Winrich RENTZ, Bielefeld

Das (Un-)Behagen an der Mathematik in der Kultur

Vor vielen Jahren sagte mein Sohn einmal: "Ihr Mathelehrer seid schrecklich! Aus allen schönen Dingen des Lebens müsst ihr eine Matheaufgabe machen." In der Tat: Wir neigen dazu, Interessantes als potentielles Objekt einer Mathematisierung zu mustern: die Bienenwabe, das 21-Gänge-Fahrrad, den Regenbogen - in der Hoffnung, unsere Klientel mit positiv besetzten Dingen zu Aufbrüchen tief in die Mathematik hinein zu motivieren. Den - auf welchem Niveau auch immer gelingenden - Übergang aus der uns umgebenden Welt in ein adäquates mathematisches Modell, dessen interne Bearbeitung sowie die anschließende Rückinterpretation der Ergebnisse oder das Ineinandergreifen solcher Zirkel betrachten wir, zumal nach PISA, als ein Merkmal sinnvollen Unterrichts. Die Reaktionen von Schülern wie Erwachsenen auf den Aufweis mathematischer Bezüge in ihrer Umwelt sind zwiespältig; sie reichen von ausgesprochenem Vergnügen bis zu tiefer Abneigung .

"Das (Un-)Behagen an der Mathematik in der Kultur" - in dieser plakativen Zeile seien, mangels eines Assoziativgesetzes für nominale Verknüpfungen, vorerst der zweite und dritte Begriff geklammert gedacht: (Mathematik in der Kultur) - also vorrangig nicht in Natur oder Technik, wo wir eher auf sie gefasst sind. Fünf "Fundstellen" laden zum betrachtenden Verweilen ein.

1. "Bruchrechnung" in der Musik

Die Melodie von "Kommt ein Vogel geflogen ..." lässt sich für Kinder suggestiv und dem Klang entsprechend durch eine Kette verschieden großer und unterschiedlich hoch fliegender Vögel darstellen. Für die Codierung von Musik allgemein ist seit Jahrhunderten eine Notenschrift entwickelt, mit der die klingenden Töne auch hinsichtlich des Parameters Dauer eindeutig notiert werden: Ganze, halbe, Viertel-, Zweiunddreißigstel-, ja Vierundsechzigstel-Noten und als Pendant Pausen gleicher Länge (Stammbrüche mit Zweierpotenzen bis zum Exponenten 6 als Nenner); Drittelung (Triolen), Fünftelung (Quintolen) solcher Noten. Es gibt Gruppierungen zum Drei-Halbe-, Neun-Achtel-, Fünf-Viertel-Takt. Fast alles ist möglich: Taktwechsel und rhythmische Überlagerung, Synkopen, Changieren und gewolltes "Kippen" der rhythmischen Wahrnehmung in alter wie neuer Musik - der Struktur nach Bruchrechnung pur, auch wenn der versierte Musiker, zumal der Profi, darüber nicht nachdenkt.

Der Notentext eines Satzes Adagio espressivo aus einer Klavier-Violin-Sonate von Beethoven kann verdeutlichen: Eine bewusste Strukturierung der Takte nach gegebenen Notenwerten durch die Interpreten ist zwar nicht Kern des Musizierens, wohl aber eine - explizit oder implizit zu leistende - notwendige Voraussetzung. Erst mit ihr wird die wie absichtslos dahinfließende Kantilene möglich und mitteilbar dem, der verstehen möchte. Wer jedoch in der Musik Korrektheit über alles stellt, verfällt dem Spott R. Wagners oder G. Mahlers (Orchesterlied "Lob des hohen Verstandes").

2. "Bruchrechnung" im Erbrecht

Im BGB regelt ein Paragraph vorsorglich den Fall, dass ein Erblasser durch Verfügung von Todes wegen (versehentlich) weniger verteilt, als er besitzt: "§ 2089. [Erhöhung der Bruchteile] Sollen die eingesetzten Erben nach dem Willen des Erblassers die alleinigen Erben sein, so tritt, wenn jeder von ihnen auf einen Bruchteil der Erbschaft eingesetzt ist und die Bruchteile das Ganze nicht erschöpfen, eine verhältnismäßige Erhöhung der Bruchteile ein." Analog wird in § 2090 eine "Minderung der Bruchteile" vorgeschrieben, falls "die Bruchteile das Ganze übersteigen".

In mathematischer Standardnotation kann die Regel - für beide Paragraphen zusammengefasst - nur bedeuten: Sollen an n Personen die Bruchteile $a_1, ..., a_n$ ($a_i > 0$) eines Vermögens vererbt werden, so betragen die (ggf. erhöhten/verminderten) effektiv maßgeblichen Bruchteile $b_i = a_i / (a_1 + ... + a_n) >=< a_i$ für $a_1 + ... + a_n <=> 1$. Damit wird dem einzelnen Erben genau der Anteil zuerkannt, den der für ihn vorgesehene Bruchteil an der Summe aller Bruchteile hat, egal, ob der Erblasser die Eins richtig in Brüche zerlegt oder sich verrechnet hat. Dies muss als gerechte Korrektur einer in sich fehlerhaften, nicht ausführbaren Verfügung gelten. Nach der gleichen Formel ist ferner $a_i = b_i$ für $a_1 + ... + a_n = 1$. Der Gesetzgeber hätte sich also klarer und kürzer fassen können. Wer eine Korrektur nach § 2089 "sukzessive" angehen, nämlich den jeweils verbleibenden Restbruchteil nach den "fehlerhaften" Bruchteilen $a_1, ..., a_n$ aufteilen und so die individuellen Anteile schrittweise erhöhen möchte, erhält konvergente geometrische Reihen mit dem gleichen Resultat. Bruchrechnung erweist sich hier als nützlich; sogar die didaktisch schwierige Verknüpfung "Bruch durch Bruch" kommt zur Geltung.

3. "Proportionen" bei J. Swift

Dem häufigen Irrtum, Länge und Volumen des menschlichen Körpers seien (bei angenommener gleicher Form) proportional, kann man mit dem Hinweis auf eine Stelle in Swifts "Gulliver" begegnen: Dem in Liliput gestrandeten "Menschberg" werden als Nahrung vertraglich pro Tag 1728 Tagesrationen eines Landeskindes zugestanden. Auf seine Frage nach dem Grund für ausgerechnet diese Zahl erfährt Gulliver später von einem "Freund bei Hofe ..., die Mathematiker Seiner Majestät hätten die Höhe meines Körpers mit Hilfe eines Quadranten gemessen, und da sie nun fanden, dass er im Verhältnis von zwölf zu eins größer als die ihren sei, hätten sie aus der Ähnlichkeit des Körperbaus den Schluss gezogen, dass mein Körper mindestens 1728 [= 12^3] ihrer Körper enthalten müsse und folglich ebensoviel Nahrung benötige, wie zum Lebensunterhalt für diese Anzahl von Liliputanern erforderlich sei. Daraus kann sich der Leser eine Vorstellung vom Scharfsinn jenes Volkes wie auch von der klugen und sorgfältigen Wirtschaftsführung eines so großen Fürsten machen."

Mit ironischer Akribie hält Swift dieses Zahlenverhältnis in den Schilderungen aus Liliput ein. Noch drastischer wird sein mit Sachkenntnis gepaarter Spott gegenüber der Mathematik im Bericht über die dritte Reise, auf der Gulliver zur schwebenden Insel "Laputa" (ein spanisches Wort für "die Prostituierte") gelangt: ins Reich der Mathematiker.

4. "Optimieren" bei Leo Tolstoi

Die bekannte Erzählung "Wieviel Erde braucht der Mensch?" des russischen Dichters kann zum metamathematischen Nachsinnen über "Maximierung" anregen, eignet sich aber durchaus auch als Einstieg in das isoperimetrische Problem. Denn der Bauer Pachom, der bei seiner Rückkehr zum Ausgangspunkt vor Erschöpfung tot zusammenbricht und jetzt nur noch ein Grab braucht, handelt beim Umschreiten des angestrebten Landbesitzes geometisch vernünftig. Geplant ist ein großes Quadrat (anstelle des eigentlich "besseren", praktisch aber nicht ausführbaren Kreises), das jedoch zu einem schiefen Trapez mit zu großem Umfang ausartet, weil Pachom in seiner Gier nach dem Start nicht rechtzeitig abbiegt.

5. "Zahlenblindheit" nach Gerd Gigerenzer

Mit dieser Adaption von "innumaracy" entschuldigt der Autor in seinem Bestseller "Das Einmaleins der Skepsis. Über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken" verständnisvoll die Blockaden, die in ein Zahlenwerk gekleidete Aussagen oft selbst bei Fachleuten einschlägiger Gebiete auslösen und die er unter anderem dem Unvermögen des Mathematikunterrichts an Schulen und Hochschulen anlastet. Standardbeispiel ist die (mit Hilfe des Satzes von Bayes berechenbare) bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Proband mit "positivem", d. h. ungünstigem Testergebnis an der befürchteten Krankheit auch wirklich leidet.

Gigerenzers Rat, zum besseren Verständnis Wahrscheinlichkeitswerte und relative Häufigkeiten, also Brüche, Prozentsätze, Dezimalzahlen in der Darstellung durch "natürliche Häufigkeiten" zu ersetzen, kann als überzogen gelten und die polemische Frage provozieren, ob hier nicht ein Verzicht auf kulturelle Errungenschaften empfohlen wird, dem der konsequente Verzicht auf Buchstabenschrift zugunsten von Piktogrammen entspräche.

Resümee

Es stellt sich heraus: In der Themenzeile "Das (Un-)Behagen an der Mathematik in der Kultur" lassen sich auch der erste und zweite Begriff klammern: ((Un-)Behagen an der Mathematik) tritt als eine ihrer möglichen Äußerungen in der Kultur auf. Sympathie für und Antipathie gegen diese Disziplin sind ambivalent verschränkt. Angenehmes wie Unangenehmes, Erwünschtes wie Befürchtetes hat eine je eigene Struktur oder ein strukturiertes Thema: Melodien und Sonaten, Erzählungen und Satiren, knifflige Erbangelegenheiten und Krankheitsrisiken wie der heikle Umgang damit in Tests. Ein Ziel kann sein, solche Strukturen möglichst zu begreifen und die Einsicht in Zusammenhänge nicht ganz den "Experten" zu überlassen.

Die Anleihe bei S. Freud in der Formulierung des Thema soll mehr sein als ein Gag. In dessen später Schrift "Das Unbehagen in der Kultur" geht es unter anderem um Folgendes: Kultur, stabile menschliche Sozietät entwickelt sich nur um den Preis des Verzichts auf unmittelbare und ungehemmte Erfüllung von Triebimpulsen. Diese werden eingeschränkt, umgelenkt und sublimiert. Es bilden sich Rituale und Gesetze, Ethik und Recht, Religion und Kunst heraus, eben das komplexe Gefüge Kultur. Die Individuen grollen zwar - ein unterschwelliges Unbehagen. Doch akzeptieren sie den Vorgang letztlich im gemeinsamen Interesse und zum eigenen Vorteil; sie sollten es wenigstens. Vielleicht ist auch die Mathematik eine Zumutung der Kultur an alle in diesem Sinne. In der Schule begegnet uns das ganze Spektrum von Reaktionen. Es liegt an den dort Tätigen, in stetem Bemühen Akzente zu setzen, mit denen Mathematik integraler, bejahter Bestandteil der Kultur - wieder - wird und bleibt.