

Johann SJUTS, Osnabrück/Leer

## **Bewältigung statt Vermeidung: Förderdiagnostik zur sprachlogischen Komplexität**

Die sichere Beherrschung sprachlicher und symbolischer Darstellungen gilt als günstige Bedingung für erfolgreiches Mathematiklernen. Diesbezügliche empirische Ergebnisse und normative Vorgaben finden indes noch nicht die nötige Berücksichtigung. Dabei erweist sich gerade eine Förderdiagnostik als hilfreich, die eine explizite Auseinandersetzung mit Wissensrepräsentationen ins Augenmerk rückt. Die folgenden Ausführungen beziehen sich auch auf Resultate des Projekts *Mathematik Gut Unterrichten*, das die *Deutsche Telekom Stiftung* fördert.

Die an Denkprozessen orientierte Mathematikdidaktik hat bei der Analyse von PISA-Aufgaben schwierighkeitsbestimmende Merkmale ausfindig zu machen versucht. Ein solches Merkmal ist das der *sprachlogischen Komplexität*. Es „erfasst Anforderungen beim Identifizieren und Verstehen von relevanten Informationen eines (durch logische Struktur und sprachliche Verflechtung geprägten) Aufgabentextes, bevor diese in eine mathematische Beschreibung und Bearbeitung überführt werden“ (Cohors-Fresenborg & Sjuts & Sommer 2004, S. 114).

Neben *sprachlogischer Komplexität* tragen *kognitive Komplexität*, *Formalisierung von Wissen* und *Formelhandhabung* in erheblichem Maße zur Erklärung von Aufgabenschwierigkeiten bei (Cohors-Fresenborg & Sjuts & Sommer 2004). Zur Überwindung von Schwierigkeiten erweist sich die metakognitive Selbstüberwachung und Kontrolle als aussichtsreich.

Es ist darauf aufmerksam zu machen, dass das in der Unterrichtspraxis oft beobachtete Bemühen, den sprachlichen Anspruch zu reduzieren, wenig sinnvoll ist. Dies gilt insbesondere dann, wenn es um die Anwendungsfähigkeit von Mathematik in authentischen Situationen geht. Vermeidung ist demgemäß keine hilfreiche Devise für einen allgemein bildenden Mathematikunterricht. Die Förderung von Sprachkompetenz in Curricula und Bildungsstandards festzuschreiben, besitzt folglich eine einsichtige Legitimation. Der in der folgenden Aufgabe aus dem Känguru-Wettbewerb 2008 für die Schuljahrgänge 5 und 6 enthaltene Sprachanspruch kann das verdeutlichen.

Die Bedeutung von *Sprache*, von *Notation*, von *Multimodalität* vermag diese Aufgabe samt ausgewählter Aufgabenbearbeitungen ebenfalls aufzuzeigen.

### Schneebälle

Lena ist noch dabei, Schneebälle zu formen, da beginnt ihr Bruder Lukas schon die Schneeballschlacht. Während sich die beiden wild bewerfen, kann Lena noch 5 weitere Bälle formen. Als sie 14 Bälle verschossen hat, gibt ihr Bruder auf. Da hat sie noch 7 Schneebälle übrig.

Wie viele hatte Lena schon vor der Schneeballschlacht für sich bereitgelegt?

Eine Lösung in ausformulierter *Sprache* enthält das folgende Beispiel.

Zuerst muss man die 5 übrig gebliebenen Schneebälle und die 14 verschossenen Schneebälle addieren. Das ergibt 19. Diese 19 Schneebälle muss man zum Schluss von den 4 während der Schlacht verschossenen Schneebällen abziehen. Das ergibt 15. Also hat Lena vor der Schlacht 15 Schneebälle für sich bereitgelegt.

Sprachlogische und kognitive Komplexität werden sprachlich-gedanklich bewältigt. Zwar sind die an der Subtraktion beteiligten Größen vertauscht und gängige Regeln der Rechtschreibung einige Male missachtet worden, dennoch ist ersichtlich, dass das sprachlich-gedankliche Können Lösung und Lösungssicherheit gewährleistet.

Der gleiche Lösungsweg, aber unter Verwendung einer konventionalisierten *Notation*, findet sich in folgender Aufgabenbearbeitung. Hier herrscht Klarheit im Gedankengang, in der Sprache und in der Notation. Bei der Subtraktion ist sogar ein Vorteil der Gleichungsnotation gegenüber der sprachlichen (und – wie zu sehen war – auch fehleranfälligen) Variante erkennbar. Formalisierung dient der Vergewisserung.

$14 + 7 = 21$  (= gesamte Schneebälle) Die sie 5 Bälle nachträglich geformt hat, rechne ich  $21 - 5 = 16$

Die Antwort lautet: Sie hat vor der Schneeballschlacht 16 Bälle geformt.

Ansatzweise ist die Nutzung mehrerer Darstellungsweisen, von *Multi-modalität* also, in der folgenden Lösung sichtbar.

geg:  
 beim Bewerfen  
 geformte Bälle = 5  
 verschossen  
 Bälle = 14  
 gebliebene  
 Bälle = 7

ges:  
 wie viele Bälle  
 hat Sena vor  
 der Schneeball-  
 schlacht bereit-  
 gelegt?

Lösung:

$14 + 7 = 21$  → Bälle insgesamt  
 verschossene Bälle    übrig  
 Bälle                    Bälle

$21 \text{ Bälle} - 5 \text{ geformte Bälle} = 16 \text{ bereitgelegte Bälle}$

Probe:

$16 + 5 - 14$  → verschossene Bälle = 7 übrig  
 bereitgelegte Bälle    geformte Bälle                    gebliebene  
 Bälle                    Bälle                                    Bälle

Die Multimodalität ist verborgen. Man muss sie hervorholen. In der Lösung steckt  $21 - 5 = x$  und in der Probe die Gleichung  $x + 5 - 14 = 7$ .

Der Schüler variiert gewissermaßen die Formalisierungen. Darstellungen zu transformieren ist eine wesentliche Bedingung für erfolgreiches Lernen. Die Fähigkeit zur Formalisierung und zur Variation ist daher – wohl mehr als bisher – im Mathematikunterricht zu schulen.

Die verborgenen Formalisierungen und weitere erweisen sich als geeignet (Sjuts 2007, 2008), um über die zielgerichtete Kompetenzentwicklung von *Formalisierung* eine Förderdiagnostik zu betreiben.

Dabei ist Folgendes für eine Förderdiagnostik zur sprachlogischen Komplexität zu beachten:

- Ganz offensichtlich besteht ein enger Zusammenhang zwischen Sprachverständnis und Mathematikverständnis. Eine entwickelte mathematische Kompetenz ist ohne eine entsprechende Textverstehenskompetenz in aller Regel nicht vorhanden.
- Erfolgreiches Mathematiklernen bedarf daher einer fundierten Sprachkompetenz. Indem nämlich kognitive und metakognitive Prozesse einen sprachlichen Niederschlag finden, werden sie explizit gemacht.
- Die Beherrschung konventionalisierter Darstellungen (nicht nur mit Wörtern und Sätzen, sondern auch) mit Zeichen und Symbolen dient der Bewältigung mathematischer Aufgaben und der metakognitiven Vergewisserung des Denkens.
- Der instrumentelle Einsatz von Formalisierung ist ein probates Mittel zur Überwindung von Komplexität, insbesondere von sprachlogischer Kompetenz. Darstellungswechsel und Darstellungsabgleich sind hilfreiche kognitive und metakognitive Aktivitäten.

Noch einmal: *Bewältigung statt Vermeidung*, das ist der Grundsatz für erfolgreiches mathematisches Denken.

#### **Literatur:**

Cohors-Fresenborg, Elmar & Sjuts, Johann & Sommer, Norbert (2004): Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. In: Neubrand, Michael (Hrsg.): Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000. Wiesbaden 2004, S. 109-144

Sjuts, Johann (2007): Mini-Forschung im Berufsfeld Schule. Steigerung von Unterrichtsqualität und Verbesserung von Lehrerbildung, dargestellt am Beispiel des Grundschulprojekts „Metakognition beim mathematischen Denken“. Leer 2007

Sjuts, Johann (2008): Diagnostik in Mathematik. Aufbau diagnostischer Kompetenz durch Mini-Forschung zur Metakognition beim mathematischen Denken. Leer 2008