

Simon ZELL, Schwäbisch Gmünd

Mathematical literacy

Seit PISA ist „mathematical literacy“ ein wohlbekannter und oft verwendeter Begriff. Es scheint so, dass jeder weiß, was eine mathematically literate oder mathematically illiterate Person kennzeichnet, aber dabei gehen die Ansätze manchmal sehr weit auseinander. In diesem Artikel sollen Aspekte aufgezeigt werden, die es erlauben Schülerinnen und Schüler im Hinblick auf mathematical literacy zu charakterisieren. Sie können eine Basis für Untersuchungen zu Unterrichtsentwürfen bzw. Unterrichtsstrategien sein, ob und wie diese einen Beitrag zu mathematical literacy leisten.

Mathematical literacy umfasst allgemeine mathematische Fähigkeiten, die Schülerinnen und Schüler besitzen sollen. Zum ersten Mal wurden solche bei den NCTM Standards im Jahre 1989 aufgestellt. Diese Standards definieren allgemeine Ziele, die vor allem das Anwenden der Mathematik betonen. Um diese Ziele zu erreichen wurden fünf Aspekte von mathematical literacy genannt: to value mathematics, self-confidence to do mathematics, to communicate mathematically and to reason mathematically. Populär wurde der Begriff durch die PISA-Rahmenkonzeption. Die Autoren definieren:

„Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role mathematics plays in the world, to make well-founded judgements and to use and engage with mathematics in ways, that meet the need of that individuals life as a constructive, concerned and reflective citizen.“(OECD, 2006)

Mathematik soll in authentischen Situationen angewendet werden können. Dabei spielt in der Konzeption der Prozess des Mathematisierens eine bedeutende Rolle. Die Schülerinnen und Schüler sollen ein Problem strukturieren, dieses in die mathematische Formelsprache übersetzen, mit Hilfe der Mathematik lösen und das Ergebnis auf die Problemstellung hin interpretieren können. Dafür sind mathematische Kompetenzen notwendig. Die Autoren nennen folgende: Thinking and reasoning, Argumentation, Communication, Modelling, Problem posing and solving, Representation, Using symbolic, formal and technical language and operations and Use of aids and tools. Bei authentischen Kontexten können mehrere Kompetenzen gleichzeitig notwendig sein und bei Schülerinnen und Schülern unterschiedlich ausgeprägt sein. Ein Grundproblem an der PISA-Rahmenkonzeption ist die Zielsetzung. Es geht auch um das Abtesten von Schülerleistungen. Deshalb spielt der Mathematisierungsprozess eine so große Rolle. Außerdem hat man außer dem Mathematisierungsprozess kei-

ne konkreten Ansätze, wie Mathematikunterricht im Sinne von mathematical literacy ablaufen sollte. Die am besten ausgearbeitete Konzeption von allgemeinen Zielen in der Mathematik stammt von Kilpatrick et. al. (2001). Sie analysieren, wie erfolgreiches Lernen in Mathematik aussehen kann. Dabei wählten sie den Begriff mathematical proficiency, der ihrem Verständnis nach am besten passt. Der Term mathematical proficiency soll Lernziele für alle Schülerinnen und Schüler auflisten, die mathematische Sachkundigkeit (proficiency) der Schüler zu bewerten erlauben und aufzeigen, wie Mathematik sachkundig zu unterrichten ist und gliedert sich in fünf verschiedene Stränge:

- “conceptual understanding - comprehension of mathematical concepts, operations, and relations
- procedural fluency - skill in carrying out procedures flexibly, accurately, efficiently, and appropriately
- strategic competence - ability to formulate, represent, and solve mathematical problems
- adaptive reasoning - capacity for logical thought, reflection, explanation, and justification
- productive disposition - habitual inclination to see mathematics as sensible, useful, and worthwhile, coupled with a belief in diligence and one’s own efficacy.”

Diese sind miteinander verwoben und bedingen einander. Beim Lösen von mathematischen Problemen können alle Stränge angesprochen werden. Südafrika hat neben Mathematik ein neues Fach Mathematical Literacy eingeführt. Mathematische Fertigkeiten und Inhalte sollen durch Probleme aus dem Alltag eingeführt und gefestigt werden. Diese sollen die Schülerinnen und Schüler ermuntern, Probleme aus dem Alltag kritisch zu untersuchen. Nach Winter (1995) sollte der Mathematikunterricht den Schülerinnen und Schülern Grunderfahrungen ermöglichen. Erscheinungen der Welt, die uns alle angehen, sollen in einer spezifischen Art wahrgenommen und verstanden werden, mathematische Gegenstände sollen als deduktiv geordnete Welt kennengelernt werden und in der Auseinandersetzung mit Aufgaben sollen heuristische Fähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen erworben werden.

Aspekte von Mathematical literacy

In fast jedem Artikel über mathematical literacy geht es um den funktionalen Gebrauch mathematischer Begriffe und Prozeduren und um heuristische Fähigkeiten. Dazu sind Denkopoperationen notwendig die „in *typischer*

Weise von Nutzen sind“ (Polya, 1949). Diese Denkopoperationen helfen nicht nur beim Lösen mathematischer Probleme, sondern auch beim Erfassen und Interpretieren von Informationen und sind daher essentiell für das Anwenden von Mathematik in unterschiedlichen Kontexten. Deshalb muss im Kern von mathematical literacy der Einsatz heuristisches Denkens im Alltag liegen. Um heuristisches Denken zu charakterisieren, folgt eine Liste heuristischer Fähigkeiten, die heuristisches Denken unterstützen. Die Art und Weise des Einsatzes ist abhängig von gesellschaftlichen Einflüssen (Jablonka, 2003); die Fähigkeit an sich aber dennoch enthalten. Kennzeichen heuristisches Denkens sind:

- Erfassen der Informationen, Problemstellung und der wichtigsten Faktoren

Zu Beginn eines Problemlöseprozesses muss man sich zuerst der Problemstellung bewusst werden und die entscheidenden Inhalte und Faktoren erkennen, interpretieren und einordnen. Dabei kommen *typische* heuristische Strategien zum Einsatz, die auch auf anschaulicher Ebene angewendet werden können.

- Induktion
- Analogien
- Spezialisierung
- Zerlegung und Zusammenfassung
- Skizzen
- Erkennen der wichtigen Faktoren
- Wechseln zwischen innermathematischen Repräsentationsformen
- Kommunizieren
- Reflektieren und Interpretieren der Argumentationsschritte und des Ergebnisses
- bewusster Umgang mit Hilfsmitteln

Diese heuristischen Fertigkeiten lehnen sich neben Polya stark an die Kompetenzen von PISA an. Der entscheidende Unterschied liegt in der Zielsetzung. Die PISA Autoren betrachten mathematical literacy sehr stark von der Schulperspektive aus. Hier liegt die Betrachtung im Hinblick auf die Anwendung in der Schule und besonders nach der Schullaufbahn. Als Bürger einer Gesellschaft gilt es Informationen einzuordnen und interpretieren zu können. Dazu bedarf es keines kompletten Mathematisierungsprozesses. Denkt man auch an die Übertragbarkeit heuristisches Denkens,

liegt die Betonung nicht im Anwenden einzelner Schritte, sondern in der strukturierten Herangehens- und Vorgehensweise. Dafür sind die oben genannten Punkte passender.

Das Anwenden von Problemen mit mathematischem Inhalt erfordert auch begriffliches Wissen. Im Sinne von conceptual understanding und procedural fluency sollten Begriffe zusammenhängend, funktional und aspektreich gelehrt werden. Deshalb ist eine zweite Säule von mathematical literacy ein umfassendes Verständnis mathematischer Begriffe und Prozeduren.

Die letzte Säule ist Vertrautheit in deduktiven Schlussfolgerungen, zum einen weil Mathematik eine streng deduktive Wissenschaft ist. Zum anderen hilft diese Vertrautheit, wenn Inhalte abstrakt werden und Intuitionen nicht mehr greifen.

Zusammenfassend lässt sich der Begriff mathematical literacy durch drei Aspekte kennzeichnen:

- Heuristische Denkweisen, die strukturiertes und plausibles Vorgehen ermöglichen und auf inner- und außermathematische Kontexte anwendbar sind,
- Umfassendes Verständnis mathematischer Begriffe und Prozeduren in den Gebieten: Zahlen und arithmetische Operationen, funktionaler Zusammenhänge, Flächen, Räumen und Messung und Umgang mit Daten.
- Vertrautheit in deduktiven Schlussfolgerungen

Literatur

- Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In A. J. Bishop & al. (Hrsg.). *Second International of Mathematics Education* (S.75-102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001) (Hrsg.). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington: National Academy Press.
- OECD (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical literacy – A framework for PISA*.
- Polya, G. (1949). *Schule des Denkens – Vom Lösen mathematischer Probleme*. Bern: Francke
- Department of Education Republic of South Africa (2003). *National Curriculum Statement Grades 10-12 (General) MATHEMATICAL LITERACY*.
- Winter, H. (1995). Mathematik und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61,37-46.