Feldmitte das Rechteck des Querkraftwiderstands fast vollständig von der hellgrauen Fläche, die den Traganteil des Druckbogens V_{cc} darstellt, ausgefüllt ist. Daraus kann gefolgert werden, dass bei einem vorgespannten Einfeldträger mit unten liegendem, parallel zum unteren Rand verlaufenden Spannglied im ungerissenen Zustand der Druckbogen etwa den Gesamttragwiderstand bei Querkraftbeanspruchung bildet und dass dieser umso kleiner wird, je kleiner der Vorspanngrad ist. Bei dem Träger IP1 bildet damit bis zu einem Lastniveau von $1000 / 1935 \approx 52\%$ der Bruchlast der Druckbogen den Haupttragmechanismus. Bei dem Träger IP2 gilt dies bis etwa $600 / 1895 \approx 32\%$ und bei dem Träger IP3 bis etwa $400 / 1735 \approx 23\%$ der Bruchlast.

Mit zunehmender Belastung kommt der Traganteil des Stegfachwerks hinzu. Zunächst sind die Bereiche am Auflager (Zone AB) noch nicht gerissen, sodass sich hier der Traganteil des Druckbogens erhöht. Dafür breitet sich der gerissene Bereich (Zone C) von Feldmitte aus (Bild 5-12 bis Bild 5-15) zu den Auflagern hin aus. In der Zone C verläuft der Druckbogen fast horizontal und verliert damit in diesem Bereich seine entlastende Tragwirkung, wie die Darstellungen Bild 5-60 bis Bild 5-63 an dem Rückgang der hellgrauen Fläche für V_{cc} zeigen. Gleichzeitig mit der Bildung von Schubrisse springen die Bügelspannungen in Zone C an und übernehmen mit zunehmender Belastung einen immer größeren Traganteil (vertikalschraffierte Fläche). In den Bereichen, wo Schubrisse nicht aus Biegerissen entstehen, tritt zur Abtragung der Querkraft über den Druckbogen eine Spaltzugkraft F_{sw} auf. Mit zunehmender Belastung erfolgt eine größere Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe (Bild 5-13, Bild 5-14, Bild 5-15). Dadurch steigen die Bügelspannungen auch in der Zone AB an. Die entsprechenden Darstellungen Bild 5-61, Bild 5-62, Bild 5-63 zeigen die infolge der Spaltzugkräfte beanspruchten Bügel, die in den Diagrammen mit V_{cc} überlappen ($V_R > V_E$). Offensichtlich ist bei diesem Träger ab einem Lastniveau von $1400 / 1935 = 72\%$ der Bruchlast der Druckbogen ohne eine Spaltzugbewehrung in den auflagernahen Bereichen nicht ansetzbar. Die zur Umlenkung des Druckbogens vor der Rissbildung vom Beton durch die Hauptzugspannungen σ_1 aufgenommenen Umlenkkräfte werden nach der Schubrissebildung von den Bügeln aufgenommen. Die Bügelbeanspruchung in der Zone AB in den höheren Laststufen ist wahrscheinlich auch eine Folge der Umlenkkräfte der Lastpfade, die durch die konzentrierte Einleitung der Auflagerkraft sich ergeben.

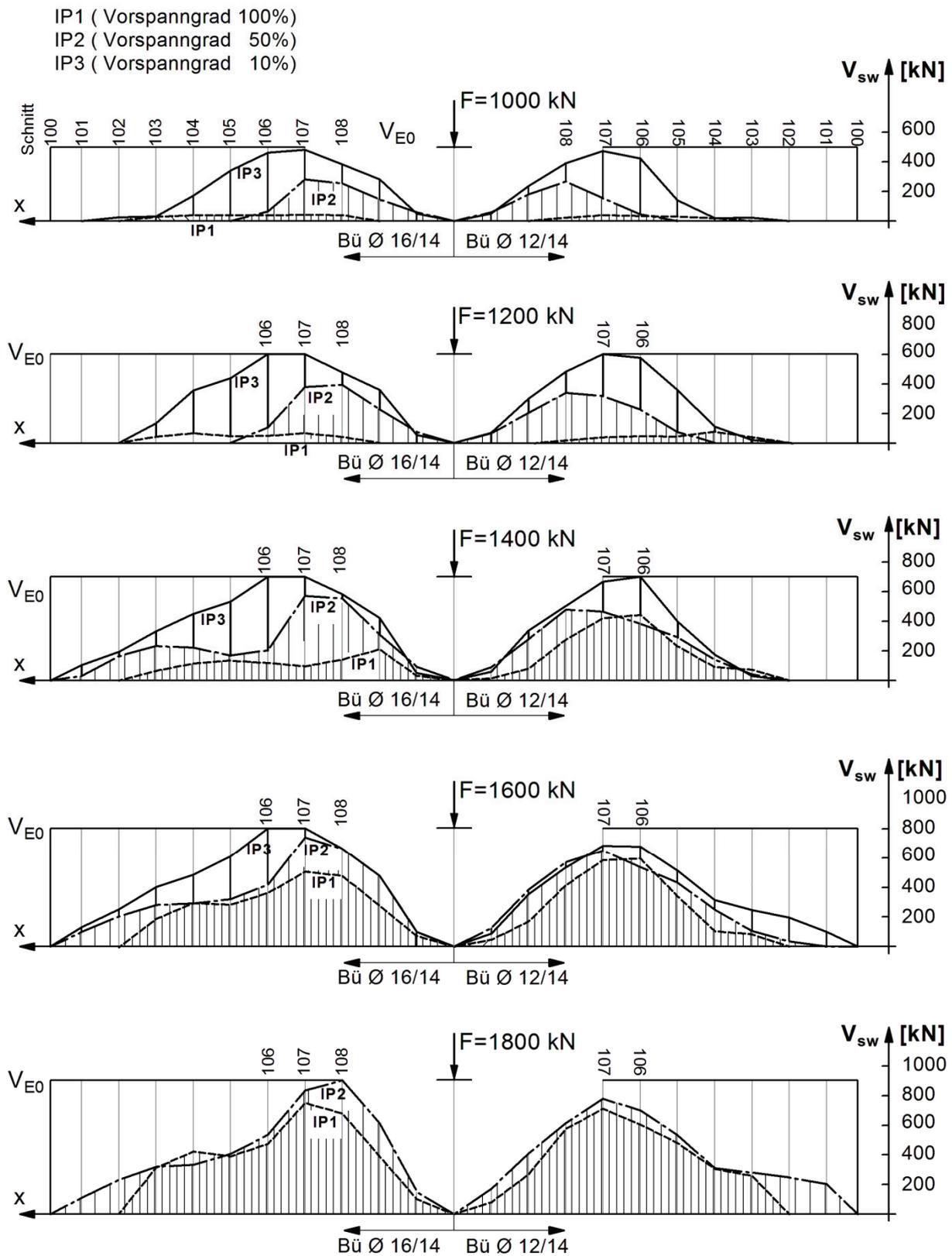


Bild 5-58: Traganteil der Bügel verteilt über die Trägerlänge, Einfluss Vorspanngrad

IP 1 (Vorspanngrad 100%)

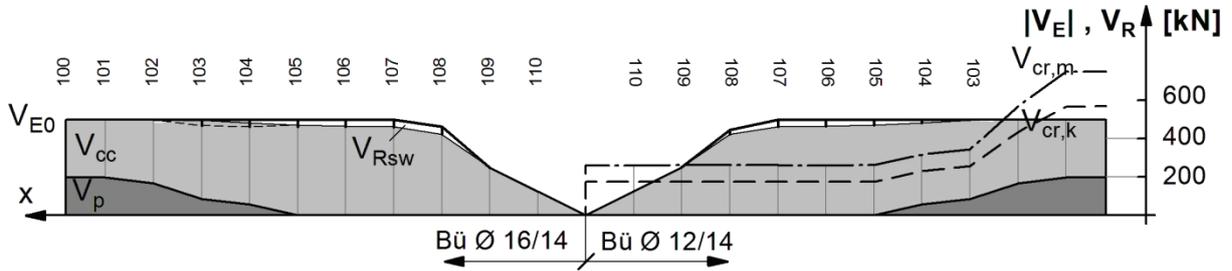


Bild 5-59: IP1- $F = 1000$ kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

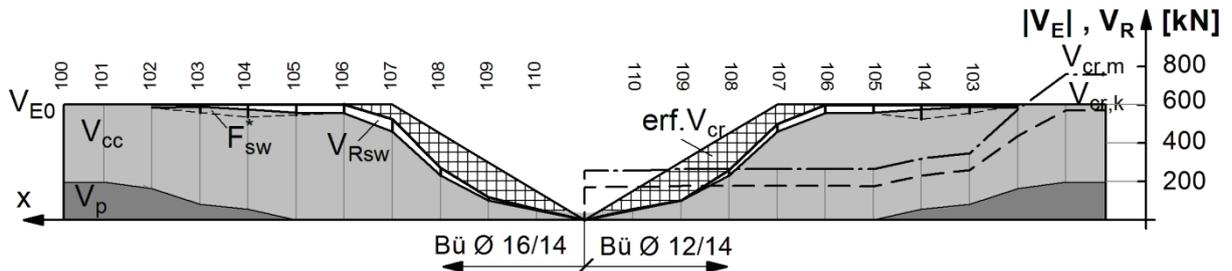


Bild 5-60: IP1- $F = 1200$ kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

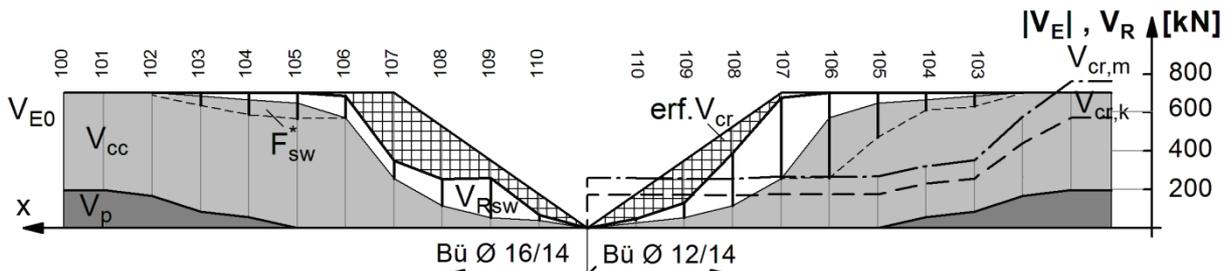


Bild 5-61: IP1- $F = 1400$ kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

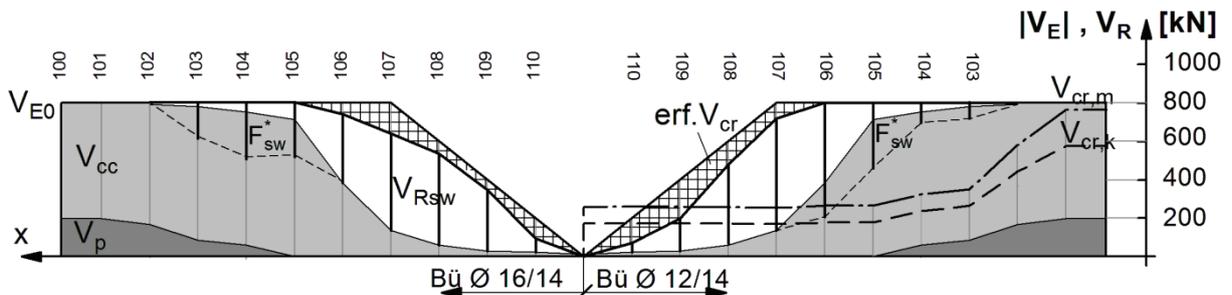


Bild 5-62: IP1- $F = 1600$ kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

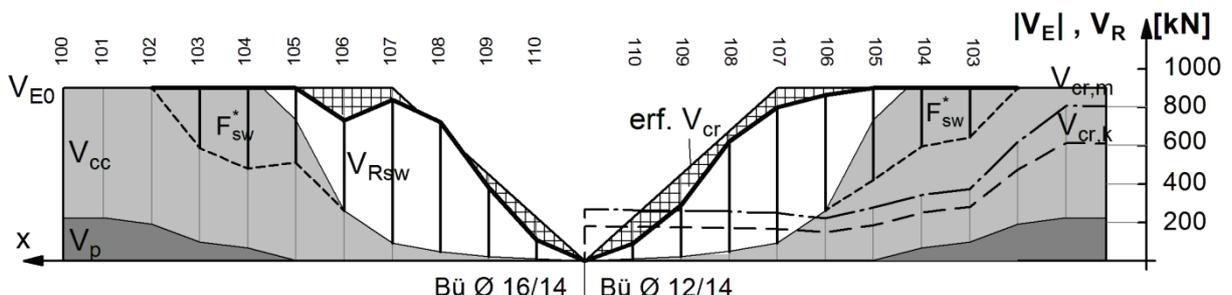


Bild 5-63: IP1- $F = 1800$ kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

IP 2 (Vorspanngrad 50%)

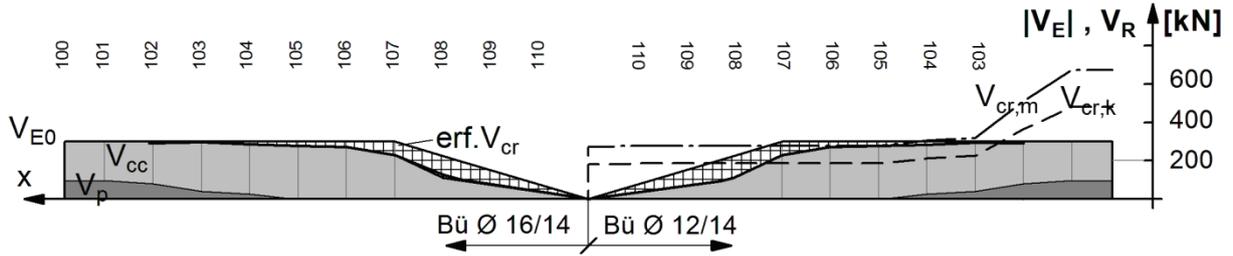


Bild 5-64: IP2- $F = 600 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

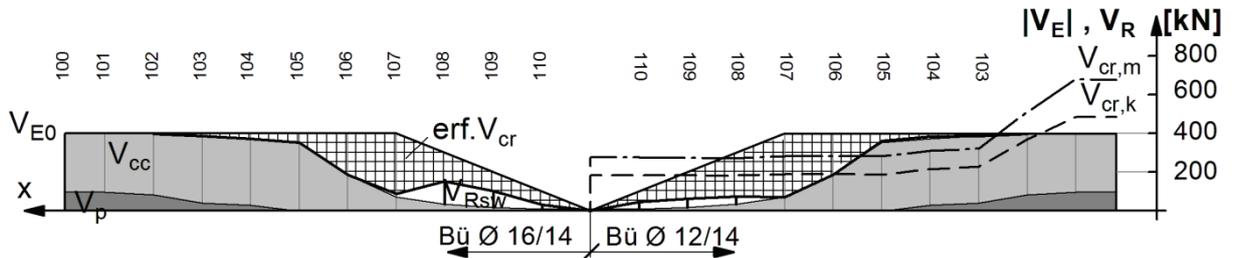


Bild 5-65: IP2- $F = 800 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

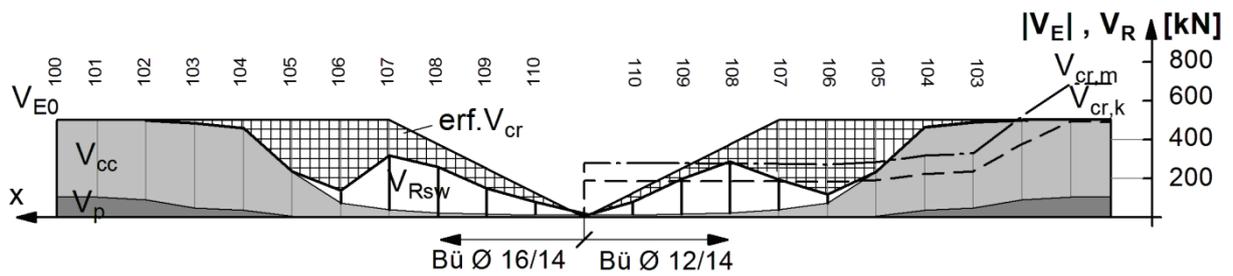


Bild 5-66: IP2- $F = 1000 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

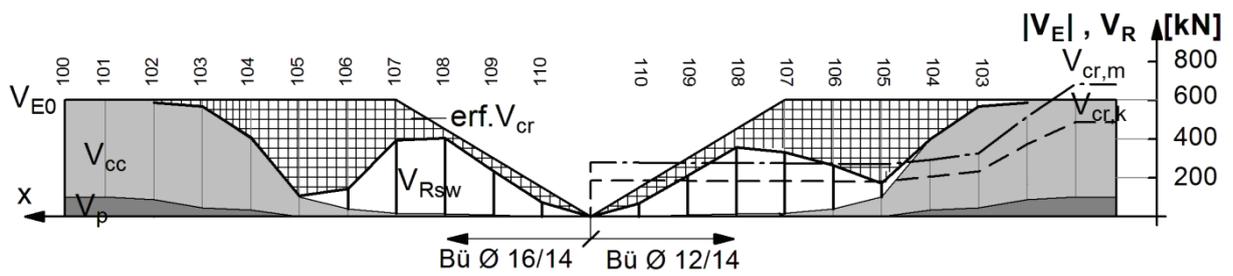


Bild 5-67: IP2- $F = 1200 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

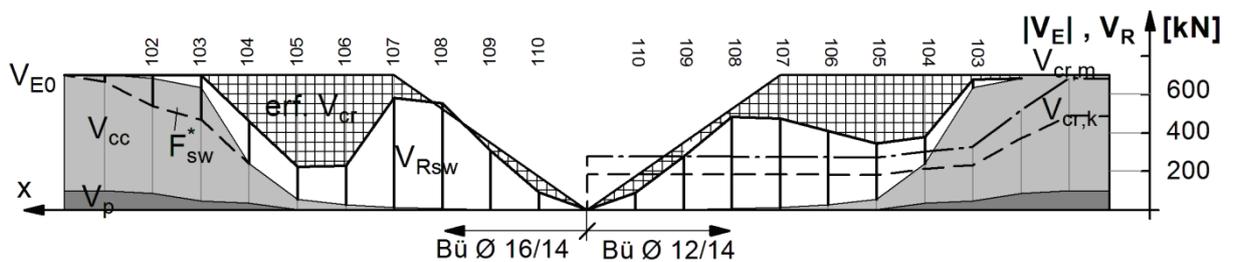


Bild 5-68: IP2- $F = 1400 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

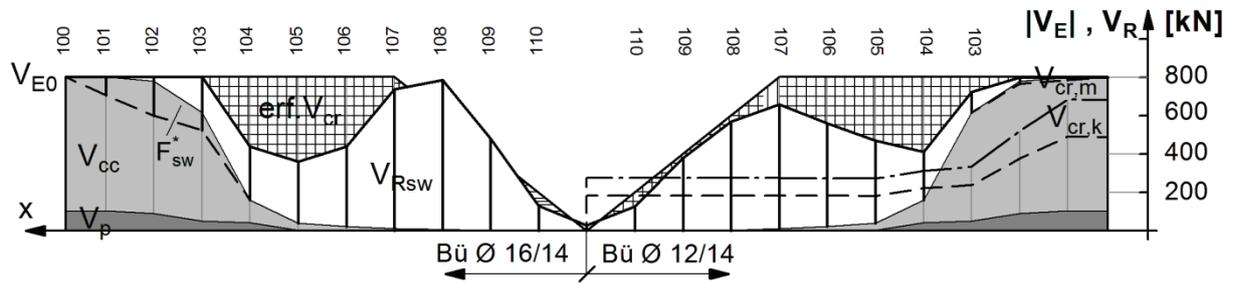


Bild 5-69: IP2- $F = 1600 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

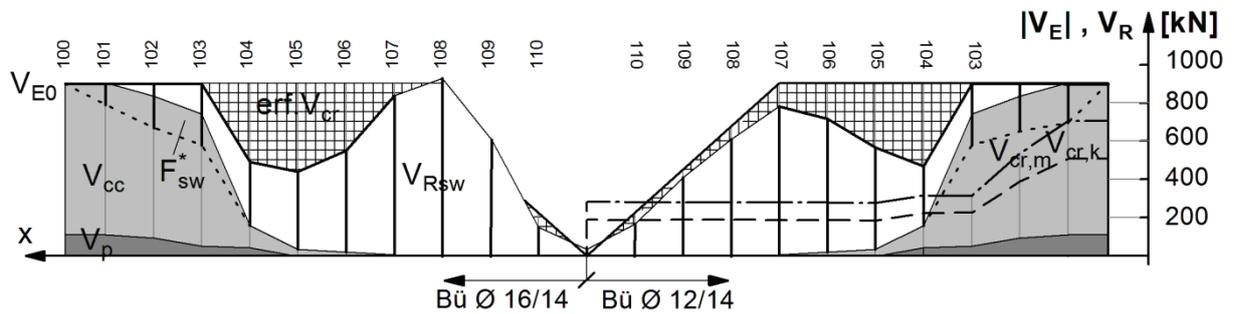


Bild 5-70: IP2- $F = 1800 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

IP 3 (Vorspanngrad 10%)

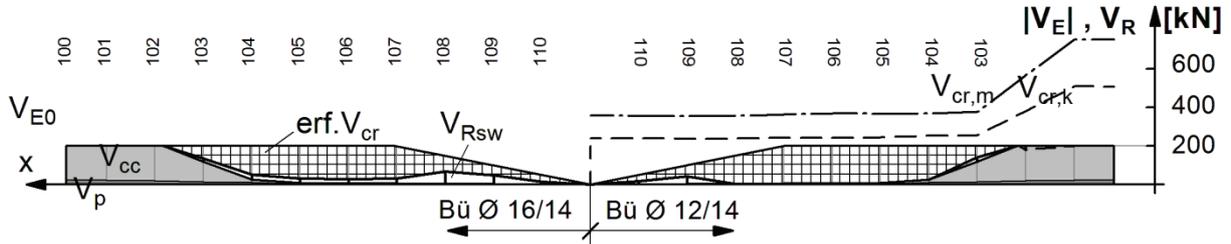


Bild 5-71: IP3- F= 400 kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

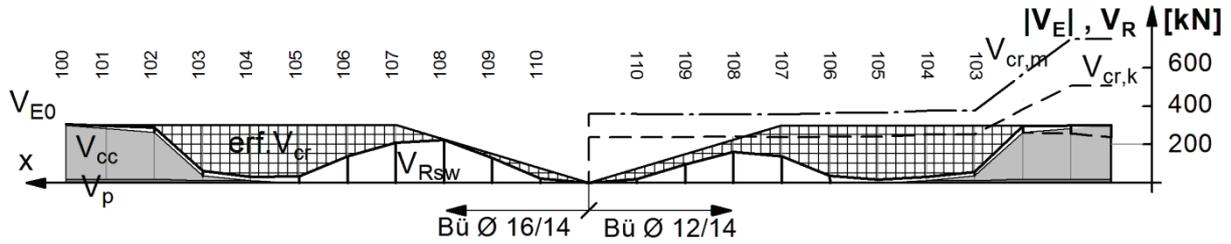


Bild 5-72: IP3- F= 600 kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

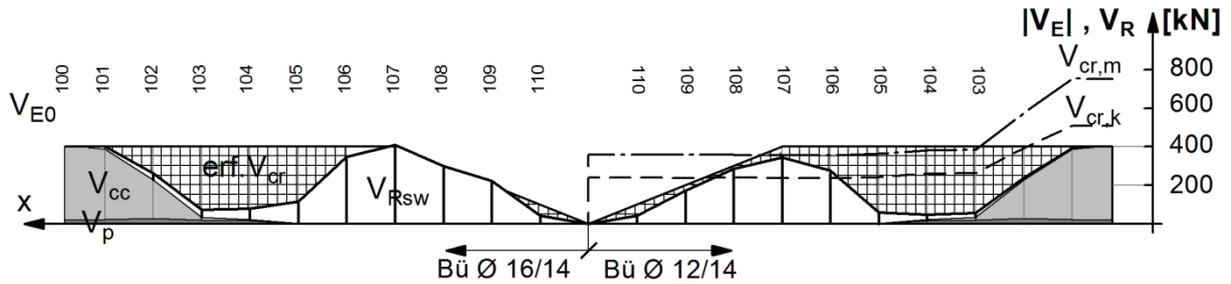


Bild 5-73: IP3- F= 800 kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

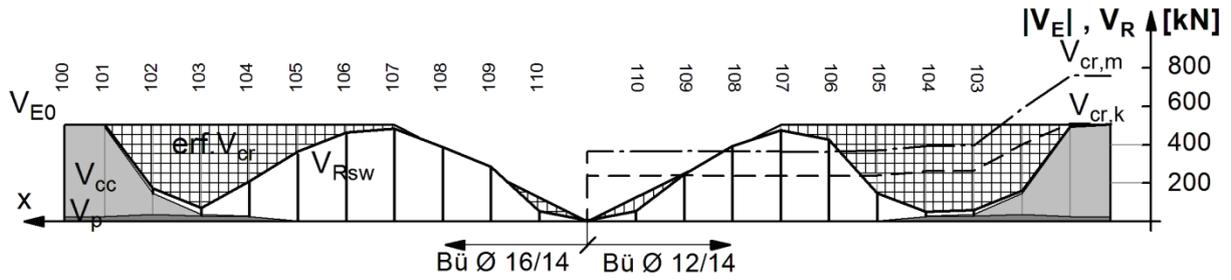


Bild 5-74: IP3- F= 1000 kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

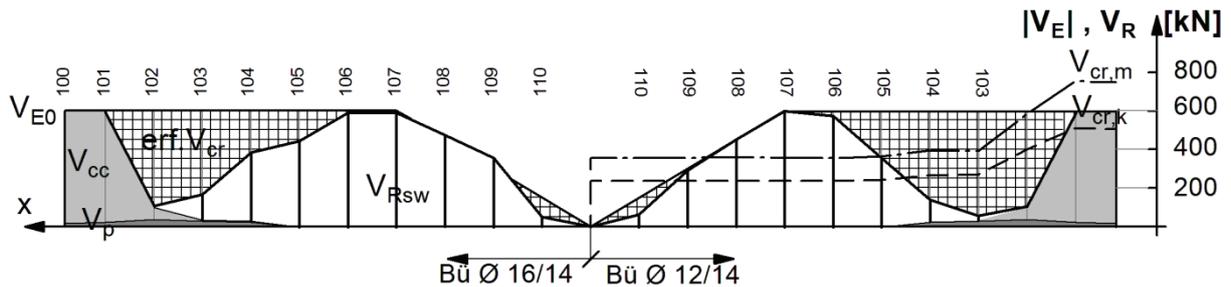


Bild 5-75: IP3- F= 1200 kN, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

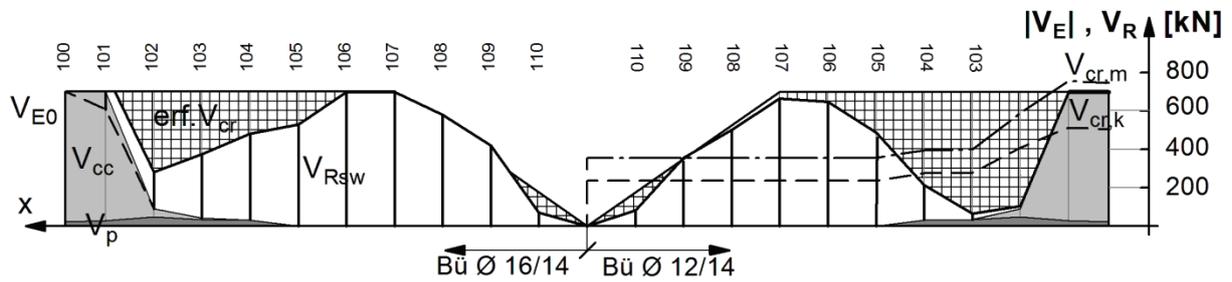


Bild 5-76: IP3- $F = 1400 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

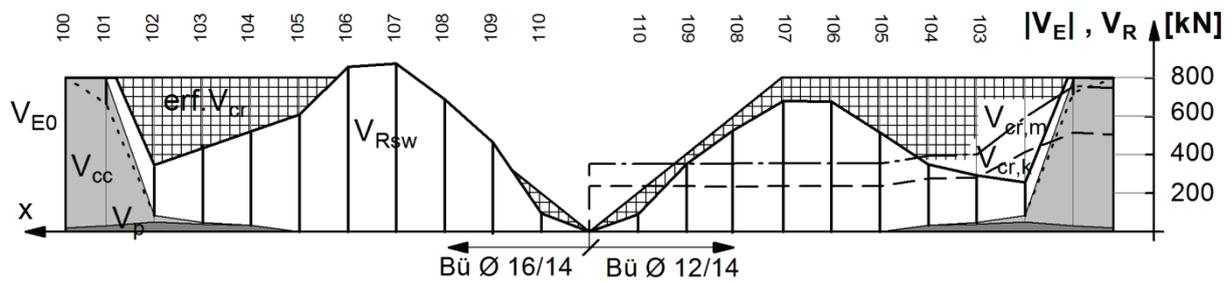


Bild 5-77: IP3- $F = 1600 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

5.6.3 Reihe T, Einfluss aus Spanngliedhöhenlage, Laststufe und Querkraftbewehrungsgrad

Verhalten unter Gebrauchslastniveau (Laststufe 1000 bis 1200kN):

Die Bügelspannungen sind unter der Laststufe 1000 kN nahezu Null. Entsprechend ist das Stegfachwerk unter dieser Laststufe an dem Querkrafttragwiderstand nicht beteiligt. Unter der Last 1200 kN sind die einzelnen Querkrafttraganteile in Tabelle 5.11, außerhalb des Fächers im Schnitt 107 und in Tabelle 5.12, an einem auflagnahen Bereich im Schnitt 104 (Abstand vom Auflager: $x=1,15\text{m}$) verglichen.

Tabelle 5.11: Querkrafttraganteile an der Stelle der größten Bügelbeanspruchung unter $F=1200\text{kN}$

Lasthöhe: $F=1200\text{ kN}$			Stegfachwerk			Druckbogen		Spannglied- neigung		Resttraganteil	
Träger	Ort	V_R [kN]	Bügel	V_{Rsw} [kN]	η_{sw} [%]	V_{cc} [kN]	η_{cc} [%]	V_p [kN]	η_p [%]	erf V_{cr} [kN]	η_{cr} [%]
TG1	107 links	600	$\varnothing 8/30$ $\rho_w=0,11$	70,5	12	55,5	9	278,4	46	195,6	33
	107 rechts	600	$\varnothing 10/30$ $\rho_w=0,17$	117,2	20	55,5	9	278,4	46	148,9	26
TG2	107 links	600	$\varnothing 10/20$ $\rho_w=0,26$	206,1	34	55,6	9	278,8	47	59,5	10
	107 rechts	600	$\varnothing 12/20$ $\rho_w=0,36$	218,1	36	55,6	9	278,8	47	46,8	8
TP3	107 links	600	$\varnothing 10/20$	11,9	2	600	100	0	0	-11,9 ^{*)}	-2
	107 rechts	600	$\varnothing 12/20$	14,3	2	600	100	0	0	-14,3 ^{*)}	-2

Tabelle 5.12: Querkrafttraganteile an einem auflagnahen Bereich, Schnitt 104 unter $F=1200\text{kN}$

Lasthöhe: $F=1200\text{ kN}$			Stegfachwerk			Druckbogen		Spannglied- neigung		Resttraganteil	
Träger	Ort	V_R [kN]	Bügel	V_{Rsw} [kN]	η_{sw} [%]	V_{cc} [kN]	η_{cc} [%]	V_p [kN]	η_p [%]	erf V_{cr} [kN]	η_{cr} [%]
TG1	104 links	600	$\varnothing 8/30$	24	4	335	56	234	39	7,4	1
	104 rechts	600	$\varnothing 10/30$	32	5	335	56	234	39	-0,6	0
TG2	104 links	600	$\varnothing 10/20$	55,4	9	335	56	234	39	-23,6 ^{*)}	-4
	104 rechts	600	$\varnothing 12/20$	47,4	8	335	56	234	39	-15,6 ^{*)}	-3
TP3	104 links	600	$\varnothing 10/20$	19,1	3	517	86	58,6	10	5,5	1
	104 rechts	600	$\varnothing 12/20$	7,8	1	517	86	58,6	10	16,7	3

*) Bügelbeanspruchung aus Spaltzugkraft

Im auflagnahen Bereich (Zone AB) unter Gebrauchslasten zeigt sich, dass bei dem Träger TP3 beinahe die gesamte Querkraft (86%) vom Druckbogen aufgenommen wurde. Bei den Trägern TG1 und TG2 bildete der Druckbogen noch gut die Hälfte (etwa 56%) des Querkraftgesamtwiderstands. Zusätzlich bilden hier die geeigneten Spannglieder einen Traganteil von 39%. Das bedeutet, dass das Stegfachwerk und damit die Bügel nur einen sehr geringen Anteil aus der Querkraftbeanspruchung erhalten.

Im Schnitt 107, im Feld (Zone C) hängen die Traganteile des Druckbogens stark von der Spanngliedführung ab. Bei dem Träger TP3 mit dem unten liegenden Spannglied wird die Querkraft ausschließlich vom Druckbogen abgetragen. Dagegen ist der Querkrafttraganteil des Druckbogens bei den Trägern mit geneigtem Spannglied mit ca. 9% klein. Dafür trägt das geneigte Spannglied etwa die Hälfte der Querkraft. Der Traganteil, der auf das Stegfachwerk fällt, ist von dem Bügelbewehrungsgrad abhängig. Dieser steigt mit zunehmendem Bügelbewehrungsgrad von 12% (TG1, links) auf 36% TG2, rechts) an. Der Traganteil der Rissreibung ist offensichtlich zum Traganteil des Stegfachwerks gegenläufig. Entsprechend sinkt dieser Betontraganteil mit zunehmendem Bügelbewehrungsgrad von 33% (TG1, links) auf 8% (TG2, rechts) ab. Bei dem Träger TP3 spielt unter der Gebrauchslaststufe die Rissreibung keine Rolle.

Verhalten im Bruchzustand (Laststufe 1800 kN)

Die einzelnen Querkrafttraganteile im Bruchzustand sind in Tabelle 5.13 an der für die Bügel maßgebenden Stelle (Schnitt 108) und Tabelle 5.14, an einem auflagnahen Bereich (Abstand vom Auflager: $x=1,15m$) im Schnitt 104 zusammengestellt.

Tabelle 5.13: Querkrafttraganteile an der Stelle der größten Bügelbeanspruchung unter $F=1800kN$

Lasthöhe: $F=1800\text{ kN}$			Stegfachwerk			Druckbogen		Spannglied- neigung		Resttraganteil	
Träger	Ort	V_R [kN]	Bügel	V_{Rsw} [kN]	η_{sw} [%]	V_{cc} [kN]	η_{cc} [%]	V_p [kN]	η_p [%]	erf V_{cr} [kN]	η_{cr} [%]
TG1	108 links	900	Ø8/30	188	20	0	0	408	45	304	34
	108 rechts	900	Ø10/30	298	33	0	0	408	45	194	22
TG2	108 links	900	Ø10/20	377	42	0	0	408	45	115	13
	108 rechts	900	Ø12/20	518	58	0	0	408	45	-26,2	-3
TP3	108 links	900	Ø10/20	432	48	6	10	0	0	411	46
	108 rechts	900	Ø12/20	589	65	6	10	0	0	253	28

Tabelle 5.14: Querkrafttraganteile an einem Auflagnahenbereich, Schnitt 104 unter $F=1800kN$

Lasthöhe: $F=1800\text{ kN}$			Stegfachwerk			Druckbogen		Spannglied- neigung		Resttraganteil	
Träger	Ort	V_R [kN]	Bügel	V_{Rsw} [kN]	η_{sw} [%]	V_{cc} [kN]	η_{cc} [%]	V_p [kN]	η_p [%]	erf V_{cr} [kN]	η_{cr} [%]
TG1	104 links	900	Ø8/30	204	23	198	22	274	30	224	25
	104 rechts	900	Ø10/30	318	35	198	22	274	30	110	13
TG2	104 links	900	Ø10/20	340	38	198	22	274	30	94,2	10
	104 rechts	900	Ø12/20	356	40	198	22	274	30	78	9
TP3	104 links	900	Ø10/20	254 ^{*)}	28	817	91	62	7	-234 ^{*)}	-26
	104 rechts	900	Ø12/20	213 ^{*)}	24	817	91	62	7	-193 ^{*)}	-21

*) Bügelbeanspruchung aus Spaltzugkraft

Im Bereich der größten Bügelbeanspruchungen, im Feld (Zone C) sind die Traganteile des Druckbogens auch bei TP3 praktisch nicht mehr vorhanden. Das geneigte Spannglied trägt mit 45% etwa die Hälfte der Querkraft. Der Traganteil der Bügel steigt mit steigendem Bügelbewehrungsgrad ρ_w von 20% (TG1, links, $\rho_w=0,11$) auf 58% (TG2, rechts, $\rho_w=0,36$). Mit dem Bügelbewehrungsgrad von $\rho_w=0,36$ ($\text{Ø}12/20$) ist der Traganteil des Stegfachwerks soweit gestiegen, dass gemeinsam mit dem Traganteil des geneigten Spannglieds der Querkraftwiderstand ganz erreicht wird. Hingegen muss bei kleineren ρ_w die restliche Querkraft von 13 bis 34% im Wesentlichen von der Rissreibung aufgenommen werden. Bei dem Träger TP3 ist kein Traganteil aus geneigtem Spannglied vorhanden. Die Druckresultierende verläuft nahezu horizontal. Dementsprechend wird etwa die gesamte Querkraft von dem „Fachwerk mit Rissreibung“ getragen. Die Verteilung des inneren Kraftflusses ist also vom Bewehrungsgrad abhängig.

Im auflagenahen Bereich (Zone AB) wird im Bruchzustand bei dem Träger TP3 beinahe die gesamte Querkraft (91%) vom Druckbogen aufgenommen. Bei den Trägern TG1 und TG2 sinkt mit zunehmender Belastung der Traganteil des Druckbogens unter Bruchlasten von etwa 56 auf 22% ab. In den graphischen Darstellungen ist bei der Laststufe unmittelbar vor dem Bruch ($F = 1800 \text{ kN}$) ein Überlappungsbereich zu erkennen (Bild 5-63, Bild 5-82, Bild 5-92). Durch die Bildung von geneigten Rissen in den durch Längsspannungen überdrückten Bereichen wird die Druckbogen-Druckstrebe F_{cw} aufgespalten und Bügel aktiviert, die die dabei entstehenden Spaltzugkräfte F_{sw}^* aufnehmen. Aus dem Vergleich der Flächeninhalte zwischen dem Überlappungsbereich und der hellgrau hinterlegten Fläche ist zu erkennen, dass die von den Bügeln getragenen Spaltzugkräfte F_{sw}^* wesentlich kleiner sind als der Traganteil des Druckbogens V_{cc} ($F_{sw}^* \ll V_{cc}$). Offensichtlich verhindern auch nach der Rissbildung im Steg Betonzugspannungen eine vollständige Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe F_{cw} (Vgl. Bild 5.54). Die Spaltzugkräfte sind bei dem Träger TP3 mit unten liegendem Spannglied größer als bei den Trägern mit geneigten Spanngliedern. Im Auflagerbereich wird der Druckbogen bei der Lasteinleitung in die Auflager von einem eventuell geneigten Spannglied unterstützt. Der Druckbogen muss dann nur noch die von der einwirkenden Querkraft nach Abzug der Vertikalkomponente des Spannglieds V_p resultierende Restquerkraft in die Auflager einleiten. Liegt das Spannglied unten ($V_p = 0$) erfolgt die Lasteinleitung in die Auflager vollständig durch den Druckbogen. Daher ist die Druckbogen-Druckstrebe bei Trägern mit unten liegenden Spanngliedern größer und führt damit bei Aufspaltung zu größeren Spaltzugkräften.

TG1 (Träger mit geneigtem Spannglied)

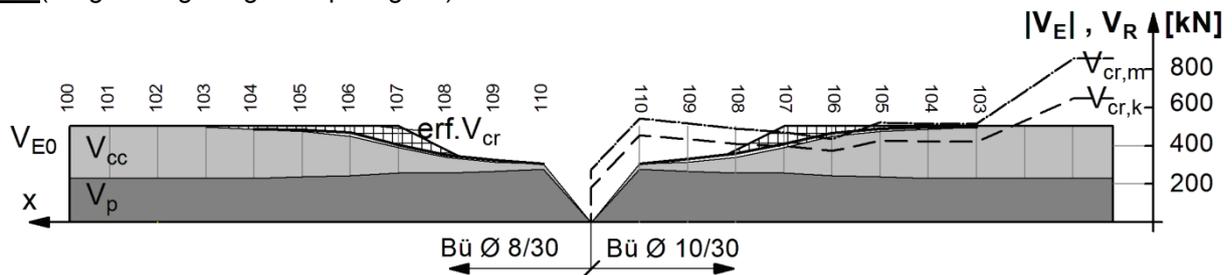


Bild 5-78: TG1- $F = 1000 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

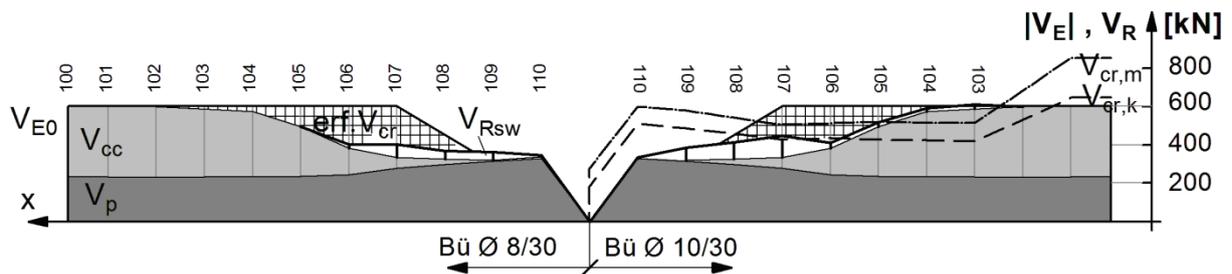


Bild 5-79: TG1- $F = 1200 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

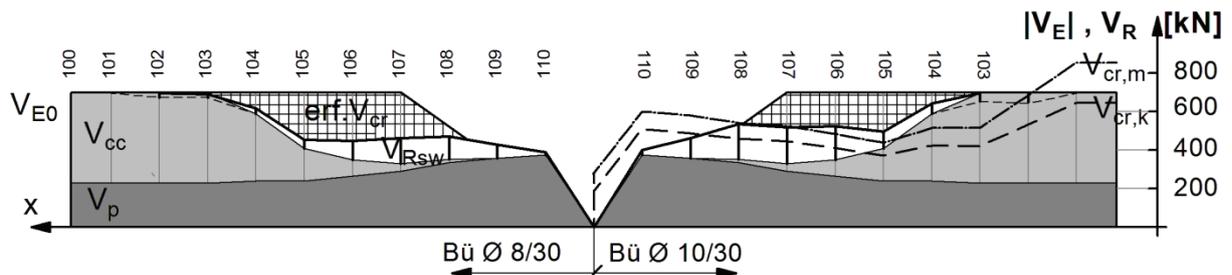


Bild 5-80: TG1- $F = 1400 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

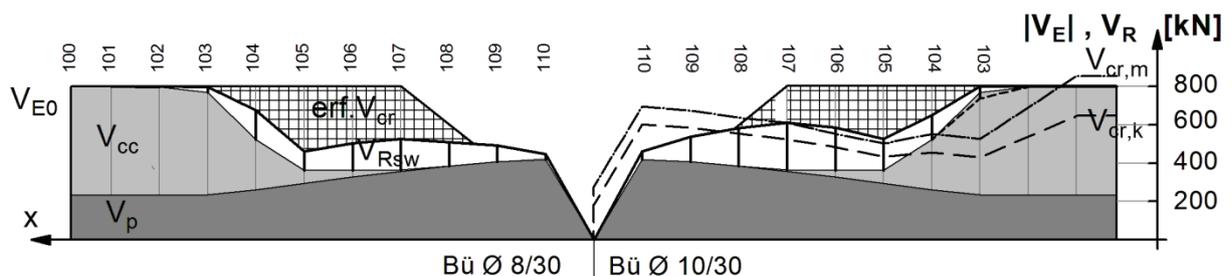


Bild 5-81: TG1- $F = 1600 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

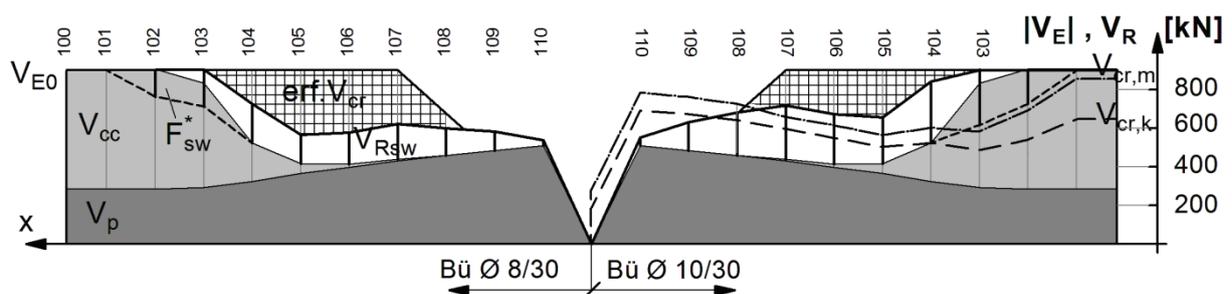


Bild 5-82: TG1- $F = 1800 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

TG2 (Träger mit geneigtem Spannglied)

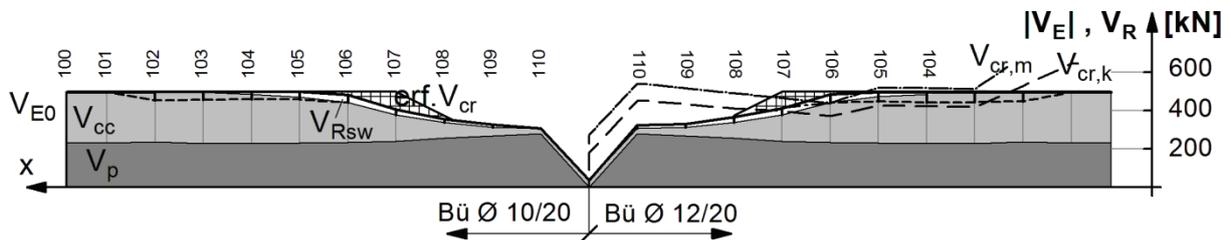


Bild 5-83: TG2- $F = 1000 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

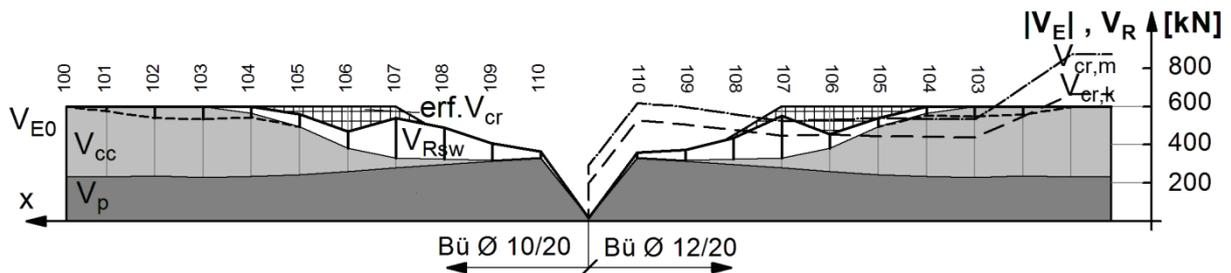


Bild 5-84: TG2- $F = 1200 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

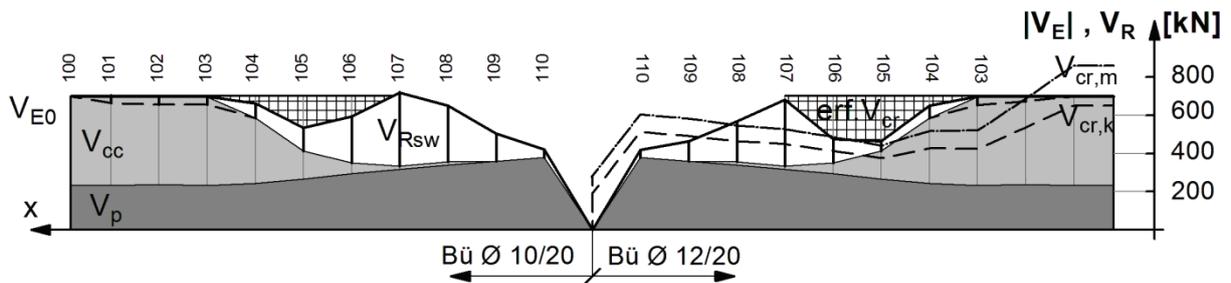


Bild 5-85: TG2- $F = 1400 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

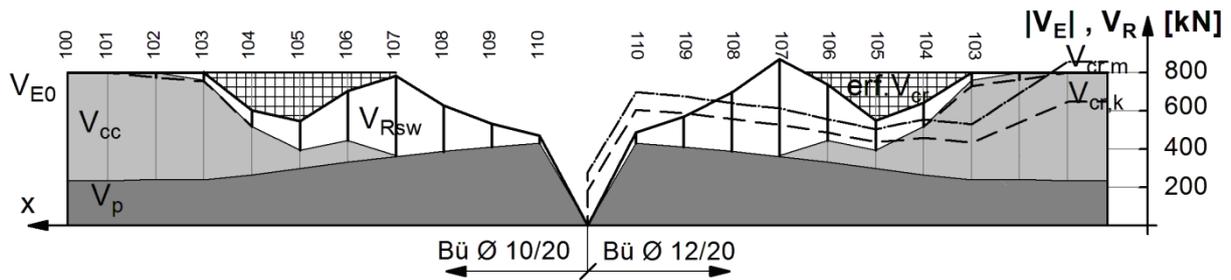


Bild 5-86: TG2- $F = 1600 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

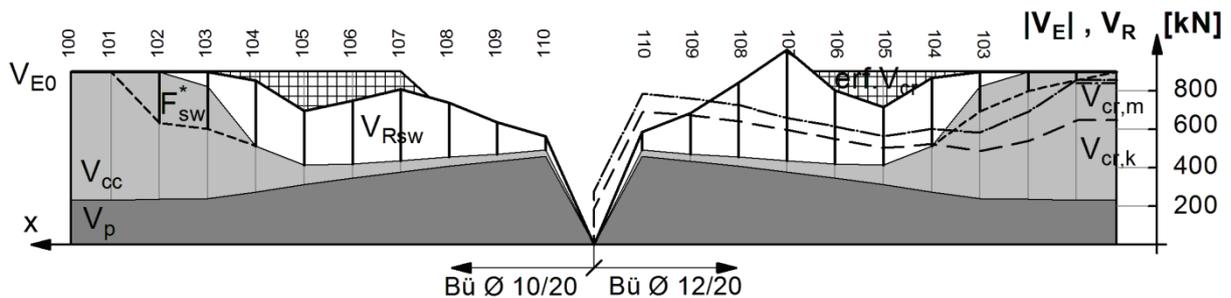


Bild 5-87: TG2- $F = 1800 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

TP3 (Träger mit unten liegendem Spannglied)

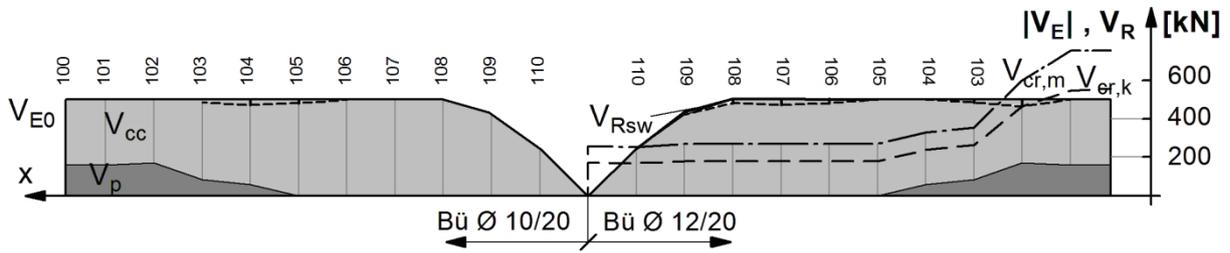


Bild 5-88: TP3- $F= 1000 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

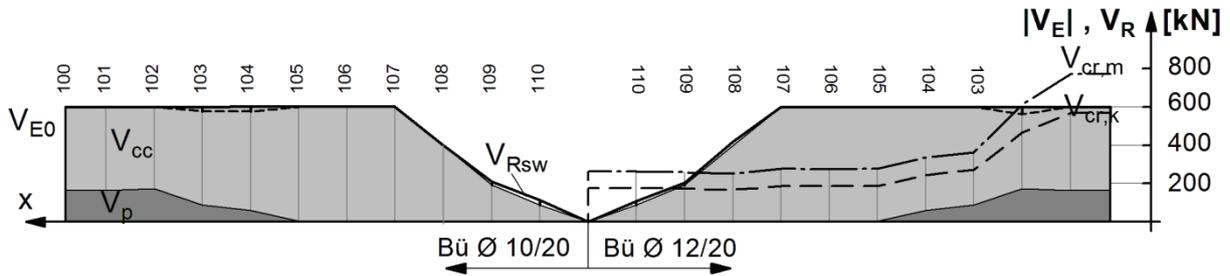


Bild 5-89: TP3- $F= 1200 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

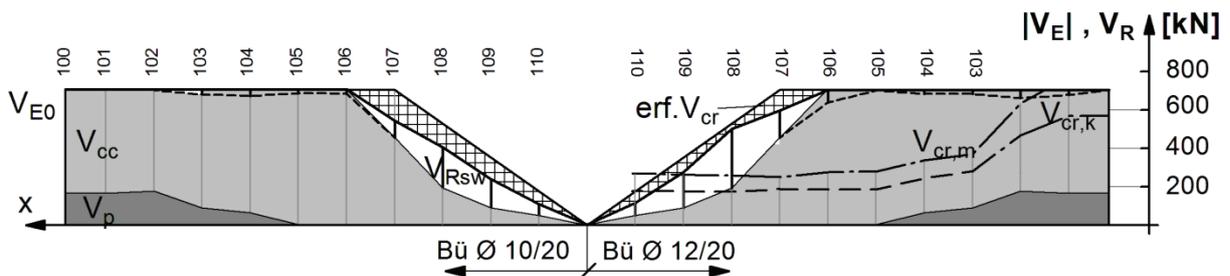


Bild 5-90: TP3- $F= 1400 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

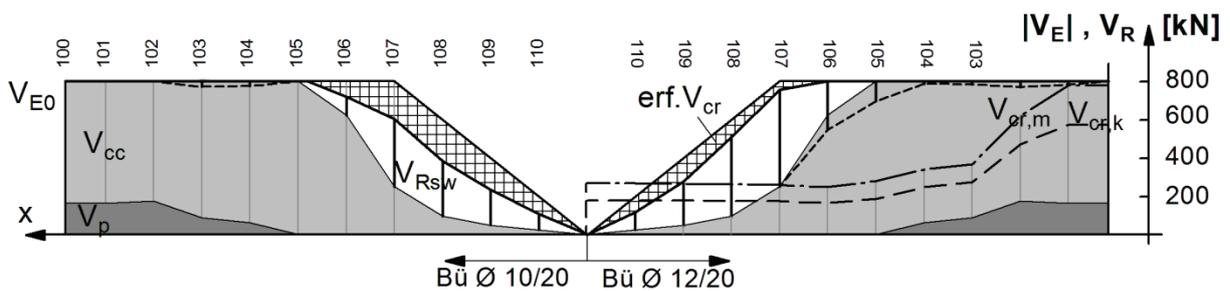


Bild 5-91: TP3- $F= 1600 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

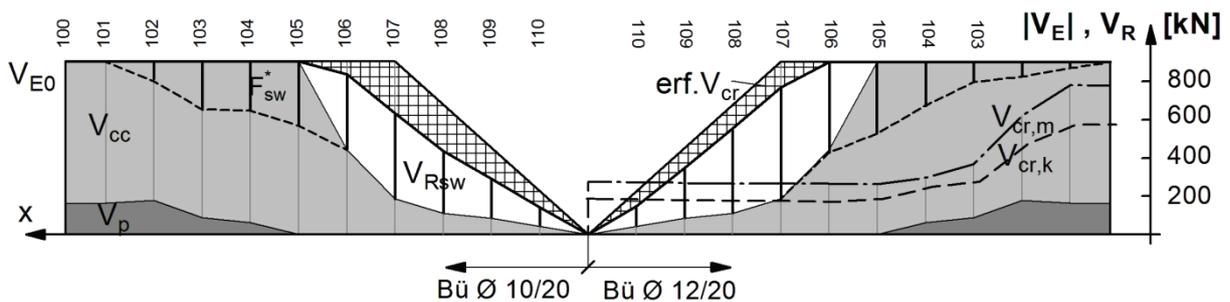


Bild 5-92: TP3- $F= 1800 \text{ kN}$, Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge

5.7 Zusammenfassung

Die *günstige Wirkung der Vorspannung* auf die Stegzugkräfte infolge Querkraft in den Bügeln geht eindeutig aus dem Vergleich der Träger IP1, IP2 und IP3 hervor.

Aus dem Vergleich der Bügelspannungen unter Einbeziehung der Rissbilder (siehe Kapitel 5.4.3) ist deutlich zu erkennen, dass die Bügel nur dort beansprucht werden, wo sich Risse eingestellt haben. Damit sind die Traganteile des Stegfachwerks nur in Bereichen mit Schubrisen anzutreffen. Die wesentlichen Traganteile des Druckbogens ergeben sich in den auflagernahen Bereichen, wo der Trägerrand keine Biegezugrisse aufweist. Die Länge der Bereiche mit Schubrisen, die von Biegerissen ausgehen und damit der Wirkungsbereich des Stegfachwerks nehmen mit abnehmender Vorspannung zu. Der Vergleich der Bügelkräfte in den Trägern IP1, IP2 und IP3 mit unterschiedlichen Vorspanngraden zeigt eine Abnahme der Bügelbeanspruchung und damit eine Entlastung des Stegfachwerks mit zunehmendem Vorspanngrad. Diese Erscheinung ist primär auf die Wirkung eines Druckbogens infolge einer Vorspannung zurückzuführen. Bei Bauteilen ohne Vorspannung ist die Druckbogenwirkung praktisch nicht mehr vorhanden.

Des Weiteren sind das Rissbild und damit die Querkrafttraganteile der Tragmechanismen Stegfachwerk und Druckbogen bei vorgespannten Bauteilen *abhängig von der Lastgröße*. Mit zunehmender Belastung nimmt der Traganteil des Druckbogens ab und der des Stegfachwerks zu. Dagegen berücksichtigt der rechnerische Betontraganteil $V_{Rd,c}$ nach DIN 1045-1/DIN-FB 102 lediglich die Normalkraft infolge Vorspannung und ist von der Lastgröße unabhängig.

Neben der Lastgröße spielt bei der Verteilung der Traganteile die *Spannliedlage* eine wesentliche Rolle. Bei dem Träger TP3 mit unten liegendem Spannlied ist der Druckbogen mit seiner Tragwirkung in den unteren Laststufen ausgeprägter als bei den Trägern TG1, TG2 mit hochgezogenem Spannlied. Dafür wirkt bei letzteren die Vertikalkomponente V_p der geneigten Spannlieder bei der Querkraftabtragung mit. Diese für das Stegfachwerk entlastende Wirkung wird bei der Querkraftbemessung nach DIN 1045-1/DIN-FB 102 erfasst. Dagegen bleibt der Einfluss der Spannliedlage auf den Betontraganteil unberücksichtigt.

Untersuchungen haben gezeigt, dass die Bemessung nach DIN-FB 102/ DIN 1045-1 sehr konservative Ergebnisse in Bezug auf die rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung liefert, bzw. die tatsächlich im Versuch erzielten Traglasten stark unterschätzt. Um vor allem bei der Nachrechnung bestehender Bauwerke die vorhandenen Tragreserven voll ausnutzen zu können, besteht daher ein großer Bedarf an genaueren und verbesserten Nachweisverfahren. Die Vertikalkomponente einer geneigten Druckkraftresultierende kann einen ganz erheblichen Anteil zur Querkrafttragfähigkeit beitragen. Der verbleibende Querkraftanteil, der nicht durch die geneigten Spannlieder oder Biegedruckkraft aufgenommen werden kann, wird dem Stegfachwerk zugewiesen. Bei der Bügelbemessung spielt neben der Druckstrebenneigung der Hebelarm z eine wichtige Rolle (Gl. (5.12)).

Da es bei der Ermittlung des Hebelarms z für die Querkraftbemessung nicht auf den Absolutwert der Kraft in den Spannliedern ankommt sondern auf deren Zuwachs (Gl. (4.1)), wird ein Ansatz vorgeschlagen, bei dem die Querschnittsflächen des Spannstahls A_p und des Betonstahls A_s mit den für die Querkraftbemessung maßgebenden Spannungen ($f_{p0,1} - \sigma_{pm,t}$) und σ_s gewichtet werden (Gl. (4.2)). Nach dieser Vorstellung über das Tragverhalten ist der innere Hebelarm z für die Biegebemessung und Querkraftbemessung bei Spannbetontägern nicht identisch. So konnte gezeigt werden, dass der Hebelarm z für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit im Allgemeinen deutlich größer angesetzt werden kann als für die Biegetragfähigkeit im gleichen Querschnitt. Dies gilt insbesondere unter der Voraussetzung, dass die Spannlieder unter der für die maximale Querkraft zugehörigen Momentenbeanspruchung im überdrückten Bereich liegen und die Betondruckstreben im Steg ohne Neigungswechsel über die Spannlieder hinweg durchlaufen. Nach dem Konzept einer Überlagerung der Tragmechanismen *Fachwerk* und *Druckbogen* für die Querkraftbeanspruchung stellen sich drei Zonen (A bis C) ein.

In der Zone A und Zone B, den Sonderbereichen der Querkraftbemessung gilt für den inneren Hebelarm

$$z = z_s$$

Der über die Dehnungsebenen nach ZSt II ermittelte Betondruckbogen trägt in den Bereichen, in dem die Spannglieder überdrückt sind (*Zone A*) ganz erheblich zur Querkrafttragfähigkeit bei. Im Übergang vom Zustand I in ZSt II stellt sich ein Überlappungsbereich ein, indem die Betonzugfestigkeiten am Rand der Biegezugzone noch nicht überschritten sind (*Zone B*). Hier ist der Druckbogen ebenfalls maßgeblich an der Querkraftabtragung beteiligt, das Stegfachwerk wird damit wesentlich entlastet. In diesen Sonderbereichen der Querkraftbemessung kann *unter 1/1,5 bis 1/1,75 fachen Bruchlasten* die Vertikalkomponente der Druckkraftresultierenden V_{cc} entsprechend wie bei geneigten Spanngliedern V_p in jedem Fall von der Querkraftbeanspruchung V_{Ed} abgezogen werden. Ob der Abzug der Vertikalkomponente der Druckkraftresultierenden *unter höheren Lasten* ebenfalls uneingeschränkt gerechtfertigt ist, wird in den folgenden Kapiteln noch weiter untersucht und diskutiert. *Im Bruchzustand* ist darauf zu achten, dass die Hauptzugspannungen die Betonzugfestigkeit überschreiten können ($\sigma_1 > f_{ctm}$) und damit eine Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe erfolgt. Die daraus resultierenden Spaltzugkräfte müssen durch Bügel aufgenommen werden.

Die *Zone C*, die sich auf der Grundlage der Dehnungsebenen im ZSt II befindet, wird maßgeblich von dem Tragmechanismus des *Fachwerks* dominiert. In diesem Bereich liefert das Tragmodell „Fachwerk mit Rissreibung“ mit Berücksichtigung der Vertikalkomponente eines evtl. geneigten Spanngliedes sehr gute Übereinstimmungen mit den Versuchswerten. Ein Abzugsglied aus dem Druckbogen kann ggf. berücksichtigt werden. Für den inneren Hebelarm gilt

$$z = z_{gew}$$

Bei den hier untersuchten Trägern stützt sich der Druckbogen aufgrund der sehr schwachen schlaffen Zuggurtbewehrung ($2 \text{ } \varnothing 8$) zusammen mit der sich bis zum Auflager durchlaufenden Druckstrebe des Stegfachwerks fast ausschließlich auf den Spannanker ab. Damit ist eine schlaffe Zuggurtbewehrung für die Abdeckung der Zugkraft am Auflager nur für die sich nicht abstützende Restkraft erforderlich, die allerdings, wie die hier verwendeten $2 \text{ } \varnothing 8$ zeigen, sehr klein ist.

Der *Einfluss der Spanngliedhöhenlage* auf die Druckbogenform im Gebrauchszustand ist in Bild 5-93 zusammengefasst. Die Druckbogenneigung bei geneigten Spanngliedern und damit der Traganteil V_{cc} sind deutlich kleiner als bei geraden unten liegenden Spanngliedern. Dafür ist bei den geneigten Spanngliedern zusätzlich die vertikale Komponente der Spannglieder wirksam.

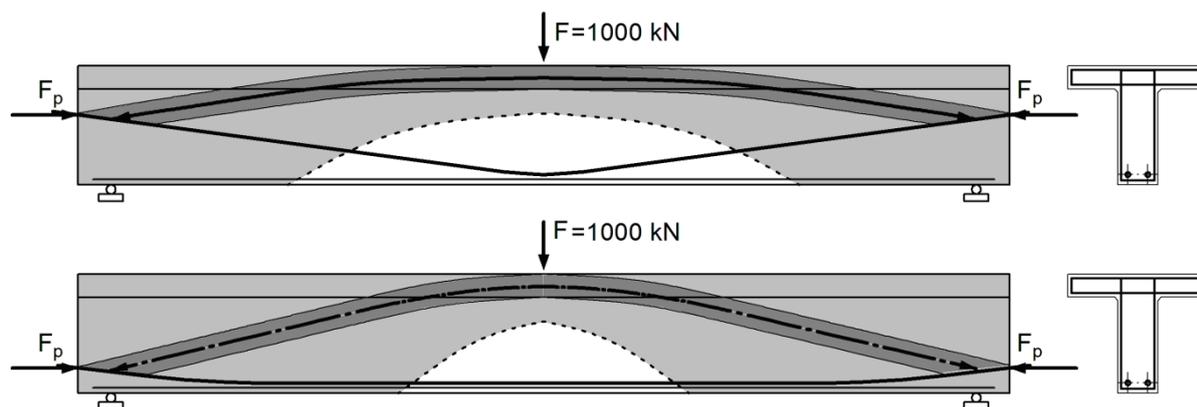


Bild 5-93: Verlauf des Druckbogens in Abhängigkeit von der Spanngliedhöhenlage unter Gebrauchslastniveau

Der *Einfluss der Höhe der Beanspruchung* auf den Verlauf und damit den Traganteil des Druckbogens ist in Bild 5-94 dargestellt. Je kleiner die Laststufe ist, desto ausgeprägter ist die Wirkung des Druckbogens. In Bild 5-94 ist der Druckbogen beispielhaft für den Träger TP3 in den Laststufen 1000, 1400 und 1800 kN aufgetragen. Dabei ist die Laststufe 1000, bei der sich gerade ein Biegeriss eingestellt hat, vergleichbar mit dem Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG), unter dem bei den Spannbetonbrücken Dekompression entsteht. Die Laststufe 1400 ist vergleichbar mit dem Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) bei etwa 1,4 fachen Lasten, unter denen die Bemessung der Brücken erfolgt. Der Druckbogen nimmt kurz vor dem Bruch unter $F = 1800 \text{ kN}$ den im unteren Teilbild dargestellten Zustand ein.

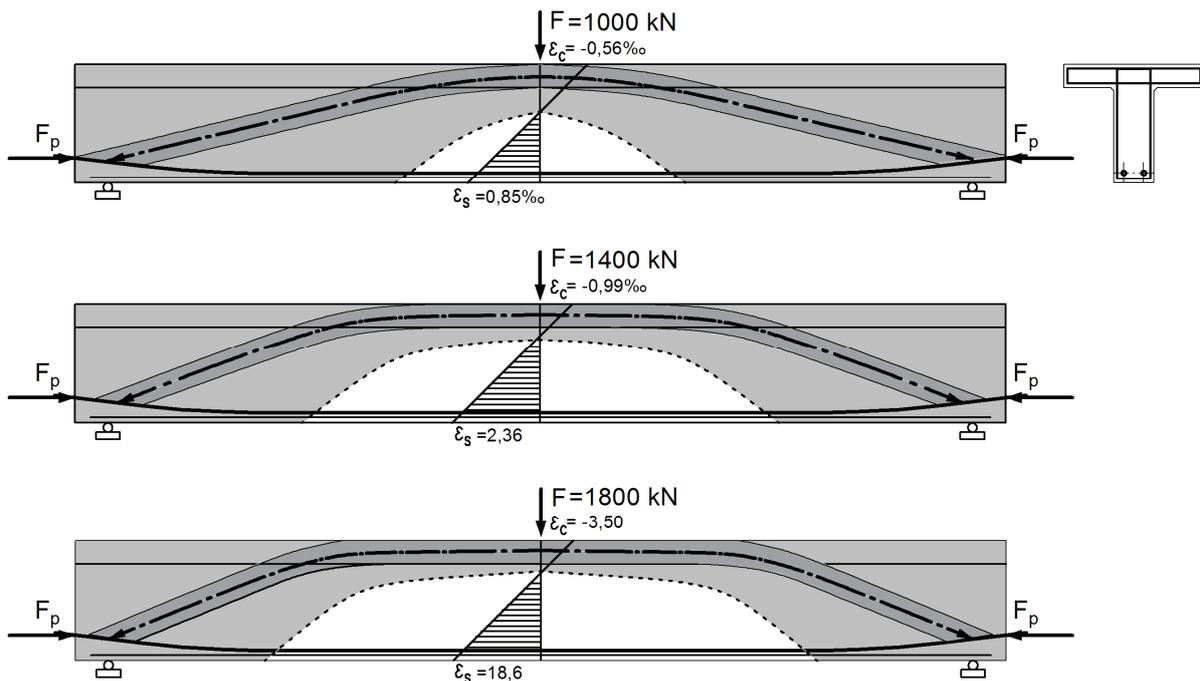


Bild 5-94: Verlauf des Druckbogens in Abhängigkeit der Belastung von etwa Gebrauchslastniveau bis zur Bruchlast

Der wesentliche *Einfluss des Vorspanngrades* auf die Druckbogenform ist aus dem unmittelbaren Vergleich der Träger unter der Laststufe vergleichbar der Gebrauchslaststufe bei einer Spannbetonbrücke, sehr deutlich zu erkennen (Bild 5-95). Die Druckbogenform und der zugehörige Traganteil bei der Querkrafttragfähigkeit sind auch vom Vorspanngrad abhängig. Bei einem Vorspanngrad von 10% ist der Druckbogen praktisch nicht mehr vorhanden. Der aus dem Druckbogen resultierende Betontraganteil zur Aufnahme der Querkraft nimmt mit Zunahme des Vorspanngrades zu. Damit stellt sich aufgrund der Vorspannwirkung ein das Stegfachwerk entlastender Tragmechanismus ein. Für die Umlenkung des Druckbogens ist die Begrenzung der Hauptzugspannungen σ_1 im Steg der Zone AB auf die Betonzugfestigkeit erforderlich. In der Zone C, wo sich Schubrisse aus Biegerissen entwickeln, ist die Tragwirkung eines Druckbogens mit nahezu horizontalem Verlauf nicht wesentlich.

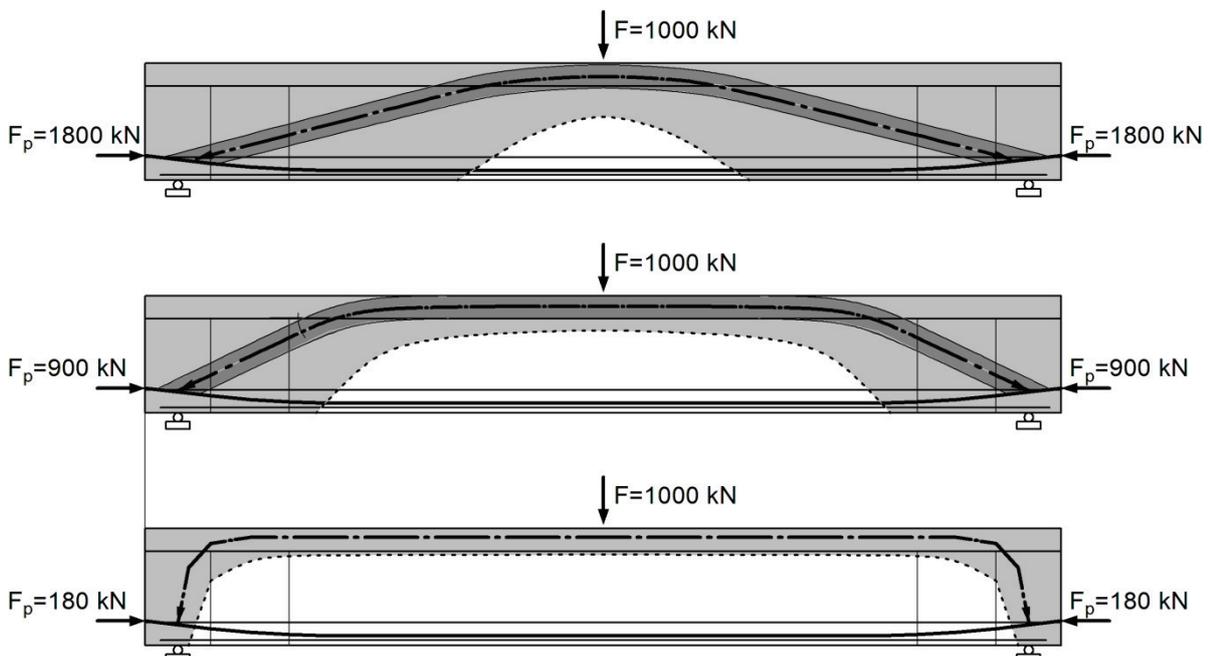


Bild 5-95: Verlauf des Druckbogens in Abhängigkeit der Vorspannung bei einer etwa 1/1,85 fachen Bruchlast

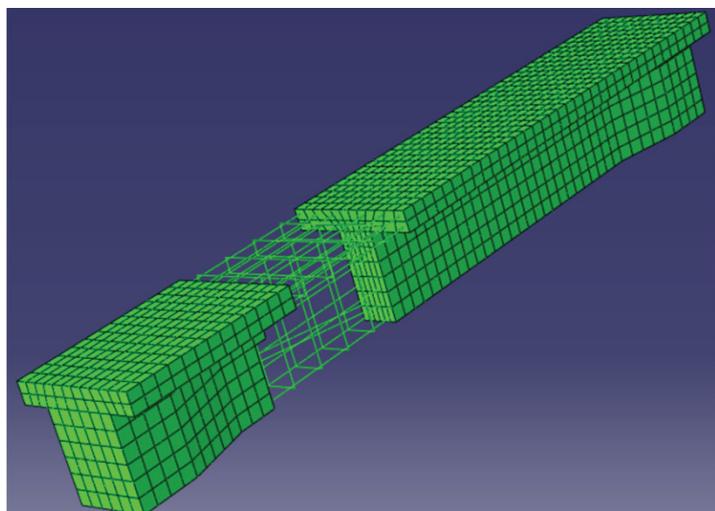
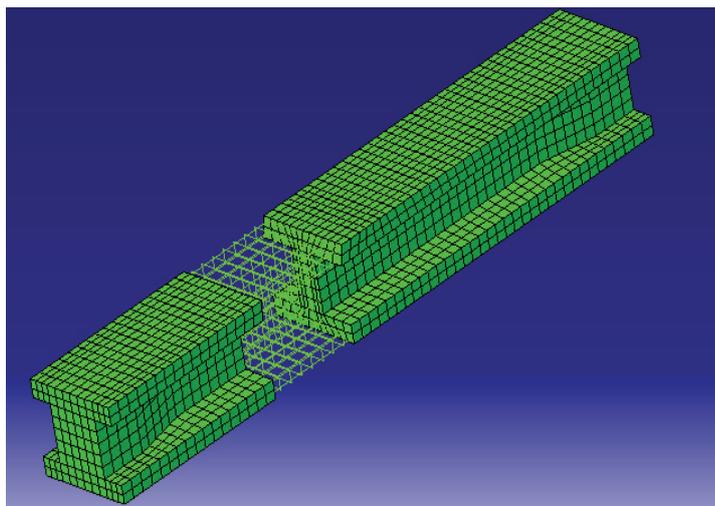
6 Untersuchungen zum Tragverhalten mittels nichtlinearer numerischer Simulationsberechnungen

6.1 Allgemeines

Die Betrachtung des Druckbogens auf der Grundlage der Dehnungsebenen im Zustand II erfolgte ohne Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit. Bei den Simulationen wird dagegen die Betonzugfestigkeit angesetzt. Dabei kann auch die Betonzugfestigkeit variiert werden, um deren Einfluss auf das Tragverhalten und die Querkrafttragfähigkeit zu untersuchen. Die Berücksichtigung der Interaktion zwischen Querkraft und Biegung erfolgt automatisch, d.h. die das Stegfachwerk entlastende Wirkung aus Spanngliedneigung und Druckbogen ist in den Berechnungsergebnissen enthalten. Aus den nichtlinearen numerischen Simulationen sind bessere Einblicke in die Spannungszustände und inneren Kräfteverhältnisse zu erwarten.

Derartige nichtlineare Simulationsberechnungen auf der Basis der FEM sind sehr aufwendig und müssen zunächst durch Nachrechnung repräsentativer Versuche kalibriert werden. Hieraus sind jedoch zusätzliche Erkenntnisse und ein besseres Verständnis für das wirkliche Tragverhalten zu erwarten. Dies stellt die Grundlage für die Ableitung ingenieurmäßiger Bemessungsmodelle für die Anwendung in der Praxis dar, bei denen die wesentlichen Einflussparameter zutreffend zu berücksichtigen sind.

Nachdem bereits eine Kalibrierung des FEM-Modells anhand der Nachrechnung von Versuchen an Beton- und Stahlbetonscheiben in Kapitel 3.6 erfolgt ist, werden nachfolgend die Träger TG1, TG2 und TP3 sowie IP1, IP2 und IP3 gemäß den Erläuterungen in Kapitel 3.1 bis 3.5 modelliert (Bild 6-1). Durch die diskrete Modellierung der Bügel können die gemessenen Bügelspannungen den berechneten direkt gegenübergestellt werden.



- Volumenelemente für Beton (Typ C3D20),
 - Materialmodell: concrete damaged plasticity
 - Stabelemente für Bewehrung (Typ T3D2),
 - Ideeller Verbund: „embedded elements“, „tension stiffening“ durch Modifikation der Beton-Arbeitslinie auf der Zugseite
 - Verschmierte Rissbildung über Degradation der Steifigkeitsmatrix
 - Eingabe der Einzellast in Feldmitte über eine Verschiebung
 - Eingabe der Vorspannung der Spannglieder über ΔT [K]
- $$V = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_p \cdot A_p$$
- $$V[N] = 10^{-5} \cdot \Delta T[K] \cdot 207.000 \cdot 2848$$
- Lösungsalgorithmus: Newton-Raphson
 - Verwendung linearer Elemente im Verankerungsbereich der Spannglieder

Bild 6-1: FEM-Modelle für die Spannbetonträger der Reihe I und der Reihe T (ABAQUS)

6.2 Versuchsreihe I

Aus der Versuchsdokumentation können die Betonzugfestigkeiten der einzelnen Träger nicht eindeutig entnommen werden. So unterscheiden sich die an den Probekörpern ermittelten und angegebenen Werte stark von den Werten, die über die Risslasten am Bauteil aus den zugehörigen Randzugspannungen zurückgerechnet werden können. Die entsprechenden Werte sind nachfolgend zusammengestellt.

Die an den Probekörpern ermittelten mittleren Biegezugfestigkeiten $f_{ct,fl}$ (Tabelle 6.1) werden durch Berücksichtigung des Maßstabeffekts nach MC 2010 [63] mit

$$f_{ct,fl} = \frac{f_{ctm}}{A_{fl}} = \frac{1 + 1,5 \cdot h_b^{0,7}}{1,5 \cdot h_b^{0,7}} \cdot f_{ctm} \quad (6.1)$$

in die für das Bauteil maßgebenden zentrischen Betonzugfestigkeiten f_{ctm} (Tabelle 6.2) umgerechnet.

Tabelle 6.1: Mittlere Biegezugfestigkeiten $f_{ct,fl}$ aus [54], ermittelt an Probekörpern

	IP1	IP2	IP3
$f_{ct,fl}$ [MN/m ²]	3,8	4,0	4,7

Tabelle 6.2: Betonzugfestigkeiten f_{ctm} aus der Umrechnung der in Tabelle 6.1 angegebenen Werten nach Gl. (6.1).

	IP1	IP2	IP3
f_{ctm} [MN/m ²]	3,1	3,3	4,0

Aus den seinerzeit bei der Versuchsdurchführung beobachteten Risslasten F_{cr} , die zu den ersten Biegerissen führten, resultieren zugehörige Randspannungen in Feldmitte, die nach Gl. (6.2) ermittelt werden können.

$$\begin{aligned} \sigma_{x,u} &= -\frac{N_{P_1^{(0)}}}{A_{c,i}} - \frac{M_{P_1^{(0)}}}{I_{c,i}} \cdot z_{u,i} + \frac{M_g}{I_{c,i}} \cdot z_{u,i} + \frac{M_{F_{cr}}}{I_{c,i}} \cdot z_{u,i} & \text{mit } P_1^{(0)} \text{ nach Gl. (5.2) und} \\ \sigma_{x,o} &= -\frac{N_{P_1^{(0)}}}{A_{c,i}} + \frac{M_{P_1^{(0)}}}{I_{c,i}} \cdot z_{o,i} - \frac{M_g}{I_{c,i}} \cdot z_{o,i} - \frac{M_{F_{cr}}}{I_{c,i}} \cdot z_{o,i} & N_{P_1^{(0)}} = -P_1^{(0)} \\ & & M_{P_1^{(0)}} = -P_1^{(0)} \cdot z_{cpi} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Die so ermittelten Biegezugfestigkeiten $f_{ct,fl}^*$ können mit Gl. (6.1) in die zentrische Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^* am Bauteil umgerechnet und den an Probekörpern ermittelten Betonzugfestigkeiten f_{ctm} gegenübergestellt werden (Tabelle 6.3). Dabei wird in Gl. (6.1) für die Höhe h_b die zweifache Zugzonenhöhe des Bauteils und für die Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ die Randzugspannung $\sigma_{x,u}$ unter der Risslast F_{cr} eingesetzt.

Tabelle 6.3: Risslasten F_{cr} und daraus resultierende Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^*

	IP1	IP2	IP3
F_{cr} [kN]	945	520	180
$\sigma_{x,u} = f_{ct,fl}^*$ [MN/m ²]	3,67	2,38	1,56
$\sigma_{x,o}$ [MN/m ²]	-10,21	-5,75	-2,24
Höhe der Zugzone [mm]	238	263	369
f_{ctm}^* [MN/m ²]	3,0	2,0	1,3
f_{ctm}^*/f_{ctm} [%]	97	60	32,5

Die aus den Risslasten F_{cr} resultierenden Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^* am Bauteil in Tabelle 6.3 weichen teilweise (IP2, IP3) stark von den an den Probekörpern ermittelten Zugfestigkeiten ab. Als Vergleich wurden daher zusätzlich aus den Druckfestigkeiten nach DIN 1045-1 abgeleitete Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^{**} ermittelt und in Tabelle 6.4 zusammengestellt.

$$f_{ctm}^{**} = 0,3 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \quad \text{mit} \quad f_{ck} = f_{cm} - 4 \quad [\text{MN} / \text{m}^2] \quad (6.3)$$

Tabelle 6.4: Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^{**} , rechnerisch aus den Druckfestigkeiten abgeleitet

		IP1	IP2	IP3
f_{cm}	[kN]	23,3	20,8	27,9
f_{ck}	[MN/m ²]	19,3	16,8	23,9
f_{ctm}^{**}	[MN/m ²]	2,2	2,0	2,5

Aufgrund dieser Abweichungen zwischen f_{ctm} , f_{ctm}^* und f_{ctm}^{**} wird bei der Versuchsreihe I zunächst durchgehend mit einer mittleren Betonzugfestigkeit von 2,5 MN/m² gerechnet.

Die so ermittelten Last-Verformungs-Kurven der Versuchsreihe I weisen allerdings im Verlauf gegenüber den Versuchsergebnissen bereichsweise deutliche Unterschiede auf (Bild 6-2 bis Bild 6-4). Die entsprechenden Kurven weichen umso mehr voneinander ab, je größer sich die in die Berechnung eingegangene Betonzugfestigkeit von der am Bauteil gemessenen Zugfestigkeit f_{ctm}^* unterscheidet.

Die zu vergleichenden Kurven liegen bei IP1 (Bild 6-2) bis etwa 1100 kN übereinander. Anschließend knickt die Berechnungskurve stärker als die Versuchskurve ab und verbleibt, bis die Traglast erreicht wird, deutlich unterhalb dieser. An der Abknickstelle bei etwa 1100 kN stellen sich rechnerisch die ersten Biegerisse ein (Vgl. auch Bild 5-11). Die tatsächliche am Bauteil IP1 gemessene Risslast beträgt $F_R = 945$ kN (Vgl. [54]). Aus dem Verlauf der Kurven nach dem Knick ist zu erkennen, dass sich der simulierte Träger im Zustand II weicher verhält als der Versuchsträger. Wahrscheinlich sind durch die angesetzte kleinere Betonzugfestigkeit die „tension stiffening“-Effekte nicht so ausgeprägt, wie in Wirklichkeit. Allerdings setzt bei dem simulierten Träger bei etwa 1400 kN eine Versteifung ein, so dass die Traglast aus dem Versuch dennoch erreicht werden kann (Bild 6-2).

Bei Träger IP2 befindet sich die erste Knickstelle (Stelle der ersten Biegerisse) in der Versuchskurve unter einer Last von ca. 400 – 600 kN (Bild 6-3, vgl. auch Bild 5-16). Demgegenüber befindet sich der Knick der berechneten Kurve erst bei etwa 800 kN. Hieraus ist auf eine in der Berechnung zu groß angesetzte Betonzugfestigkeit zu schließen. Ab 1200 kN stimmen die Kurven allerdings wieder gut überein.

Bei Träger IP3 setzt ebenso die Knickstelle in der Berechnungskurve erst später unter einer Last von etwa 400 kN ein. Die Versuchskurve hingegen weist keine deutliche Knickstelle auf, was auf vorhandene Mikrorisse bereits vor der Belastung hinweist. Diese könnten sich möglicherweise infolge verstärkter Schwindeigenschaften gebildet und so auf den niedrigen Wert für die Betonzugfestigkeit in Tabelle 6.3 geführt haben.

Daher ist anzunehmen, dass die am Bauteil aus den Risslasten zurückgerechneten Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^* eher die tatsächlichen Werte wiedergeben. Die geringen Zugfestigkeiten sind möglicherweise auf die unvermeidbare Mikrorissbildung infolge von Schwindspannungen bei den weniger vorgespannten Trägern zurückzuführen, während sie bei Träger IP1 durch die 100% Vorspannung vermieden werden konnten. Die Lastverformungskurven mit den am Bauteil ermittelten Betonzugfestigkeiten f_{ctm}^* bestätigen diese Vermutung (Bild 6-46, Bild 6-47, Bild 6-48).

Es fällt auf, dass mit abnehmender Vorspannung der Einfluss der Betonzugfestigkeit auf die Lastverformungskurve abnimmt, so dass bei dem Träger mit nur 10% Vorspannung die Auswirkungen im Bereich der Kurve nach dem Abknicken kaum erkennbar sind.

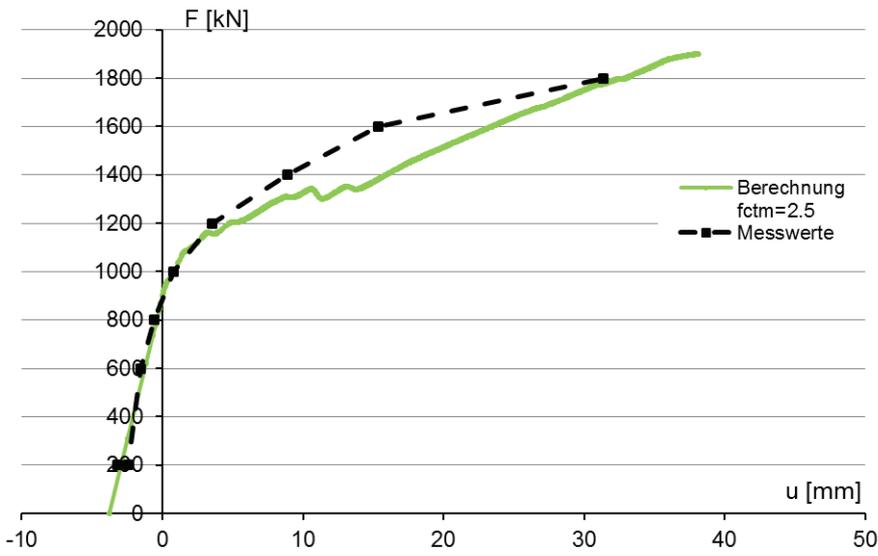


Bild 6-2: IP1, Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung ($f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$)

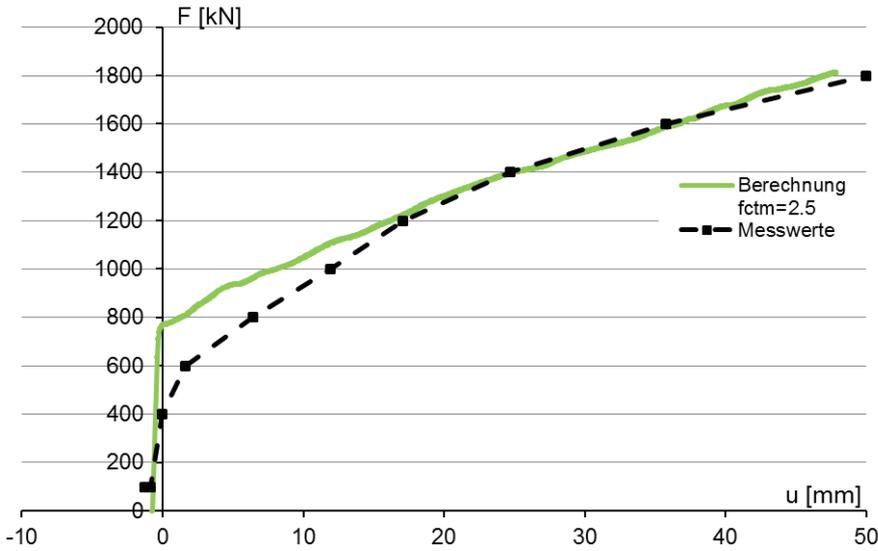


Bild 6-3: IP2, Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung ($f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$)

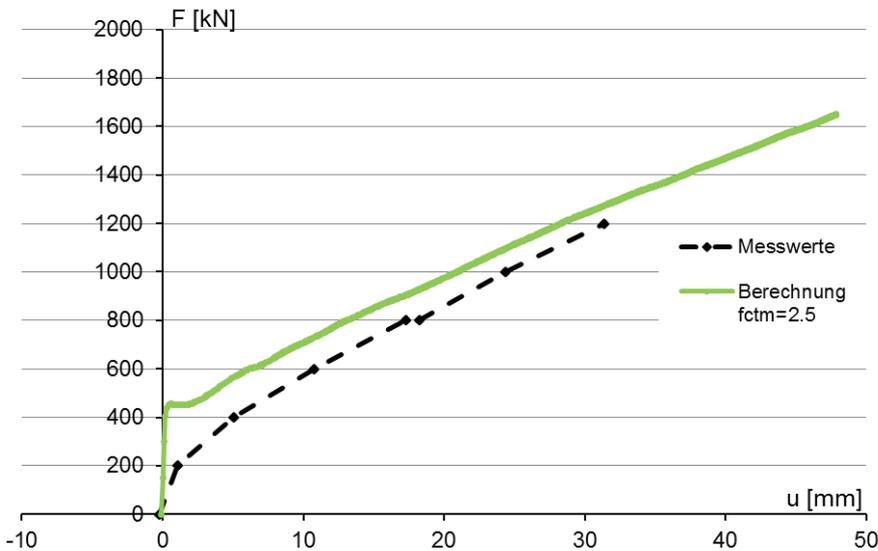


Bild 6-4: IP3, Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung ($f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$)

In den Darstellungen Bild 6-5 bis Bild 6-23 sind die aus den Simulationsberechnungen resultierenden Bügelspannungen und Rissbilder den an den Versuchskörpern gemessenen Bügelspannungen und beobachteten Rissbildern gegenübergestellt. Die elementweise verschmierte Rissbildung des FE-Modells ist an den aufgehellten Elementen zu erkennen. Zusätzlich sind die im Versuch beobachteten Risse durch weiße Linien eingezeichnet.

Die rechnerisch gerissenen Bereiche bei IP1 verteilen sich in den unteren Laststufen bis 1400 kN (Bild 6-5 bis Bild 6-7) auf eine etwas größere Länge als die im Versuch beobachteten Risse. Entsprechend sind in den rechnerisch gerissenen jedoch im Versuch ungerissenen Bereichen die berechneten Bügelspannungen größer als die gemessenen. Bei IP2 und IP3 verhält es sich in den unteren Laststufen umgekehrt. Dort verteilen sich die im Versuch beobachteten Risse auf eine größere Länge (Bild 6-10 bis Bild 6-12; Bild 6-17 bis Bild 6-18).

In den oberen Laststufen hingegen stimmen bei allen Trägern sowohl die beobachteten Rissbilder als auch die gemessenen Bügelspannungen mit den berechneten Werten gut überein.

Die Unterschiede in den integralen Ergebnissen der Last-Verformungskurven spiegeln sich auch in den lokalen Ergebnissen wieder. Dort, wo gute Übereinstimmungen der entsprechenden Last-Durchbiegungskurven zu erkennen sind, liegen auch die Rissbilder bzw. die Bügelspannungen zwischen Rechnung und Beobachtung im Versuch nah beieinander.

Versuchsträger IP1

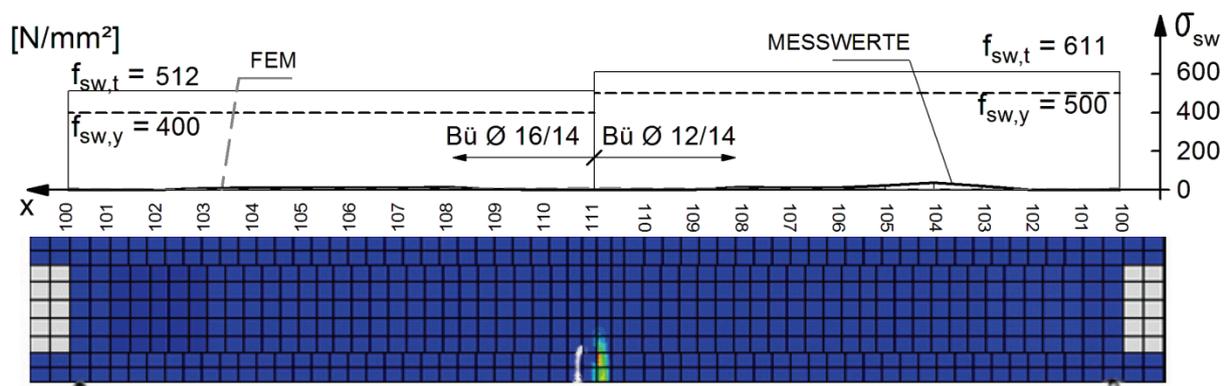


Bild 6-5: IP1, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

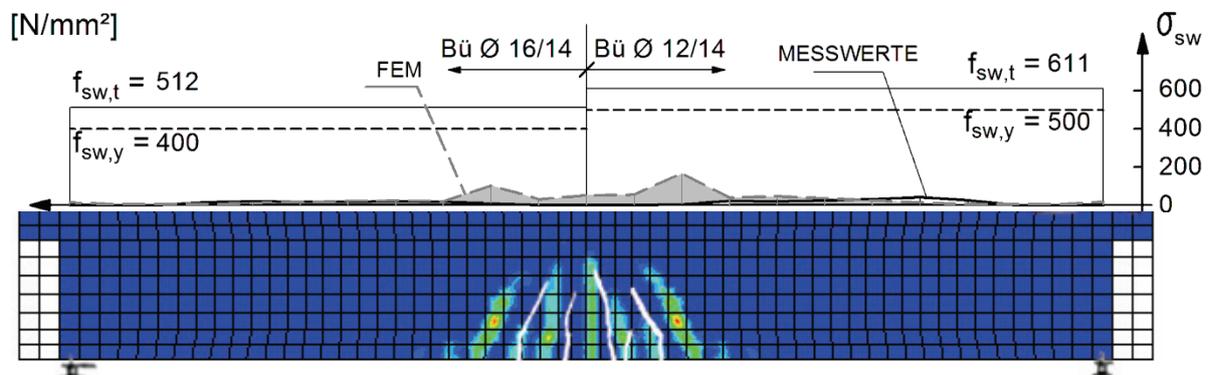


Bild 6-6: IP1, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1200 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

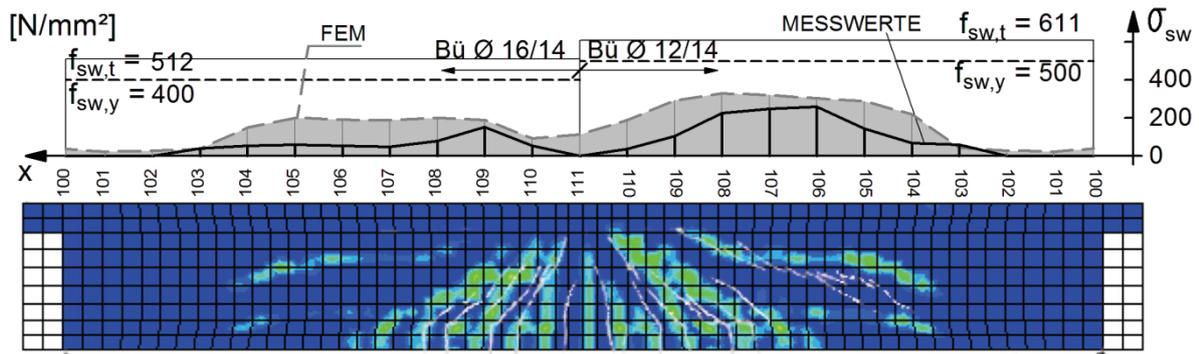


Bild 6-7: IP1, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1400 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

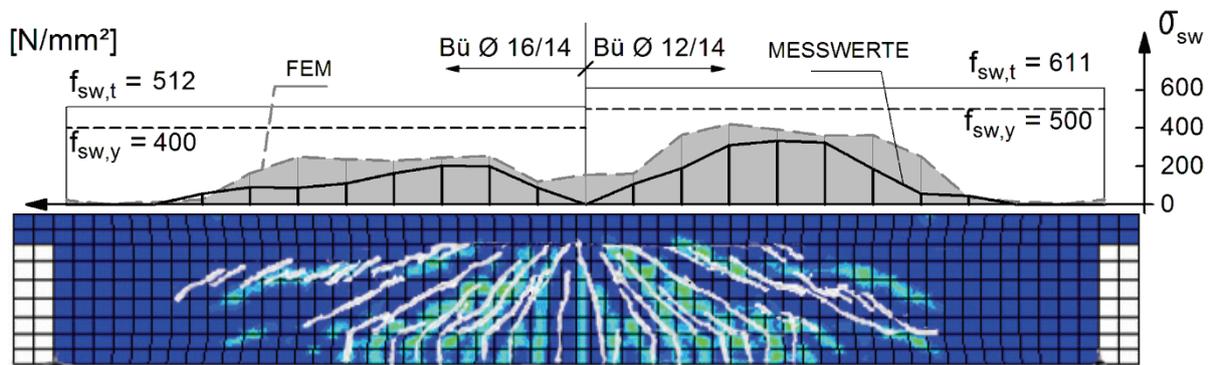


Bild 6-8: IP1, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1600 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

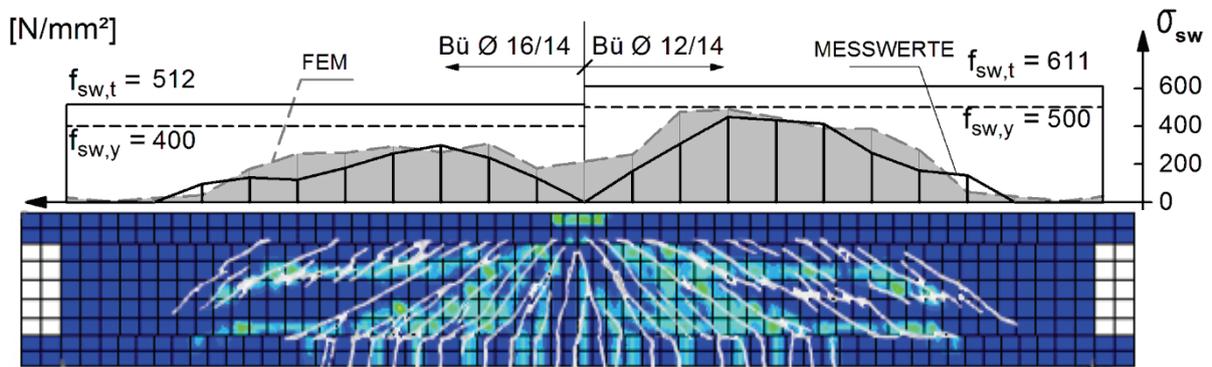


Bild 6-9: IP1, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1800 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Versuchsträger IP2

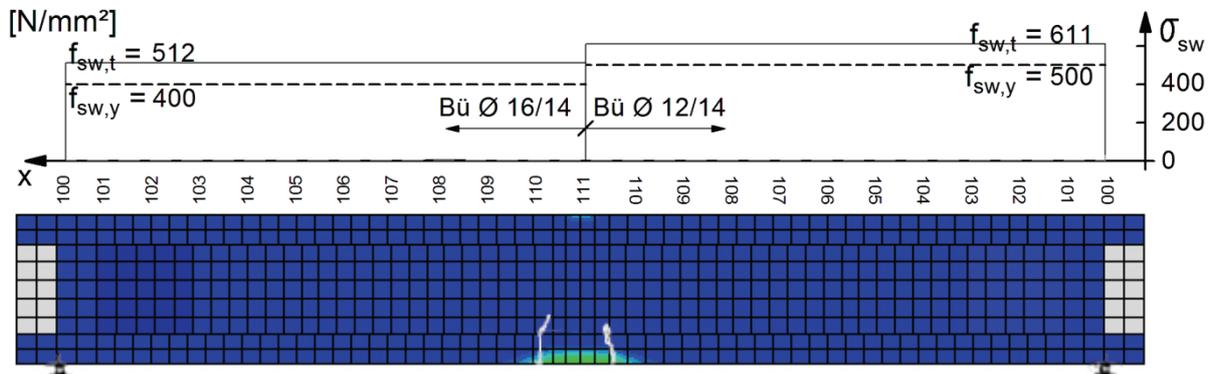


Bild 6-10: IP2, $f_{ctm} = 2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 600 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

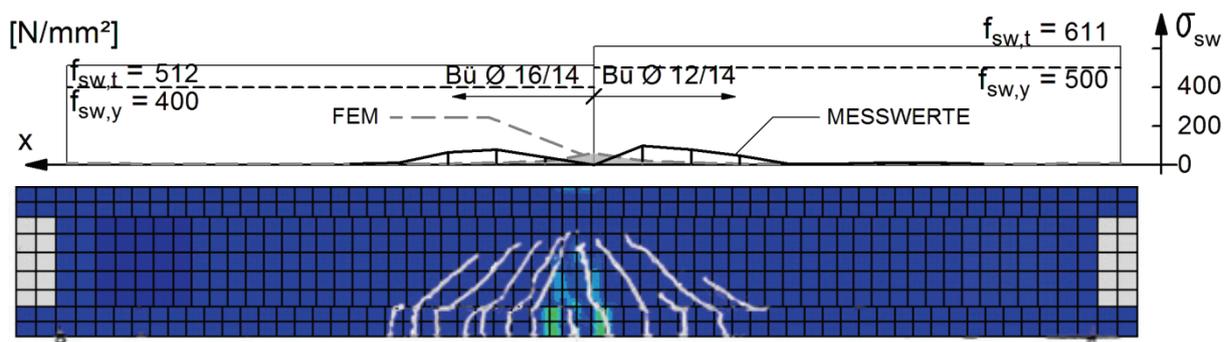


Bild 6-11: IP2, $f_{ctm} = 2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 800 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

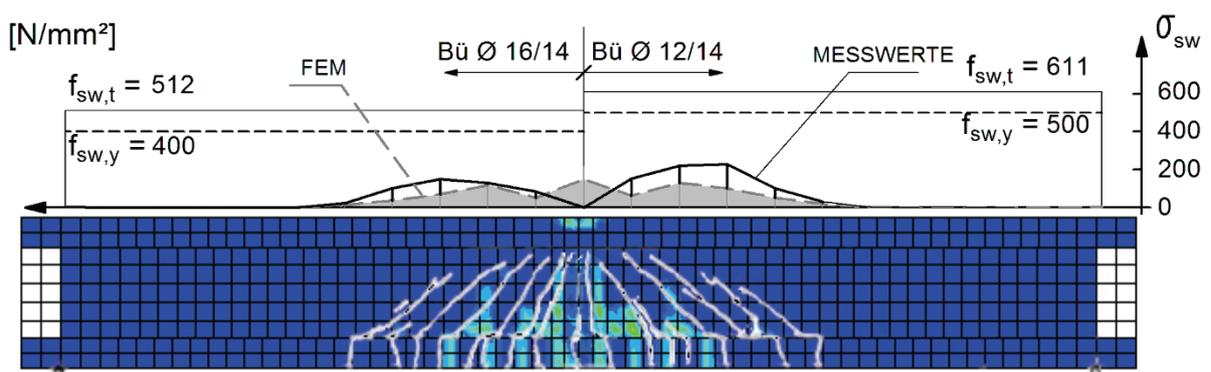


Bild 6-12: IP2, $f_{ctm} = 2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

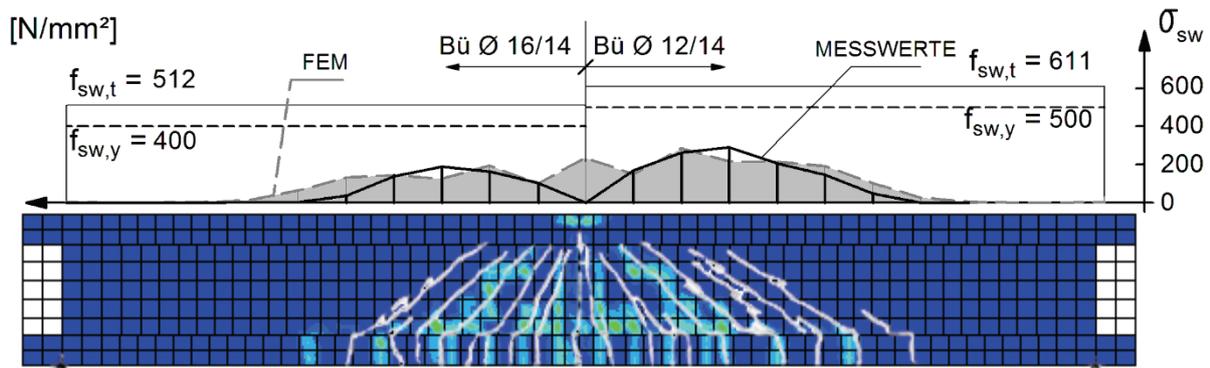


Bild 6-13: IP2, $f_{ctm} = 2.5$ MN/m², Laststufe 1200 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

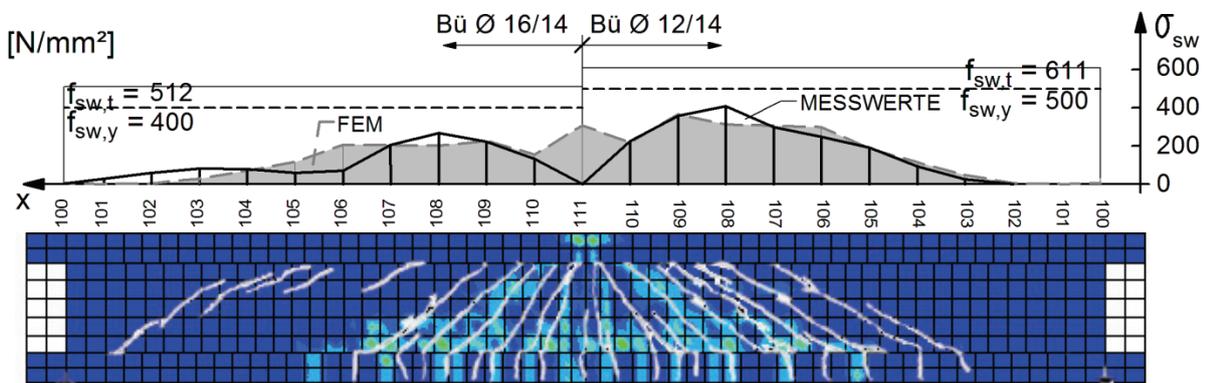


Bild 6-14: IP2, $f_{ctm} = 2.5$ MN/m², Laststufe 1400 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

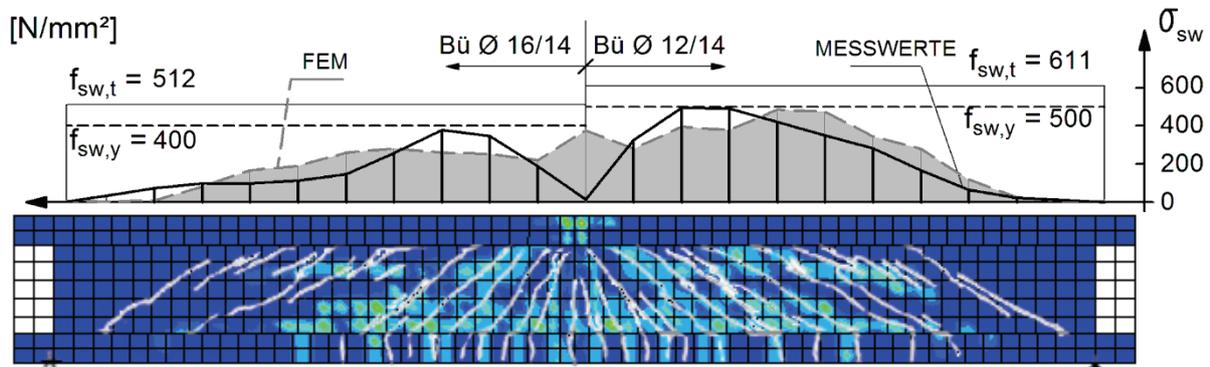


Bild 6-15: IP2, $f_{ctm} = 2.5$ MN/m², Laststufe 1600 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

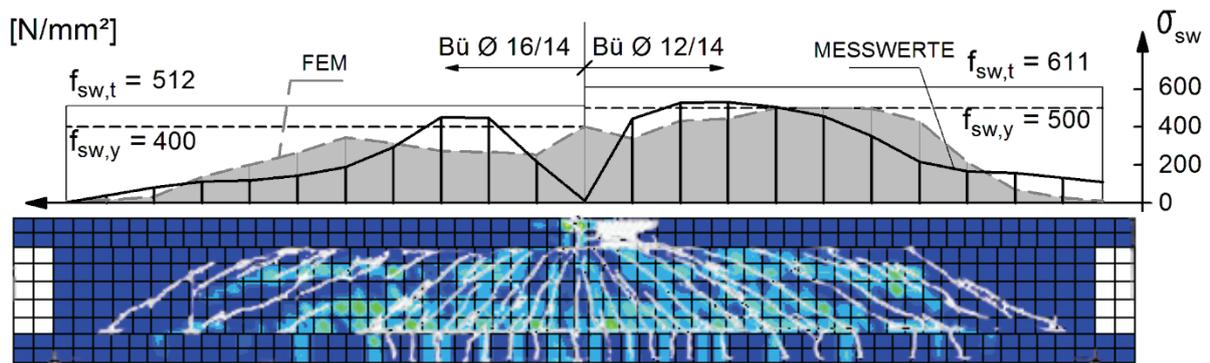
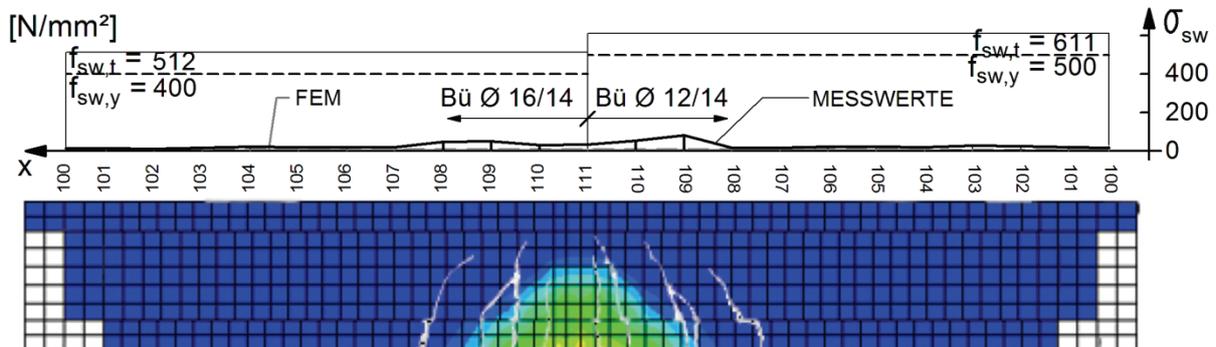
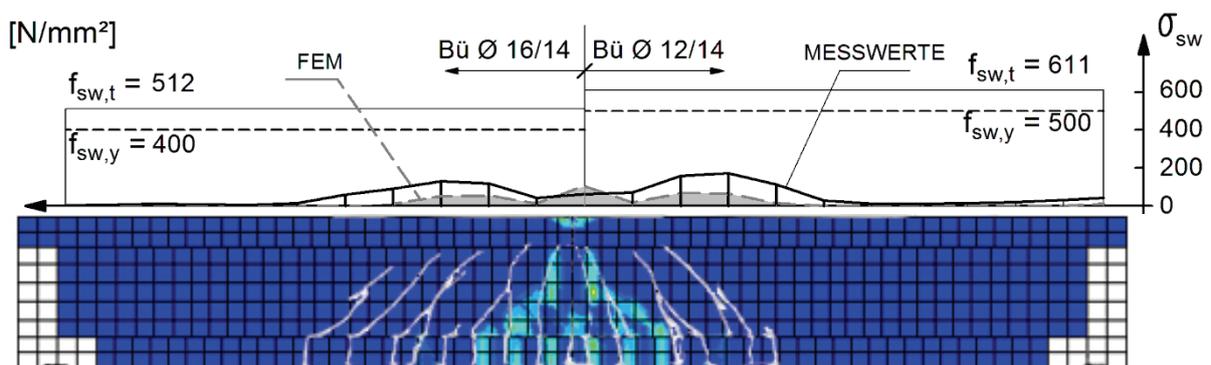
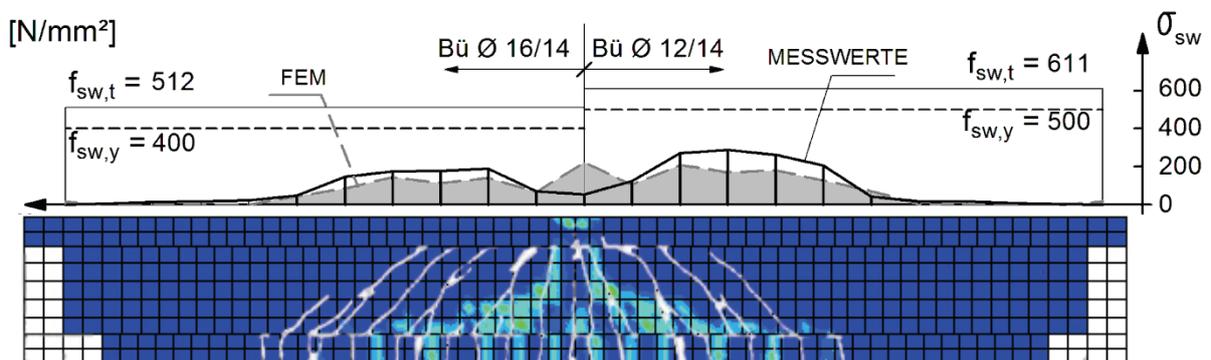


Bild 6-16: IP2, $f_{ctm} = 2.5$ MN/m², Laststufe 1800 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Versuchsträger IP3

Bild 6-17: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 400 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Bild 6-18: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 600 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Bild 6-19: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 800 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

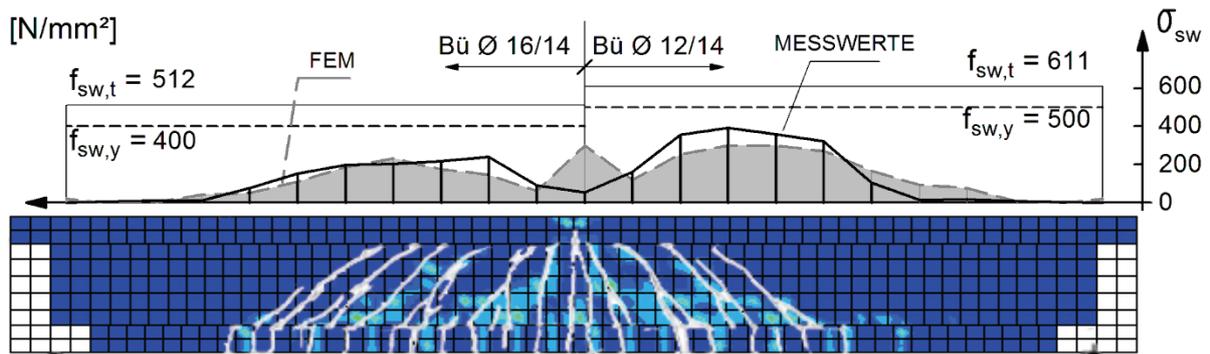


Bild 6-20: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1000 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

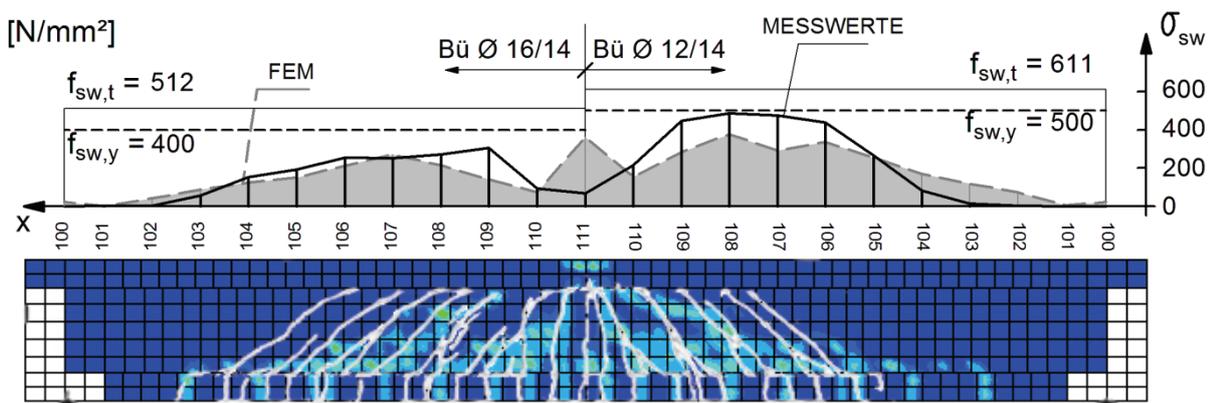


Bild 6-21: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1200 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

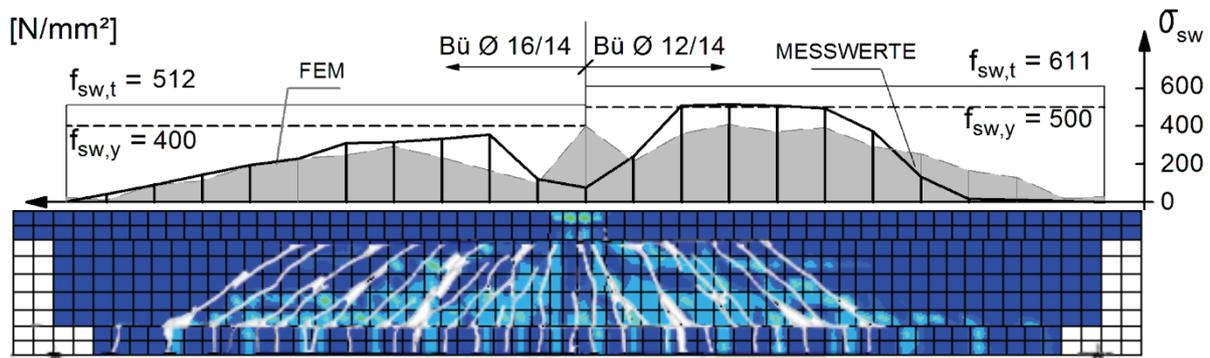


Bild 6-22: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1400 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

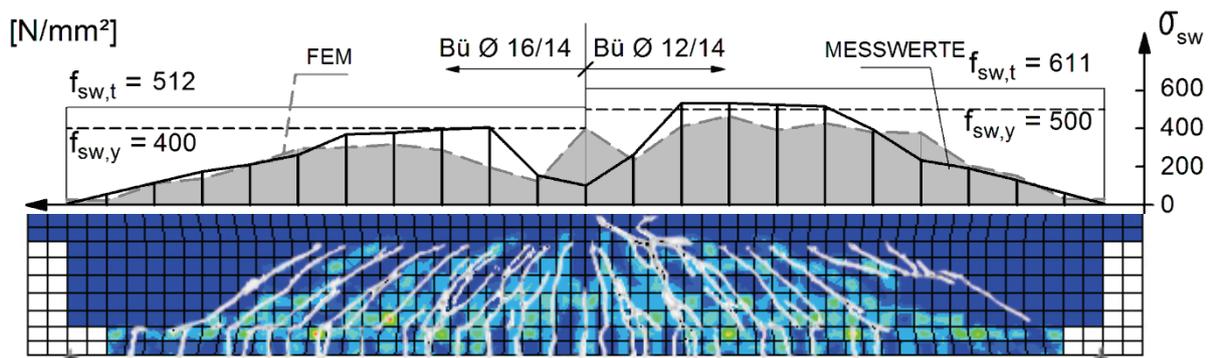


Bild 6-23: IP3, $f_{ctm}=2,5 \text{ MN/m}^2$, Laststufe **1600 kN**, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Die Abweichungen in den Ergebnissen sind vor allem eine Folge der durchgehend mit $f_{ctm} = 2,5 \text{ N/mm}^2$ in die Berechnung eingegangenen Betonzugfestigkeit. Eine bessere Übereinstimmung der Ergebnisse wird mit den *am Bauteil aus den Risschnittgrößen zurückgerechneten Betonzugfestigkeiten f_{ctm}* (Tabelle 6.3) erzielt, wie aus den folgenden Darstellungen (Bild 6-24 bis Bild 6-45) zu erkennen ist.

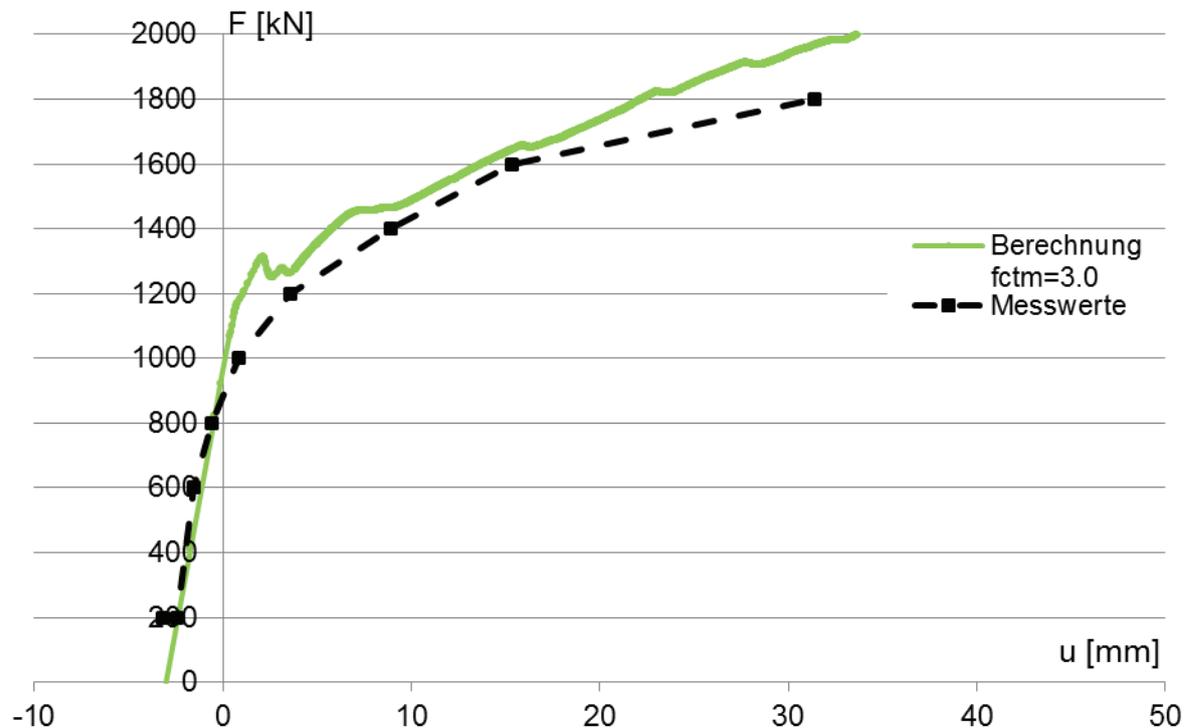


Bild 6-24: IP1, Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung mit $f_{ctm}^* = 3,0 \text{ MN/m}^2$

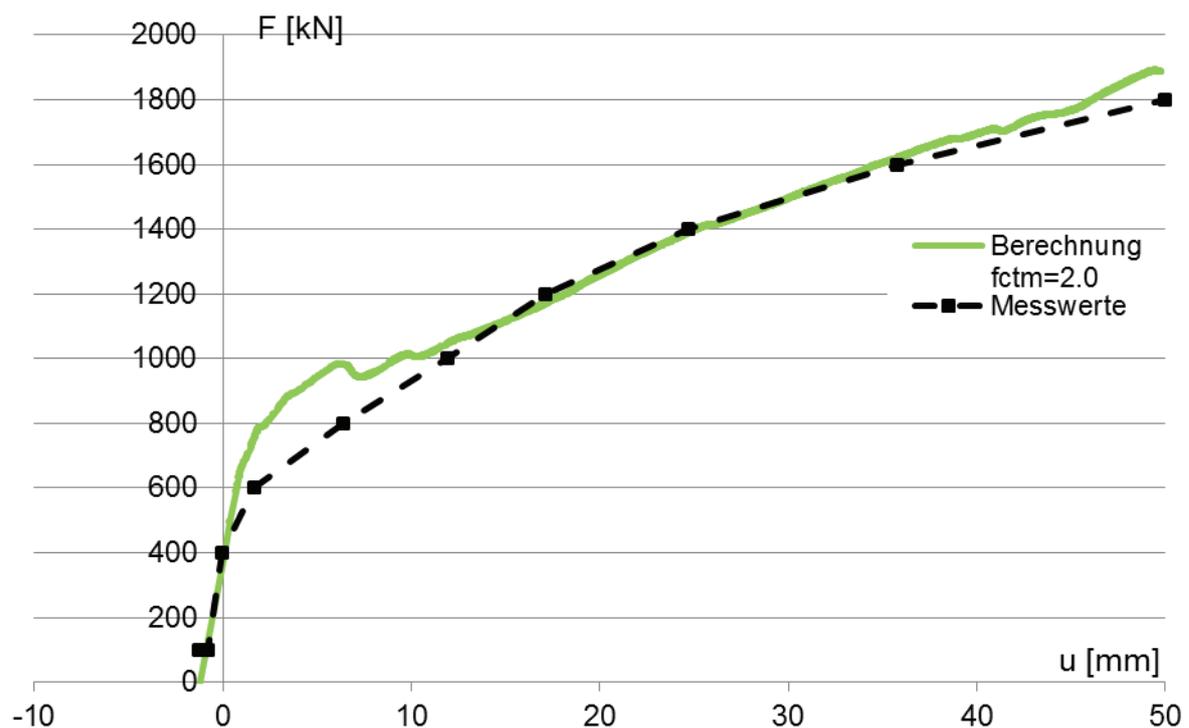


Bild 6-25: IP2, Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung mit $f_{ctm}^* = 2,0 \text{ MN/m}^2$

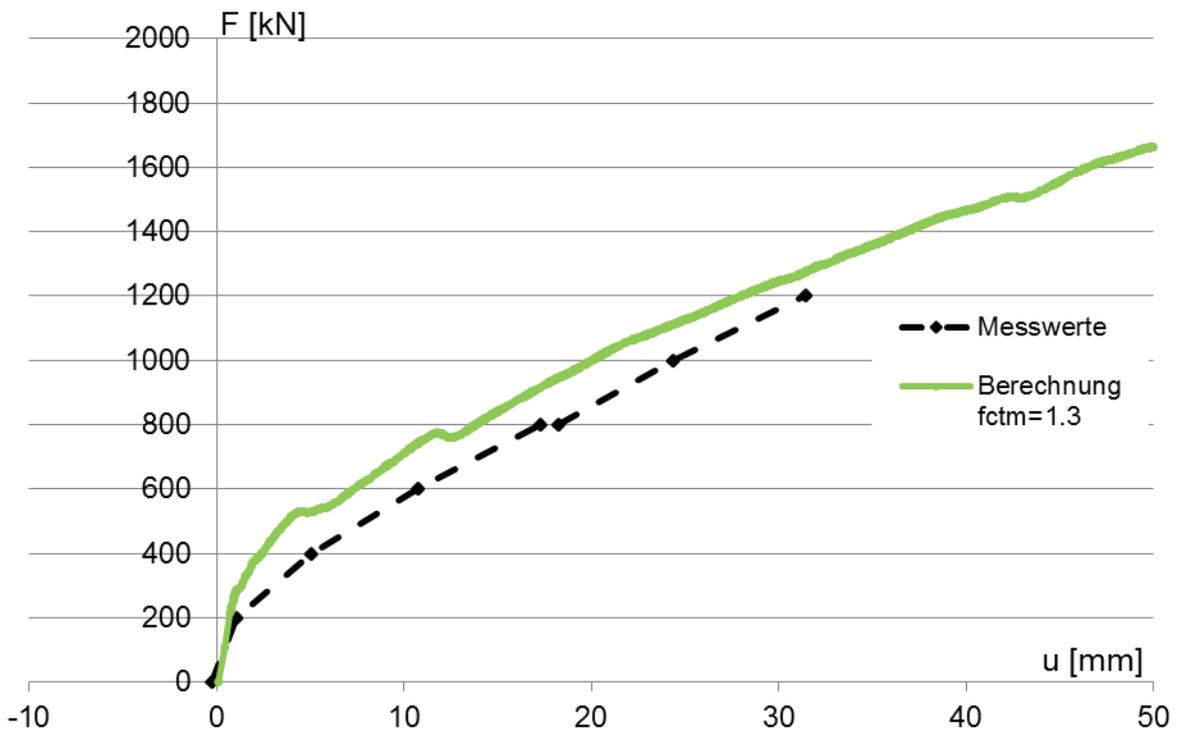


Bild 6-26: IP3, Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung mit $f_{ctm} = 1,3 \text{ MN/m}^2$

Beim Vergleich zwischen den rechnerischen und den im Versuch gemessenen Bügelspannungen ist zu bedenken, dass die Betonzugfestigkeit im Rechenmodell in jedem Volumenelement gleich groß ist, während sie am Versuchsträger mit Sicherheit gewissen Streuungen in unbekannter Größe unterliegt. Auch unter diesem Aspekt ist keine völlige Übereinstimmung zu erwarten.

Versuchsträger IP1, $f_{ctm} = 3,0 \text{ MN/m}^2$

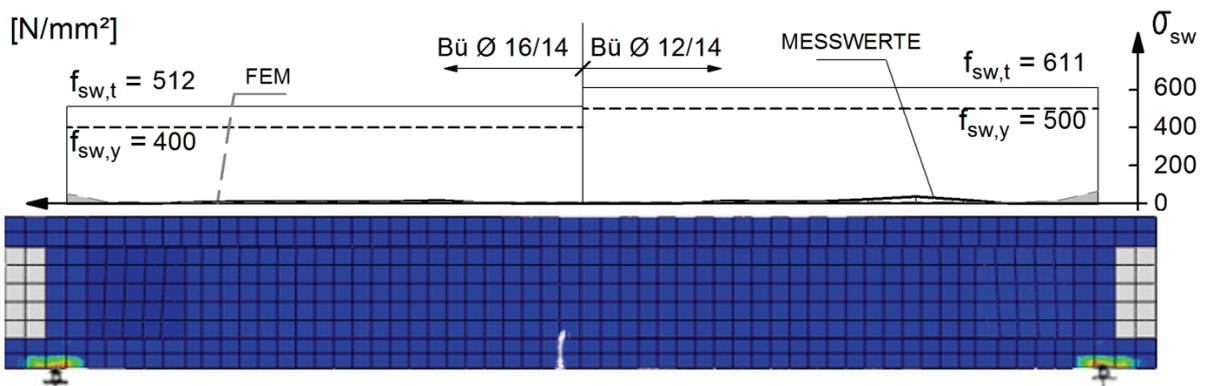


Bild 6-27: IP1, Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=3,0 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

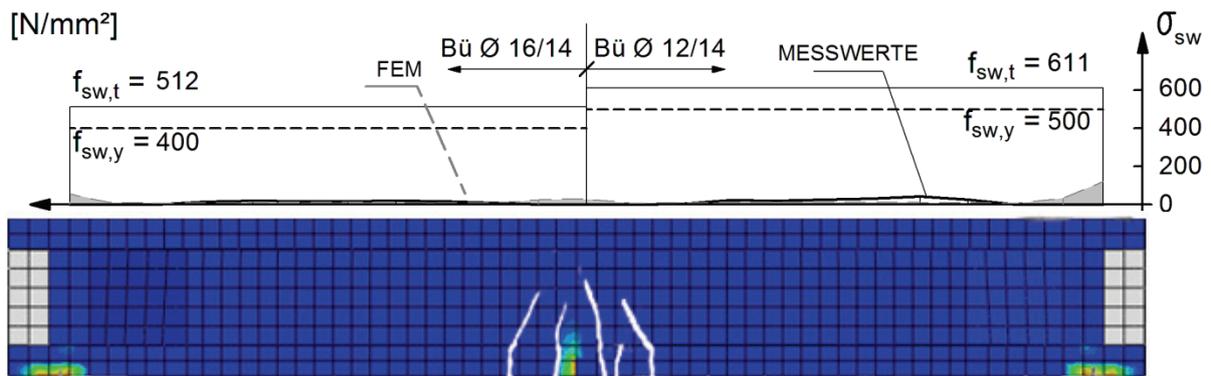


Bild 6-28: IP1, Laststufe 1200 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=3,0$ MN/m², Rissbild und Bügelspannung

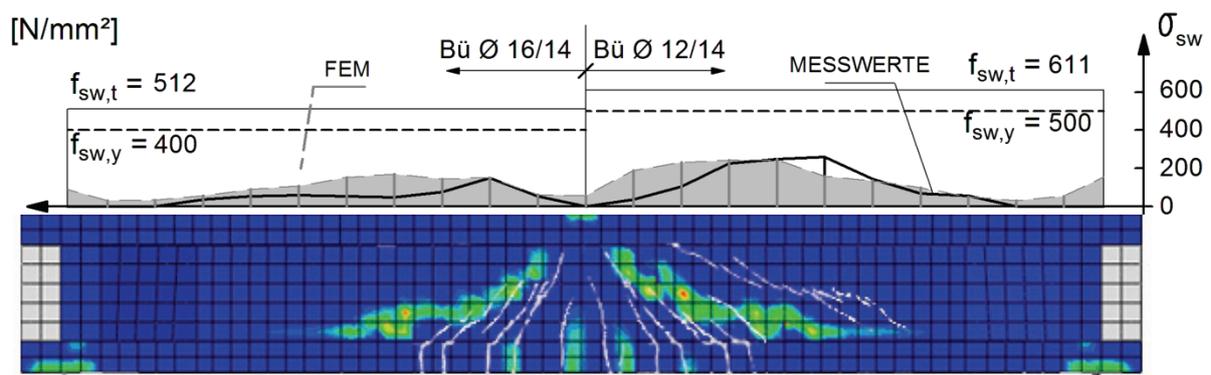


Bild 6-29: IP1, Laststufe 1400 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=3,0$ MN/m², Rissbild und Bügelspannung

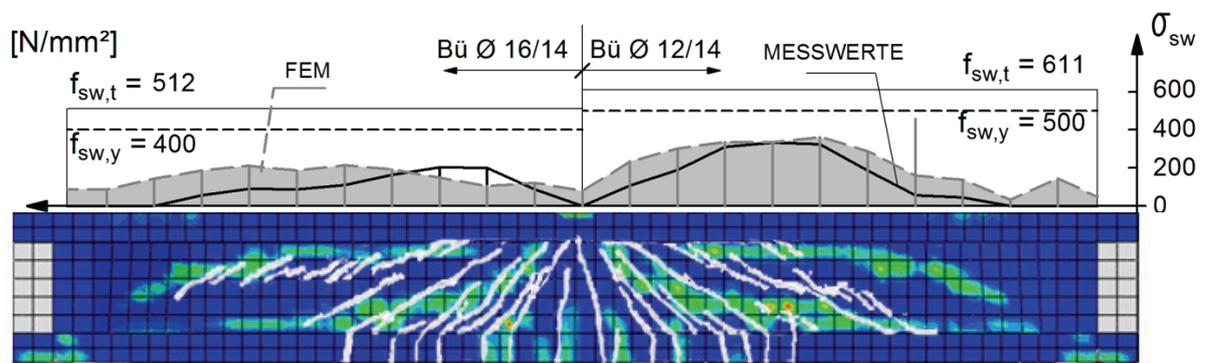


Bild 6-30: IP1, Laststufe 1600 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=3,0$ MN/m², Rissbild und Bügelspannung

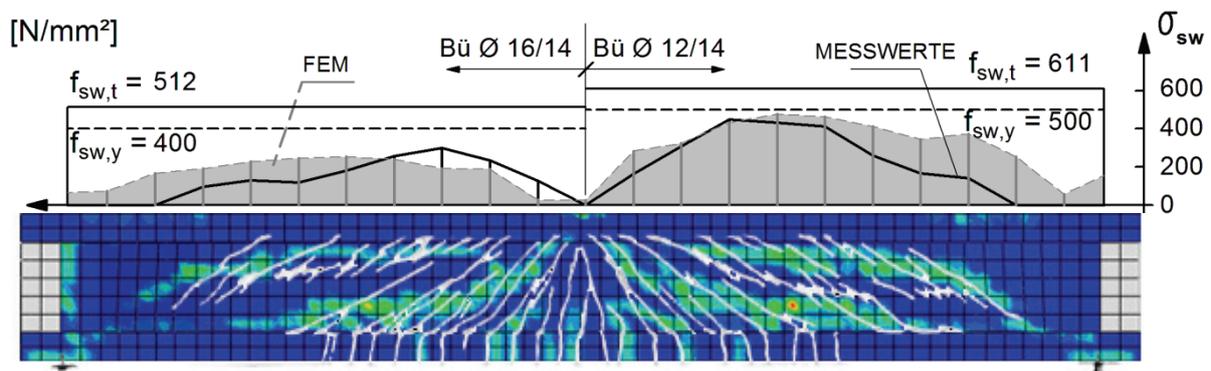


Bild 6-31: IP1, Laststufe 1800 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=3,0$ MN/m², Rissbild und Bügelspannung

Versuchsträger IP2, $f_{ctm} = 2,0 \text{ MN/m}^2$

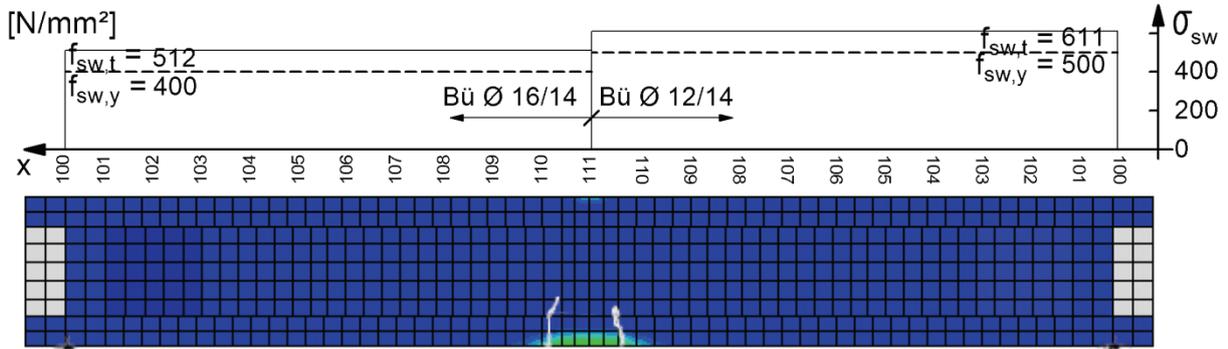


Bild 6-32: IP2, Laststufe 600 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=2,0 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

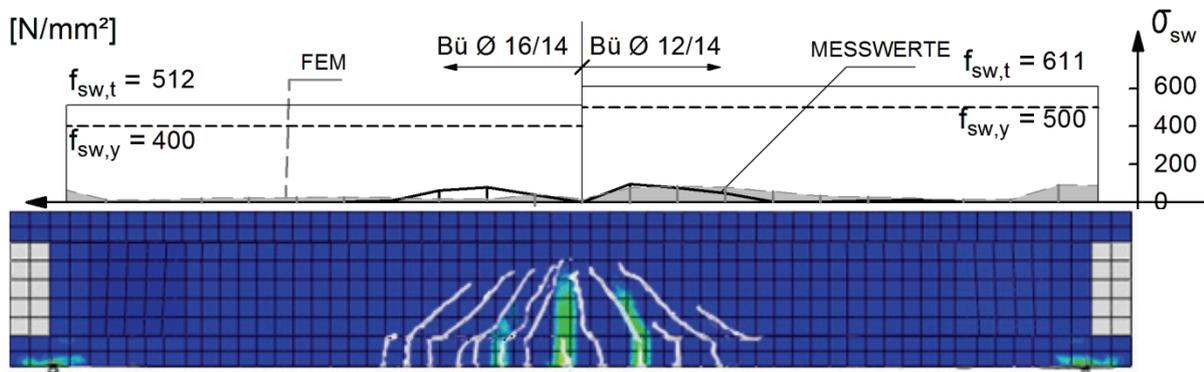


Bild 6-33: IP2, Laststufe 800 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=2,0 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

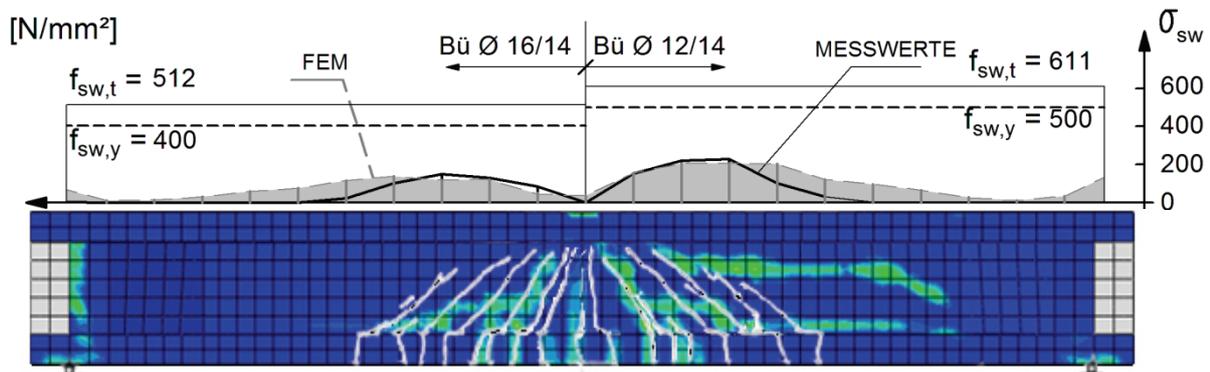


Bild 6-34: IP2, Laststufe 1000 kN- $f_{ctm}=2,0 \text{ MN/m}^2$, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

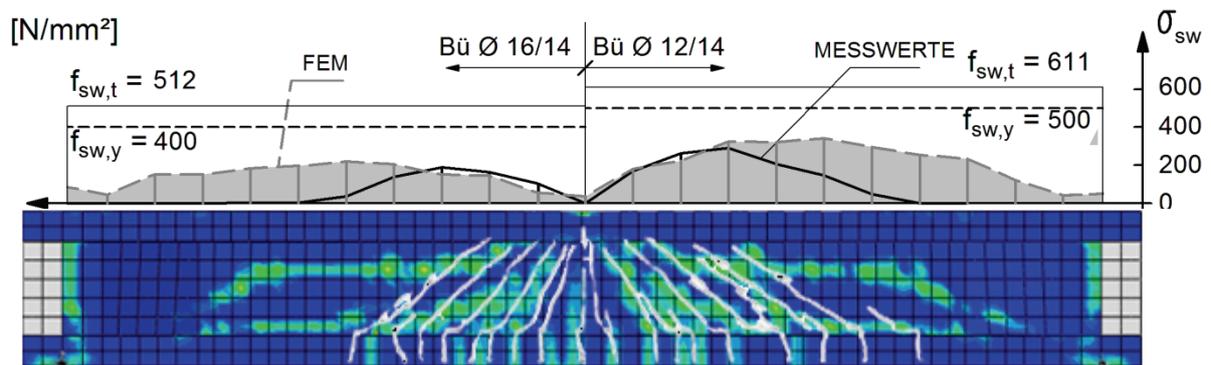


Bild 6-35: IP2, Laststufe 1200 kN- $f_{ctm}=2,0$ MN/m², Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

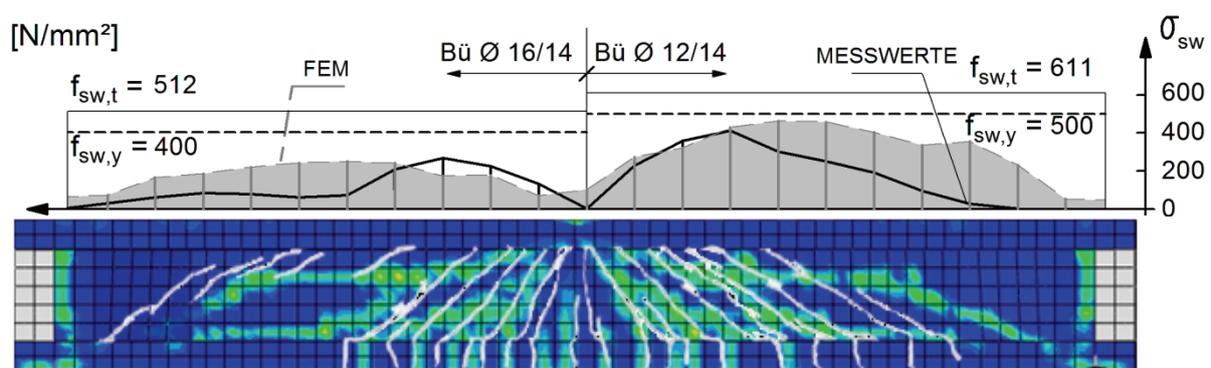


Bild 6-36: IP2, Laststufe 1400 kN- $f_{ctm}=2,0$ MN/m², Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

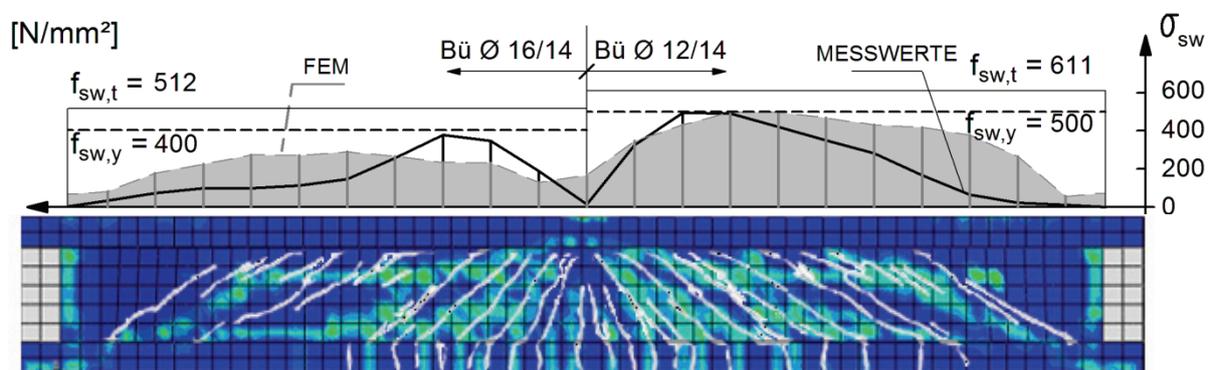


Bild 6-37: IP2, Laststufe 1600 kN- $f_{ctm}=2,0$ MN/m², Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannungen

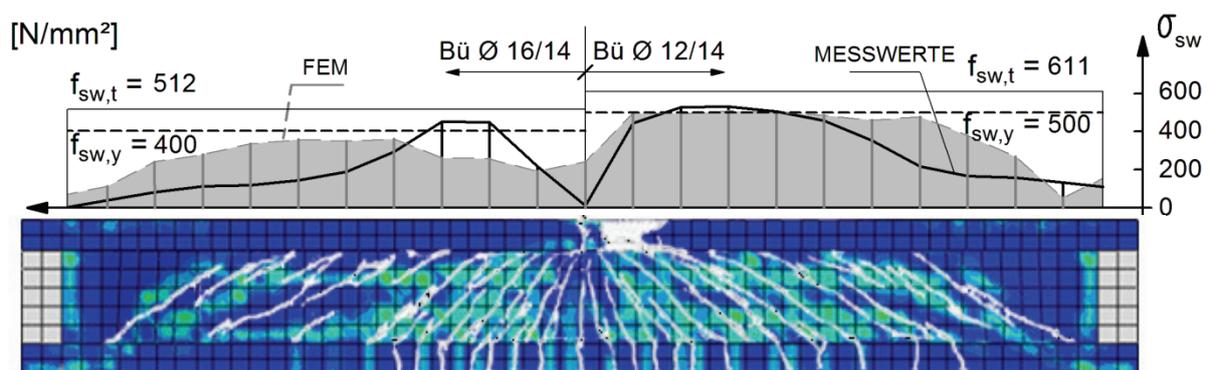


Bild 6-38: IP2, Laststufe 1800 kN- $f_{ctm}=2,0$ MN/m², Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Versuchsträger IP3, $f_{ctm} = 1,3 \text{ MN/m}^2$

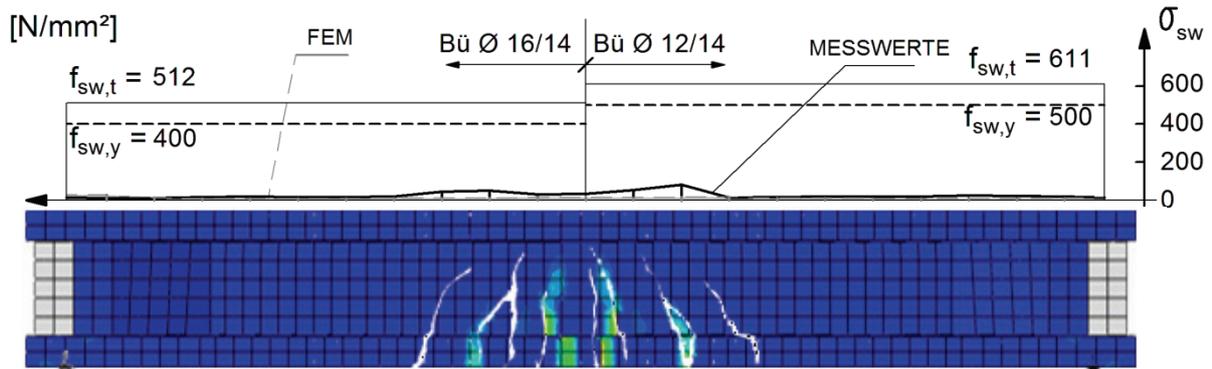


Bild 6-39: IP3, Laststufe 400 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

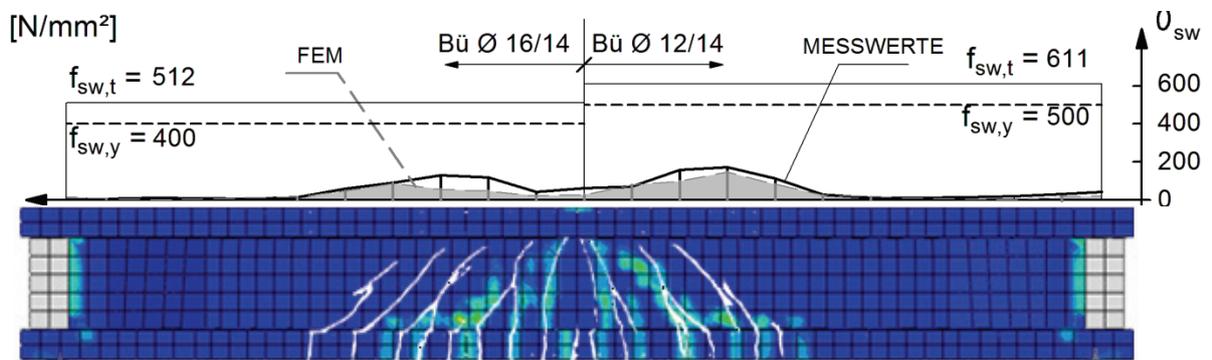


Bild 6-40: IP3, Laststufe 600 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

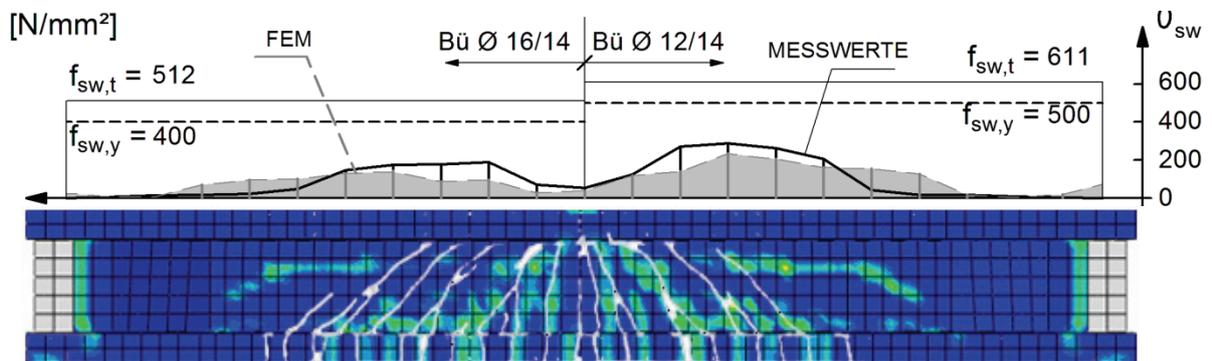


Bild 6-41: IP3, Laststufe 800 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

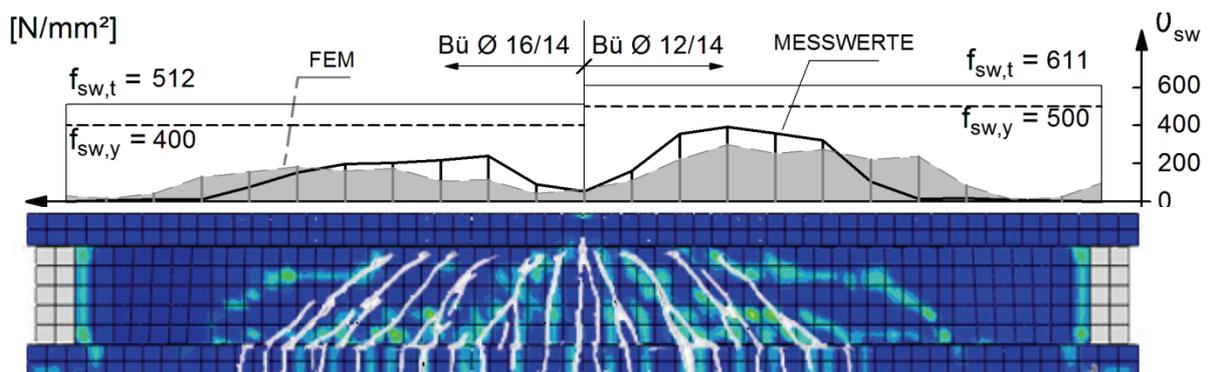


Bild 6-42: IP3, Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

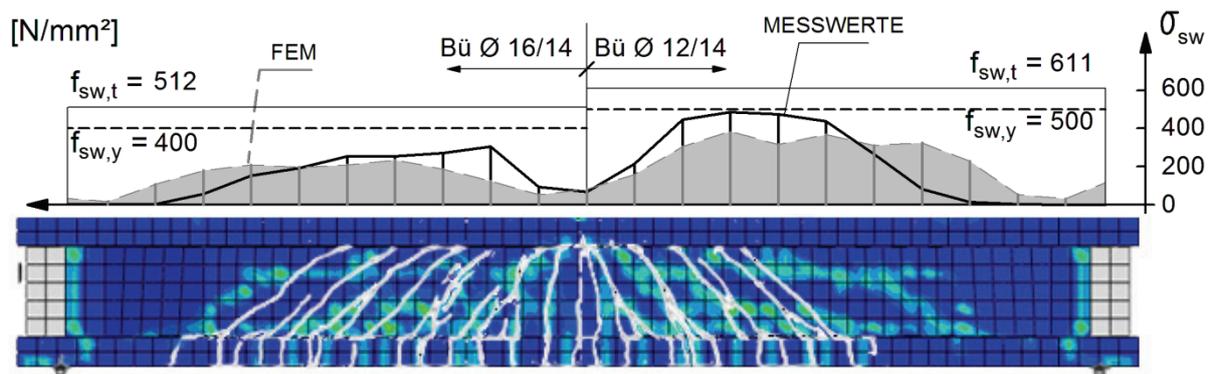


Bild 6-43: IP3, Laststufe 1200 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

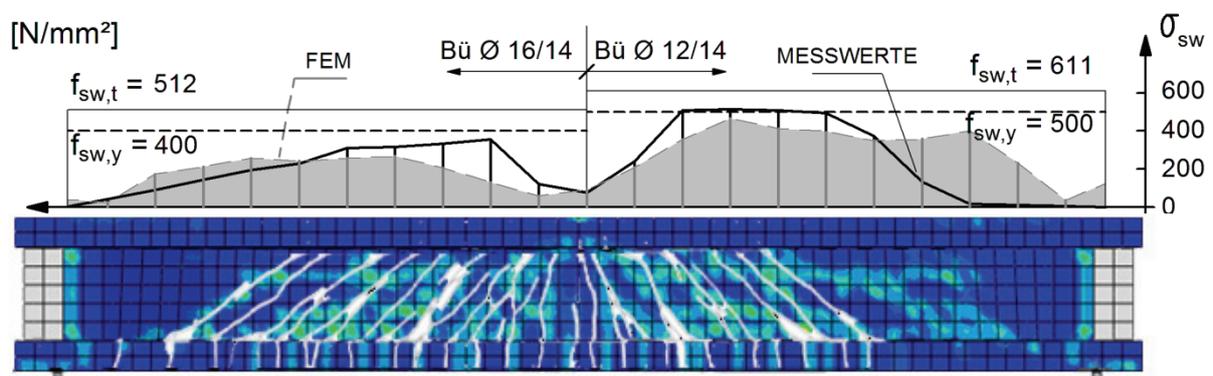


Bild 6-44: IP3, Laststufe 1400 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

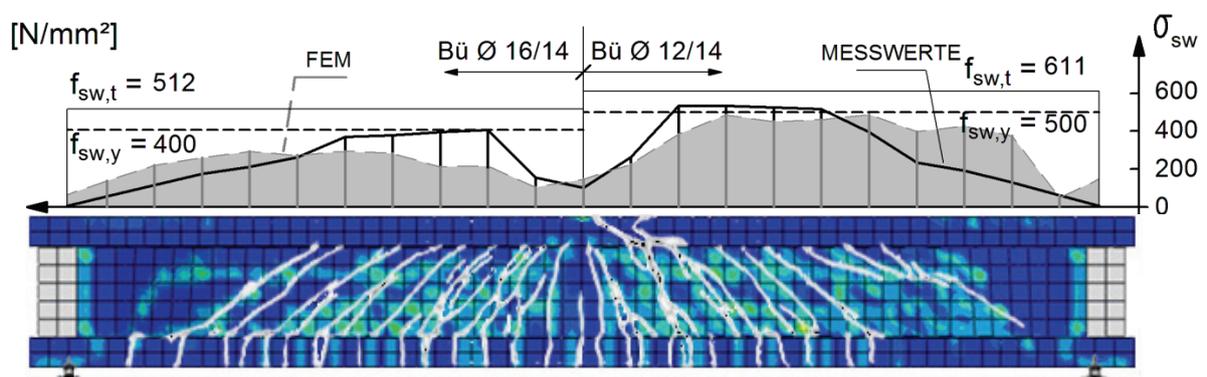


Bild 6-45: IP3, Laststufe 1600 kN, Vergleich Versuch/FEM- $f_{ctm}=1,3 \text{ MN/m}^2$, Rissbild und Bügelspannung

6.3 Versuchsreihe T

Durch die nichtlinearen Simulationsberechnungen unter Ansatz der am Bauteil über die Risslast ermittelten Betonzugfestigkeiten, können die integralen Größen der Versuchsergebnisse, wie die Last-Verformungs-Kurven (Bild 6-46 bis Bild 6-48) und die lokalen Effekte, wie die gemessenen Bügelspannungen und die beobachteten Risse in der Tendenz sehr gut abgebildet werden. Die Darstellungen in Bild 6-49 bis Bild 6-60 enthalten den Vergleich der Rissbilder und Bügelspannungen aus den Versuchen der Reihe T mit den FEM-Berechnungen unter der Laststufe 1000 bis 1600 kN. Die elementweise verschmierte Rissbildung ist durch die aufgehellten Elemente dargestellt. Zusätzlich sind die beobachteten Risse durch weiße Linien eingezeichnet.

Im Schnitt 103_{rechts} des Versuchsträgers TG1 ist eine Abweichung zu erkennen. Die Risse aus der numerischen Berechnung sind hier nicht mehr vorhanden, entsprechend klein sind die gerechneten Bügelspannungen. Hingegen sind dort im Versuch Risse und damit verbundene höhere Bügelspannungen aufgetreten (Bild 6-52). Dies hängt vermutlich damit zusammen, dass die Betonzugfestigkeit auch innerhalb eines Trägers mehr oder weniger streut. Diese Streuung ist aber offensichtlich über das ganze Bauteil nicht so ausgeprägt vorhanden, so dass in den übrigen Bereichen die konstant angesetzte Zugfestigkeit zu guten bis teilweise sehr guten Übereinstimmungen mit den Versuchswerten führt.

Mit den numerischen Berechnungen kann die in Kapitel 5 beschriebene Abhängigkeit der Querkrafttraganteile des *Druckbogens* und *Fachwerks* vom Beanspruchungsniveau verifiziert werden (Bild 6-49 bis Bild 6-60). Die Bügelspannungen springen nur im Bereich der Fachwerktragwirkung an. Mit zunehmender Belastung weitet sich dieser Bereich von Feldmitte zu den Auflagern hin aus. Demzufolge geht der Einfluss des Druckbogens mit zunehmender Belastung weiter zurück, bis seine Tragwirkung nur noch in den Auflagerbereichen zu erkennen ist. Dort können Bügelkräfte aus Spaltzugkräften resultieren, wenn die Hauptzugspannungen σ_1 die Betonzugfestigkeit f_{ctm} überschreiten.

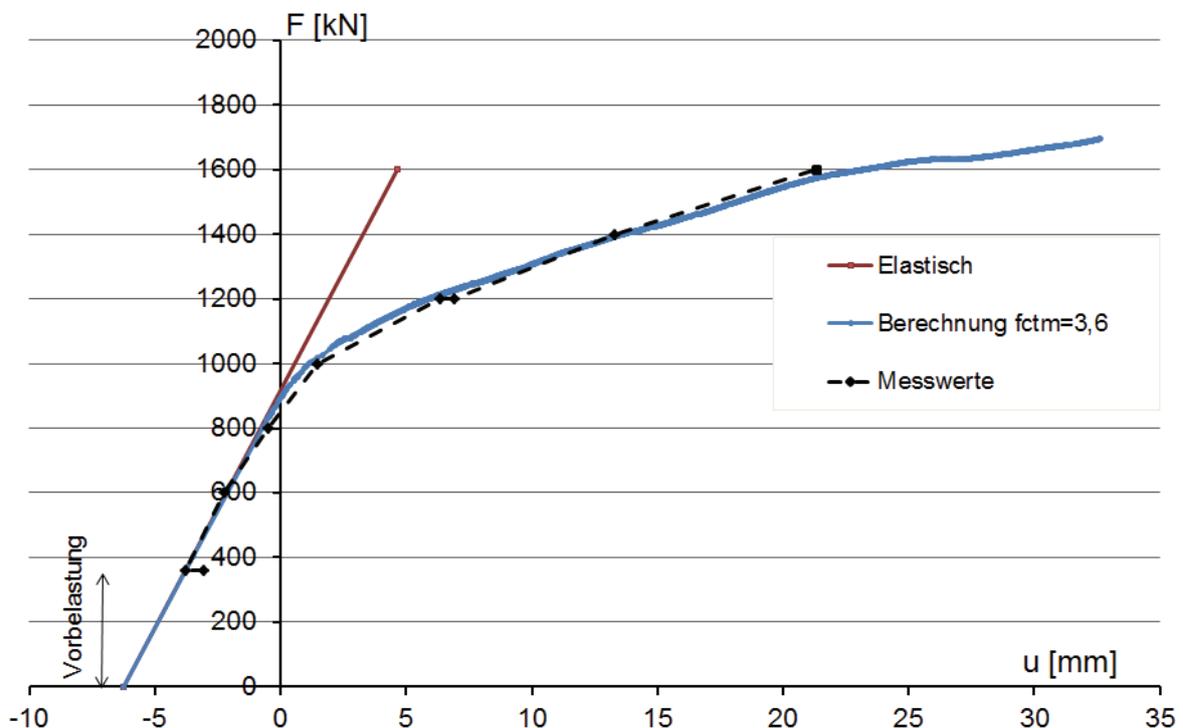


Bild 6-46: TG1, $f_{ctm}=3,6$ MN/m², Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung

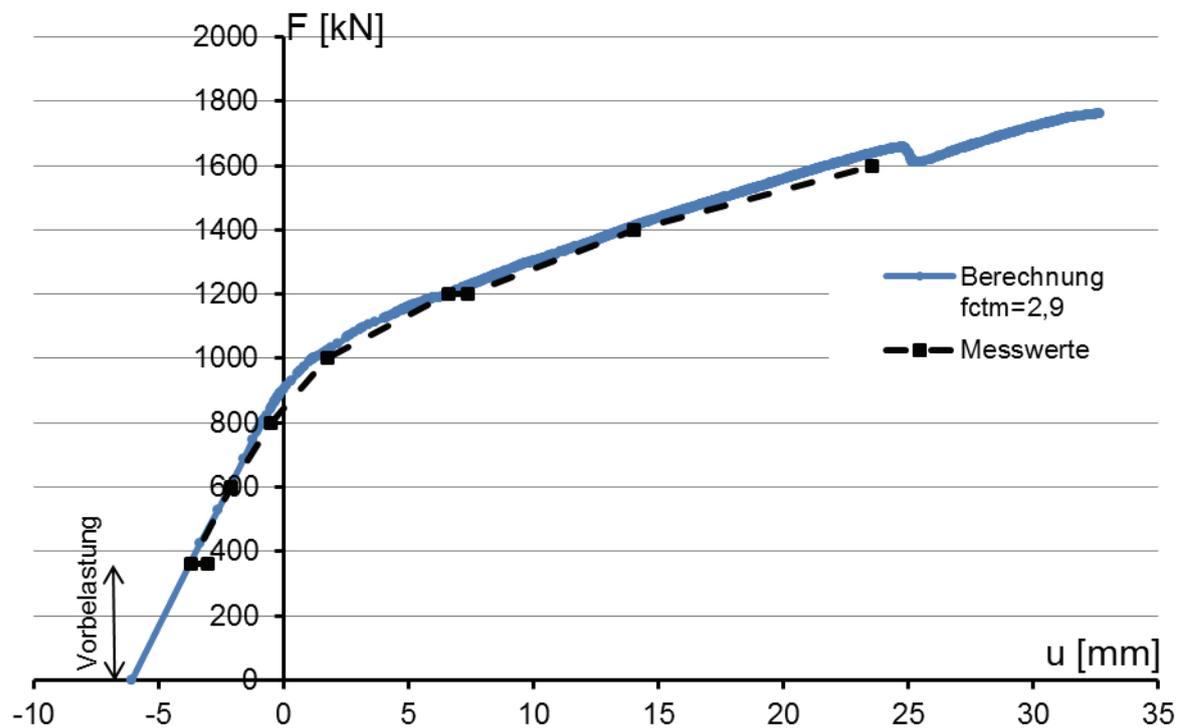


Bild 6-47: TG2, $f_{ctm}=2,9$ MN/m², Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung

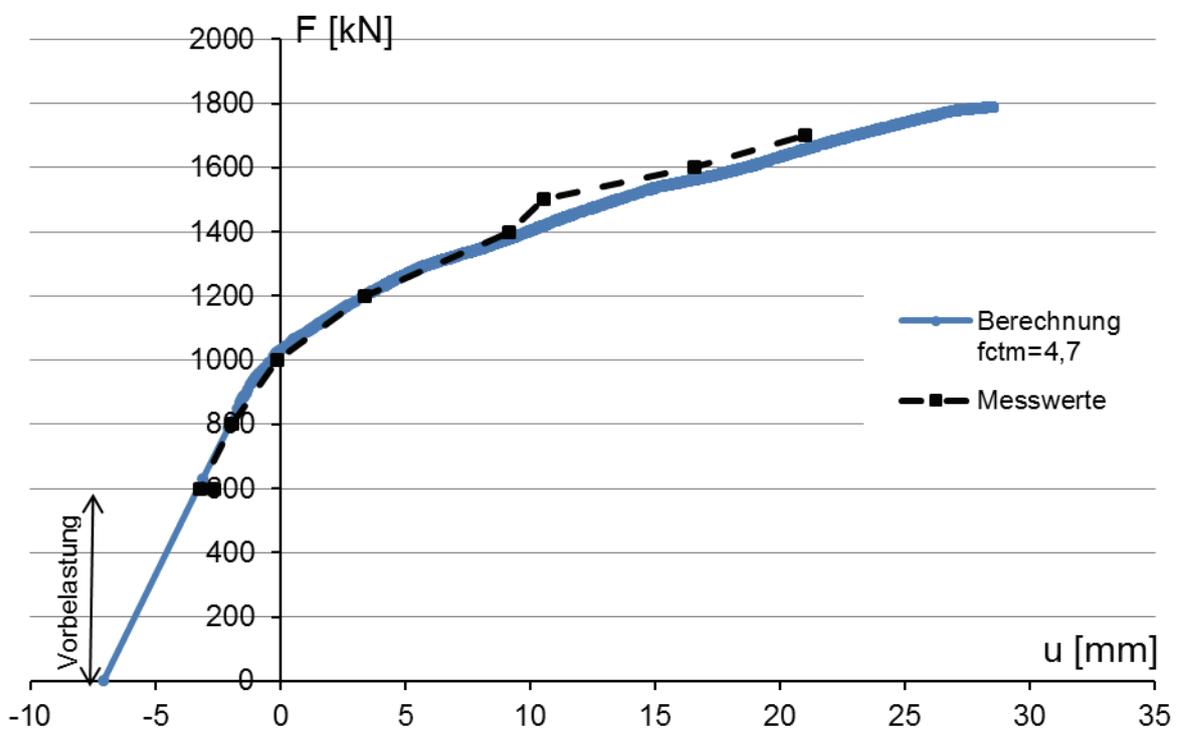


Bild 6-48: TP3, $f_{ctm}=4,7$ MN/m², Vergleich der Lastverformungskurven aus Versuch und FEM-Berechnung

Versuchsträger TG1

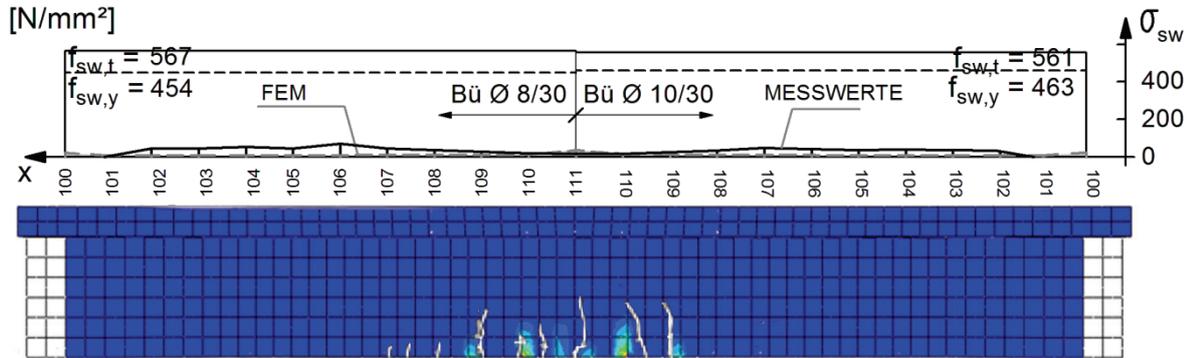


Bild 6-49: TG1, $f_{ctm}=3,6 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

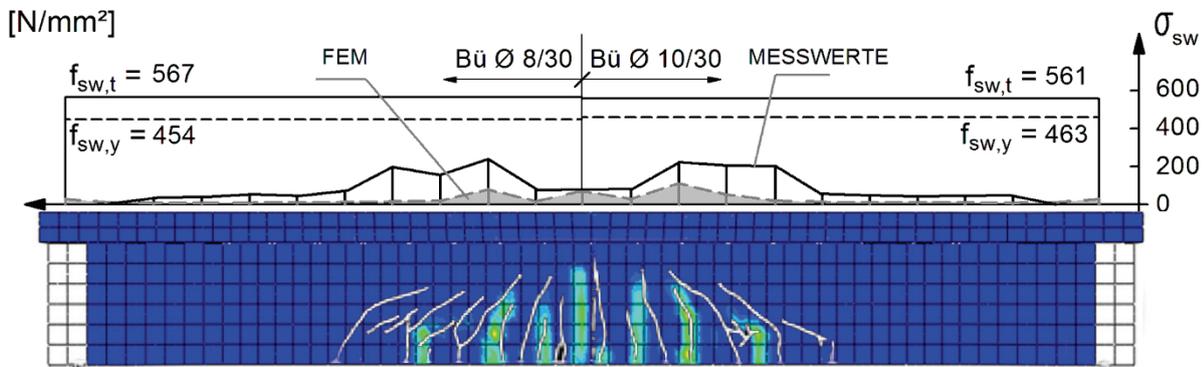


Bild 6-50: TG1, $f_{ctm}=3,6 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1200 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

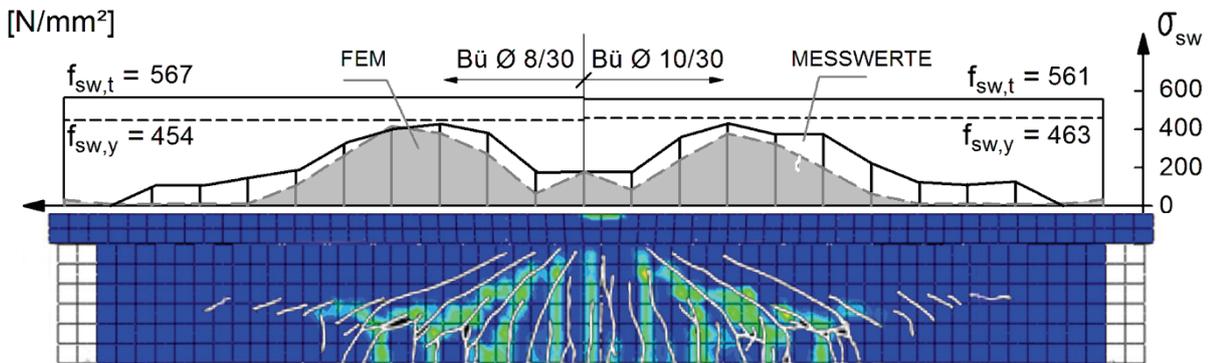


Bild 6-51: TG1, $f_{ctm}=3,6 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1400 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

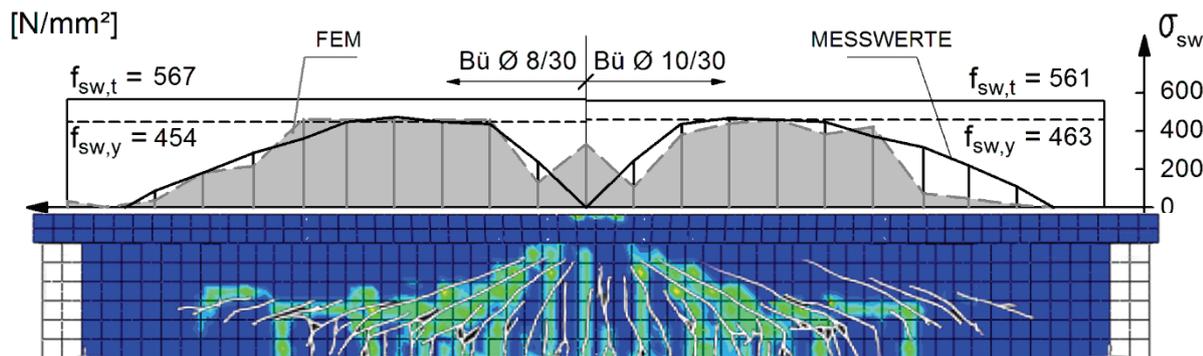
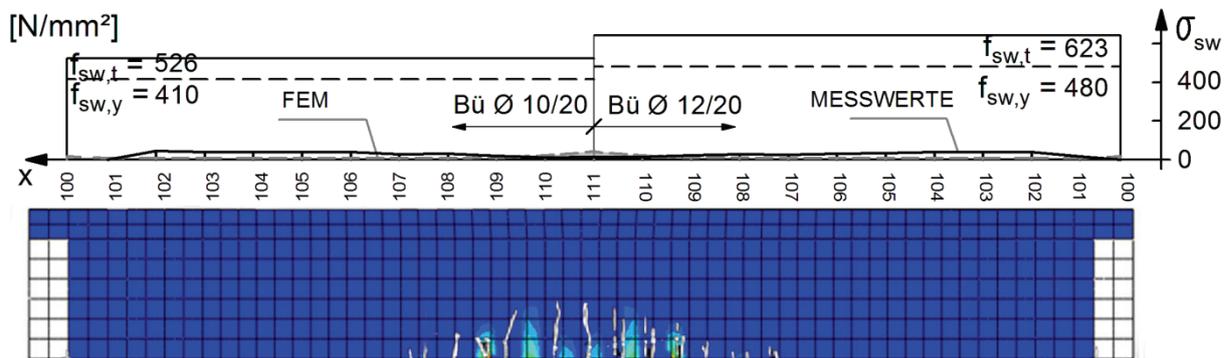
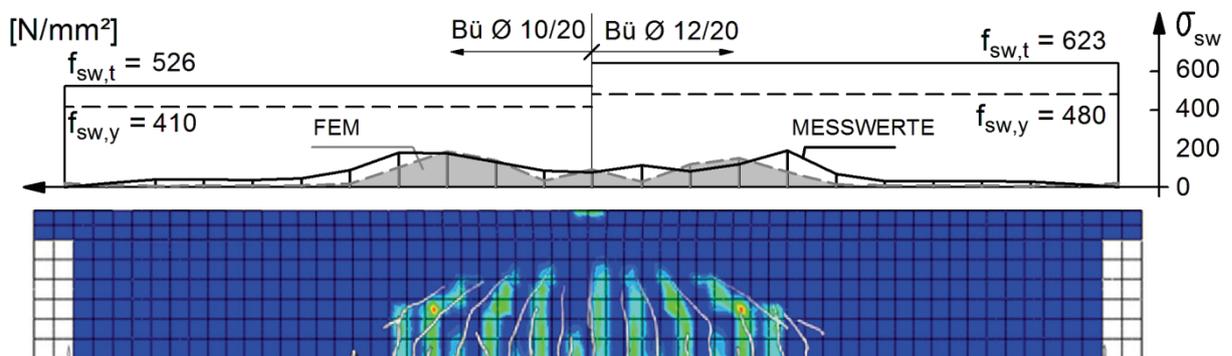
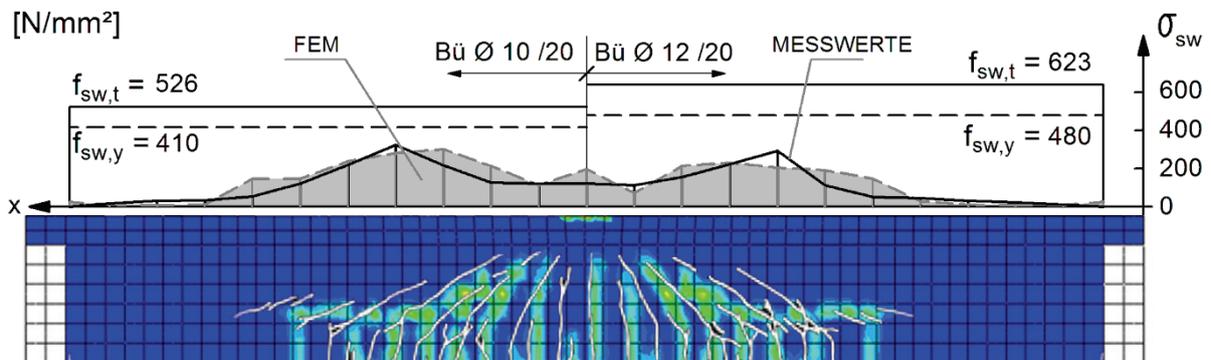
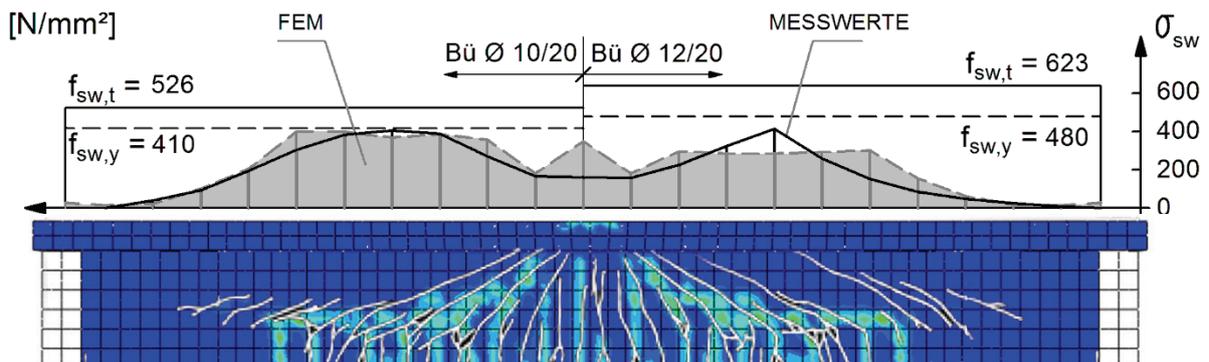


Bild 6-52: TG1, $f_{ctm}=3,6 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1600 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Versuchsträger TG2

Bild 6-53: TG2, $f_{ctm}=2,9$ MN/m², Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Bild 6-54: TG2, $f_{ctm}=2,9$ MN/m², Laststufe 1200 kN, Rissbild Versuch/FEM, Bügelspannungen Versuch/FEM

Bild 6-55: TG2, $f_{ctm}=2,9$ MN/m², Laststufe 1400 kN, Rissbild Versuch/FEM, Bügelspannungen Versuch/FEM

Bild 6-56: TG2, $f_{ctm}=2,9$ MN/m², Laststufe 1600 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Versuchsträger TP3

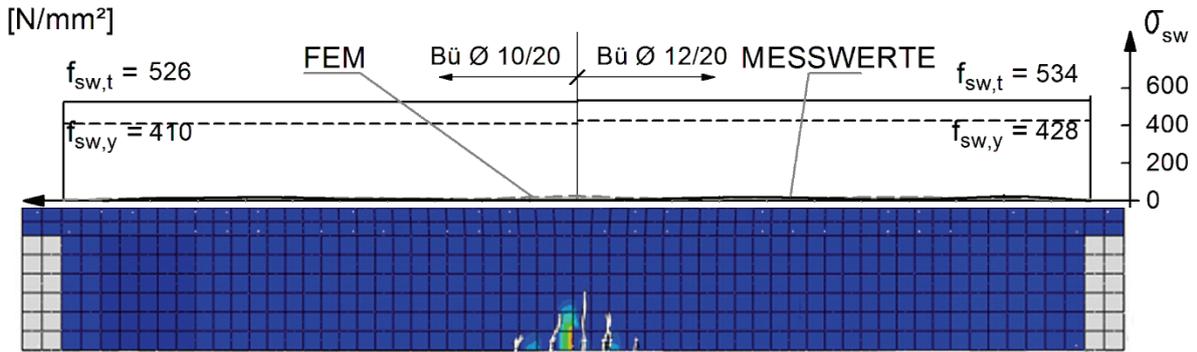


Bild 6-57: TP3, $f_{ctm}=4,7 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1000 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

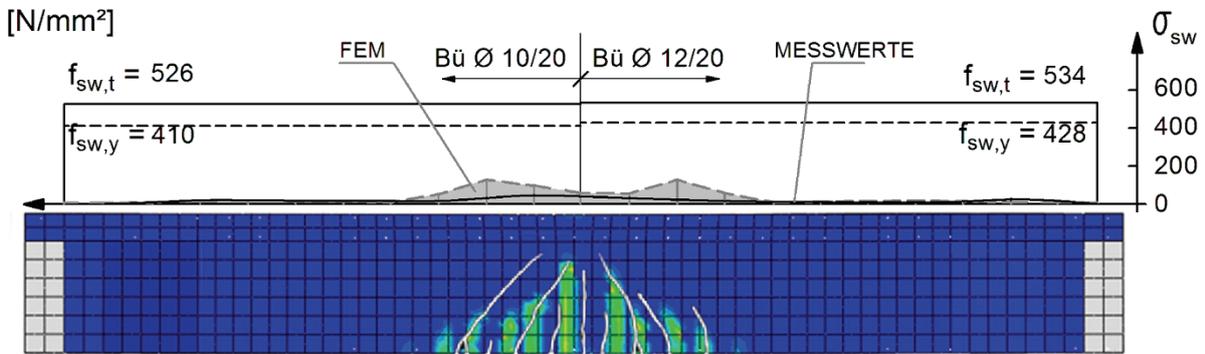


Bild 6-58: TP3, $f_{ctm}=4,7 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1200 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

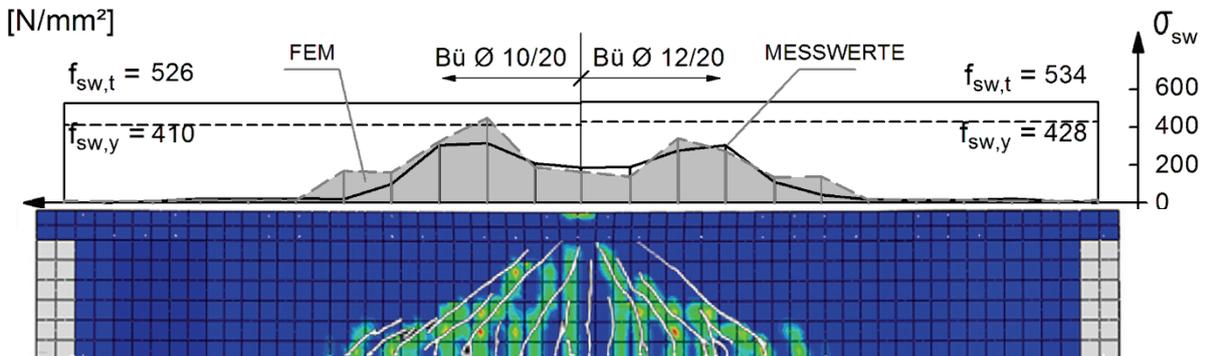


Bild 6-59: TP3, $f_{ctm}=4,7 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1400 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

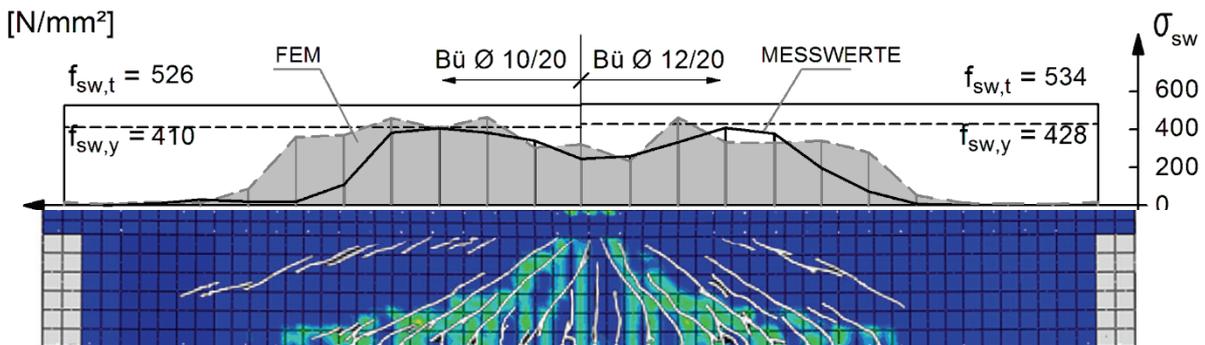


Bild 6-60: TP3, $f_{ctm}=4,7 \text{ MN/m}^2$, Laststufe 1600 kN, Vergleich Versuch/FEM, Rissbild und Bügelspannung

Zur Veranschaulichung der Tragwirkung werden nachfolgend die Hauptspannungstrajektorien beispielhaft für TP3 dargestellt (Bild 6-61 bis Bild 6-64). Die Hauptdruckspannungen sind gemeinsam mit den beobachteten Rissen dargestellt. Somit kann man leicht erkennen, dass die Richtung der Hauptdruckspannungen mit der Richtung der Rissverläufe sehr gut übereinstimmt. In der Darstellung der Hauptzugspannungen ist der *Druckbogen* aus der Berechnung der Dehnungsebenen nach ZSt II mit enthalten. Der grau hinterlegte Bereich ist dabei die Biegedruckzone, die sich aus der Druckzonenhöhe im Zustand II ergibt. Die Abhängigkeit des Druckbogens vom Beanspruchungsniveau spiegelt sich auch im Verlauf der Hauptzugspannungen wieder. Auffallend sind die hohen und steil gerichteten Hauptzugspannungen senkrecht zum Verlauf des Druckbogens.

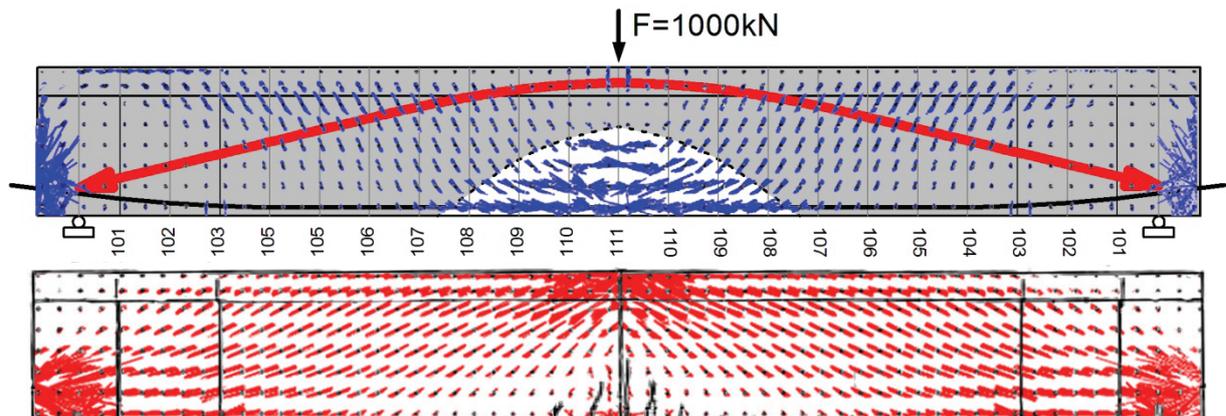


Bild 6-61: TP3, $F=1000$ kN, o: Hauptzugspannungen mit Druckbogen, u: Hauptdruckspannungen mit Rissbild,

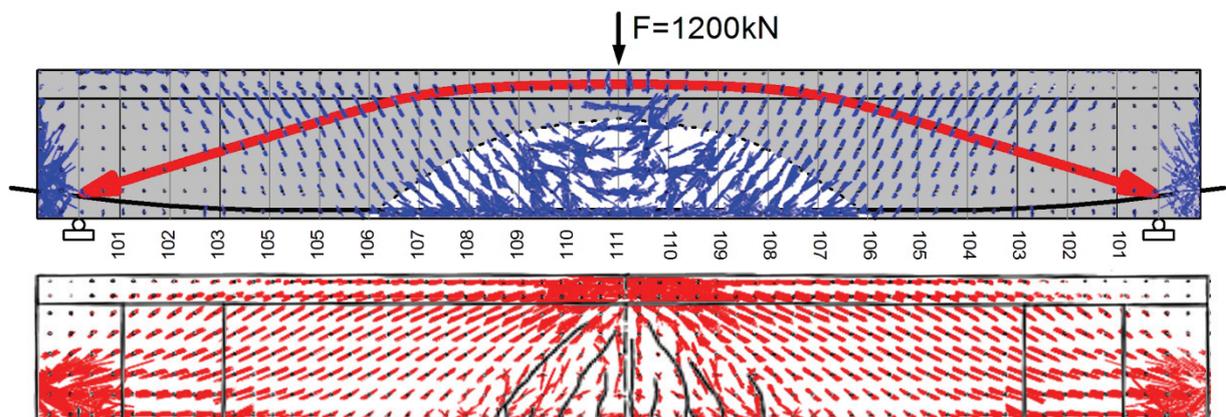


Bild 6-62: TP3, $F=1200$ kN, o: Hauptzugspannungen mit Druckbogen, u: Hauptdruckspannungen mit Rissbild

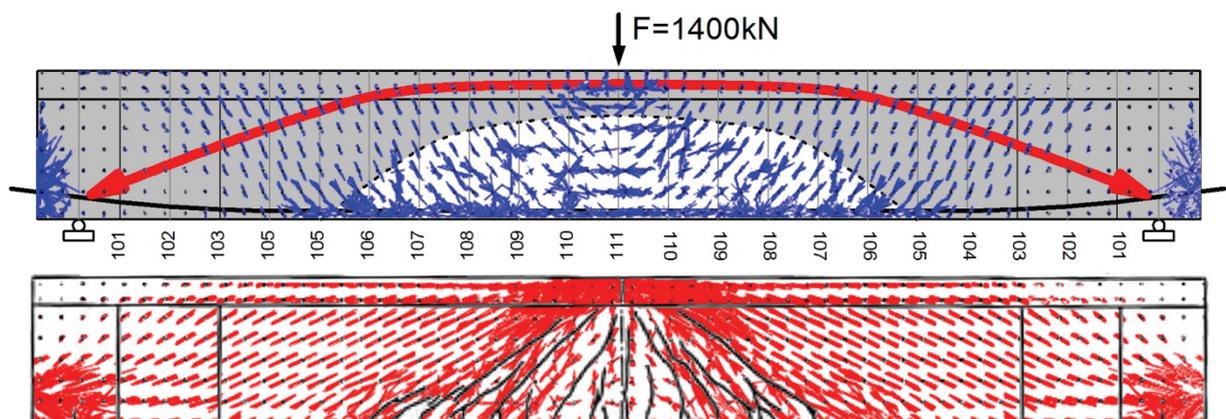


Bild 6-63: TP3, $F=1400$ kN, o: Hauptzugspannungen mit Druckbogen, u: Hauptdruckspannungen mit Rissbild

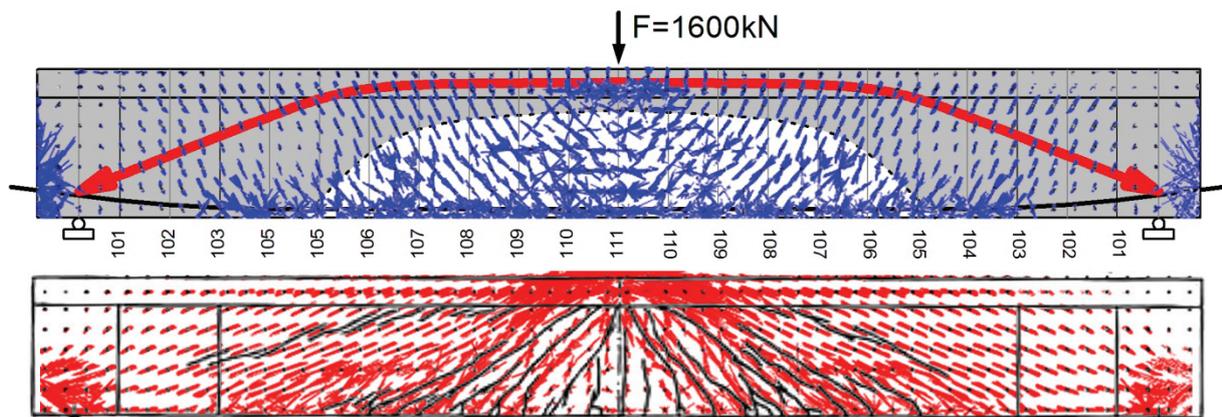


Bild 6-64: TP3, $F=1600$ kN, σ : Hauptzugspannungen mit Druckbogen, u : Hauptdruckspannungen mit Rissbild

Man erkennt, wie mit zunehmender Beanspruchung der Bereich mit den großen Hauptzugspannungen zu den Auflagern hin wandert. Offensichtlich sind die Hauptzugspannungen aus Gleichgewichtsgründen auch zur Umlenkung des Druckbogens sowie zur Aufnahme der Spaltzugkräfte im Auflagerbereich erforderlich. Daher wird möglicherweise ein zusätzliches Nachweiskriterium für die Begrenzung der Hauptzugspannungen im Beton benötigt, damit die Umlenkung des Druckbogens sichergestellt ist.

Die nachfolgenden Darstellungen Bild 6-65 bis Bild 6-67 zeigen bei den Trägern TG1, TG2 und TP3 die nach Handrechnung ermittelten und an ausgewählten Schnitten eingetragenen Hauptzugspannungen nach Zustand I für verschiedene Beanspruchungsniveaus. Zusätzlich sind die beobachteten Risse und die Druckzone für die Längsspannungen σ_x im Hintergrund dargestellt. Zur Übersichtlichkeit sind darüber hinaus die gemessenen und die berechneten Bügelspannungen den Hauptzugspannungen gegenübergestellt.

Die ersten Risse in der Zone A sind bereits bei Erreichen der Hauptzugspannung $\sigma_1 = 2,08$ MN/m² bei Träger TG1, $\sigma_1 = 2,62$ MN/m² bei Träger TG2 und $\sigma_1 = 1,92$ MN/m² bei Träger TP3 vorhanden. Diese entsprechen der $2,08 / 3,6 = 0,57$ fachen Zugfestigkeit (Laststufe 1400 kN) bei TG1, der $2,62 / 2,9 = 0,90$ fachen Zugfestigkeit (Laststufe 1600 kN) bei TG2 und der $1,92 / 4,7 = 0,41$ fachen Zugfestigkeit (Laststufe 1600 kN) bei TP3. Mit dem Einstellen der ersten Schubrisse in der Zone A springen die Bügel an und helfen bei der Umlenkung des Druckbogens an den entsprechenden Stellen. Aufgrund der großen Unterschiede zwischen den in der Zone A zu den ersten Schubrissen führenden Hauptzugspannungen und des Fehlens einer bestimmten Gesetzmäßigkeit des Verhältnisses zwischen diesen und den tatsächlichen Betonzugfestigkeiten, kann eine Angabe eines eindeutigen Kriteriums zur Begrenzung der Hauptzugspannungen für die praktische Nachweisführung aus den bisherigen Untersuchungen heraus zunächst nicht gemacht werden. Daher erfolgt eine weitere Untersuchung zum Einfluss der Betonzugfestigkeit in Kapitel 6.4.

Versuchsträger TG1

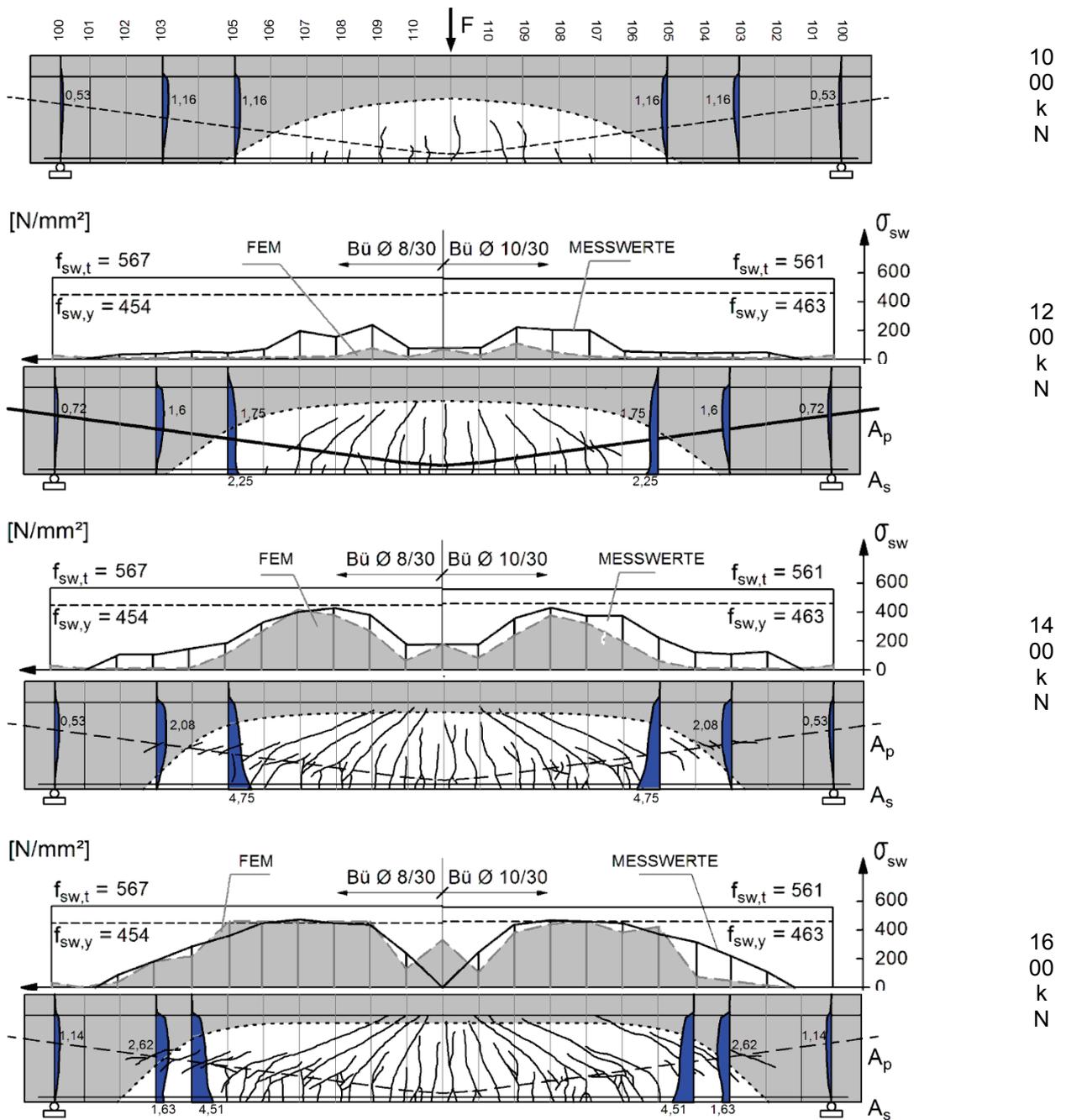


Bild 6-65: Hauptzugspannungen σ_1 nach Handrechnung in der Zone AB bei dem Träger TG 1 ($f_{ctm}^* = 3,6$ MN/m²) unter $F = 1000$ bis 1600 kN

Versuchsträger TG2

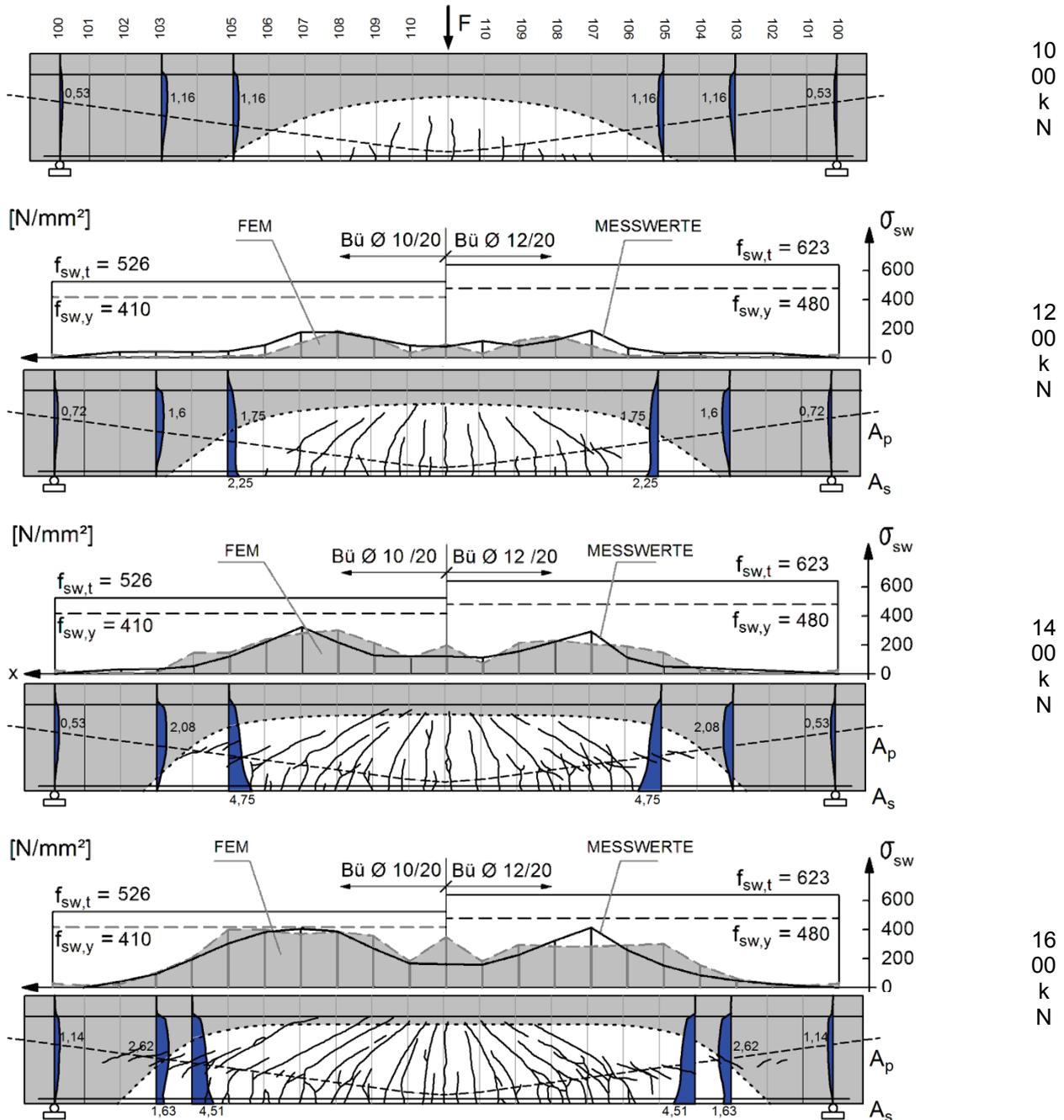


Bild 6-66: Hauptzugspannungen σ_1 nach Handrechnung in der Zone AB bei dem Träger TG 2 ($f_{ctm} = 2,9 \text{ MN/m}^2$) unter $F = 1000$ bis 1600 kN

Versuchsträger TP3

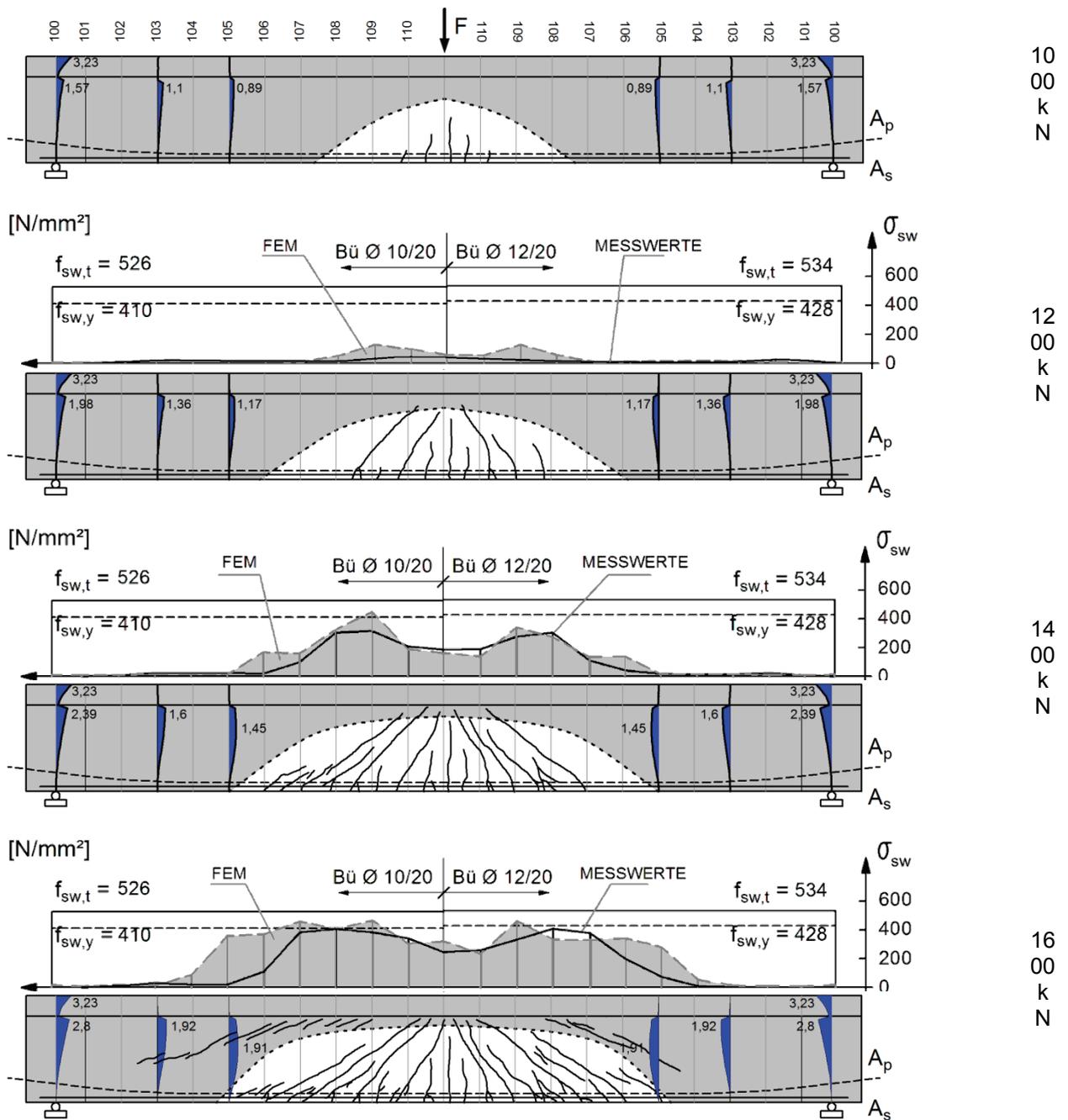


Bild 6-67: Hauptzugspannungen σ_1 nach Handrechnung in der Zone AB bei dem Träger TP 3 ($f_{ctm} = 4,7 \text{ MN/m}^2$) unter $F = 1000$ bis 1600 kN

6.4 Studie zum Einfluss der Betonzugfestigkeit bei den Trägern der Reihe T

Zum Einfluss der Betonzugfestigkeit wurden weitere Berechnungen für die Träger TG1, TG2 sowie TP3 mit verminderten Zugfestigkeiten des Betons durchgeführt. Dabei wurden die zuvor eingesetzten Betonzugfestigkeiten, die sich über die am Bauteil gemessene Risslast ergaben (TG1 = 3,6 N/mm², TG2 = 2,9 N/mm², TP3 = 4,7 N/mm²) durchgehend auf $f_{ctm} = 2,7$ und $f_{ctm} = 1,7$ N/mm² vermindert. Der Wert 1,7 N/mm² entspricht in etwa dem aus der Druckfestigkeit f_{ck} errechneten unteren Quantilwert der Betonzugfestigkeit $f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$ für alle Träger der Reihe T.

Tabelle 6.5: Der untere Wert der Betonzugfestigkeiten ($f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$)

	TG1	TG2	TP3
f_{cm} [kN]	29,4	27,1	27,1
$f_{ck} = f_{cm} - 4$ [MN/m ²]	25,4	23,1	23,1
f_{ctm} [MN/m ²]	2,6	2,4	2,4
$f_{ctk,0,05}$ [MN/m ²]	1,8	1,7	1,7

Die Kurven in Bild 6-68 bis Bild 6-70 zeigen zunächst den signifikanten Einfluss aus der Variation der Betonzugfestigkeit auf die Lastverformungskurven als integrale Größen der Träger der Reihe T.

Die Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Kurven nehmen mit zunehmender Abminderung der Betonzugfestigkeit deutlich zu. Bei einer Betonzugfestigkeit von $f_{ctm} = 1,7$ N/mm² wird die Traglast aus dem Versuch ($F \approx 1800$ kN) rechnerisch nicht mehr erreicht.

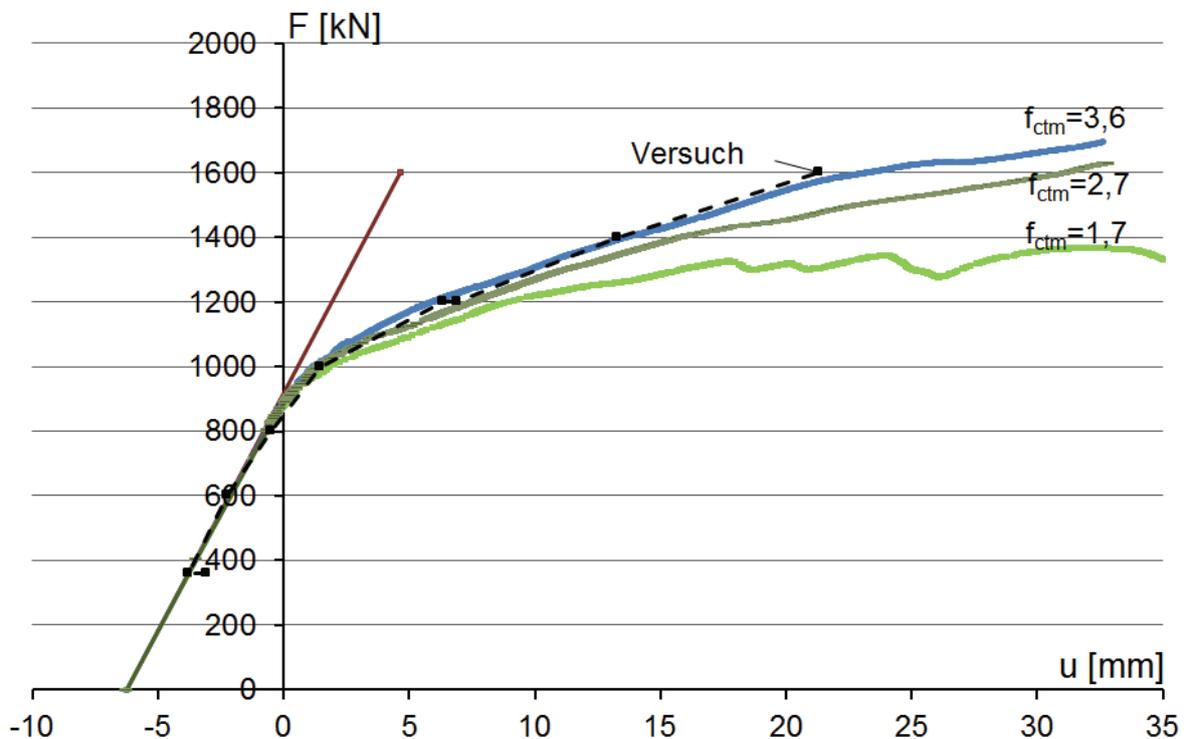


Bild 6-68: Verlauf der Lastverformungskurve des Trägers **TG1** in Abhängigkeit von der Größe der Betonzugfestigkeit

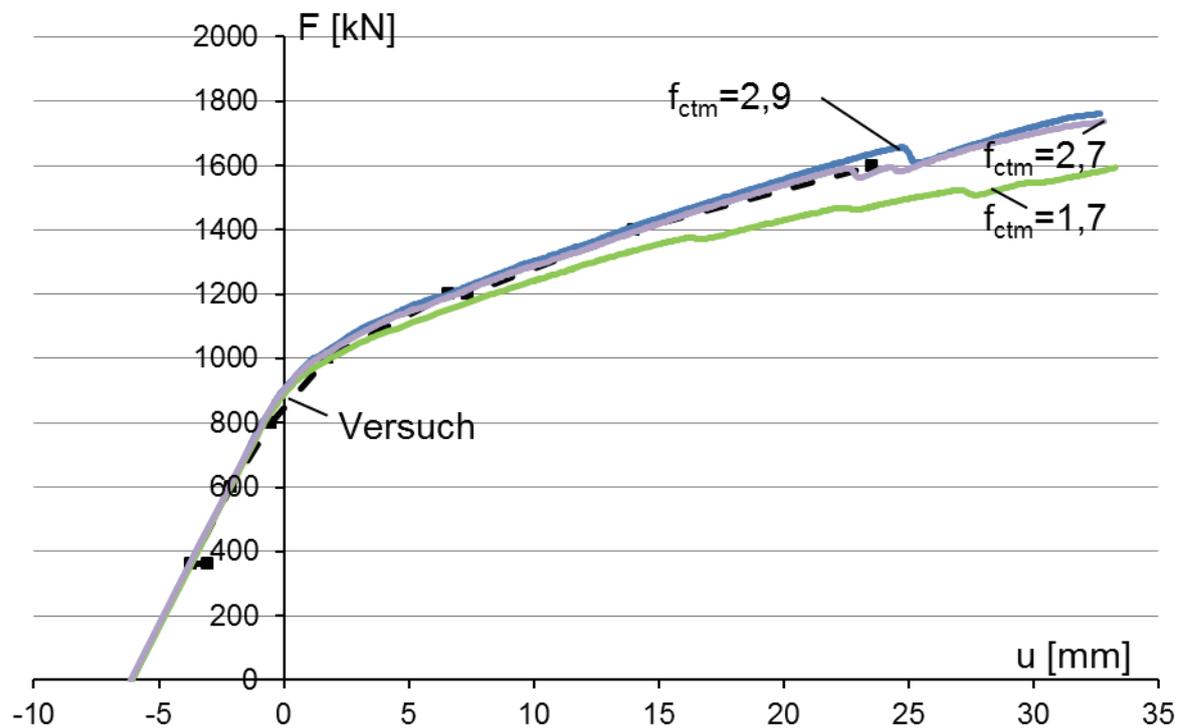


Bild 6-69: Verlauf der Lastverformungskurve des Trägers **TG2** in Abhängigkeit von der Größe der Betonzugfestigkeit

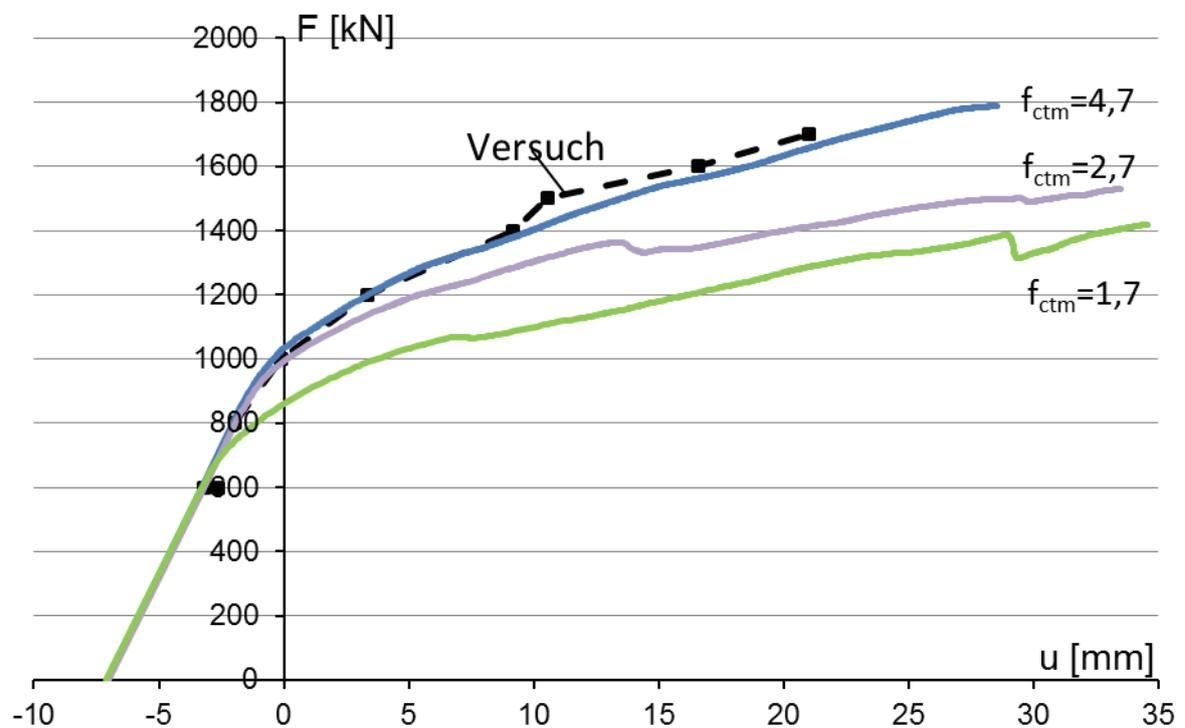


Bild 6-70: Verlauf der Lastverformungskurve des Trägers **TP3** in Abhängigkeit von der Größe der Betonzugfestigkeit

Tabelle 6.6: Abhängigkeit der rechnerischen Traglast von der Betonzugfestigkeit

TG1	f_{ctm} [N/mm ²]	3,6	2,7	1,7
	[%]	100	75	47
	Traglast [kN]	1800	1700	1400
	[%]	100	94	78
TG2	f_{ctm} [N/mm ²]	2,9	2,7	1,7
	[%]	100	96	59
	Traglast [kN]	1800	1790	1650
	[%]	100	99	92
TP3	f_{ctm} [N/mm ²]	4,7	2,7	1,7
	[%]	100	57	36
	Traglast [kN]	1800	1550	1410
	[%]	100	86	78

Tabelle 6.6 zeigt die Abhängigkeit der rechnerischen Traglast von der Betonzugfestigkeit. Mit abnehmender Betonzugfestigkeit, fällt auch die Traglast ab. Allerdings erkennt man an dem Träger TG2, dass die Verminderung der Betonzugfestigkeit um etwa 41 % die Traglast nur um 8 % abmindert. Insofern ist der Einfluss einer nach DIN 1045-1 zu berücksichtigenden Streuung der Betonzugfestigkeit von 30 % auf die Traglast nur begrenzt. Eine deutliche Abminderung der rechnerischen Traglast um 22 %, wie bei den Trägern TG1 bzw. TP3 erfolgt erst durch eine Absenkung der Betonzugfestigkeit um 53 bzw. 64 %.

Der Einfluss einer verminderten Betonzugfestigkeit auf den Verlauf des Betondruckbogens und auf die Beanspruchung der Querkraftbewehrung wird im Folgenden an den Versuchsträgern TG1 und TP3 untersucht.

Bild 6-71 bzw. Bild 6-72 enthält den mittels FEM durch numerische Simulation berechneten Verlauf der Risse sowie Bügelspannungen entlang des Trägers TG1 bzw. TP3 für die Laststufe $F = 1400$ kN in Abhängigkeit der Betonzugfestigkeit. Die Versuchsergebnisse sind mit den Berechnungsergebnissen überlagert dargestellt.

Hieraus geht eindeutig hervor, dass die Absenkung der Betonzugfestigkeit auf eine Erhöhung der Bügelbeanspruchung und schließlich zum Schubzugbruch führt.

Der Bereich der beanspruchten Bügel weitet sich mit abnehmender Betonzugfestigkeit immer weiter zu den Auflagern hin aus. Bei der kleinsten in die Berechnung eingesetzten Betonzugfestigkeit ($f_{ctm} = 1,7$) verlaufen die Schubrisse im Steg bis hin zu den Auflagern. Damit springen die Bügelspannungen über die gesamte Länge des Trägers an. Aus Gleichgewichtsgründen am Auflager kann sich die Neigung der Druckbogen-Druckstrebe ψ dabei nicht ändern (Bild 6-76). Daher bleibt der Betontraganteil V_{cc} zwar erhalten, allerdings spaltet sich die Druckbogen-Druckstrebe offensichtlich soweit auf, dass Spaltzugkräfte F_{sw} entstehen, die jedoch nicht wie beim Standardfachwerk auf die Länge $z \cdot \cot \theta$, sondern auf $z \cdot \cot \psi$ zu verteilen sind. Der Anstieg der Bügelspannungen ist darüber hinaus damit verbunden, dass die zur Umlenkung des Druckbogens zur Verfügung stehenden Hauptzugspannungen mit abnehmenden Betonfestigkeiten kleiner werden und durch die frühere Rissbildung ($\sigma_1 > f_{ctm}$) ausfallen, sodass hierzu die Bügel anspringen müssen.

Dagegen wirkt sich die Abminderung der Betonzugfestigkeit bei TG1 von $f_{ctm} = 3,6$ MN/m² auf $f_{ctm} = 2,7$ MN/m², d.h. auf ca. 75%, bei der Laststufe $F = 1400$ kN nur gering aus. Erst eine deutliche Reduzierung der tatsächlichen Zugfestigkeit des Betons auf ca. 47% bringt eine signifikante Erhöhung der Bügelbeanspruchungen. Die Verminderung der rechnerischen Betonzugfestigkeit bei TP3 auf etwa 57% bzw. 36% des tatsächlichen Wertes ($f_{ctm} = 4,7$ MN/m²) führt ebenfalls zu ansteigenden Bügelspannungen. Zu erkennen ist dies in den Ergebnissen der Berechnungen mit kleineren Betonzugfestigkeiten ($f_{ctm} = 2,7$ MN/m², $f_{ctm} = 1,7$ MN/m²) in Bereichen, wo die gemessenen Bügelspannungen annähernd Null sind.

Damit ist die Tragwirkung des Druckbogens an der Querkrafttragabtragung im Auflagerbereich bei $\sigma_1 > f_{ctm}$ nur in Verbindung mit der für die Spaltzugbewehrung ausgelegten Bewehrung gegeben. Bei Ausfall der Hauptzugspannungen durch Überschreitung der Betonzugfestigkeit ist immer eine Bügelbewehrung

erforderlich. Soll auf eine Bügelbewehrung gänzlich verzichtet werden oder ist eine vorhandene Bügelbewehrung nicht ausreichend tragfähig, so müssen die Hauptzugspannungen entsprechend stark beschränkt werden.

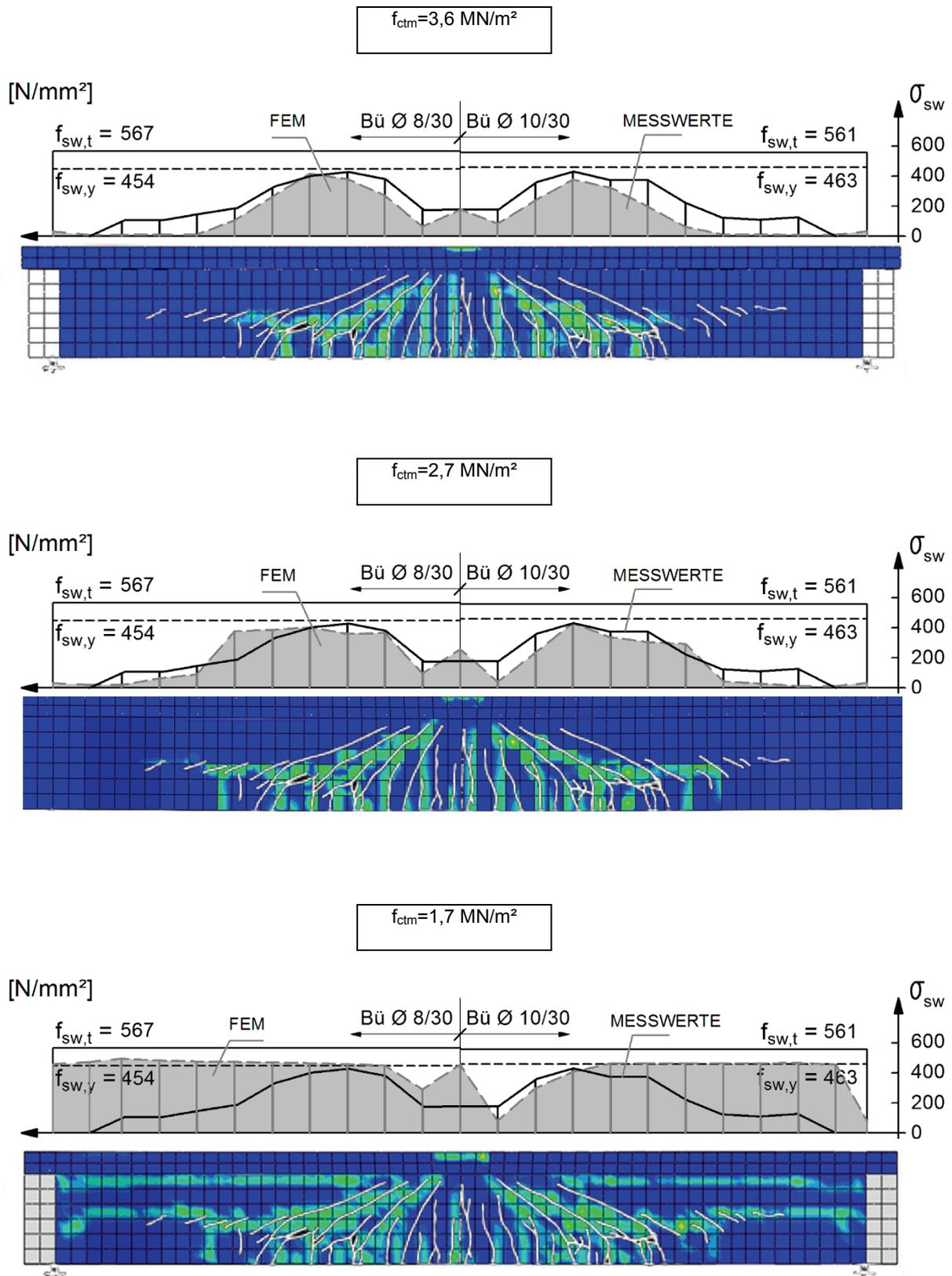


Bild 6-71: TG1, $F=1400\text{kN}$, Risse und Bügelspannungen in Abhängigkeit der Betonzugfestigkeit f_{ctm}

Die gleichen Zusammenhänge zeigen sich auch beim Versuchsträger TP 3 (Bild 6-72).

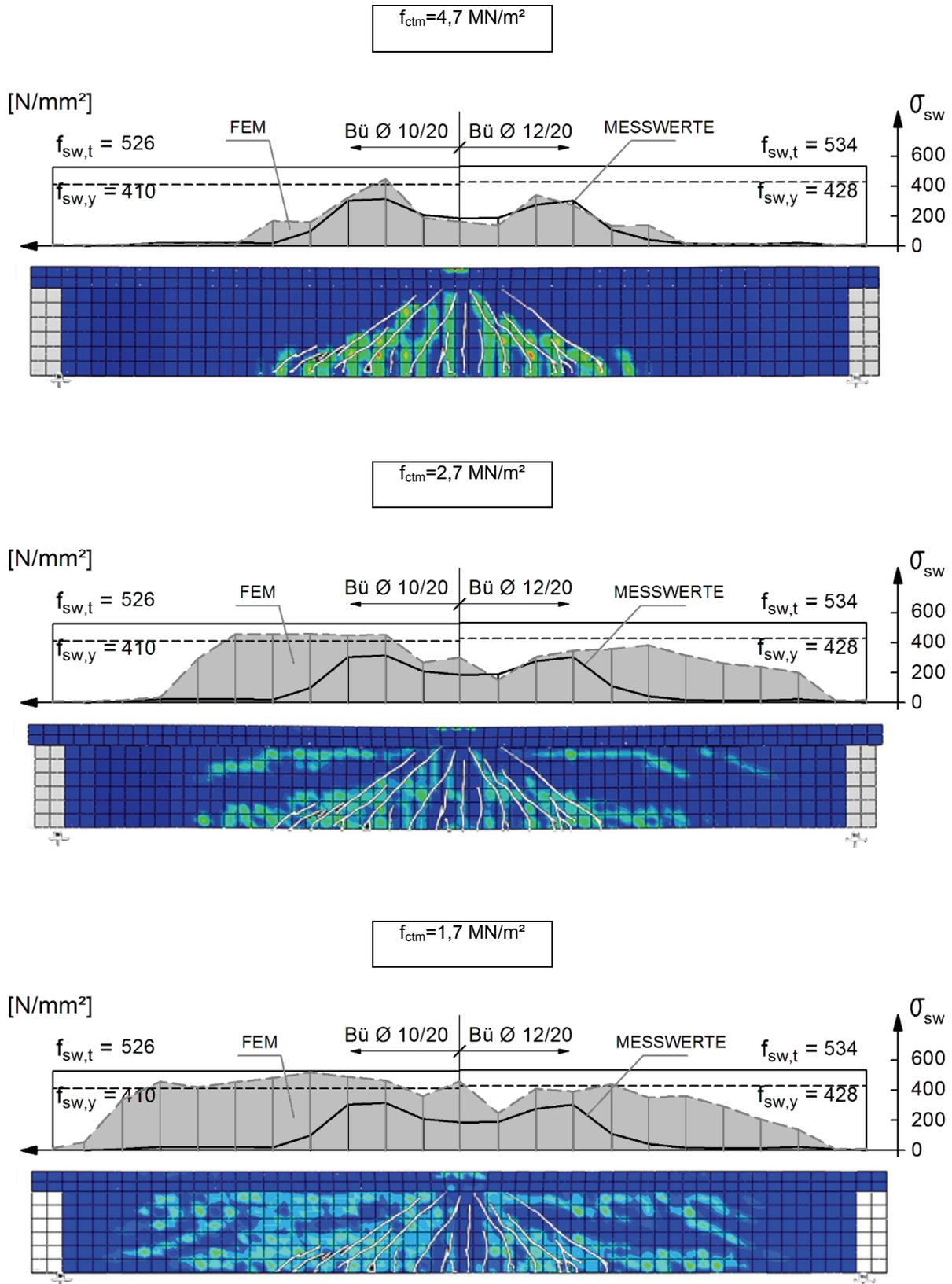


Bild 6-72: TP3, $F=1400\text{kN}$, Risse und Bügelspannungen in Abhängigkeit der Betonzugfestigkeit f_{ctm}

Im Bild 6-73 ist der Druckbogen (Strich-Punkt-Linie), wie er auf der Grundlage der Dehnungsebenen im ZSt II ermittelt wurde (Biegedruckzone grau hinterlegt), den numerisch berechneten Normalspannungen σ_{33} (linke Trägerhälfte) und Schubspannungen σ_{13} (rechte Trägerhälfte) unter der Laststufe $F=1000$ kN gegenübergestellt. Dabei sind die Drucknormalspannungen aus der FEM-Berechnung rot, die Zugnormalspannungen blau dargestellt. Der Verlauf des Druckbogens, wie er sich aus der Dehnungsebenen-Betrachtung im ZSt II ergibt, liegt bei allen Versuchsträgern in etwa im Schwerpunkt des Spannungskörpers der numerisch ermittelten Normalspannungen. Der Nulldurchgang der Normalspannungen aus der FEM-Berechnung fällt in etwa mit der Nulllinienlage der Dehnungen aus der Betrachtung mit den Dehnungsebenen zusammen.

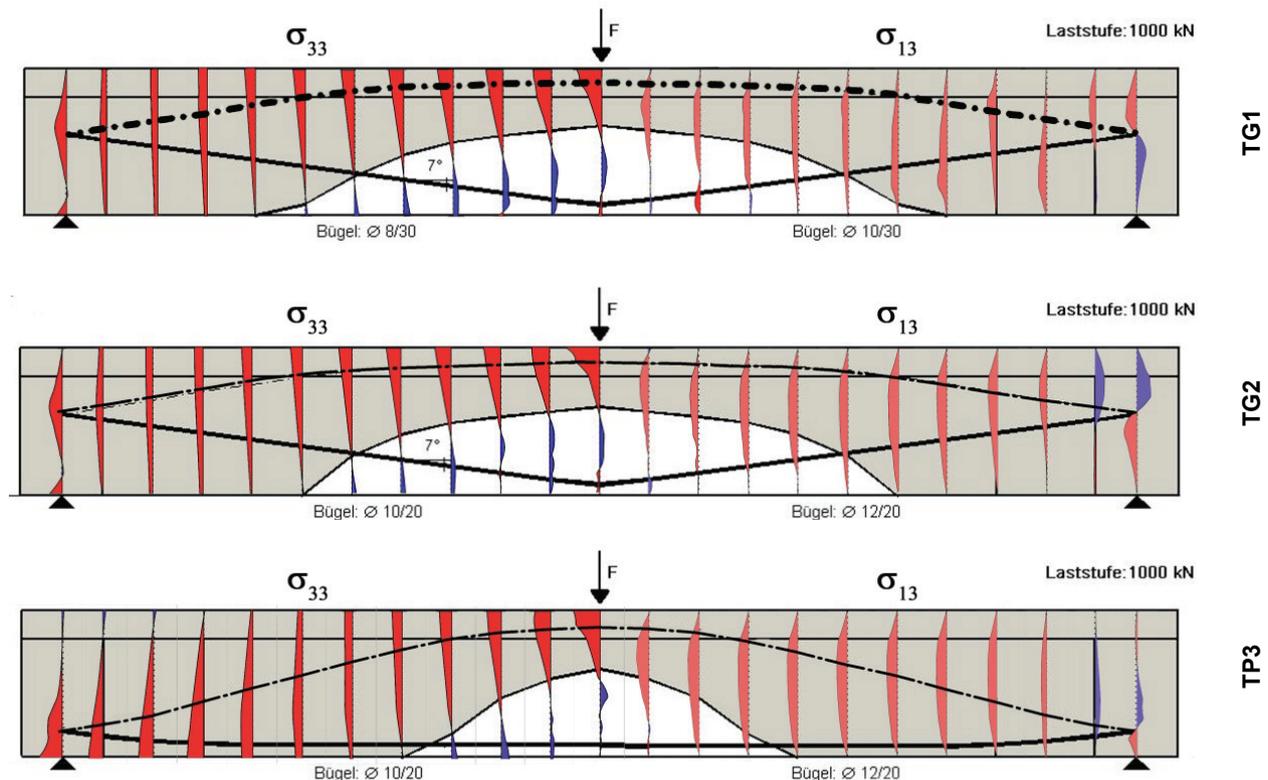


Bild 6-73: Gegenüberstellung: Druckbogenverlauf nach Dehnungsebenen im ZSt II, Normalspannungen σ_{33} und Schubspannungen σ_{13} nach nichtlinearer FEM-Berechnung unter $F = 1000$ kN

Der Einfluss der verminderten Betonzugfestigkeit auf das Tragverhalten, wie er sich aus den Auswirkungen auf die Lastverformungskurven und die Bügelspannungen ergibt, wird zusätzlich mit den nachfolgenden Darstellungen veranschaulicht.

Die Abminderung der Betonzugfestigkeit von $4,7$ auf $1,7$ MN/m², d.h. auf ca. 36%, führt bei TP3 zu einer starken Zunahme der verschmierten Rissbildung in den Volumenelementen im Trägersteg, was der unregelmäßige Verlauf der Normal- und Schubspannungen (Bild 6-75, TP3) eindeutig erkennen lässt. Die Spannungen in den rechnerisch gerissenen Elementen nehmen sehr stark ab. Die vorhandene Betonzugfestigkeit wird durch die Hauptzugspannungen überschritten.

Wird die Betonzugfestigkeit von den Hauptzugspannungen überschritten, entstehen senkrecht dazu Risse, die eine Zunahme der Bügelbeanspruchungen zur Folge haben.

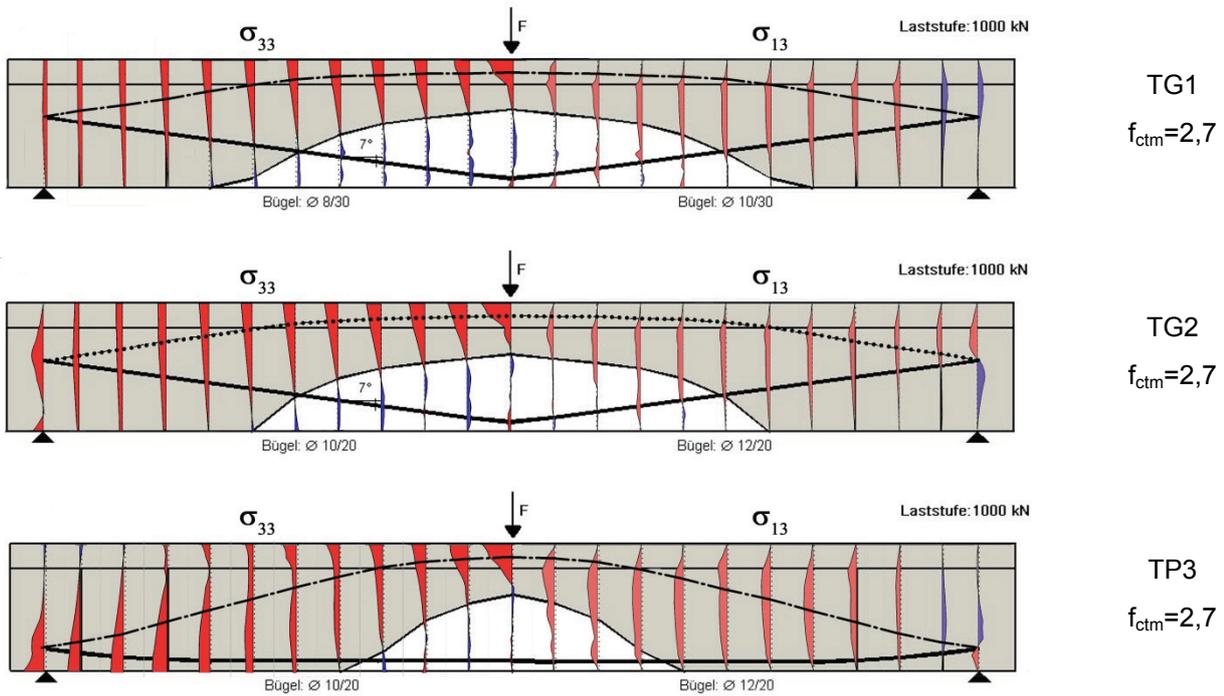


Bild 6-74: Gegenüberstellung: Druckbogenverlauf nach Dehnungsebenen im ZSt II, Normalspannungen σ_{33} und Schubspannungen σ_{13} nach FEM-Berechnung mit $f_{ctm}=2,7$ MN/m² unter $F= 1000$ kN

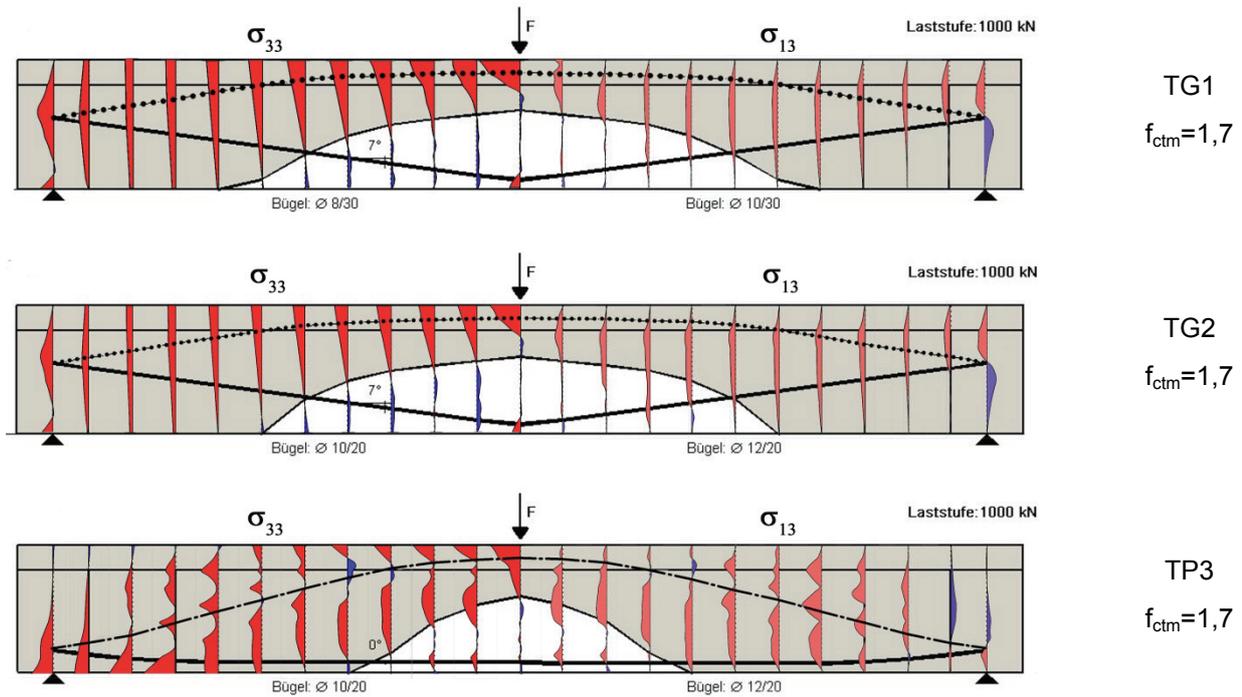


Bild 6-75: Gegenüberstellung: Druckbogenverlauf nach Dehnungsebenen im ZSt II, Normalspannungen σ_{33} und Schubspannungen σ_{13} nach FEM-Berechnung mit $f_{ctm}=1,7$ MN/m² unter $F= 1000$ kN

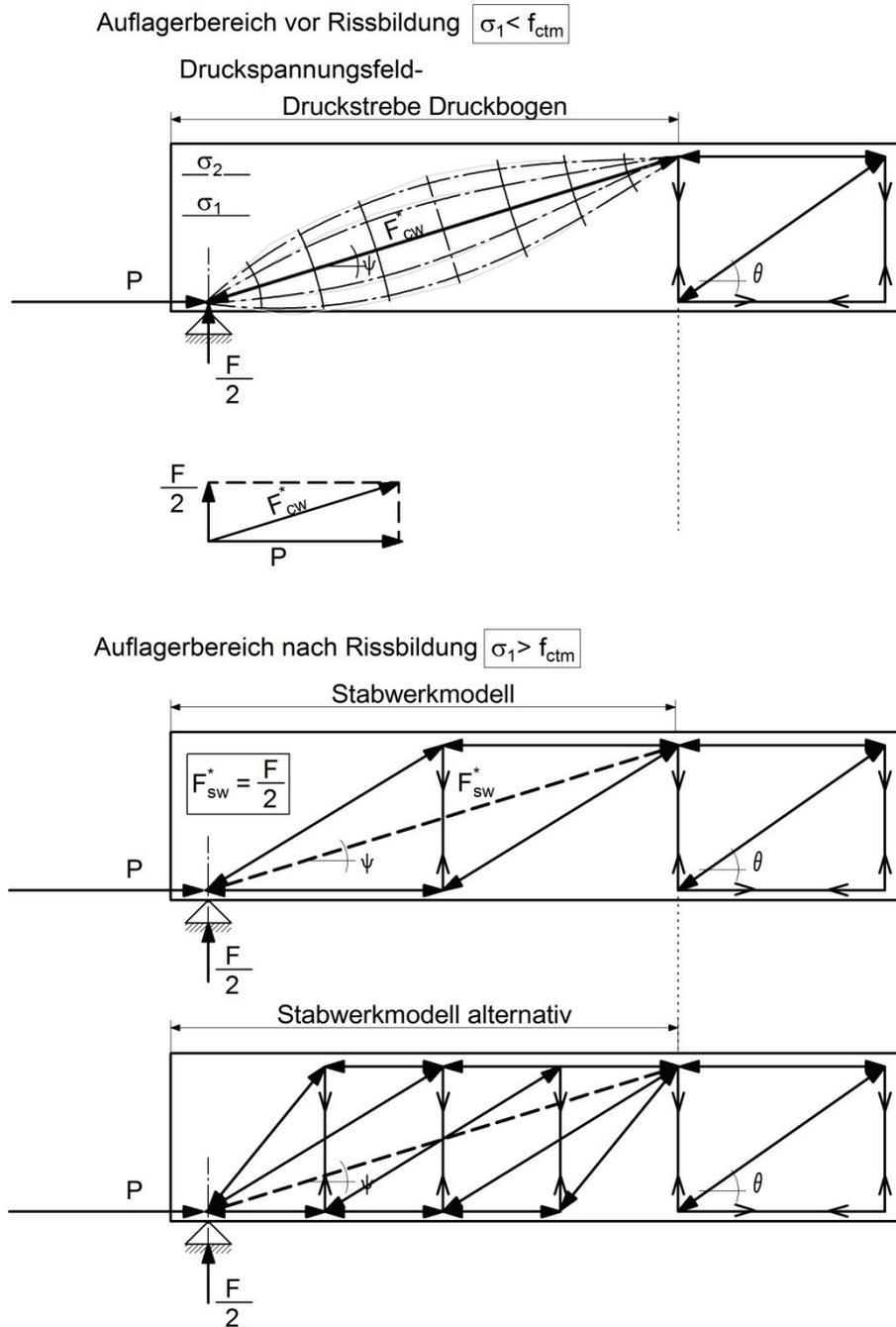


Bild 6-76: Stabwerkmodell zur Veranschaulichung der Biegelkräfte zum Auflager hin infolge Überschreitung der Betonzugfestigkeit

6.5 Zusammenfassung, Schlussfolgerungen

Zur Beurteilung des Einflusses der Vertikalkomponente aus der geneigten Biegedruckkraft auf die Größe der erforderlichen Querkraftbewehrung, wurden in diesem Kapitel Auswertungen von numerischen Simulationsberechnungen, an den von Leonhardt 1972 an der Universität Stuttgart experimentell untersuchten Spannbetonträgern der Versuchsreihe I und T, vorgenommen.

Hieraus hat sich die Betonzugfestigkeit als bedeutsamer Parameter für den Verlauf der inneren Kräfte erwiesen. Die zur Aufnahme der Umlenkkräfte erforderlichen Hauptzugspannungen können nicht mehr aufgenommen werden, sobald die Zugfestigkeit des Betons überschritten wird. Bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit bilden sich im Steg geneigte Risse aus. Im Auflagerbereich erfolgt eine Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe durch Spaltzugkräfte. Dadurch werden auch die Bügel im Auflagerbereich aktiviert.

Demnach ergibt sich bei Ansatz der Tragwirkung aus dem Betondruckbogen im Auflagerbereich eine erforderliche Spaltzugbewehrung für die Kraft F_{sw}^* . Alternativ müssen die Hauptzugspannungen entsprechend stark begrenzt werden.

Bei der Nachrechnung der Versuche bestand diese Begrenzung in der Einhaltung von f_{ctm} durch die Hauptzugspannungen. Für die Anwendung in der Praxis sollte der Wert f_{ctm} durch $f_{ctk;0,05}$ ersetzt und noch durch den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,5$ für Beton geteilt werden. Im Gegensatz zu Versuchskörpern werden Bauwerke dauernd beansprucht. Daher ist zusätzlich eine Abminderung für die Dauerstandzugfestigkeit zu berücksichtigen. Nach DIN 1045-1 beträgt der Abminderungswert $\alpha_c = 0,85$.

Als Kriterium für den Ansatz der Vertikalkomponente der Biegedruckkraft V_{cc} ohne eine erforderliche Spaltzugbewehrung oder bei nicht ausreichend vorhandener Spaltzugbewehrung in bestehenden Tragwerken für die Aufnahme der Kräfte aus der Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe im Auflagerbereich wird die Begrenzung der Betonzugfestigkeit am Endauflager für vorwiegend ruhende Lasten auf f_{ctd} vorgeschlagen. Bei nicht vorwiegender Belastung (Spannbetonbrücken) ist eine weitere Abminderung infolge Ermüdung vorzunehmen. Die Größe eines entsprechenden Faktors ist zurzeit Gegenstand der Forschung.

$$\sigma_{1,d} \leq f_{ctd} = 0,85 \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{1,5} \quad (6.4)$$

Ist dieses Kriterium nicht eingehalten muss eine Spaltzugbewehrung für die Kraft F_{sw}^* nach (5.10) auf einer Länge von $z_p \cdot \cot \psi$ eingelegt werden. Wie aus den Simulationsberechnungen zu erkennen ist, ist die Bügelbeanspruchung insbesondere im Auflagerbereich von der Betonzugfestigkeit abhängig. Ohne Berücksichtigung von Rissreibungskräften kann bei vertikaler Bügelanordnung die erforderlich Spaltzugbewehrung angegeben werden zu

$$\frac{A_{sw}}{s_w} \leq \frac{F_{sw,d}^*}{f_{yd} \cdot z_p \cdot \cot \psi} \quad (6.5)$$

Ob zusätzlich eine Rissreibungskraft angesetzt werden kann, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden und ist daher weiteren Untersuchungen vorbehalten.

Die durch Bügel aufnehmbaren Stegzugkräfte können auf einer Länge von $z_p \cdot \cot \psi$ verteilt werden. Dabei ist ψ die Neigung der Druckbogen-Druckstrebe am Auflager in der Zone A.

7 Durchlaufträger

7.1 Allgemeines

Das Ziel, durch Berücksichtigung des Druckbogens auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach ZSt II einen weiteren Betontraganteil für die Querkrafttragfähigkeit zu aktivieren und diesen durch Nachrechnung gut dokumentierter Versuche zu verifizieren, wurde bisher ausschließlich an Einfeldträgern mit einer mittigen Einzellast verfolgt. Spannbetonbrücken sind allerdings häufig nicht als Einfeldträger, sondern als Durchlaufträger konstruiert.

Versuche zum Querkrafttragverhalten an durchlaufenden Spannbetonträgern sind derzeit nicht verfügbar. Zur Untersuchung des Verhaltens über den Innenstützen erfolgen daher nachfolgend ausschließlich Simulationsberechnungen mit der FEM an einem Durchlaufträger, dessen Abmessungen in etwa einem Versuchsträger entsprechen. Hierzu wird das bereits an den Einfeldträgern kalibrierte numerische Modell verwendet.

Darüber hinaus wird der *Einfluss des Lastbildes* auf den Druckbogen untersucht. Hierzu werden zwei Lastbilder betrachtet: DIP1 mit einer Einzellast in Feldmitte und DIP2 mit einer Gleichlast.

7.2 Vorgaben für die numerische Untersuchungen

Der zu berechnende Zweifeldträger wird durch Spiegelung und Anpassung der Spanngliedführung des in Kapitel 5 untersuchten Einfeldträgers IP 1 erzeugt. Da der Druckgurt über der Zwischenstütze nach unten wechselt, wird für die hier aufzunehmenden Druckspannungen der symmetrische I-Querschnitt der Reihe I mit entsprechend breiten Gurten oben und unten gewählt. Bild 7-1 zeigt die Übersicht des simulierten Zweifeldträgers mit der Stützweite $l = 6,50$ m und der Höhe $h = 90$ cm. Der obere sowie der untere Druckgurt haben jeweils eine Breite von $b = 1,05$ m und eine Dicke von $h_o = h_u = 17,5$ cm.

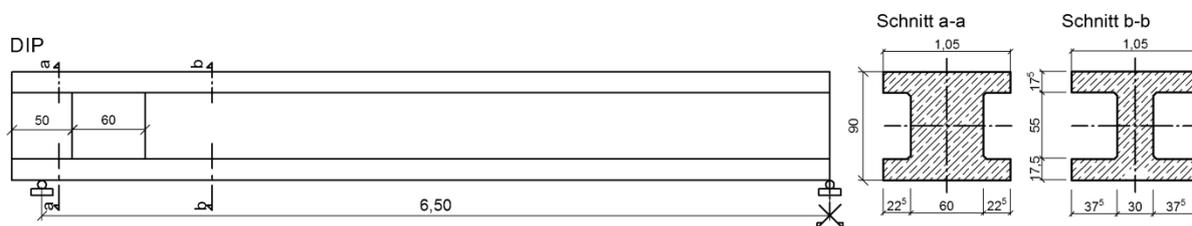


Bild 7-1: Abmessungen des Durchlaufträgers

Die Vorspannung erfolgt mit 2 nebeneinander geführten Spanngliedern unter Verwendung von Spannstahl der Güte St 1470/1670. Der Querschnitt eines Spanngliedes beträgt $A_p = 14,24$ cm² mit einer Vorspannkraft von je $P_1^{(0)} = 900$ kN, mit $P_1^{(0)}$ nach Gl. (5.2). Die Spannglieder werden vom Endauflager bis zur Einzellast parallel zum unteren Trägerrand angeordnet und von da aus mit konstanter Neigung nach oben mit Ausrundung über das Zwischenaufleger geführt. An den Endauflagern wird wie bei den Einfeldträgern die Stegbreite für die Unterbringung der Spannanker von 30 auf 60 cm vergrößert.

Der Beton erhält eine mit den zuvor untersuchten Einfeldträgern vergleichbare Festigkeit von $f_{cm} = 30$ MN/m² und $f_{ctm} = 2,9$ MN/m².

Tabelle 7.1: Betonfestigkeitswerte

Träger [-]	f_{cm} [MN/m ²]	f_{ctm} [MN/m ²]	E_{cm} [MN/m ²]
DIP1/DIP2	30	2,9	33600

Die Längsbewehrung im Zuggurt besteht entsprechend der Größe der Momentenbeanspruchung oben aus 12 Ø 14 und unten aus 12 Ø 8. Im Steg werden 4 Ø 8 längs angeordnet. Die Betonstahlgüte beträgt BSt 500S. Die aus lotrechten Bügeln bestehende Querkraftbewehrung wird entsprechend dem Querkraftverlauf abgestuft. Daraus ergeben sich die in Bild 7-1 dargestellten Bewehrungen der Träger für die numerische Simulationsberechnung.

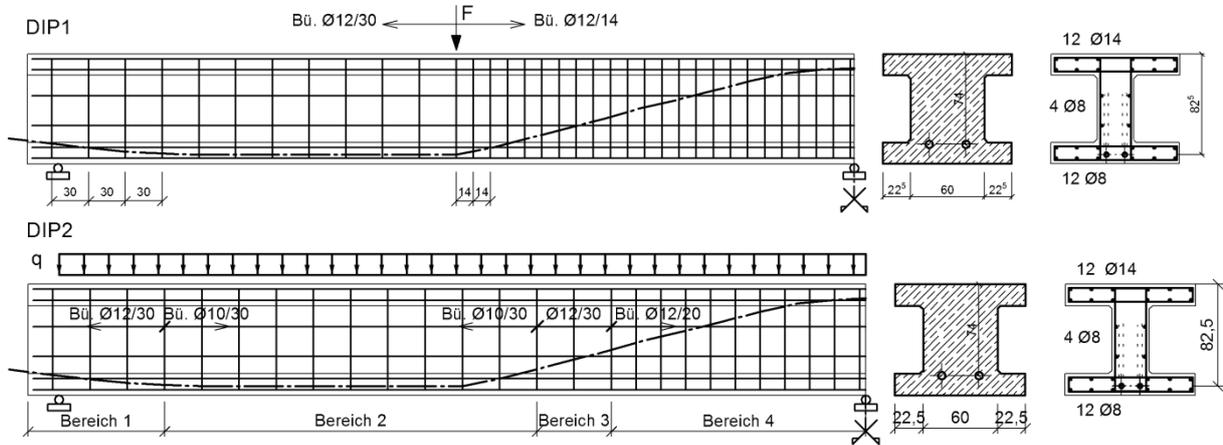


Bild 7-2: Spanngliedführung und Bewehrung der untersuchten Durchlaufträger

Tabelle 7.2: Längsbewehrung

Bewehrung	Ø [mm]	Anzahl [-]	A _p [cm ²]	f _{p0,1} [N/mm ²]	f _{pt} / f _{st} [N/mm ²]	E _p / E _s [N/mm ²]
Spannstahl 1470/1670	12,2	12	14,24	1470	1670	205000
Betonstahl BSt 500S	8	10	10 x 0,5	500	550	210000
Betonstahl BSt 500S	14	6	6 x 1,54	500	550	210000

Tabelle 7.3: Querkraftbewehrung

Träger [-]	Teil [-]	Ø [mm]	s _w [cm]	a _{sw,vorh.} [cm ² /m]	ρ _w	f _{sw,y} [N/mm ²]	f _{sw,t} [N/mm ²]	E _{sw} [N/mm ²]
DIP 1	links	12	30	7,53	0,25	500	550	210000
	rechts	12	14	16,14	0,54	500	550	210000
DIP 2	Bereich 1	12	30	7,53	0,25	500	550	210000
	Bereich 2	10	30	5,26	0,175	500	550	210000
	Bereich 3	12	30	7,53	0,25	500	550	210000
	Bereich 4	12	20	11,3	0,38	500	550	210000

7.3 Berechnung der Durchlaufträger

7.3.1 Entwicklung des Druckbogens

Der Träger wird zur Entwicklung des Druckbogens auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach Zustand II, wie in Bild 7-3 dargestellt, in Schnitte im Abstand von 30 cm unterteilt. Die angenommene Höhenlage der Spannglieder ist in Tabelle 7.4 und Bild 7-4 zusammengestellt. Für den Träger ergeben sich unter Vernachlässigung des Eigengewichts die in Bild 7-5 dargestellten Schnittgrößen. Für jeden Querschnitt werden die Dehnungsverteilungen infolge der Vorspannung durch das Biegemoment M_p und die Normalkraft N_p sowie infolge der Beanspruchung durch das Biegemoment M_f bzw. M_q für mehrere Laststufen mit einem Querschnittsprogramm iterativ bestimmt, bis bei Anwendung der Spannungs-Dehnungs-Linien Gleichgewicht zwischen den inneren und äußeren Schnittgrößen besteht. Der Druckbogen ergibt sich aus der Verbindung der Wirkungslinien der Druckspannungsergebnisierenden in den einzelnen Schnitten.

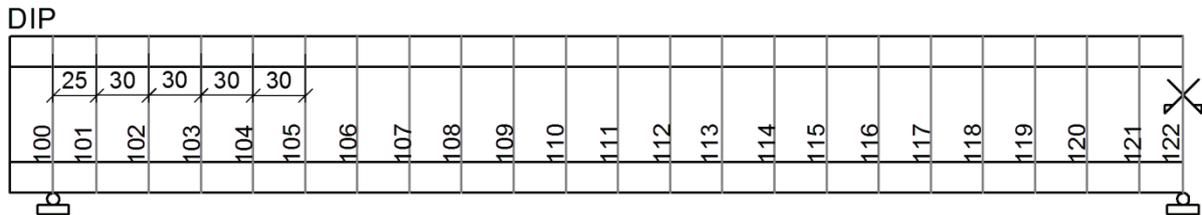


Bild 7-3: Unterteilung der Schnitte

Tabelle 7.4: Abstand der Spannglieder d_p und der ideellen Querschnittsschwerachse z_{si} , vom oberen Trägerrend.

Schni	d_p [cm]	z_{si}
100	74	45,31
101	77	45,38
102	80	45,51
103	81,5	45,63
104	82,5	45,66
105	82,5	45,66
106	82,5	45,66
107	82,5	45,66
108	82,5	45,66
109	82,5	45,66
110	82,5	45,66
111	82,5	45,66
112	76,42	45,47
113	68,67	45,23
114	60,92	44,99
115	53,16	44,75
116	45,41	44,50
117	37,66	44,26
118	29,90	44,02
119	22,15	43,78
120	15,50	43,57
121	12,50	43,48
122	11,50	43,44

Bild 7-4: Abstand der Spannglieder von der ideellen Querschnittsschwerachse z_{ip}

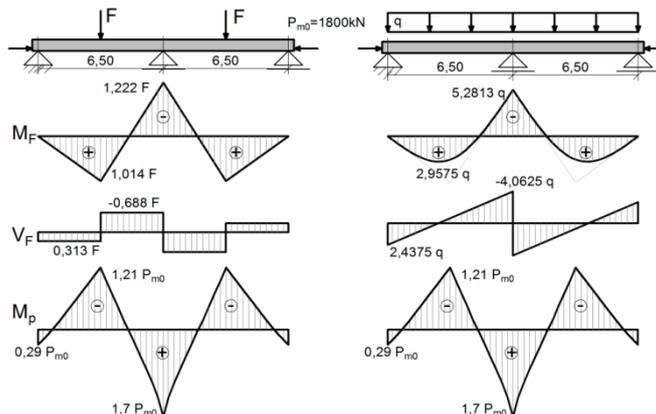


Bild 7-5: Schnittgrößen infolge der unterschiedlichen Lastbilder sowie der Vorspannung $P_{m0} = 1800$ kN: eine Einzellast F in Feldmitte (DIP1) und Gleichlast (DIP2)

7.3.2 Numerische Simulationsberechnungen

Aufgrund fehlender Versuche an Durchlaufträgern wird das bereits an den Einfeldträgern kalibrierte numerische Modell aus Kapitel 6 verwendet. Bild 7-6 zeigt das halbe FEM-Modell für DIP 1. An der Zwischenstütze sind die Symmetriebedingungen angesetzt worden. Die Einzellasten und die Zwischenauflagerung sind auf eine Breite von $b = 105 \text{ cm}$ und $c = 25 \text{ cm}$ gleichmäßig verteilt worden.

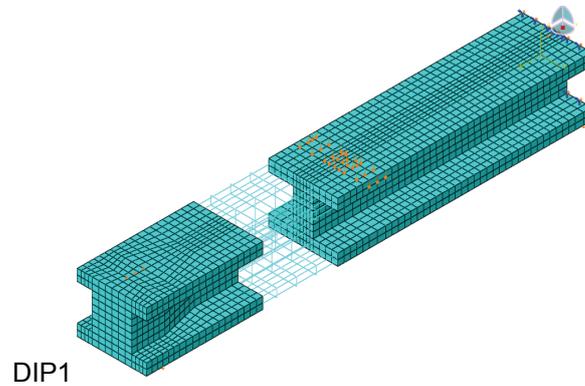


Bild 7-6: FEM-Modell für die Spannbetondurchlaufträger unter Ausnutzung der Symmetriebedingungen für das jeweils halbe System

7.4 Berechnungsergebnisse DIP1

7.4.1 Lastverformungskurve DIP1

Die berechneten Durchbiegungen in Feldmitte unter Laststeigerung sind in Bild 7-7 aufgetragen. Das ausgeprägt nichtlineare Verhalten infolge Rissbildung ist deutlich zu erkennen. Das rechnerische Versagen erfolgte durch Biegeschubbruch.

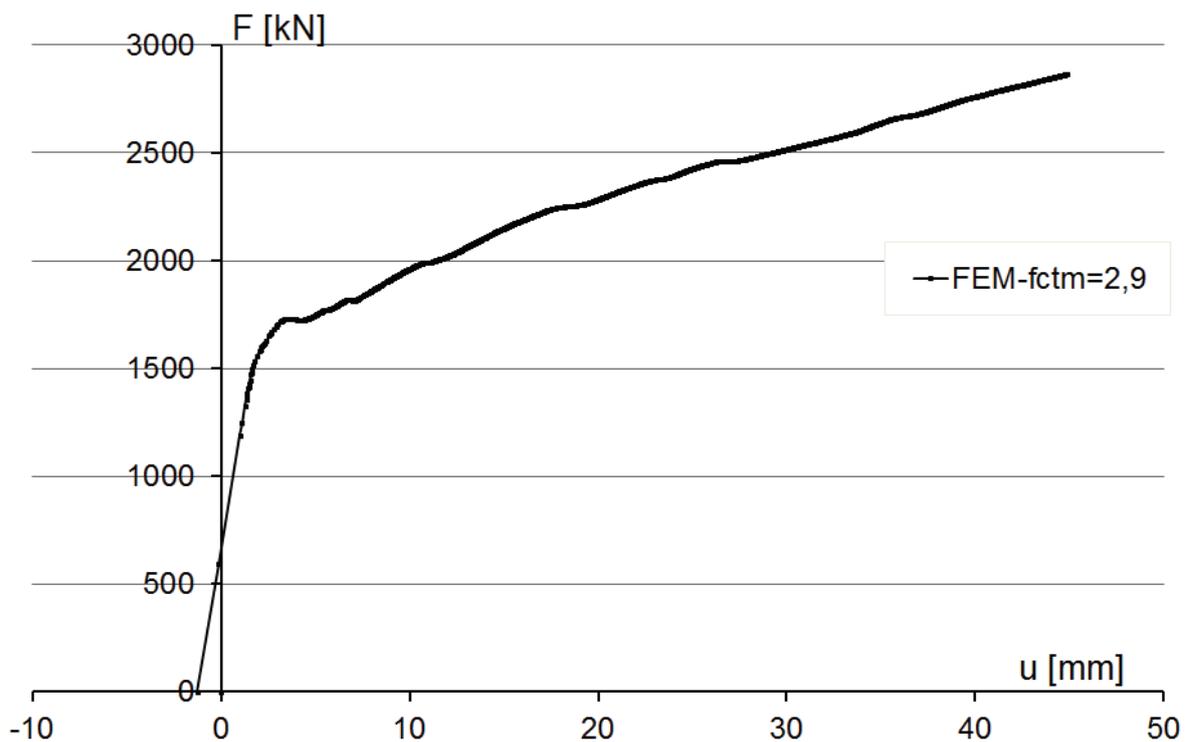


Bild 7-7: DIP1, Lastverformungskurve aus FEM-Berechnung ($f_{ctm}=2,9 \text{ MN/m}^2$)

7.4.2 Rissbildung DIP1

Die Rissentwicklung im Rechenmodell ist in Bild 7-8 für die einzelnen Laststufen dargestellt. Unter der Laststufe 1200 kN ist der Durchlaufträger im ganzen Bereich noch im ZSt. I. Der erste rechnerische Biegeriss ist unter der Last $F = 1600$ kN zu sehen. Unter $F = 2000$ kN treten in unmittelbarer Nähe der Einzellast fächerförmig verlaufende Risse auf, die sich aus Biegerissen entwickeln. Die ersten Schubrisse im Steg verlaufen sehr flach zur Zwischenstütze hin. Die ersten Schubrisse, die im Steg entstehen und zum Endauflager hin verlaufen, stellen sich erst unter der Last $F=2400$ kN ein. Unter der Last $F=2800$ kN ist der Träger über die gesamte Länge gleichförmig gerissen und befindet sich kurz vor dem rechnerischen Bruchzustand.

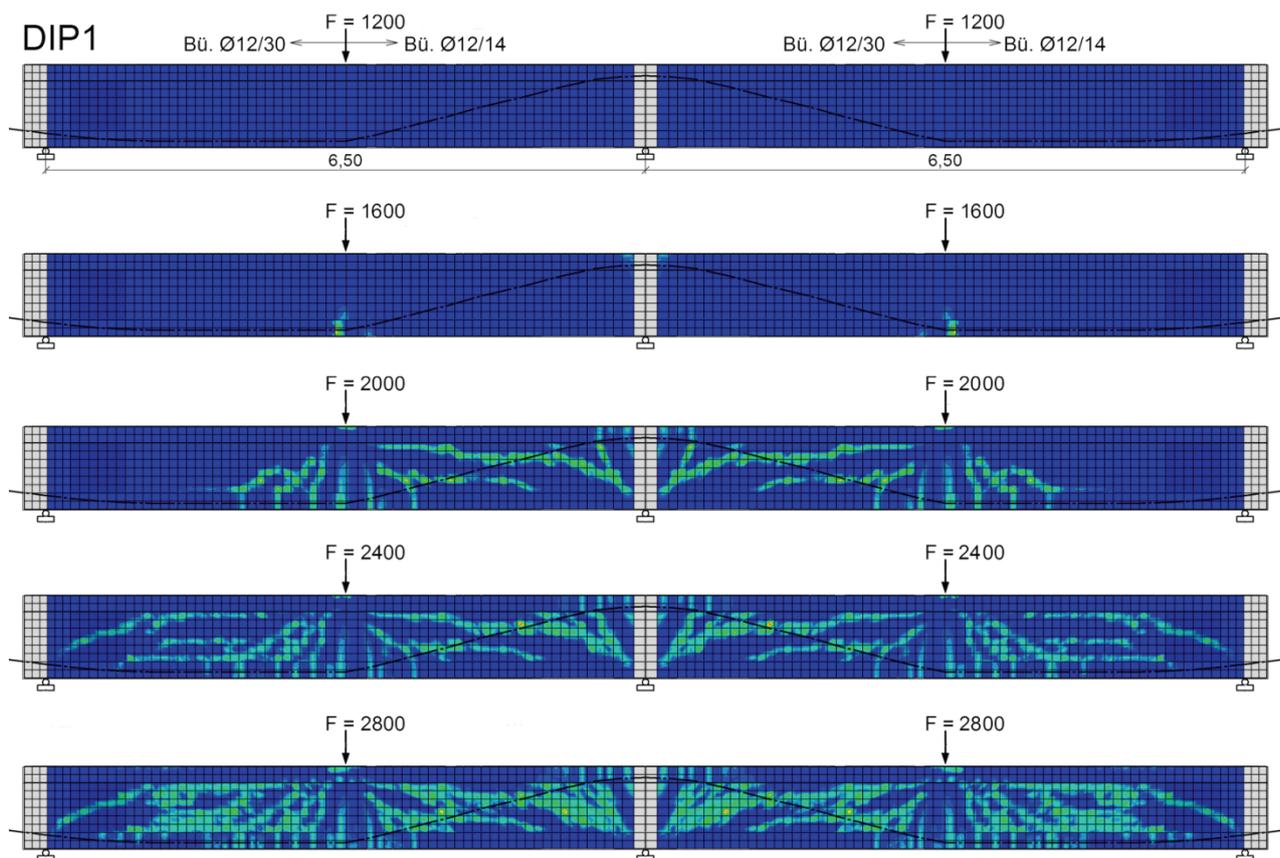


Bild 7-8: Rissentwicklung für den Träger DIP1

7.4.3 Bügelspannungen DIP1

Die numerisch berechneten Bügelspannungen über die Trägerlänge sind in Bild 7-9 wiedergegeben. Die Last wird von $F=1200$ bis $F=2800$ kN gesteigert. Die rechnerische Systemtraglast wird bei $F_u = 2975$ kN erreicht.

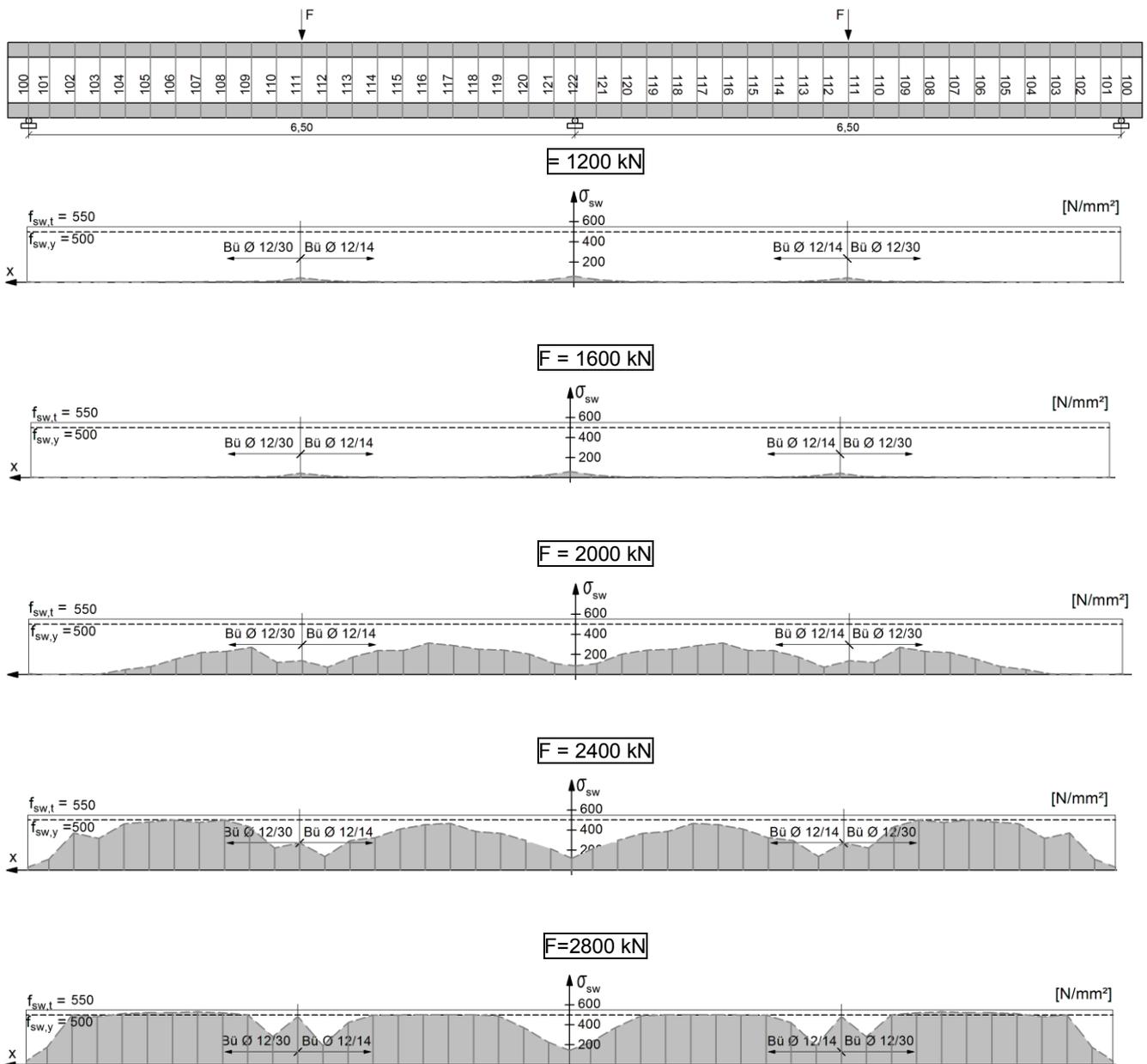


Bild 7-9 Bügelspannungen über die Trägerlänge aus FEM, DIP1

Die berechneten Bügelspannungen sind über die Trägerhöhe nicht konstant. Die aufgetragenen Rechenwerte sind jeweils die Maximalwerte, die sich ggf. im Schubriss einstellen.

Unter der Laststufe $F = 1600$ kN haben sich rechnerisch noch keine Schubrisse eingestellt (Bild 7-8). Sobald die Hauptzugspannungen die Betonzugfestigkeit übersteigen, springen mit Bildung der ersten Schubrisse die Bügel an ($F = 2000$ kN).

Die Fließspannung an den maßgebenden Stellen 105 bis 108 erreichen die Bügel unter der Laststufe $F = 2400$ kN. Kurz vor der Bruchlast, unter $F=2800$ kN sind alle Bügel mit Ausnahme der Bügel in den D-Bereichen ausgenutzt.

7.4.4 Druckbogenentwicklung DIP1

Die Druckzonen infolge der Dehnungszustände sind in Bild 7-10 durch die grau unterlegten Flächen dargestellt. Die Verbindung der Wirkungslinien der Druckspannungsergebnisse in den einzelnen Schnitten ergibt den „Druckbogen“ (gestrichelte Linie).

Die Laststufe $F = 1200 \text{ kN}$ ist vergleichbar mit dem Gebrauchszustand der Spannbetonbrücken am Grenzzustand der Dekompression, wobei der Träger über die gesamte Länge rechnerisch noch ungerissen ist, aber bereits erste Bereiche mit Randzugspannungen auftreten (Bild 7-8).

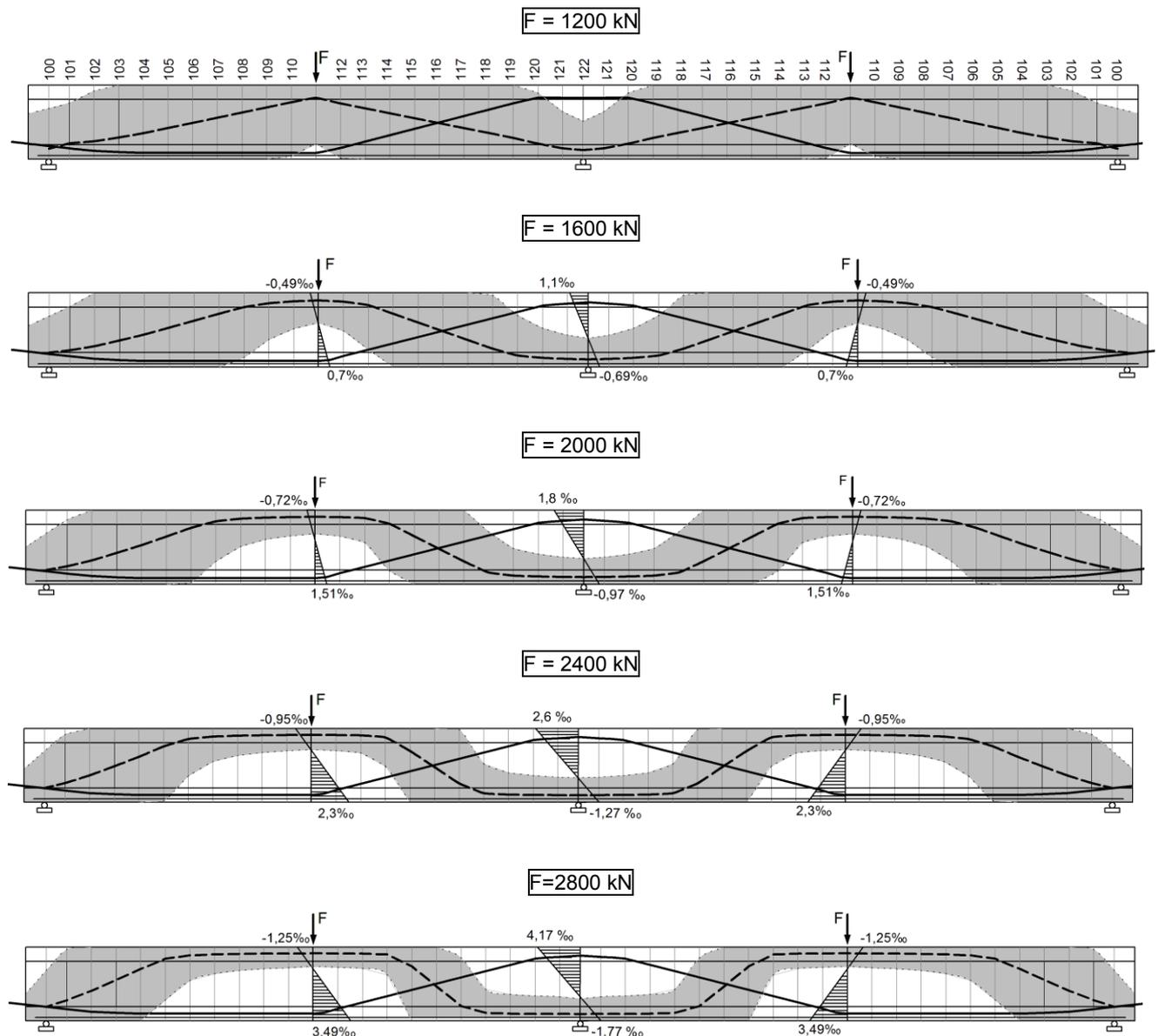


Bild 7-10: Druckbogenentwicklung über die Trägerlänge aus FEM, DIP1

Wie man aus der Darstellung für $F = 1200 \text{ kN}$ erkennt, stellt sich unter dieser Laststufe der Tragmechanismus eines Sprengwerks für die Querkraftabtragung ein. Hier ist der Träger nach der Berechnung der Dehnungsebenen fast vollständig überdrückt.

Erst unter einer höheren Laststufe $F = 1600 \text{ kN}$ ($\approx 1,4 \cdot 1200 \text{ kN}$) entwickelt sich ein Bogen dessen Umlenkkräfte zunächst offensichtlich von der Betonzugfestigkeit aufgenommen werden können ($\sigma_1 < f_{ctm}$),

da die Bügelspannungen aus der FEM-Berechnung Null sind (Bild 7-9). Allerdings weist der Druckbogen vor dem Innenaufleger eine Gegenkrümmung auf.

Unter $F = 2000 \text{ kN}$ und bei weiterer Laststeigerung ($F = 2400 \text{ kN} \approx 80 \% \text{ der Bruchlast}$) bildet sich hier kein Druckbogen mehr aus, der die Last direkt auf die Innenstütze abträgt. Durch die Abstützung vor der Innenstütze wird eine Hochhängebewehrung erforderlich, die für die volle Querkraft in diesem Schnitt zu bemessen ist (Bild 7-11).

Im Bereich der *Endauflager* sind unter höheren Laststufen ($F \geq 2400 \text{ kN}$) die *Bügelbeanspruchungen* so groß, dass sie die Fließspannung erreichen, obwohl dort die Druckbogenneigung ausgeprägt ist und die Druckstrebe die gesamte Querkraft abträgt. Allerdings übersteigen hier die Spaltzugkräfte die Betonzugfestigkeit und führen so zu den Bügelbeanspruchungen. Vergleicht man die *Rissbilder*, erkennt man am Endauflager ab $F = 2400 \text{ kN}$ eine ausgeprägte Rissbildung infolge Spaltzug. Daher kann davon ausgegangen werden, dass für die Aufnahme der Umlenkkräfte die Betonzugfestigkeit am Riss nicht mehr wirksam ist. Für diese Aufgabe springen nun die Bügel ein, wie die großen Bügelspannungen an dieser Stelle zeigen (Bild 7-9). Daher ist der Ansatz des Druckbogens am Endauflager bei Überschreiten der Betonzugfestigkeit durch die Hauptzugspannungen nur in Verbindung mit Spaltzugbewehrung möglich (vergleiche Bild 6-76).

Hingegen ergibt sich an der *Zwischenstütze* die Erklärung bereits selbst aus dem Verlauf des Druckbogens. Eine Überprüfung der Hauptzugspannungen erübrigt sich. Kann sich der Druckbogen direkt auf das Zwischenauflager abstützen, ist der Traganteil V_{cc} wirksam ($F = 1600, F = 2000 \text{ kN}$). Unter der Laststufe $F = 2800 \text{ kN}$ (kurz vor der Bruchlast) z.B. stützt sich der Druckbogen deutlich vor der Zwischenstütze auf die Bügel ab. Die Form des Druckbogens zeigt bereits, ob der Druckbogen für die Entlastung des Stegfachwerks in Ansatz gebracht werden kann.

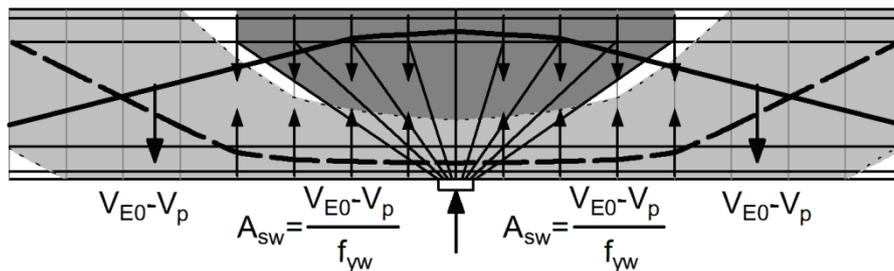


Bild 7-11: Bereich der Gegenkrümmung z.B. unter der Last $F = 2000 \text{ kN}$, Hochhängen der Querkraft in den Fächer

7.4.5 Verlauf der Querkrafttraganteile entlang der Trägerlänge

Die Verteilung der Querkrafttraganteile über die Trägerlänge ist für die einzelnen Laststufen in Bild 7-12 wiedergegeben. Die Querkraftlinie erhält im Bereich der Fächer V-Täler, um die Fächerwirkung zu berücksichtigen. Als Traganteile werden von unten zuerst die Querkraftkomponente des Spannglieds V_p dann die des Druckbogens V_{cc} aufgetragen. Der vom Fachwerk mit Rissreibung abzutragende Querkrafttraganteil $V_{R,sy}$ ergibt sich dann aus der Restfläche.

$$V_{E0} \equiv V_R = V_p + V_{cc} + V_{R,sy} \quad (7.1)$$

$$V_{E0} - V_p + V_{cc} = V_{R,sy} \quad (7.2)$$

Die gestrichelten Linien stellen die Größe der nach DIN 1045-1 ansetzbaren Rissreibungskraft dar. Die Linien verlaufen unabhängig vom Biegemoment annähernd konstant. Die Knicke entstehen durch die Unterschiede im inneren Hebelarm z. Der Anstieg an den Endauflagern beruht auf der Aufweitung des Querschnitts. Die Größe der Rissreibungskraft ist zudem unabhängig von der Lasthöhe.

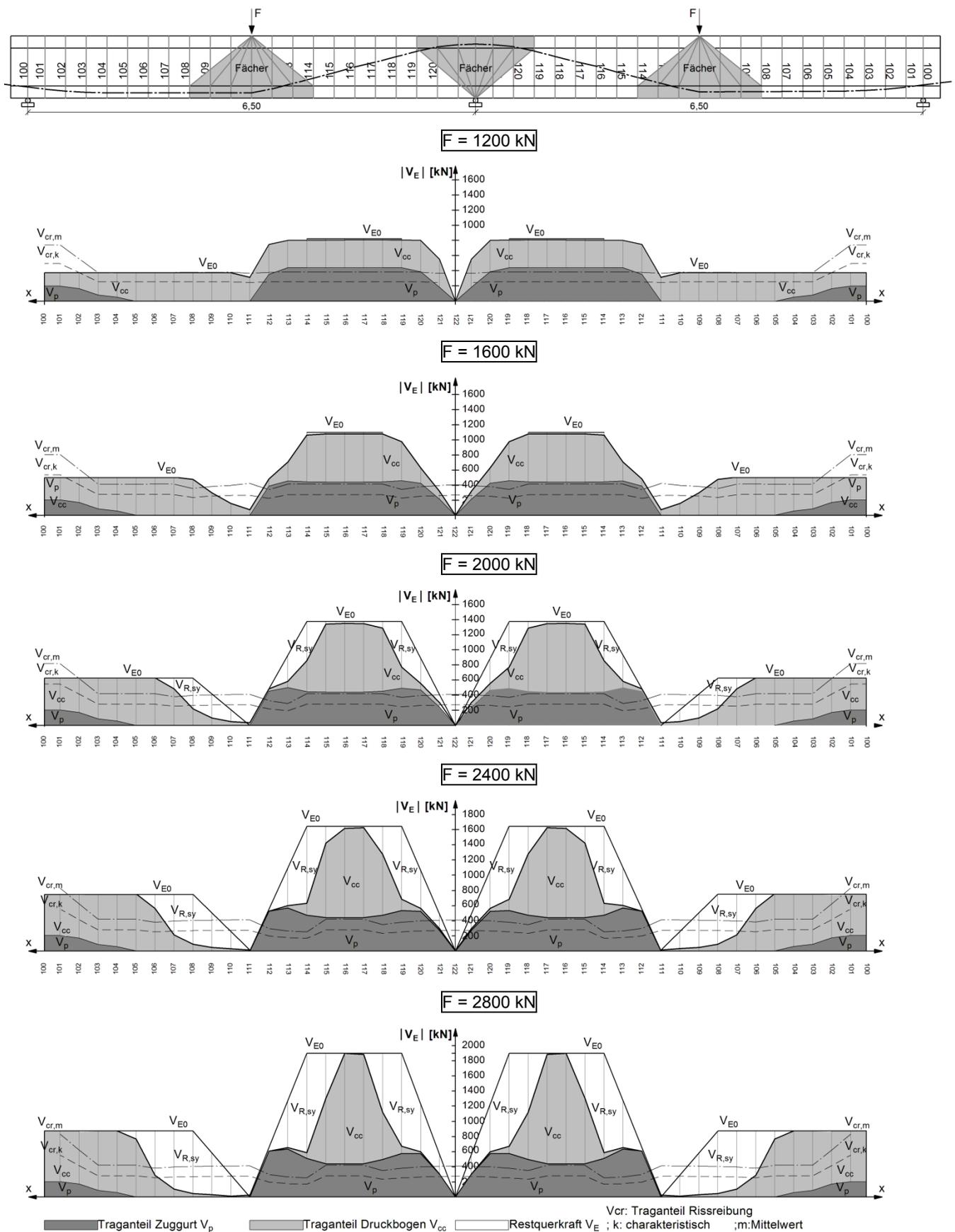


Bild 7-12: DIP1: Querkraftverlauf, betragsmäßig, Verteilung der Traganteile in Abhängigkeit von der Lasthöhe

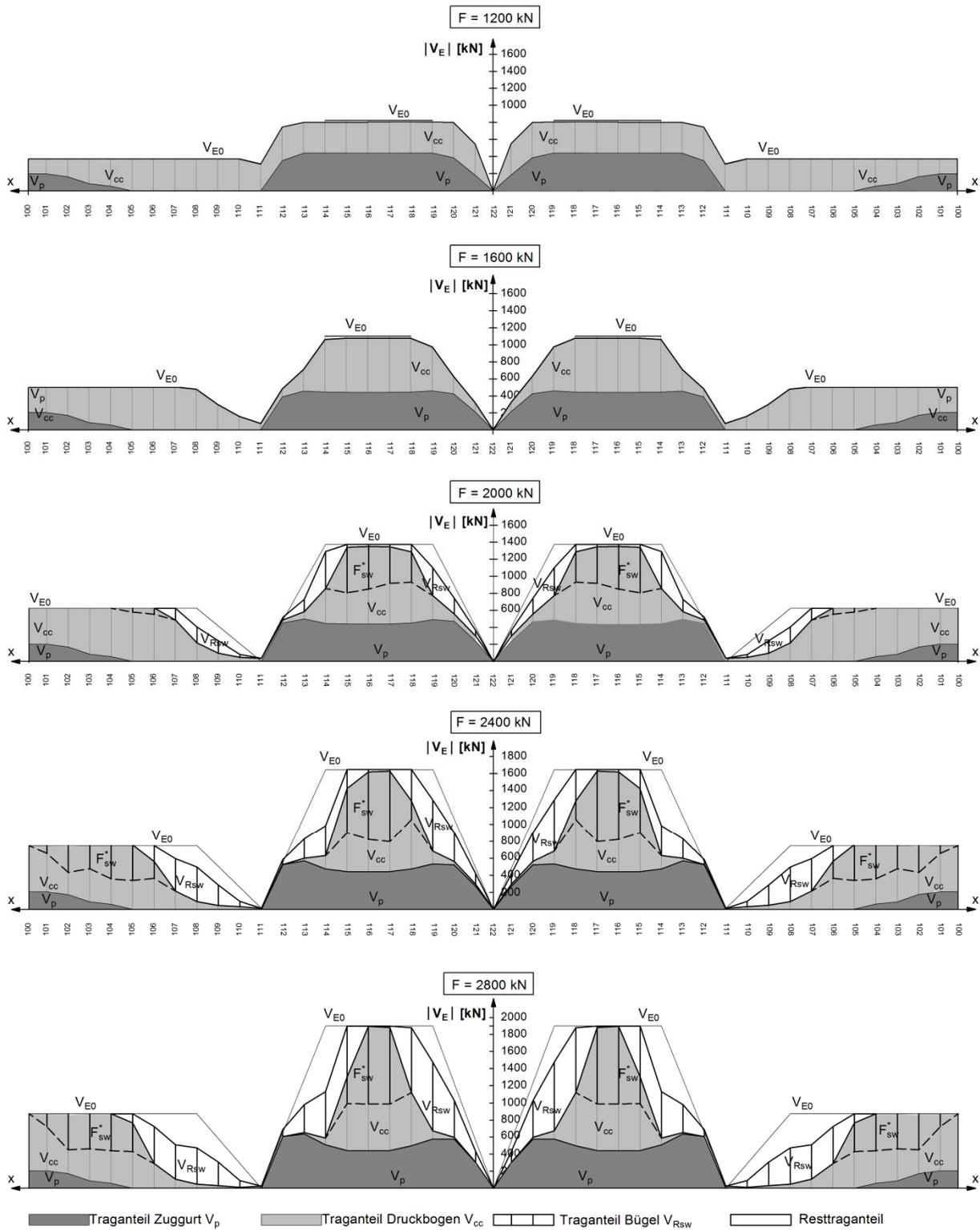


Bild 7-13: DIP1: Verteilung der Traganteile inklusive der aus FEM resultierenden Traganteile der Bügel in Abhängigkeit von der Lasthöhe

7.5 Berechnungsergebnisse DIP2

7.5.1 Allgemeines

Im Rahmen der Betrachtung des Durchlaufträgers bezüglich des Einflusses des Lastbildes auf die Druckbogenform wird auch eine Gleichlast untersucht. Die Eigenlast des Überbaus als Gleichlast macht den Hauptanteil der Einwirkungen auf Spannbetonbrücken aus.

Die Berechnung erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach Zustand II. Die Ergebnisse werden mit denen des Trägers DIP1 verglichen.

7.5.2 Druckbogenentwicklung DIP2

Durchlaufträger mit Gleichlast. Die Laststufe $q = 674 \text{ kN/m}$ stellt den Bruchzustand dar. Unter dem Gebrauchslastniveau (Laststufe $\sim 200 \text{ kN/m}$) stützt sich der Druckbogen eindeutig auf dem Auflager ab. Die Querkraft kann direkt abgetragen werden. Dies gilt auch für die Laststufe 300 kN/m .

Die FEM-Berechnungsergebnisse für DIP1 haben gezeigt, dass eine leichte Gegenkrümmung des Druckbogens vor der Zwischenstützung, wie sie für $q = 400 \text{ kN/m}$ zu erkennen ist, noch von der Betonzugfestigkeit aufgenommen werden kann. Die entsprechenden Bügel werden noch nicht beansprucht. Aus dem Vergleich der Darstellungen DIP1: Bild 7-9, Bild 7-10 für jeweils $F = 1600 \text{ kN}$ wird dies deutlich.

Unter der Laststufe $q = 500 \text{ kN/m}$ stellt sich jedoch vor der Zwischenstützung im Abstand d vom Auflager (Schnitt 119) eine deutliche Gegenkrümmung ein. Der Querschnitt 119, wo die Gegenkrümmung auftritt, ist nicht mehr komplett überdrückt. In diesen Bereichen muss eine Aufhängung durch die Bügel erfolgen. Vergleichbar ist diese Laststufe mit der Laststufe $F = 2000 \text{ kN}$ des Träger DIP1. Auch hier tritt die eindeutig erkennbare Gegenkrümmung erst im Abstand d vom Auflager (Schnitt 119) auf. Auch hier ist der Querschnitt auf der Grundlage der Dehnungsebenen bereits aufgerissen. Entsprechend sind in Bild 7-9 Bügelspannungen vorhanden. Unter den sehr hohen Laststufen verläuft die Biegedruckkraft im Bereich der Zwischenstütze der Träger horizontal, so dass keine entlastende Wirkung für das Stegfachwerk auftritt.

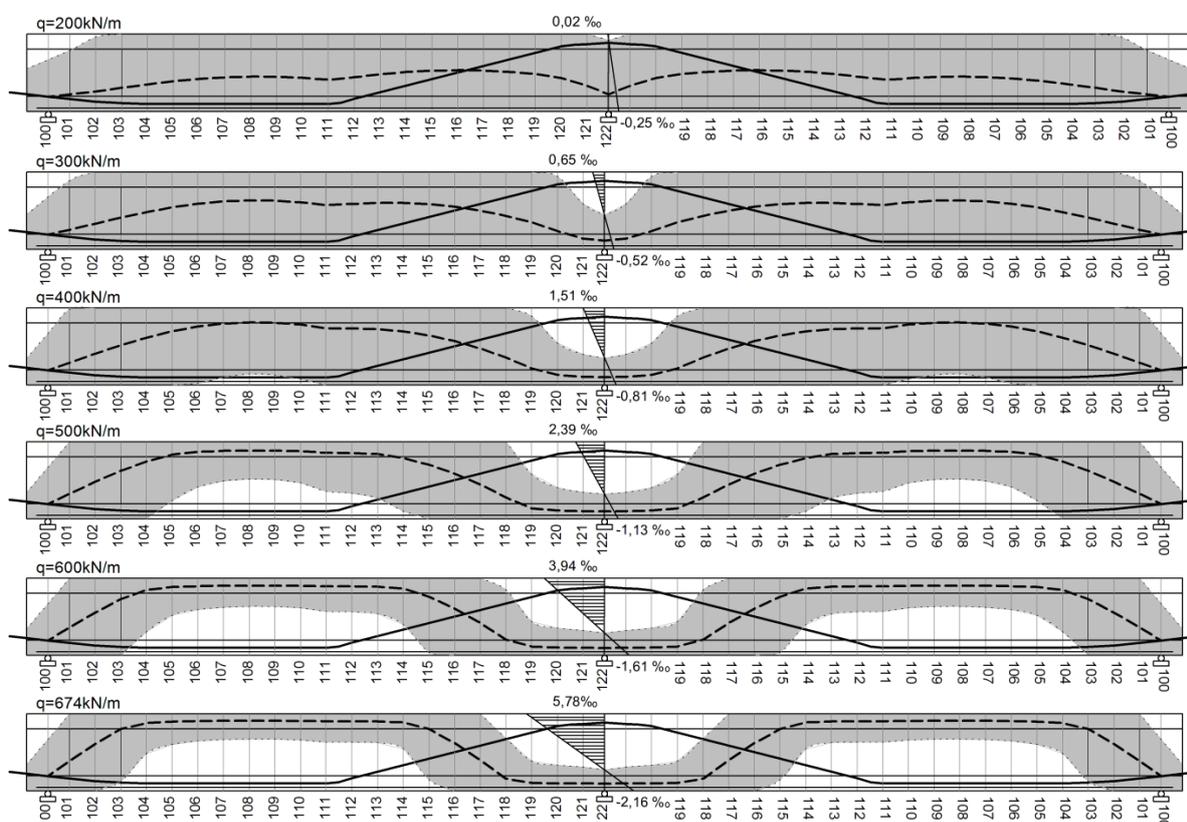


Bild 7-14: Druckbogenentwicklung DIP2, $q = 200 - 674 \text{ kN/m}$

7.6 Einfluss der Spanngliedführung auf die Druckbogenform

Die Spanngliedführung des mit einer Gleichlast belasteten Trägers DIP2 ist aus der Anpassung der Spanngliedführung an den Biegemomentenverlauf des mit einer Einzellast belasteten Trägers DIP1 entnommen worden.

Zum Studium der Auswirkungen einer geänderten Spanngliedführung auf die Druckbogenform, wurde der Träger DIP2 mit einer modifizierten, dem Momentenverlauf besser angepassten Spanngliedführung untersucht.

Die Änderung der Spanngliedführung ist auf dem Bild 7-15 dargestellt. Dabei stellt die dünne punkt gestrichelte Linie die alte Spanngliedführung dar. Der Abstand der Spannglieder d_p und der ideellen Querschnittsschwerachse z_{si} , vom oberen Trägerrand ist in Tabelle 7.5 zusammengestellt.

Tabelle 7.5: Abstand der Spannglieder d_p und der ideellen Querschnittsschwerachse z_{si} , vom oberen Trägerrand.

Schnit	d_p [cm]	z_{si}
100	74	45,31
101	77	45,38
102	80	45,51
103	81,5	45,63
104	82,5	45,66
105	82,5	45,66
106	82,5	45,66
107	82,5	45,66
108	82,5	45,66
109	82,5	45,66
110	82,5	45,66
111	82,5	45,66
112	81,4	45,47
113	78,5	45,23
114	73,9	44,99
115	67,6	44,75
116	59,5	44,50
117	49,7	44,26
118	37,1	44,02
119	25,5	43,78
120	17,4	43,57
121	12,8	43,48
122	11,5	43,44

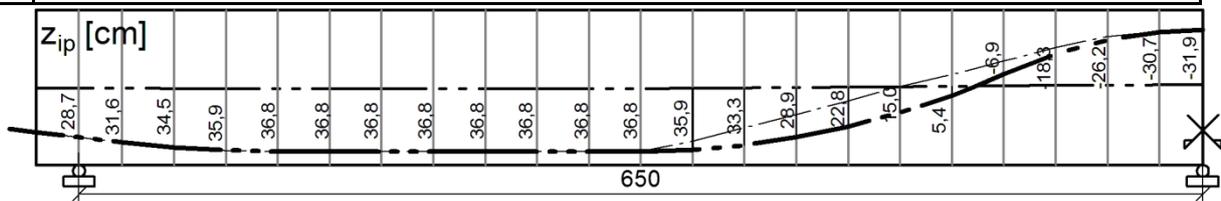


Bild 7-15: Geänderte Spanngliedführung z_{ip} , Auswirkungen auf den Druckbogen.

Die Druckzonen der Dehnungszustände sind in Bild 7-16 durch die grau unterlegte Fläche dargestellt. Die Wirkungslinie der Druckspannungsergebenden ergibt den „Druckbogen“ (gestrichelte Linie).

Auf dem Bild 7-17 sind die Druckbögen jeweils für die einzelnen Laststufen und die beiden Spanngliedführungen gemeinsam dargestellt. Die Änderung der Spanngliedführung wirkt sich auf die Druckbogenform nur geringfügig aus.

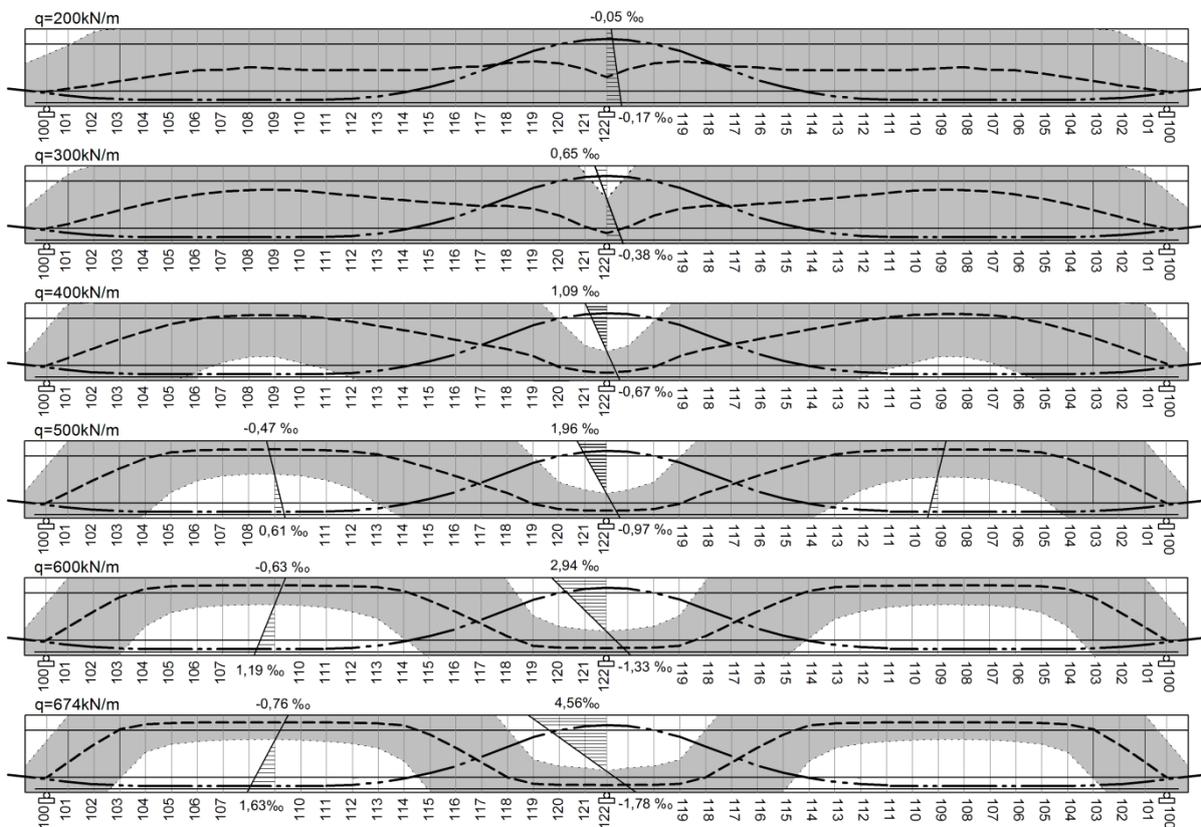


Bild 7-16: Druckbogenentwicklung DIP2 mit geänderter Spanngliedführung, $q = 200 - 674 \text{ kN/m}$

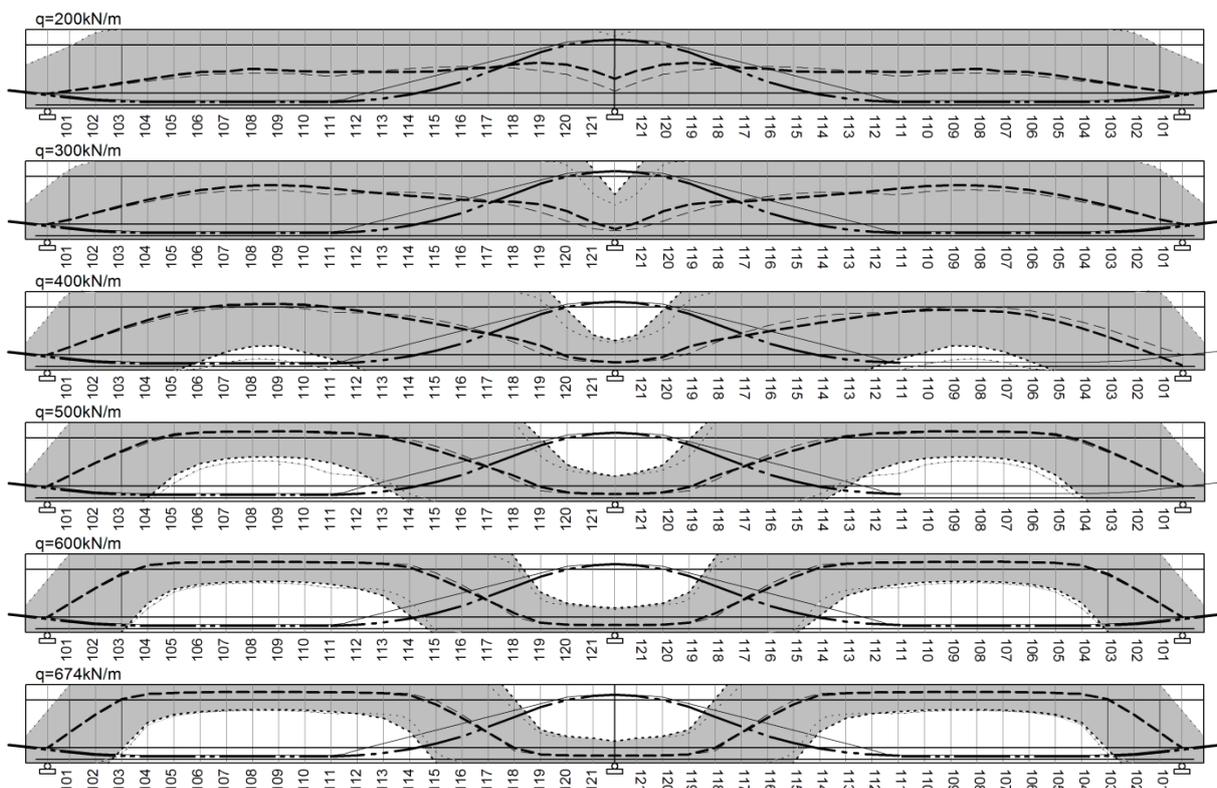


Bild 7-17: Auswirkungen der geänderter Spanngliedführung auf die Druckbogenform, $q = 200 - 674 \text{ kN/m}$

7.7 Einfluss der Größe der Vorspannkraft auf die Druckbogenform

Nachfolgend wird der Einfluss der Erhöhung der Vorspannkraft um 25% und um 50% auf die Druckbogenform und damit auf das von der einwirkenden Querkraft abzugsfähige Glied untersucht.

Die Änderung der Druckbogenform ist in Bild 7-18 und Bild 7-19 dargestellt. Das Bild 7-18 zeigt die Auswirkungen der Erhöhung der Vorspannkraft von $P = 1800 \text{ kN}$ auf $P = 2250 \text{ kN}$, um 25%, während das Bild 7-19 die Auswirkungen der Erhöhung von $P = 1800 \text{ kN}$ auf $P = 2700 \text{ kN}$, um 50% zeigt. Dabei sind die dünn gestrichelten Linien die sich vor der Erhöhung der Vorspannkraft einstellenden Druckbogenformen. Die grau unterlegte Fläche stellt die Druckzone dar.

Auffällig ist, dass an der Zwischenstütze der Ort der Gegenkrümmung des Bogens mit zunehmender Vorspannung näher zum Auflager rückt und die Bogenkämpfer flacher verlaufen. Zudem ist durch die gepunkteten Linien über der Zwischenstütze und im Feld erkennbar, dass die Bereiche des Trägers im Zustand II mit Erhöhung der Vorspannkraft kleiner werden. Unter der Last $q = 500 \text{ kN/m}$ z.B. stützt sich der Druckbogen nun nicht mehr vor der Zwischenstütze im Schnitt 119 ab. Die leichte Gegenkrümmung bei dem Träger mit um 25% erhöhter Vorspannkraft ist vergleichbar mit der Druckbogenform des Trägers vor der Vorspannkrafterhöhung ($P = 1800 \text{ kN}$) unter der Last $q = 400 \text{ kN/m}$ (Bild 7-16). Unter der gleichen Last stellt sich bei dem Träger mit 50% Vorspannkrafterhöhung eine ideale Druckbogenform ohne Gegenkrümmung vor dem Auflager ein (Bild 7-19), sodass die Querkraft direkt in das Auflager abgetragen werden kann. Auch zum Endauflager hin neigt sich die Biegedruckkraft flacher und gleichförmiger als beim Träger mit $P = 1800 \text{ kN}$.

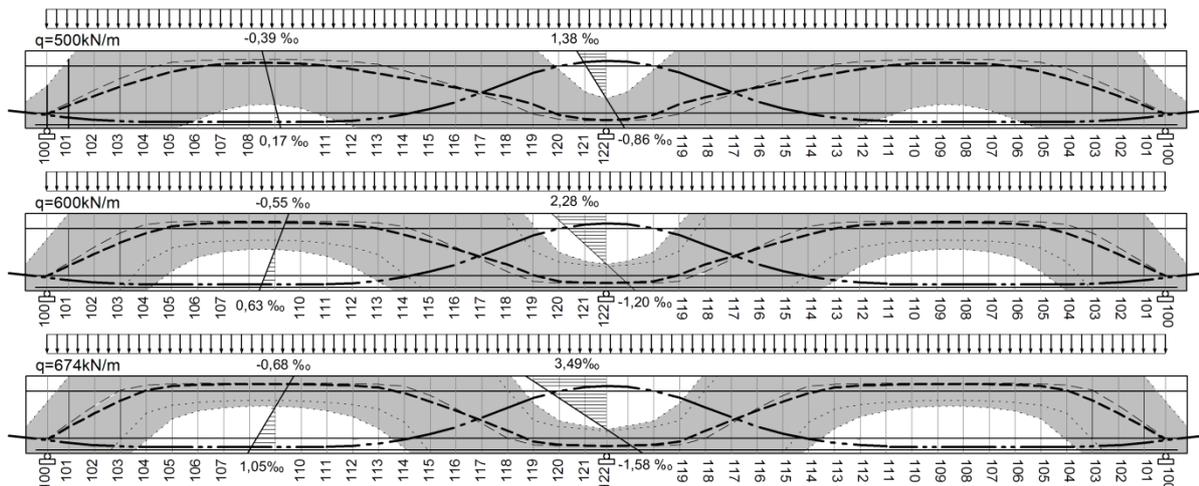


Bild 7-18: Auswirkungen der Vorspannkrafterhöhung um 25% ($P = 1800 - 2250 \text{ kN}$), $q = 500 - 674 \text{ kN/m}$

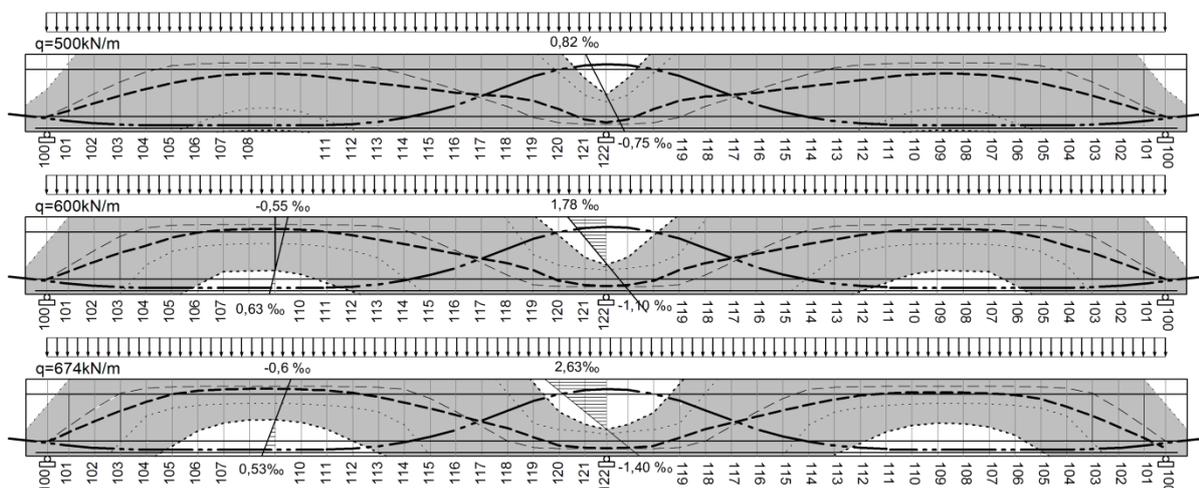


Bild 7-19: Auswirkungen der Vorspannkrafterhöhung um 50% ($P = 1800 - 2700 \text{ kN}$), $q = 500 - 674 \text{ kN/m}$

8 Anwendung des Druckbogenmodells auf ein Bestandsbauwerk

8.1 Allgemeines

Das in Kapitel 4 beschriebene und in den Kapiteln 5 und 6 eingehend untersuchte Modell wird nachfolgend zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit einer älteren bestehenden Spannbetonbrücke, „BW 6362 – B3“ über die Leineflutmulde, angewendet. Die Untersuchung erfolgt für den maßgebenden Hauptträger I (Randträger) mit einer Querschnittshöhe von 1,50 m. Dabei wird das Druckbogenmodell beispielhaft auf den Bereich des Endauflagers und links von Achse 10 angewendet. Zunächst werden die Berechnungsgrundlagen zusammengestellt und der Querkraftnachweis wird nach DIN-FB 102 durchgeführt.

Das Bauwerk wurde im Jahr 1955 errichtet.

Angaben zur Konstruktion

Brückentyp: 5feldrige Plattenbalkenbrücke

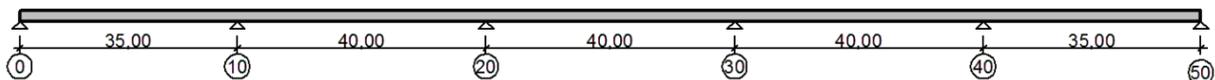


Bild 8-1: Statisches System

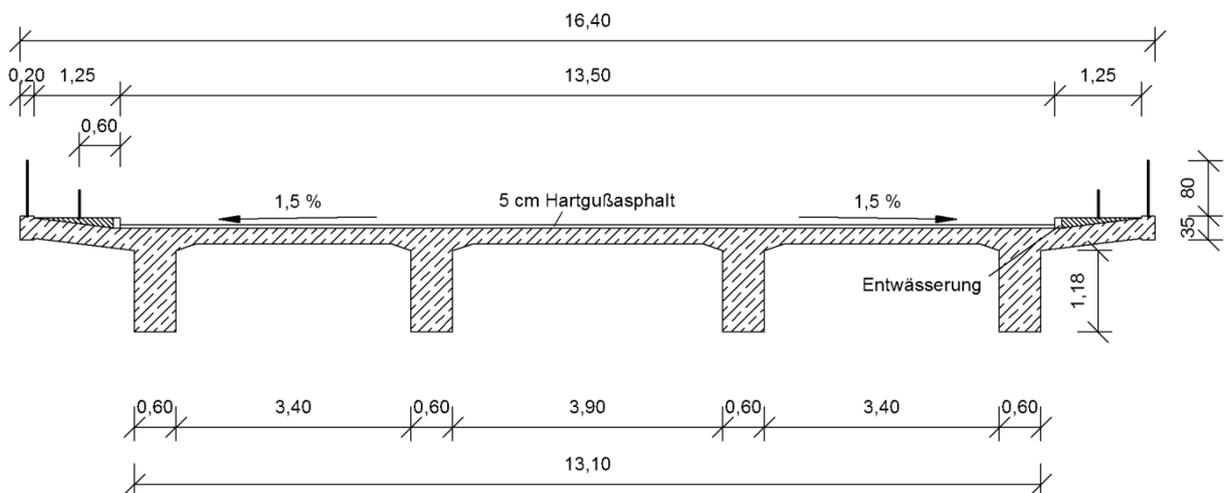


Bild 8-2: Querschnitt: 4stegiger Plattenbalken mit Quer- und Längsvorspannung

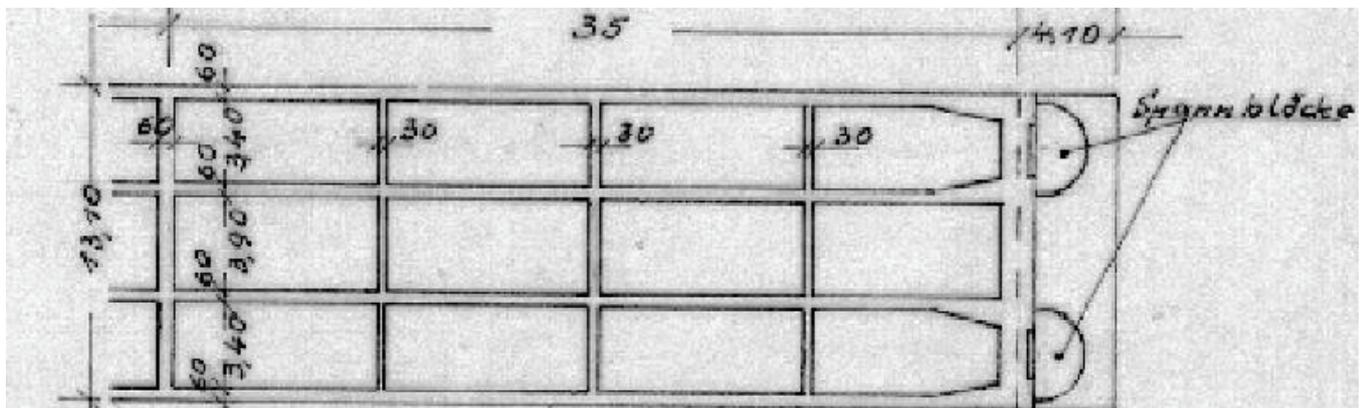


Bild 8-3: Horizontalschnitt durch Endfeld (Auszug aus dem Bauwerksbuch)

Materialien/Vorspannung

Beton

B 450 nach DIN 1045:1943-03 entspricht einem heutigen C30/37

- f_{ck} = 30 MN/m²
- f_{ctm} = 2,9 MN/m²
- E_{cm} = 28300 MN/m

Betonstahl

BSt 34/50 nach DIN 488 bis 1972 (BSt II – glatt)

- f_{yk} = 360 MN/m²
- f_{tk} = 500 MN/m²
- E_s = 200000 MN/m²

Spannstahl

St 160/180, kaltgezogen, Baur-Leonhardt

- $\beta_{0,2}$ = 1570 MN/m²
- σ_{br} = 1765 MN/m²
- $\beta_{0,1}$ = 1470 MN/m²
- E_s = 205000 MN/m²

Querschnittsfläche Litze:

A = 50 mm²

Anzahl Litzen pro Bündel:

n = 210

Querschnittsfläche Spannstahlbündel:

A = 105 cm²

Reibbeiwert:

μ = 0,15

Zulässige Spannungen:

$zul\sigma = 0,55 \cdot \beta_z = 0,55 \cdot 1800 = 990 \text{ N/mm}^2$

Vorspannkkräfte:

10 915 kN/ Spanngliedbündel

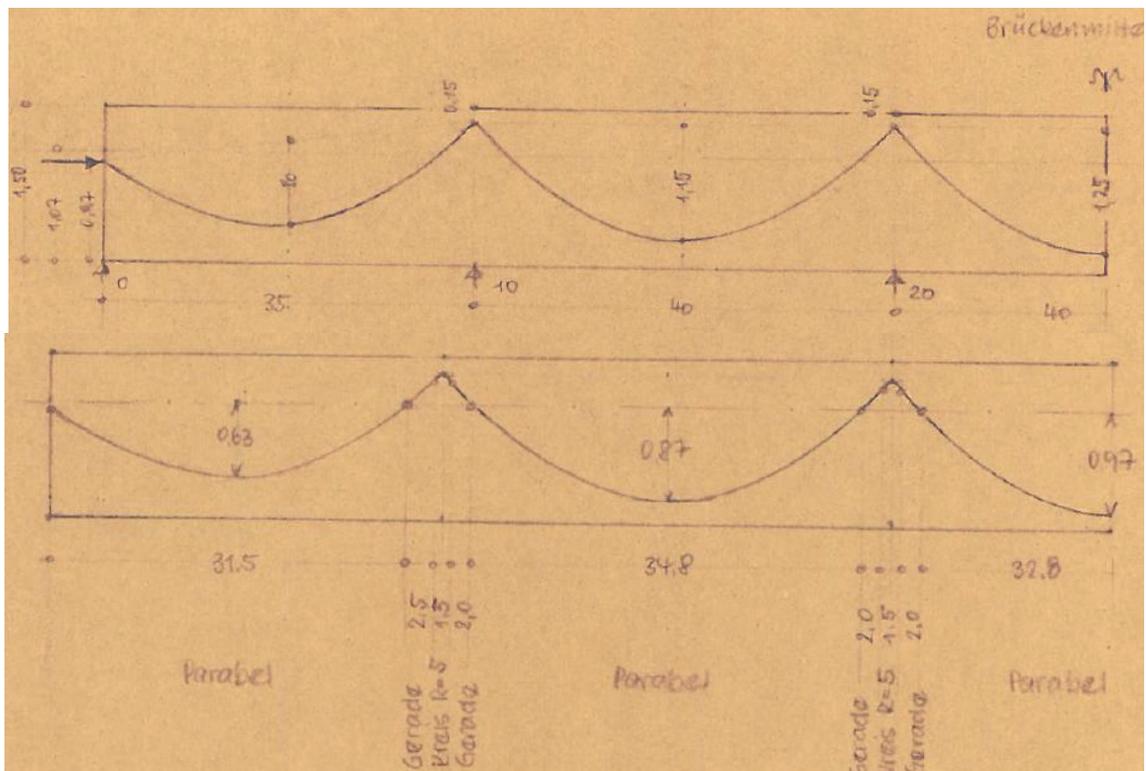
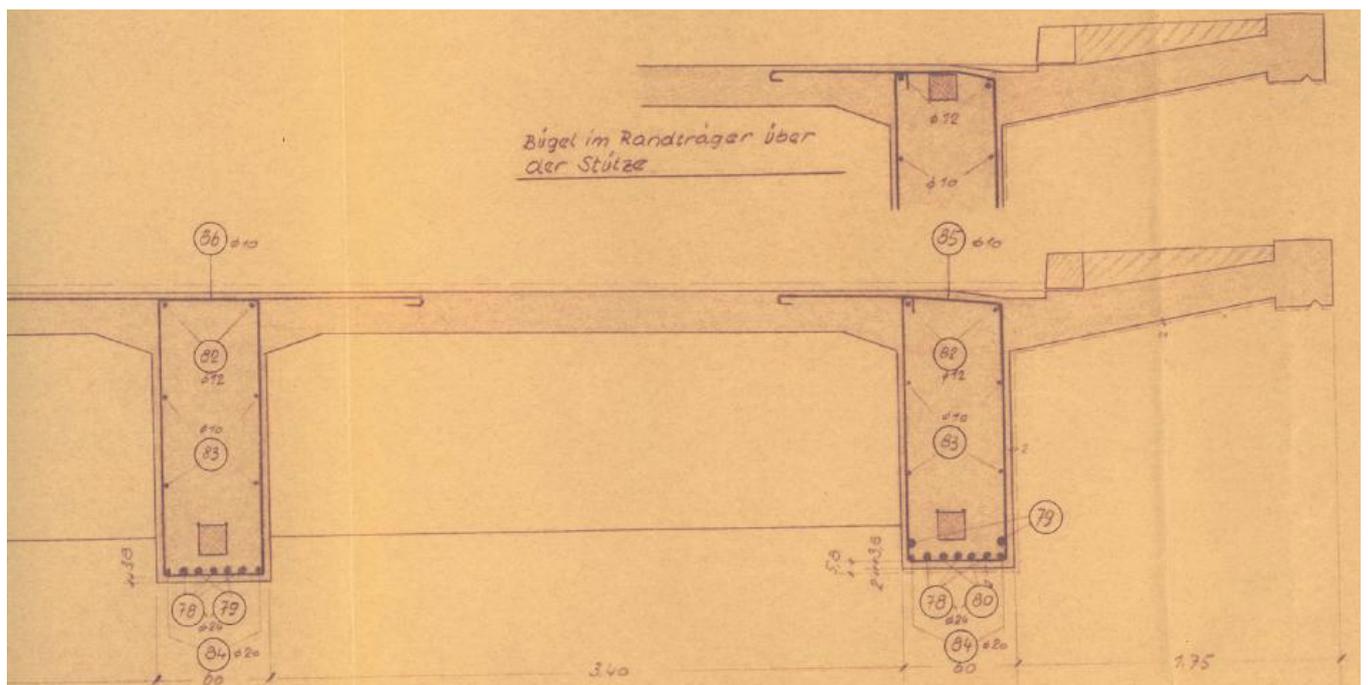


Bild 8-4: Spanngliedführung (Auszug aus Bestandsstatik)

Tabelle 8.1: Abstand der Spannglieder d_p vom oberen Trägerrand.

Achse	x	Spannglieder HT I	
		Lage	Neigung
	m	m	mm/m
10	0.00	0.560	-0.089
	15.75	1.090	0.000
	31.75	0.460	0.089
	34.25	0.237	0.089
20	35.00	0.180	0.000
	35.75	0.237	-0.111
	37.75	0.460	-0.111
	55.00	1.330	0.000
	72.25	0.460	0.111
	74.25	0.237	0.111
30	75.00	0.180	0.000
	75.75	0.237	-0.111
	77.75	0.460	-0.111
	95.00	1.430	0.000
	112.25	0.460	0.111
40	114.25	0.237	0.111
	115.00	0.180	0.000
	115.75	0.237	-0.111
	117.75	0.460	-0.111
	135.00	0.133	0.000
50	152.25	0.460	0.111
	154.25	0.237	0.111
	155.00	0.180	0.000
	155.75	0.237	-0.089
	158.25	0.460	-0.089
	174.25	1.090	0.000
	190.00	0.560	0.089

**Bild 8-5:** Querschnitt durch die Hauptträger mit Darstellung des Stahlkastens für die Spannglieder

8.2 Belastung

Ausbaulasten

Fahrbahnbelag ($h = 5\text{cm}$) $g_1 = 0,05 \cdot 24 + 0,5 = 1,70 \text{ kN} / \text{m}^2$

Kappen

Kappengeometrie ($h \approx 25\text{cm}$) $g_2 = 0,25 \cdot 25 = 6,25 \text{ kN} / \text{m}^2$

Aufliegende Kappe ($h \approx 3\text{cm}$) $g_3 = 0,03 \cdot 25 = 0,75 \text{ kN} / \text{m}^2$

Betonholm ($b/h = 30/35\text{cm}$) $g_4 = 0,30 \cdot 0,35 \cdot 25 = 2,625 \text{ kN} / \text{m}$

Geländer $g_5 = 0,50 \text{ kN} / \text{m}$

Schutzeinrichtung $g_6 = 0,50 \text{ kN} / \text{m}$

Kriech- und Schwindbeiwerte

$$\varphi_{\infty} = 1,77$$

$$\varepsilon_s = -20 \cdot 10^{-5}$$

Temperatureinwirkungen

$$\Delta T_{M, \text{pos}} = 12,3\text{K} \text{ oben wärmer (Sonneneinstrahlung)}$$

$$\Delta T_{N, \text{neg}} = -8,0\text{K} \text{ oben kälter (Schlagregen)}$$

Verkehrslasten (Brückenklasse 60)

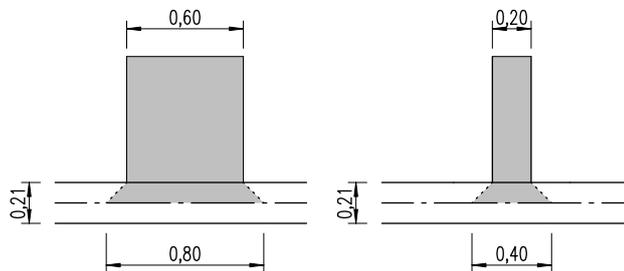
Schwingbeiwert φ $\varphi = 1,4 - 0,008 \cdot l\varphi$

Endfeld $\varphi = 1,4 - 0,008 \cdot 35,0 = 1,12$

(Innenfeld $\varphi = 1,4 - 0,008 \cdot 40,0 = 1,08$)

Radlast: $p_{SLW60} = \frac{100 \cdot 1,12}{0,32} = 350,0 \text{ [kN} / \text{m}^2]$ (337,5 Innenfeld)

Radaufstandfläche: $A = 0,80 \cdot 0,40 = 0,32\text{m}^2$



Hauptspur: $p_{HS} = 5,0 \cdot 1,12 = 5,6 \text{ [kN} / \text{m}^2]$ (5,4 Innenfeld)

Nebenspur: $p_{NS} = 3,0 \text{ [kN} / \text{m}^2]$ (3,0 Innenfeld)

8.3 Querkraftnachweis nach DIN-FB 102

Bemessung für Querkraft							
Hauptträger I							
Bauteil		$V_{Ed,0}$	$V_{Ed,10,li}$	$V_{Ed,10,re}$	$V_{Ed,20,li}$	$V_{Ed,20,re}$	Bemerkungen
$VE_{d,max}$	[MN]	1.300	2.100	2.300	2.200	2.300	maximale Querkraft über Achse
$VE_{d,red}$	[MN]	1.271	1.274	1.245	1.239	1.342	Querkraft im Abstand d
N_{ed}	[MN]	-9.30	-8.70	-8.70	-8.20	-8.20	einwirkende Normalkraft
b_w	[m]	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	Stegbreite
h	[m]	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	geom. Höhe des Querschnitts
d	[m]	1.43	1.28	1.28	1.28	1.28	stat. Höhe der Spanngliedlagen
A_c	[m ²]	1.77	1.77	1.77	1.77	1.77	
σ_{cd}	[MN/m ²]	-5.25	-4.92	-4.92	-4.63	-4.63	
A_{sl}	[cm ²]	37.95	105.00	105.00	105.00	105.00	vorhandene Längsbewehrung
z	[m]	1.28	1.15	1.15	1.15	1.15	
$V_{Rd,c}$	[MN]	0.361	0.337	0.337	0.347	0.347	
$\cot \theta_{max}$	[-]	2.28	2.18	2.20	2.20	2.13	
$\cot \theta_{min}$	[-]	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	
θ_{min}	[°]	23.7	24.6	24.4	24.5	25.1	
θ_{max}	[°]	59.9	59.9	59.9	59.9	59.9	
$\cot \theta$	[-] gew.	2.31	2.20	2.19	2.19	2.13	gewählter Druckstrebenwinkel
$\tan \theta$	[-] gew.	0.43	0.45	0.46	0.46	0.47	
θ	[°] gew.	23.4	24.4	24.5	24.5	25.1	
Nachweis Betondruckstrebe							
$V_{Rd,max}$	[MN]	3.577	3.320	3.330	3.330	3.390	
$Ausnutzg$	[-]	0.363	0.633	0.691	0.661	0.678	<1,0?
Erforderliche Querkraftbewehrung							
erf. a_{sw}	[cm ² /m]	13.70	16.06	15.76	15.69	17.47	erforderliche Bügelbewehrung
vorh. a_{sw}	[cm ² /m]	9.05	4.71	4.71	4.71	4.71	vorhandene Bügelbewehrung
vorh. a_{sw}		2 \emptyset 12-25	2 \emptyset 10-33	2 \emptyset 10-33	2 \emptyset 10-33	2 \emptyset 10-33	
$Ausnutzg$	[-]	1.514	3.409	3.347	3.331	3.709	<1,0?
Materialkennwerte							
f_{ck}	[MN/m ²]	30	30	30	30	30	
γ_c	[-]	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	
f_{cd}	[MN/m ²]	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	
f_{yk}	[MN/m ²]	360	360	360	360	360	
γ_s	[-]	1.15	1.15	1.15	1.15	1.15	
f_{yd}	[MN/m ²]	313	313	313	313	313	
β	[-]	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	
η	[-]	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	
α_c	[-]	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	

In den Querkraftnachweisen wird gemäß Nachrechnungsrichtlinie der Druckstrebenwinkel bis maximal $\cot \theta = 3,0$ angesetzt.

Der Querkraftnachweis für den Randträger ist an den maßgebenden Stellen (Abstand d vom Auflager in Achse 0, 10 bzw. 20) ohne Ansatz des Traganteils aus dem Druckbogen nicht erfüllt.

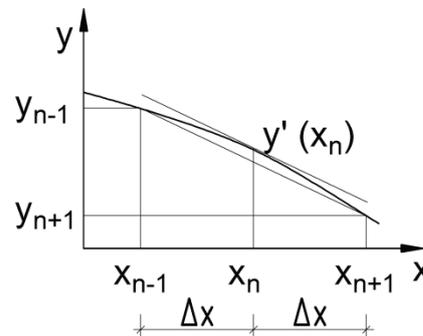
8.4 Berücksichtigung des zusätzlichen Betontraganteils aus dem Druckbogenmodell

8.4.1 Bemessungsablauf

Ermittlung des Druckbogenanteils:

- Anwendung eines Bemessungsprogramms zur Ermittlung der Druckzonenhöhe x , der Horizontalkomponente der resultierenden Betondruckkraft $F_{cd,h}$ sowie der Exzentrizität der Betondruckkraft zum Schwerpunkt unter den Bemessungslasten in der maßgebenden Laststellung.
- Ermittlung des Neigungswinkels ψ des Druckbogens an der Stelle x_n :

$$\psi(x_n) = \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2\Delta x}$$



- Über die Neigung der resultierenden Biegedruckkraft F_{cd} lässt sich der vertikale Anteil V_{ccd} ermitteln.

$$V_{ccd} = F_{cd,h} \cdot \tan \psi$$

Zwischenstützen

- Ermittlung des vom Standardfachwerk aufzunehmenden Anteils der Querkraft:

$$V_{Rd,sy} = a_{sw} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot \theta$$

Die Neigung der Druckstrebe wird dabei mit der Rissneigung β_r gleichgesetzt, da auf der sicheren Seite liegend keine Rissreibungskräfte berücksichtigt werden.

$$\cot \theta = \cot \beta_r = 1,20 - 1,40 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}$$

Da der entsprechende Untersuchungsbereich in der überdrückten Zone liegt, kann der maximale Hebelarm aus der Biegebemessung angesetzt werden ($z = 1,14 \text{ m}$).

Nachweis der Querkrafttragfähigkeit:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,sy} + V_{ccd}} \leq 1$$

Der entlastende Anteil des geneigten Spannglieds V_p ist durch die Berücksichtigung des Lastfalls Vorspannung im Rechenprogramm bereits in V_{Ed} enthalten.

Der gesamte Verlauf des Druckbogens über die Balkenlänge muss beachtet werden. Weist der Druckbogen vor dem Auflager eine Gegenkrümmung auf, ist die Querkraft V_{Ed} in den Fächer hoch zu hängen (Vgl. Bild 7-11).

Endauflager

- Nachweis der Hauptzugspannungen für den Ansatz der Druckbogen-Druckstrebe ohne Spaltzugbewehrung nach Kapitel 6, Gl. (6.4). Wird der zulässige Wert nicht eingehalten ist eine Spaltzugbewehrung nach Gl. (6.5) nachzuweisen.
- Das Standardfachwerk geht am Übergang zum Endauflagerbereich in den Druckbogen über. Der entlastende Anteil des geneigten Spannglieds V_p ist durch die Berücksichtigung des Lastfalls Vorspannung im Rechenprogramm bereits in V_{Ed} enthalten.
- Nachweis der Querkrafttragfähigkeit:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,sy} + V_{ccd}} \leq 1$$

8.4.2 Nachweis der Hauptzugspannungen

Nach DIN 4227 wurden die schiefe Hauptzugsspannungen unter Bruchlasten ($\gamma = 1,75$) begrenzt. Nach dem Teilsicherheitskonzept beträgt die Sicherheit auf der Einwirkungsseite etwa ($\gamma \approx 1,40$). Um auf ein gleiches Sicherheitsniveau zu gelangen muss der zulässige Wert der schiefen Hauptzugspannungen um den Faktor $1,75/1,4=1,25$ abgemindert werden.

Die zulässige Spannung für einen B35 im rechnerischen Bruchzustand ohne Nachweis der Schubbewehrung aus der Tabelle 9, Zeile 50 der DIN 4227-1(1988-07) beträgt:

$$zul \sigma_1 = 1,8 \text{ MN} / \text{m}^2 \qquad \qquad \qquad zul \sigma_{1,d} = \frac{1,8}{1,25} = 1,44 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Gemäß Kapitel 6 beträgt der am Endauflager zulässige Wert für den Ansatz der Druckbogen-Druckstrebe ohne Spaltzugbewehrung unter ruhender Belastung:

$$f_{ctd} = 0,85 \cdot \frac{0,7 \cdot 2,9}{1,5} = 1,15 \text{ MN} / \text{m}^2 < 1,44$$

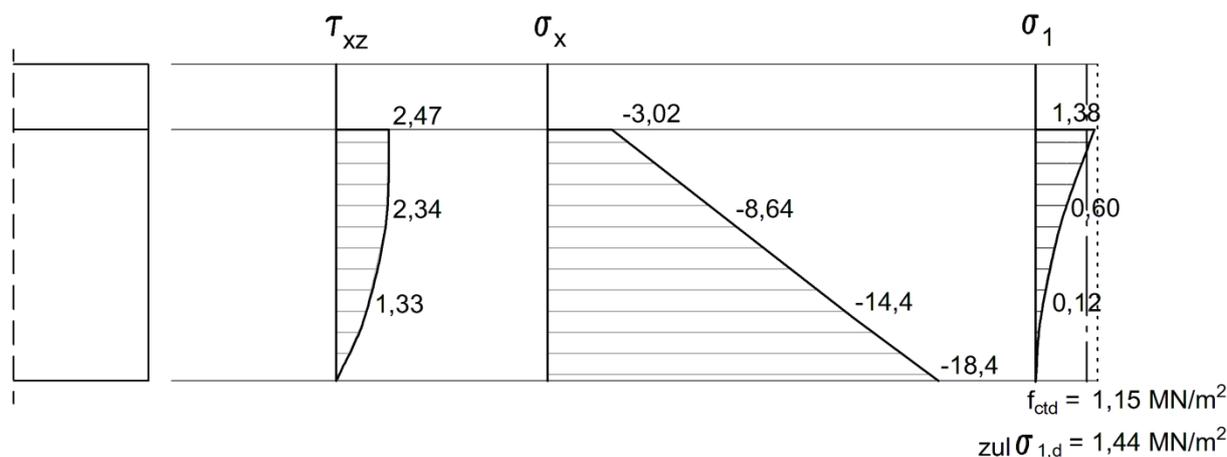


Bild 8-6: Hauptzugspannungen des Steges des Hauptträgers I im Abstand d rechts von Achse 20 [MN/m²]

Nachweis

$$\eta = \frac{\max \sigma_1}{f_{ctd}} = \frac{1,38}{1,15} = 1,2 > 1,00$$

Unter Bemessungslasten des Hauptträgers I treten die größten Hauptzugspannungen am oberen Rand der Stege im Bereich der Achse 20 auf. Sie liegen mit 1,38 MN/m² knapp über der für die Endauflager zulässigen Hauptzugspannung von 1,15 MN/m² für den Ansatz der Druckbogen-Druckstrebe ohne Spaltzugbewehrung. Daher ist eine Spaltzugbewehrung nachzuweisen.

Spaltzugbewehrung: (auf Länge $z_p \cdot \cot \psi$)

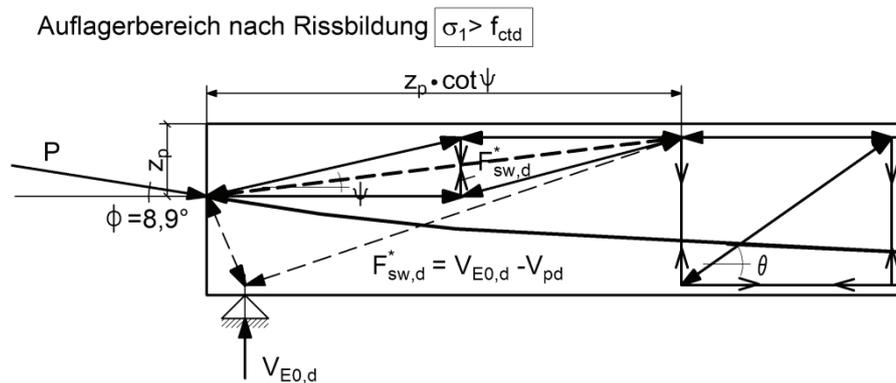


Bild 8-7: Kraftfluss im Auflagerbereich nach Rissbildung bei girlandenförmiger Spanngliederführung, Nachweis der Spaltzugbewehrung $F_{sw,d}$

Auflagerbereich:

$$V_{E0,d} = V_{pd} + V_{ccd}$$

$$F_{sw,d}^* = V_{ccd} = V_{E0,d} - V_{pd}$$

$$erfa_{sw} = \frac{F_{sw,d}^*}{f_{yd} \cdot z_p \cdot \cot \psi}$$

mit

$$F_{sw,d}^* = V_{Ed} = V_{E0,d} - V_{pd} = 1,3 \text{ MN}$$

$$z_p = 0,58 \text{ m}$$

$$f_{yd} = 313 \text{ MN} / \text{m}^2$$

und

$$\psi = 7,1^\circ$$

$$erfa_{sw} = \frac{1,3}{313 \cdot 0,58 \cdot \cot 7,1^\circ} \cdot 10^4 = 8,9 \text{ cm}^2 < 9,05 \text{ cm}^2$$

Nachweis der Spaltzugbewehrung ist erfüllt!

Damit kann am Auflager der Traganteil des Druckbogens V_{ccd} angesetzt werden.

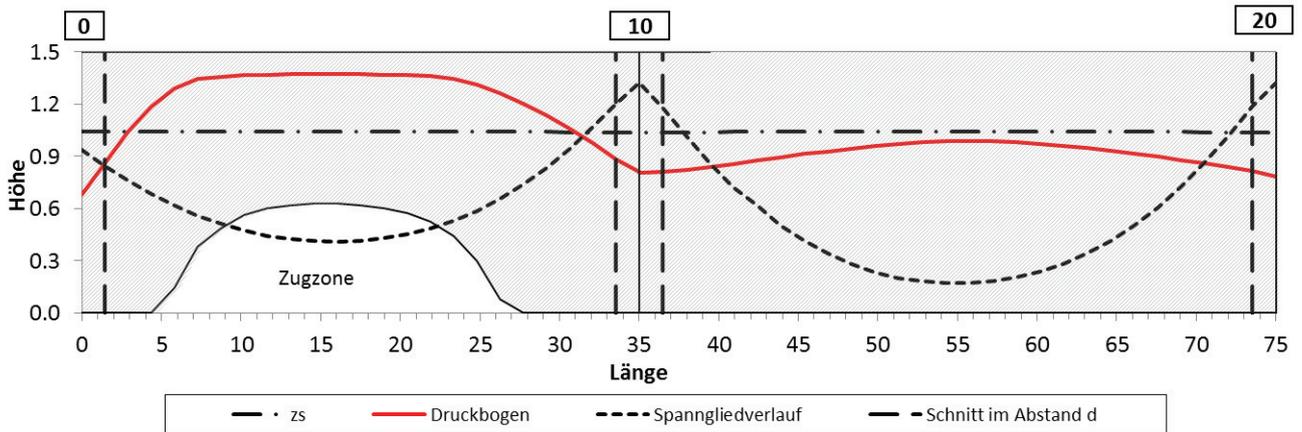


Bild 8-8: Druckbogen Hauptträger I, für die Laststellung im Abstand d vom Endauflager (Träger überhöht)

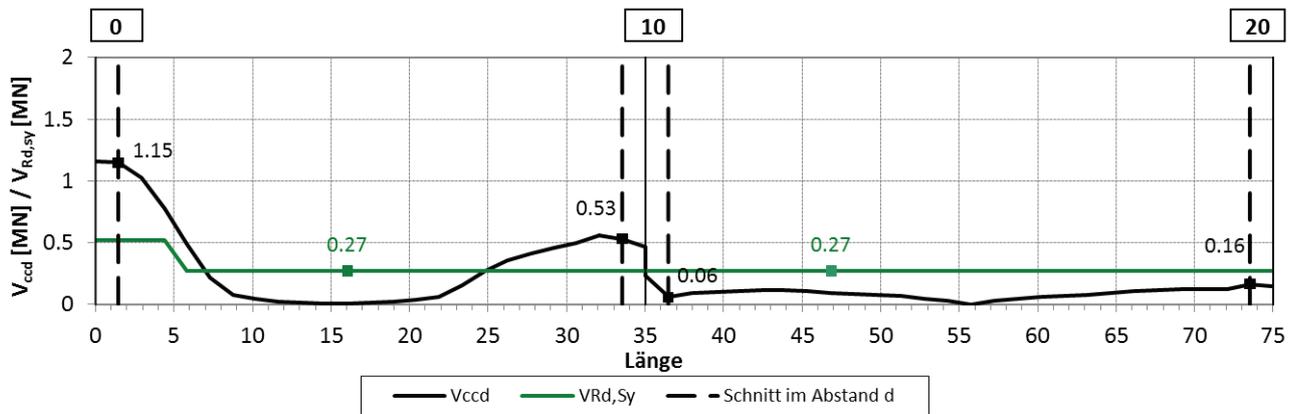


Bild 8-9: Aufnehmbare Querkraft V_{ccd} des Druckbogens und des Stegfachwerks [MN]

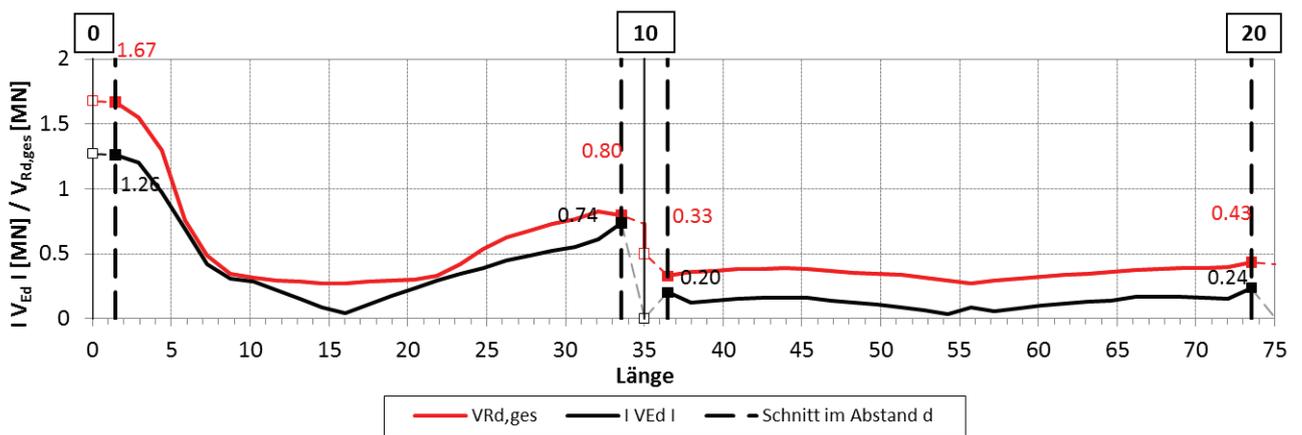


Bild 8-10: |V_{Ed}| und V_{Rd,ges} [MN]

Nachweis in Achse 0:

$$\eta = \frac{1,26}{1,67} = 0,75 < 1,0$$

Nachweis ist erfüllt!

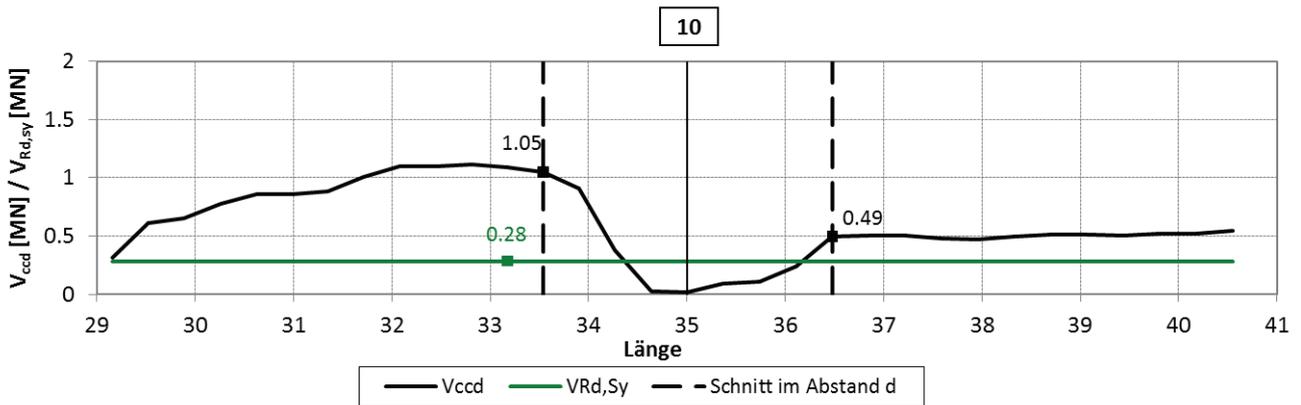


Bild 8-12: Aufnehmbare Querkraft V_{ccd} des Druckbogens und des Stegfachwerks [MN]

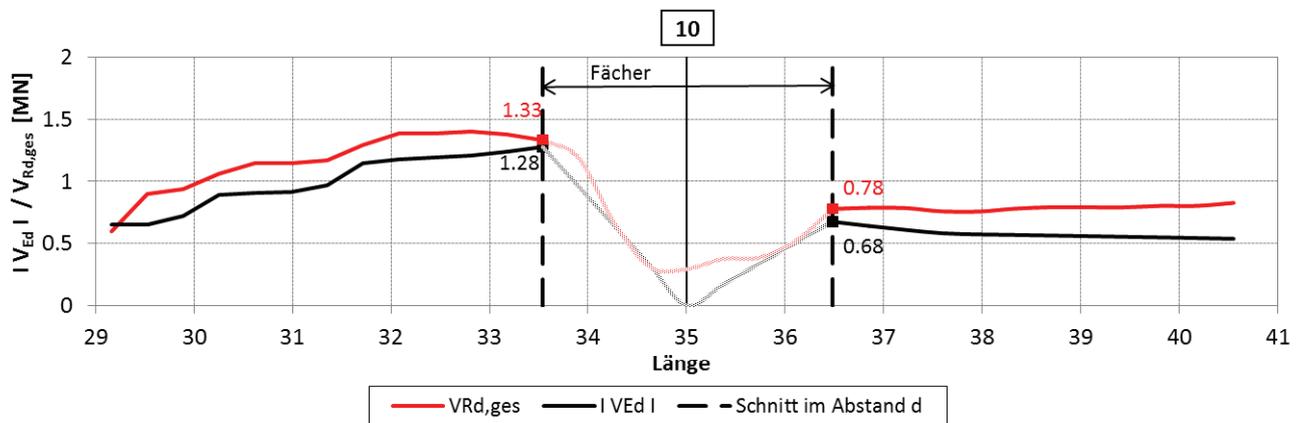


Bild 8-13: $|V_{Ed}|$ und $V_{Rd,ges}$ [MN]

Nachweis links von Achse 10:

$$\eta = \frac{1,28}{1,33} = 0,96 < 1,0$$

Nachweis ist erfüllt.

Demnach kann mittels Druckbogenmodell die Querkrafttragfähigkeit am Zwischenaufleger für diese maßgebende Laststellung, für die Brückenklasse 60 nachgewiesen werden.

8.5 Zusammenfassung

Bei der Nachrechnung der Brücke BW 6362 – B3 über die Leineflutmulde wurden auf der Grundlage DIN-FB 102 erhebliche Defizite bei der Querkrafttragfähigkeit festgestellt. Die Nachweisgrenzen wurden am Endauflager und am Zwischenaufleger überschritten mit:

$$\eta = \frac{13,7}{9,05} = 1,51 > 1,0 \quad (\text{Endauflager})$$

$$\eta = \frac{16,1}{4,71} = 3,41 > 1,0 \quad (\text{Zwischenaufleger})$$

Mit dem Druckbogenmodell, das noch durch Versuche an Durchlaufträgern abgesichert werden muss, kann die Querkrafttragfähigkeit am Endauflager und am Zwischenaufleger dagegen nachgewiesen werden. Das Druckbogenmodell deutet ein großes Potential an.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Durch den positiven Einfluss der Vorspannung wird die Querkrafttragfähigkeit deutlich gesteigert. In der vorliegenden Arbeit wird dies mit dem *Druckbogenmodell* mechanisch begründet. Ein wirklichkeitsnaher Ansatz zur Beschreibung des Querkrafttragverhaltens von Spannbetonbalken wird entwickelt. Vor allem bei der Nachrechnung der Querkrafttragfähigkeit bestehender älterer Spannbetonbrücken können damit die vorhandenen Tragreserven besser ausgenutzt und somit aufwendige Ertüchtigungen von Spannbetonbrücken hinsichtlich der Querkrafttragfähigkeit ggf. entfallen bzw. zumindest vermindert werden.

Das Modell geht von einem sich zwischen den Spanngliedverankerungen einstellenden, das Stegfachwerk wesentlich entlastenden Druckbogen im Beton aus, der aus der Neigung des auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach Zustand II unter der zugehörigen Momentenbeanspruchung ermittelten Druckgurtes resultiert. Damit erfolgt eine Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion.

Mit dem heute verbreiteten Bemessungsmodell *Fachwerk mit Rissreibung* wird der Druckbogen nicht erfasst. Die Traganteile, die darin den Querkrafttragwiderstand bei konstanter Querschnittshöhe bilden:

- Fachwerk (V_{RSW})
- Rissreibung ($V_{R,c}$)
- Vertikalkomponente bei schräger Spanngliedführung (V_p),

werden erweitert um den Traganteil

$$\text{–Druckbogenmodell } V_{cc} = F_{c,h} \cdot \tan \psi$$

Die Neigung ψ des Druckbogens resultiert aus der unterschiedlichen Druckzonenhöhe und Lage der Biegedruckkraft im Zustand II auf der Grundlage der Dehnungsebenen in einzelnen Querschnitten im Abstand Δx . Durch die unterschiedlich großen Momente ändern sich die Höhe der Druckzone und der Randabstand der Betondruckkraft aus Biegung und Vorspannwirkung. Dadurch verläuft die Resultierende der Biegedruckspannungen geneigt und bildet die Form des Druckbogens.

Die Recherche der historischen Entwicklung zeigt, wie sich in der Vergangenheit die Bemessungsmodelle für Querkraft mehrmals grundlegend geändert haben. Entsprechend der Entwicklungsidee von Spannbeton, die im Stahlbetonbalken auftretenden Zugspannungen zu überdrücken, wurde die weltweit erste Spannbetonnorm DIN 4227 (1953) auf den Grundlagen der technischen Biegelehre für homogenes, isotropes Material für den ungerissenen Beton (Zustand I) eingeführt. Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit unter rechnerischer Bruchlast wurde über die Begrenzung der im ungerissenen Steg wirkenden Hauptzugspannungen geführt, so dass zumindest unter Gebrauchslasten eine Schubrissbildung vermieden werden sollte. Dadurch konnte bei Einhaltung bestimmter Grenzwerte auf eine rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung verzichtet werden. Eine Mindestquerkraftbewehrung war ursprünglich nicht vorgeschrieben, sie wurde dem Ermessen des Konstrukteurs überlassen. Dieser Nachweis unterschied sich grundlegend von dem seinerzeit für den Stahlbetonbalken geführten Querkraftnachweis, der die *Fachwerkanalogie* als Tragmodell zugrunde legte. 1966 wurde der Mangel erkannt und für Spannbetonbrücken wurde eine Mindestquerkraftbewehrung, vergleichbar zur heutigen, vorgeschrieben. Nachdem man jedoch in der Praxis auch bei Spannbetonbalken Risse feststellte, wurde für den Bemessungsansatz nach CEB-FIP, Ausgabe 1970 sowie DIN 4227 (1973) die von LEONHARDT vorgeschlagene Einteilung in Zonen längs des Tragwerks eingeführt. Als Abgrenzungskriterium wurden die nach Zustand I unter rechnerischen Bruchlasten ermittelten Randzugspannungen festgelegt. Während der Nachweis in der rechnerisch ungerissenen Zone AB auf Begrenzung der Hauptspannungen basierte, wurde in der gerissenen Zone C, wie auch bei Stahlbetonbalken, der Tragmechanismus eines Fachwerk zugrunde gelegt. Dabei handelte es sich um den im gerissenen Beton (Zustand II) geführten Querkraftnachweis an einem Fachwerkträger aus einem parallelen Zug- und Druckgurt, sowie aus geneigten Betondruckstreben und Querkraftbewehrung im Steg, den bereits 1899 RITTER in Anlehnung an die Bauweise HENNEBIQUE entwickelt hatte. Durch Anordnung mehrerer Bügel bildet sich ein statisch unbestimmtes Netzfachwerk, welches aber mit der *Fachwerkanalogie* nach MÖRSCH (1908) als eine Überlagerung von einzelnen statisch bestimmten Fachwerken, die gegeneinander versetzt sind, angesehen wurde. LEONHARDT folgerte aus seinen 1963 durchgeführten Schubversuchen an Stahlbetonträgern, dass über die Fachwerkwirkung hinaus ein zusätzlicher Betontraganteil bei der

Querkraftabtragung beteiligt sein muss. Mechanisch erklärte er das gegenüber der klassischen Fachwerkanalogie nach MÖRSCH günstigere Tragverhalten durch einen *geneigten Druckgurt* und durch flacher als 45° geneigte Druckstreben. Dieses Modell bildete eine der Grundlagen für die Nachweise mit verminderter Schubdeckung der früheren Stahlbetonnormen DIN 1045, Ausgaben 1972, 1978, und 1988 und findet heute noch in internationalen Normen Anwendung. Mit der DIN 1045-1, Ausgabe 2001 wird die Nachweisführung bei Querkraftbeanspruchung sowohl für Stahlbetonbauteile als auch für Bauteile aus Spannbeton grundlegend verändert. Der Betontraganteil wird indirekt über das Verfahren mit veränderlicher Druckstrebenneigung auf der Grundlage der Plastizitätstheorie erfasst. Zusätzlich wird die untere Begrenzung des Druckstrebenwinkels nicht mehr beliebig, sondern über den Einfluss der zwischen zwei Rissuferne wirksamen Rissverzahnung mechanisch abgeleitet (*Fachwerkmodell mit Rissreibung*).

In diesem Konzept findet die Zoneneinteilung nach LEONHARDT keine Berücksichtigung mehr, sodass auf der ganzen Länge des Spannbetonträgers Zustand II entsprechend Zone C angenommen wird. Zusätzlich wird die Querkrafttragfähigkeit unabhängig von der Biegetragfähigkeit ermittelt. Diese konservative Betrachtung ist bei der Bewertung bestehender älterer Brücken mit Defiziten in der Querkraftbewehrung nicht sinnvoll, weil eventuell vorhandene Tragreserven durch eine Interaktion von Querkraft und Biegemoment und die positive Wirkung eines Systems von Hauptzug- und Hauptdruckspannungen in der rechnerisch ungerissenen Zone unberücksichtigt bleiben. Darüber hinaus enthalten die aktuellen Normen für Spannbetonträger mit zwei Zuggurten in unterschiedlicher Höhenlage im Detail unterschiedliche Regeln für den Ansatz des inneren Hebelarms z bei der Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit.

Der Einfluss der Größe der Vorspannkraft und der Spanngliedneigung auf den Druckbogen und auf die Größe der erforderlichen Querkraftbewehrung wird untersucht. Zusätzlich wird dem Einfluss aus unterschiedlicher Querkraftbewehrung nachgegangen. Schließlich wird ein Konzept zur Überlagerung der beiden Tragmechanismen *Fachwerk* und *Druckbogenmodell* bei einer Querkraftbeanspruchung von Bauteilen aus Spannbeton entwickelt und durch Versuchsnachrechnung validiert. Reihe I und T der bereits 1972 an der Universität Stuttgart von LEONHARDT durchgeführte Querkraftversuche hatten eine Höhe von 90 cm mit einer Gurtplattenbreite/-dicke von 105/17,5 cm bei einer Stegbreite von 30 cm sowie einer Spannweite von 6,50 m. Die großen Abmessungen der Versuchskörper sind bei der Interpretation der Ergebnisse für die Übertragbarkeit und Anwendung auf Spannbetonbrücken vorteilhaft. Die Balken waren mit je zwei Spanngliedern im nachträglichen Verbund vorgespannt. Die Versuchsreihe I bestand aus drei identisch bewehrten Versuchsbalken IP1, IP2 und IP3, bei denen lediglich die Spannglieder verschieden stark angespannt wurden (10%, 50% und 100% der zulässigen Vorspannkraft). In der Versuchsreihe T wurden die Spanngliedführung und der Schubbewehrungsrad variiert.

Wie die Versuchsnachrechnungen auf der Grundlage der Dehnungsebenen nach Zustand II und mit Hilfe der FEM unter Einsatz von nichtlinearen Materialmodellen gezeigt haben, spielt der Druckbogen vor allem in den Auflagerbereichen eine wesentliche Rolle. Die Verteilung der inneren Kräfte ändert sich in Abhängigkeit der Belastung. Im Gebrauchslastniveau bildet der Druckbogen auf der ganzen Länge des Spannbetonträgers den Haupttraganteil. Auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit tragen die Bügel nur einen Bruchteil der Querkraft ab. Durch die Berücksichtigung eines zusätzlichen Betontraganteils können die tatsächlich wirksamen Tragmechanismen im GZT besser erfasst werden. Es wird gezeigt, dass die Vertikalkomponenten der geneigten Zug- und Druckgurte am Auflager die Querkraft ohne die Beteiligung des Standardfachwerks vollständig aufnehmen.

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass das jetzige Querkraftbemessungsmodell nach DIN 1045-1 für vorgespannte Träger vor allem in den Endauflagerbereichen sowie Bereichen über den Zwischenstützen, wo das Druckbogenmodell maßgeblich dominiert, konservative Ergebnisse liefert.

Unter Querkraftbiegung stellen sich unterschiedliche Bereiche entlang eines Spannbetonträgers ein, in denen die Tragmodelle des parallelgurtigen Fachwerks mit Rissreibung und des Druckbogens unterschiedlich beteiligt sind. Für die Erläuterung der einzelnen Tragmechanismen stellt sich die von LEONHARDT seinerzeit vorgeschlagene Abgrenzung von Zonen als nützlich dar.

- Zone A, in der der Träger über die ganze Querschnittshöhe infolge der Längsspannungen σ_x im Beton überdrückt ist ($\sigma_x < 0$), kann die Druckbogen-Druckstrebe gemeinsam mit der Vertikalkomponente einer evtl. geneigten Spanngliedkraft die Querkraft ohne die Beteiligung des Standardfachwerks in die Auflager einleiten. Die Druckbogen-Druckstrebe verläuft mit der Neigung ψ vom Spannanker bis zum Obergurt des Stegfachwerks. Eine Bügelbewehrung ist nur bei Rissbildung ($\sigma_1 > f_{ctm}$) für die

Abdeckung der Spaltzugkräfte F_{sw}^* bei der Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe erforderlich, welche aber auf der Länge $z_p \cdot \cot \psi$ verteilt werden kann.

- Zone B, in der keine Biegerisse auftreten ($\sigma_x < f_{ctm}$) und der Druckbogen sich verkrümmt um in das Stegfachwerk überzugehen. Hier wirken die Tragmechanismen *Fachwerk* und *Druckbogen* zusammen.
- Die Zone C, in der Schubrisse sich aus Biegerissen entwickeln, wird maßgeblich von dem Tragmechanismus des Fachwerks dominiert. Hier kann, wie bei Stahlbetonbauteilen üblich, das *Fachwerkmodell mit Rissreibung* als Tragmodell für die Querkraftbemessung zugrunde gelegt werden. Allerdings ist für den inneren Hebelarm z der gewichtete innere Hebelarm $z = z_{gew}$ anzusetzen, da die schrägen Druckstreben im Steg sich mit ihren Horizontalkomponenten sowohl auf das Spannglied als auch auf das untere Zugband aus Betonstahl abstützen. Mit zunehmender Laststeigerung nähert sich der Spannbetonbalken im Feld im Tragverhalten einem Stahlbetonbalken, d.h. die gerissene Zone C weitet sich zu den Auflagern hin aus.

Einfluss der Betonzugfestigkeit

Aus der nichtlinearen numerischen Simulationsberechnung hat sich die Betonzugfestigkeit als wichtiger Parameter erwiesen. Die Absenkung der Betonzugfestigkeit hat eine Erhöhung der Bügelbeanspruchung zu Folge. Erreichen dadurch die Bügel frühzeitig ihre Zugfestigkeit kann dies auch zum Schubzugbruch und damit zur Traglastminderung führen. Mit Absenkung der Betonzugfestigkeit können die zur Umlenkung des Druckbogens erforderlichen Hauptzugspannungen nicht mehr aufgenommen werden, sobald die Zugfestigkeit des Betons überschritten wird. Im Auflagerbereich kann dann eine Aufspaltung der Druckbogen-Druckstrebe erfolgen. Durch die Spaltzugkräfte werden die Bügel im Auflagerbereich aktiviert. Demnach ergibt sich bei Ansatz der Tragwirkung aus dem Betondruckbogen ohne eine rechnerisch erforderliche Spaltzugbewehrung bzw. bei nicht ausreichend vorhandener Spaltzugbewehrung zusätzlich die Notwendigkeit für eine starke Begrenzung der Hauptzugspannungen.

Einfluss der Lage der Spannglieder

Im Bereich der Endverankerung ist der Einfluss geneigter Spannglieder auf den Druckbogen maßgeblich. Wenn das untere Zugband sehr schwach ist, stützt sich die Druckstrebe am Endauflager nicht mehr unten ab, sondern vor allem gegen den Anker des höher liegenden steiferen Spanngliedes. Dadurch wird die Neigung des Druckbogens flacher und der dadurch übertragene Querkraftanteil durch deren Vertikalkomponente geringer. Dafür trägt die geneigte Zugkraft des Spanngliedes einen Querkraftanteil.

Einfluss einer Erhöhung der Vorspannkraft

Wie die vergleichende Gegenüberstellung zeigt, stellt sich bei einer Erhöhung der Vorspannkraft auch unter höheren Laststufen eine günstigere Form des Druckbogens ein. Bei Anordnung einer externen Vorspannung bei bestehenden älteren Spannbetonbrücken kann dies vorteilhaft genutzt werden.

Ausblick

Es ist zu bedenken, dass die Untersuchungen an Durchlaufträgern lediglich erste Tendenzen darstellen, die noch durch Versuche zu überprüfen sind.

10 Literatur

- [1] AASHTO:
AASHTO LRFD Bridge design specifications, section 5, Concrete Structures. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 2001, 1994
- [2] ABEL, M.:
Zur Dauerhaftigkeit von Spanngliedern in teilweise vorgespannten Bauteilen unter Betriebsbedingungen
Diss. RWTH Aachen, 1996
Schriftenreihe des IMB, Heft 4
- [3] ACI 318M-05:
Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA, Ausgabe Juni 2005
- [4] BACHMANN, H., U. THÜRLIMANN, B.:
Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton.
Schweizerische Bauzeitung 84 (1966), S. 583 – 591 u. 599 606
- [5] BAUMANN, T.; RÜSCH, H.:
Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1970
- [6] BENTZ, E. C.; COLLINS, M. P.:
Development of the 2004 Canadian Standards Association (CSA) A23.3 shear provisions for reinforced concrete.
Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 33, No. 5, Mai 2006, S. 521-534
- [7] BENTZ, E. C.; COLLINS, M. P.:
Development of the 2004 Canadian Standards Association (CSA) A23.3 shear provisions for reinforced concrete.
Canadian Journal of Civil Engineering,
Vol. 33, No. 5, Mai 2006, S. 521-534 Collins,
- [8] BMV-Richtlinie:
Zusätzliche Bestimmungen zu DIN 4227 für Brücken aus Spannbeton, Bundesministerium für Verkehr/Hauptverwaltung der Deutschen Bahn (Hrsg.), Bonn, 1966
- [9] BS 8110-1:
Structural use of concrete. British Standards Institution (BSI), London 1985
Ausgabe 1997
- [10] COLLINS, M. P.; MITCHELL, D.; ET. AL.:
A general shear design method.
ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 1,
Januar 1996, S. 36-45
- [11] COLLINS, M. P.; RAHAL, K. N.:
Background to the general method of shear design in the 1994 CSA-A23.3 standard.
Canadian Journal of Civil Engineering,
Vol. 26, No. 6, Dezember 1999, S. 827-839
- [12] Comité Européen Du Béton (CEB); Federation Internationale de la Précontrainte (FIP):
Internationale Richtlinien zur Berechnung und Ausführung von Betonbauwerken. deutsche Übersetzung, herausgegeben von der Cement and Concrete Association, 52 Grosvenor Gardens, London SW 1. Juni, 1970
- [13] CSA Standard A23.3-04:
Design of Concrete Structures. Mississauga: Canadian Standards Association, Dezember 2004
- [14] DAfStb-Richtlinie:
Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauteilen unter Berücksichtigung von DIN 1045 (1972), Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, 1972
- [15] DIN 1045:1972-01
DIN 1045 - Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung. Ausgabe 01.1972
- [16] DIN 1045:1978-12
DIN 1045 - Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung. Ausgabe 12.1978
- [17] DIN 1045:1988-07
DIN 1045 - Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung. Ausgabe 07.1988
- [18] DIN 1045-1:2001
Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
Ausgabe Juli 2001

- [19] DIN 1045-1:2008-08
DIN 1045-1 - Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe 08.2008
- [20] DIN-Fachbericht 102:2003
Betonbrücken, Ausgabe März 2003
- [21] DIN-Fachbericht 102:2009
Betonbrücken, Ausgabe März 2009
- [22] DIN EN 1992-1-1:2005
Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2005 inkl. Berichtigungen Ber1:2008 (E) und Ber2:2010 (E)
- [23] DIN EN 1992-1-1:2011
Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC: 2010
- [24] DIN EN 1992-2:2007
Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 2: Betonbrücken – Bemessungs- und Konstruktionsregeln, Deutsche Fassung EN 1992-2:2005
- [25] DIN 4227:1953-10
DIN 4227 - Spannbeton: Richtlinien für Bemessung und Ausführung, Ausgabe 10.1953
- [26] DIN 4227:1966-02
DIN 4227 - Spannbeton: Richtlinien für Bemessung und Ausführung, Ausgabe 10.1953 mit zusätzlichen Bestimmungen zu DIN 4227 für Brücken aus Spannbeton, Ausgabe 02.1966
- [27] DIN 4227-1:1979-12
DIN 4227-1 - Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung, Ausgabe 12.1979
- [28] DIN 4227-1:1988-07
DIN 4227-1 - Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter und voller Vorspannung, Ausgabe 07.1988
- [29] DIN 4227-1:1995-12
Änderung A1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. Änderung A1
Ausgabe Dezember 1995
- [30] E DIN EN 1992-1-1/NA
Nationaler Anhang zu DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau (Entwurf, 2008)
- [31] E DIN EN 1992-1-1/NA
Nationaler Anhang zu DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau (2011)
- [32] E DIN EN 1992-2/NA
Nationaler Anhang zu DIN EN 1992-2: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 2/NA: Betonbrücken – Bemessungs- und Konstruktionsregeln (2011)
- [33] EIBL, J. ; NEUROTH, U. ::
Untersuchungen zur Druckfestigkeit von bewehrten Beton bei gleichzeitig wirkendem Querzug; Forschungsbericht T2024, IRB Verlag, Stuttgart, 1988
- [34] FEENSTRA, P. H.
Computational Aspects of Biaxial Stress in Plain and Reinforced Concrete. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, 1993
- [35] FEHLING, E. ; LEUTBECHER, T. ; RÖDER, F.- K. :
Zur Druck-Querzug-Festigkeit von Stahlbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton in scheibenförmigen Bauteilen, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 11, kasseluniversitypress GmbH, Kassel, 2008
- [36] GAMBAROVA, P.G. :
On aggregate Interlockmechanism in reinforced concrete plate with extensive cracking. IABSE-Coll., S 105-134, Delft 1981
- [37] HEGGER, J.; KÖNIG, G.; ZILCH, K.; REINECK, K.-H:
Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1, Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV-1-5-876/98, Berlin 1999

- [38] HEGGER, J.; GÖRTZ, S.:
Querkräfttragfähigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus normal- und Hochleistungsbeton, DAFStb H: 557, Beuth Verlag, Berlin, 2007
- [39] HILLERBORG, A.:
Analysis of one single crack, Fracture Mechanics of Concrete, F. H. Elsevier, S. 223-249, Amsterdam, 1983.
- [40] HORDIJK, D. A.:
Local Approach to Fatigue of Concrete. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, 1991
- [41] KANI, G. N. J.:
A Rational Theory for the Function of Web Reinforcement, Journal of the American Concrete Institute 66 (3), S. 185-197
- [42] KIZILTAN, H.; R. MAURER:
Concrete Compressive Strength for the Design under Axial and Shear Loading
3rd GACM Colloquium on Computational Mechanics, Hannover 2009
- [43] KIZILTAN, H.:
Spannbeton-Hohlkastenbrücken unter kombinierten Beanspruchungen Biegung, Querkraft und Torsion
Deutsche Simulia-Konferenz, Kapitel 2.14, Heidelberg 2010
- [44] KIZILTAN, H.:
Beitrag zur Querkraftbemessung von Spannbetonbalken, Doktorandensymposium,
51.Forschungskolloquium des DAFStb, S. 97-111, Kaiserslautern, 2010
- [45] KOTSOVOS, M. D.:
Compressive Force Path Concept: Basis for Reinforced Ultimate Limit State Design, ACI Structural Journal 85 (1), S. 68-75
- [46] KOTSOVOS, M. D.; BOBROWSKI, J.:
Design model for Structural Concrete based on the Concept of the Compressive Force Path, ACI Structural Journal 90 (1), S. 12-20
- [47] KUPFER, H.:
Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung, DAFStb H: 229, Ernst & Sohn, Berlin, 1973
- [48] KUPFER, H. ET. AL.:
Bruchzustand der Schubzone von Stahlbeton- und Spannbetonträgern. –Eine Analyse unter Berücksichtigung der Rissverzahnung. Bauingenieur 58 (1983), S. 143-149
- [49] LEONHARDT, F.:
Spannbeton für die Praxis, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1955
- [50] LEONHARDT, F.:
Spannbeton für die Praxis, zweite Auflage, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1962
- [51] LEONHARDT, F.:
Spannbeton für die Praxis, dritte berichtigte Auflage, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1973
- [52] LEONHARDT, F.:
Schub bei Stahlbeton und Spannbeton – Grundlagen der neueren Schubbemessung, Beton- und Stahlbetonbau 72 (11), S. 270-277, 1977
- [53] LEONHARDT, F.:
Schub bei Stahlbeton und Spannbeton – Grundlagen der neueren Schubbemessung (Fortsetzung), Beton- und Stahlbetonbau 72 (12), S. 295-302, 1977
- [54] LEONHARDT, F.; ET. AL.:
Schubversuche an Spannbetonträgern. DAFStb Heft 227, Berlin, 1973
- [55] LEONHARDT, F.; WALTHER, R.:
Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung, DAFStb Heft 151, Berlin, 1962
- [56] LEONHARDT, F.; WALTHER, R.:
Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung, DAFStb Heft 156, Berlin, 1963
- [57] MANG, H; HOFSTETTER, G.:
Festigkeitslehre, Springer Verlag, Wien 2004
- [58] MARK, P.:
Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger, Shaker Verlag, Aachen 2006

- [59] MAURER, R.; ZILCH, K.; ET. AL.:
Konzeption zur Nachrechnung bestehender Straßenbrücken.
Abschlussbericht zum FE SV.0006/2009, Bundesanstalt für Straßenwesen, Bergisch-Gladbach, Juli 2010
- [60] MAURER, R.; ZILCH, K.; KIZILTAN, H.; DUNKELBERG, D.; FITIK, B.:
Untersuchungen zur Querkraftbemessung von Spannbetonbalken mit girlandenförmiger Spanngliedführung
Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen, Brücken- und Ingenieurbau Heft B 79, 2011
- [61] MAURER, R.; ZILCH, K.; ET. AL.:
Nachrechnung von Betonbrücken zur Bewertung der Tragfähigkeit bestehender Bauwerke, Bericht zum BAST
FE15.0490/2010/FRB, April 2011
- [62] MODEL CODE 1990:
Comite Euro-International du Béton
Design Code for Concrete Structures (CEB-FIP)
- [63] MODEL CODE 2010:
First complete draft, Volume 1 & 2.
International Federation for Structural Concrete (fib), Lausanne, 2010
- [64] MÖRSCH, E. :
Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung, 4. Aufl., Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1912
- [65] MÖRSCH, E.
Die Bemessung im Eisenbetonbau. 5. stark erw. Auflage, Wittwer, Stuttgart 1950
- [66] MUTTONI, A.:
Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton, Dissertation, ETH Zürich, 1990
- [67] NEUJAHN, M.
Modellierung ebener Stahlbetonbauteile unter zyklisch-plastischer dynamischer Beanspruchung, Institut für
Baustatik und Konstruktion, Band 246, Hochschulverlag Zürich, Zürich, 1999.
- [68] PÖLLING, R. :
Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung für ,Stahlbeton, Dissertation, Ruhr-Universität
Bochum, 2000.
- [69] PURAINER, R. ; KEUSER, M. :
Versuche an Stahlbetonscheiben und –platten unter Zugbeanspruchung, Berichte aus dem Konstruktivem In-
genieurbau, Heft 06/3, Universität der Bundeswehr München, 2006.
- [70] REINECK, K.-H.:
Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen, Dissertation, Universität Stutt-
gart, 1990
- [71] Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand.
15. Fassung, in Bearbeitung, Stand 23.02.2011
- [72] RITTER, W. :
Die Bauweise Hennebique, Schweizerische Bauzeitung XXXIII (5-7), S. 41-43, 49-52, 59-61, 1899
- [73] SCHIEßL, A.
Die Druckfestigkeit von gerissenen Scheiben aus Hochleistungsbeton und selbstverdichtendem Beton unter
besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Rissneigung DAfStb, Berlin, 2005
- [74] SPECHT, M.; SCHOLZ, H.:
Ein durchgängiges Ingenieurmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand von Bautei-
len aus Stahlbeton mit und ohne Vorspannung der Festigkeitsklassen C12 bis C115, DAfStb H: 557, Beuth
Verlag, Berlin, 2007
- [75] THÜRLIMANN, B. ET. AL.:
Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Birk-
häuser Verlag, Basel, 1983
- [76] THÜRLIMANN, B.:
Shear strength for reinforced and prestressed concrete beams – CEB approach, Institut für Baustatik und
Konstruktion, ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel, 1979
- [77] WALRAVEN, J.C.:
Aggregate Interlock: A Thoretical and Experimental Analysis., TU Delft, Diss., 1980
- [78] WALTHER, R.:
Zum Problem der Schubsicherheit im Spannbeton. Schweizer Archiv für angewandte Wissenschaft und Tech-
nik 25, H.9, 1958

- [79] Scheerer, S.:
Hochleistungsleichtbeton unter mehraxialer Druckbeanspruchung Dissertation, Fakultät Bauingenieurwesen,
TU Dresden, 2009
- [80] ZINK, M.:
Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung, Dissertati-
on, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig, 2000

Lebenslauf

Name: Halil Kiziltan

Geburtsdatum: 29.12.1967

Geburtsort: Trabzon

Schulbildung:		
1974-1975	Grundschule Kurtulus,	Trabzon
1975-1977	Grundschule Gazipasa,	Trabzon
1977-1978	Grundschule Yesilova,	Istanbul
1978-1979	Hauptschule Albermannstraße,	Köln
1979-1980	Hauptschule Rendsburger Platz,	Köln
1980-1984	Hauptschule Heßhofstraße,	Köln
1984-1987	Abitur, Gymnasium Kaiserin Theophanu,	Köln

Studium:
1987-1994
Universität Dortmund, Fakultät Bauwesen
Studiengang: Konstruktiver Ingenieurbau

Berufstätigkeit:
1994-2006
Ingenieurbüro für Bauwesen Dr.-Ing. Klemens Pelle
Tragwerksplanung, Projektleitung

2006-2011
TU Dortmund, Fakultät Architektur und
Bauingenieurwesen, Lehrstuhl Betonbau
Lehre, Forschung

Seit 2011
König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH Dortmund
Leitung der Hochbauabteilung