

Jasmin SPRENGER, Schwäbisch Gmünd

Zahlenmauern – wie Schüler eigene Aufgaben entwerfen und welche Sichtweisen von Mathematik dahinter zu erkennen sind

1. Allgemeine Informationen

In der durchgeführten Untersuchung wurde der Frage nachgegangen, welche *Sichtweisen von Mathematik* sich schon im *Grundschulalter* beobachten lassen. Hierbei ging es nicht darum, ein allgemeingültiges Bild für Grundschüler herauszustellen. Es ging vielmehr darum, herauszufinden, ob sich verschiedene Sichtweisen schon im Grundschulalter zeigen und wie sich diese erfassen lassen. Hierzu wurden zwei vierte Klassen, insgesamt 50 Schüler, über einen Zeitraum von 4 Monaten im regulären Mathematikunterricht begleitet. Sie wurden unter anderem dazu angehalten, ein Portfolio zu erstellen. Die hier vorgestellten Zahlenmauern als offenes Aufgabenformat bildeten dabei einen Bestandteil des Portfolios.

2. Zahlenmauern als Aufgabenformat

Zahlenmauern stellen nach Müller und Wittmann (1993) ein relativ offenes Aufgabenformat dar. Gibt man nur das Format an sich vor, erhält man die größtmögliche Offenheit. Da das Ziel war, möglichst verschiedene Schülerlösungen zu erhalten, wurde dieses Format mit maximaler Offenheit ganz bewusst gewählt. Wichtige Kriterien hierfür waren unter anderem

freie Wahl der Aufgabentypen: Durch Größe und Position der Startzahlen ließ sich der Schwierigkeitsgrad vom Schüler selbst bestimmen.

Aufgaben können Gesetzmäßigkeiten enthalten: Um verschiedene Sichtweisen zu erkennen, war wichtig, dass die Schüler kein reines Rechenformat zu bearbeiten hatten. Es wurde ein Format gewählt, dass es den Schülern ermöglicht, Muster und Gesetzmäßigkeiten zu entdecken und zu beschreiben.

Aufgaben mit mehreren Lösungen möglich: Durch die Wahl der Startzahlen muss die Lösung noch nicht zwingend vorgegeben sein, es sind Veränderungen und verschiedenartige Lösungen möglich. Dies bietet die Möglichkeit, über das Format zu reflektieren.

3. Forschungsfragen

Hieraus ergaben sich folgende Forschungsfragen:

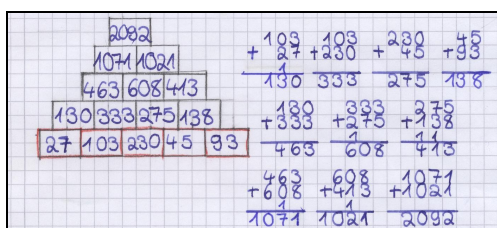
Wie nutzen Schüler das offene Aufgabenformat? Werden alle Mauern nach demselben Schema gelöst oder variieren die Schülerlösungen? Würden sich

die Schülerlösungen sehr stark ähneln, wäre dies ein Indiz dafür, dass die Offenheit nicht genutzt würde.

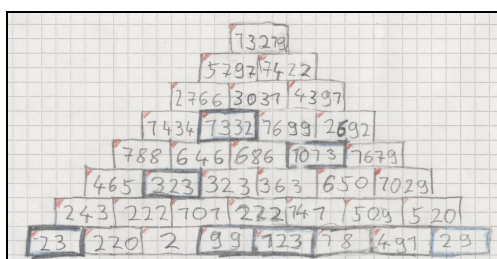
Welche Sichtweisen von Mathematik lassen sich dahinter erkennen? Sind bei Grundschulern überhaupt schon verschiedene Sichtweisen erkennbar? Wenn sich unterschiedliche Sichtweisen zeigen, wie lassen diese sich an den Zahlenmauern identifizieren?

4. Einige charakteristische Schülerlösungen

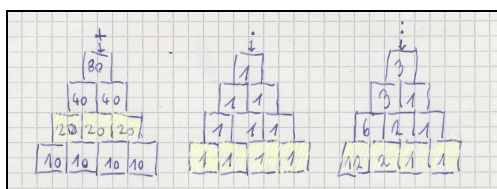
Um die Bandbreite der verschiedenen Lösungen aufzuzeigen, werden zunächst einige exemplarische Lösungen gezeigt.



Die Zahlenmauer von Hatice zeigt die Umsetzung der Aufgabestellung als reines Rechenformat. Ausgehend von der unteren Zeile werden alle Aufgaben nach dem Schema der schriftlichen Addition gelöst. Dies ist sogar bei Aufgaben zu beobachten, die im Kopf lösbar wären. Die „Offenheit“ wird hier nur soweit genutzt, dass die Zahlen frei gewählt wurden.



Die Zahlenmauer von Florian wirkt auf den ersten Blick ähnlich. Auch hier ist der Rechenaufwand hoch. Der Unterschied liegt in den Startzahlen (dick umrandet). Diese sind wahllos über die Mauer verteilt. Für die Lösung dieser Mauer gibt es folglich kein Verfahren, das angewandt werden kann. Je nach Vorgehensweise ergeben sich unterschiedliche Lösungen, wählt man eine Zahl falsch, wird die Mauer sogar unlösbar.



Diese Lösung unterscheidet sich von den vorhergehenden dadurch, dass hier die Rechenarten variieren. Leider ist hierbei nicht mehr erkennbar, ob die Divisionsmauer zufällig lösbar wurde, oder ob die Zahlen ganz bewusst gewählt wurden.

5. Klassifikation der Schülerlösungen

Zur Bewertung und Einordnung lagen 125 Schülerdokumente vor. Da von jedem Schüler nur eine Zahlenmauer gefordert war, zeigt dies schon die Beliebtheit des Formats. Als Kriterien für die Einordnung waren die Größe der Mauer, die Rechenart und der Zahlenraum von Bedeutung. Bei der Größe der Mauer zeigte sich, dass Mauern mit 3, 4, 5 oder mehr Reihen relativ gleich verteilt waren. Auffällig war, dass Mauern mit mehreren Reihen oft reine Rechenübungen darstellten. Die Schüler wählten viele Startzahlen, um die Rechenfähigkeit zu zeigen. Die größte Mauer umfasst dabei 14 Reihen. Schüler, die mit dem Format etwas ausprobieren wollten und die Aufgabenstellungen variierten, wählten meist Mauern mit wenigen Reihen. Bei der Rechenart zeigte sich, dass die Addition deutlich überwiegt, nur bei 10 Mauern zeigten sich Versuche zu anderen Rechenarten. Die Größe des Zahlenraums lag beim Großteil der Lösungen zwischen 500 und 1000. Deutlich kleinere Zahlen wurden fast nur bei Aufgaben zu anderen Rechenarten verwendet.

6. Chancen und Probleme

Es zeigte sich, dass Aufgaben auf verschiedenen Niveaustufen möglich sind, und dass jeder Schüler in der Lage ist, mit dem Format etwas zu zeigen. Außerdem traten bei sehr knappen Vorgaben auch kreative Lösungen auf. Leider wurde die Offenheit teilweise nicht genutzt, die Freiheit führte in manchen Fällen zu schematischem Rechnen. Doch auch wenn nicht alle Schüler die Offenheit nutzten, spricht vieles dafür, das Format in dieser Form einzusetzen. Dies gibt denjenigen Schülern, die etwas ausprobieren wollen, die Möglichkeit, dies auch zu tun.

7. Sichtweisen von Mathematik

Der Einteilung zu bestimmten Sichtweisen lag die Klassifikation von Grigutsch und Törner (1994) zugrunde.

Statische Sicht: Hierbei handelt es sich um Mathematik als abstraktes System, als fertige Theorie. Der Unterricht erfolgt hierbei in Form von Wissensvermittlung, Mathematik stellt das Anwenden von Rezepten dar. Als Sichtweisen korrespondieren damit Formalismusaspekt und Schemaauspekt.

Dynamische Sicht: Hierbei wird die Mathematik als Tätigkeit und als Prozess aufgefasst. Der Unterricht findet im Sinne einer Lernbegleitung statt. Hiermit korrespondiert der Prozessaspekt.

Anwendungsaspekt: Dieser Aspekt lässt sich keiner übergeordneten Sichtweise zuordnen. Er besagt, dass Kenntnisse in Mathematik auch für das

Leben außerhalb der Schule von Bedeutung sind. Er beschreibt die Alltagsrelevanz der Mathematik.

Da es sich bei den Zahlenmauern um ein rein innermathematisches Aufgabenformat handelt, waren für die Zuordnung nur der Schemaaspekt und der Prozessaspekt von Bedeutung.

8. Zuordnungen der Zahlenmauern zu bestimmten Sichtweisen

Eine eindeutige Zuordnung der Schülerlösungen war aufgrund der Erhebungsmethode (es wurden nur fertige Schülerprodukte betrachtet) schwierig und nicht immer eindeutig möglich. Es lassen sich jedoch Merkmale herausstellen, die eine Tendenz zu einem Aspekt nahe legen. Für den *Schemaaspekt* sprechen dabei Zahlenmauern, bei denen viel schriftlich gerechnet wird, Päckchenrechnen und sehr große Zahlen. Diesem Aspekt lassen sich etwa $\frac{2}{3}$ der vorliegenden Schülerlösungen zuordnen. Dem *Prozessaspekt* werden Zahlenmauern zugewiesen, bei denen die Bildungsvorschriften variieren und bei denen andere Rechenarten ausprobiert werden. Außerdem lassen sich hier alle Mauern zuordnen, bei denen Fragen aufgestellt wurden und Beobachtungen geäußert wurden. Auch weisen diese Mauern eher kleinere Zahlen auf. Diesem Aspekt lassen sich etwa $\frac{1}{3}$ der Schülerlösungen zuordnen.

9. Fazit

Die Untersuchung hat gezeigt, dass Schüler offene Aufgabenstellungen nutzen und vielfältige Lösungsmöglichkeiten liefern. Es ist zudem auch bei Grundschulern schon möglich Tendenzen zu bestimmten Sichtweisen zu erkennen. Positiv fällt dabei auf, dass ein offener Unterricht prozessorientierte Sichtweisen fördern kann.

Literatur

- [1] Müller, Gerhard und Wittmann, Erich Christian: Handbuch produktiver Rechenübungen Band 1. Stuttgart 1993
- [2] Grigutsch, Stefan und Törner, Günter: „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – eine Erhebung. In: Journal für Mathematikdidaktik Heft 3/4/1994, S.211-251