

Astrid BECKMANN, Schwäbisch Gmünd
Nicht-lineare Funktionen in der Hauptschule

1 Situation in der Hauptschule

Die Ergebnisse der internationalen Vergleichstudien legen nahe, sich besonders um die Förderung der Hauptschüler und Hauptschülerinnen zu kümmern. Nach den Ergebnissen von PISA 2003 erreichte nicht einmal jeder fünfte von ihnen die erste Kompetenzstufe und während sich fast ein Viertel der Realschüler und Realschülerinnen auf Kompetenzstufe 4 befinden, trifft dies auf nicht einmal 5% der Hauptschülerinnen und Hauptschüler zu. Aufgaben auf der Kompetenzstufe 4 erfordern insbesondere, „auch in weniger vertrauten funktionalen Kontexten zu argumentieren und diese Argumente auch mitzuteilen sowie mit gegebenen linearen Modellen von Realsituationen umzugehen“ (PISA 2004, S. 56).

Es fragt sich, wie Hauptschüler und Hauptschülerinnen bei ihrem Lernen unterstützt werden können, um die Kompetenzstufe 4 leichter und erfolgreicher zu erreichen.

2 Zur Bedeutung nicht-linearer Funktionen

These:

Für das Erreichen der Kompetenzstufe 4 ist der Umgang mit *nicht-linearen* Funktionen förderlich.

Für diese These spricht, dass bisher in der Hauptschule vorwiegend lineare Funktionen behandelt werden bzw. deren Behandlung im Vergleich zu anderen Funktionstypen einen großen Raum einnimmt. Damit werden funktionale Zusammenhänge vorwiegend als linear erfahren. Dies kann zu einem eingeschränkten Bild führen und funktionales Denken scheinbar überflüssig machen. Denn beispielsweise kann die Überbetonung linearer Funktionen zu der Annahme verleiten, dass jeder funktionale Zusammenhang durch eine Gerade beschrieben werden kann. Dass Schülerinnen und Schüler vielfach entsprechend denken, zeigen die Erfahrungen aus Schulprojekten. Fordert man sie auf, zum Beispiel den Zusammenhang zwischen Luftvolumen und Druck grafisch darzustellen, zeichnen sie automatisch eine Gerade mit positiver Steigung, obwohl der Zusammenhang antiproportional ist. Weiterhin kann durch ein Übergewicht linearer Funktionen die Vermutung unterstützt werden, dass bereits zwei Punkte genügen, um den Graphen einer Funktion festzulegen. Auch dies wurde zum Teil in Schul-

projekten beobachtet, indem kubische Funktionen voreilig durch eine Gerade interpretiert wurden. Gerade hieran zeigt sich, dass erst das Arbeiten mit unterschiedlichen Funktionstypen ein flexibleres Denken erfordert. Es ist nicht von vornherein klar, wie der Graph weiter verläuft, welcher Funktionswert zu einem bestimmten x gehört usw.. Nicht-lineare Funktionen erfordern das Denken in Veränderungen und Abhängigkeiten und sprechen damit den Kovariationsaspekt des Funktionsbegriffs (Malle 2000, DeMois&Tall 1996) in besonderer Weise an.

Allerdings können nicht-lineare Funktionen komplex und oft auch nur schwierig algebraisch beschreibbar sein. Beispielsweise nimmt die Beleuchtungsstärke quadratisch mit dem Abstand von der Lichtquelle ab. In der Hauptschule sollten die Funktionsterme daher nicht das Ziel sein, sondern die funktionalen Zusammenhänge mit ihren Abhängigkeiten und Änderungen.

3 Das Schulprojekt

Im November 2006 fand eine erste Erprobung der Behandlung nicht-linearer Funktionen in einer Hauptschule¹ im Ostalbkreis/ Baden-Württemberg statt. In verschiedenen Stationen erfuhren die Schüler und Schülerinnen einer 9. Klasse nicht-lineare funktionale Zusammenhänge in experimentellen Aktivitäten. Die Schüler und Schülerinnen waren das Experimentieren bereits gewöhnt. Ende der 8. Klasse wurde bereits ein Durchgang mit nur linearen Funktionen durchgeführt.

Experimente wurden gewählt, da hiermit bereits weit reichende Erfahrungen in verschiedenen Schulformen vorlagen und auch Vieles für Experimente im Zusammenhang mit Funktionen spricht (Beckmann 2006, 2007): Beim Durchführen von Experimenten werden die inhaltlichen Aspekte des Funktionsbegriffs wie Zuordnungs- und Kovariationsaspekt handelnd erfahren (vgl. auch Vollrath 1978, Dubinsky&Harel 1992).

Im Schulprojekt wurden die Experimente zusammen mit Arbeitsblättern eingesetzt. Dabei stellten sich die zum Teil auch kleinschrittigen Arbeitsblätter als sehr hilfreich heraus, um bestimmte Gedankengänge bei den Schülern und Schülerinnen anzuregen, die dann in der Abschlusspräsentation noch einmal vertieft werden konnten. Wesentliche Aspekte des Arbeitsblatts sind die Hypothesenbildung, der Zuordnungs- und Kovariationsaspekt und der Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen.

¹ Johann-Sebastian-Drey-Schule in Ellwangen-Röhlingen, Mathematiklehrer Herr Arthur Litz

Für das Schulprojekt wurden in Absprache mit dem Mathematiklehrer sechs Experimente zu quadratischen, antiproportionalen und weiteren Funktionen aus einer vorhandenen großen Sammlung (Beckmann 2006) ausgewählt. Die Durchführung der Experimente erstreckte sich über zwei Doppelstunden, in denen die Schüler und Schülerinnen zwei bis drei Experimente durchführten. Die Einteilung der Gruppen erfolgte hier durch den Mathematiklehrer. Vor den Experimenten fand eine kurze Einführung statt, die sich auch auf die Zeichnungen im Koordinatensystem bezog.

4 Beobachtungen und Ergebnisse

Der Ablauf des Unterrichts wurde in weiten Teilen mit Film- und Tonaufnahmen dokumentiert. Darüber hinaus wurden einzelne Episoden auch mitprotokolliert und die ausgefüllten Arbeitsblätter ausgewertet. In der Auswertung zeigte sich, dass durch die experimentellen Aktivitäten mit den nicht-linearen Zusammenhängen bestimmte Aspekte im Hinblick auf das funktionale Denken angesprochen werden. Der Unterschied zu (oft erwarteten) einfachen proportionalen Zusammenhängen und die fehlende Voraussagbarkeit weiterer Messwerte regten immer wieder Diskussionen an. Dabei wurden auch Ideen der Kovariation erfahren und genutzt sowie erkannt, dass zwei Messwerte noch keine gesicherte Aussage über den Zusammenhang zulassen.

Der folgende abschließende Erfahrungsbericht eines Schülers zeigt, dass eine Auseinandersetzung mit Zuordnung und Kovariation stattgefunden hat:

„Das zweite Projekt nannten wir `Licht und Tunnel`. Je weiter das Auto in den Tunnel fährt, desto dunkler wird es. Die erste Rolle hatte eine Länge von 9,7 cm. Als wir sie mit einer Seite ans Fenster hielten, betrug die Helligkeit sehr gute 36 Lux. Als wir ein Papprohr mit einer Länge von 30 cm ans Fenster hielten, konnten wir nur noch eine Helligkeit von 0,1 lux. An einem extra hierfür gezeichneten Schaubild konnten wir genau ablesen, wie viel Helligkeit zu Anfang des Tunnels herrscht, und wie die Helligkeit immer mehr abnimmt.“

5 Zusammenfassung und Perspektive

Es wird die These vertreten, dass die Behandlung nicht-linearer Funktionen das flexible funktionale Denken, das Denken in Zuordnungen, Abhängigkeiten und Veränderungen unterstützt. Dieses Denken ist eine Vorausset-

zung für den Erwerb von Kompetenz auf der Kompetenzstufe 4, die nur wenige Hauptschüler und Hauptschülerinnen erreichen. Einen Zugang zu nicht-linearen Funktionen bieten einfache Experimente. In Experimenten können Aspekte des Funktionsbegriffs direkt erfahren und erlebt werden.

In einer unterrichtlichen Erprobung in einer Hauptschulklasse wurden Neuntklässlerinnen und Neuntklässler mit nicht-linearen Zusammenhängen in Experimenten konfrontiert. Deutlich wurde, dass die Nicht-Linearität Diskussionen über Abhängigkeiten und den Verlauf des Graphen anregte. Möglicherweise spielten hier die Erfahrungen aus einem ersten Durchlauf eine Rolle, in dem die Schülerinnen und Schüler nur lineare Zusammenhänge erfahren hatten. Insgesamt erwiesen sich die Arbeitsblätter mit zum Teil klaren eingegrenzten Fragen, der einleitende Alltagsimpuls sowie die Abschlusspräsentation mit kritischer Diskussion im Klassenverbund als wichtige Grundlage für eine fruchtbare Auseinandersetzung mit funktionalen Zusammenhängen. Eine gewisse Schwierigkeit stellt die Neigung vieler Schüler und Schülerinnen zu geradlinigen Punktverbindungen im Koordinatensystem dar, die aber durch entsprechende Gespräche oder anfängliche Klärung abzuwenden ist.

Inwieweit die Experimentiererfahrungen mit nicht-linearen Funktionen tatsächlich einen Erfolg im Hinblick auf Kompetenzstufe 4 führen, lässt sich aus dieser Einzelerprobung noch nicht zuverlässig ableiten. Die Erprobung zeigt aber, dass nicht-lineare Funktionen sich durchaus als Thema für eine 9. Hauptschulklasse empfehlen; sie setzt positive Erwartungen.

6 Literatur

- Beckmann, A. (2006): Experimente zum Funktionsbegriffserwerb im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und Anfang der Sekundarstufe II, beim Verlag Beckmann, A. (2007). Funktionsbegriffserwerb durch Experimente. Erscheint in: ML 2007
- DeMorois, PH.& Tall, D. (1996). Facets and Layers of the Function Concept. Puig, L., Gutierrez, A. (Hg.): 20th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education (PME 20), proceedings vol. 2, 297-304
- Dubinsky, E. & Harel, G. (Ed.). The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy. Mathematical. Ass. of America.
- Malle, G. (2000). Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. Mathematik lehren 103, 8-11
- PISA-Konsortium (Hg.): PISA 2003, Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs, Münster (Waxmann)
- Vollrath, H.-J. (1978). Schülerversuche zum Funktionsbegriff. Der Mathematikunterricht 4, 90-101