

DORTMUNDER MODELL BAUWESEN

ARCHITEKT UND INGENIEUR

Agnieszka Kolodziejczyk

Untersuchungen zum Kippen schlanker Stahlbeton-
und Spannbetonträger beliebiger Geometrie
mit der nichtlinearen FEM

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND
SCHRIFTENREIHE BETONBAU
Herausgeber: Professor Dr.-Ing. Reinhard Maurer

HEFT 6
2015

Agnieszka Kolodziejczyk

**Untersuchungen zum Kippen schlanker Stahlbeton-
und Spannbetonträger beliebiger Geometrie
mit der nichtlinearen FEM**

Die *Schriftenreihe Betonbau* der Technischen Universität Dortmund – Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen umfasst Veröffentlichungen des Lehrstuhls Betonbau in den Bereichen Lehre, Forschung und Praxis.

Herausgeber

Univ. Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer
Lehrstuhl Betonbau
Technische Universität Dortmund
August-Schmidt-Str. 8
44227 Dortmund

Eigenverlag der TU Dortmund, Fachbereich Architektur und Bauingenieurwesen
Heft 6 der Schriftenreihe Betonbau
Druck und Herstellung: Hitzegrad Print Medien & Service

ISSN 1867 – 7886

© 2015 Lehrstuhl Betonbau der Technischen Universität Dortmund – Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen
Alle Rechte vorbehalten

Vorwort des Herausgebers

Die finite Elemente Methode (FEM) gehört heute im Konstruktiven Ingenieurbau zu den etablierten Simulationsverfahren für die Strukturanalyse. Dies gilt im Betonbau insbesondere für die häufig vorkommenden Flächentragwerke wie Platten, Scheiben, Falwerke und Schalen. Mit der FEM werden sogar sehr komplexe Tragwerke, die aus verschiedenen Tragelementen zusammengesetzt sind, berechenbar. Dabei können, falls erforderlich, sowohl geometrische als auch materialbedingte Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Alles erscheint daher berechenbar, selbst räumliche Probleme mit beliebiger Geometrie und Belastung, deren Berechnung früher unmöglich oder zumindest höchst aufwendig war. Zudem sind die dazu benötigten Softwarepakete verfügbar. An dieser Stelle muss allerdings eindringlich vor dem blinden Gebrauch der Methode gewarnt werden. Die verantwortungsvolle Anwendung der FEM auf reale Bauteile und Tragwerke erfordert die ausreichende Kenntnis ihrer Voraussetzungen und Grenzen. Daher ist die gründliche Beschäftigung mit ihren theoretischen Grundlagen unerlässlich, um gefährliche Fehler bei der Anwendung und Interpretation der Ergebnisse zu vermeiden.

Die Methode der finiten Elemente stellt ein Näherungsverfahren dar. Sie kann demzufolge das wirkliche Bauteilverhalten unter einer beliebigen Beanspruchung nur näherungsweise abbilden. Insbesondere bei der Berücksichtigung der materialbedingten Nichtlinearitäten des komplexen Werkstoffs Stahlbeton kommt daher der Modellbildung in Verbindung mit Vereinfachungen und Idealisierungen des realen Verhaltens eine zentrale Bedeutung zu. Durch vereinfachende Annahmen entstehen Modellierungsfehler, die eine gewisse Abweichung von der physikalischen Wirklichkeit im Sinne einer Näherung darstellen. Daher müssen die Rechenmodelle vor ihrer Anwendung auf reale Bauteile in geeigneter Weise verifiziert und validiert werden. Hierzu bietet sich die Nachrechnung kleinteiliger Grundlagenversuche ebenso an wie die von großformatigen Bauteilversuchen.

Ausgehend von einer Fragestellung aus der Praxis behandelt Frau Kolodziejczyk unter Beachtung der o.g. Aspekte in ihrer Dissertation das Kippproblem weitgespannter, schlanker Träger aus Stahlbeton, wie sie aus dem Tragwerksentwurf für eine Lärmschutzeinhausung über die BAB A1 westlich von Köln hervorgegangen waren. Die Besonderheit der Träger bestand in ihrer komplexen scheibenartigen bzw. bogenförmigen Geometrie, wodurch die üblichen Näherungsverfahren für den Nachweis der Kippsicherheit von parallelgurtigen und Satteldachbindern nicht anwendbar waren. Daher bot sich die numerische Simulation auf der Grundlage der nichtlinearen FEM an. Von entscheidender Bedeutung war dabei die Aufgabe der Modellbildung. Für die numerischen Simulationsberechnungen kam das FE Programm-System SOFiSTiK zur Anwendung.

Im Rahmen ihrer Dissertation entwickelt Frau Kolodziejczyk Empfehlungen für eine geeignete Modellierung zur Untersuchung des Biegetorsionsproblems mit der nichtlinearen FEM unter Berücksichtigung des ausgeprägt nichtlinearen Materialverhaltens von Stahlbeton. Mittels einer Sensitivitätsanalyse zeigt sie auf, dass insbesondere die Torsionssteifigkeit sowie die geometrischen und strukturellen Imperfektionen maßgebliche Einflussparameter darstellen. Die Frage nach der anzusetzenden Torsionssteifigkeit wird auf der Grundlage theoretischer Betrachtungen sowie nachgerechneter Versuche

eingehend behandelt. U.a. durch ein Laser Scanning in Kooperation mit der FH Köln misst sie die geometrischen Imperfektionen der Binder der Lärmschutzeinhausung im eingebauten Zustand räumlich auf und ermittelt daraus äquivalente Vorverformungen entsprechend der ersten Eigenform. Aufgrund der Vielzahl der Messungen bestimmt sie daraus mit statistischen Methoden einen oberen Quantilwert. Weitere Messungen erfolgen auf Baustellen für weitgespannte Spannbetonträger. Auch für diese werden äquivalente Vorverformungen bestimmt und statistisch ausgewertet.

Schließlich untersucht und bewertet sie die im Eurocode 2 und Model Code 2010 enthaltenen Sicherheitskonzepte für nichtlineare Verfahren. Damit ist es möglich, ihre Empfehlungen für die Modellierung mit der nichtlinearen FEM auf reale Tragwerke anzuwenden und auf dieser Grundlage das in den maßgebenden Eurocodes geforderte Zuverlässigkeitsniveau nachzuweisen.

Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer

April 2015

Untersuchungen zum Kippen schlanker Stahlbeton- und Spannbetonträger beliebiger Geometrie mit der nichtlinearen FEM

Von der Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Dortmund
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Agnieszka Kolodziejczyk

Prüfungskommission:

Vorsitzender:

1. Gutachter:

2. Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. habil. Achim Hettler

Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer

Prof. Dr.-Ing. Günter Rombach

Tag der mündlichen Prüfung:

02. April 2015

Dortmund 2015

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt den Nachweis der Kippsicherheit von schlanken, scheibenartigen Stahlbeton- und Spannbetonträgern beliebig komplexer Geometrie mittels nichtlinearer Finite-Elemente Berechnungen. Die Motivation für die Arbeit resultierte aus einer konkreten Fragestellung aus der Praxis. In der Entwurfsphase für die Lärmschutzeinhausung im Zuge der BAB A1 im Bereich Köln-Lövenich waren weitgespannte, sehr schlanke, freigeformte Bindergeometrien hinsichtlich der Kippsicherheit zu beurteilen. Bedingt durch die bogenförmigen Sondergeometrien konnten die Nachweise gegen Kippen nicht mit einem der zahlreichen in der einschlägigen Fachliteratur vorliegenden Näherungsverfahren für Parallelgurt- oder Satteldachbinder geführt werden. Deshalb wurden bei der Lärmschutzeinhausung für die Nachweise der Kippsicherheit Simulationsberechnungen auf Grundlage der nichtlinearen FEM herangezogen.

Bei Anwendung der nichtlinearen FEM erfolgt der Nachweis gegen Kippen nach Theorie II. Ordnung am verformten System unter Berücksichtigung des ausgeprägt nichtlinearen Materialverhaltens des Stahlbetons (Rissbildung, Plastizierung). Die wesentliche Voraussetzung für nichtlineare Berechnungen ist ein geeignetes Rechenmodell. Hierbei kommt insbesondere der realitätsnahen Modellierung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens eine zentrale Bedeutung zu. Gegenüber reinen Biegeproblemen ist bei Untersuchungen der Tragfähigkeit kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonbauteile zusätzlich die Abbildung der Torsionssteifigkeit von entscheidender Bedeutung. Die in Softwareprogrammen üblicherweise implementierten Materialmodelle enthalten oft Vereinfachungen und Annahmen, deren Auswirkungen auf die Ergebnisse nichtlinearer Simulationsberechnungen häufig nicht ohne weitergehende Untersuchungen hinreichend bewertet werden können. In dieser Arbeit werden die nichtlinearen Schalenelemente des Programmsystems SOFiSTiK auf Grundlage der Layertechnik hinsichtlich der maßgeblichen Werkstoffeigenschaften des Stahlbetons und der Versagensart Kippen durch Nachrechnungen von kleinteiligen Probekörpern und Großversuchen sowie Untersuchungen an elementaren Beispielen verifiziert. Dabei werden die Möglichkeiten und Grenzen der Modellierung mit diesen Elementen aufgezeigt.

Bei Nachweisen der Kippstabilität nach Theorie II. Ordnung werden die rechnerischen Traglasten durch den Ansatz geometrischer Ersatzimperfectionen maßgeblich beeinflusst. Um die diesbezüglichen aktuellen Normenempfehlungen zu bewerten, wurden im Rahmen der Arbeit Messungen von herstellungs- und einbaubedingten Imperfectionen in mehreren Fertigteilverken und im eingebauten Zustand der Bauteile durchgeführt und statistisch ausgewertet. Die Geometrien wurden dabei teilweise mittels Laser Scanning aufgemessen und in äquivalente Vorverformungen entsprechend der 1. Eigenform umgerechnet. Basierend auf theoretischen Untersuchungen wurde zusätzlich der Einfluss von strukturellen Imperfectionen infolge des Kriechens und Schwindens des Betons untersucht.

Neben der Validierung der Rechenmodelle durch Versuchsnachrechnungen bedarf es bei Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente Berechnungen auf reale Tragwerke geeigneter Sicherheitskonzepte, um das geforderte Sicherheitsniveau nach DIN EN 1990 einzuhalten. Für den Nachweis der Kippstabilität werden vorhandene Konzepte für nichtlineare Verfahren aufgegriffen. Dabei ist zu beachten, dass die in DIN EN 1992-1-1 geregelten vereinfachten

Verfahren lediglich für reine Biegeprobleme mit Längskraft kalibriert wurden. Für diese Verfahren erfolgen daher im Hinblick auf die für das Kippversagen zusätzlich wesentlichen Einflussgrößen jeweils Vorschläge für Erweiterungen. Die vereinfachten Verfahren der DIN EN 1992-1-1 und des Model Code 2010 werden anhand von Vergleichsrechnungen an typischen Hallenbindern gegenübergestellt und bewertet.

Abschließend werden Empfehlungen für die Modellierung des Tragverhaltens kippgefährdeter, scheibenartiger Stahlbeton- und Spannbetonträger beliebiger Geometrie mit der nichtlinearen FEM sowie für ein geeignetes Sicherheitskonzept für die Anwendung auf Kippprobleme in der Praxis gegeben.

Vorwort der Autorin

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl Betonbau der Technischen Universität Dortmund.

Mein Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer für die Möglichkeit und Anregung zu dieser Arbeit sowie seine stets vorhandene Unterstützung in Form von zahlreichen Gesprächen und wertvollen Ratschlägen.

Ebenso danke ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Günter Rombach von der Technischen Universität Hamburg-Harburg für die Übernahme des Koreferats und die kritische Durchsicht sowie Anregungen zu meiner Arbeit.

Ein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr.-Ing. Knud Sauermann und Herrn Dipl.- Ing. Tobias Höller von der Fachhochschule Köln für die Durchführung der Laser-Scan-Messungen an den Bindern der Lärmschutzeinhausung Köln-Lövenich. Darüber hinaus möchte ich mich bei allen Beteiligten des Landesbetriebes Straßen NRW, des Fertigteilwerks Max Bögl/Hamminkeln sowie der Firma Bilfinger Berger für Ermöglichung der Messungen bedanken.

Ich bedanke mich ebenfalls bei meinen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl Betonbau für die gute Zusammenarbeit. Insbesondere ist hier Herr Dr.-Ing. Friedrich Dreier zu nennen, dessen Unterstützung sowie die geführten intensiven Diskussionen mir stets weiter halfen.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie danken ohne deren Unterstützung und Verständnis über die letzten Jahre diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Dortmund, April 2015

Agnieszka Kolodziejczyk

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise	3
2 Stand des Wissens – Rechenverfahren zum Nachweis der Kippsicherheit	5
2.1 Allgemeines	5
2.2 Regelungen in DIN EN 1992-1-1 zum Nachweis der Kippsicherheit	6
2.2.1 Vereinfachter Nachweis über ein geometrisches Grenzkriterium	6
2.2.2 Nachweis der Kippstabilität durch nichtlineare Berechnung nach DIN EN 1992-1-1 mit der FEM	7
2.3 Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität	12
2.3.1 Verfahren von Stiglat (1971/1991)	13
2.3.2 Verfahren von Mann (1985)	16
2.3.3 Verfahren nach Hurff (2010)	17
2.3.4 Näherungsverfahren von Pauli (1990)	18
2.3.5 Näherungsverfahren von Mehlhorn et al. - Nachweiskonzept einer praxisüblichen Software für die Nachweise der Kippstabilität.....	20
2.3.6 Vergleich der Näherungsverfahren mit den Versuchsergebnissen von Pauli ..	25
2.4 Grenzen der bisherigen Näherungsverfahren – Anwendung der nichtlinearen FEM	26
3 Simulationsberechnungen unter Verwendung nichtlinearer Schalenelemente – FEM Programmsystem SOFiSTiK	29
3.1 Einleitung	29
3.2 Layermodellierung	29
3.3 Rissmodellierung - Verschmierte Rissmodellierung	31
3.4 Werkstoffverhalten und Modellierung von unbewehrtem Beton	33
3.4.1 Unbewehrter Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung	33
3.4.2 Unbewehrter Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung.....	34
3.4.3 Unbewehrter Beton unter zweiaxialer Beanspruchung	47
3.5 Stahlbeton – Interaktion von Beton und Betonstahl.....	55
3.5.1 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen	55
3.5.2 Schubkraftübertragung in gerissenen Bereichen	64
3.6 Scheibenelemente aus Stahlbeton	70
3.6.1 Scheibenelemente unter Druck-Zug Beanspruchung	70

3.6.2	Scheibenelemente unter Schub	73
3.6.3	Zusammenfassende Wertung	73
3.7	Auswirkungen von Kriechen und Schwinden	74
3.8	Zusammenfassung	83
4	Validierung des Rechenmodells für das Kippproblem von schlanken Stahlbeton- und Spannbetonträgern	85
4.1	Allgemeines	85
4.2	Nachrechnung der Versuche an stabilitätsgefährdeten Trägern von Pauli.....	86
4.2.1	Modellierung mit Schalenelementen	88
4.2.2	Modellierung mit Stabelementen.....	106
4.3	Nachrechnung der schlanken Stahlbetonträger von Kalkan unter Berücksichtigung des Schwindens.....	115
4.4	Nachrechnung der schlanken Spannbetonträger von Hurff – Auswirkung von Horizontallasten	121
4.5	Zusammenfassung	126
5	Sensitivitätsanalyse	129
5.1	Allgemeines	129
5.2	Einfluss von streuenden Werkstoffkenngrößen auf die Kippstabilität	130
5.2.1	Elastizitätsmodul	130
5.2.2	Betondruckfestigkeit.....	135
5.2.3	Betonzugfestigkeit.....	136
5.3	Abfall der Torsionssteifigkeit.....	137
5.4	Einfluss der konstruktiven Durchbildung.....	137
5.5	Einfluss geometrischer Ersatzimperfektionen.....	139
5.6	Zusammenfassung	142
6	Zum Ansatz der Torsionssteifigkeit bei Kippproblemen.....	145
6.1	Allgemeines	145
6.2	Erkenntnisse aus Versuchen unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion	145
6.3	Ansätze zur Ermittlung der Torsionssteifigkeit in der Literatur.....	148
6.3.1	Ansätze auf Grundlage eines räumlichen Fachwerkmodells	148
6.3.2	Ansätze mit Berücksichtigung der Steifigkeitsanteile von Druck- und Zugzone auf Querschnittsebene	149

6.3.3	Ermittlung der Torsionssteifigkeit mit dem Programm SOFiSTiK bei einer Modellierung mit Schalenelementen.....	157
6.4	Zusammenfassung	160
7	Untersuchungen zum Einfluss von Imperfektionen	163
7.1	Einleitung	163
7.2	Bisherige Ansätze für geometrische Ersatzimperfektionen	163
7.3	Untersuchungen zum Ansatz der Vorverformungen an ausgeführten bogenförmigen Stahlbetonbindern.....	168
7.3.1	Untersuchte Bindertypen.....	168
7.3.2	Übertragung der gemessenen Imperfektionen ins FE-Modell.....	169
7.3.3	Ermittlung einer äquivalenten geometrischen Vorverformung	171
7.3.4	Einfluss der Trägerbreite.....	173
7.3.5	Auswirkungen von Temperatur und Schiefstellung.....	174
7.3.6	Auswirkungen der gemessenen geometrischen Vorverformungen gegenüber dem Ansatz nach DIN 1045-1	175
7.3.7	Statistische Auswertung der geometrischen Vorverformungen	176
7.3.8	Einfluss von strukturellen Imperfektionen auf die Kippstabilität schlanker Stahlbetonträger	178
7.3.9	Empfehlung für den Ansatz von Vorverformungen bei Stahlbetonträgern...	182
7.4	Untersuchungen zum Ansatz der Vorverformungen an ausgeführten Spannbetonträgern	183
7.4.1	Statistische Auswertung der gemessenen Schiefstellungen.....	186
7.4.2	Statistische Auswertung von herstellungsbedingten Imperfektionen	187
7.4.3	Kombination von Schiefstellung und Auslenkung	188
7.4.4	Empfehlungen für den Ansatz der Vorverformungen bei Spannbetonträgern	192
7.5	Zusammenfassung	192
8	Sicherheitskonzepte für den Nachweis der Kippstabilität bei Anwendung nichtlinearer Verfahren.....	193
8.1	Allgemeines	193
8.2	Vorschläge für angepasste Sicherheitskonzepte für den Kippsicherheitsnachweis mit der nichtlinearen FEM.....	197
8.2.1	„ γ_R -Verfahren“.....	197
8.2.2	Verfahren der „Doppelten Buchführung“	202
8.2.3	Verfahren nach Cervenka: Methode zur Schätzung des Variationskoeffizienten des Tragwiderstandes.....	205

8.2.4 Nichtlineare Berechnungen auf Grundlage von Bemessungswerten.....	206
8.3 Untersuchungen zu den Sicherheitskonzepten durch vergleichende Anwendung auf Praxisbeispiele.....	209
8.3.1 Anwendungsbeispiele	209
8.3.2 Bewertung der Ergebnisse der Vergleichsrechnungen.....	222
8.4 Empfehlungen hinsichtlich der Wahl des Sicherheitskonzeptes.....	224
8.5 Zusammenfassung und Wertung.....	224
9 Zusammenfassung, Empfehlungen und Ausblick.....	227
9.1 Zusammenfassung und Empfehlungen	227
9.2 Ausblick	231
Literatur.....	233
Anhang A	A-1
Anhang B	B-1
Anhang C	C-1

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Mit zunehmenden Spannweiten und Schlankheiten von Stahlbeton- und Spannbetonträgern sowie höherer Materialausnutzung kommt der Kippsicherheit eine immer größere Bedeutung zu. Zur Veranschaulichung des Problems wird ein parallelgurtiger Träger unter reiner Biegung betrachtet (Bild 1.1). Unter zunehmender Belastung versucht sich der druckbeanspruchte Bereich des Trägers der Beanspruchung zu entziehen und weicht seitlich aus. Dabei erfährt jeder Querschnitt zusätzlich zur vertikalen Durchbiegung eine horizontale Verschiebung und eine gleichzeitige Verdrehung um den Schubmittelpunkt. Infolge der Verdrehung entsteht eine Beanspruchung durch Biegung um die starke und schwache Achse (M_{y1} , M_{z1}). Durch die horizontalen Verschiebung ergibt sich aus der Umlenkung des Momentenvektors M_y im Grundriss zusätzlich eine Torsionsbeanspruchung. Die größte Beanspruchung durch Doppelbiegung entsteht in Feldmitte, die größte Torsionsbeanspruchung in den Auflagerbereichen.

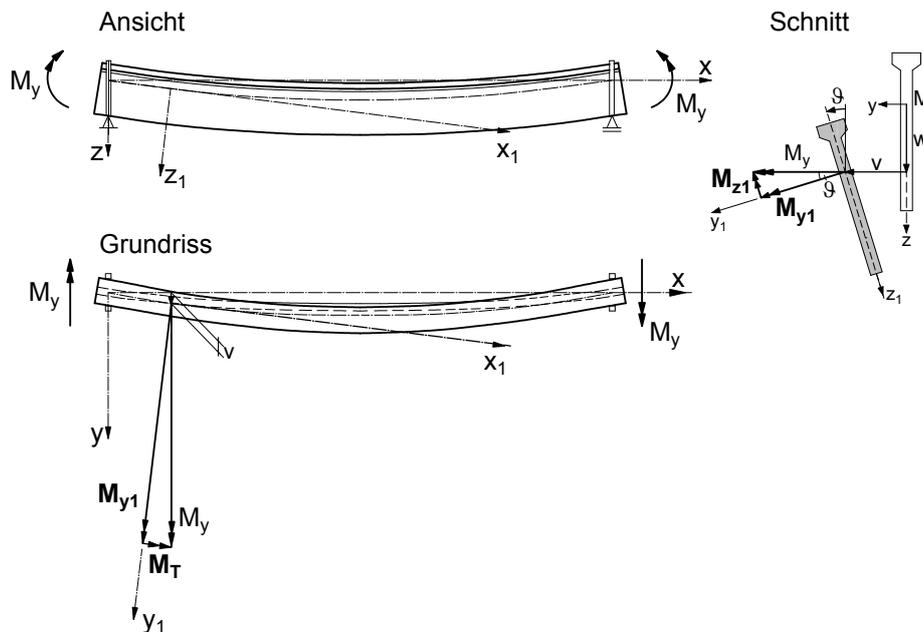


Bild 1.1: Kippen eines schlanken Trägers unter reiner Biegung

Häufig erfüllen die sehr schlanken Bindergeometrien des Fertigteilbaus nicht das in DIN EN 1992-1-1 enthaltene geometrische Grenzkriterium für den vereinfachten Nachweis nicht kippgefährdeter Träger. In solchen Fällen fordert die Norm einen genauen Nachweis der Kippsicherheit nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens. In der Praxis kommen in diesen Fällen häufig in der Fachliteratur vorhandene Näherungsverfahren zur Anwendung. Diese unterliegen allerdings einer Vielzahl von Einschränkungen und Idealisierungen hinsichtlich des Werkstoffverhaltens und der Bindergeometrie. Ihr Anwendungsbereich beschränkt sich im Wesentlichen auf die im Hallenbau üblichen Parallelgurt- und Satteldachbinder. Bei komplexen Trägergeometrien

oder scheibenartigen Bauteilen stoßen die Verfahren an ihre Grenzen. Für den Tragwerksentwurf der Lärmschutzeinhausung im Zuge der BAB A1 im Bereich Köln-Lövenich war die Kippstabilität sehr schlanker Binder mit freigeformter Geometrie zu beurteilen. Die tunnelartige Lärmschutzeinhausung wird durch Stahlbetonbinder mit Spannweiten zwischen 17 m und 26 m überspannt. In der Ansicht sind alle Träger gekrümmt. Die Ober- und Untergurte der Regelbinder verlaufen parallel während bei den Sonderbindern im Bereich der Ausfahrten die Radien der Gurte variieren. Der Tragwerksentwurf sah Binder mit Wandstärken von lediglich 25-30 cm und Höhen zwischen 1,2 und 3,6 m vor. In Bild 1.2 sind ein Regelbinder sowie ein Sonderbinder exemplarisch dargestellt.

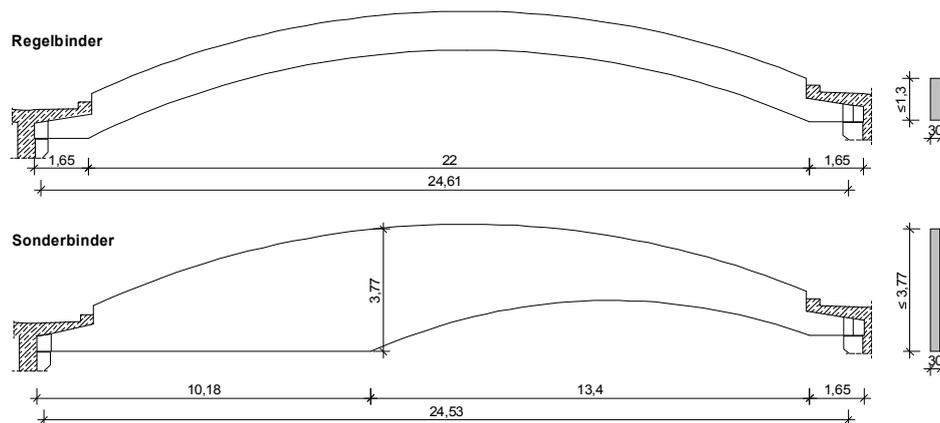


Bild 1.2: Beispiel für Regel- und Sonderbinder gemäß Tragwerksentwurf

Für den Nachweis der ausreichenden Kippsicherheit nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens von Stahlbeton können bei solchen Aufgabenstellungen nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen herangezogen werden. In den Vordergrund tritt dabei die Frage nach einer realitätsnahen Abbildung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens durch geeignete Materialmodelle sowie nach einem angepassten Sicherheitskonzept, um das in DIN EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau (Sicherheitsindex β) einzuhalten. DIN EN 1992-1-1 enthält für die Anwendung nichtlinearer Verfahren nur Angaben, die sich auf Biegeprobleme beschränken. Beim Kippproblem sind jedoch zusätzliche Parameter von Einfluss (Zugfestigkeit des Betons, Torsionssteifigkeit), für die in DIN EN 1992-1-1 keine Regelungen zum Ansatz bei nichtlinearen Verfahren enthalten sind. Aufgrund der Vielzahl der verfügbaren Materialmodelle zur Abbildung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens ist der Anwender nicht ohne Weiteres in der Lage, die Eignung der verwendeten Materialmodelle für eine gegebene Problemstellung zu bewerten. Dies erfordert ein umfassendes Wissen bezüglich der theoretischen Hintergründe und Anwendungsgrenzen sowie ausreichende Erfahrung für die Interpretation der Ergebnisse. Häufig bilden Materialmodelle bestimmte Beanspruchungsbereiche gut ab, während sie bei anderen Schwächen aufweisen.

Hinsichtlich eines entsprechenden Sicherheitskonzeptes für nichtlineare Berechnungen wurden in DIN 1045-1 erstmals mit dem Verfahren der „Doppelten Buchführung“ und dem „ γ_R -Verfahren“ Grundlagen für nichtlineare Berechnungen unter Berücksichtigung

geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten normativ geregelt. Beide Verfahren wurden über den deutschen nationalen Anhang für DIN EN 1992-1-1 übernommen. Es ist zu beachten, dass beide Sicherheitskonzepte lediglich für reine Biegeprobleme mit Längskraft kalibriert wurden. Den Verfahren liegen darüber hinaus grundsätzlich unterschiedliche Sicherheitsphilosophien zugrunde. In der Anwendung führen die unterschiedlichen Konzepte beispielsweise bei der Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen teilweise zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen. Daher stellt sich hier die Frage nach deren Anwendbarkeit und Eignung bei Kippproblemen.

1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Im Rahmen der Arbeit soll ein Beitrag zur Weiterentwicklung des Nachweises der Kippsicherheit nach Theorie II. Ordnung unter Anwendung der gegenwärtig in der Praxis zur Verfügung stehenden Möglichkeiten auf Basis nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen geleistet werden. Dabei sind Anforderungen an die Modellierung der wesentlichen Werkstoffeigenschaften und Tragmechanismen für die numerischen Untersuchungen zu definieren und entsprechende Hinweise und Empfehlungen für die Anwendung in der Praxis zu geben. Darüber hinaus ist für Nachweise im GZT auf Grundlage der nichtlinearen FEM derzeit in DIN EN 1992-1-1 kein allgemeingültiges Sicherheitskonzept vorhanden, welches das Biegetorsionsproblem vollständig abdeckt. In Bezug auf die Untersuchung der Kippstabilität sind vorhandene Konzepte entsprechend zu erweitern und hinsichtlich des angestrebten Sicherheitsniveaus zu überprüfen.

Im Folgenden wird ein Überblick über den Inhalt der Arbeit gegeben.

Im Kapitel 2 werden zunächst der derzeitige Stand in der Normung sowie übliche Näherungsverfahren für die Untersuchung kippgefährdeter Träger beschrieben. Die Bewertung und Gegenüberstellung der Näherungsverfahren erfolgt anhand von Vergleichsrechnungen an durchgeführten Kippversuchen.

Bei der Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen für Untersuchungen der Kippstabilität von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen kommt der wirklichkeitsnahen Modellierung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens eine zentrale Bedeutung zu. Die Qualität der Ergebnisse einer nichtlineareren Berechnung hängt entscheidend von der für die zu untersuchende Versagensart geeigneten Modellierung des Werkstoffverhaltens durch die verwendeten Materialmodelle und dem FE-Modell ab. Bei Stabilitätsproblemen nach Theorie II. Ordnung sind die Steifigkeiten sowie die davon abhängigen Verformungen von großem Einfluss. Für die Anwendung ist deshalb in Abhängigkeit von der gegebenen Problemstellung die Kenntnis der theoretischen Grundlagen der verwendeten Materialmodelle notwendig. Im Rahmen der Arbeit wird das FEM-Programmsystem SOFiSTiK verwendet. Für die Untersuchung des Tragverhaltens von Bindern mit freigeformten Geometrien bieten sich dabei nichtlineare Schalenelemente an. In Kapitel 3 werden daher die Möglichkeiten aber auch die Anwendungsgrenzen der verwendeten Elementtypen im Hinblick auf die Abbildung der wesentlichen Eigenschaften des Stahlbetons an grundlegenden Beispielen und Versuchen untersucht. Für die Untersuchung des Tragverhaltens kippgefährdeter Träger wird in Kapitel 4 das Rechenmodell durch Nachrechnung von repräsentativen Versuchen kalibriert und

verifiziert. Auf dieser Grundlage werden in Kapitel 5 Sensitivitätsanalysen zur Ermittlung der wesentlichen Einflussgrößen auf die Kippstabilität sowie der maßgeblichen Eingangsparameter in eine nichtlineare Finite-Elemente-Berechnung durchgeführt.

Die Tragfähigkeit kippgefährdeter Bauteile wird entscheidend durch den Abfall der Torsionssteifigkeit sowie geometrische und strukturelle Imperfektionen beeinflusst. Daher werden diese Einflussgrößen in den Kapiteln 6 und 7 eingehend untersucht.

In Kapitel 6 werden zunächst Erkenntnisse aus Versuchen und bisherige Ansätze zur Abschätzung der Torsionssteifigkeit zusammengetragen. Im Zusammenhang mit dem Kippversagen wird ein häufig verwendeter Ansatz zur Abschätzung eines unteren Grenzwertes der Torsionssteifigkeit aufgegriffen und anhand von Versuchsnachrechnungen verifiziert. Anschließend werden vergleichende Untersuchungen mit dem Rechenmodell unter Verwendung des FEM-Programmsystems SOFiSTiK durchgeführt.

Das Kapitel 7 befasst sich zunächst mit einem realitätsnahen Ansatz für geometrische Imperfektionen beim Nachweis der Kippstabilität. Über die Größe der Vorverformungen bei kippgefährdeten Trägern sind aus der Fachliteratur bisher keine systematischen und statistisch abgesicherten Untersuchungen bekannt. Die Empfehlung der DIN EN 1992-1-1, die geometrischen Imperfektionen affin zur ersten Eigenform mit einem maximalen Stich $e_i = L_{eff}/300$ anzusetzen, erscheint zunächst, insbesondere bei großen Spannweiten, als sehr konservativ. Ziel ist es daher, diesen bisherigen Ansatz für die Vorverformungen zu überprüfen und ggf. einen statistisch abgesicherten wirklichkeitsnahen Ansatz herzuleiten. Zu diesem Zweck werden Messungen von herstellungs- und montagebedingten Vorverformungen in mehreren Fertigteilverken und auf Baustellen durchgeführt. Die gemessenen Vorverformungen werden mit Hilfe nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen auf einfache, äquivalente geometrische Vorverformungen gemäß der 1. Eigenform zurückgeführt und statistisch ausgewertet. Neben den geometrischen Imperfektionen werden bei der Betrachtung von Stahlbetonbauteilen auch die Auswirkungen von strukturellen Imperfektionen infolge Kriechens und Schwindens (Eigenspannungszustände, Spannungsumlagerungen, zeitabhängige Vergrößerung der Vorverformungen) untersucht.

In Kapitel 8 wird den unterschiedlichen Sicherheitskonzepten bei Anwendung nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen nachgegangen. Für die Untersuchung der Kippstabilität werden vorhandene Konzepte aufgegriffen und bezüglich der für das Kippversagen maßgeblichen Einflussparameter erweitert und angepasst. Die Eignung wird durch Vergleichsrechnungen an für den Fertigteilbau repräsentativen Stahlbeton- und Spannbetonbindern überprüft, wie sie nach dem derzeitigen Stand der Technik üblicherweise in der Praxis bemessen werden.

Das Kapitel 9 enthält eine Zusammenfassung der durchgeführten Untersuchungen und gibt Empfehlungen für die Anwendung nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen im Hinblick auf die Anforderungen an die Modellierung von Kippproblemen sowie für die Wahl eines geeigneten Sicherheitskonzeptes.

2 Stand des Wissens – Rechenverfahren zum Nachweis der Kippsicherheit

2.1 Allgemeines

Der Nachweis der Kippsicherheit von schlanken Stahlbeton- und Spannbetonträgern wurde in älteren Regelwerken sehr allgemein behandelt. Die Normen enthielten lediglich Hinweise, dass bei sehr schlanken Bauteilen auf die Stabilität gegen Kippen zu achten ist, es fehlten jedoch Angaben wie ein entsprechender Nachweis zu führen ist. Das Problem des Kippens gewann im Beton- und Spannbetonbau mit der Optimierung der Wirtschaftlichkeit und immer filigraneren Bauteilen zunehmend an Bedeutung, sodass sich eine ganze Reihe von Forschern der Lösung dieser komplexen Problemstellung annahm und zahlreiche Näherungsverfahren entstanden. Keines der Verfahren galt jedoch als uneingeschränkt und allgemein anerkannt. Keines der Verfahren wurde in die Regelwerke übernommen. Darüber hinaus fehlte es, bis zu den Kippversuchen von *Pauli* [1], an einer Absicherung der Näherungsverfahren durch experimentelle Untersuchungen in ausreichendem Umfang.

Mit der Einführung der DIN 1045-1 [2] wurde erstmals ein von *Pauli* abgeleitetes geometrisches Grenzkriterium zur Abgrenzung nicht kipppgefährdeter gegen kipppgefährdete Träger als vereinfachter Nachweis aufgenommen. Häufig erfüllen jedoch die in der Praxis vorkommenden sehr schlanken Bindergeometrien nicht dieses Kriterium. In diesem Fall fordert die Norm einen genaueren Nachweis der Kippsicherheit nach Theorie II. Ordnung. Der Nachweis ist dabei mit den Schnittgrößen am verformten System unter Berücksichtigung von Imperfektionen und des nichtlinearen Materialverhaltens des Stahlbetons zu führen. Ein solcher Nachweis ist nur rechnergestützt unter Anwendung entsprechender Software zu bewältigen. Erstmals wurden in der DIN 1045-1 Grundlagen für nichtlineare Berechnungen nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearitäten gelegt. Dabei wurden zwei Verfahren unterschieden, das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ und das „ *γ_R -Verfahren*“. Es stellt sich die Frage nach der Gleichwertigkeit beider Verfahren bei Stabilitätsuntersuchungen von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Diese Fragestellung wird im Kapitel 8 behandelt. Die erwähnten Regelungen der DIN 1045-1 sind auch in DIN EN 1992-1-1/NA [3] enthalten.

Mit der Entwicklung und Verfügbarkeit leistungsfähiger Finite-Elemente-Programme, die eine wirklichkeitsnahe Simulation des Tragverhaltens von stabilitätsgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen ermöglichen, haben die in der Vergangenheit entwickelten Näherungsverfahren für Handrechnungen stark an Bedeutung verloren. Betroffen sind insbesondere Verfahren, die zwar aufgrund der wirklichkeitsnahen Berücksichtigung der Steifigkeiten und Einflüsse aus Theorie II. Ordnung die Kippsicherheit zutreffend abschätzen aber gleichzeitig mit einem hohen rechnerischen Aufwand verbunden sind. Einige dieser Verfahren werden in der Tragwerksplanung in Form von speziellen Softwarelösungen eingesetzt. Einfachere Verfahren wie beispielsweise das Näherungsverfahren von *Stiglat* [4] finden in der Praxis neben den nichtlinearen Berechnungen insbesondere als Plausibilitätskontrolle weiterhin verbreitet Anwendung. Im Folgenden werden die Regelungen

der aktuellen DIN EN 1992-1-1 sowie die wesentlichen Näherungsverfahren zur Abschätzung der Kippsicherheit vorgestellt.

2.2 Regelungen in DIN EN 1992-1-1 zum Nachweis der Kippsicherheit

2.2.1 Vereinfachter Nachweis über ein geometrisches Grenzkriterium

In DIN EN 1992-1-1 [3] wird die Bemessung kippgefährdeter Träger weiterhin sehr allgemein behandelt, es sind keine detaillierten Vorgaben für die Berechnung nach Theorie II. Ordnung enthalten. Im Sinne der Erläuterungen in Heft 600 des DAfStb „zu 5.9“ gelten Träger als kippgefährdet wenn ihre Tragfähigkeit bei zweiachsiger Biegung aus Theorie II. Ordnung gegenüber einachsiger Biegung um mehr als 10% verringert wird.

Entsprechend DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 5.9 darf vereinfachend die Sicherheit schlanker Träger gegen seitliches Ausweichen als ausreichend angenommen werden, wenn die folgende Bedingung erfüllt ist, sonst ist ein genauere Nachweis zu führen.

- ständige Bemessungssituationen:

$$b \geq \sqrt[4]{\left(\frac{l_{0t}}{50}\right)^3} \cdot h \quad \text{und} \quad h/b \leq 2,5 \quad (2.1)$$

- vorübergehende Bemessungssituationen:

$$b \geq \sqrt[4]{\left(\frac{l_{0t}}{70}\right)^3} \cdot h \quad \text{und} \quad h/b \leq 3,5 \quad (2.2)$$

mit

b Breite des Druckgurts

h Höhe des Trägers

l_{0t} Länge des Druckgurts zwischen den seitlichen Abstützungen

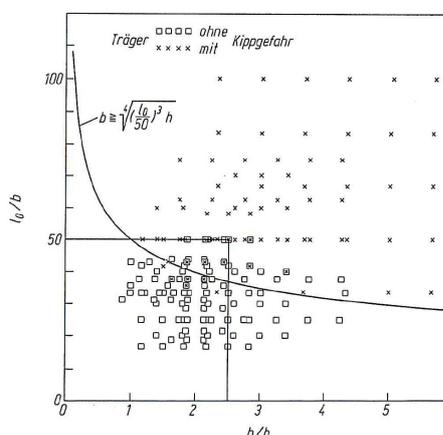


Bild 2.1: Ergebnisse der Serienrechnung kippgefährdeter Träger [1]

Die gegenüber DIN 1045-1 [2] zusätzlich eingeführte Begrenzung $h/b < 2,5$ entstammt der Vornorm ENV 1992-1-1 [5] und war dort in Verbindung mit der einfacheren Begrenzung $l_{0t} < 50b$ erforderlich [6].

Das Kriterium von *Pauli* wurde empirisch durch Berechnungen nach Theorie II. Ordnung an Stahlbeton- und Spannbetonträgern unter Ansatz eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens hergeleitet [1]. Die Berechnungen erfolgten mittels eines selbst

entwickelten nichtlinearen Stabwerkprogramms [1]. Die Kalibrierung des Rechenprogramms wurde dabei an den von *Pauli* durchgeführten Versuchen vorgenommen. Die Ergebnisse der Serienrechnung sind in Bild 2.1 dargestellt. Entgegen der Begrenzung durch die DIN EN 1992-1-1, $h/b \leq 2,5$, liefert die von *Pauli* angegebene Beziehung auch zutreffende Ergebnisse für Querschnittsverhältnisse mit $h/b \leq 5$ [6].

Das für die Herleitung verwendete Programm wurde für parallelgurtige Träger entwickelt, sodass demzufolge nur derartige Träger der Ermittlung des Kriteriums zugrunde liegen. Es stellt sich daher die Frage, inwieweit die Formel eine sichere und zugleich wirtschaftliche Abschätzung für Träger mit einer komplexeren Geometrie liefert. Das Kriterium hat bei der ersten Betrachtung den Anschein einer Konstruktionshilfe, weil die in der Regel für eine Bemessung wesentlichen Parameter, wie die z.B. die Materialeigenschaften, die Geometrie oder der Bewehrungsgehalt nicht erfasst werden. Diese Parameter sind beim Kippversagen gegenüber den Auswirkungen einer Obergurtverbreiterung allerdings von sekundärem Einfluss. Das Versagen erfolgt meist nicht durch Überschreitung der Baustofffestigkeiten sondern bedingt durch den Steifigkeitsabfall als Stabilitätsversagen. Die Obergurtverbreiterung stellt den wesentlichen und wirksamsten Parameter dar, und wird durch das Kriterium von *Pauli* zutreffend erfasst.

Die in der Praxis vorkommenden schlanken Bindergeometrien erfüllen häufig nicht das Grenzkriterium nach *Pauli*, sodass im Allgemeinen ein genauer Nachweis nach Theorie II. Ordnung erforderlich wird.

Darüber hinaus wird in Heft 600 („zu 5.9“) [6] in Anlehnung an [7] empfohlen die Näherungsgleichungen nur für Trägerspannweiten $l_{0t} \leq 30$ m anzuwenden. Bei längeren Spannweiten sollte ein genauer Kippnachweis geführt werden.

Ist ein genauer Nachweis erforderlich, finden sich in DIN EN 1992-1-1 allgemeine Hinweise. Im Abschnitt 5.9 wird ein Nachweis der Kippstabilität am verformten System gefordert. Bei der Berechnung sind Imperfektionen z.B. durch Ansatz geometrischer Imperfektionen zu berücksichtigen. Bei der Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung muss bei der Betrachtung von Stahlbetonbauteilen der Steifigkeitsabfall infolge Rissbildung sowie Plastizierung der Werkstoffe stets berücksichtigt werden. Für den Nachweis der Kippstabilität muss somit eine geometrisch nichtlineare Berechnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens durchgeführt werden.

2.2.2 Nachweis der Kippstabilität durch nichtlineare Berechnung nach DIN EN 1992-1-1 mit der FEM

2.2.2.1 Sicherheitskonzept

Die Bemessung von Stahlbetontragwerken erfolgt üblicherweise in zwei getrennten Schritten. Zuerst werden die Schnittgrößen, i.d.R. nach der linearen Elastizitätstheorie, am unverformten System ermittelt. Dabei werden die Steifigkeiten im Zustand I zugrunde gelegt. Die eigentliche Bemessung erfolgt in einem zweiten Schritt mit den ermittelten Schnittgrößen auf der Grundlage der Spannungs-Dehnungslinien für die querschnittsbezogene Bemessung.

Dieses Vorgehen lässt sich auf die Untersuchung der Kippstabilität von schlanken Trägern nur bedingt übertragen. Aufgrund der durch Herstellungs- und Einbauungenauigkeiten stets vorhandenen Imperfektionen ist bei der Untersuchung kippgefährdeter Träger eine Berechnung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung unerlässlich. Zudem muss der Abfall der Steifigkeiten beim Übergang des Betons in den gerissenen Zustand II berücksichtigt werden. Dieser steht in direkter Wechselwirkung mit den für die Berechnung nach Theorie II. Ordnung maßgebenden Verformungen. Neben dem nichtlinearen Werkstoffverhalten aus Rissbildung und Plastizierung sind bei Stabilitätsnachweisen nach DIN EN 1992-1-1, 2.3.2.2 (2) auch Einflüsse aus Kriechen und Schwinden zu berücksichtigen.

Die DIN EN 1992-1-1 bietet Grundlagen für zwei unterschiedliche Vorgehensweisen. Im Folgenden werden die Grundzüge beider Verfahren beschrieben. Beide Verfahren wurden für Biegeprobleme mit Längskraft kalibriert. Daher werden in Kapitel 8 zusätzliche Festlegungen hinsichtlich weiterer maßgebener Einflussparameter für das Kippversagen vorgenommen. Bei beiden Verfahren sind die nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Werkstoffe sowie der Übergang in den gerissenen Zustand II zu berücksichtigen. Aufgrund des damit verbundenen numerischen Aufwandes sind diese Verfahren praktisch nur mit einer leistungsfähigen Software anwendbar.

2.2.2.2 Berechnung unter Verwendung des nichtlinearen Verfahrens zur Schnittgrößenermittlung nach DIN EN 1992-1-1 – „ γ_R -Verfahren“

Bei einer konventionellen Bemessung werden zunächst die Schnittgrößen für die γ -fachen Lasten ermittelt. Anschließend sind die Querschnitte auf der Grundlage der Spannungs-Dehnungs-Linien für die Bemessung nachzuweisen. Im Gegensatz dazu wird bei dem nachfolgend beschriebenen „ γ_R -Verfahren“ eine Systemtraglast (DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 5.7, (NA.7) bis (NA.15)) bestimmt.

Hierbei werden die Tragwerksverformungen und die zugehörigen Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter den γ_R -fachen Bemessungswerten der maßgebenden Einwirkungskombinationen bestimmt. Bei der Berechnung ist der Steifigkeitsabfall der Querschnitte in den gerissenen Bereichen zu berücksichtigen. Für eine nichtlineare Berechnung muss, im Gegensatz zu einer gewöhnlichen Berechnung im Zustand I, bereits eine Bewehrung vordimensioniert werden.

Die Schnittgrößen- und Systemtraglastermittlung erfolgt in einer geschlossenen Berechnung mit den tatsächlich zu erwartenden Materialeigenschaften auf Grundlage rechnerischer Mittelwerte der Festigkeiten f_{cR} , f_{yR} und f_{tR} . Dabei sind die nichtlinearen σ - ε -Arbeitslinien nach DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 3.1.5 zugrunde zu legen. Der Grenzzustand der Tragfähigkeit gilt als erreicht, wenn in einem beliebigen Querschnitt des Tragwerks

- die kritische Stahldehnung
- die kritische Betonstauchung oder
- am Gesamtsystem oder Teilen davon der kritische Zustand des indifferenten Gleichgewichts erreicht ist.

Im Rahmen einer geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung erfolgt durch das Rechenprogramm eine inkrementelle Laststeigerung bis der Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht ist. Die zugehörige Belastung ist die Systemtraglast.

Bei Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ handelt es sich beim Tragwiderstand um die Systemtraglast. Da der Berechnung rechnerische Mittelwerte der Festigkeiten zugrunde gelegt werden, ist ein zusätzlicher Teilsicherheitsbeiwert γ_R für die Systemtraglast zu berücksichtigen. Letztere muss um den Faktor γ_R größer sein als die Bemessungswerte der Einwirkungen.

$$R_d = \frac{1}{\gamma_R} R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}) \geq E_d \quad (2.3)$$

$$R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}) \geq \gamma_R \cdot E_d$$

ständige und vorübergehende Bemessungssituation: $\gamma_R = 1,3$

außergewöhnliche Bemessungssituation: $\gamma_R = 0,85 \cdot 1,3 = 1,1$

Das Verfahren geht auf Arbeiten von *König et al.* [8] zurück.

2.2.2.3 Nichtlineare Berechnung mit der „Doppelten Buchführung“

Mit den Erläuterungen in Heft 600 des DAfStb [6] „zu Abschnitt 5.8.6 (3)“ wird das Verfahren der „Doppelten Buchführung“ nach Quast [9] als Grundlage eines genaueren Verfahrens für den Nachweis der Kippsicherheit empfohlen. Dabei erfolgt die Schnittgrößenermittlung unter Bemessungslasten am verformten System. Die Berechnung erfolgt auf Grundlage von Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten, die auf den Mittelwerten der Baustoffkennwerte (z.B. f_{cm}/γ_c , E_{cm}/γ_{cE} , f_{ym}/γ_s) beruhen (DIN EN 1992-1-1/NA. 5.8.6 (3)). Analog zum „ γ_R -Verfahren“ sind hier die nichtlinearen σ - ε -Arbeitslinien nach DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 3.1.5 zugrunde zu legen und der Steifigkeitsabfall in der gerissenen Zugzone ist zu berücksichtigen.

Anschließend wird die Tragfähigkeit der Querschnitte im GZT mit den Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten (z.B. $\alpha \cdot f_{ck}/\gamma_c$) und den Schnittgrößen aus der nichtlinearen Schnittgrößenberechnung nach Theorie II. Ordnung bestimmt. Ist diese überschritten, wird z.B. die der Schnittgrößenermittlung zugrunde gelegte Bewehrung erhöht bis die Grenztragfähigkeit des Bauteils eingehalten ist. Durch die Erhöhung ist eine Änderung der Schnittgrößen aus der zugehörigen nichtlinearen Verformungsberechnung zu erwarten. Um die Bewehrungsmengen zu optimieren werden deshalb die beiden Rechengänge so lange wiederholt bis die Grenztragfähigkeit des Bauteils auch mit der bei der Verformungsberechnung zugrunde gelegten Bewehrung eingehalten ist.

2.2.2.4 Ansatz von geometrischen Ersatzimperfektionen

Das Tragverhalten von stabilitätsgefährdeten Bauteilen wird im Allgemeinen durch geometrische und strukturelle Imperfektionen wesentlich beeinflusst. Durch Zuwachs der seitlichen Auslenkung und der damit einhergehenden Zunahme der Beanspruchung aus

Theorie II. Ordnung wird die Tragfähigkeit deutlich reduziert. Daher sind entsprechende Imperfektionen beim Kippnachweis zu berücksichtigen.

Geometrische Imperfektionen resultieren aus Ungenauigkeiten bei der Bauausführung sowie ungleichmäßigen Temperatur- und Schwindverkrümmungen der Querschnitte. Strukturelle Imperfektionen berücksichtigen sowohl Ungleichmäßigkeiten von Baustoffeigenschaften als auch rechnerisch nicht berücksichtigte Spannungumlagerungen zwischen Stahl und Beton infolge Kriechens und Schwindens des Betons, sowie den Einfluss von nichtlinear verteilten Eigenstressungen auf die Zugfestigkeit des Betons.

Während in DIN 1045-1 beide Anteile zu geometrischen Ersatzimperfektionen zusammengefasst und diese beim Nachweis der Kippsicherheit als eine horizontale Auslenkung des Trägers mit einer maximalen Auslenkung von $e_i = L_{eff}/300$ anzusetzen waren, erfasst der gleiche Ansatz nach DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 5.9 dem Wortlaut nach lediglich den Anteil der geometrischen Imperfektionen. In [10] wird dieser Wert als konservativ eingestuft und sollte demnach nur angesetzt werden, sofern keine genaueren Angaben vorliegen.

Zur Berücksichtigung von strukturellen Imperfektionen sind im Heft 600 des DAfStb [6] Abschnitt „zu 5.2.“ Hinweise enthalten. Demnach werden diese bereits durch Teilsicherheitsbeiwerte innerhalb des jeweiligen Nachweiskonzeptes abgedeckt und bedürfen keiner gesonderten Beachtung:

- Bei dem Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ wird in diesem Zusammenhang empfohlen, bei der nichtlinearen Schnittgrößenermittlung den Elastizitätsmodul des Betons und die Betonfestigkeit für die Nachweise im GZT durch den Teilsicherheitsbeiwert γ_{CE} bzw. γ_c zu teilen [6].
- Bei der Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ werden die strukturellen Imperfektionen unter Ansatz der rechnerischen Mittelwerte der Baustofffestigkeiten im Teilsicherheitsbeiwert γ_R für den Systemwiderstand erfasst [6].

Diese Empfehlungen stellen jedoch den Regelfall dar. Durch die Teilsicherheitsbeiwerte werden bereits Streuungen der Baustofffestigkeiten, Schwachstellen im Beton, Abweichungen von den Sollmaßen sowie kleinere Ausführungsfehler und Bauungenauigkeiten abgedeckt. Deshalb erscheint der Ansatz der DIN 1045-1, geometrische und strukturelle Imperfektionen als additives Sicherheitselement zu geometrischen Ersatzimperfektionen zusammenzufassen angemessen und wird in dieser Arbeit beibehalten. Es sollte dabei jedoch zwischen Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unterschieden werden. Bei der Bemessung von Spannbetonbauteilen werden strukturelle Imperfektionen, die ihre Ursache in den Spannungumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons haben, bereits als Spannkraftverluste berücksichtigt.

Im Kapitel 7 werden genaue Betrachtungen hinsichtlich der Größenordnung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen durchgeführt. Diese werden unter anderem durch Messungen von geometrischen Imperfektionen belegt. Die Auswirkungen struktureller Imperfektionen bei Stahlbetonbauteilen werden mit theoretischen Methoden auf Grundlage

nichtlinearer FEM Berechnungen untersucht. Beide Anteile werden in Anlehnung an die DIN 1045-1 zu geometrischen Erstzimperfektionen zusammengefasst.

2.2.2.5 Verformungszuwächse infolge Kriechens des Betons

Zusätzlich zu den Spannungsumlagerungen infolge Kriechens des Betons sind bei Verfahren nach Theorie II. Ordnung die Verformungszuwächse infolge Kriechens unter den Dauerlasten zu berücksichtigen (DIN EN 1992-1-1. 5.8.4). Werden Kriechverformungen kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger nicht durch konstruktive Maßnahmen behindert (seitliche Halterung des Obergurts durch Dacheindeckung), sind sie beim Kippnachweis zu berücksichtigen.

Hierfür gibt es mehrere Möglichkeiten. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Kriechverformungen unter den ständigen Gebrauchslasten zunächst vollständig einstellen. Weiterhin wird angenommen, dass die Belastung erst danach zu einem späteren Zeitpunkt bis zum rechnerischen Versagenszustand gesteigert wird.

Die Kriechverformungen können z.B. als eine zusätzliche Vorverformung berücksichtigt werden. Dabei werden zunächst die Kriechverformungen näherungsweise durch die Verwendung einer modifizierten Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons ermittelt. Die Anpassung der Arbeitslinie (Bild 2.2) erfolgt mit Hilfe der Kriechzahl $\varphi(\infty, t_0)$, indem die Dehnungen mit dem Faktor $(1 + \varphi(\infty, t_0))$ vergrößert werden. Mit dieser Spannungs-Dehnungs-Linie werden die horizontalen Verformungen unter Ansatz von geometrischen Ersatzzimperfektionen unter den quasi-ständigen Lasten ermittelt. Anschließend wird in einem zweiten Berechnungslauf für die Ermittlung der horizontalen Verformungen die Spannungs-Dehnungs-Linie für Kurzzeitbelastung verwendet. Die Kriechverformungen ergeben sich als Differenz zwischen den Horizontalverformungen beider Rechnungen. Die geometrischen Ersatzzimperfektionen sind um diesen Verformungszuwachs zu erhöhen. Diese Vorgehensweise erfordert zwei Rechengänge.

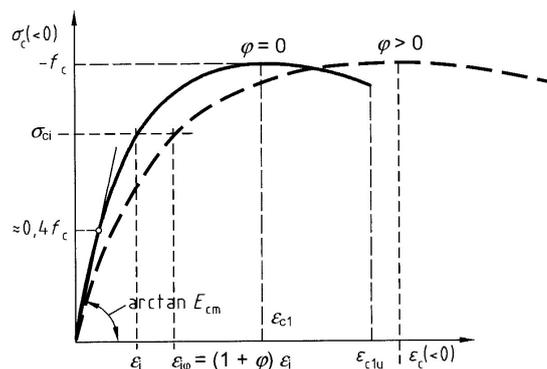


Bild 2.2: Berücksichtigung des Kriechens beim Nachweis der Kippsicherheit nach Theorie II. Ordnung

Alternativ kann das Kriechen näherungsweise unter Verwendung einer effektiven Kriechzahl φ_{eff} in einem Rechengang berücksichtigt werden. Die σ - ϵ -Beziehung für den Druckbereich des Betons wird analog mit $(1 + \varphi_{\text{eff}})$ multipliziert. Die effektiven Kriechzahl φ_{eff} ist in DIN EN 1992-1-1 wie folgt definiert:

$$\varphi_{eff} = \varphi_{(\infty, t_0)} \cdot \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} \quad (2.4)$$

Dabei ist

$\varphi_{(\infty, t_0)}$ die Endkriechzahl

M_{0Eqp} das Biegemoment nach Theorie I. Ordnung unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination inkl. Imperfektionen (GZG)

M_{0Ed} das Biegemoment nach Theorie I. Ordnung unter der Bemessungs-Einwirkungskombination inkl. Imperfektionen (GZT)

$$M_{perm} = \sqrt{M_{perm,y}^2 + M_{perm,z}^2} \quad \text{bzw.} \quad M_{Ed} = \sqrt{M_{Ed,y}^2 + M_{Ed,z}^2}$$

In [1] wird ein anderer Ansatz gewählt. Um eine aufwendige Ermittlung der Kriechverformungen zu vermeiden, wird dort eine Vergrößerung der Vorverformungen mit dem Faktor 2,0 vorgeschlagen.

2.2.2.6 Berücksichtigung einer Streuung des E-Moduls

Bei stabilitätsgefährdeten Bauteilen mit vollständig überdrückten Querschnitten kann nach [6] die Streuung des Elastizitätsmoduls einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das Tragverhalten des Bauteils haben. Deshalb empfiehlt DAfStb Heft 600 Abschnitt „Zu 3.1.5“, bei Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ den E-Modul (E_{cm}) auf 85 % zu reduzieren. Bei dem Verfahren der „Doppelten Buchführung“ wird die Streuung bereits durch Ansatz eines Bemessungswertes für den E-Modul E_{Cd} berücksichtigt.

2.3 Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität

In der Vergangenheit wurden zahlreiche Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität entwickelt. Ein guter Überblick über die in der Literatur zu Verfügung stehenden Verfahren wird in [11] gegeben. Dabei kann im Wesentlichen zwischen zwei Arten von Verfahren unterschieden werden.

Zunächst wurden Näherungsverfahren auf Grundlage der Theorie eines ideal geraden Stabes entwickelt. Dabei wurde das Kippproblem als Verzweigungsproblem behandelt. Ausgangspunkt der Verfahren waren die Kippgleichungen zur Ermittlung des ideellen Kippmomentes eines Biegeträgers für einen linear-elastischen Werkstoff. Dem nichtlinearen Werkstoffverhalten und den geometrischen Imperfektionen wurde dabei unterschiedlich Rechnung getragen. Die ersten Verfahren berücksichtigten die Besonderheiten des Stahlbetons durch große Sicherheitsbeiwerte, andere wiederum über eine Abminderung des E-Moduls. Schließlich wurden die Steifigkeiten beanspruchungsabhängig unter Berücksichtigung der Rissbildung des Betons ermittelt. In diesem Rahmen sind die Verfahren von *Beck/Schack* [12], *Hansell/Winter* [13], *Lebelle* [14], *Pettersson* [15], *Siev* [16], *Sant und Bletzacker* [17], *Massey* [18], *Stiglat* [4], [19], *Rafla* [20], *Jeltsch* [21], *Nowak* [22], *Labib* [23], *Mehlhorn* [24], *Streit* [25], *Revathi* [26] und *Hurff* [27] zu nennen.

Bei der zweiten Gruppe der Verfahren wird das Kippen als Spannungsproblem nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung von Imperfektionen und des nichtlinearen Werkstoffverhaltens behandelt. Zu dieser Gruppe der Näherungsverfahren zählen die Verfahren von *Mann* [28],[29], *Mehlhorn/Röder* [30],[31], *Wienecke* [32], *Pauli* [33], *Ehret* [34] und *Backes* [35]. Mit Ausnahme des Verfahrens von *Mann* ([28], [29]) sind die Verfahren in der Anwendung recht aufwendig und nur mit Hilfsmitteln z.B. in Form von Interaktionsdiagrammen oder rechnergestützt anwendbar.

Als Handrechenverfahren fanden in der Praxis bisher insbesondere die Verfahren von *Stiglat* und *Mann* Anwendung. Dies ist sowohl durch ihre einfache Handhabung für die Handrechnung als auch durch vertretbare Abweichungen gegenüber genaueren Näherungsverfahren nach Theorie II. Ordnung, wie Vergleichsbetrachtungen in [11] zeigen, begründet. Trotz der heute verbreiteten Möglichkeiten der geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnungen auf Grundlage der Finite-Element-Methode (FEM) stellen Näherungsverfahren als Plausibilitätskontrolle und in der Entwurfsphase zur Vordimensionierung der Trägerquerschnitte ein wichtiges Werkzeug in der Tragwerksplanung dar.

Im Folgenden sollen beispielhaft die Grundzüge dieser beiden einfachen Verfahren sowie des neueren Verfahrens von *Hurff* vorgestellt werden. Darüber hinaus werden die wesentlichen Annahmen des von *Pauli* entwickelten Berechnungsverfahrens zusammengefasst, da es derzeit als Grundlage für die meisten EDV-gestützten Berechnungsprogramme dient [36]. Abschließend wird das Nachweisformat einer praxisüblichen Software für die Untersuchung der Kippstabilität vorgestellt, welches auf das Konzept von *Mehlhorn/Röder* [30] zurückgeht.

Im Abschnitt 2.3.6 werden die vorgestellten Verfahren im Hinblick auf ihre Wirklichkeitsnähe durch Nachrechnung der Versuchsträger von *Pauli* und Vergleich der Abweichungen der rechnerischen Traglasten gegenüber den Versagenslasten in den Versuchen gegenübergestellt.

Vor dem Hintergrund, dass in der Praxis der Nachweis der Kippsicherheit i.d.R. rechnergestützt, z.B. durch Umsetzung der wirklichkeitsnahen Näherungsverfahren in programmierter Form (z.B. *Pauli* oder *Mehlhorn et al.*), oder durch Anwendung von Programmen auf Grundlage der FEM unter Berücksichtigung materieller und geometrischer Nichtlinearitäten erfolgt, wird im Rahmen dieser Arbeit auf die Vorstellung weiterer Näherungsverfahren verzichtet und auf die oben genannten Literaturstellen verwiesen.

2.3.1 Verfahren von Stiglat (1971/1991)

Das Verfahren von *Stiglat* ([4], [19]) beruht auf der Annahme, dass die unter dem Kippmoment auftretende größte Spannung in der Druckzone nicht größer werden kann als die Tragspannung $\sigma_{c,T}$ eines gedachten beidseitig gelenkig gelagerten Vergleichsdruckstabes mit der Vergleichsschlankheit λ_v .

Bei dem Verfahren wird zunächst das ideale Kippmoment $M_{y,ki}$ auf Grundlage der Verzweigungstheorie unter Annahme eines linear-elastischen Werkstoffverhaltens ermittelt.

Die Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens erfolgt durch eine Abminderung des linear-elastischen Kippmomentes im Verhältnis $\sigma_{c,T}/\sigma_{ki}$. Dieses reduzierte Moment wird dem einwirkenden Moment gegenübergestellt. Das Verfahren beruht auf dem globalen Sicherheitskonzept der alten Norm DIN 1045.88, und ist daher auf dem Gebrauchslastniveau zu führen.

Nachweisformat:

$$\frac{\sigma_{c,T}}{\sigma_{ki}} \cdot M_{y,ki} \geq \gamma_k \cdot M_{y,k} \quad (2.5)$$

mit:

$M_{y,ki}$ ideelles Kippmoment

$$M_{y,ki} = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{l_{0t}} \sqrt{EI_z \cdot GI_T \cdot \frac{I_y}{I_y - I_z}} \quad (2.6)$$

mit

k_1, k_2, k_3 Beiwerte zur Ermittlung des Kippmomentes in Abhängigkeit von den Lagerungsbedingungen und der Belastungsart, können z.B. [11] entnommen werden

l_{0t} Abstand zwischen den Kipphalterungen (Gabellagerung)

σ_{ki} größte Betonrandspannung in der Druckzone unter dem ideellen Moment $M_{y,ki}$

$$\sigma_{ki} = \frac{M_{y,ki} \cdot z_s}{I_y}$$

zugehörige Vergleichsschlankheit

$$\lambda_v = \pi \cdot \sqrt{\frac{E_{cm}}{\sigma_{ki}}}$$

$\sigma_{c,T}$ Tragspannung eines gedachten beidseitig gelagerten Druckstabs mit gleich großer Vergleichsschlankheit λ_v wie der kippende Träger unter Ansatz der nichtlinearen σ - ε -Beziehung für den Druckbereich des Betons

γ_k globaler Sicherheitsbeiwert

$\gamma_k = 2,0$ für Querschnitte mit Obergurtverbreiterung

$\gamma_k = 2,5$ für Rechteckquerschnitte [37]

Bei der Ermittlung des ideellen Kippmomentes $M_{y,ki}$ von Stahlbetonträgern wird der Abfall der Torsionssteifigkeit pauschal durch eine Abminderung des Torsionsträgheitsmomentes I_T auf 60 % berücksichtigt. Bei Spannbetonträgern wird aufgrund der später eintretenden Rissbildung auf diese Abminderung verzichtet. Für die Ermittlung der restlichen Querschnittswerte wird ein ungerissener Betonquerschnitt vorausgesetzt.

Die kritische Tragspannung $\sigma_{c,T}$ für den Vergleichsdruckstab ergibt sich durch eine Anpassung der ideellen Knicknormalspannung σ_{ki} für linear-elastisches Materialverhalten an das Werkstoffverhalten des Betons (Bild 2.3).

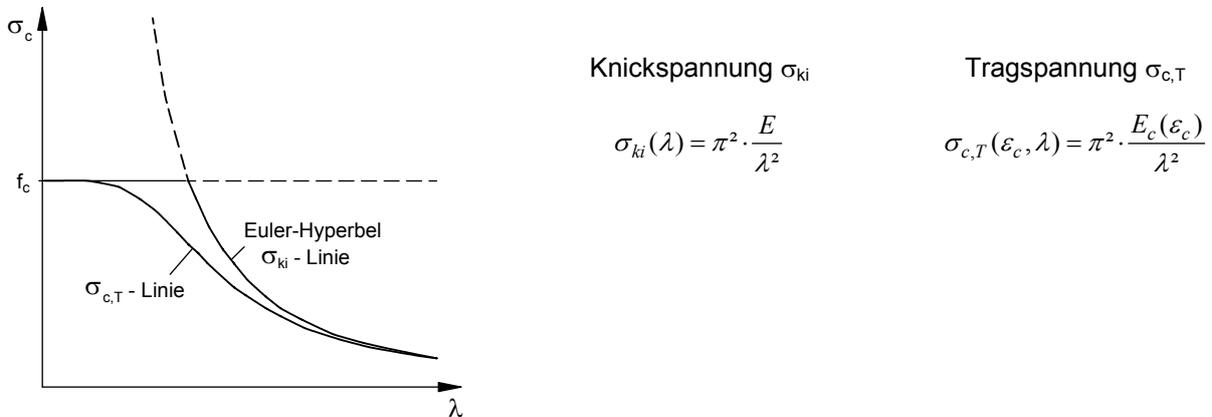


Bild 2.3: Prinzipielles Vorgehen bei der Herleitung der Tragspannungskurven $\sigma_{c,T}$ aus [38]

Das Materialverhalten des Betons im Druckbereich ist nichtlinear und vom Beanspruchungsniveau abhängig. Für die Ermittlung der Tragspannungen $\sigma_{c,T}$ werden daher nichtlineare σ - ε -Linien zugrunde gelegt und der E-Modul wird als Tangentenmodul in Abhängigkeit von der Beanspruchung angesetzt. Die Tragspannungen $\sigma_{c,T}$ ergeben sich damit wie folgt:

$$\sigma_{c,T}(\varepsilon_c, \lambda) = \pi^2 \cdot \frac{E_c(\varepsilon_c)}{\lambda^2} \quad (2.7)$$

mit

$$E_c(\varepsilon_c) = \frac{d\sigma_c}{d\varepsilon_c} = \sigma_c'(\varepsilon_c)$$

Die Tragspannungen $\sigma_{c,T}$ werden von Stiglat basierend auf gekrümmten σ - ε -Linien nach [39] in Tabellen- und Diagrammform für Betonfestigkeitsklassen der DIN 1045.88 aufbereitet. An die Betonfestigkeitsklassen der DIN EN 1992-1-1 angepasste $\sigma_{c,T}$ - λ_v -Diagramme sind beispielsweise in [38] und [40] zu finden. Die Herleitung erfolgte dabei auf Grundlage der σ - ε -Beziehungen nach DIN EN 1992-1-1, 3.1.5.

Zur Anwendbarkeit des Verfahrens wurden neben den Untersuchungen von [11] umfangreiche Untersuchungen von *Backes* [37] durchgeführt. Nach *Backes* Einschätzung, basierend auf zahlreichen Vergleichsrechnungen mit einem in [35] entwickelten nichtlinearen Stabwerksprogramm zur Traglastberechnung kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger, führt das Verfahren von *Stiglat* [4] für den Großteil der baupraktisch wichtigen Problemstellungen zu sicheren Ergebnissen. Das Verfahren wird als zuverlässig und wirtschaftlich bewertet.

2.3.2 Verfahren von Mann (1985)

Mann ([28], [29]) führt das Kippen eines schlanken Biegeträgers auf ein Knickproblem eines vorverformten Druckgurtes zurück. Der Kippnachweis erfolgt dabei analog zur Stützenbemessung an einem ideellen Knickstab, mit einer ideellen Schlankheit λ und der Vorverformung e_0 . Die ideale Schlankheit λ wird unter Berücksichtigung der Stabilisierung des Druckgurtes durch die Rückstellwirkung des Zuggurtes und der Torsionssteifigkeit des Querschnittes bestimmt. Sie ergibt sich in Abhängigkeit vom Verhältnis der Steifigkeitswerte $GI_{T,Druckgurt}/EI_{z,Druckgurt}$, vom inneren Hebelarm z und von der Art der Belastung. Die beim Nachweis zugrunde gelegte Obergurtbreite b wird in Abhängigkeit von der ideellen Schlankheit λ und der bezogenen Vorverformung e_0 mit dem Faktor ω abgemindert. Der Abminderungsfaktor ω berücksichtigt dabei den mit zunehmender Schlankheit und Vorverformungen einhergehenden Traglastabfall. Der Abminderungsfaktor ω ergibt sich dabei aus dem Verhältnis der aufnehmbaren Kraft P eines Druckstabes mit der Fläche A_0 des Druckgurtes und der ideellen Schlankheit λ in Abhängigkeit von der Ausmitte e_0 , zur aufnehmbaren Kraft P_0 eines ideal geraden nicht knickgefährdeten Druckstabes.

Der Nachweis erfolgt unter Ansatz der reduzierten Obergurtbreite als Spannungsnachweis in der Druckzone und alternativ unter Anwendung von Bemessungstabellen als Biegenachweis für Bauteile mit Druckbewehrung. Beispielberechnungen sind in [28], [29] und [11] zu finden.

Das Verfahren basiert auf dem Sicherheitskonzept mit globalen Sicherheitsbeiwerten. Die Umstellung auf das Teilsicherheitskonzept kann aufgrund der klaren Struktur des Verfahrens einfach vorgenommen werden und führt auf ein vergleichbares Sicherheitsniveau. Neben den Teilsicherheitsbeiwerten stellt die Berücksichtigung der Vorverformungen ein wichtiges Sicherheitselement dar. Bei Anwendung des Verfahrens wirkt sich der Ansatz der Vorverformung stark auf die aufnehmbare Traglast aus. In [28] und [11] wird daher empfohlen das Verfahren mit dem von Mann [28] vorgeschlagenen Ansatz für die Vorverformungen anzuwenden. Die Vorverformungen setzen sich dabei aus zwei Anteilen zusammen:

Schiefstellung an den Auflagern : $\vartheta = 1\%$

Herstellungsungenauigkeiten als Ansatz der Vorverformungen mit einem maximalen Stich am Obergurt in Feldmitte mit:

$$e_{OG}=1-3 \text{ cm}$$

$$e_{UG}=0 \text{ cm}$$

Der Ansatz der Vorverformungen nach [28] führt gegenüber der Empfehlung der DIN EN 1992-1-1 mit einer maximalen Ausmitte von $L_{eff}/300$ insbesondere für große Spannweiten zu einem günstigeren Abminderungsfaktor ω für die Obergurtbreite und zu wirtschaftlicheren Ergebnissen. Der Frage nach dem erreichten Sicherheitsniveau wird in 2.3.6 nachgegangen.

2.3.3 Verfahren nach Hurff (2010)

Hurff greift 2010 ([27], [41]) die in den 60er Jahren von *Hansell* und *Winter* [13] sowie *Sant* und *Bletzacker* [17] vorgestellten Ansätze auf und erweitert diese um den Einfluss der geometrischen Imperfektionen. Dabei wird das Kippproblem als Verzweigungsproblem eines ideal geraden Biegeträgers behandelt. Dem nichtlinearen Werkstoffverhalten des Stahlbetons wird durch entsprechende Anpassung der Steifigkeiten Rechnung getragen.

Bei der Ermittlung des Kippmomentes $M_{y,ki}^*$ werden von *Hurff* [41] zusätzlich die Auswirkungen von geometrischen Imperfektionen in Form von Abminderungsfaktoren wie folgt erfasst:

$$M_{y,ki}^* = M_{y,ki}(EI_{z,eff}, GI_{T,eff}) \cdot \Delta_r \cdot \Theta_r \quad (2.8)$$

mit

$M_{y,ki}(GI_{z,eff}, GI_{T,eff})$ ideales Kippmoment nach Gl. (2.6) unter Berücksichtigung des Steifigkeitsabfalls infolge Rissbildung und einer geneigten Nulllinienlage

$\Delta_r = 1 - \left(\frac{e_a}{L}\right)^{0,31}$ Parameter zur Berücksichtigung einer Auslenkung

mit e_a Auslenkung des Trägers in Feldmitte
 $e_a \leq L / 384$

$\Theta_r = e^{-26,5\vartheta_0}$ Parameter zur Berücksichtigung einer Vorverdrehung
mit ϑ_0 Vorverdrehung des Trägers in Feldmitte

Die Ermittlung des ideellen Kippmomentes $M_{y,ki}(GI_{z,eff}, GI_{T,eff})$ erfolgt unter Ansatz einer effektiven Biegesteifigkeit $EI_{z,eff}$ um die schwache Achse und einer effektiven Torsionssteifigkeit $GI_{T,eff}$. Die entsprechenden Gleichungen können [27] entnommen werden. Die Berechnung erfolgt iterativ. Zunächst wird eine Dehnungsebene für den Fall reiner Biegung angenommen. Mit der zugehörigen Druckzonenhöhe x werden die effektiven Steifigkeiten $EI_{z,eff}$ und $GI_{T,eff}$ bestimmt mit denen anschließend das ideelle Kippmoment $M_{y,ki}$ ermittelt wird. Weicht dieses von dem zu der angenommenen Dehnungsebene zugehörigen Biegemoment ab, muss die Steifigkeitsermittlung wiederholt werden. Die Berechnung wird so lange fortgesetzt bis die Druckzonenhöhe x und das ideelle Kippmoment $M_{y,ki}$ einhergehen.

Die Abminderungsfaktoren Δ_r , Θ_r zur Erfassung der Auswirkungen von geometrischen Imperfektionen wurden im Rahmen von Parameterstudien in [41] auf Grundlage von numerischen Simulationsrechnungen hergeleitet. Die Kalibrierung des Rechenmodells erfolgte zuvor an den von Hurff durchgeführten Versuchen.

Das Verfahren wird in [41] durch Nachrechnung der Versuche von *Pauli* [1], *Kalkan* [42] und *Hurff* [41] verifiziert. Die rechnerischen Versagenslasten konnten dabei in guter Übereinstimmung mit den Versuchen ermittelt werden. Die Abweichungen gegenüber den Versagenslasten in den Versuchen lagen dabei zwischen 2% bis 15%.

Ein Beispiel für die Anwendung des Verfahrens ist in [41] enthalten. Im Vergleich zu den Verfahren von *Mann* und *Stiglat* erfordert das Verfahren wesentlich mehr Rechenschritte und ist am effektivsten in programmierter Form anwendbar.

Für die Anwendung in der Praxis bedarf der Ansatz noch der Ergänzung hinsichtlich des Sicherheitskonzepts, um das in DIN EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau einzuhalten.

2.3.4 Näherungsverfahren von Pauli (1990)

Bei dem Verfahren von *Pauli* [1] werden Grenzwerte für die vom Querschnitt maximal aufnehmbare Verdrehung ϑ_{grenz} definiert. Der Kippnachweis gilt als erfüllt wenn die rechnerischen Verdrehungen, die sich bei einer Berechnung nach Theorie II. Ordnung unter Bemessungslasten einstellen, kleiner sind als der definierte Grenzwert ϑ_{grenz} .

Die Grenzwerte für die Verdrehung ϑ_{grenz} beruhen auf den folgenden Annahmen:

1. Grenz Betrachtung: Zweiachsige Biegung

Die mögliche Verdrehung des Trägers wird durch das um die schwache Achse maximal aufnehmbare Querbiegemoment $M_{z,Rd}$ bei einem gegebenen Hauptbiegemoment $M_{y,Ed}$ infolge der Bemessungslasten begrenzt und ergibt sich wie folgt:

$$\text{mögl } \vartheta_{\text{Biegung}} = \frac{M_{z,Rd}}{M_{y,Ed}} - \vartheta_0 \quad (2.9)$$

mit

ϑ_0 Vorverdrehung

2 Grenz Betrachtung: Torsion

Eine Überschreitung des Torsionsrissmomentes im Auflagerbereich hat einen erheblichen Steifigkeitsverlust zur Folge. Im Grenzfall stellt sich ein Fließgelenk ein. Ein solcher Zustand führt zum Versagen. Dabei nehmen die Horizontalverformungen ohne wesentliche Laststeigerung überproportional zu [1]. Deshalb wird von *Pauli* das maximal aufnehmbare Torsionsmoment auf das Torsionsrissmoment begrenzt. Aus dieser Bedingung ergibt sich der zweite Grenzwert. Für einen gabelgelagerten Einfeldträger folgt bei Anwendung des Prinzips der virtuellen Kräfte die Grenzverdrehung:

$$\text{mögl } \vartheta_{\text{Torsion}} = \int_0^l \frac{M_T(x) \cdot \overline{M}_T(x)}{GI_T} dx \quad (2.10)$$

mit

$M_T(x)$ Torsionsmoment, qualitative Näherung des Torsionsmomentenverlaufes für einen Einfeldträger durch eine Cosinusfunktion:

$$M_T(x) = M_T \cdot \cos \frac{\pi}{l} x$$

mit $M_T = \max . M_T = M_{T,Riss}$

$M_{T,Riss}$ Torsionsrissmoment

$$M_{T,Riss} = f_{ctm} \cdot W_T$$

$GI_T(x)$ Torsionssteifigkeit

$\overline{M}_T(x)$ virtuelles Torsionsmoment zur Berechnung der Verdrehung

Als Grenzverdrehung ϑ_{grenz} wird der kleinere der beiden Werte zugrunde gelegt:

$$\vartheta_{\text{gr}} = \vartheta_0 + \min \begin{cases} \text{mögl } \vartheta_{\text{Biegung}} \\ \text{mögl } \vartheta_{\text{Torsion}} \end{cases} \quad (2.11)$$

Das Verfahren basiert im Gegensatz zu den zuvor beschriebenen Nachweiskonzepten bereits auf dem Teilsicherheitskonzept der DIN EN 1992-1-1. Der Nachweis erfolgt unter Bemessungslasten bei Ansatz wirklichkeitsnaher σ - ε -Linien für den Beton mit den Bemessungswerten der Baustoffkennwerte (f_{cd} , $E_{cd} = E_{cm}/\gamma_c$). Bei der Ermittlung der Biege- und Torsionssteifigkeiten ist die Rissbildung zu berücksichtigen. Vereinfachend dürfen die Steifigkeiten für die am höchsten beanspruchte Stelle ermittelt werden und dann entlang der gesamten Stabachse als konstant angenommen werden. Die Querbiegesteifigkeit und Torsionssteifigkeit dürfen näherungsweise anhand der Druckzone, die sich infolge einachsiger Biegung um die starke Achse einstellt, ermittelt werden. Hierbei ist bei Ansatz des Elastizitäts- und Schubmoduls der Beanspruchungszustand der Druckzone im Zusammenhang mit der nichtlinearen σ - ε -Beziehung des Betons zu berücksichtigen.

Das Verfahren ist mechanisch sehr anschaulich und führt, wie von *Pauli* in [1] gezeigt, zu einer sehr guten Übereinstimmung mit experimentellen Untersuchungen. In der Regel wird das Verfahren rechnergestützt angewendet. Hierbei sind Programme für die Bemessung und Dehnungsermittlung auf Querschnittsebene ausreichend. Das Näherungsverfahren von *Pauli* wurde als einziges Verfahren für den Nachweis der Kippstabilität in den Model Code 1990 (Abschnitt 6.6.3.3.4) [43] aufgenommen.

Ausführliche Beispielrechnungen für die Anwendung des Verfahrens sind [33] und [44] zu finden.

2.3.5 Näherungsverfahren von Mehlhorn et al. - Nachweiskonzept einer praxisüblichen Software für die Nachweise der Kippstabilität

Im Folgenden soll auf die Hintergründe eines für Nachweise der Kippstabilität von Fertigteilträgern in der Praxis weit verbreiteten speziellen Softwareprogramms eingegangen werden. Das Programm basiert auf dem Näherungsverfahren von *Mehlhorn et al.* [30]. Die Grundzüge des Verfahrens sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden.

Mehlhorn et al. führen den Nachweis der Kippstabilität im Wesentlichen auf einen Nachweis zweiachsiger Biegung im GZT zurück. Bei gegebener Biegebeanspruchung um die Hauptachse und Berücksichtigung von Vorverformungen ist zunächst das Querbiegemoment zu bestimmen. Anschließend erfolgt eine Bemessung für zweiachsige Biegung. Dem Verfahren liegt als Sicherheitskonzept das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ zugrunde, d.h. die Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung erfolgt zunächst auf Grundlage der Mittelwerte der Baustofffestigkeiten als Bemessungswerte, während der Nachweis im GZT für zweiachsige Biegung mit den Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten geführt wird.

Die Grundlage des Verfahrens stellen gekoppelte Differentialgleichungen 4. Ordnung für einen räumlich belasteten Stab nach Theorie II. Ordnung dar. Durch entsprechende Wahl der Randbedingungen, die den üblichen in der Praxis vorkommenden Problemstellungen genügen, gelingt es *Mehlhorn et al.* die Differentialgleichungen erheblich zu vereinfachen. Hierbei werden die folgenden Annahmen getroffen:

- gabelgelagerte Einfeldträger
- einfachsymmetrische Querschnitte
- äußere Last wirkt nur in z-Richtung
- äußere Normalkräfte werden nicht berücksichtigt
- Vernachlässigung der Wölbsteifigkeit

Die vereinfachten Differentialgleichungen werden unter Beachtung der werkstoff- und belastungsabhängigen Steifigkeiten iterativ gelöst. Dabei werden für den Momentenverlauf näherungsweise ein parabelförmiger Ansatz und für die Steifigkeitsverläufe GI_T und EI_z sinusförmige Ansätze entlang der Trägerachse zugrunde gelegt. Als Lösung ergibt sich die folgende Gleichung für das ideale Kippmoment $M_{y,ki}$:

$$M_{y,ki} = c \cdot \frac{\sqrt{EI_z^I \cdot GI_T^I}}{l} \quad (2.12)$$

mit

EI_z^I Querbiegesteifigkeit im Zustand I

GI_T^I modifizierte Torsionssteifigkeit im Zustand I unter Berücksichtigung der Vorspannwirkung vgl. [30]

$$c = \pi \cdot \sqrt{k_1} \left[c_1 + \sqrt{c_1^2 + k_3 + k_4 \cdot \frac{EI_r}{GI_T^I} + k_5 \cdot \frac{p_{z,0} \cdot l^2 (a_{z,0} - z_M)}{GI_T^I}} \right]$$

mit

$$c_1 = \frac{\pi}{l} \cdot \sqrt{k_1} \cdot \sqrt{\frac{EI_z^I}{GI_T^I}} \cdot z_M \cdot k_2$$

Durch Faktoren k_1 bis k_5 werden beanspruchungsabhängige Steifigkeitsänderungen über die Trägerlänge berücksichtigt. Die Faktoren ergeben sich in Abhängigkeit des Verhältnisses der Steifigkeitsverluste (ΔEI_z , ΔGI_T) in Feldmitte unter den γ -fachen Lasten zu den Steifigkeiten (EI_z^I , GI_T^I) im ungerissenen Zustand I. In [31] werden die Faktoren differenziert in Abhängigkeit von der Bauweise, Stahlbeton- oder Spannbetonbinder und der Trägergeometrie (Parallelgurt- oder Satteldachbinder) angegeben.

- EI_r Steifigkeitswert aus Integration der Längsspannungen vgl. [30]
- $a_{z,0}$ Abstand des Lastangriffspunktes vom Schwerpunkt
- z_M Abstand des Schubmittelpunktes vom Schwerpunkt

Die Ermittlung der Steifigkeiten erfolgt unter γ -fachen Lasten unter Ansatz der Mittelwerte der Baustoffkennwerte als Bemessungswerte (z.B. f_{cm}/γ_c , E_{cm}/γ_c , G/γ_c , f_{ym}/γ_s). Dabei werden wirklichkeitsnahe σ - ε -Beziehungen für den Beton und Betonstahl entsprechend DIN EN 1992-1-1 (Abschnitt 3.1.5 und 3.2.7) zugrunde gelegt.

Für die praktische Anwendung wird in [30] empfohlen das ideale Kippmoment zunächst mit vereinfachten Annahmen zu ermitteln. Dabei können über die Trägerlänge konstante Querbiege- und Torsionssteifigkeit zugrunde gelegt werden. Diese werden, unter Annahme eines parabelförmigen Momentenverlaufes, in Feldmitte für den Querschnitt mit der höchsten Beanspruchung ermittelt. Für diesen Fall ergibt sich das ideale Kippmoment $M_{y,ki}$ zu:

$$M_{y,ki} = 1,13 \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{EI_z^{II} \cdot GI_T^{II}}}{l} \quad (2.13)$$

mit

- EI_z^{II} Querbiegesteifigkeit im Zustand II in Feldmitte
- GI_T^{II} Torsionssteifigkeit im Zustand II in Feldmitte

Es wird ein Beiwerk η_{ki} eingeführt, der Aufschluss über den Abstand der gegebenen Beanspruchung gegen das Erreichen der Verzweigungslast angibt:

$$\eta_{ki} = \frac{M_{y,ki}}{M_{y,Ed}} > 1 \quad (2.14)$$

Ist der Faktor $\eta_{ki} < 1$, ist keine ausreichende Kippsicherheit gegeben und das kritische Moment $M_{y,ki}$ sollte genauer entsprechend Gleichung (2.12) unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Steifigkeitsverläufe ermittelt werden.

Für die Bestimmung des Querbiegemomentes $M_{z,Ed}$ muss die Stabverdrehung \mathcal{G}_{tot} nach Theorie II. Ordnung ermittelt werden. Diese wird wie folgt bestimmt:

$$\mathcal{G}_{tot} = \mathcal{G}_0 + \mathcal{G}_{II} \quad (2.15)$$

mit

\mathcal{G}_0 Vorverdehung im Ausgangszustand

\mathcal{G}_{II} Stabverdrehung nach Theorie II. Ordnung

Die Herleitung der Stabverdrehung \mathcal{G}_{II} erfolgt ebenfalls über Lösung einer inhomogenen Differentialgleichung. Die allgemeine Gleichung kann [30] entnommen werden. Mit Annahme konstanter Biege- und Torsionssteifigkeit bei einem parabelförmigen Momentenverlauf kann die recht komplizierte Gleichung stark vereinfacht und wie folgt angegeben werden:

$$\mathcal{G}_{II} = \frac{M_{y,Ed} \cdot e_a \cdot \left[\frac{\eta_{ki}^2}{\eta_{ki}^2 - 1} + 0,93 \right]}{1,15 GI_T^{II}} \quad (2.16)$$

mit

e_a Vorverformung

Der Einfluss dieser Vereinfachung auf das Endergebnis der Verformungsberechnung ist im Gegensatz zum Einfluss bei der Berechnung des ideellen Kippmomentes vernachlässigbar [45].

Die Biegebeanspruchung um die schwache Achse ergibt sich dann wie folgt:

$$M_{Ed,z} = M_{Ed,y} \cdot \mathcal{G}_{tot} \quad (2.17)$$

Die Hauptbiegemomente nach Theorie II. Ordnung werden näherungsweise denen nach Theorie I. Ordnung gleichgesetzt.

Mit diesen Schnittgrößen ($M_{Ed,y}$, $M_{Ed,z}$) ist abschließend der Nachweis für zweiachsige Biegung zu führen. Dabei sind die Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten zugrunde zu legen.

Anwendungsbeispiele sind in [30] und [31] zu finden.

Bei der Nachrechnung der Versuche von *Pauli* mit der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten in der Praxis häufig eingesetzten Software zur Untersuchung der Kippstabilität wurde eine Abweichung des verwendeten Ansatzes für die Torsionssteifigkeit gegenüber dem Verfahren von *Mehlhorn et al.* festgestellt. *Mehlhorn et al.* ermitteln die Torsionssteifigkeit jeweils am Auflager und in Trägermitte für den maximal beanspruchten Querschnitt. An den Auflagern wird dabei der Zustand I vorausgesetzt und die Torsionssteifigkeit wird am vollen Querschnitt

ermittelt. In Feldmitte wird die Torsionssteifigkeit im Zustand II durch eine Näherung über die Torsionssteifigkeit der Biegedruckzone bestimmt. Zwischen diesen beiden Werten wird der Verlauf der Torsionssteifigkeit über die Trägerlänge für Stahlbetonbauteile durch eine Parabel 6.Ordnung und für Spannbetonbauteile durch einen sinusförmigen Ansatz angenähert (Bild 2.4). Die betrachtete Software ermittelt die Torsionssteifigkeit dagegen in jedem Querschnitt beanspruchungsabhängig anhand der sich jeweils einstellenden Druckzone.

Vergleicht man die Auswirkungen dieser unterschiedlichen Ansätze am Beispiel des Versuchsträgers Nr. 2 von *Pauli* in Bild 2.4 a), sind diese für Stahlbetonträger aufgrund der über die gesamte Trägerlänge vorhandenen Zugbereiche gleichwertig. Bei der Betrachtung des Spannbetonversuchs Nr. 5 von *Pauli* ergeben sich jedoch Unterschiede insbesondere in den noch ungerissenen Bereichen. Während die Softwarelösung den gesamten ungerissenen Querschnitt für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit hinzuzieht, wird bei Annahme eines sinus- bzw. parabelförmigen Ansatzes ein Abfall der Torsionssteifigkeit über die gesamte Trägerlänge zwischen den Auflagern berücksichtigt (Bild 2.4 b)).

In der Literatur wird i.A. empfohlen die Torsionssteifigkeit von Spannbetonbauteilen bereits im Zustand I auf 60% des linear-elastischen Wertes abzumindern. Die im Kapitel 4 durchgeführten Nachrechnungen von Versuchen an kippgefährdeten Trägern mit dem Programm SOFiSTiK zeigen mit dieser Annahme eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchen, sowohl in Bezug auf die Versagenslasten als auch auf das Last-Verformungsverhalten. In Bild 2.4 b) ist für den Spannbetonträger Nr.5 von *Pauli* der sich bei einer Modellierung mit nichtlinearen Stabelementen des Programmsystems SOFiSTiK ergebende Verlauf der Torsionssteifigkeit kurz vor dem Erreichen der Traglast dargestellt.

Die Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen mit der in der Praxis häufig eingesetzten Softwarelösung für die Untersuchung von Kippproblemen auf Grundlage des Näherungsverfahrens von *Mehlhorn et al.* sind in Bild 2.5 abgebildet. Während die Traglasten der Versuche an den Stahlbetonträgern gut erfasst werden, werden die Traglasten der Spannbetonversuche bis zu 20% überschätzt. Dies ist auf den Ansatz einer zu hohen Torsionssteifigkeit in den ungerissenen Bereichen zurückzuführen.

Ähnliche Erfahrungen werden in Bezug auf Stahlbetonbauteile auch in [31] beschrieben. Die zunächst allgemeingültige sinusförmige Näherung der Torsionssteifigkeit erwies sich bei der Überprüfung des Näherungsverfahrens von *Mehlhorn et al.* durch *Röder* insbesondere für Stahlbetonbauteile in vielen Fällen als unzutreffend und führte teilweise zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite. Während bei Spannbetonbauteilen im Auflagerbereich auf einer Länge $0,1L-0,2L$ der ungerissene Zustand I vorliegt, ist der Zustand I bei Stahlbetonbauteilen nur direkt am Auflager zutreffend. Für Stahlbetonbauteile schlägt Röder daher eine Näherung der Steifigkeitsverläufe über die Trägerlänge mit einer Parabel 6. Ordnung vor (Bild 2.4). Auch für Spannbetonbauteile empfiehlt Röder den Ansatz der Parabel-Näherung, die bei seinen Untersuchungen stets zu Ergebnissen auf der sicheren Seite führte.

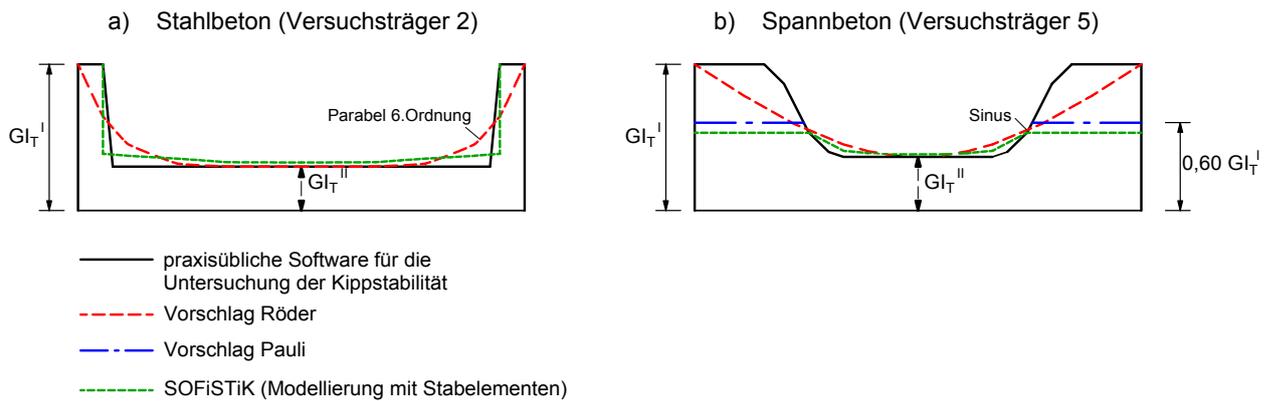


Bild 2.4: Gegenüberstellung des Ansatzes der Torsionssteifigkeit einer praxisüblichen Software für die Untersuchung der Kippstabilität mit anderen Ansätzen für Stahlbeton- und Spannbetonbinder

Betrachtet man die Abweichungen der rechnerischen Traglasten der Versuchsträger aus [1] Nr.5 und Nr.6 in Bild 2.5 gegenüber den tatsächlichen Versagenslasten, stellt sich die Frage, wieso die Traglast des Versuchs Nr.6 besser erfasst wird. Der Grund hierfür liegt in der zugrunde gelegten Näherung für die Berechnung des Torsionsträgheitsmomentes I_T . Die hier betrachtete in der Praxis häufig verwendete spezielle Software für das Kippproblem ermittelt I_T vereinfacht über Teilflächen der einzelnen Querschnittsteile. Diese Vorgehensweise liefert in Abhängigkeit von der Geometrie geringere Werte gegenüber genaueren Verfahren für beliebige Querschnittsgeometrien z.B. nach *Wienecke* [32]. So sind die etwas geringeren Abweichungen der Nachrechnung des Versuchs Nr.6 im Vergleich zum Versuch Nr.5 gegenüber den im Versuch erreichten Traglasten zu erklären. Ein rechnerischer Abfall der Torsionssteifigkeit im Zustand I ergibt sich bereits durch das gegenüber einer genaueren Berechnung um 25% geringere Torsionsträgheitsmoment (Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1: Vergleich unterschiedlicher Näherungen zur Ermittlung des Torsionsträgheitsmomentes

		Versuch Nr. 5	Versuch Nr.6
I_T (SOFiSTiK/Korrektur nach Wienecke)	$[10^{-3} \text{ m}^4]$	1,088 (100%)	2,914 (100%)
$I_T = \sum I_{T,i}$ (Handrechnung)	$[10^{-3} \text{ m}^4]$	0,912 (84%)	2,06 (71%)
I_T (praxisübliche Software)	$[10^{-3} \text{ m}^4]$	0,912 (84%)	2,14 (74 %)

2.3.6 Vergleich der Näherungsverfahren mit den Versuchsergebnissen von Pauli

Zum Zeitpunkt der Veröffentlichung von *Deneke et al.* [11] fehlten repräsentative experimentelle Untersuchungen zur Kippstabilität, welche die bis dahin entwickelten Näherungsverfahren absichern konnten. Von *Pauli* [1] wurden 1990 sechs Großversuche an stabilitätsgefährdeten Biegeträgern durchgeführt. Die Versuche werden im Abschnitt 4.2 ausführlich beschrieben und analysiert. In der Fachwelt gelten die Versuche als maßgebend im Hinblick auf die Untersuchung des Tragverhaltens von kippsgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern.

Die vorgestellten Näherungsverfahren werden im Folgenden durch Anwendung auf die Versuchsträger von *Pauli* gegenübergestellt. Die Ermittlung der Traglasten erfolgt jeweils auf Grundlage der tatsächlichen mittleren Werkstoffkennwerte der Versuchsträger. Um die Ergebnisse allein auf Grundlage des Rechenmodells mit den Versuchen vergleichen zu können, werden die Verfahren ohne Teilsicherheitsbeiwerte bzw. globalen Sicherheitsfaktor angewendet. Darüber hinaus werden bei den Verfahren, die den Einfluss von Vorverformungen berücksichtigen, diese in Anlehnung an die an den Versuchsträgern tatsächlich gemessenen Werte zu Grunde gelegt. Die Ergebnisse sind in Bild 2.5 zusammengestellt. Ergebnisse bereits durchgeführter Nachrechnungen mit den Näherungsverfahren von *Pauli* und *Hurff* wurden dabei der Literatur ([1], [41]) entnommen.

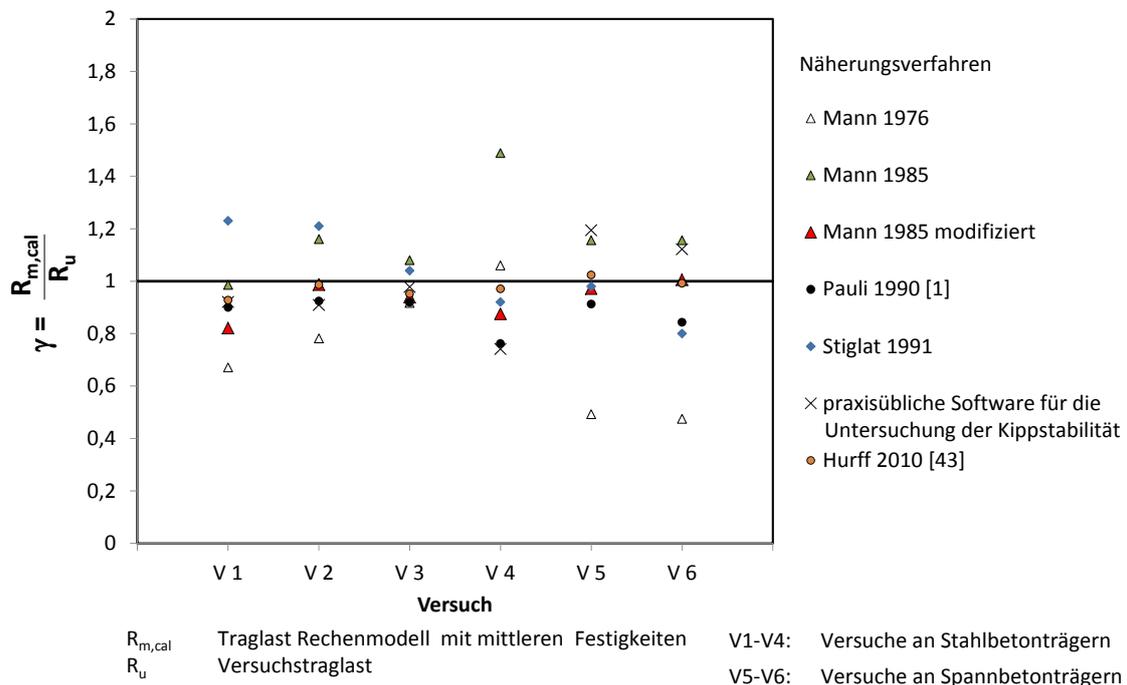


Bild 2.5: Gegenüberstellung der Näherungsverfahren von *Mann*, *Pauli*, *Stiglat*, *Hurff* und einer praxisüblichen Software auf Grundlage des Verfahrens von *Mehlhorn et al.* anhand der Versagenslasten der Versuchsträger von *Pauli*

Das Handrechenverfahren von *Stiglat* liefert bei einem Vergleich auf Mittelwertniveau Ergebnisse mit Abweichungen bis zu 25 % gegenüber den Versuchslasten. Im Mittel wird eine relativ gute Übereinstimmung erreicht. Wie auch schon Arbeiten anderer Forscher gezeigt haben [11], [37] ist das Verfahren als Näherungsverfahren nach wie vor gut geeignet.

Die Abweichungen des Verfahrens von *Mann* in seiner Ursprungsform von 1976 sind dagegen deutlich größer, die Traglasten bezogen auf die Mittelwerte werden um mehr als bis zu 50% unterschätzt. Das Verfahren von *Mann* wurde demgemäß in der Praxis als unwirtschaftlich bemängelt [29]. *Mann* führte dies in [29] auf die Vernachlässigung des überdrückten Steges zurück und erweiterte sein Verfahren. Eine Berechnung unter Berücksichtigung des überdrückten Steges für den Ersatzdruckstab unter dem in den Versuchen erreichten Traglastniveau führt dagegen zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite. Die Tragfähigkeit wird um 8-50% überschätzt.

Das Verfahren von *Mann* überschätzt vermutlich den Einfluss der Druckbewehrung. Die größte Differenz zwischen Versuch und Nachrechnung ergab sich für den Versuchsträger Nr.4 mit erhöhter Druckbewehrung. Wird dieser Versuch aus der Wertung genommen, weichen die Ergebnisse um 8-15% von den Versuchswerten ab. Es ist bekannt und wird im Abschnitt 5.4 im Rahmen einer Parameterstudie nochmals aufgezeigt, dass eine Verstärkung der Druckbewehrung nur zu einer unwesentlichen Erhöhung der Tragfähigkeit von kippgefährdeten Trägern führt. Wird die Mitwirkung der Druckbewehrung beim Spannungsnachweis vernachlässigt, stimmen die Rechenergebnisse gut mit den Versuchswerten überein. Für die Anwendung in der Praxis wird daher empfohlen das Verfahren nach *Mann* in der Fassung von 1985 unter Berücksichtigung der gesamten Druckzone und Vernachlässigung der Druckbewehrung anzuwenden.

Beide Verfahren sind gut für Handrechnungen geeignet während die Verfahren von *Pauli*, *Mehlhorn*, *Hurff* mit deutlich höherem numerischen Aufwand verbunden sind und daher sinnvollerweise rechnergestützt anzuwenden sind.

Durch die zu Vergleichszwecken herangezogene, in der Praxis weit verbreitete Software speziell für Nachweise der Kippsicherheit auf Grundlage des Verfahrens von *Mehlhorn et al.*, werden die Traglasten der Versuche an den Stahlbetonträgern gut erfasst während es bei den Spannbetonträgern zu einer deutlichen Überschätzung der Traglasten kommt. Die Ursache hierfür wurde bereits im Abschnitt 2.3.5 diskutiert und wird auf den zu günstigen Ansatz für die Torsionssteifigkeit gemäß Zustand I zurückgeführt.

2.4 Grenzen der bisherigen Näherungsverfahren – Anwendung der nichtlinearen FEM

Die bisher entwickelten Näherungsverfahren zum Nachweis ausreichender Kippsicherheit unterliegen einer Vielzahl von Einschränkungen und beruhen auf vielen Idealisierungen hinsichtlich des Werkstoffverhaltens und der Bindergeometrie. Sie beschränken sich im Wesentlichen auf die im Fertigteilebau üblichen Parallelgurt- und Satteldachbinder. Bei komplexen scheibenartigen Trägergeometrien (Bild 2.6) stoßen die Verfahren an ihre Grenzen. In der Praxis werden in diesen Fällen nichtlineare Berechnungsverfahren auf

Grundlage der FEM herangezogen. Hierfür ist heutzutage ein entsprechendes Angebot an kommerzieller Software verfügbar. In den Vordergrund tritt dabei die Frage nach einer zutreffenden und realitätsnahen Modellierung des nichtlinearen Materialverhaltens von Stahlbeton und nach einem angepassten Sicherheitskonzept, um das in den Normen geforderte Sicherheitsniveau einzuhalten.

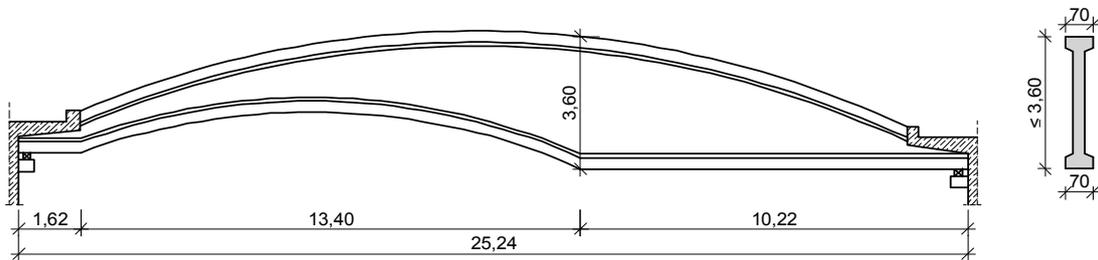


Bild 2.6: Schlanker scheibenartiger Träger

Bei Anwendung der nichtlinearen FEM erfolgt der Nachweis der Kippstabilität nach Theorie II. Ordnung am verformten System unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens des Stahlbetons. Hier kommt insbesondere der wirklichkeitsnahen Erfassung der Biege- und Torsionssteifigkeit im gerissenen Zustand II eine wichtige Bedeutung zu. Die Qualität der Ergebnisse einer nichtlinearen FEM-Simulation hängt entscheidend von der richtigen Abbildung des Werkstoffverhaltens durch die verwendeten Materialmodelle ab. Für die Anwendung ist deshalb in Abhängigkeit von der gegebenen Problemstellung die Kenntnis der theoretischen Grundlagen und Anwendungsgrenzen der verwendeten Werkstoffmodellierung erforderlich. Die Anforderungen an das Materialmodell ergeben sich durch die jeweilige Problemstellung und die zu erwartenden Versagensmechanismen. So ist beispielsweise für das Kippversagen die wirklichkeitsnahe Abbildung der Torsionssteifigkeit von entscheidender Bedeutung.

Eine rein theoretische Studie ist i. A. nicht ausreichend für eine Einschätzung über die Eignung der verwendeten Materialmodelle für eine gegebene Aufgabenstellung. Aufschluss über die richtige Modellierung und die maßgeblichen Einflussgrößen kann letztlich nur durch die Verifizierung des Rechenmodells durch Versuchsnachrechnungen gewonnen werden. Als maßgebliche Einflussgrößen gelten hier Eingangsparameter, auf die das Rechenmodell in Abhängigkeit von der Versagensart (z.B. Kippversagen, Biegeversagen, Querkraftversagen) empfindlich reagiert. Diese unterliegen ggf. Streuungen, die bei Nachweisen auf Grundlage nichtlinearer FEM-Berechnungen entsprechend zu berücksichtigen sind. Beim Einsatz von nichtlinearen FEM-Lösungen sollten die Rechenmodelle daher stets an Versuchen kalibriert und erst danach auf konkrete Problemstellungen aus der Praxis übertragen werden.

In dieser Arbeit kommt das FEM-Programmsystem SOFiSTiK zum Einsatz. Im nachfolgenden Kapitel 3 werden die wesentlichen Annahmen hinsichtlich der Modellierung von Stahlbetonbauteilen mit den zur Verfügung stehenden nichtlinearen Elementen erörtert und an grundlegenden Beispielen verifiziert. Nachrechnungen von Kippversuchen folgen in Kapitel 4. Anhand der Nachrechnungen und einer Sensitivitätsanalyse werden die maßgeblichen Parameter für das Kippversagen identifiziert.

3 Simulationsberechnungen unter Verwendung nichtlinearer Schalenelemente – FEM Programmsystem SOFiSTiK

3.1 Einleitung

Nichtlineare Simulationsberechnungen mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) ermöglichen eine realitätsnahe Abbildung des Tragverhaltens von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Berücksichtigung von geometrischen und physikalischen Nichtlinearitäten. Voraussetzung ist dabei die zutreffende Modellierung des Werkstoffverhaltens, wobei insbesondere das nichtlineare Materialverhalten bei einer Rissbildung und Plastizierung der Werkstoffe zu berücksichtigen ist. Aber auch die zeitabhängigen Einflüsse aus dem Kriechen und Schwinden des Betons sind zu berücksichtigen.

In den folgenden Abschnitten wird die Modellierung von Stahlbetonbauteilen mit nichtlinearen Schalenelementen mit dem Programmsystem SOFiSTiK behandelt und anhand grundlegender Beispiele und Versuchsnachrechnungen verifiziert. Bei den Schalenelementen handelt es sich um geschichtete Elemente (Layerelemente).

3.2 Layermodellierung

Die Layermethode bietet eine Möglichkeit der realitätsnahen numerischen Simulation des Tragverhaltens von beliebig beanspruchten Stahlbetonbauteilen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens. Die Elemente werden dabei über die Querschnittsdicke in einzelne übereinander liegende Betonschichten unterteilt. In die Betonschichten werden Stahlschichten für die Bewehrung eingebettet (Bild 3.1). Die Bewehrungsstäbe werden gleichmäßig über die Elementfläche verschmiert und so in eine äquivalente Bewehrungsschicht überführt. In den einzelnen Schichten wird ein ebener Spannungszustand vorausgesetzt. Den einzelnen Schichten werden Werkstoffgesetze für Beton und Stahl unter Berücksichtigung des Verbundes zwischen beiden Baustoffen zugewiesen. Für die Ermittlung der Spannungen in den Betonlayern wird ein zweiachsiges Betonstoffgesetz zugrunde gelegt. Für den Betonstahl wird ein eindimensionales Stoffgesetz verwendet.

Die Ermittlung der Dehnungen und Spannungen erfolgt jeweils in den einzelnen Integrationspunkten. In Dickenrichtung werden die Spannungen jeweils in den Schwerpunkten der einzelnen Beton- und Bewehrungsschichten ermittelt. Dabei ist die Verteilung der Spannungen über die Elementdicke schichtenweise jeweils konstant.

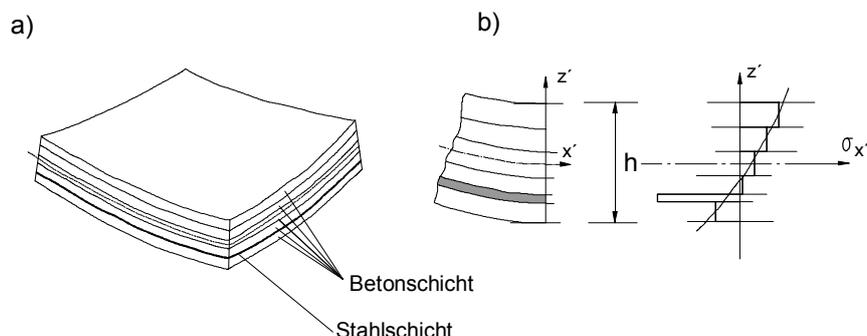
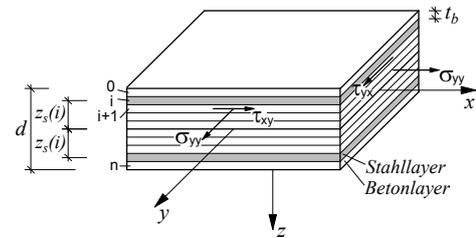


Bild 3.1: Spannungsverteilung über die Dicke des Layerelementes [46]

Die Schnittgrößen ergeben sich durch die Integration der Spannungen einzelner Schichten über die Querschnittshöhe wie folgt:

$$\begin{aligned}
 n_{xx} &= \sum_{i=1}^n \sigma_{cxx}(i) \cdot t_b & + \sum_{i=1}^n \sigma_{sxx}(i) \cdot A_s(i) \\
 n_{yy} &= \sum_{i=1}^n \sigma_{cyy}(i) \cdot t_b & + \sum_{i=1}^n \sigma_{syy}(i) \cdot A_s(i) \\
 n_{xy} &= \sum_{i=1}^n \tau_{cxy}(i) \cdot t_b & + \sum_{i=1}^n \tau_{sxy}(i) \cdot A_s(i) \\
 m_{xx} &= \sum_{i=1}^n \sigma_{cxx}(i) \cdot t_b \cdot z_b(i) & + \sum_{i=1}^n \sigma_{sxx}(i) \cdot A_s(i) \cdot z_s(i) \\
 m_{yy} &= \sum_{i=1}^n \sigma_{cyy}(i) \cdot t_b \cdot z_b(i) & + \sum_{i=1}^n \sigma_{syy}(i) \cdot A_s(i) \cdot z_s(i) \\
 m_{xy} &= \sum_{i=1}^n \tau_{cxy}(i) \cdot t_b \cdot z_b(i) & + \sum_{i=1}^n \tau_{sxy}(i) \cdot A_s(i) \cdot z_s(i)
 \end{aligned}$$



In einem Betonlayer sind in Abhängigkeit von der Beanspruchung drei Zustandsformen von ungerissen über einfach gerissen bis zweifach gerissen möglich. Die Rissmodellierung erfolgt dabei i.A. mit der Methode der verschmierten Rissbildung. Die Risse können sich im Modell entsprechend der Belastung unabhängig auf beiden Schalenseiten ausbilden.

Bei Überschreitung der Zugfestigkeit innerhalb einer Betonschicht erfolgt eine Anpassung der Steifigkeitsmatrizen des Betonlayers. Die einfachste Form der Steifigkeitsreduktion ist die Annahme eines vollständigen Abfalls der Steifigkeit des Betons in Zugrichtung und parallel zum Riss. Die entsprechenden Steifigkeiten werden hierbei zu Null gesetzt. Bei Rissbildung wird angenommen, dass der Beton ausschließlich nur noch Druckkräfte aufnehmen kann. Unter diesen Voraussetzungen sind in Bild 3.2 die sich ergebenden globalen Spannungen in einem Integrationspunkt einer Beton- und Stahlschicht im gerissenen Zustand II zusammengestellt.

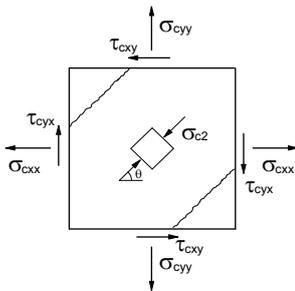
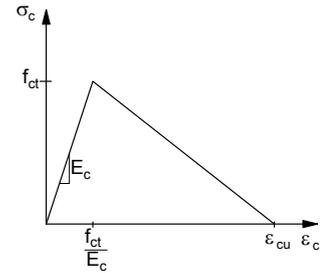
Die Gesamtsteifigkeitsmatrix ergibt sich durch Aufsummierung der Steifigkeitsmatrizen der einzelnen Beton- und Stahlschichten. Eine Zusammenstellung der Steifigkeitsmatrizen ist in [47] zu finden.

Neben der Abbildung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Betons unter mechanischer Beanspruchung können auch Kriech- und Schwindeffekte am gerissenen Schalenelement berücksichtigt werden.

Betonlayer im Zustand II:

Annahmen: $\epsilon_{cl} \geq \epsilon_{cu}$; $\sigma_{cl} = 0$

Keine Übertragung der Schubspannungen durch den Beton parallel zum Riss; $\tau_{cl2} = 0$



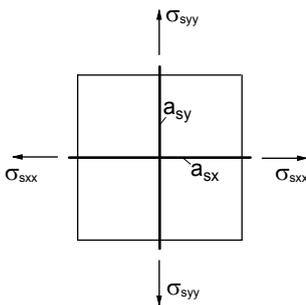
$$\begin{pmatrix} \sigma_{cxx} \\ \sigma_{cyy} \\ \tau_{cxy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & -\cos^2 \theta \sin^2 \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{cl} \\ \sigma_{c2} \\ \tau_{cl2} \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{cxx} = \sin^2 \theta \cdot \sigma_{c2}$$

$$\sigma_{cyy} = \cos^2 \theta \cdot \sigma_{c2}$$

$$\tau_{cxy} = -\sin \theta \cos \theta \cdot \sigma_{c2}$$

Stahllayer im Zustand II:



$$\begin{pmatrix} \sigma_{sx} \\ \sigma_{sy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{sx} \cdot \sigma_{sxx} \\ \rho_{sy} \cdot \sigma_{syy} \end{pmatrix}$$

mit $\rho_{si} = \frac{a_{si}}{t}$ $i = x, y$

Bild 3.2: Layermodellierung des Stahlbetons mit Schalenelementen in Anlehnung an [47]

3.3 Rissmodellierung - Verschmierte Rissmodellierung

Für die Modellierung von Rissen stehen zwei grundsätzlich unterschiedliche Methoden zu Verfügung:

- Diskrete Rissmodellierung
- Verschmierte Rissmodellierung

Bei der diskreten Rissmodellierung werden mit der Überschreitung eines vorgegebenen Risskriteriums diskrete Risse erzeugt indem zusammenhängende Elemente durch Erzeugung neuer Knoten getrennt werden. Das Finite-Elementnetz wird mit dem Rissfortschritt stetig angepasst. Aufgrund der hohen Rechenintensität findet diese Methode hauptsächlich nur in der Forschung bei der Untersuchung von lokalen Problemen Anwendung.

Bei der praktischen Anwendung von Finite-Elemente Programmen auf ganze Bauteile oder Tragwerke hat sich die verschmierte Rissmodellierung durchgesetzt und bewährt. Diese Art der Rissmodellierung eignet sich gut um das globale Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen zu

simulieren. Bei Überschreitung der Zugfestigkeit in einem Bereich innerhalb eines Elementes wird der Effekt der Rissbildung auf das Element verschmiert, das Elementnetz bleibt dabei unverändert. Bei Rissbildung setzt sich die Steifigkeitsmatrix eines Elementes aus den Anteilen des gerissenen Betons und des Stahls zusammen. Um das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen möglichst realitätsnah zu simulieren muss darüber hinaus die Interaktion beider Baustoffe bei Rissbildung berücksichtigt werden. Dazu zählt die Modellierung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Zugspannungen in Bewehrungsrichtung sowie die Kraftübertragung über Risse hinweg durch Rissreibung und Dübelwirkung der Bewehrung.

Bei der verschmierten Rissmodellierung wird im Wesentlichen zwischen zwei Modellen unterschieden dem „Fixed Crack Model“ und dem „Rotating Crack Model“.

Modell mit feststehenden Rissen - Fixed Crack Modell

Die Rissrichtung wird durch die Hauptspannungsrichtungen für den Beanspruchungszustand zu Beginn der Rissbildung, bei dem die Zugfestigkeit überschritten wird, definiert. Bei weiterer Berechnung wird diese Richtung festgehalten. Dabei kann sich aufgrund der Beanspruchung die Richtung der Hauptspannungen (Winkel φ) ändern, die Rissrichtung α bleibt aber unverändert (Bild 3.3). Dieses Modell wird auch vom Programm SOFiSTiK verwendet.

Das Tension Stiffening kann entweder über eine Anpassung der σ - ε -Linie Betons oder des Stahls berücksichtigt werden. Die Schubkraftübertragung wird dagegen in der Stoffmatrix des Betons berücksichtigt, da auch bei unbewehrten Bauteilen eine Schubkraftübertragung über Risse hinweg möglich ist.

Modell mit rotierenden Rissen – Rotating Crack Modell

Bei dem Modell mit rotierenden Rissen entspricht die Rissrichtung stets der Richtung der Hauptzugspannungen ($\alpha=\varphi$). Die Risse drehen sich mit den Hauptspannungen (Bild 3.3).

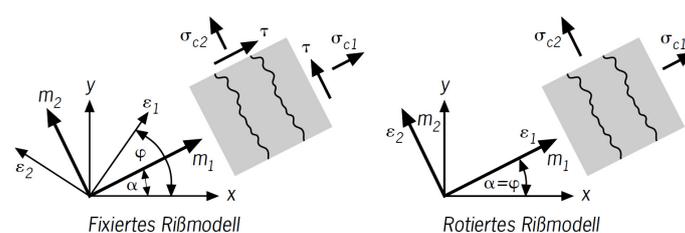


Bild 3.3: Fixiertes und rotiertes Rissmodell [48]

Der Hauptunterschied dieser beiden Modelle besteht in der Abbildung der Schubkraftübertragung am gerissenen Element. Im ersten Rissmodell erzeugt die Verdrehung der Hauptspannungen gegenüber der Rissrichtung Schubspannungen in der Rissebene. Daher ist hier eine Berücksichtigung des Schubs an der Rissebene von Bedeutung. Mit zunehmender Rissöffnung nimmt der Schubwiderstand und Schubsteifigkeit ab. Diese Art der Rissmodellierung erfordert eine zusätzliche Erfassung der verbleibenden Schubsteifigkeit im Riss, die durch Rissreibung und Dübelwirkung aktiviert wird. Dieser Effekt wird in der Regel durch den sogenannten „shear retention Faktor“ (Schubentfestigungsfaktor) berücksichtigt.

Dabei wird der Schubmodul der gerissenen Elemente z.B. in Abhängigkeit vom Dehnungszustand mit dem variablen Faktor η abgemindert (Bild 3.4). Im Gegensatz dazu wirken bei einer Drehung der Risse mit den Hauptspannungen keine Schubspannungen am gerissenen Element, der Schubmodul wird nicht benötigt.

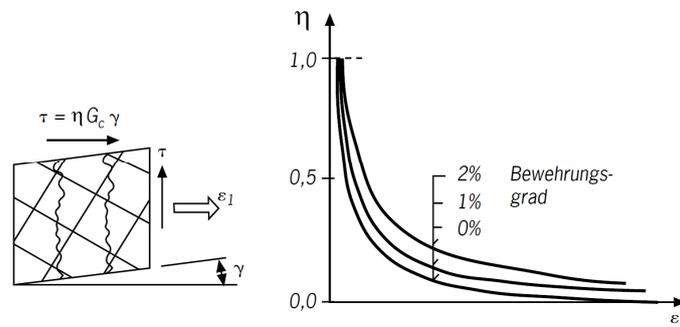


Bild 3.4: Abminderung des Schubmoduls für gerissenen Beton durch den „shear retention Faktor“ [47]

Diese Zusammenhänge werden durch das Programm SOFiSTiK näherungsweise wie folgt berücksichtigt. Bei Rissbildung werden trotz des Modells mit feststehenden Rissen dem Beton keine Schubspannungen zugewiesen. Im Rechenmodell erfolgt die Schubübertragung ausschließlich über den Bewehrungsstahl mit seinen Zugkraftkomponenten parallel zum Riss und über die ungerissenen Bereiche. Dieser Ansatz führt in der Simulation zu einem stärkeren Abfall der Schubsteifigkeit bzw. Torsionssteifigkeit gegenüber dem Abfall in realen Versuchen (siehe Kapitel 6).

3.4 Werkstoffverhalten und Modellierung von unbewehrtem Beton

3.4.1 Unbewehrter Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung

Das Spannungs-Dehnungsverhalten des Betons unter einaxialer Druckbeanspruchung ist in Bild 3.5 schematisch dargestellt. Bereits vor der Erstbelastung sind Mikrorisse in den Grenzflächen zwischen Zementstein und den Zuschlägen als Folge des Schwindens des Zementsteins vorhanden. Da die Gesteinskörner nicht schwinden und dadurch die Volumenverkleinerung des Zementsteins behindert wird, entstehen Eigenspannungen im Gefüge des Betons, die zu Mikrorissen führen. Darüber hinaus ist in den Kontaktflächen zwischen Zementstein und Zuschlag die Zugfestigkeit gegenüber den Zuschlägen bzw. der ungestörten Zementmatrix geringer.

Aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten des Zementsteins und der Gesteinskörner wird eine gleichmäßig aufgebrachte Druckbeanspruchung innerhalb des Betonkörpers überwiegend über das steifere Korngerüst der Zuschläge übertragen. Als Folge der Umlenkung der aufgebrachten Druckbeanspruchung innerhalb des heterogenen Betongefüges treten quer und schräg zu den Druckspannungen Zugspannungen auf.

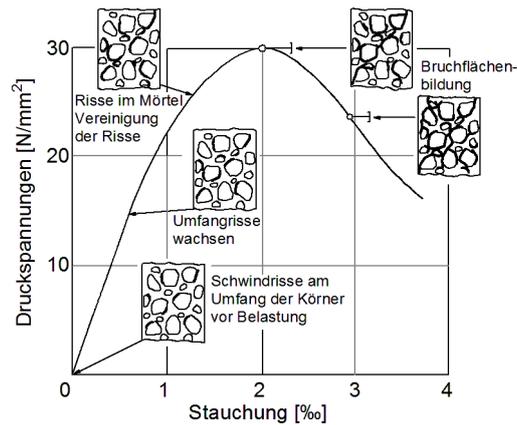


Bild 3.5: Spannungs-Dehnungs-Diagramm und fortschreitende Mikrorissbildung in einachsig gedrücktem Beton

Der Normalbeton weist bis ca. 40% der maximal aufnehmbaren Druckbeanspruchung ein nahezu lineare-elastisches Werkstoffverhalten auf. Bei weiterer Laststeigerung entstehen vermehrt Mikrorisse, die zu sichtbaren Rissen entlang der Zuschlagskörner zusammenwachsen. Der Steifigkeitsverlust infolge fortschreitender Rissbildung geht dabei mit einer Krümmung der Arbeitslinie einher. Bei einer Spannung von etwa 80 % der Druckfestigkeit setzen sich die Risse in der Mörtelphase des Betons fort, sodass die Risse mit zunehmender Belastung sehr schnell anwachsen. Die Druckfestigkeit des Betons ist erreicht, sobald in einem meist örtlich begrenzten Bereich Mikrorisse bis auf eine kritische Länge gewachsen sind und der Bruch eintritt. Eine weitere Steigerung der Last ist nicht möglich. Bei einem weggesteuerten Versuch kommt es zu einer kontinuierlichen Entfestigung mit zunehmenden Dehnungen, während es bei einem kraftgesteuerten Versuch unter der maximal aufnehmbaren Spannung i.d.R. zu einem schlagartigen Versagen kommt.

Für die Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverhalten des Betons unter einaxialer Druckbeanspruchung wird in DIN EN 1992-1-1 eine mathematische Formulierung angegeben. Diese beruht im Wesentlichen auf einen Vorschlag von *Grasser* [49] und gilt für kurzzeitige Beanspruchungen.

3.4.2 Unbewehrter Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung

Das Spannungs-Dehnungsverhalten von Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung kann am Beispiel eines weggesteuerten Zugversuchs veranschaulicht werden (Bild 3.6). Ein Probekörper aus normalfestem Beton weist bis etwa 70% der Zugfestigkeit ein zunächst nahezu linear elastisches Materialverhalten auf. Die Dehnungen sind über die Versuchskörperlänge in diesem Zustand gleichmäßig verteilt. Mit steigender Zugbeanspruchung breiten sich bereits im unbelasteten Beton vorhandene Mikrorisse zunehmend aus. Dabei konzentrieren sich die Mikrorisse in einer begrenzten Zone des Probekörpers. Bei einaxialer Beanspruchung sind das meist Bereiche mit bereits vorhandenen Vorschädigungen in Form von Kerben oder Fehlstellen des Betons. Dieser Bereich wird als Rissprozesszone bezeichnet. In dieser Zone nehmen die Dehnungen mit zunehmender Mikrorissbildung gegenüber den anderen Bereichen des Probekörpers deutlich stärker zu, es ist die Rede von einer Lokalisierung der Dehnungen. Die

Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Probekörpers nimmt bis zum Erreichen der Zugfestigkeit aufgrund der Ausweitung der Mikrorissbildung einen leicht gekrümmten Verlauf an.

Gegenüber einem kraftgesteuerten Versuch tritt im verschiebungsgesteuerten Versuch beim Erreichen der Zugfestigkeit kein sprödes Versagen ein. Bei Steigerung der Zugdehnung kommt es in der Rissprozesszone zu einer kontinuierlichen Entfestigung, dabei setzt sich der Prozess der Risslokalisierung fort bis die Mikrorisse zu einem sichtbaren Makroriss zusammenwachsen. Die über den Riss übertragbaren Spannungen werden mit zunehmender Rissöffnung geringer. Außerhalb der Rissprozesszone verhält sich der Beton annähernd linear-elastisch, hier findet eine Entlastung statt und ein nahezu vollständiger Rückgang der Dehnungen. Die wesentlichen Verformungen treten in der Rissprozesszone auf.

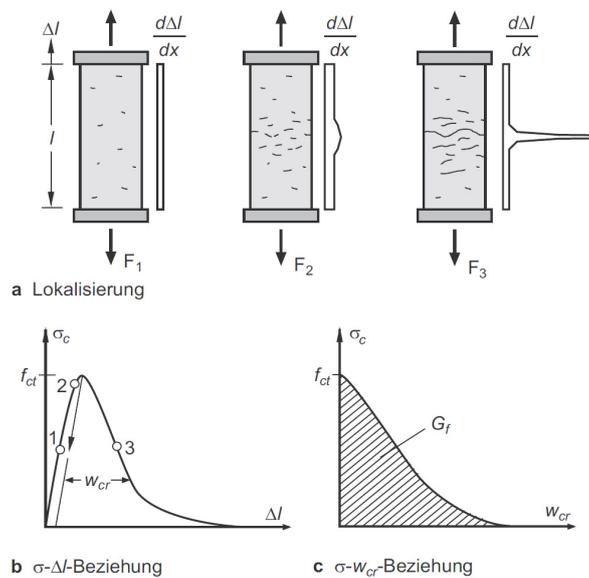


Bild 3.6: Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung [50]

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten lässt sich für den Nachbruchbereich nicht eindeutig als σ - ε -Beziehung beschreiben. Die Dehnungen sind aufgrund der Risslokalisierung von der Probekörperlänge abhängig. Mit zunehmender Probekörperlänge fällt die Kurve im Nachbruchbereich steiler ab, wie aus Bild 3.7 a) hervorgeht. Die Rissöffnung stellt dagegen eine von der Probekörpergeometrie unabhängige Größe dar (Bild 3.7 b)).

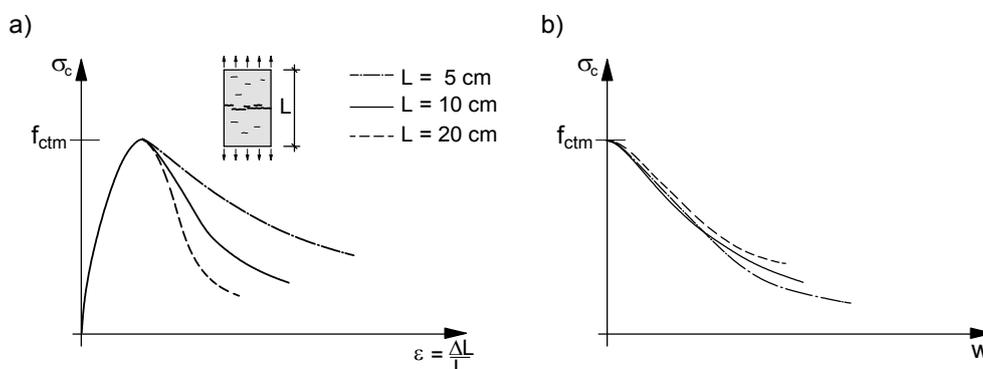


Bild 3.7: Einfluss der Probekörpergeometrie auf die Spannungs-Dehnungs-Beziehung und Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung

Von *Hillerborg et al.* [51] wird vorgeschlagen, die Spannungs-Verformungs-Beziehung in eine lineare σ - ε -Beziehung für den ungerissenen Beton und eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung für die Rissprozesszone zu zerlegen (Bild 3.8). Die Gesamtlängenänderung des Versuchskörpers ergibt sich dabei zu:

$$\Delta l = \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot l + w_{cr} \quad (3.1)$$

Dabei wird die kritische Rissbreite w_{cr} als Rissöffnung definiert bei der keine Zugspannung mehr über den Riss übertragen werden kann. Die Abnahme der Spannungen mit zunehmender Rissöffnung wird von *Hillerborg et al.* vereinfacht als eine linear abfallende Gerade beschrieben. Die Fläche unterhalb des abfallenden Astes stellt dabei die Bruchenergie G_F dar, die zur Erzeugung eines Risses notwendig ist. Die Bruchenergie ergibt sich zu:

$$G_F = \int_0^{w_{cr}} \sigma dw \quad (3.2)$$

Die Bruchenergie ist eine Materialeigenschaft und kann in 3-Punkt-Biegeversuchen bestimmt werden. Die Größe der Bruchenergie wird maßgeblich vom Zuschlag des Betons bestimmt. Mit zunehmenden Größtkorndurchmesser und Größtkorndurchmesseranteil steigt die Bruchenergie an. Im CEB-FIB Model Code 1990 wird eine Abschätzung zur Bestimmung der Bruchenergie in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse und vom Größtdurchmesser des Zuschlags angegeben.

Mit dem Materialkennwert G_F wird die Abnahme der übertragenen Zugspannungen orthogonal zum Riss und die Größe der Rissöffnung gesteuert. Bei Annahme eines linearen Verlaufes des Entfestigungsastes ergibt sich die Rissöffnung w_{cr} zu:

$$\int_0^{w_{cr}} \sigma dw = \frac{f_{ct} \cdot w_{cr}}{2} = G_F \quad (3.3)$$

$$w_{cr} = \frac{2 \cdot G_F}{f_{ct}}$$

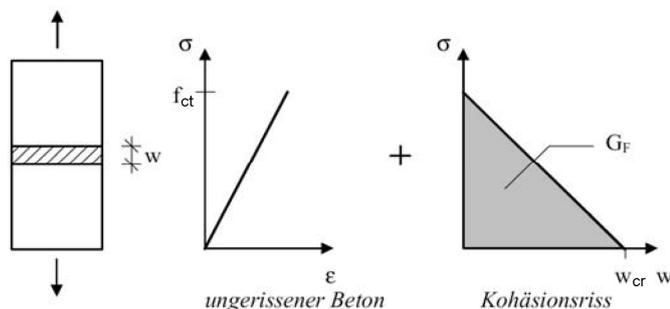


Bild 3.8: Zerlegung der Spannungs-Verformungs-Beziehung nach Hillerborg et al.

Damit ist das Last-Verformungsverhalten in der Zugzone durch die Bruchenergie G_F , die Zugfestigkeit sowie den E-Modul eindeutig bestimmt.

Für die Berechnung mit finiten Elementen werden jedoch Spannungs-Dehnungs-Beziehungen benötigt. Daher wird von *Hillerborg et al.* [51] die Rissöffnung in eine äquivalente Dehnung ε_{equ} überführt, die auf eine charakteristische Länge l_{ch} bezogen wird.

$$\varepsilon_{equ} = \frac{w_{cr}}{l_{ch}} \quad (3.4)$$

Dabei entspricht die charakteristische Länge l_{ch} der halben Länge einer durch zentrischen Zug belasteten Probe, deren gespeicherte elastische Energie G_e bei $\sigma_c = f_{ct}$ identisch ist mit der zur Erzeugung eines Trennrisses erforderlichen Bruchenergie G_F [50]. Die freigesetzte elastische Verformungsenergie ist gleich der Bruchenergie G_F . Daraus ergibt sich die charakteristische Länge l_{ch} zu:

$$G_e = \frac{1}{2} \int_{-l_{ch}}^{l_{ch}} \sigma_c \cdot \varepsilon_c \cdot A \cdot dx \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot f_{ct} \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \cdot 1 \cdot 2 \cdot l_{ch} \\ &= \frac{f_{ct}^2}{E_c} l_{ch} \\ &= G_F \end{aligned}$$

$$l_{ch} = \frac{G_F \cdot E_c}{f_{ct}^2} \quad (3.6)$$

Die charakteristische Länge l_{ch} ist ein Maß für die Duktilität, kleine Werte sind ein Indiz für hohe Sprödigkeit. Bei Beton bewegen sich die Werte zwischen 200-400 mm.

In der Regel entspricht die charakteristische Länge l_{ch} nicht der Länge der finiten Elemente. Bei Anwendung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach *Hillerborg* ohne Berücksichtigung der Elementgröße in einer Berechnung mit der FEM kommt es daher zu einer Abhängigkeit der Ergebnisse von der Elementgröße. Dies gilt insbesondere bei der Modellierung von quasispröden Materialien (z.B. unbewehrter Beton), die eine Entfestigung infolge Schädigung und Rissbildung zeigen [52]. Netzabhängige Ergebnisse sind auf die Lokalisierung der Schädigung in einem begrenzten Bereich zurückzuführen, dessen Größe von der Elementgröße abhängt. Dies bedeutet, dass z.B. in einem groben Netz das Schädigungsvolumen(-fläche) und damit verbrauchte Energie größer ist als in einem feinen Netz (Bild 3.9). Theoretisch führt eine Verringerung der Elementgröße auf Null dazu, dass der Energieverbrauch bei Rissbildung ebenfalls Null wird, was aber physikalisch nicht möglich ist [52].

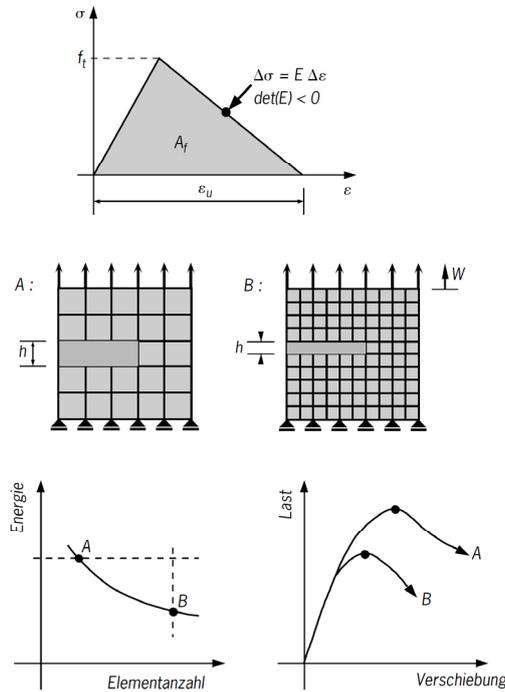


Bild 3.9: Netzabhängigkeit der Ergebnisse ohne Anpassung des abfallenden Astes der Arbeitslinie des Beton bei Zugbeanspruchung [52]

Zur Behebung des Problems der Netzabhängigkeit der Ergebnisse wurde von *Bažant* [53] das Rissbandmodell vorgeschlagen. Die Idee des Modells besteht darin, die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung in der Rissprozesszone nach *Hillerborg* auf eine Rissbandbreite bzw. eine äquivalente Elementlänge l_{equ} zu verschmieren. In der Literatur findet sich hierzu eine Vielzahl von Ansätzen, in Bild 3.10 sind mögliche Definitionen der Rissbandbreite dargestellt.

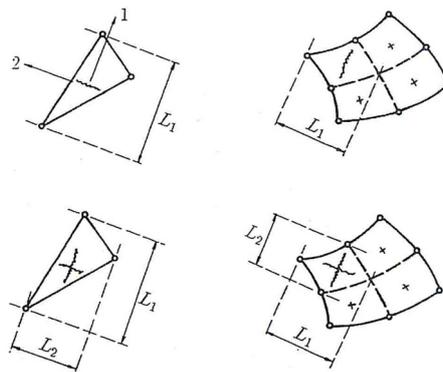


Bild 3.10: Definition einer äquivalenten Elementlänge [46]

Im Programm SOFiSTiK erfolgt die Definition der σ - ε -Beziehung für den Zugbereich des Betons wie folgt:

Zunächst wird die σ - ε -Beziehung für den Zugbereich allgemein elementunabhängig definiert und entsprechend des Vorschlages von *Hillerborg* auf die charakteristische Länge l_{ch} bezogen.

Die äquivalente Länge ergibt sich bezogen auf die Fläche eines Integrationspunktes wie folgt:

$$l_{equ} = \sqrt{A_i} \quad (3.7)$$

A_i zum Integrationspunkt zugehörige Fläche

Ist dabei die äquivalente Länge l_{equ} kleiner als die charakteristische Länge l_{ch} nach Hillerborg wird die Rissöffnung w_{cr} auf die charakteristische Länge l_{ch} bezogen. Diese Voreinstellung von SOFiSTiK führt bei der Berechnung von unbewehrten Bauteilen bei einer Modellierung insbesondere mit kleinen Elementen zu netzabhängigen Ergebnissen.

Beispiel

Für einen Beton C 30/37 wird für den Zugbereich zunächst die unten dargestellte Spannungs-Dehnungs-Beziehung aufgestellt. Dabei wird die Rissöffnungsbeziehung auf die charakteristische Länge l_{ch} nach Hillerborg bezogen:

C 30/37

$$f_{ctm} = 2,9 \text{ MN} / \text{m}^2$$

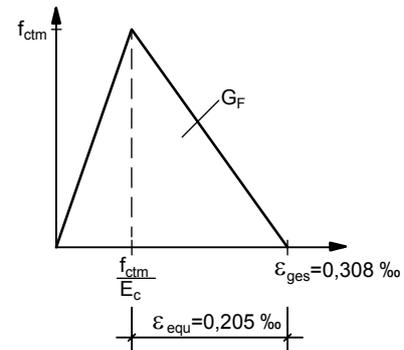
$$G_F = 0,0763 \text{ Nmm} / \text{mm}^2 \text{ (nach CEB-FIP MC 1990)}$$

$$w_{cr} = \frac{2 \cdot G_F}{f_{ctm}} = \frac{2 \cdot 0,0763}{2,9} = 0,0526 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{equ} = \frac{w_{cr}}{l_{ch}} = \frac{0,0526}{256,7} = 0,205 \text{ ‰}$$

$$\text{mit } l_{ch} = \frac{G_F \cdot E_c}{f_{ctm}^2} = \frac{0,0763 \cdot 28300}{2,9^2} = 256,7 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{ges} = \frac{f_{ctm}}{E_c} + \varepsilon_{equ} = \frac{2,9}{28300} + 0,205 \text{ ‰} = 0,308 \text{ ‰}$$



In Abhängigkeit von der Elementgröße ergeben sich mit den Voreinstellungen von SOFiSTiK die in Bild 3.11 dargestellten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für den unbewehrten Beton unter Zugbeanspruchung.

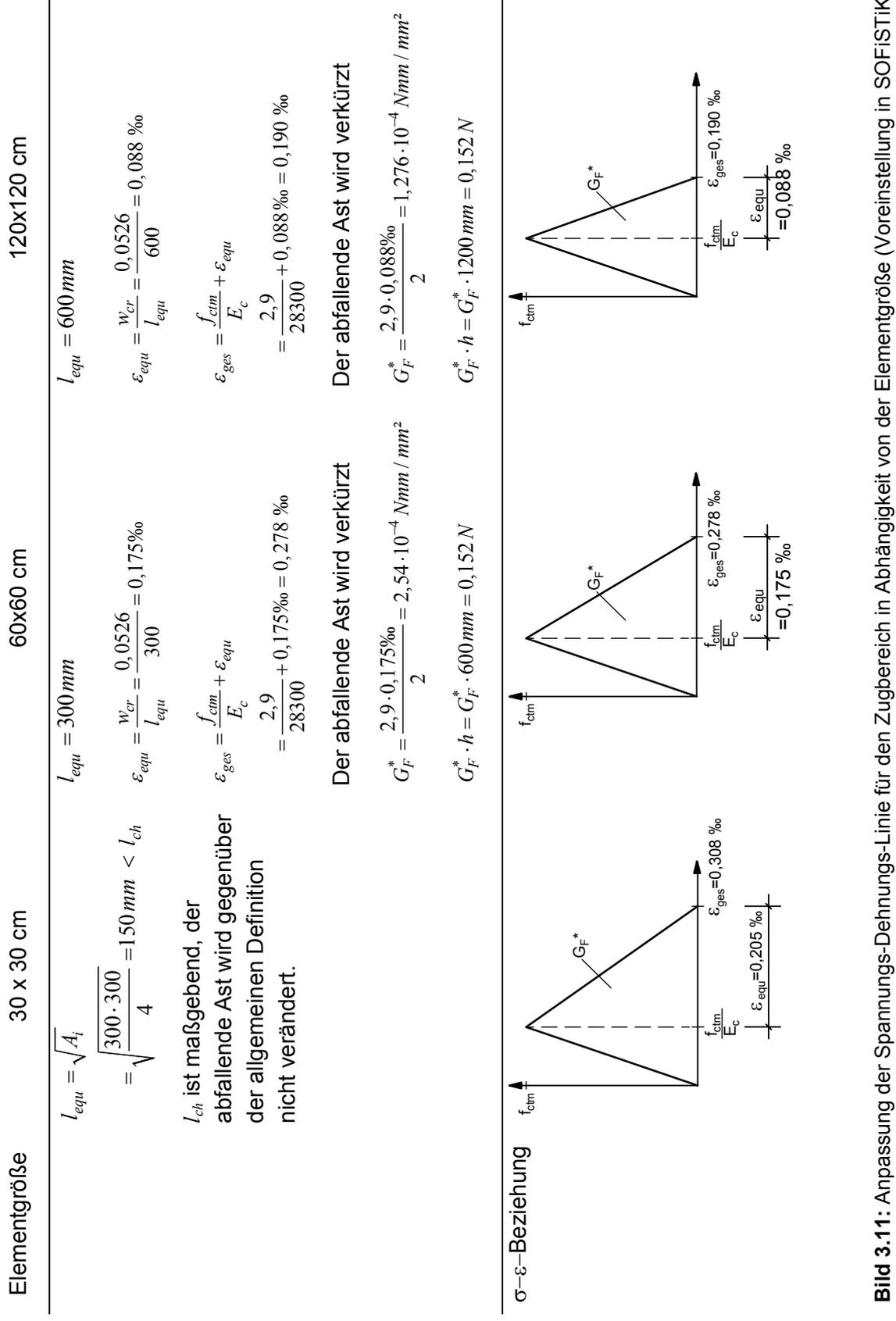


Bild 3.11: Anpassung der Spannungs-Dehnungs-Linie für den Zugbereich in Abhängigkeit von der Elementgröße (Voreinstellung in SOFiSTiK)

Zur Verifizierung der Anpassung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen durch das Programm SOFiSTiK werden für die Elementgrößen aus Bild 3.11 Testrechnungen an einzelnen Elementen mit den Abmessungen entsprechend Bild 3.11 vorgenommen. Dabei wird eine einaxiale Zugbeanspruchung als Verformung vorgegeben. Die sich ergebenden Spannungs-Dehnungs-Beziehungen entsprechen exakt den zuvor aufgestellten Beziehungen in Bild 3.11.

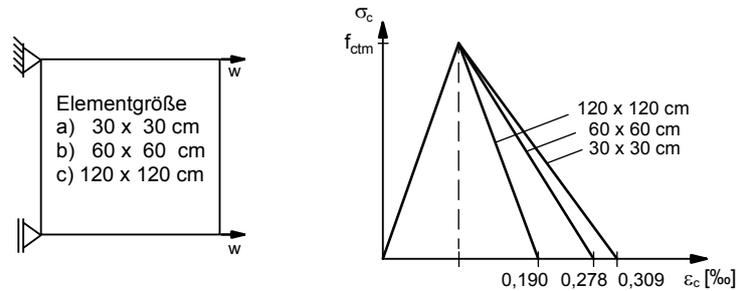


Bild 3.12: Ermittlung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung einzelner Elemente unter Zugbeanspruchung in Abhängigkeit von der Elementgröße mit dem Programm SOFiSTiK

Im Folgenden werden die Auswirkungen unterschiedlicher Elementgrößen auf das Last-Verformungsverhalten bei lokaler Schädigung eines begrenzten Bereiches innerhalb eines Bauteils am Beispiel eines Zugstabes untersucht. Es wird eine zentrisch gezogene Scheibe mit den Abmessungen 1,20 x 1,20 m untersucht. Die Scheibe wird mit unterschiedlich großen Elementen diskretisiert. Um eine lokale Rissbildung zu erzwingen wird in Bild 3.13 b) und c) jeweils einer horizontalen Elementreihe eine gegenüber den anderen Elementreihen niedrigere Zugfestigkeit zugeordnet. In Abhängigkeit von der Elementgröße wird den einzelnen Elementen eine σ - ϵ -Beziehung im Zugbereich analog zu Bild 3.11 zugewiesen. Bei einer Modellierung mit einem einzigen Element ergibt sich erwartungsgemäß die gleiche σ - ϵ -Beziehung für das Bauteil wie die zugrunde gelegte Arbeitslinie im Zugbereich.

Bei der Modellierung mit 2 und 4 Elementreihen sind 2 Zonen zu unterscheiden, ein Bereich mit gerissenen und ein Bereich mit ungerissenen Elementen. Nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit bei weiter zunehmender aufgebrachter Verformung steigen die Dehnungen in den gerissenen Elementen an während in den ungerissenen Bereichen die elastischen Dehnungen mit abfallenden Spannungen wieder zurückgehen. Dabei ist die Größe der elastischen Verformungen von der Länge der ungerissenen Zone L_1 abhängig (Bild 3.13 b)). Werden kleinere Elementgrößen für das Lokalisierungsband der Schädigung gewählt, nehmen die elastischen Verformungen, die bei Rissbildung im ungerissenen Bereich wieder zurückgehen, zu. Die elastischen Zurückverformungen übersteigen dabei in Abhängigkeit von der ungerissenen Probenlänge ggf. die Rissbreite im gerissenen Elementband (Bild 3.13 c)). Eine Abbildung des abfallenden Astes ist daher nicht möglich. Im Versuch ist die Rissprozesszone sehr viel kleiner als die hier gewählten Elementbreiten. Deshalb tritt in Versuchen ein ähnliches Gesamtprobekörperverhalten nach Überschreiten der Zugfestigkeit wie im Beispiel c) ein (Bild 3.14). Eine Modellierung mit großen Elementen wie in den Beispielen a) und b) ist nicht zielführend.

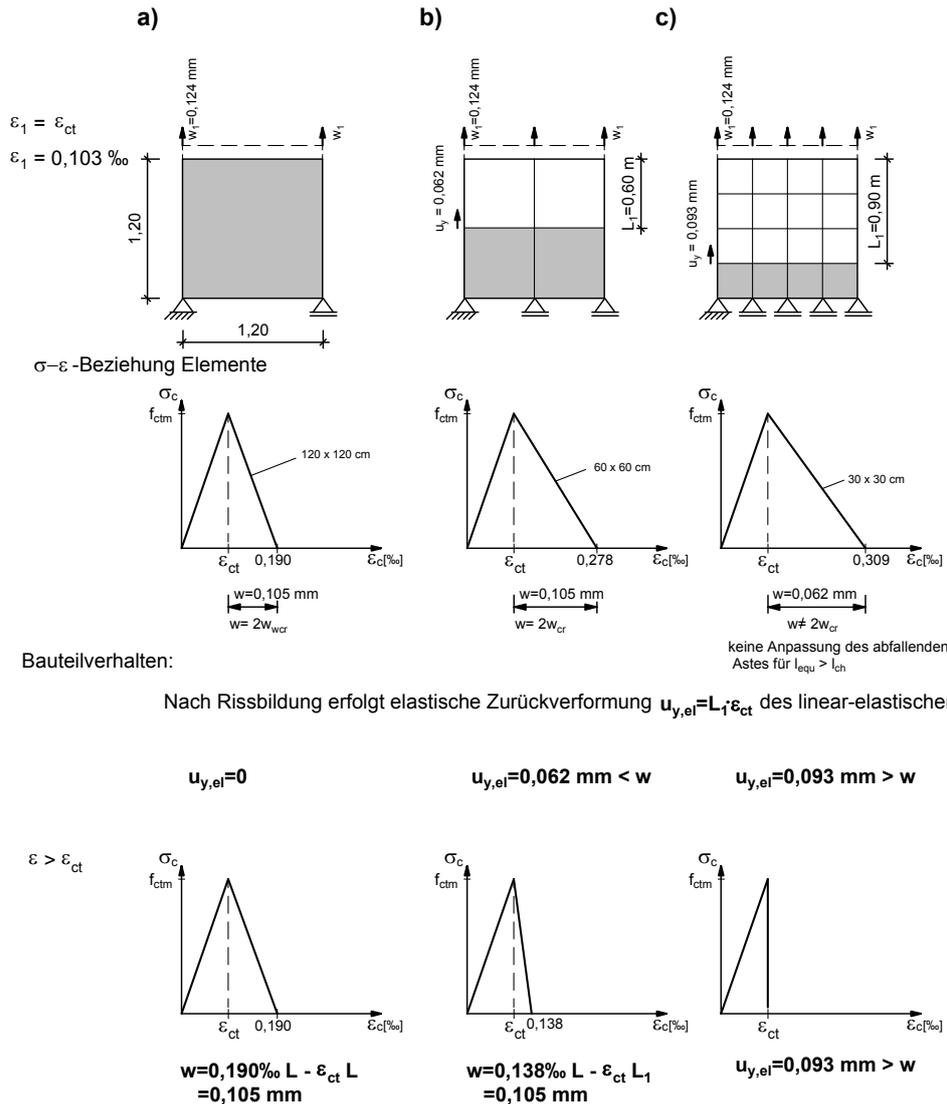


Bild 3.13: Beispielrechnung an einer zentrisch gezogenen Scheibe mit unterschiedlich breiten Lokalisierungsbändern der Schädigung

In Bild 3.14 ist das Last-Verformungsverhalten eines zentrischen Zugversuchs dargestellt. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit weist der Prüfkörper ein nahezu linear-elastisches Last-Verformungsverhalten auf. Mit Öffnung des Risses in der Rissprozesszone nehmen die im Riss übertragbaren Spannungen ab. Die Spannungen nehmen im gleichen Maße in den ungerissenen Bereichen ab, der Spannungsabfall geht mit einer elastischen Zurückverformung einher. Die Größe dieser Verformung hängt mit der Länge der ungerissenen Bereiche und damit der Probenlänge zusammen. Ist die elastische Rückverformung größer als die Rissöffnung ist ein Zurückspringen („Snapback“) in der Last-Verformungskurve des Bauteils zu beobachten. Eine Bestimmung der σ - w -Beziehung aus dem Last-Verformungsverhalten des Gesamtprobekörpers ist nicht möglich.

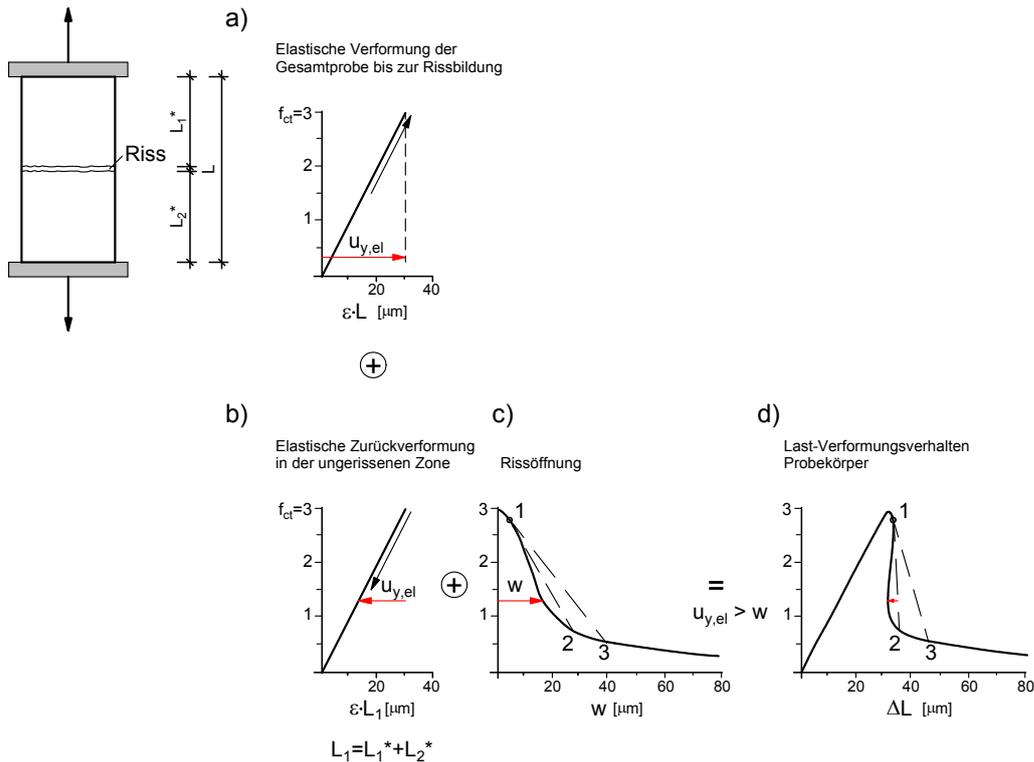


Bild 3.14: Last-Verformungsverhalten zentrischer Zugversuch in Anlehnung an [54]

Dieser Effekt könnte durch Verwendung eines kürzeren Probekörpers verhindert werden. Das Verhalten von kurzen Probekörpern wird jedoch maßgeblich von Randstörungen beeinflusst und derartige Versuche sind daher ungeeignet.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Rissöffnungsbeziehung wird in [54] dargestellt. Dabei bleibt die Länge des Versuchskörpers unverändert (z.B. Zylinder mit $L=300$ mm und $\varnothing = 150$ mm). Um ein Zurückschnappen in der σ - ΔL -Beziehung zu verhindern wird zur Versuchssteuerung nicht die Gesamtverlängerung des Probekörpers verwendet [54] sondern eine hinreichend kleine Länge L . Wird diese Größe zur Versuchssteuerung verwendet kann der gesamte abfallende Ast stabil durchfahren werden. Im Globalverhalten tritt das Zurückschnappen immer noch auf aber in dem zur Steuerung verwendeten Lokalverhalten nicht [54].

Eine ausführliche Darstellung des Problems ist in [54] zu finden.

Die Betrachtung des Last-Verformungsverhaltens von Versuchskörpern zeigt, dass die Rissöffnungsbeziehung nicht anhand des Gesamtbauteilverhaltens bestimmt werden kann, deshalb ist das gewählte Beispiel zur Überprüfung einer Unabhängigkeit der Ergebnisse von der Elementgröße nicht zielführend. Eine Rechnung mit kürzerer Probekörpergeometrie führt ebenfalls nicht zum Ziel, weil die Rissöffnungsbeziehung für Elemente mit einer Elementlänge $l < l_{ch}$ von SOFiSTiK nicht modifiziert wird. Deshalb sind die Ergebnisse ohne eine Modifikation der Voreinstellung von SOFiSTiK bei einer

Lokalisierung des Risses in einem Elementband mit Elementlängen kleiner der charakteristischen Länge von der Größe der Elemente abhängig.

Die Überprüfung der richtigen Modellierung des abfallenden Astes kann am Beispiel des Maßstabeffektes bei der Biegezugfestigkeit erfolgen. Bei zutreffender Modifikation der σ - ε -Beziehung im Zugbereich müssten sich die experimentell ermittelten Zusammenhänge zwischen absoluter Bauteilhöhe und Biegezugfestigkeit ergeben. Es wird der in Bild 3.15 dargestellte unbewehrte Biegebalken mit einer Querschnittshöhe von 30 cm und einer Spannweite von 1,40 m untersucht. Der Riss wird in Feldmitte durch Anordnung einer Elementreihe mit einer nichtlinearen σ - ε -Arbeitslinie im Zugbereich des Betons vorgegeben. Die angrenzenden Bereiche werden mit linear-elastischen Elementen abgebildet. Da der Maßstabeffekt nur bei Bauteilen mit kleiner Querschnittshöhe zum Tragen kommt, erfolgt hier die Modellierung mit Elementlängen die kleiner sind als die charakteristische Länge l_{ch} . Das Programm SOFiSTiK verwendet in dem Fall als Voreinstellung eine auf die charakteristische Länge l_{ch} bezogene Rissöffnungsbeziehung mit einem sehr steil abfallenden Ast (Bild 3.15). Daher können nach der Überschreitung der Zugfestigkeit keine Spannungen bei einer Rissöffnung übertragen werden. Das Bauteil versagt mit dem Erreichen der zentrischen Zugfestigkeit f_{ctm} (Bild 3.15 c)).

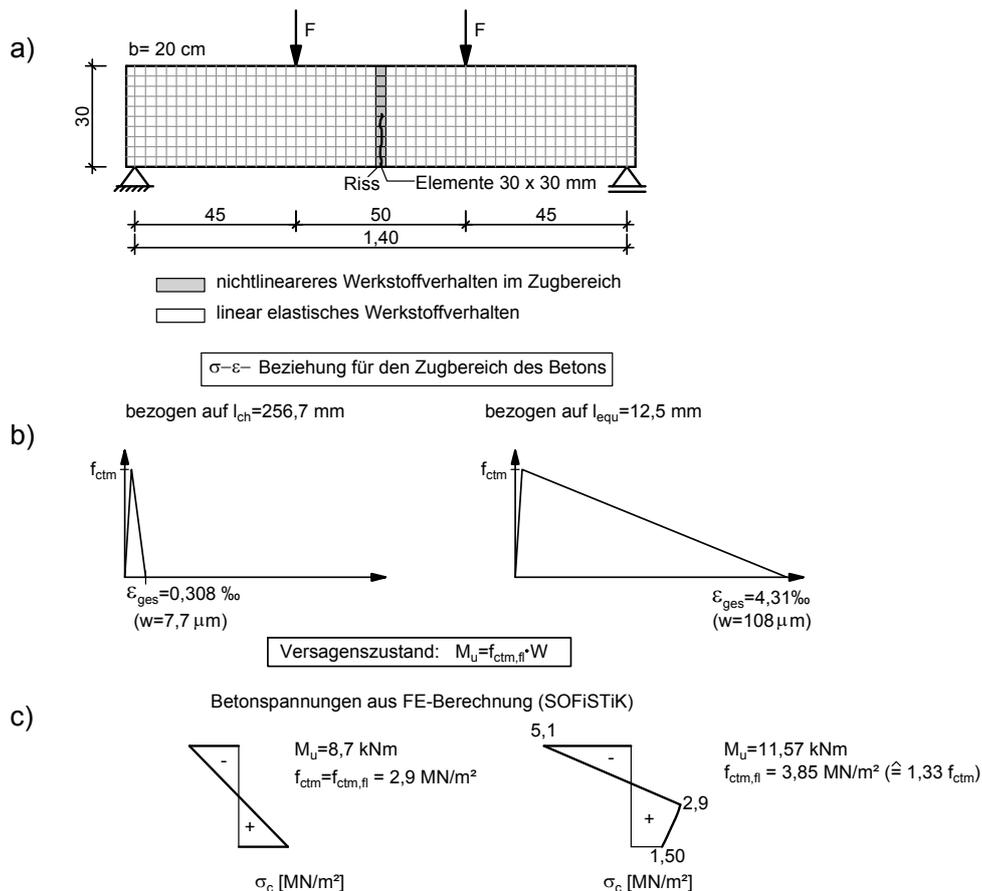


Bild 3.15: Einfluss der Modellierung auf die Biegezugfestigkeit

Für unbewehrten Beton besteht die Möglichkeit dem Programm eine von der Standardeinstellung abweichende σ - ε -Beziehung vorzugeben. Die Länge des abfallenden Astes wird dabei in Abhängigkeit von der Elementgröße definiert. Es ergibt sich ein wesentlich längerer abfallender Ast (Bild 3.15 b)), so dass nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit mit zunehmender Elementdehnung im einzelnen Element immer noch Zugspannungen übertragen werden können. Dies führt zu einer Steigerung der aufnehmbaren Beanspruchung, gleichbedeutend mit einer Steigerung der „Biegezugfestigkeit“ gegenüber der zentrischen Zugfestigkeit infolge des Maßstabeffektes.

Die Berechnung wird für weitere Querschnittshöhen zwischen 10 cm und 1 m wiederholt. In den einzelnen Berechnungen werden die Abmessungen der Bauteile proportional zu Änderung der Querschnittshöhe angepasst. Die Balken werden über die Höhe mit jeweils 10 Elementen diskretisiert, sodass sich die Elementabmessungen im Riss mit den Querschnittshöhen ändern und die σ - ε -Beziehungen entsprechend angepasst werden müssen. In Bild 3.16 ist das sich aus den SOFiSTiK-Rechnungen ergebende Verhältnis von Biegezugfestigkeit zu zentrischer Zugfestigkeit dem Ansatz nach DIN EN 1992-1-1 gegenübergestellt. Anzumerken ist, dass der Ansatz des Eurocode 2 lediglich eine Näherung darstellt. In [54] wurde gezeigt, dass die Steigerung der Biege- gegenüber der zentrischen Zugfestigkeit nicht nur von der absoluten Querschnittshöhe sondern auch von einer Reihe weiterer Einflussgrößen abhängt, wie z.B. der Betonzugfestigkeit und Bruchenergie. Um den Einfluss der Baustoffkennwerte auf das Verhältnis von Biege- zur zentrischen Zugfestigkeit aufzuzeigen sind im Bild 3.16 als Vergleich Ergebnisse der Berechnungen aus [54] für zwei unterschiedliche Betone mit aufgeführt.

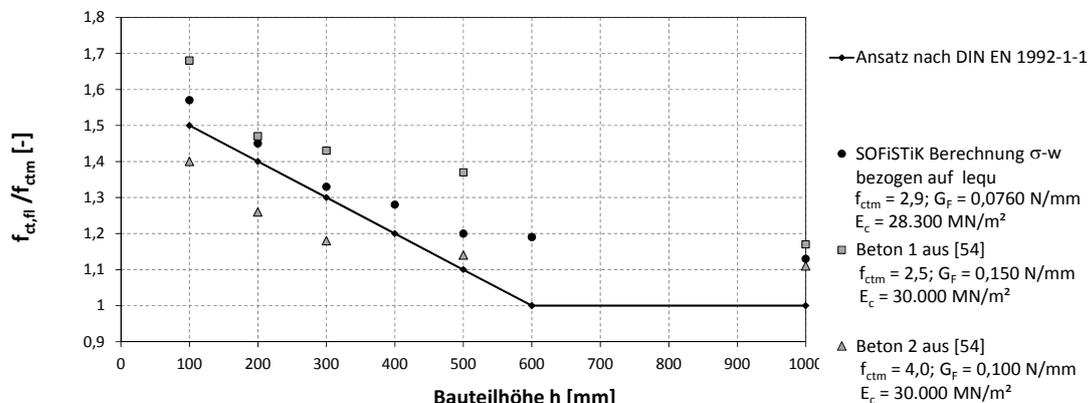


Bild 3.16: Verhältnis von Biegezug- und zentrischer Zugfestigkeit nach DIN EN 1992-1-1 sowie nach den SOFiSTiK Berechnungen mit jeweils modifizierter σ - ε -Beziehung für den abfallenden Ast in Abhängigkeit von der Elementgröße

Für dieses konkrete Problem konnte die σ - ε -Beziehung dem Programm explizit vorgegeben werden. Es stellt sich die Frage, ob diese Modifikation grundsätzlich immer bei kleinen Elementgrößen mit $l_{equ} < l_{ch}$ vorzunehmen ist. Das Programm nimmt diese Anpassung nicht automatisch vor. Anzumerken ist, dass eine Modifikation der Voreinstellung des abfallenden Astes bei der Modellierung von bewehrten Bauteilen ausgeschlossen wird.

Die bisherigen Beispielbetrachtungen erfolgten an Bauteilen aus unbewehrtem Beton und beruhen auf der Annahme, dass sich genau ein diskreter Riss über eine vorgegebene Elementbandbreite mit nichtlinearem Werkstoffverhalten einstellen wird (Bild 3.17 a)).

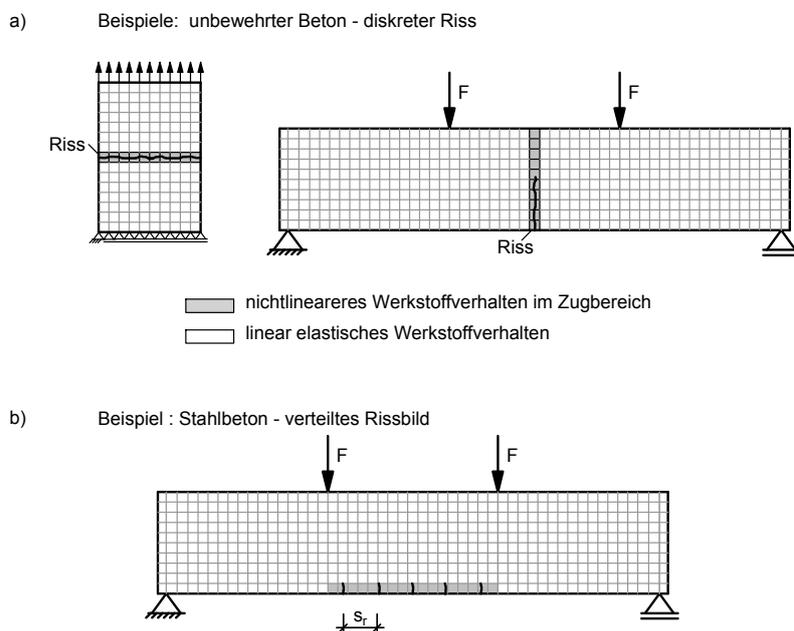


Bild 3.17: Einzelne Risse bei Bauteilen aus unbewehrtem Beton und verteiltes Rissbild bei einem Bauteil aus Stahlbeton

Bei einem Stahlbetonbalken stellt sich durch den Verbund mit der Bewehrung ein verteiltes Rissbild ein. Für das Beispiel des Biegebalkens in Bild 3.17b), bei einer Modellierung mit Schalenelementen, verlaufen in der Biegezugzone mehrere Risse parallel. Ist die Elementgröße dabei kleiner als der rechnerische Rissabstand s_r gelten alle Elemente innerhalb des rechnerischen Rissabstands als gerissen. Für die in der Regel relativ klein gewählten Elementgrößen wird die σ - w -Beziehung durch das Programm auf die charakteristische Länge l_{ch} bezogen. Es ergibt sich ein sehr steil abfallender Ast in der σ - ε -Beziehung für den Zugbereich des Betons. Der Grund für diese Programmvorgabe ist, dass es sich beim Stahlbeton um einen Verbundwerkstoff handelt. Um das Werkstoffverhalten zutreffend zu beschreiben, muss die Interaktion zwischen Beton und der Bewehrung berücksichtigt werden. In einem späteren Abschnitt wird die Abbildung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen durch das Programm SOFiSTiK behandelt. Die Zugversteifung des Betons wird bei den Schalenelementen durch eine Modifikation der Stahlarbeitslinie vorgenommen. Innerhalb eines Elementes werden die Spannungen von der Bewehrung als auch vom Beton aufgenommen (Bild 3.29). Nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons werden in Abhängigkeit von der Definition der Arbeitslinie im Zugbereich vom Beton nur noch bei sehr geringen Dehnungen Spannungen aufgenommen, sodass die Mitwirkung des Betons über die Arbeitslinie des Betons eigentlich nicht zum Tragen kommt.

Im Fall, dass die Rissöffnungsbeziehung des Betons auf die äquivalente Elementlänge l_{equ} bezogen würde, ergäbe sich für kleine Elementgrößen ein sehr langer abfallender Ast im Zugbereich des Betons (Bild 3.15 b)). Da die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bereits über die Arbeitslinie des Stahls berücksichtigt wird, würde eine solche Berechnung zu einem zu steifen Verformungsverhalten des betrachteten Bauteils führen.

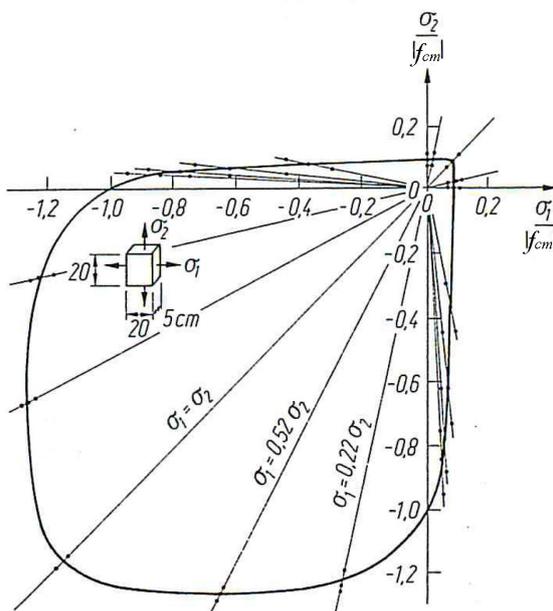
Wird das Tension Stiffening durch eine modifizierte Stahlarbeitslinie berücksichtigt, ergibt sich die Rissöffnung/Rissbreite von Stahlbetonbauteilen in Abhängigkeit von den Stahlspannungen.

Die gegenüber der zentrischen Zugfestigkeit höhere Biegezugfestigkeit bei Bauteilen mit geringen Querschnittshöhen wird durch das Materialmodell (bei der Modellierung von Stahlbetonbauteilen) nicht erfasst und muss daher für die Berechnung explizit vorgegeben werden.

3.4.3 Unbewehrter Beton unter zweiachsialer Beanspruchung

Stahlbeton ist in flächigen Bauteilen in der Regel mehraxialen Spannungszuständen ausgesetzt. Im Allgemeinen ist es ausreichend den Beton mit seinem zweiachsialen Materialverhalten zu beschreiben.

Für den ebenen Spannungszustand stellte u.a. *Kupfer* [55] anhand experimenteller Untersuchungen an unbewehrten Betonscheiben mit variierenden Spannungsverhältnissen von σ_1 zu σ_2 die in Bild 3.18 dargestellte Versagenskurve auf.



Druck-Druck-Bereich

$$\sigma_{2c} = \frac{1 + 3,65\alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot f_{cm}$$

$$\sigma_{1c} = \alpha \cdot \sigma_{2c}$$

Druck-Zug-Bereich

$$\sigma_{2c} = \frac{1 + 3,28\alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot f_c \geq 0,65 \cdot f_{cn}$$

$$\sigma_{1t} = f_{ct}$$

Zug-Zug-Bereich

$$\sigma_{1t} = f_{ct}$$

$$\sigma_{2t} = f_{ct}$$

Bild 3.18: Zweiachsiale Versagenskurve nach *Kupfer* [55]

Bei zweiachsialer Druckbeanspruchung zeigt sich eine deutliche Erhöhung der Druckfestigkeit gegenüber der einachsialen Druckfestigkeit während im Druck-Zug-Bereich die aufnehmbare Druckspannung mit zunehmendem Querzug deutlich abfällt. Die

Festigkeit unter zweiachsialer Zugbeanspruchung ist dagegen etwa gleich der einaxialen Festigkeit. Der Maximalwert der Festigkeit unter zweiachsigem Druck wird bei $\sigma_1=0,52 \sigma_2$ erreicht und ist um 25% größer als die einaxiale Festigkeit, bei $\sigma_1=\sigma_2$ ist die zweiachsiale Festigkeit um 15% höher.

Die Überprüfung der zutreffenden Abbildung der von *Kupfer* aufgestellten Versagenskurve durch das Programm SOFiSTiK erfolgt durch die Nachrechnung einer Versuchsreihe aus [55] für die unterschiedlichen Spannungsverhältnisse. In Bild 3.19 sind die Ergebnisse der SOFiSTiK-Rechnung der Bruchfläche von *Kupfer* gegenübergestellt. Sowohl im Druck-Druck-Bereich als auch im Zug-Zug-Bereich zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung. Im Druck-Zug-Bereich liegen die rechnerisch erreichten Maximalwerte im Vergleich höher als die Versagenskurve von Kupfer. In Bild 3.18 liegen allerdings auch einige Versuchswerte außerhalb der Versagenskurve.

Durch die Bruchkurve wird lediglich das Versagen von unbewehrtem Beton für ein bestimmtes Verhältnis σ_1/σ_2 der Hauptspannungen beschrieben. Über das Spannungs-Dehnungsverhalten bis zum Bruch sowie das Nachbruchverhalten enthält die Bruchkurve keine Informationen. Hierzu bedarf es der Formulierung zweiachsialer Spannungs-Dehnungsgesetze. Die Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverhalten bis zum Spannungsmaximum erfolgt im Programm SOFiSTiK mit dem Konzept der äquivalenten einaxialen Dehnungen welches auf *Darwin/Pecknold* [56] zurückgeht.

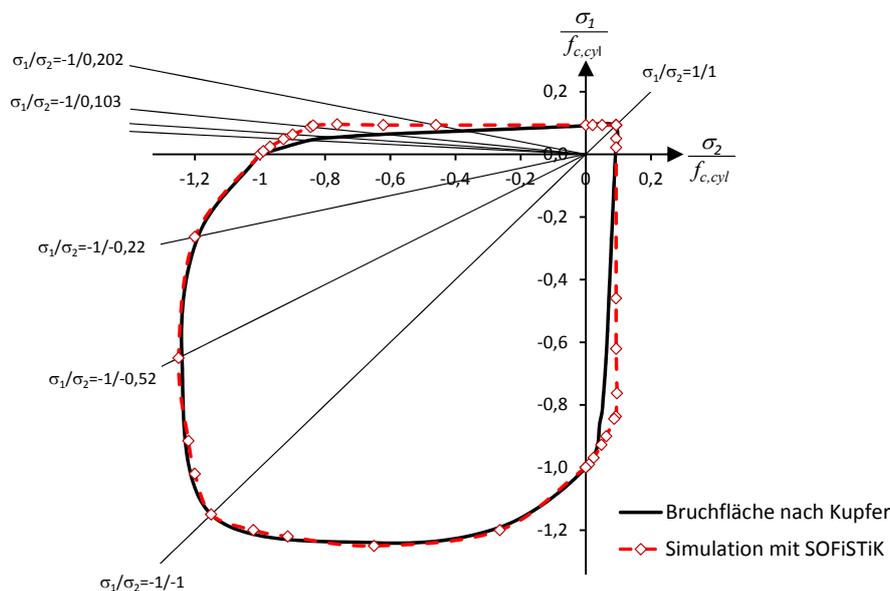


Bild 3.19: Gegenüberstellung der aus den Versuchen abgeleiteten Bruchfläche und der Berechnung mit SOFiSTiK für den Beton 2 (aus [55])

Das Konzept der äquivalenten einaxialen Dehnungen hat den Zweck, zweiachsiges Spannungs-Dehnungsverhalten mit Hilfe einaxialer Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zu beschreiben. Das Programm berechnet zunächst in jeder Schichtgrenze die Spannungen

σ_{xx} , σ_{yy} , und τ_{xy} und daraus die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 . In Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis der beiden Hauptspannungen σ_1/σ_2 werden äquivalente einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehungen aufgestellt. Die maximalen Druckspannungen in der jeweiligen Richtung ergeben sich dabei für das gegebene Spannungsverhältnis anhand der von [55] aufgestellten Versagensfläche. Auf eine ausführliche Beschreibung der Umsetzung des Konzept in Finite-Element-Programmen wird auf [56] verwiesen.

Für die Aufstellung der äquivalenten Spannungs-Dehnungs-Linien zur Beschreibung des Betons unter Druck wird in der Literatur ([56], [57]) häufig auf die Gleichung von Saenz zurückgegriffen.

$$\sigma_i = \frac{\varepsilon_{iu} E_{c0m}}{1 + \left[\frac{E_{c0m}}{E_{cm}} - 2 \right] \frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} + \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^2} \quad (3.8)$$

mit

E_{c0m} Tangentanelastizitätsmodul im Ursprung, bestimmt an einaxialen Druckstauchungsversuchen

E_{cm} Sekantanelastizitätsmodul bei der maximalen Druckspannung

σ_{ic} , maximale Druckspannung in der jeweiligen Hauptrichtung

ε_{ic} äquivalente einaxiale Dehnung bei der maximalen Druckspannung

ε_{iu} äquivalente einaxiale Dehnung

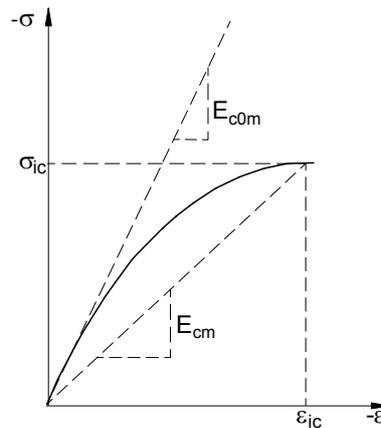


Bild 3.20: Äquivalente einaxiale Spannungs-Dehnungs-Linie

Neben den maximal aufnehmbaren Spannungen bei einem gegebenen Hauptspannungsverhältnis sind für die Aufstellung der äquivalenten einaxialen Spannungs-Dehnungs-Linien die zugehörigen Betonstauchungen ε_{ic} zu ermitteln. In [56] werden basierend auf Versuchsergebnissen folgende Näherungsgleichungen angegeben:

$$\text{für: } \sigma_{ic} < f_{cm}: \quad \varepsilon_{ic} = \varepsilon_{cu} \left[\frac{\sigma_{ic}}{f_c} \cdot 3 - 2 \right] \quad (3.9)$$

$$\text{für: } \sigma_{ic} \geq f_{cm}: \quad \varepsilon_{ic} = \varepsilon_{cu} \left[-1,6 \left(\frac{\sigma_{ic}}{f_c} \right)^3 + 2,25 \left(\frac{\sigma_{ic}}{f_c} \right)^2 + 0,35 \left(\frac{\sigma_{ic}}{f_c} \right) \right] \quad (3.10)$$

In Bild 3.21 sind die sich auf dieser Grundlage ergebenden äquivalenten Spannungs-Dehnungs-Linien für unterschiedliche Hauptspannungsverhältnisse angegeben. Für ein Hauptspannungsverhältnis von $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-0,52$ ergeben sich beispielsweise die in Bild 3.21 dargestellten äquivalenten σ - ε -Beziehungen mit $\sigma_{ic} = \sigma_1 = 1,2 f_{cm}$ und $\sigma_{ic} = \sigma_2 \approx 0,60 f_{cm}$.

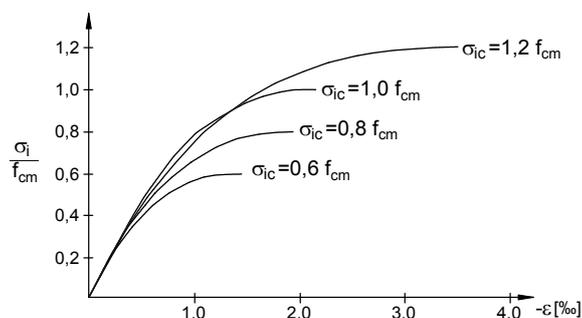


Bild 3.21: Äquivalente einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Druckbeanspruchung in Abhängigkeit vom Hauptspannungsverhältnis

Im Programm SOFiSTiK werden die äquivalenten einaxialen Spannungs-Beziehungen abweichend zum Vorschlag von *Darwin/Pecknold* [56] definiert. Für die Beschreibung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen wird die bekannte Gleichung aus DIN EN 1992-1-1 (Gl. 3.14) verwendet. Zunächst wird die einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung für eine gegebene Betonfestigkeitsklasse aufgestellt. Für ein vorhandenes Hauptspannungsverhältnis von σ_1/σ_2 werden die maximal aufnehmbaren Druckspannungen anhand der Bruchkurve von *Kupfer* bestimmt. Die äquivalenten einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ergeben sich jeweils durch Skalierung der Spannungen der einaxialen Ausgangs σ - ε -Linie mit den Faktoren σ_1/f_{cm} und σ_2/f_{cm} . Die Dehnungen werden dabei nicht angepasst. Die sich so ergebenden äquivalenten einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sind exemplarisch im Bild 3.22 dargestellt. Ein Vergleich mit den in Bild 3.21 von *Darwin/Pecknold* [56] vorgeschlagenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zeigt Unterschiede im Hinblick auf die Anfangssteigung der σ - ε -Linien sowie die Definition der Dehnungen beim Spannungsmaximum der jeweiligen äquivalenten σ - ε -Beziehung. Bei dem Ansatz von *Darwin/Pecknold* werden die zum Spannungsmaximum in der jeweiligen Hauptspannungsrichtung zugehörigen Dehnungen speziell bestimmt (Gl. 3.9, Gl. 3.10).

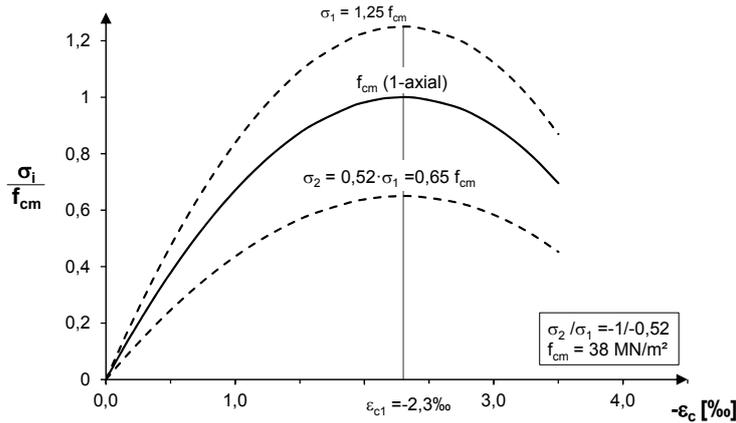
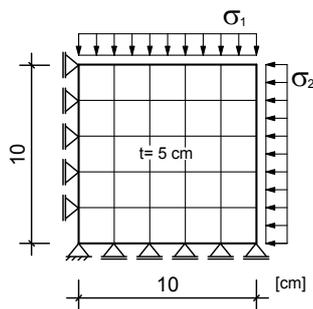


Bild 3.22: Äquivalente einaxiale σ - ε - Linien für das Hauptspannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-0,52$ (SOFiSTiK)

Das Rechenmodell für die σ - ε -Linien wird ebenfalls durch die Nachrechnung der Versuche von *Kupfer* überprüft. Es werden Versuche der gesamten Serie mit dem Beton 2 nachgerechnet. Die Ergebnisse der Berechnung im Hinblick auf die Bruchlasten wurden bereits in Bild 3.19 dargestellt. Im Folgenden soll insbesondere das Spannungs-Dehnungsverhalten in den beiden Hauptspannungsrichtungen verglichen werden.

FE-Modell unter Ausnutzung der doppelten Symmetrie

Materialkennwerte für den Beton 2 aus [55]



$$f_{c,cyl} = 29 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$E_{cm} = 30.280 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$f_{ctm} = 2,5 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Spannungsverhältnisse σ_1/σ_2

Druck-Druck				Druck-Zug				Zug-Zug			
-1/0	-1/-0,52	-1/-0,22	-1/-1	-1/0,052	-1/0,070	-1/0,103	-1/0,202	1/0	1/0,23	1/0,54	1/1

In Bild 3.23a) sind die in der SOFiSTiK-Berechnung zugrunde gelegten äquivalenten σ - ε -Linien für das Spannungsverhältnis von σ_1/σ_2 von -1/-0,52 dargestellt. Die sich auf dieser Grundlage ergebenden zwei axialen σ - ε -Beziehungen werden in Bild 3.24 b) den Versuchsergebnissen von *Kupfer* gegenübergestellt. Die Bruchlasten werden richtig erfasst, das zwei axiale σ - ε -Verhalten weicht jedoch erheblich von dem Verhalten in den Versuchen ab. Bei der Nachrechnung der Versuchsscheiben für die anderen von *Kupfer* untersuchten Spannungsverhältnisse zeigen sich ebenfalls erhebliche Differenzen im Verformungsverhalten.

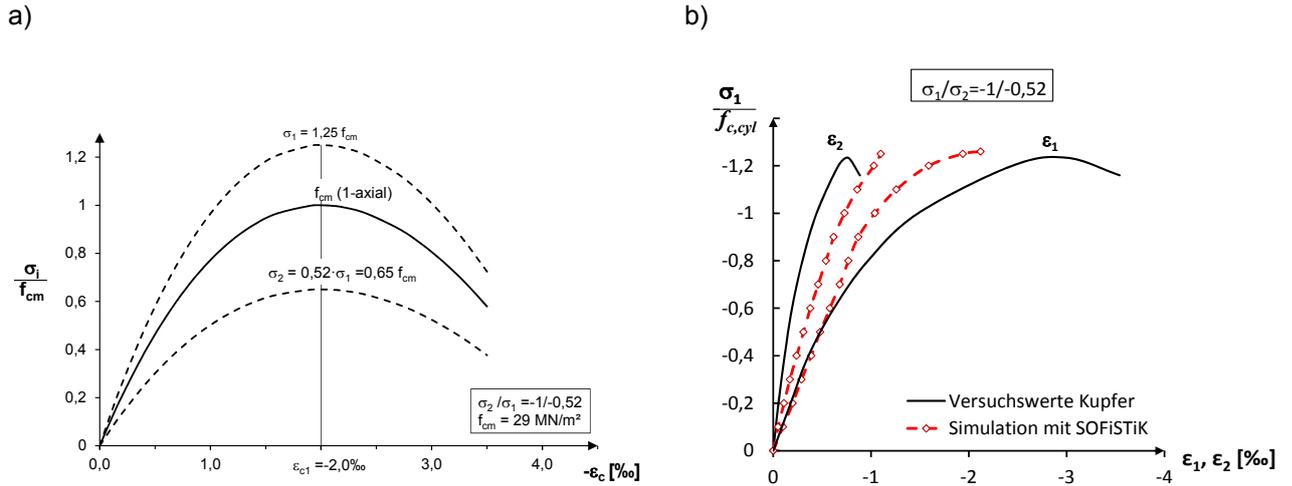


Bild 3.23: Berechnung der zweiaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen auf Grundlage der äquivalenten σ - ϵ -Beziehungen für das Spannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-0,52$
 a) ursprünglich in SOFiSTiK definierte äquivalente σ - ϵ -Linien
 b) zweiaxiale σ - ϵ -Beziehung des Bauteils im Versuch und Nachrechnung

Aufgrund der abweichenden Ergebnisse wurde in SOFiSTiK eine Anpassung der äquivalenten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen vorgenommen. Im Gegensatz zu der Definition in Bild 3.23 a) werden neben den Spannungen auch die Dehnungen der einaxialen Ausgangs σ - ϵ -Linie im Verhältnis der Hauptspannungen zu der einaxialen Druckfestigkeit des Betons skaliert. Für das betrachtete Spannungsverhältnis ergeben sich die in Bild 3.24 a) dargestellten äquivalenten einaxialen σ - ϵ -Beziehungen. Für alle untersuchten Spannungsverhältnisse führte diese Modifikation zu einer guten Übereinstimmung zwischen FE-Rechnung und den Versuchsergebnissen im Hinblick auf das zweiaxiale σ - ϵ -Verhalten (Bild 3.25, Bild 3.26).

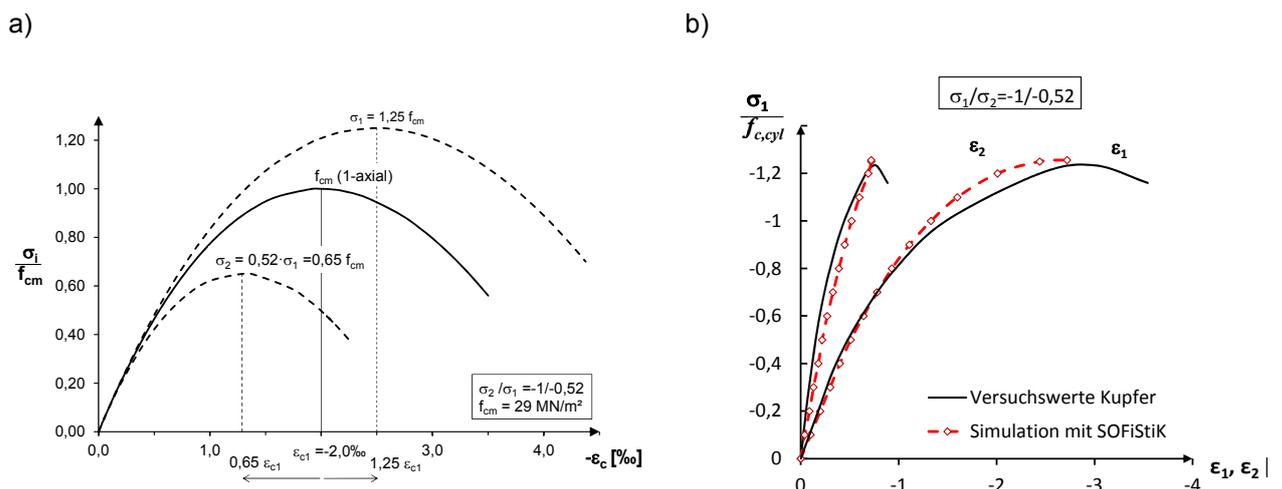
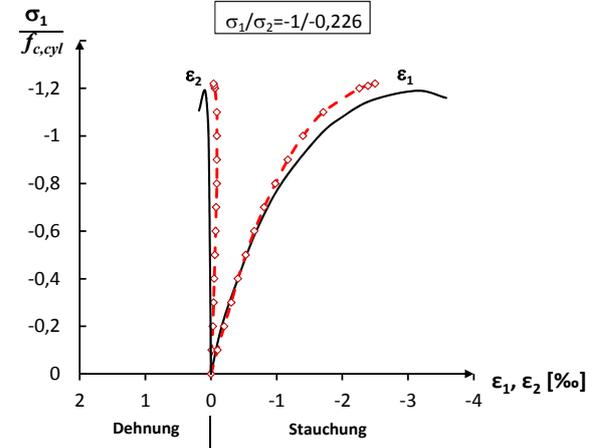
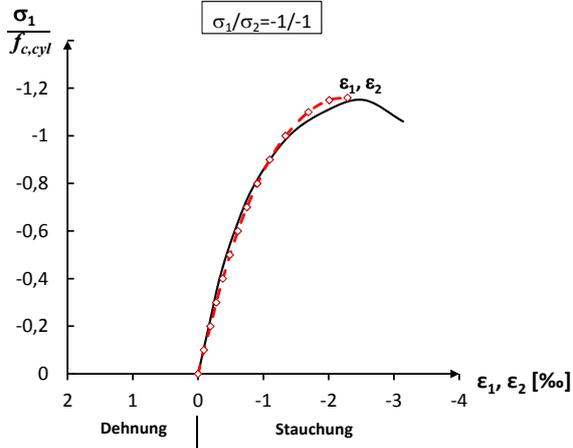
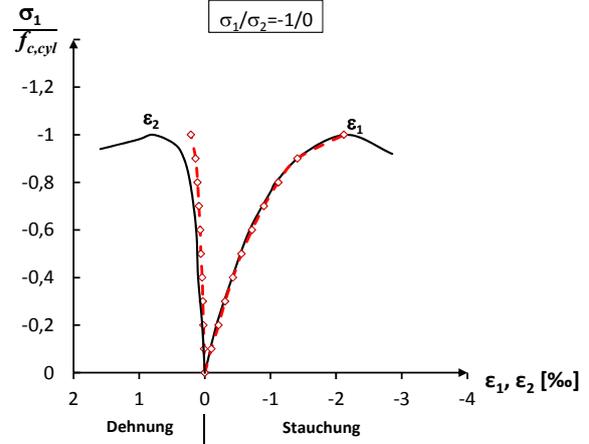
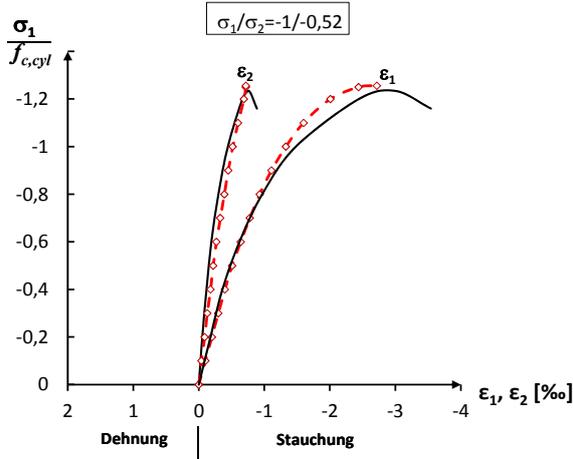


Bild 3.24: Berechnung der zweiaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen auf Grundlage der angepassten äquivalenten σ - ϵ -Beziehungen für das Spannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-0,52$
 a) in SOFiSTiK angepasste äquivalente σ - ϵ -Linien
 b) zweiaxiale σ - ϵ -Beziehung des Bauteils im Versuch und Nachrechnung

Druck-Druck-Bereich

— Versuchswerte Kupfer
 -◇- Simulation mit SOFiSTiK



Druck-Zug-Bereich

— Versuchswerte Kupfer
 -◇- Simulation mit SOFiSTiK

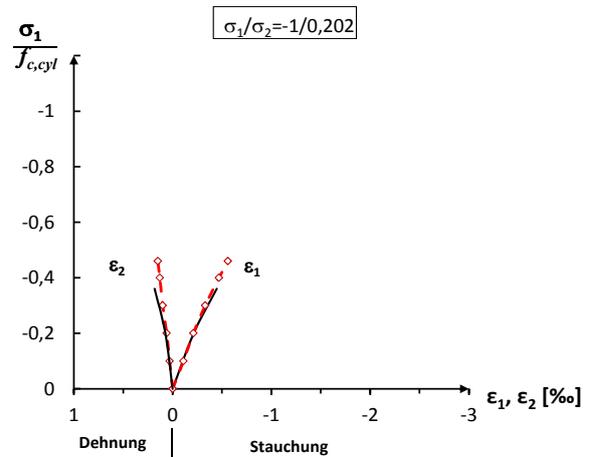
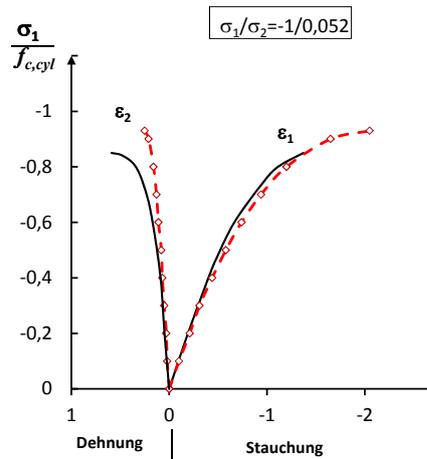
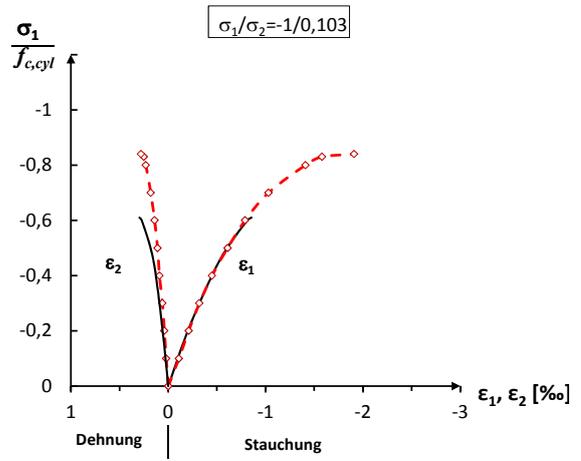
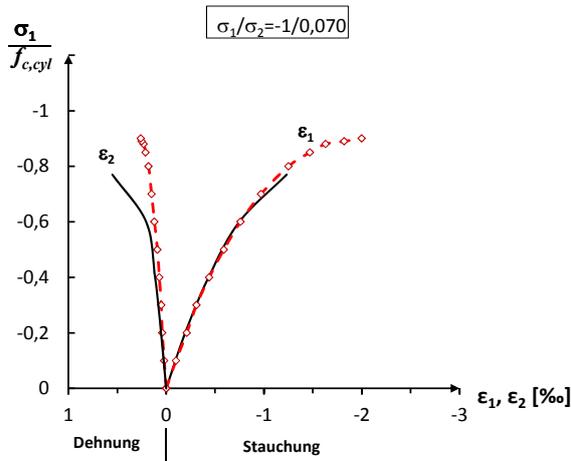


Bild 3.25: Vergleich der σ - ϵ -Verläufe für unterschiedliche Spannungsverhältnisse von σ_1/σ_2 im Versuchen von [55] und Nachrechnung mit SOFiSTiK

Druck-Zug-Bereich

— Versuchswerte Kupfer
 -◇- Simulation mit SOFiSTiK



Zug-Zug Bereich

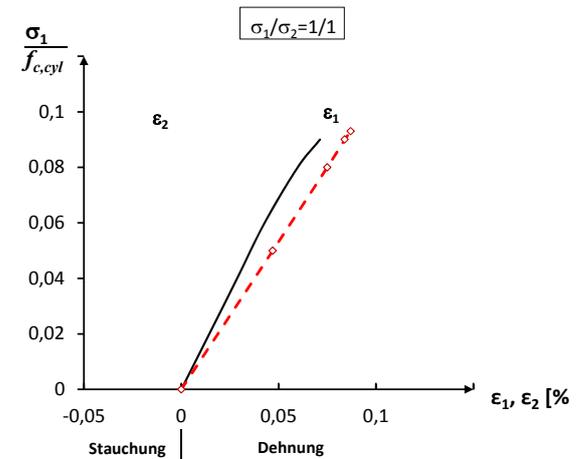
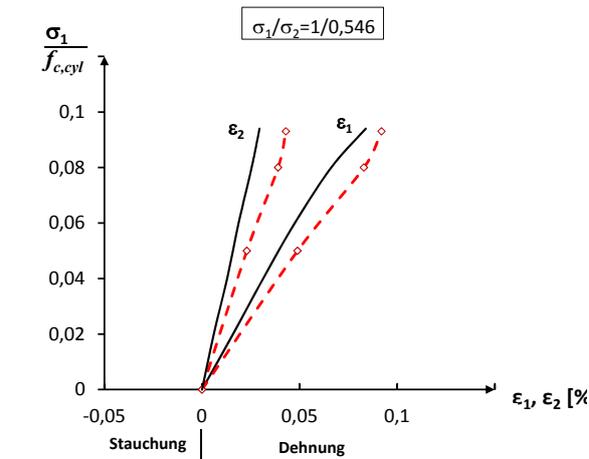
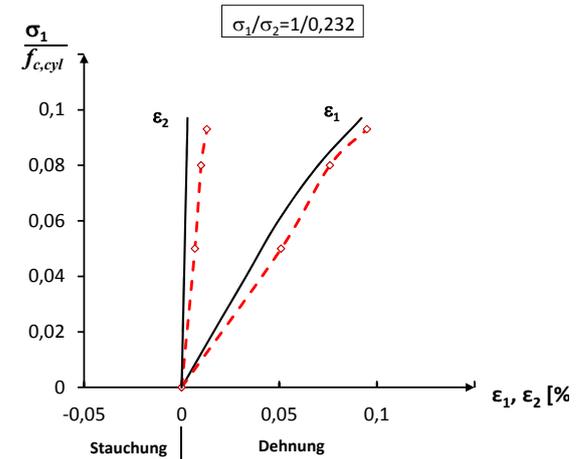
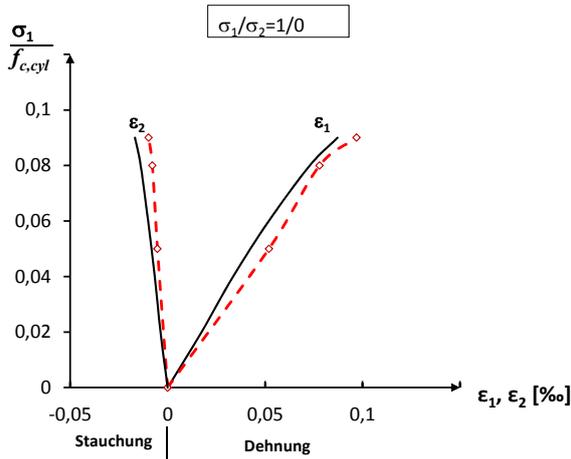


Bild 3.26: Vergleich der σ - ϵ -Verläufe für unterschiedliche Spannungsverhältnisse von σ_1/σ_2 im Versuchen von [55] und Nachrechnung mit SOFiSTiK

3.5 Stahlbeton – Interaktion von Beton und Betonstahl

3.5.1 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Wird die Zugfestigkeit des Betons in einem Stahlbetonbauteil überschritten, werden die Zugkräfte im Riss von der Bewehrung aufgenommen. Mit zunehmendem Abstand vom Riss wird die Zugkraft zum Teil wieder über Verbundspannungen in den Beton eingeleitet bis die Zugfestigkeit des Betons wieder überschritten ist und sich ein weiterer Riss einstellt. Zwischen den Rissen beteiligt sich der Beton an der Aufnahme der Zugkräfte mit. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen führt zu einer Abnahme der Stahldehnungen und damit zum steiferen Verhalten des Bauteils (Tension Stiffening) gegenüber dem „nackten“ Zustand II.

Für eine realistische Ermittlung der Steifigkeiten muss die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen im Rechenmodell berücksichtigt werden. Im Stahlbetonbau ist der Effekt insbesondere bei Verformungsberechnungen, bei der Schnittgrößenumlagerung (plastische Verformungsfähigkeit) und der Ermittlung von Zwangsschnittgrößen von großer Bedeutung.

Bei Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach Theorie II. Ordnung, z.B. bei der Berechnung von stabilitätsgefährdeten Stützen oder kipppgefährdeten Biegeträgern, steht das Verformungsverhalten und damit die Bauteilsteifigkeiten in direkter Wechselwirkung mit den Einflüssen aus Theorie II. Ordnung. Bei diesen Problemstellungen wirkt sich der Ansatz der Zugversteifung direkt auf die Tragfähigkeit aus. Vereinfachte Berechnungen bei denen der Effekt der Zugversteifung nicht zutreffend oder ganz vernachlässigt wird, führt in einigen Fällen zu einer Berechnung stark auf der sicheren Seite und damit zu einer unwirtschaftlichen Bemessung, wie Untersuchungen in [58] am Beispiel von stabilitätsgefährdeten Stützen zeigen.

Bei nichtlinearen Berechnungen von Zwangsschnittgrößen, z.B. infolge von Temperaturweirwirkungen und ungleichen Stützensenkungen bei statisch unbestimmten Systemen, sollte dagegen die versteifende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen stets berücksichtigt werden. Der Abbau der Zwangsbeanspruchung geht proportional mit der Steifigkeitsabnahme des Bauteils einher. Eine Unterschätzung der Steifigkeit führt dabei zu einer Unterschätzung der Zwangsbeanspruchung.

Eine weitere Problemstellung, bei der der Effekt der Zugversteifung zum Tragen kommt, ist die Ermittlung der Tragfähigkeit von statisch unbestimmten Systemen unter Biegebeanspruchung mittels einer nichtlinearen Berechnung. Durch die Mitwirkung des Betons verringert sich die plastische Dehnung des Stahls und somit das Umlagerungsvermögen des Systems. Deshalb muss auch bei solchen Aufgabenstellungen die versteifende Mitwirkung des Betons beachtet werden.

Bei Untersuchungen des globalen Tragverhaltens von Betonbauteilen mittels der Finite-Element-Methode wird der Verbund zwischen Beton und Stahl in der Regel nicht direkt abgebildet. Die Beschreibung des Rissverhaltens erfolgt über die verschmierte Rissmodellierung. Dabei wird zwischen Beton und Stahl innerhalb des Elementes starrer

Verbund vorausgesetzt. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird über das Werkstoffmodell berücksichtigt. Dabei kann die Zugversteifung des Betons auf zwei Arten erfolgen. Entweder werden die Betonstahldehnungen durch eine Modifikation der Stahlarbeitslinie verringert oder es werden Betonzugspannungen durch Anpassung der Betonarbeitslinie im Zugbereich in Ansatz gebracht (Bild 3.27).

Für übereinstimmende Bewehrungs- und Beanspruchungsrichtungen sind die beiden Möglichkeiten bei Anwendung in Kombination mit Flächenelementen nach [47] gleichwertig. In Bauwerken stimmen diese Richtungen aufgrund von unterschiedlichen Beanspruchungszuständen in der Regel nicht überein. In [60] wird darauf hingewiesen, dass der Tension Stiffening Effekt stets in Richtung der Bewehrung angegeben werden muss. Berechnungen von Flächentragwerken mit Abweichung zwischen den Richtungen der Bewehrung und den Hauptverzerrungen führen mit einer modifizierten Stahlarbeitslinie auf jeden Fall zu richtigen Ergebnissen während eine Berücksichtigung des Tension Stiffenings im Werkstoffmodell des Betons im Allgemeinen nur dann zu richtigen Ergebnissen führt, wenn die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen in Richtung der Bewehrung und nicht in Richtung der Hauptverzerrung berücksichtigt wird ([47] und [65]).

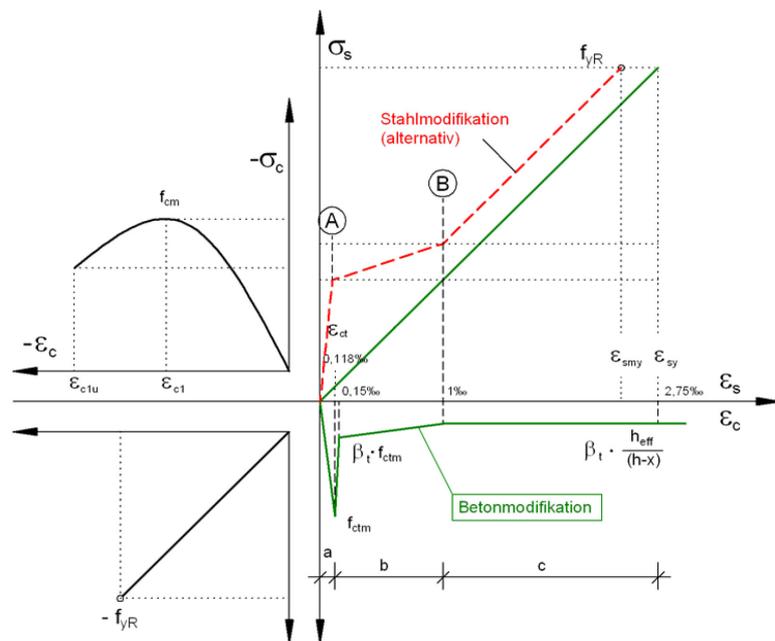


Bild 3.27: Arbeitslinien für die Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Finite-Element Berechnungen [59]

Im Programm SOFiSTiK wird bei der Modellierung mit Schalenelementen die zugversteifende Wirkung des Betons über eine Anpassung der Stahlarbeitslinie wahlweise nach Heft 525 oder Heft 400 des DAfStb berücksichtigt.

Zunächst soll die Berücksichtigung der Betonzugversteifung durch das Programm SOFiSTiK an dem elementaren Beispiel eines Zugstabes untersucht werden. Dabei ist zu beachten, dass die Art der vorgegebenen Einwirkung, Last- oder Zwangsbeanspruchung

das Tragverhalten eines Zugstabes im Bereich der Erstrissbildung entscheidend mitbeeinflusst (Bild 3.28).

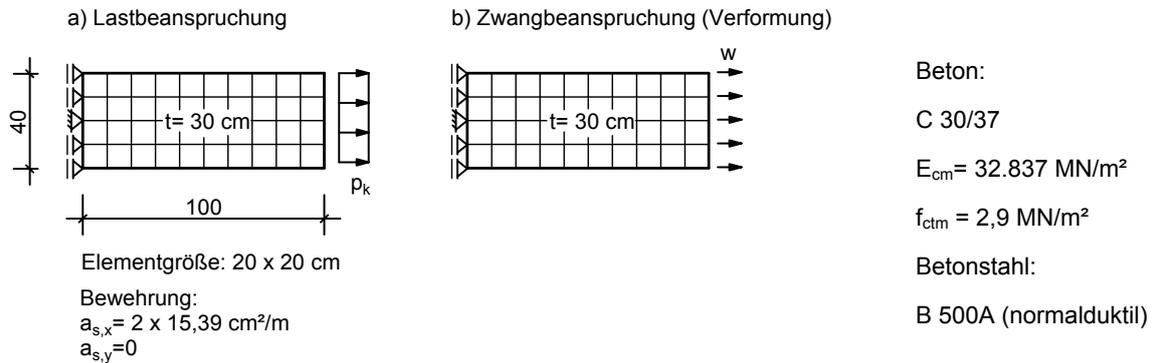


Bild 3.28: Beispiel eine Zugstabes

Als erstes wird eine Zugkraft aufgebracht und kontinuierlich gesteigert. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit wird die Zugbeanspruchung durch den Beton und den Stahl aufgenommen (Bild 3.29 a)). Mit Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons kann der Beton aufgrund der Definition der Arbeitslinie im Zugbereich nur bis zu einer sehr geringen Dehnung Zugkräfte übertragen, sodass die gesamte Zugkraft auf den Bewehrungsstahl umgelagert wird. Die Umlagerung geht mit einem schlagartigen Dehnungssprung im Last-Verformungsverhalten des Zugstabes einher (Bild 3.29 a)). Bei dieser Betrachtung wurde dem gesamten Bauteil eine konstante Zugfestigkeit vorgegeben, sodass mit dem Überschreiten der Zugfestigkeit alle Elemente als gerissen gelten und theoretisch der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung vorliegt. Bei einem durch Last beanspruchten Zugstab kann die Phase der Erstrissbildung lediglich durch eine im Modell vorgegebene Streuung der Zugfestigkeit erfasst werden. Ist das der Fall, ergibt sich der Last-Verformungspfad in Bild 3.30 a).

Im zweiten Beispiel wird dem Bauteil eine stetig ansteigende Verlängerung aufgezwungen. Mit zunehmender Dehnung des Bauteils bauen sich Spannungen in den Beton- und Stahllayern entsprechend ihrer Steifigkeiten auf (Bild 3.29 b)). Mit Erreichen der Zugfestigkeit des Betons fällt die Steifigkeit der Betonlayer bereits bei einem sehr geringen Dehnungszuwachs vollständig ab. Dabei nimmt die Zwangszugkraft im Gesamtbauteil schlagartig ab. Können aufgrund der Definition der Arbeitslinie des Betons im Zugbereich in den Elementen keine Betonzugspannungen mehr aufgenommen werden, wird die verbleibende Dehnsteifigkeit unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ausschließlich durch die Dehnsteifigkeit der Stahllayer bestimmt. Die Zugversteifungswirkung wird durch eine Verringerung der Stahlspannungen durch Modifikation der Stahlarbeitslinie berücksichtigt.

Bei weiterem Verformungszuwachs steigt die Zugkraft proportional zur Dehnsteifigkeit der Stahllayer an. Auch bei dieser Betrachtung wurde zunächst eine konstante Zugfestigkeit über das gesamte Bauteil zugrunde gelegt, sodass bei Rissbildung die Steifigkeit aller Betonelemente gleichzeitig ausfällt. In Bild 3.30 b) ist das Ergebnis einer Berechnung unter Berücksichtigung der Streuung der Zugfestigkeit dargestellt. Es zeigt sich der typische

sägezahnförmige Verlauf bei Zwangbeanspruchung. Anzumerken ist, dass in den einzelnen Elementreihen, nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit innerhalb einer Zugfestigkeitsgruppe der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung vorliegt.

Anhand der Beispiele konnte gezeigt werden, dass die Versteifungswirkung des Betons zwischen den Rissen für den Zustand der abgeschlossenen Rissbildung durch die Modifikation der Stahlarbeitslinie von SOFiSTiK zutreffend abgebildet wird. An dem theoretischen Beispiel eines Zugstabes mit einer in der Berechnung üblicherweise konstant zu Grunde gelegten Zugfestigkeit des Betons kann die Phase der Einzelrissbildung nicht erfasst werden. Der Zustand der Einzelrissbildung lässt sich für das Beispiel des Zugstabes nur durch Variation der Zugfestigkeit abbilden. Gilt ein Element als gerissen, herrscht innerhalb des Elementes der Zustand der abgeschlossenen Rissbildung. Die Phase der Erstrissbildung kann lediglich durch die Betrachtung des Last-Verformungsverhaltens des Gesamtbauteils erfasst werden. Dies gilt entsprechend für Bauteile, die im Gegensatz zum Zugstab meist über die Länge und Höhe unterschiedliche Spannungszustände aufweisen. Die Elemente reißen dann einzeln in Abhängigkeit vom jeweiligen Beanspruchungszustand auf.

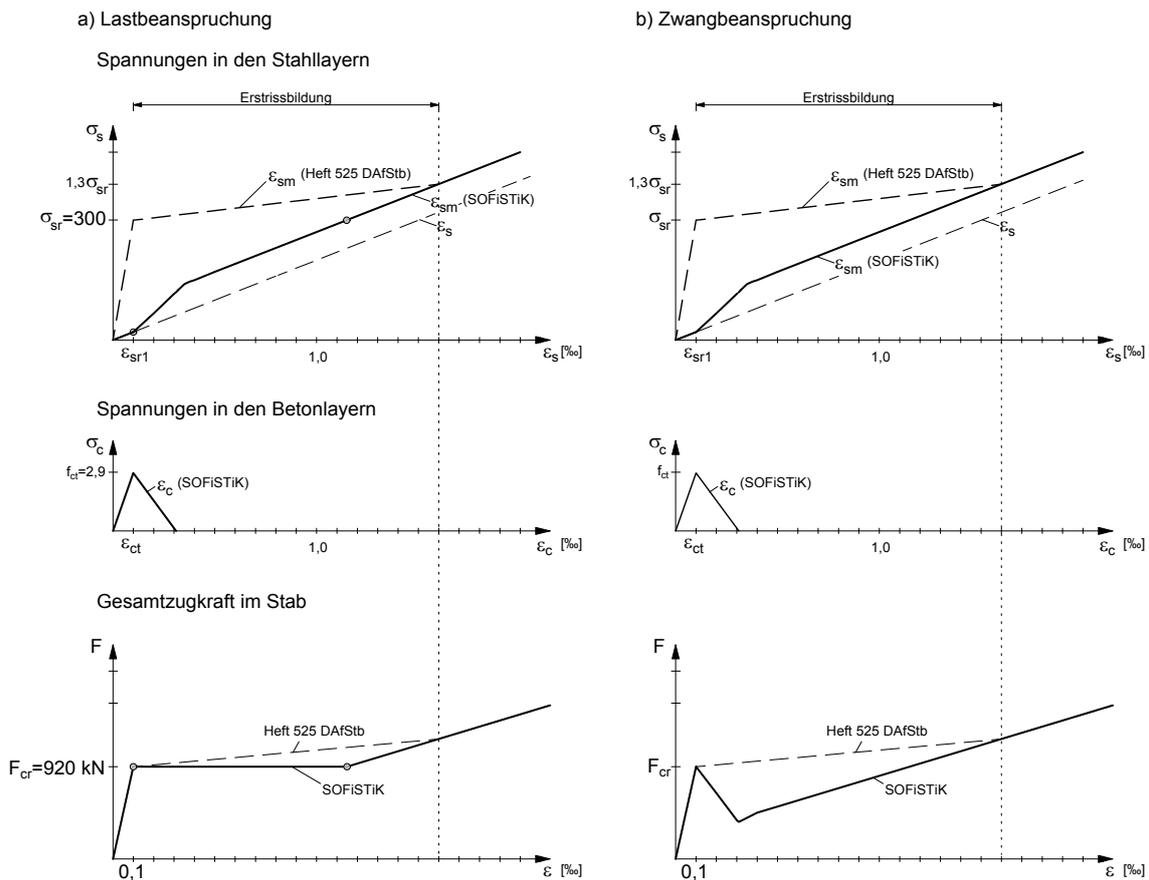
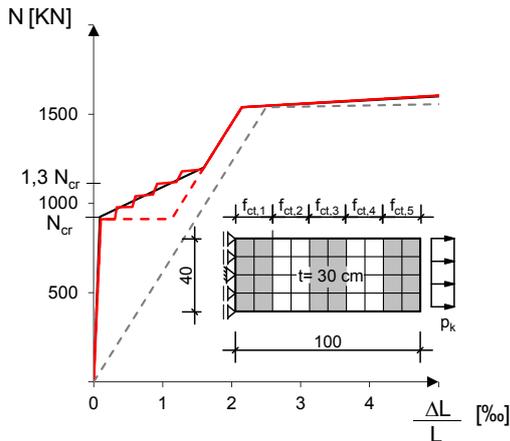
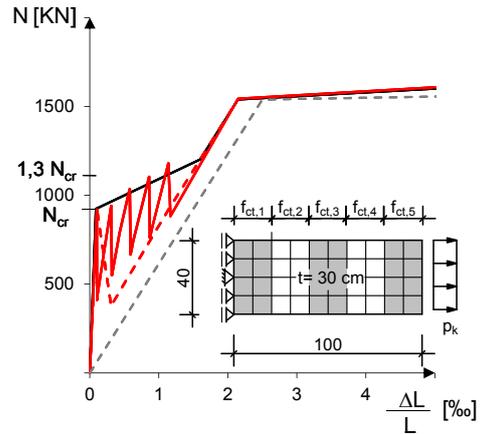


Bild 3.29: Spannungen in den Beton- und Stahlschichten bei zentrischer Zugbeanspruchung in Form einer kontinuierlich steigenden Zugkraft und einer Verlängerung des Bauteils

a) Lastbeanspruchung



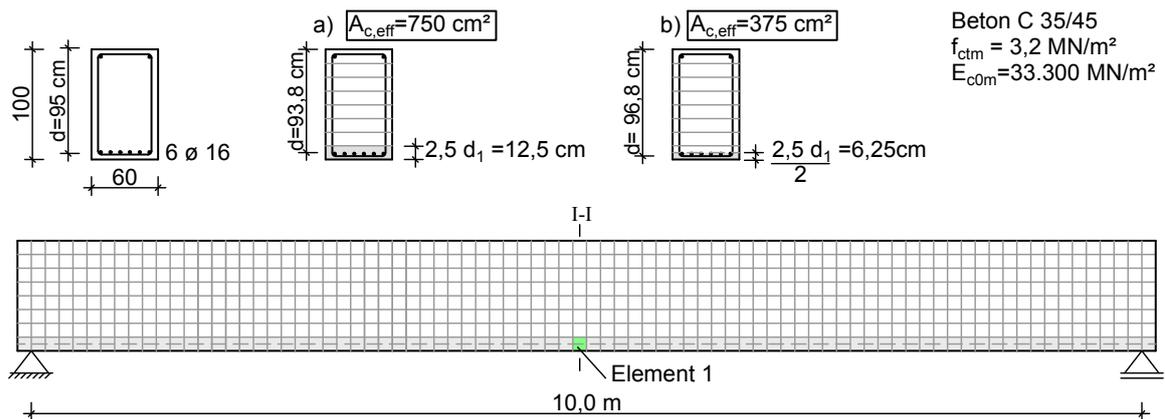
b) Zwangbeanspruchung



- Kraft-Verformungs-Beziehung mit Tension Stiffening nach Heft 525 DafStb
- - SOFiSTiK Berechnung $f_{ct} = 2,9 \text{ MN/m}^2$
- SOFiSTiK Berechnung $2,9 < f_{ct} < 3,77 \text{ MN/m}^2$
- - Kraft-Verformungs-Beziehung "nackter Zustand II"

Bild 3.30: Last-Verformungsverhalten eines Zugstabes unter Annahme einer Streuung der Betonzugfestigkeit über die Bauteillänge

Bisher wurde ein Bauteil unter zentrischem Zug im Hinblick auf die Erfassung der Zugversteifung des Betons zwischen den Rissen durch das Programm SOFiSTiK untersucht. Bei nichtlinearen Berechnungen mit Stabelementen ist die Modifikation der Stahlarbeitslinie zur Berücksichtigung des Tension Stiffenings von der Beanspruchungsart abhängig. Hierbei wird zwischen der „biegungs-“ und „normalkraftorientierten“ Modifikation der Stahlarbeitslinie unterschieden (s. [59]). Daher stellt sich die Frage wie der Tension Stiffening Effekt bei biegebeanspruchten Bauteilen bei Modellierung mit Schalenelemente von SOFiSTiK abgebildet wird. Hierzu wird der in Bild 3.31 dargestellte Einfeldträger mit einer konstanten Gleichstreckenlast über die Trägerlänge betrachtet.



Beton C 35/45
 $f_{ctm} = 3,2 \text{ MN/m}^2$
 $E_{cm} = 33.300 \text{ MN/m}^2$

Bild 3.31: Beispiel eines Biegebalkens mit unterschiedlicher Diskretisierung der effektiven Elementhöhe in der Zugzone

Es ist naheliegend, dass das Programm das Tension Stiffening für jedes einzelne Schalenelement in Abhängigkeit von der vorgegebenen Bewehrung und Elementgröße (Betonfläche) analog zu einem normalkraftbeanspruchten Zugstab berücksichtigt. Wird das Rissverhalten von biegebeanspruchten Trägern betrachtet erscheint diese Vorgehensweise sinnvoll. Bei auf Biegung beanspruchten Bauteilen zeigt sich das in Bild 3.32 dargestellte typische Rissbild. In Bereichen mit konzentriert angeordneter Bewehrung stellt sich ein verteiltes Rissbild mit feinen Rissen ein. In gering bewehrten Querschnittsbereichen, z.B. in hohen schwach bewehrten Stegen, wachsen die Risse zu breiten Sammelrissen zusammen. Es ist zu erkennen, dass die Wirkungszone der Bewehrung von der Betonzugzone abweicht. Beim Nachweis der Rissbreite für das abgeschlossene wird daher der Wirkungsbereich der Bewehrung auf die effektive Randzugzone $A_{c,eff}$ begrenzt. Dabei wird die wirksame Höhe des Zugstabes mit dem 2,5-fachen Abstand der Randzugfaser vom Bewehrungsschwerpunkt angenommen.

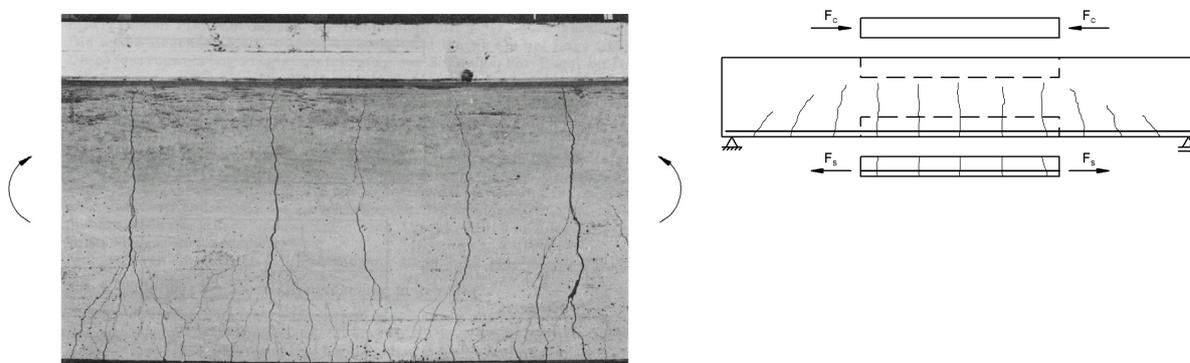


Bild 3.32: Rissbild eines hohen Stahlbetonbalkens (aus [61])

In diesem Zusammenhang ist bei der Modellierung mit Schalenelementen die Wahl der mitwirkenden Zugzonenhöhe für die Biegebewehrung für die Erfassung des Tension Stiffening Effektes entscheidend. Um die Auswirkungen aufzuzeigen werden für das im Bild 3.31 dargestellte Beispiel zwei Rechnungen mit jeweils unterschiedlichen Annahmen für die effektive Höhe der Biegezugbewehrung durchgeführt. Die Biegezugbewehrung wird dabei auf eine effektive Höhe von $2,5 d_1$ und $1,25 d_1$ verschmiert. Die Erfassung des Tension Stiffenings durch das Programm kann anhand einer Elementbetrachtung nachvollzogen werden. Es wird das Element 1 mit der höchsten Zugbeanspruchung betrachtet (Bild 3.31). Bei der Betrachtung wird die durch das Element aufgenommene Zugkraft durch die Beton- und Stahllayer sowie die mittlere Stahldehnung für beide Diskretisierungsvarianten jeweils dem Ansatz des Heftes 525 des DAfStb für einen gleichwertigen Zugstab gegenübergestellt. Im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung wird der Ansatz des Tension Stiffening nach Heft 525 des DAfStb exakt abgebildet (Bild 3.33). Das Maß des Versteifungseffektes wird dabei von der Größe der Ersatzzugstabfläche $A_{c,eff}$ bestimmt. Mit kleiner werdender Höhe des Wirkungsbereichs der Bewehrung nimmt der Effekt der Betonzugversteifung ab. In Anlehnung an Versuchsbeobachtungen sollte daher bei der

Modellierung von Bauteilen mit Schalenelementen, bei denen es gilt insbesondere das Verformungsverhalten realitätsnah abzubilden, die Biegebewehrung in der Zugzone auf eine effektive Höhe von $h_{\text{eff}} = 2,5 d_1$ verschmiert werden.

Die Phase Erstrissbildung lässt sich auch hier nur durch die Betrachtung des Last-Verformungsverhaltens am Gesamtbauteil beobachten (Bild 3.34).

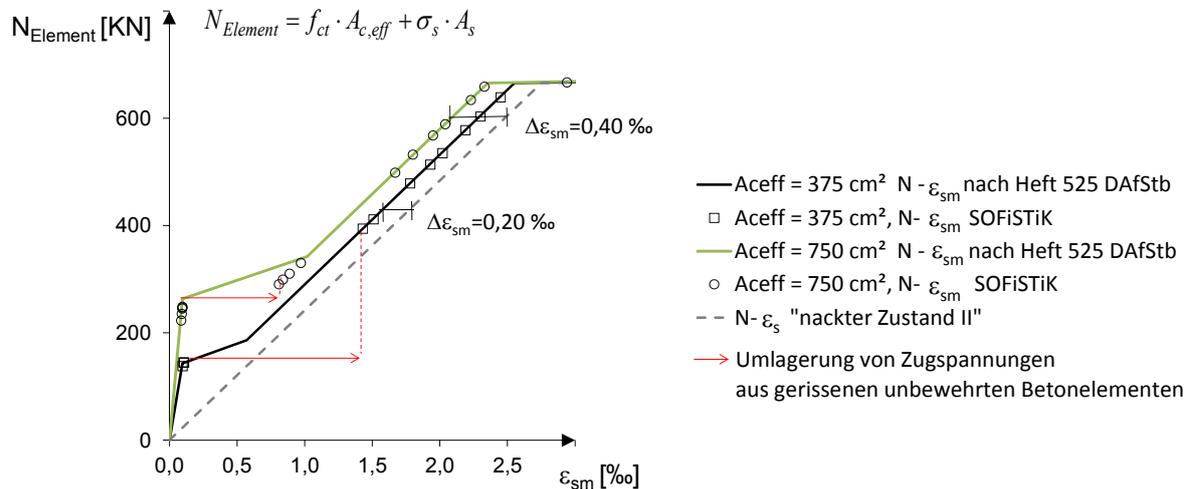
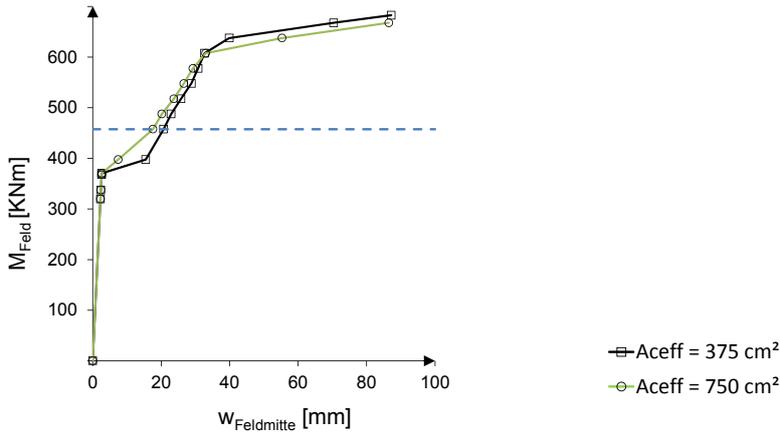


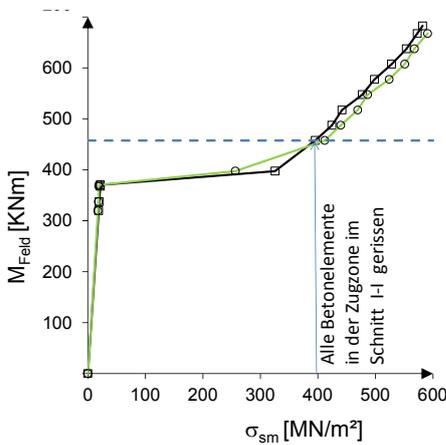
Bild 3.33: Auswirkungen der effektiven Elementhöhe in der Zugzone auf das Last-Verformungsverhalten und die Modifikation der Stahlarbeitslinie zur Berücksichtigung des Tension Stiffenings

In Bild 3.34 a) sind für beide Modellierungsvarianten mit den unterschiedlich großen effektiven Randzughöhen die Durchbiegungen in Feldmitte in Abhängigkeit von der Momentenbeanspruchung aufgetragen. Das Modell mit der größeren effektiven Zugzone verhält sich erwartungsgemäß zunächst steifer. Mit steigender Beanspruchung fallen die bis dahin auf Zug mitwirkenden Betonelemente zunehmend aus. Sind in einem Querschnitt in der Zugzone alle Elemente gerissen wird die Höhe der Spannung in der Biegezugbewehrung hauptsächlich durch den Hebelarm der inneren Kräfte bestimmt. Das Tension Stiffening verliert an Bedeutung (Bild 3.34 b)). Ist dieser Zustand über große Bereiche des Trägers erreicht, kommt es zu einem Umschwung in der Verformungsentwicklung beider Modelle (Bild 3.34 b)).

a) Durchbiegung in Feldmitte



b) Stahlspannungen im Element 1 in Abhängigkeit von der Biegebeanspruchung und A_{ceff}



c) Mittlere Stahldehnungen im Element 1 in Abhängigkeit von der Biegebeanspruchung und A_{ceff}

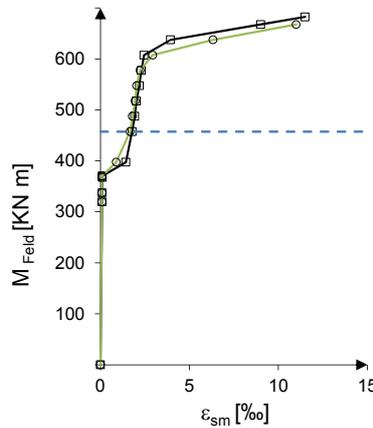


Bild 3.34: Auswirkungen der Höhe der effektiven Zugzonenhöhe auf das Last-Verformungsverhalten

Abschließend wird ein Beispiel eines Stahlbetonzugstabes mit einer in den Randbereichen konzentrierten Bewehrung betrachtet (Bild 3.35). Dabei werden die Ergebnisse der SOFiSTiK Berechnung einer Handrechnung nach Heft 525 des DAfStb unter Ansatz unterschiedlich großer mitwirkender Zugzonen gegenübergestellt. Zunächst wird der gesamte Querschnitt als mitwirkende Zugzone angesetzt. In einer zweiten Betrachtung werden der Berechnung lediglich die Randbereiche, in denen im FE-Model die Bewehrung angeordnet ist, als effektive Zugzone zu Grunde gelegt.

Die Ergebnisse der SOFiSTiK- und der Handrechnung sind in Bild 3.36 gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt, dass die Zugversteifung durch das Programm ausschließlich in den bewehrten Schalelementen berücksichtigt wird.

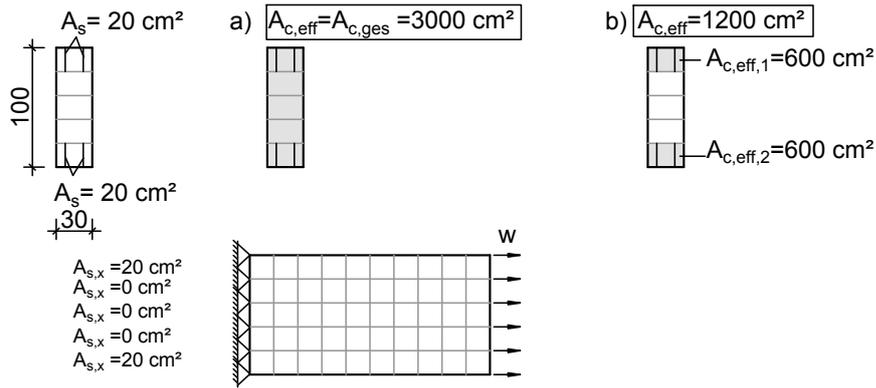


Bild 3.35: Modellierung eines Stahlbetonzugstabes mit einer in den Randbereichen konzentrierten Bewehrung

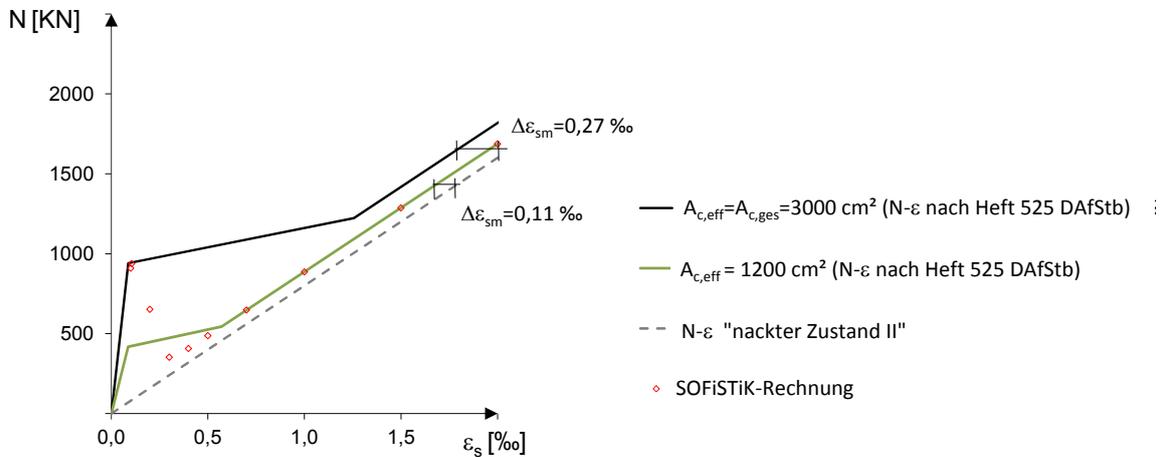


Bild 3.36: Vergleich des Last-Verformungsverhaltens eines zentrisch gezogenen Bauteils mit unterschiedlich großem Ansatz der mitwirkenden Bereiche der Bewehrung bei der Handrechnung nach DAFStb Heft 525 und SOFiSTiK-Rechnung

Anhand einfacher Beispielberechnungen konnte die Abbildung des Tension Stiffenings durch die nichtlinearen Schalenelementen des Programms SOFiSTiK verifiziert werden. Es wurde gezeigt, dass die Erfassung des Tension Stiffenings von der Wahl des effektiven Zugbereiches, in dem die Bewehrung verschmiert angeordnet wird, bestimmt wird. Daher sollten die Wirkungsbereiche der Bewehrung in Bezug auf die jeweilige Problemstellung über die angepasste Elementgröße entsprechend gewählt und aufeinander abgestimmt werden.

3.5.2 Schubkraftübertragung in gerissenen Bereichen

Die Übertragung von Schubkräften spielt bei Stahlbeton- und Spannbetontragwerken eine wichtige Rolle. Sie erfolgt im Zustand II durch die folgenden vier Mechanismen:

- Schubübertragung durch ungerissene Betonbereiche
- Zugkräfte in einer den Riss kreuzenden Bewehrung
- Verzahnungswirkung unebener Rissufer (Aggregate Interlock)
- Verdübelungswirkung der Bewehrung (Bügel, Längsbewehrung, Spannglieder)

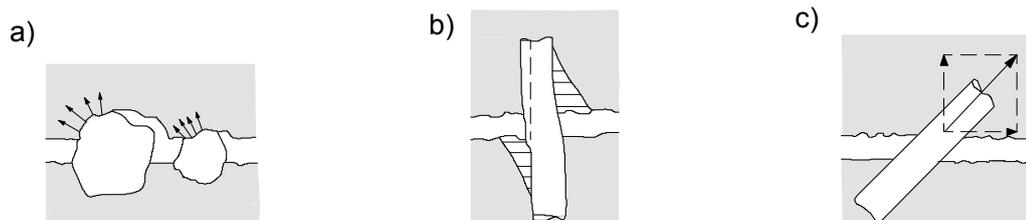


Bild 3.37: Übertragung von Schubkräften im gerissenen Zustand a) Rissverzahnung, b) Dübelwirkung der Bewehrung, c) Aufnahme der Kräfte durch den Riss kreuzende Bewehrung

Die beiden ersten Tragmechanismen werden bereits durch eine mehrdimensionale Modellierung des Bauteils mit Schalen- oder Volumenelementen mit über die Trägerlänge verschmierter oder diskreter Schubbewehrung hinreichend genau abgebildet. Bei einer Rissbildung werden die Schubkräfte über die noch ungerissenen Elemente sowie in den gerissenen Bereichen durch die Stahl-Layer aufgenommen. Soll durch eine nichtlineare Berechnung das Trag- und Verformungsverhalten eines Bauteils mit Querkraft- oder Torsionsbeanspruchung über alle Belastungsstufen möglichst wirklichkeitsnah simuliert werden, bedarf es auch der realitätsnahen Berücksichtigung der beiden anderen Mechanismen.

Im gerissenen Zustand ist der Beton durch die rauen Rissoberflächen, die bei einer gegenseitigen parallelen Verschiebung beider Rissufer durch Verzahnung einen Widerstand gegenüber Schubverformungen leisten, in der Lage, über Risse Schubkräfte zu übertragen. Auf Grundlage umfangreicher experimenteller und theoretischer Untersuchungen zur Verzahnungswirkung der Rissufer wurde von *Walraven* [62] ein Modell zur Erfassung der Zusammenhänge zwischen den Spannungen normal und tangential zum Riss und der dazugehörigen Rissuferverschiebung sowie Rissbreite hergeleitet. In Bezug auf die Dübelwirkung kamen *Walraven* [62] wie auch weitere Forscher ([63], [64]) zu der Einschätzung, dass diese an der gesamten Schubübertragung über den Riss nur einen geringen Anteil von etwa 10 % ausmacht. Daher wird die Dübelwirkung in der Regel vernachlässigt.

Bei der Modellierung von Stahlbetonbauteilen mit finiten Elementen auf Grundlage der verschmierten Rissbildung mit fester Rissrichtung kann die Erfassung der Schubkraftübertragung über Risse im Beton durch eine Modifikation des Schubmoduls

mittels des sogenannten „shear retention“ Faktors erfolgen. In der Literatur sind hierzu zahlreiche recht unterschiedliche Ansätze zu finden (Bild 3.38). Einige Forscher reduzieren die Schubsteifigkeit nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit direkt auf Null. Andere dagegen vermindern den Schubmodul mit einem konstanten Faktor um die noch über den gerissenen Beton durch Rissverzahnung übertragbaren Schubkräfte zu erfassen. Zu finden sind auch Ansätze, die den Schubmodul in Abhängigkeit von der Rissbreite reduzieren. Eine detaillierte Zusammenstellung der Ansätze ist in [62] zu finden.

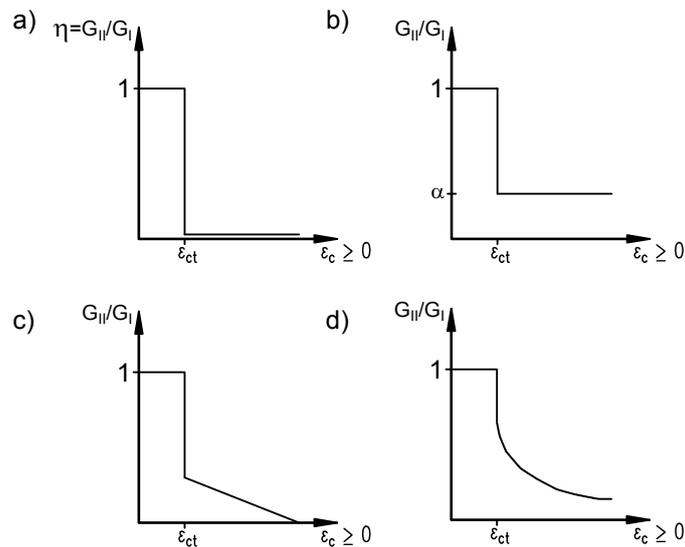


Bild 3.38: Verschiedene Ansätze zur Abminderung der Schubsteifigkeit im Zustand II [65]

Aufbauend auf dem Modell von *Walraven* zur Beschreibung der Schubübertragung in bewehrten und unbewehrten Rissen entwickelte beispielsweise *Kolmar* [65] auf Grundlage theoretischer Überlegungen und umfangreicher Parameterstudien ein Modell zur Beschreibung der Schubsteifigkeit im Zustand II. Dabei wird der Abminderungsfaktor in Abhängigkeit vom Verzerrungszustand bzw. den Dehnungen senkrecht zum Riss und dem Bewehrungsgrad bestimmt (Bild 3.39). Dabei unterscheidet *Kolmar* zwischen in einer und in zwei Richtungen gerissenen Elementen.

$$G_{II} = \eta \cdot G_I$$

$$\eta = - \frac{\ln \frac{\epsilon_m}{c_1}}{c_2}$$

mit

$$c_1 = 7,0 + 5,0 \frac{\rho - 0,005}{0,015}$$

$$c_2 = 10,0 - 2,5 \frac{\rho - 0,005}{0,015}$$

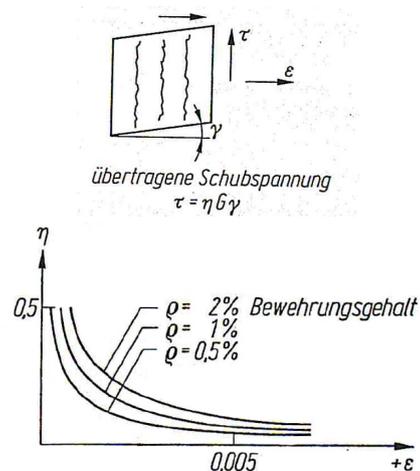


Bild 3.39 Berechnung der Schubsteifigkeit eines in einer Richtung gerissenen Elementes nach [65]

Im Rahmen seiner Untersuchungen überprüfte *Kolmar* neben seiner eigenen Formulierung zur Abminderung der Schubsteifigkeit im gerissenen Zustand II unter anderem auch den einfachen Ansatz mit einer pauschalen Abminderung des Schubmoduls auf Eignung durch Nachrechnung von Versuchen. Nachfolgend wird auf die Nachrechnung der Scheibenversuche von *Vecchio/Collins* [66] näher eingegangen. Bei den von *Kolmar* ausgewählten Versuchsscheiben ist zu unterscheiden zwischen Scheiben mit annähernd gleichem oder unterschiedlichem Bewehrungsgrad in den beiden Bewehrungsrichtungen. Bei den gegebenen Versuchsrandbedingungen (Bewehrungsanordnung, Belastungsrichtung) findet bei gleichem Bewehrungsgrad in beiden Richtungen keine Schubübertragung über die Risse statt. Die Belastung bezogen auf einen Riss erfolgt senkrecht zur Rissebene (Bild 3.40). Die beiden Bewehrungsnetze haben dabei ein Winkel von 45° zur Rissrichtung. Bei gleichen Steifigkeiten der beiden Bewehrungen wird die Zugkraft gleichermaßen von der Längs- und Querbewehrung aufgenommen. Über den Riss wird keine Kraft durch einen Betontraganteil übertragen. Daher beeinflussen die der Nachrechnung jeweils zugrunde gelegten Schubsteifigkeiten das Ergebnis nicht. Eine Variation des Abminderungsfaktor η zwischen 0,05 und 1 wirkt sich dabei kaum auf die in der FE-Rechnung aufnehmbaren Bruchlasten aus. Alle Werte für η zwischen 0,05 und 1 führen daher zu einer guten Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung.

Bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden in beiden Richtungen erfolgt dagegen ein Teil der Schubkraftübertragung durch Rissverzahnungskräfte im Beton über den Riss. Die Nachrechnung dieser Bauteile ergab die beste Übereinstimmung mit eher geringen pauschalen Abminderungsfaktoren der Schubsteifigkeit von $\eta = 0,05$ bis 0,1. Bei größeren Werten von η wurden die Bruchlasten in der Nachrechnung teilweise deutlich gegenüber den Versuchswerten überschätzt. Der Ansatz des Abminderungsfaktors nach *Kolmar* führte in allen Fällen zu einer guten Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung.

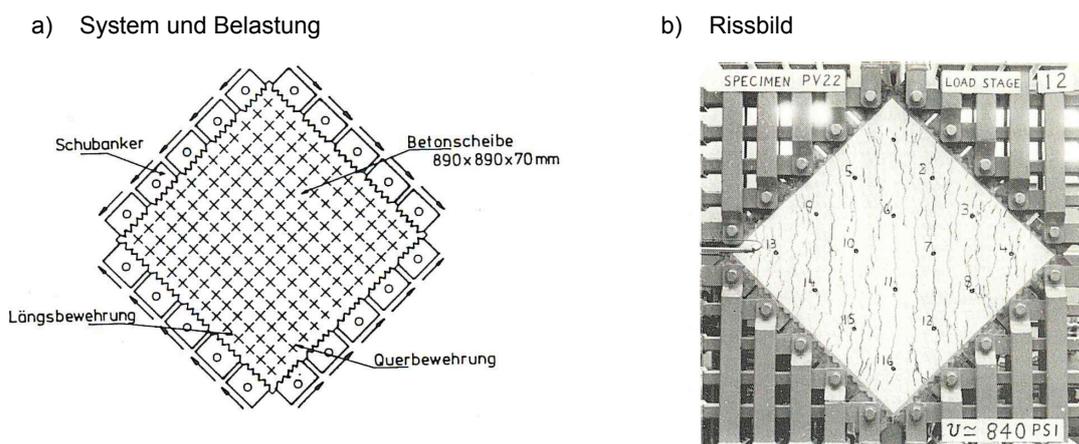


Bild 3.40: Versuchsscheibe von Vecchio/Collins [66]

Anzumerken ist, dass im Fall der von *Vecchio/Collins* untersuchten Scheiben ein über das gesamte Bauteil annähernd konstanter zweiachsialer Spannungszustand vorlag. Bei Überschreitung der Risschnittgröße kann daher von über die gesamte Fläche gerissenen

Bauteilen ausgegangen werden (Bild 3.40 b)). Bei üblichen Tragwerken ist die Verteilung der Beanspruchung innerhalb der Bauteile ungleichmäßig, so dass eine pauschale Abminderung der Schubsteifigkeit nicht immer zielführend sein wird. Im Kapitel 6 werden Untersuchungen an Bauteilen unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Torsion durchgeführt. Die Betrachtungen zeigen, dass nur mit einem beanspruchungsabhängigen Abminderungsfaktor das Last-Verformungsverhalten bzw. die Steifigkeiten unter unterschiedlichen Lastniveaus realitätsnah beschrieben werden können.

In seiner Arbeit führte *Kolmar* darüber hinaus Vergleichsrechnungen an Stahlbetonversuchsbalken mit Querkraftversagen mit und ohne Querkraftbewehrung durch. Bei der Nachrechnung des Versuchsbalkens ohne Querkraftbewehrung zeigte sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Simulationsrechnung bei einer Abminderung der Schubsteifigkeit auf 1% bis 10%. Eine Reduktion der Schubsteifigkeit auf 10% bis 20% führte bei dem Bauteil mit Querkraftbewehrung zur besten Übereinstimmung mit dem Versuch. Bei diesen Betrachtungen ist die reduzierte Schubsteifigkeit in den gerissenen Bereichen als eine mittlere Schubsteifigkeit über das gesamte Bauteil anzusehen. Gegenüber den Versuchsscheiben von *Vecchio/Collins* war der Spannungszustand über die Bauteile veränderlich, sodass in den gerissenen Elementen unterschiedliche Spannungs-Verzerrungszustände herrschten und die tatsächlichen Steifigkeiten über das Bauteil variierten.

Ist die Untersuchung des Bruchzustandes eines schubbeanspruchten Bauteils von Interesse, kann in einfach gelagerten Fällen ein pauschaler Abminderungsfaktor zwischen 10-20 % ausreichend sein. Steht dagegen die realitätsnahe Ermittlung der Schub- oder Torsionssteifigkeiten unter einem gegebenen Lastniveau im Vordergrund, wird die von *Kolmar* vorgeschlagene Formulierung unter Berücksichtigung des Spannungs-Dehnungszustandes im gerissenen Element dem tatsächlichen Bauteilverhalten besser gerecht.

Durch die Abminderung der Schubsteifigkeit mittels des „shear Retention“ Faktors (Schubentfestigungsfaktor) wird bei dem Rissmodell mit fester Rissrichtung der Abfall der übertragbaren Betonschubspannungen in der Rissebene berücksichtigt.

Das Programm SOFiSTiK berücksichtigt diesen Zusammenhang jedoch nicht. Bei Rissbildung werden dem Beton keine Schubspannungen zugewiesen ($\eta=0$). Im Rechenmodell erfolgt die Schubübertragung ausschließlich über den Bewehrungsstahl. Diese Annahme führt in der Simulation zu einem stärkeren Abfall der Schubsteifigkeit gegenüber dem Abfall in realen Versuchen.

Die Verifizierung des Rechenmodells hinsichtlich der Schubübertragung mit Schalenelementen auf Grundlage der Layermodellierung im Programm SOFiSTiK erfolgt durch zwei Grenzfallbetrachtungen an einem bewehrten Betonelement. Hierbei werden die zwei in Bild 3.41 dargestellten Fälle untersucht. Zunächst wird das Element durch eine Zugkraft beansprucht (Fall 1). Dieser Lastfall wird als Primärlastfall zugrunde gelegt. Dabei werden die Spannungen und Dehnungen, die sich hierbei ergeben, für die Folgebelastrung als Ausgangszustand zugrunde gelegt. Entspricht die aufgebrachte Zugkraft der Risschnittgröße F_{cr} bildet sich ein Riss senkrecht zur Krafrichtung. Im Rechenmodell wird keine Übertragung der Schubkraft durch Rissreibung oder Verdübelungswirkung

berücksichtigt daher kann auch die kleinste Horizontallast aus dem Folgelastfall (LF 2) nicht aufgenommen werden und das Element versagt rechnerisch. In diesem Fall kann die Horizontallast auch nicht von der Bewehrung übertragen werden, da der Riss durch das orthogonale Bewehrungsnetz nicht in Richtung der Schubkräfte wirksamen Kraftkomponenten gekreuzt wird.

Im Fall 2 werden die Zugkraft und die Horizontallast gleichzeitig aufgebracht. Dabei wird die Zugkraft zunächst in Höhe der zentrischen Risszugkraft aufgebracht. Die Horizontallast ist dabei mit 2 % der Risszugkraft sehr gering. Die sich einstellende Rissrichtung entspricht der Hauptspannungsrichtung zu Beginn der Rissbildung, sobald die Hauptspannung die Zugfestigkeit überschreitet. Durch das gleichzeitige Aufbringen der Lasten ergibt sich ein geringfügig geneigter Riss. Bei Rissbildung kann daher die Horizontallast durch die orthogonal angeordnete Bewehrung mit ihren Kraftkomponenten parallel zum Riss abgetragen werden. Bereits eine geringfügige Rissneigung gegenüber der orthogonal angeordneten Bewehrung reicht hier aus um die Tragwirkung der Bewehrung im Rechenmodell zu aktivieren. In Bild 3.42 sind die Ergebnisse einer Berechnung dargestellt bei der die Zugkraft bei konstanter Horizontallast stetig gesteigert wurde. Dabei zeigt sich für das untersuchte Beispiel ein deutlicher Abfall der Schubsteifigkeit bei Rissbildung auf etwa 5 % der Steifigkeit im Zustand I. Der Abfall bleibt durch die Steigerung der Zugkraft nach dem Erreichen der Zugfestigkeit nahezu unverändert.

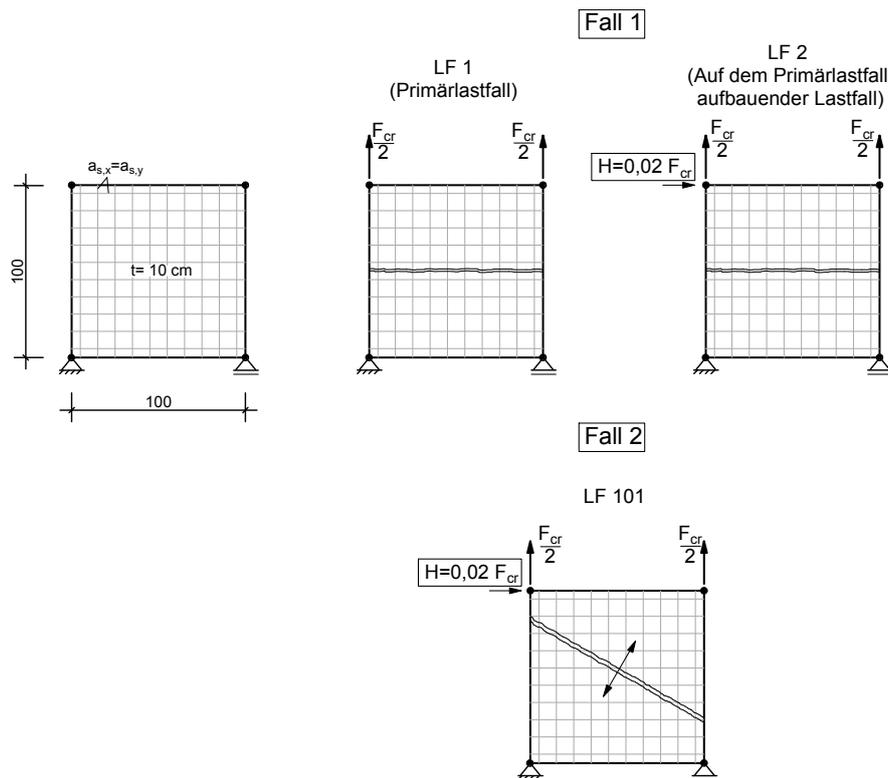


Bild 3.41: Übertragung der Schubspannungen bei Rissbildung

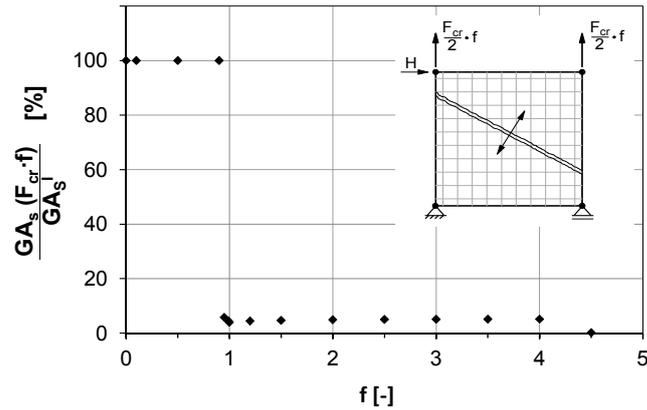


Bild 3.42: Abfall der Schubsteifigkeit bei Rissbildung

Die Vereinfachung von SOFiSTiK bezüglich des „shear retention“ Faktors wird sich bei Versuchsnachrechnungen auf die erreichbaren Versagenslasten nur dann bemerkbar machen, wenn im Versuch tatsächlich nennenswerte Schubkräfte über Rissreibung übertragen wurden.

Eine weitere Problemstellung, bei der der Ansatz des „shear retention“ Faktors zum Tragen kommt, ist eine realitätsnahe Erfassung der Schub- und Torsionssteifigkeit von Bauteilen unter unterschiedlichen Belastungsniveaus. Bei der Berechnung von kippgefährdeten Trägern ist die Torsionssteifigkeit für die Verdrehung des Trägers entscheidend und beeinflusst damit die Beanspruchung aus Theorie II. Ordnung. Durch das Rechenmodell von SOFiSTiK wird aufgrund der Vernachlässigung des „shear retention“ Faktors der Anteil der gerissenen Betonbereiche an der Torsionssteifigkeit vernachlässigt. Der Verdrehwiderstand wird daher ausschließlich durch die noch ungerissenen Elemente, insbesondere in der Biegedruckzone realisiert. Ausführliche Untersuchungen zu dieser Problemstellung sind im Kapitel 6 zu finden.

3.6 Scheibenelemente aus Stahlbeton

3.6.1 Scheibenelemente unter Druck-Zug Beanspruchung

Bei unbewehrten Betonbauteilen tritt ein Abfall der Druckfestigkeit bereits bei geringen Quersugbeanspruchungen unterhalb der Betonzugfestigkeit auf. Ist die Betonzugfestigkeit erreicht, tritt Betonzugversagen in Form eines Trennbruchs ein. Im Gegensatz dazu werden bei bewehrten Bauteilen die im Riss frei werdenden Zugkräfte auf die Bewehrung umgelagert. Vorausgesetzt wird dabei eine entsprechende Mindestbewehrung (Robustheitsbewehrung). Über die ungerissenen Betonprismen zwischen den Rissen können weiterhin Druckspannungen parallel zu den Rissen übertragen werden. Durch die Verbundwirkung der Bewehrung werden Quersugspannungen in die Betonprismen zwischen den Rissen eingeleitet, die zu einer Abminderung der Druckfestigkeit führen. Einen weiteren festigkeitsmindernden Effekt haben die unebenen Rissoberflächen, die zu Einschnürungen der Querschnittsflächen der lastabtragenden Betonprismen führen.

In der Vergangenheit wurden zahlreiche Untersuchungen an Stahlbetonscheiben unter Druck bei gleichzeitigem Quersug durchgeführt, eine Zusammenstellung ist in [67] enthalten. Dabei stellten alle Forscher einen Abfall der Druckfestigkeit fest. Allerdings weisen die anhand der Versuchsergebnisse abgeleiteten Werte eine große Bandbreite auf. In den internationalen Regelwerken sind daher auch recht unterschiedliche Regelungen für die Abminderung der Druckfestigkeit zu finden. Der Abminderungswert wurde in der DIN EN 1992-1-1 bei Rissen parallel zur Druckbeanspruchung mit $\alpha_c=0,75$ festgelegt.

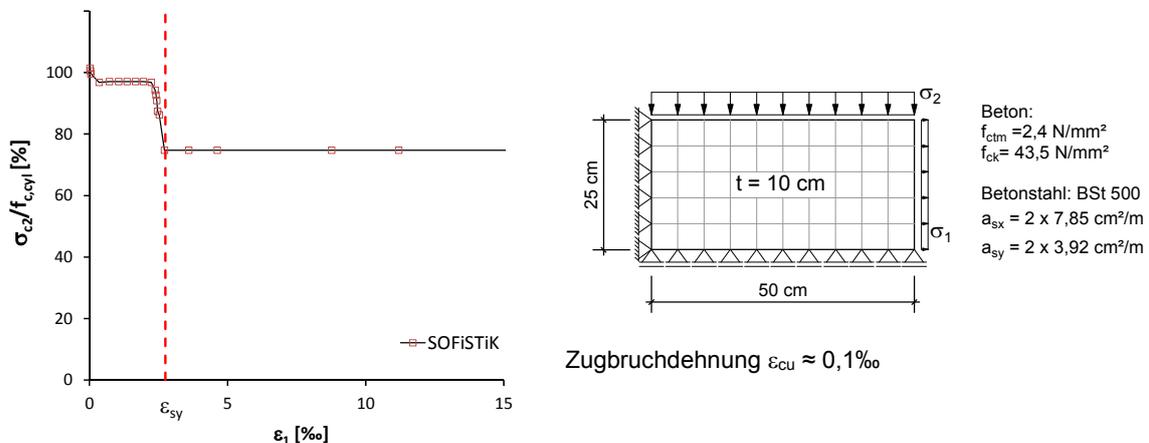


Bild 3.43: Abminderung der Druckfestigkeit in Abhängigkeit von der Quersugdehnung durch das Programm SOFiSTiK

Die aufnehmbaren Druckspannungen bei gleichzeitiger Querdehnung werden durch das Programm SOFiSTiK in Abhängigkeit von der mittleren Dehnung der Stahllayer entsprechend Bild 3.43 abgemindert. Ist die Fließdehnung erreicht, wird die Druckfestigkeit analog zur Festlegung der DIN EN 1992-1-1 auf 75 % reduziert.

Im Folgenden werden repräsentative Versuche an Stahlbetonscheiben einer Versuchsserie (Serie 4) aus [67] nachgerechnet. Bei den Versuchen wurde zunächst eine Querbelastung in Form einer Zugdehnung aufgebracht. Die Dehnung wurde über den gesamten Versuch konstant gehalten. Anschließend wurde senkrecht dazu eine Druckbeanspruchung aufgebracht und kontinuierlich bis zum Versagen gesteigert. Um den Einfluss der Querdehnung auf die Druckfestigkeit zu untersuchen, wurden mehrere Versuche mit veränderlichen Zugdehnungen zwischen 0,65 ‰ und 25% durchgeführt.

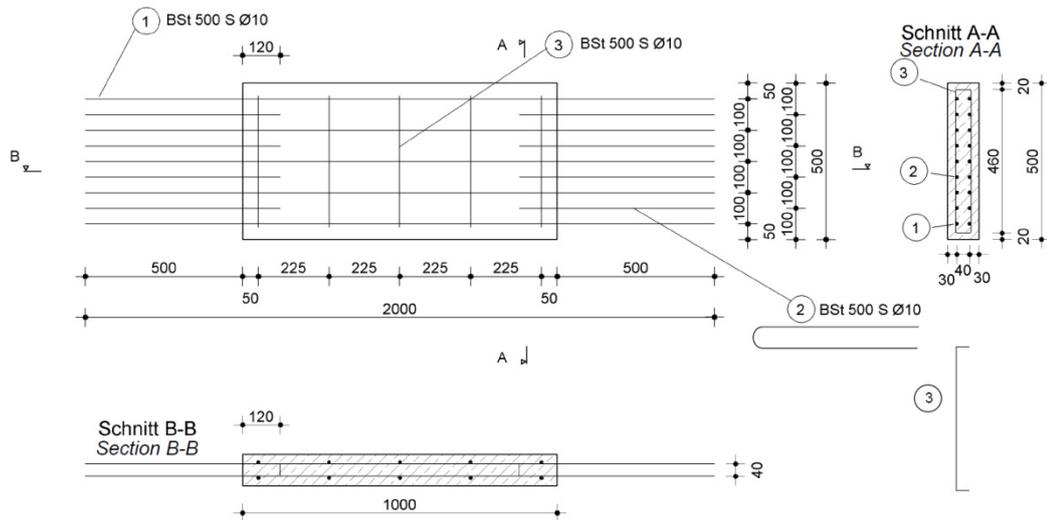


Bild 3.44: Konstruktive Ausbildung der Stahlbetonscheiben aus [67]

Begleitend zu den Versuchen wurde die Druckfestigkeit des Betons an Prüfzylindern bestimmt. Außerdem wurden die Druckfestigkeit an unbewehrten und bewehrten Scheiben ohne Vorgabe einer Quervordehnung bestimmt. Dabei zeichnete sich ein Abfall der Druckfestigkeit von bewehrten gegenüber unbewehrten Scheiben ab. In [67] wird dieser Abfall auf eine Störwirkung der Bewehrung zurückgeführt. Effekte, die mit der konstruktiven Durchbildung der Bauteile im Zusammenhang stehen, werden durch das FE-Modell nicht erfasst. Bei der Nachrechnung müssen diese Einflüsse daher angemessen berücksichtigt werden. In diesem konkreten Fall wird eine Abminderung der für die Berechnung zugrunde gelegten Zylinderdruckfestigkeit gegenüber den an Prüfzylindern bestimmten Werten gemäß dem Vorschlag in [67] vorgenommen.

Für die Nachrechnung ergibt sich danach die Zylinderdruckfestigkeit wie folgt:

$$f_{c,cyl,red} = \alpha \cdot \alpha_{c,det} \cdot f_{c,cyl} \quad (3.11)$$

mit

$\alpha = 0,95$ Umrechnung der Prüfzylinderfestigkeit auf die Bauteilfestigkeit

$\alpha_{c,det} = 0,87$ Einfluss aus Störwirkung der Bewehrung für die Versuchsserie 4 [67]

Bei der Auswertung der Versuche wurde in [67] die maximal erreichte Druckfestigkeit ins Verhältnis zur Druckfestigkeit der Prüfzylindern $f_{c,cyl}$ ohne eine Berücksichtigung der oben

genannten Abminderungsfaktoren gesetzt. Die SOFiSTiK-Ergebnisse werden ebenfalls auf diesen Wert bezogen. Die Versuchsergebnisse werden durch die Schalelemente von SOFiSTiK zufriedenstellend erfasst (Bild 3.45).

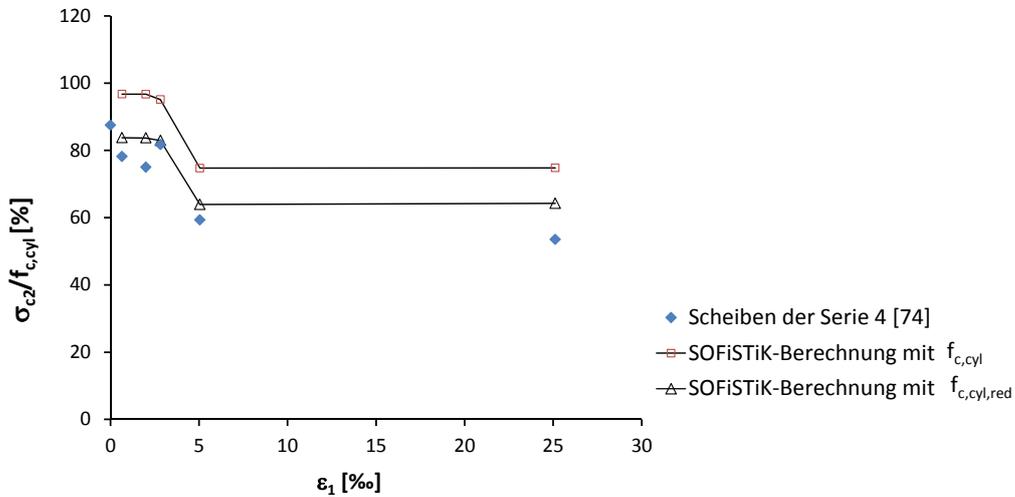


Bild 3.45: Vergleich der Versuchen von Fehling et al. [67] und der SOFiSTiK-Rechnung im Hinblick auf die Abminderung der Betondruckfestigkeit infolge der Querdehnung ϵ_1

In Bild 3.46 bis Bild 3.47 sind die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen exemplarisch für zwei Versuche mit einer Zugdehnung unterhalb und oberhalb der Fließdehnung dargestellt. Der Vergleich der Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung zwischen Versuch und Nachrechnung zeigt eine gute Übereinstimmung. Die Steifigkeiten der Bauteile werden sowohl im Zustand I als auch Zustand II gut abgebildet. Der Vergleich der Druckspannungs-Stauchungs-Beziehung zeigt ebenfalls eine gute Übereinstimmung.

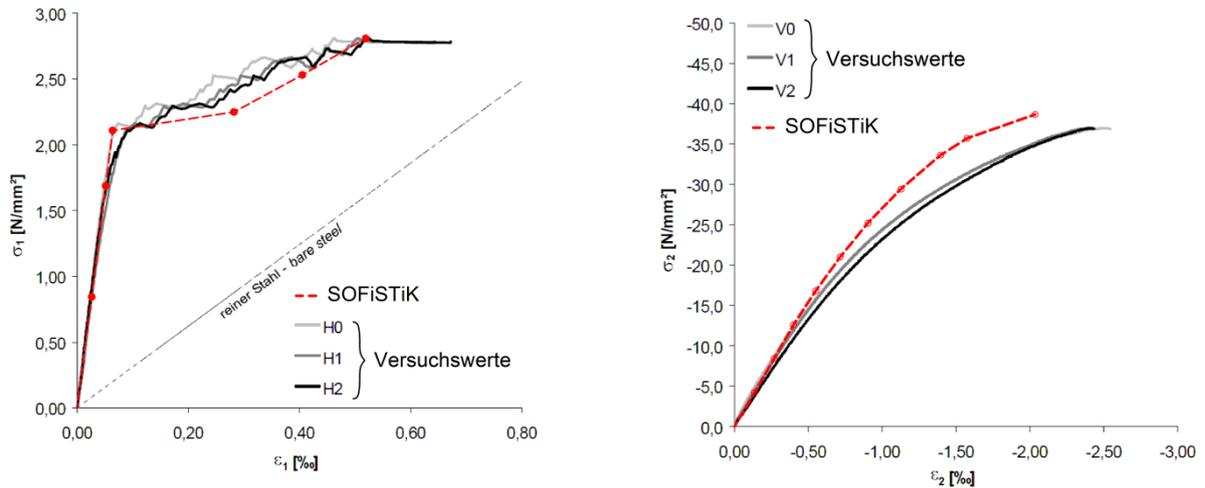


Bild 3.46: Versuch 005VK3 aus [67] mit einer Anfangszugdehnung $\epsilon_1 = 0,65$ ‰: Gegenüberstellung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Versuch und Nachrechnung

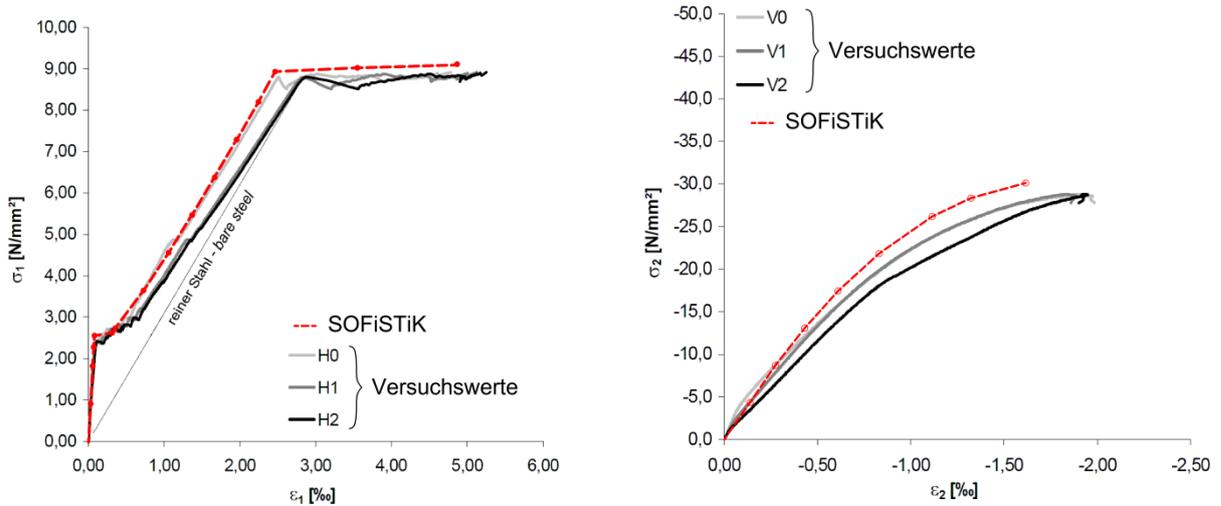


Bild 3.47: Versuch 050VK2 aus [67] mit einer Anfangszugdehnung von $\varepsilon_1 = 5,0$ %: Gegenüberstellung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Versuch und Nachrechnung

3.6.2 Scheibenelemente unter Schub

Die Modellierung von Scheibenelementen aus Stahlbeton unter einer Schubbeanspruchung wurde bereits im Abschnitt 3.5.2 im Zusammenhang mit der Schubkraftübertragung in gerissenen Bereichen behandelt.

3.6.3 Zusammenfassende Wertung

In den Stegen von kippgefährdeten Trägern treten ebene Spannungszustände im Zustand I und Zustand II auf, die zu vergleichbaren Beanspruchungen führen wie die hier untersuchten bewehrten Scheibenelemente. Die Stahlbetonscheiben können wie ein repräsentatives Element als Ausschnitt aus dem Steg eines schlanken Trägers aufgefasst werden.

Es konnte gezeigt werden, dass das entsprechende Bauteilverhalten durch die nichtlinearen Schalenelemente mit dem Programmsystem SOFiSTiK wirklichkeitsnah abgebildet werden kann.

3.7 Auswirkungen von Kriechen und Schwinden

Kriechen

Kriechen des Betons unter Dauerlasten führt zu einer zeitabhängigen Zunahme der Dehnungen und Verformungen. Stahlbetonbauteile im Zustand I kriechen sowohl in der Druck- als auch in der Zugzone. Im gerissenen Zustand II kriecht dagegen nur der Beton in der Druckzone, die Stahldehnungen in der Zugzone bleiben dabei nahezu unverändert. Daher ist der Einfluss des Kriechens auf das Verformungsverhalten von gerissenen Bauteilen wesentlich geringer als bei Bauteilen im Zustand I.

Neben den Auswirkungen auf das Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen führt das Kriechen des Betons in druckbeanspruchten Querschnittsteilen zu Spannungumlagerungen vom Beton auf den Stahl. Aufgrund des Verbundes muss der Stahl aus Verträglichkeitsgründen der Stauchung des Betons infolge Kriechens folgen. Dabei werden durch die aufgezwungene Betonstauchung zusätzliche Druckspannungen im Stahl aufgebaut. Aus Gleichgewichtsgründen entstehen im Beton Zugspannungen die sich den Druckspannungen aus den äußeren Lasten überlagern. Dadurch werden die Druckspannungen im Beton infolge der äußeren Lasten zum Teil abgebaut.

Schwinden

Die Schwindverkürzung wirkt analog zum Kriechen ausschließlich auf den Beton und wird durch die nicht schwindende Bewehrung zum Teil behindert. Dadurch entsteht im Verbundquerschnitt zwischen Bewehrungsstahl und Beton ein Eigenspannungszustand mit Zugspannungen im Beton und Druckspannungen im Stahl. Die Höhe der Eigenspannungen ist vom Bewehrungsgehalt abhängig. Durch die Zugeigenspannungen im Beton wird ein Teil der vorhandenen Zugfestigkeit aufgebraucht und die Bauteile gehen unter einem geringeren Lastniveau in den gerissenen Zustand II über. In der Druckzone eines Bauteils führt das Schwinden zu einem Anstieg der Druckkräfte in der Bewehrung. Die Auswirkungen dieser Eigenspannungen müssen bei Verformungsberechnungen und Berechnungen nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt werden.

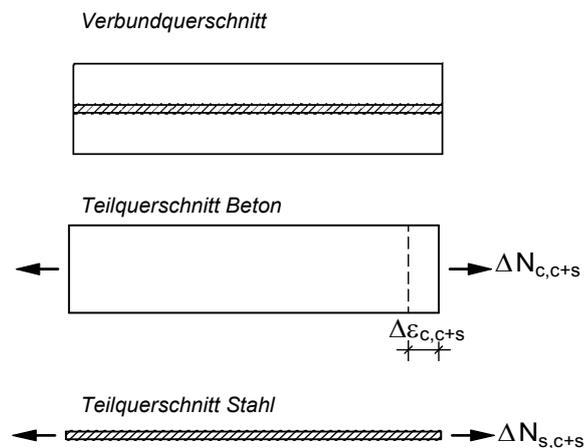


Bild 3.48: Eigenspannungszustand infolge Kriechen und Schwinden des Betons

Die Spannungsumlagerung infolge Kriechens und Schwindens des Betons werden im Folgenden am Beispiel eines Druckstabes aus Stahlbeton (Bild 3.48) hergeleitet.

Zunächst wird die Verteilung der Druckkraft auf den Beton und Bewehrungsstahl zum Zeitpunkt $t=0$ bestimmt.

Gleichgewichtsbedingungen:

$$N = N_c + N_s \quad (3.12)$$

Stoffgesetz:

$$N_c = \varepsilon_c \cdot E_c \cdot A_n \quad (3.13)$$

$$N_s = \varepsilon_s \cdot E_s \cdot A_s \quad (3.14)$$

Verträglichkeitsbedingungen:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s \quad (3.15)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} N &= N_c + N_s \\ &= \varepsilon_c \cdot (E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s) \\ \varepsilon_c &= \frac{N}{E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s} = \frac{N}{E_c A_i} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die Aufteilung der Normalkraft auf die Bewehrung und den Beton erfolgt in Abhängigkeit von deren Querschnittsanteilen an der ideellen Querschnittsfläche A_i :

$$\begin{aligned} N_c &= \varepsilon_c \cdot E_c \cdot A_c \\ &= N \cdot \frac{E_c \cdot A_n}{E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s} \\ &= N \cdot \frac{A_n}{A_i} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} N_s &= \varepsilon_s \cdot E_s \cdot A_s \\ &= N \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s} \\ &= N \cdot \frac{\alpha_E \cdot A_s}{A_i} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\text{mit } \alpha_E = \frac{E_s}{E_c}$$

Die Normalkraftumlagerung infolge Kriechens und Schwindens ergibt sich wie folgt (Bild 3.48):

Gleichgewicht (Eigenspannungszustand):

$$\Delta N_{c,c+s} + \Delta N_{s,c+s} = 0 \quad (3.19)$$

Stoffgesetz:

$$\Delta N_{c,c+s} = \Delta \varepsilon_{c,c+s} \cdot E_c \cdot A_n \quad (3.20)$$

$$\Delta N_{s,c+s} = \Delta \varepsilon_{s,c+s} \cdot E_s \cdot A_s \quad (3.21)$$

Verträglichkeitsbedingungen:

$$\Delta \varepsilon_{c,c+s} = \Delta \varepsilon_{s,c+s} \quad (3.22)$$

$$\Delta \varepsilon_{c,c+s(t_1)} = \frac{\sigma_{c(t_0)}}{E_{c0}} \cdot \varphi_{(t_0,t_1)} + \frac{\Delta \sigma_{c(t_1)}}{E_{c0}} (1 + \rho \varphi_{(t_0,t_1)}) + \varepsilon_{cs(t_1)} \quad (3.23)$$

Daraus folgt:

$$\frac{\Delta N_{s,c+s}}{E_s \cdot A_s} = \frac{N_{c(t_0)}}{E_c \cdot A_n} \cdot \varphi_{(t_0,t_1)} + \frac{\Delta N_{c,c+s(t_1)}}{E_c \cdot A_n} (1 + \rho \varphi_{(t_0,t_1)}) + \varepsilon_{cs(t_1)}$$

$$\text{mit } \Delta N_{c,c+s} = -\Delta N_{s,c+s}$$

$$\frac{\Delta N_{s,c+s}}{E_s \cdot A_s} + \frac{\Delta N_{s,c+s(t_1)}}{E_c \cdot A_n} (1 + \rho \varphi_{(t_0,t_1)}) = \frac{N_{c(t_0)}}{E_c \cdot A_n} \cdot \varphi_{(t_0,t_1)} + \varepsilon_{cs(t_1)}$$

$$\Delta N_{s,c+s} \cdot \left(1 + \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_n} (1 + \rho \varphi_{(t_0,t_1)}) \right) = N_{c(t_0)} \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_n} \cdot \varphi_{(t_0,t_1)} + \varepsilon_{cs(t_1)} \cdot E_s \cdot A_s$$

$$\begin{aligned} \Delta N_{s,c+s} &= \frac{N_{c(t_0)} \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_n} \cdot \varphi_{(t_0,t_1)} + \varepsilon_{cs(t_1)} \cdot E_s \cdot A_s}{1 + \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_n} (1 + \rho \varphi_{(t_0,t_1)})} \\ &= -\Delta N_{s,c+s} \end{aligned} \quad (3.24)$$

SOFiSTiK-Modell

Kriechen

Eine Berechnung unter Berücksichtigung des Kriechens erfolgt im Programm SOFiSTiK in mehreren Schritten unter Verwendung von Primärlastfällen. Dabei wird die Gesamtkriechzahl in Kriechintervalle unterteilt. Die Betonspannungen des jeweiligen Primärlastfalls $\sigma_{c,(t_i)}$ werden mit einem vom Kriechintervall abhängigen Faktor f wie folgt abgemindert:

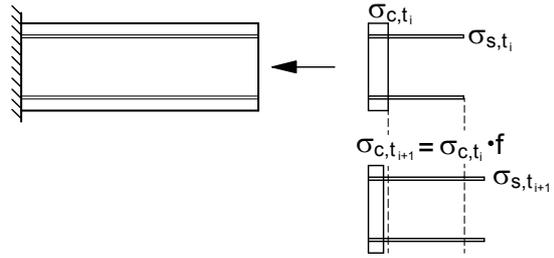
$$\sigma_{c,c(t_{i+1})} = \sigma_{c(t_i)} \cdot f \quad (3.25)$$

mit

$$f = 1 - \Delta\varphi(1 + \rho\Delta\varphi)$$

$\Delta\varphi$ Kriechintervall

ρ Relaxationsbeiwert



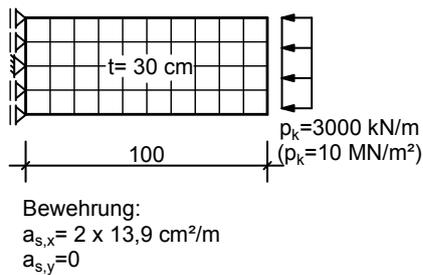
Aufgrund der Reduktion der Betonspannung ist im System kein Gleichgewicht mehr vorhanden. Durch die Umlagerung der vom Beton nicht mehr aufgenommenen Kräfte auf den Stahl stellt sich ein neuer Gleichgewichtszustand ein. Für diesen Gleichgewichtszustand werden die Knotenverschiebungen und daraus die Gesamtdehnungen des Systems neu bestimmt.

Schwinden

Das Schwinden des Betons wird durch die Vorgabe einer Zusatzdehnung des Betons berücksichtigt. Die Dehnung wirkt dabei nur im Beton.

Beispiel

In Bild 3.49 wird am Beispiel eines zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteils die Verteilung der Normalkraftbeanspruchung auf den Beton und den Betonstahl unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden des Betons dargestellt. Dabei werden die Kräfte mit der oben hergeleiteten Gleichung und mit dem Programm SOFiSTiK bestimmt. Die Ergebnisse stimmen exakt überein.



Beton: C 30/37,

Betonstahl: B 500A

Kriech- und Schwindzahlen wurden in Abhängigkeit von der Zeitdauer nach DIN EN 1992-1-1 zugrunde gelegt

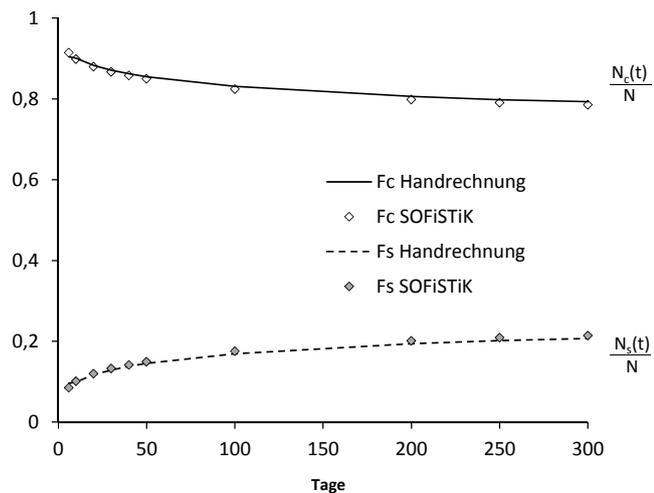


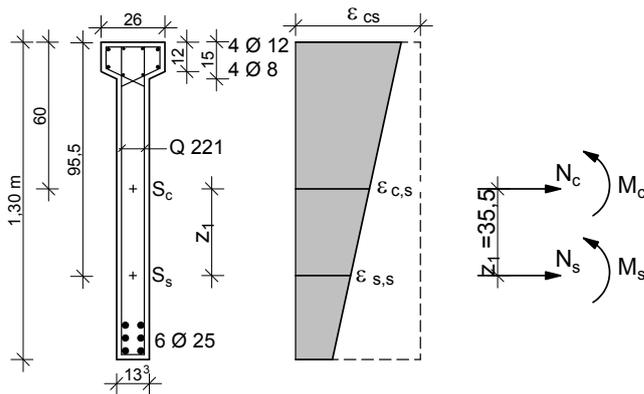
Bild 3.49: Umlagerung von Druckspannungen infolge Kriechen des Betons - Gegenüberstellung Handrechnung und SOFiSTiK-Rechnung

Eigenspannungen und Biegeverformungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons an unsymmetrisch bewehrten Querschnitten

Die Behinderung der Schwindverformung des Betons durch den Stahl führt bei unsymmetrisch bewehrten Querschnitten im Zustand I und gerissenen Querschnitten zu einer Querschnittsverkrümmung und damit zu einer Erhöhung der Biegeverformung. In der Literatur sind zahlreiche Ansätze zur Bestimmung der Schwindkrümmung im Zustand II enthalten. Für die Verifizierung des Rechenmodells im Hinblick auf den Verformungszuwachs infolge Schwindens des Betons erfolgt die Ermittlung der Schwindkrümmung mittels Handrechnung auf Grundlage der Theorie des elastischen Verbundquerschnitts.

Im Folgenden wird das Rechenmodell von SOFiSTiK in Bezug auf Eigenspannungen und Spannungsumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons am Beispiel eines Biegebalkens überprüft. Zunächst werden die Kräfte im Stahl und Beton infolge der Eigenspannungen aus Kriechen und Schwinden für einen Biegeträger hergeleitet. Die Herleitung erfolgt am ungerissenen Querschnitt.

Ermittlung der Kräfte im Beton und Bewehrungsstahl infolge von Eigenspannung infolge des Schwindens und Kriechens des Betons - Herleitung für den Zustand I



Gleichgewicht:

$$N_c + N_s = 0 \tag{3.26}$$

$$M_c = -M_s - N_s \cdot z_1 \tag{3.27}$$

Verträglichkeitsbedingungen:

$$\kappa_c = \kappa_s \tag{3.28}$$

$$\varepsilon_{c,s} = \varepsilon_{s,s} - \kappa_s \cdot z_1 \tag{3.29}$$

Werkstoffgesetz:

$$\kappa_c = \frac{M_c}{E_c I_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) \tag{3.30}$$

$$\kappa_s = \frac{M_s}{E_s I_s} \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_{c,s} = \frac{N_c}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) + \varepsilon_{cs} \quad (3.32)$$

$$\varepsilon_{s,s} = \frac{N_s}{E_s \cdot A_s} \quad (3.33)$$

damit:

$$\frac{M_c}{E_c I_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) = \frac{M_s}{E_s I_s}$$

$$\begin{aligned} M_c &= M_s \cdot \frac{E_c I_c}{E_s I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)} \\ &= M_s \cdot \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)} \end{aligned}$$

Und der Gleichgewichtsbedingung

$$\boxed{M_c = -M_s - N_s \cdot z_1} \quad (3.34)$$

folgt daraus:

$$M_s \cdot \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)} = -M_s - N_s \cdot z_1$$

$$M_s \left(1 + \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)} \right) = -N_s \cdot z_1$$

$$\boxed{M_s = \frac{-N_s \cdot z_1}{\left(1 + \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)} \right)}} \quad (3.35)$$

Ermittlung der Normalkraft im Bewehrungsstahl infolge einer Schwindverkürzung und Kriechen des Betons

Verträglichkeitsbedingung:

$$\varepsilon_{c,s} = \varepsilon_{s,s} - \kappa_s \cdot z_1$$

Werkstoffgesetz:

$$\varepsilon_{c,s} = \frac{N_c}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) + \varepsilon_{cs}$$

$$\varepsilon_{s,s} = \frac{N_s}{E_s \cdot A_s}$$

damit:

$$\frac{N_c}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) + \varepsilon_{cs} = \frac{N_s}{E_s \cdot A_s} - \kappa_s \cdot z_1$$

Unter der Gleichgewichtsbedingung

$$N_s = -N_c$$

folgt daraus:

$$\frac{-N_s}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) + \varepsilon_{cs} = \frac{N_s}{E_s \cdot A_s} - \frac{M_s}{E_s \cdot I_s} \cdot z_1$$

$$\frac{-N_s}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t) + \varepsilon_{cs} = \frac{N_s}{E_s \cdot A_s} - \frac{-N_s \cdot z_1^2}{E_s \cdot I_s \cdot \left(1 + \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)}\right)}$$

$$\varepsilon_{cs} = \frac{N_s}{E_s \cdot A_s} + \frac{N_s \cdot z_1^2}{E_s \cdot I_s \cdot \left(1 + \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)}\right)} + \frac{N_s}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \rho \cdot \varphi_t)$$

$$N_s = -N_c = \frac{\varepsilon_{cs}}{\frac{1}{E_s \cdot A_s} + \frac{z_1^2}{E_s \cdot I_s \cdot \left(1 + \frac{I_c}{\alpha_E I_s} \cdot \frac{1}{(1 + \rho \cdot \varphi_t)}\right)} + \frac{(1 + \rho \cdot \varphi_t)}{E_c \cdot A_c}} \quad (3.36)$$

Es wird der in Bild 3.50 dargestellte Binder mit einer Länge von 18 m betrachtet. Als Vertikalbelastung sind das Eigengewicht und zwei Einzellasten in den Drittelpunkten mit jeweils 50 kN wirksam. Der gewählte Biegebalken entspricht den im Abschnitt 4.2 für die Validierung des Rechenmodells herangezogenen kippgefährdeten Versuchsträgern Nr. 1 und 2 von *Pauli* [1].

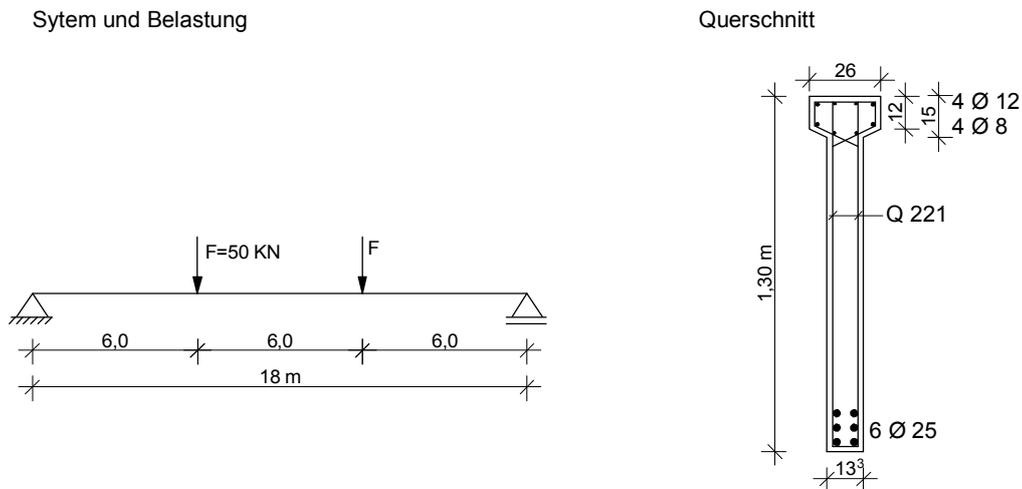


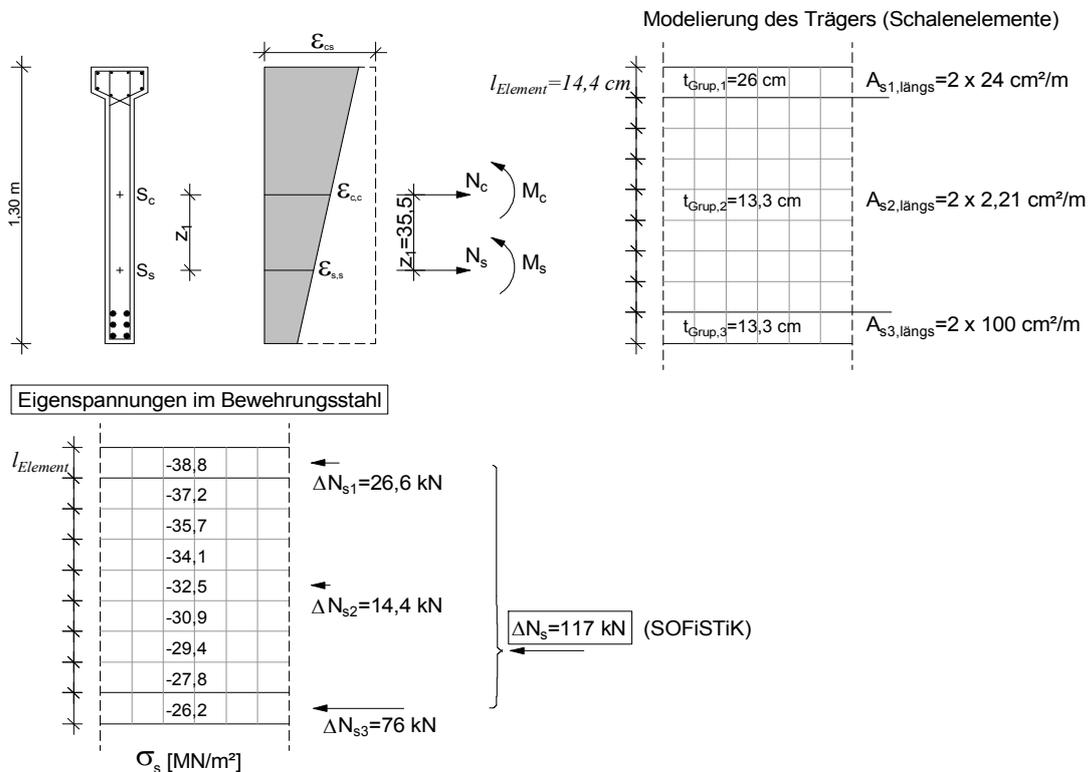
Bild 3.50: Beispiel für die Verifizierung des Rechenmodells im Hinblick auf die Auswirkungen von Kriechen und Schwinden des Betons

Querschnitts-und Werkstoffkennwerte für das gewählte Beispiel:

$E_c = 36.000 \text{ N/mm}^2$	$E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$
$A_c = 1900 \text{ cm}^2$	$A_s = 41,78 \text{ cm}^2$
$I_c = 2.967.000 \text{ cm}^4$	$I_s = 74.245 \text{ cm}^4$
$\rho_s = 0,022$	
$\varepsilon_{cs\infty} = 0,46 \text{ ‰}$	$\varphi_{\infty} = 2,3; \rho = 0,8$

Zunächst sollen die Eigenspannungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons am ungerissenen Querschnitt zwischen der theoretischen Lösung für den elastischen Verbundquerschnitt und der numerischen Berechnung mit SOFiSTiK gegenübergestellt werden. Unter der Annahme, dass die Bauteile i.d.R. unter Dauerlasten eine Betondruckspannung von $\sigma_c \leq 0,4f_{cm}$ nicht überschreiten, wird bei den folgenden Betrachtungen lineares Kriechen vorausgesetzt. Der Vergleich erfolgt anhand der sich im Stahl ergebenden Eigenspannungen. Für diese Betrachtung wird keine Vertikalbelastung angesetzt. Der Berechnung werden lediglich die Kriechzahl mit $\varphi = 1,0$ und die Schwindverkürzung mit $\varepsilon_{cs} = 0,20 \text{ ‰}$ zugrunde gelegt. Die Ergebnisse der SOFiSTiK Rechnung und der Handrechnung sind in Bild 3.51 dargestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung.

Zustand I:



Handrechnung: $\Delta N_s = 121,5 \text{ kN}$

Bild 3.51: Auswertung der FE-Berechnung bei $\varepsilon_{cs} = 0,20 \text{ ‰}$, $\varphi = 1,0$

Die Betrachtung im gerissenen Zustand II erfolgt unter Ansatz der Vertikallasten. Für die Handrechnung werden die Querschnittswerte am gerissenen Querschnitt ermittelt. Dabei wird die Druckzonenhöhe x in Anlehnung an die FE-Berechnung zugrunde gelegt. In Bild 3.52 werden exemplarisch die sich in der SOFiSTiK-Rechnung ergebenden Eigenspannungen in den Bewehrungslayern in Feldmitte ausgewertet.

Die Gegenüberstellung zwischen Hand- und SOFiSTiK-Berechnung im Hinblick auf die Eigenspannungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons sowie den Durchbiegungszuwachs infolge Schwindens erfolgt in Tabelle 3.1.

Zustand II

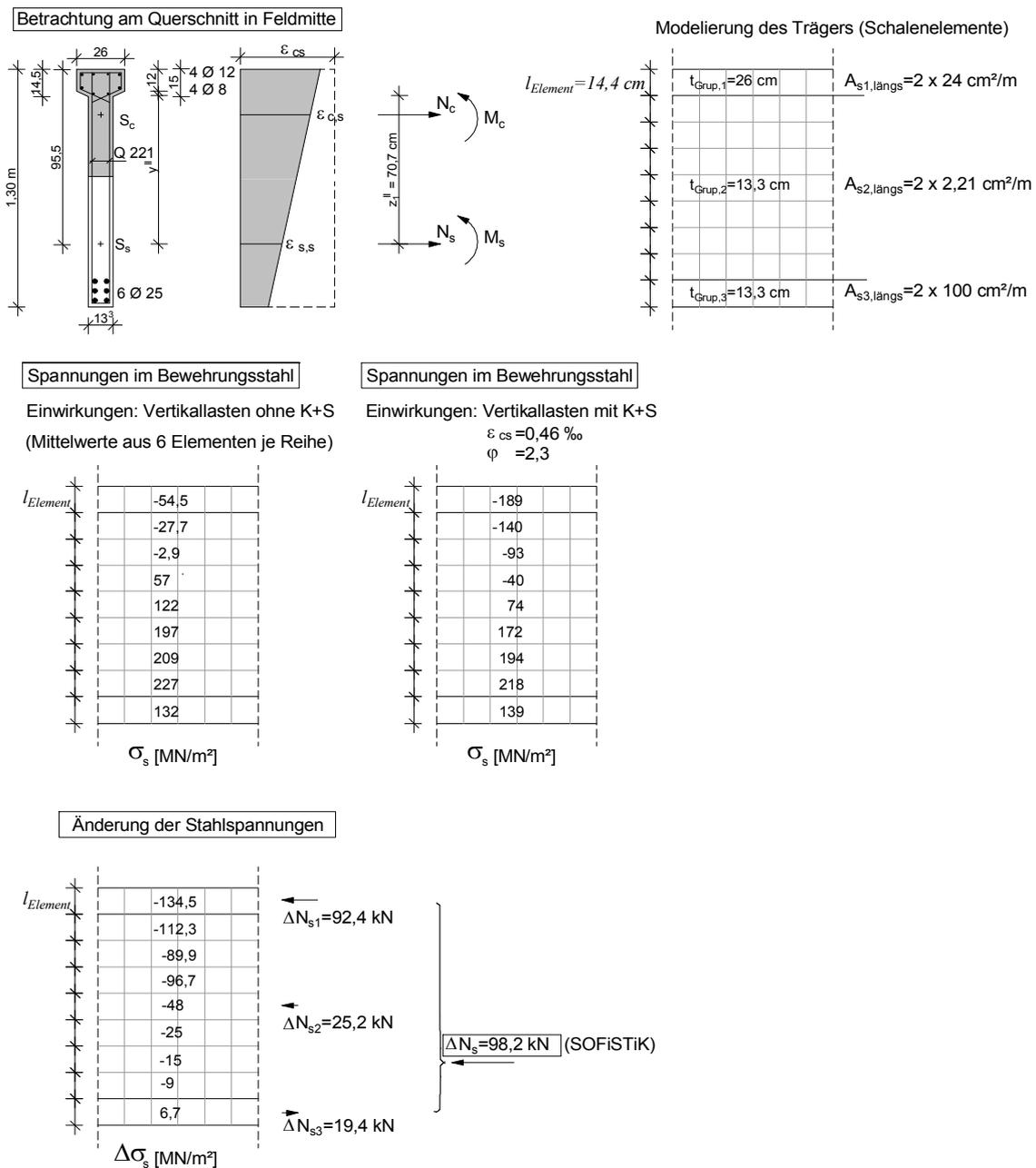


Bild 3.52: Auswertung der FE-Berechnung bei $\epsilon_{cs} = 0,46 \text{ ‰}$, $\varphi = 2,3$

Tabelle 3.1: Vergleich zwischen Handrechnung und SOFiSTiK-Rechnung: Umlagerungskräfte im Stahl infolge Kriechens und Schwindens sowie des Verformungszuwachses infolge Schwindens des Betons

	Handrechnung		SOFiSTiK-Rechnung	
	ΔN_s [kN]	Δw_s [mm]	ΔN_s [kN]	Δw_s [mm]
$\varepsilon_{cs}=0,46\text{‰}$, $\varphi=2,3$	-98,0	14,4	-98,2	14,4
$\varepsilon_{cs}=0,30\text{‰}$, $\varphi=1,5$	-69,0	9,4	-70,3	10,2
$\varepsilon_{cs}=0,20\text{‰}$, $\varphi=1,0$	-48,7	6,3	-46,3	7,4

Die in diesem Abschnitt durchgeführten Beispielberechnungen zum Einfluss des Kriechens und Schwindens des Betons zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der Theorie des elastischen Verbundquerschnitts und dem numerischen Rechenmodell von SOFiSTiK auf Grundlage der FEM.

3.8 Zusammenfassung

Für die Modellierung schlanker Binder beliebiger Geometrie bieten sich nichtlineare Schalenelemente an. Voraussetzung für die Untersuchung des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen auf Grundlage der FEM ist dabei eine realitätsnahe Abbildung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens. In diesem Kapitel wurde die Modellierung der wesentlichen Materialeigenschaften des Stahlbetons bei Anwendung nichtlinearer Schalenelemente des Programmsystems SOFiSTiK durch die Nachrechnung einfacher Versuchskörper und grundlegender Beispiele mit bekannten Lösungen verifiziert. Die Ergebnisse der Untersuchungen gehen mit den zu Grunde gelegten Modellannahmen einher, daher werden im Folgenden die wesentlichen Grundlagen zusammengefasst.

Die nichtlinearen Schalenelemente des Programms SOFiSTiK basieren auf der Layer-Technik. Das zweiachsale Materialverhalten wird auf Grundlage der Versagenskurve nach *Kupfer* [55] sowie der nichtlinearen Elastizitätstheorie unter Anwendung des Konzeptes der äquivalenten einaxialen Dehnungen nach *Darwin/Pecknold* [56] umgesetzt.

Die Beschreibung des Rissverhaltens erfolgt über die verschmierte Rissmodellierung. Dabei kommt das Rissmodell mit feststehender Rissrichtung zum Einsatz. Das Programm SOFiSTiK weist dem Beton bei Rissbildung trotz des Modells mit feststehenden Rissen keine Schubspannungen zu. Im Rechenmodell erfolgt die Schubübertragung ausschließlich über noch ungerissene Betonschichten und Stahllyer sofern diese eine Kraftkomponente in Richtung der Schubbeanspruchung parallel zum Riss aufweisen.

Zwischen Beton und Stahl wird starrer Verbund vorausgesetzt. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird über das Werkstoffmodell durch eine modifizierte Stahlkennlinie wahlweise nach Heft 525 oder Heft 400 des DAfStb berücksichtigt.

Mit den mehrschichtigen Schalenelementen können darüber hinaus Spannungsumlagerungen infolge Kriechens sowie Eigenspannungen infolge Schwindens des Betons berücksichtigt werden.

4 Validierung des Rechenmodells für das Kippproblem von schlanken Stahlbeton- und Spannbetonträgern

4.1 Allgemeines

Der genaue Nachweis der Kippstabilität erfordert eine physikalisch und geometrisch nichtlineare Berechnung nach Theorie II. Ordnung. Dabei können die im Hochbau üblicherweise vorkommenden Parallelgurt- sowie Satteldachbinder in der Regel mit nichtlinearen Stabelementen modelliert werden. Das Tragverhalten scheibenartiger Bauteile, mit im Aufriss komplexeren Trägergeometrien, kann dagegen mit Stabelementen nicht zutreffend erfasst werden. Eine Modellierung mit Schalen- oder Volumenelementen ist daher bei solchen Bauteilen naheliegend.

Im Folgenden soll das Rechenmodell mit nichtlinearen Schalenelementen unter Anwendung des Programmsystems SOFiStiK im Hinblick auf das Kippversagen von Stahlbeton- und Spannbetonträgern durch die Nachrechnung von Versuchen verifiziert werden. Für die Nachrechnung sind in der Literatur nur wenige ausreichend dokumentierte Versuche zu finden. Eine Zusammenstellung der bisher durchgeführten Versuche zur Untersuchung der Kippstabilität ist in [42] enthalten. Die nachfolgenden Nachrechnungen sowie die Sensitivitätsanalyse im Kapitel 5 zeigen, dass das Kippversagen wesentlich durch den Ansatz der Vorverformungen beeinflusst wird. Sind bei der Versuchsdokumentation keine Angaben zu den Vorverformungen enthalten und fehlen darüber hinaus weitere wesentliche Angaben, z.B. zu den Werkstoffeigenschaften, kann anhand solcher Versuche keine zuverlässige Kalibrierung des Rechenmodells vorgenommen werden. Für die nachfolgenden Simulationsberechnungen wurden Versuche von *Pauli* [1], *Kalkan* [42] und *Hurff* [41] ausgewählt. Die Einstufung der Versuchsträger hinsichtlich der Kippstabilität nach dem Kriterium der DIN EN 1992-1-1 erfolgt in Bild 4.1. Danach sind alle Versuchsträger kippgefährdet.

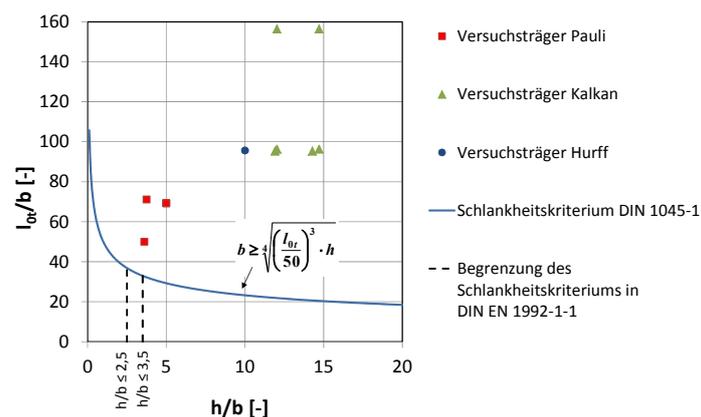


Bild 4.1: Einstufung der Versuche an kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern nach DIN EN 1992-1-1

Die Modellierung erfolgt zunächst mit Schalenelementen in Verbindung mit den zugehörigen Werkstoffmodellen für Stahlbeton. Für die Versuchsträger von *Pauli* wird die Nachrechnung zu Vergleichszwecken zusätzlich mit nichtlineareren Stabelementen

durchgeführt. Die unterschiedlichen Modellierungsmöglichkeiten werden im Hinblick auf eine realitätsnahe Simulation des Tragverhaltens bei Kippversagen (Traglast, Last-Verformungsverhalten) untersucht.

Das nichtlineare Berechnungsmodell ist charakterisiert durch das Tragwerksmodell (Steifigkeitsmatrix K), den Elementtyp (Elementsteifigkeitsmatrix k) und die konstitutiven Materialgesetze. Das numerische Modell zur Simulation des realistischen Bauteilverhaltens und des Tragwiderstands schlanker Träger enthält 2 Arten von Unsicherheiten. Zum einen resultieren die Unsicherheiten aus den zufälligen Streuungen der Materialeigenschaften (Steifigkeiten, Festigkeiten) und der Geometrie (Abmessungen, geometrische Imperfektionen). Zum anderen resultieren sie aus der Wahl des Rechenmodells (Modellierung mit Stabelementen, Schalenelementen, Materialgesetze). Daher soll nachfolgend auch die Variation des Tragwiderstands in Abhängigkeit vom Rechenmodell betrachtet werden. Die Modellunsicherheiten der gewählten FE-Rechenmodelle sollen durch den Vergleich zwischen experimentellen und rechnerischen Traglasten sowie der Übereinstimmung der Last-Verformungskurven dargestellt und herausgearbeitet werden. In diesem Zusammenhang kommt bei numerischen Simulationen der Verifizierung der Rechenmodelle durch Nachrechnen von Versuchen eine sehr große Bedeutung zu. Die Nachrechnung der Versuche erfolgt auf der Grundlage der experimentell ermittelten Werte der Materialeigenschaften der Versuchsträger als Mittelwerte.

4.2 Nachrechnung der Versuche an stabilitätsgefährdeten Trägern von Pauli

Pauli [1] führte sechs Großversuche an kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern durch. Die Versuchsträger wurden jeweils gabelgelagert und mit zwei Einzellasten in den Drittels Punkten belastet. Der genaue Versuchsaufbau sowie die Ausbildung der Querschnitte sind in Bild 4.2 bis Bild 4.4 sowie Tabelle 4.1 und Tabelle 4.2 dargestellt. Vor Versuchsbeginn wurden die geometrischen Vorverformungen des Ober- und Untergurtes bezogen auf eine ideal gerade Stabachse, optisch mit einem Theodoliten vermessen.

Um Auswirkungen von Vorverformungen auf die Kippstabilität zu untersuchen wurde die Gabellagerung so ausgebildet, dass gezielt eine Querschnittsschiefstellung an den Auflagern vorgegeben werden konnte.

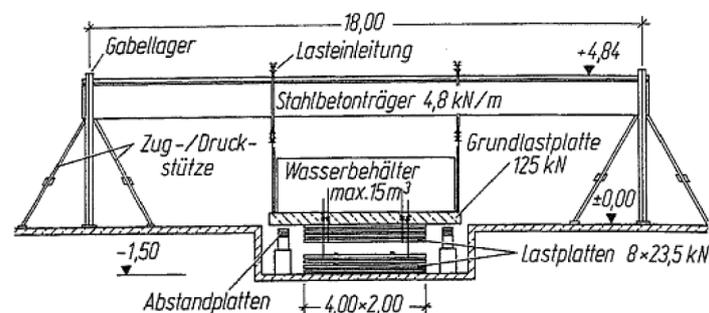


Bild 4.2: Versuchsaufbau [68]

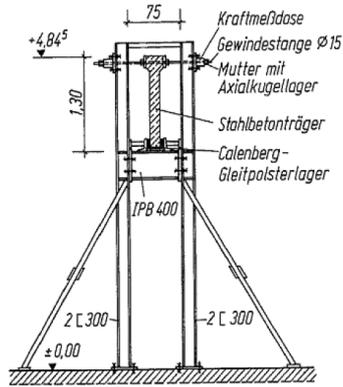


Bild 4.3: Ausbildung Gabellager [68]

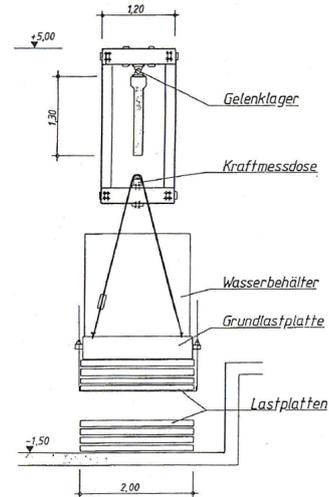


Bild 4.4: Belastungsvorrichtung [68]

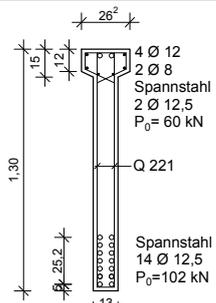
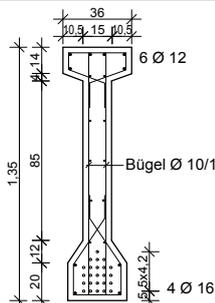
Materialparameter

Zur Bestimmung der Materialparameter des Betons wurden parallel zu den Betonierarbeiten an den Versuchsträgern je Träger 6 Würfel- und 6 Zylinderproben hergestellt an denen die maßgeblichen Betonkenngrößen (Betondruckfestigkeit, Zugfestigkeit, E-Modul) bestimmt wurden. Des Weiteren wurden nach Abschluss der Prüfung von jedem Versuchsträger 6 bis 8 Kernbohrungen gezogen und hinsichtlich der Druckfestigkeit geprüft. In Tabelle 4.1 bis Tabelle 4.3 sind die in [1] aus den Ergebnissen der Materialprüfungen für die Nachrechnung abgeleiteten Betonkennwerte zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Bauliche Durchbildung der Stahlbetonversuchsträger 1 bis 4 mit zugehörigen Materialkennwerten des Betons [1]

	Versuch 1	Versuch 2	Versuch 3	Versuch 4
$f_{ck,cyl}$ [MN/m ²]	55	55	50	50
f_{ct} [MN/m ²]	3,6	3,6	2,8	2,8
E_{c0m} [MN/m ²]	36.000	36.000	35.000	36.000

Tabelle 4.2: Bauliche Durchbildung der vorgespannten Versuchsträger 5 und 6 mit zugehörigen Materialkennwerten des Betons [1]

	Versuch 5	Versuch 6
		
$f_{ck,cyl}$ [MN/m ²]	50	45
f_{ct} [MN/m ²]	2,8	2,7
E_{c0m} [MN/m ²]	35.000	31.000
$G_0 = 0,6 G$ [MN/m ²]	8400	7440

Alle Versuchsträger wurden mit dem Bewehrungsstahl BSt 500 S bewehrt. Bei den vorgespannten Versuchsträgern 5 und 6 kam Spannstahl St 1570/1770 zum Einsatz. Die zugehörigen Materialeigenschaften sind in Tabelle 4.3 und Tabelle 4.4 enthalten.

Tabelle 4.3: Materialeigenschaften Betonstahl BSt 500 S [1]

f_{yk} [N/mm ²]	ϵ_{sy} [‰]	E_s [N/mm ²]	f_{su} [N/mm ²]	ϵ_{su} [‰]
575	2,9	200.000	592	20

Tabelle 4.4: Materialeigenschaften Spannstahl St 1570/1770

$f_{p0,1k}$ [N/mm ²]	ϵ_{py} [‰]	E_p [N/mm ²]	f_{pu} [N/mm ²]	ϵ_{pu} [‰]
1500	7,69	195.000	1770	50

4.2.1 Modellierung mit Schalenelementen

Die Modellierung der Versuchsträger erfolgt zunächst mit Schalenelementen. Durch Anwendung des nichtlinearen Werkstoffmodells für den Stahlbeton werden neben den geometrischen auch die materialbedingten Nichtlinearitäten berücksichtigt. In Kapitel 3 wurde die Modellierung der wesentlichen Eigenschaften von Stahlbetonbauteilen mit nichtlinearen Schalenelementen des Programmsystems SOFiSTiK an grundlegenden Beispielen verifiziert.

Mit den verwendeten Schalenelementen ist die Abbildung eines umlaufenden Schubflusses infolge einer Torsionsbeanspruchung für den Nachweis der Torsionstragfähigkeit im strengen Sinne mit einem räumlichen Fachwerkmodell nicht möglich. Das Tragverhalten kippgefährdeter Bauteile mit ihren schlanken Stegen kann trotz dieses Modellfehlers

aufgrund der i.d.R. geringen Torsionsbeanspruchung ($M_T \leq M_{T,Riss}$) realitätsnah abgebildet werden. Bei den Versuchsträgern von Pauli traten Torsionsrisse erst unmittelbar im Versagenszustand auf. Für eine zutreffende Abbildung des Tragverhaltens kippgefährdeter Bauteile ist vielmehr die realitätsnahe Abbildung der Torsionssteifigkeit auf Bauteilebene entscheidend. Hierauf wird im Abschnitt 6 eingegangen.

Im Folgenden wird das Rechenmodell im Hinblick auf die Modellierung des Biegetorsionsproblems beim Kippen durch die Nachrechnung von Versuchen überprüft und validiert.

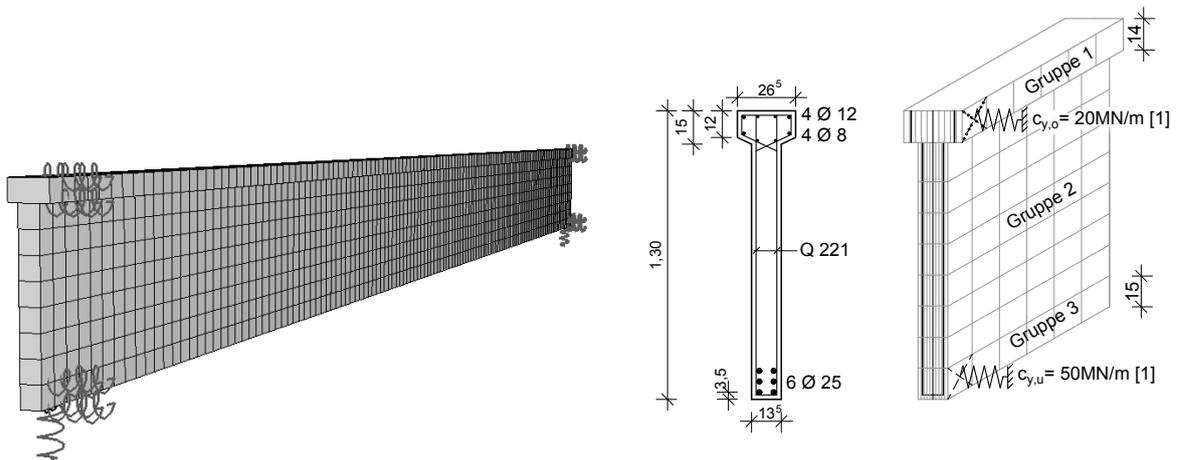
4.2.1.1 Versuchsnachrechnungen an Stahlbetonträgern

Der Nachrechnung werden die in [1] ermittelten Werkstoffkenngrößen des Betons und des Bewehrungsstahls zugrunde gelegt.

Bedingt durch die unterschiedliche Bewehrungsverteilung sowie den verbreiterten Druckgurt werden die Elemente in drei Gruppen eingeteilt: Druckgurt, Biegezuggurt und Restfläche Steg. Die Längsbewehrung wird als äquivalente Flächenbewehrung in zwei Lagen vorgegeben (Bild 4.5). Die Lage der Bewehrung, bezogen auf die Elementdicke, wird durch den Schwerpunkt der Bewehrung bestimmt. Aufgrund der normgemäßen konstruktiven Ausbildung der Querkraftbewehrung können die Bügel ebenfalls durch eine verschmierte Modellierung der Bügelschenkel abgebildet werden.

Die Vernetzung erfolgt mit einer maximalen Elementgröße von 150 x 150 mm. Eine feinere Vernetzung führte bei Vergleichsrechnungen zu keiner nennenswerten Veränderung der Ergebnisse.

Die Modellierung der Gabelagerung erfolgt mit Federn entsprechend der in [1] ermittelten Steifigkeiten des Stahlrahmens.



Gruppe Nr.	$a_{s,l\ddot{a}ngs}$ [cm ² /m]	$a_{s,quer}$ [cm ² /m]
1	24 x 2	2,21 x 2
2	2,21 x2	2,21 x 2
3	100 x 2	2,21 x 2

Bild 4.5: Modellierung des Versuchsträgers Nr. 1 von *Pauli* mit Layerelementen

Allgemeine Beobachtungen zu den Versuchen 1 bis 4 an Stahlbetonträgern

Um eine gute Übereinstimmung zwischen numerischer Simulation mit der FEM und Versuch zu erzielen, müssen die Versuchsbeobachtungen sowie Auffälligkeiten in den aufgezeichneten Last-Verformungskurven genau studiert werden. Nachfolgend werden die wesentlichen in [1] beschriebenen Beobachtungen sowie Besonderheiten bei den jeweiligen Versuchen zusammengefasst und in der Nachrechnung entsprechend berücksichtigt.

Bereits nach Aufbringen der Grundlast konnte ein weitgehend abgeschlossenes Rissbild aufgrund der Biegebeanspruchung beobachtet werden. Dabei verliefen die Risse über die ganze Steghöhe bis knapp unterhalb des Obergurtes. Bei dieser Laststufe standen die Binder bereits unter ca. 40 % der rechnerisch aufnehmbaren Biegebeanspruchung [1].

Torsionsrisse traten erst beim Versagen auf.

Versuch Nr. 1

Beim ersten Versuch sollte insbesondere der Einfluss von geometrischen Imperfektionen untersucht werden. Der Träger wurde nicht kontinuierlich bis zum Versagen belastet, sondern es sind bei mehreren Laststufen Gabelschiefstellungen aufgebracht und wieder rückgängig gemacht worden. Die einseitigen Gabelschiefstellungen wurden bei konstant gehaltenen Vertikallasten variiert, so wurde beispielsweise bei einer Laststufe von 86,40 kN eine Gabelschiefstellung von 0,25%, 0,5% , 0,75% und 1% aufgebracht und anschließend wieder auf 0,25 % reduziert.

Bei der Betrachtung des Last-Verformungsverhaltens des Versuchsträgers zeigt sich (Bild 4.8), dass bei der Rücknahme der Gabelschiefstellung die Horizontalverformungen nicht vollständig auf ihre Ausgangswerte zurückgehen. Die größten plastischen Verformungen treten bei der Laststufe von 133,6 kN auf. Bei dieser Laststufe wurde zunächst eine Schiefstellung von 0,5 % aufgebracht, dabei wurden die zugehörigen horizontalen Verformungen des Obergurtes in Feldmitte mit 44 mm gemessen. Im weiteren Versuchsverlauf wurde die Gabelschiefstellung bei unveränderter Vertikallast auf 0,75 % und 1 % erhöht und schließlich wieder auf 0,5% zurückgenommen.

Die horizontale Auslenkung des Trägers wurde nach der Rücknahme der Gabelschiefstellung auf 0,5 % gegenüber dem Ausgangszustand mit 58 mm gemessen. Die bleibenden Verformungen belaufen sich damit auf 14 mm. Mit diesen Verformungen wurde der Träger bis zum Versagen bei 196 kN belastet.

Zuvor wurde der Träger bereits bei den Laststufen 74,6 kN, 86,40 kN und 98,20 kN schief und wieder gerade gestellt. Auch hier sind bei der Rücknahme der Gabelschiefstellung plastische Verformungen zurückgeblieben. Die plastischen Horizontalverformungen haben das Last-Verformungsverhalten (horizontale Auslenkung) des Versuchsträgers stark beeinflusst, deshalb sollten sie bei der Versuchsnachrechnung berücksichtigt werden. *Pauli* gibt für die Imperfektionen die aus den plastischen Verformungen während der Be- und Entlastungsphasen durch die vorgegebenen und teilweise wieder zurückgenommenen Gabelschiefstellungen resultieren einen parabolischen Verlauf der Vorverformungen mit einem Stich von $v_0 = 20$ mm an [1].

Bei der Versuchsnachrechnung werden als Imperfektionen die gemessenen Vorverformungen (Bild 4.6) im eingebauten Zustand und die endgültig im Versuch aufgebrachte Gabelschiefstellung von 0,5 % zugrunde gelegt. Im Vorfeld wurden die gemessenen Vorverformungen vereinfachend mit Hilfe von Sinus-Halbwellen in Kombination mit einer Verdrehung des Trägers in Feldmitte angenähert. Die Anpassung erwies sich als äußerst schwierig. Die Betrachtung der Vorverformungen der Versuche 1 und 2 in Bild 4.6 und Bild 4.10 zeigt, dass diese nicht durch einfache Funktionen beschrieben werden können. Um das Last-Verformungsverhalten der Versuchsträger in der FE-Simulation annähernd abzubilden, bedurfte es zahlreiche Anpassungen der Imperfektionen. Hier zeigte sich bereits der große Einfluss dieses Parameters auf die Kippstabilität. Um Modellunsicherheiten aufgrund vom Versuch abweichender Vorverformungsverläufe zu minimieren, werden die gemessenen Vorverformungen durch eine dreidimensionale Eingabe des Trägers unter Berücksichtigung der Abweichungen von der Idealebene mit Hilfe der y -Koordinaten erfasst (Bild 4.7). Dabei werden die Abweichungen u_y an OK und UK Träger jeweils linear verbunden. Diese Modellierungsweise der geometrischen Imperfektionen wird für alle weiteren Versuchsträger 2 bis 6 analog übernommen.

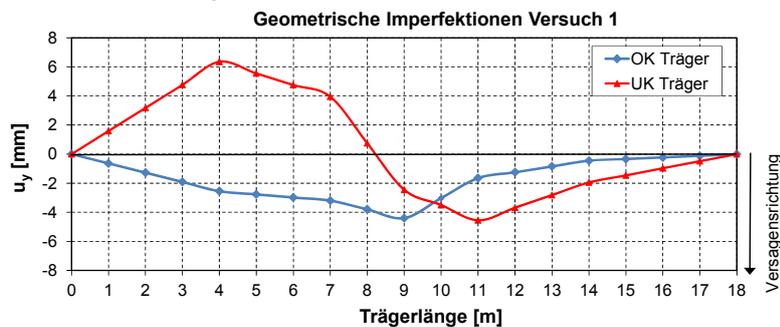


Bild 4.6: Am Versuchsträger Nr.1 gemessene Vorverformungen [1]

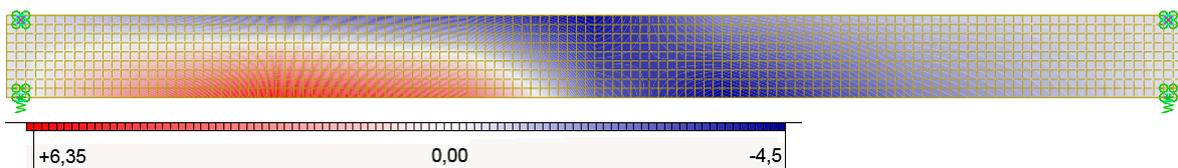


Bild 4.7: Höhenlinien der y -Koordinaten im FE-Modell [mm]

Mit dem Ansatz der gemessenen Vorverformungen und der endgültig eingestellten Gabelschiefstellung von $\vartheta=0,5\%$ wird in der numerischen Simulation die Versagenslast um 5% überschätzt. Darüber hinaus weichen die für das Kippversagen charakteristischen horizontalen Vorverformungen gegenüber den im Versuch gemessenen stark ab. Bei der Laststufe $F=133,6\text{ kN}$ ist die horizontale Auslenkung in Feldmitte um etwa 30 mm geringer. Um das Last-Verformungsverhalten richtig zu erfassen, müssen die sich im Versuch aufgrund der aufgebrachten und wieder zurückgenommenen Schiefstellung ergebenden plastischen Horizontalverformungen daher berücksichtigt werden.

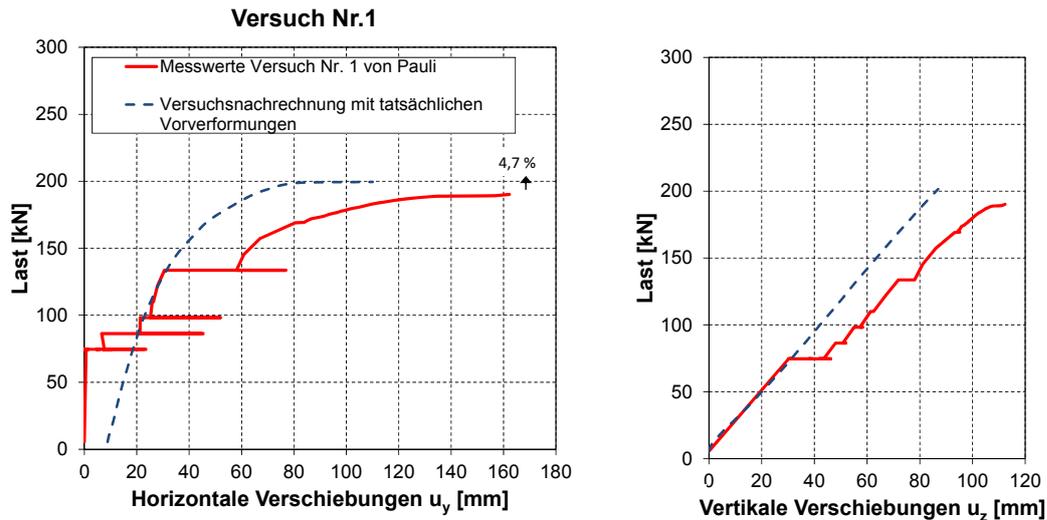


Bild 4.8: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalenelementen

Zusätzlich zu den gemessenen Vorverformungen und der endgültigen Schiefstellung von 0,5% an den Auflagern wird eine Auslenkung des Trägers affin zur ersten Eigenform mit einem Stich von $e_i = 2,0$ cm angesetzt. Hierdurch sollen die plastischen Verformungen berücksichtigt werden. Dieser Wert ergibt sich auf Grundlage der Auswertung der in [1] gemessenen Horizontalverformungen in Hinblick auf bleibende Verformungen für Laststufen mit aufgebracht und wieder zurückgenommenen Gabelschieflstellungen.

Mit den so angesetzten geometrischen Imperfektionen ergibt sich eine bessere Übereinstimmung der Versagenslast und der horizontalen Verformungen (Bild 4.9).

Die Vertikalverformungen stimmen betragsmäßig nicht über den gesamten Versuchsverlauf überein. Der sprunghafte Anstieg der Vertikalverformungen bei einer Laststufe von 74,6 kN ist nicht zu erklären, in [1] werden keine Hinweise auf die mögliche Ursache gegeben. Die Neigungen der Last-Verformungspfade sind jedoch etwa gleich groß, was die richtige Abbildung der Steifigkeiten bestätigt.

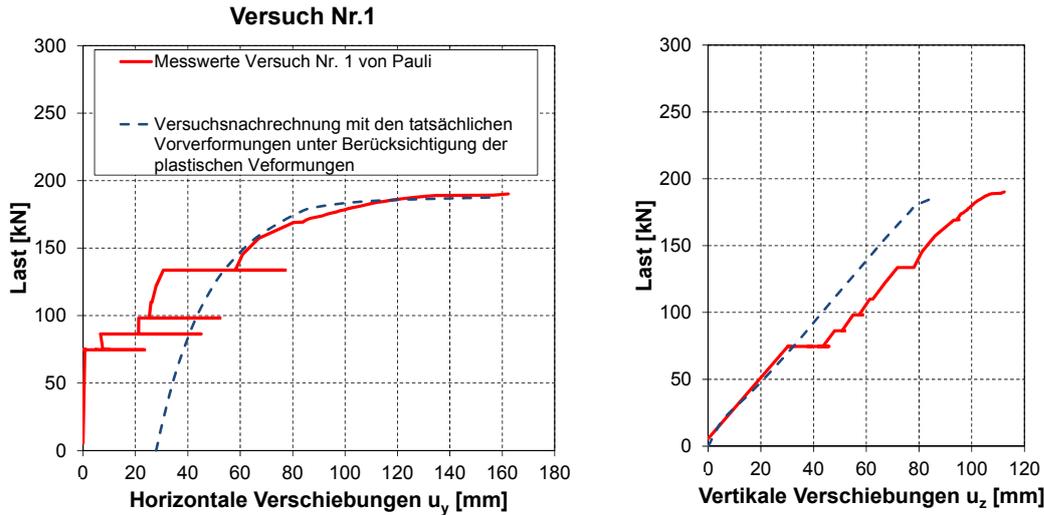


Bild 4.9: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch Nr. 1 und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalenelementen unter Berücksichtigung der plastischen Verformungen bei der Laststufe $F=137,5$ kN

Versuch Nr.2

Die Versuchsdurchführung des zweiten Versuchs orientierte sich an Versuch 1. Die Materialparameter und die Querschnittausbildung unterscheiden sich nur unwesentlich. Bei diesem Versuch sollte die Traglast lediglich mit den aus den Schalungsungenauigkeiten herrührenden geometrischen Imperfektionen ermittelt werden. Es wurde gegenüber dem Versuch 1 keine weitere Gabelschiefstellung als Vorverformung vorgegeben. Bei der Laststufe 175 kN trat bei den Horizontalverformungen ein Sprung von 8 mm auf (Bild 4.11). Dieser wird bei der Nachrechnung durch eine Auslenkung des gesamten Trägers affin zur ersten Eigenform mit einem Stich von 8 mm berücksichtigt.

Die Nachrechnung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung hinsichtlich der Versagenslast und der für das Kippversagen charakteristischen horizontalen Verformungen des Obergurts.

Ohne die Berücksichtigung des Sprunges der Horizontalverformungen bei 175 kN wird die Traglast mit 217 kN gegenüber 198 kN im Versuch um 9,5% überschätzt.

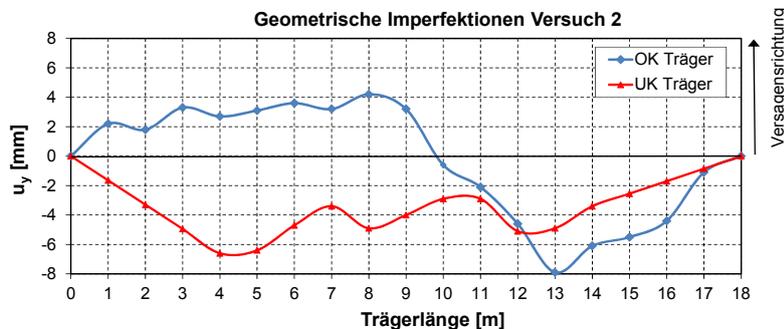


Bild 4.10: Am Versuchsträger Nr.2 gemessene Vorverformungen [1]

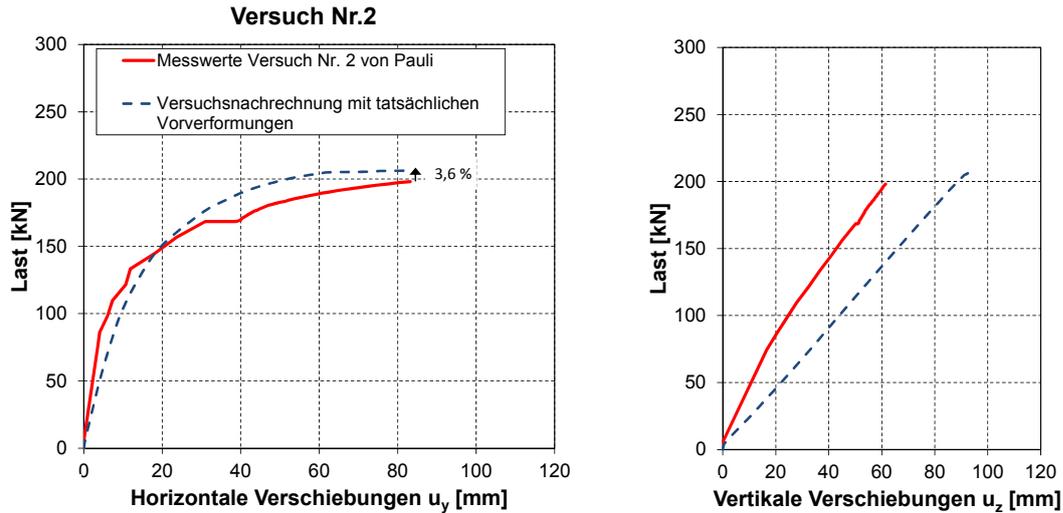


Bild 4.11: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch Nr.2 und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalenelementen

Es erscheint zunächst überraschend, dass trotz anscheinend deutlich geringerer geometrischer Imperfektionen des Versuchsträger 2 gegenüber dem Versuchsträger 1, die Traglast um lediglich 4 % ansteigt. Der Versuchsträger 1 wurde zusätzlich zu den herstellungsbedingten Imperfektionen an den Gabeln um $\vartheta=0,5\%$ schiefgestellt. Der geringe Traglastzuwachs könnte auf die unterschiedlichen herstellungsbedingten Vorverformungen zurückzuführen sein. Eine Einschätzung der Auswirkung der beim Einbau gemessenen Vorverformungen im Hinblick auf die Kippstabilität anhand der Darstellungen in Bild 4.6 und Bild 4.10 erweist sich jedoch als schwierig. Während bei dem Versuch 1 die maximale Abweichung von der Idealebene mit 6,4 mm gemessen wurde, weist der Versuchsträger 2 eine Abweichung von max. 8 mm in Kombination mit einer Verdrehung in Feldmitte von etwa 0,6 % auf. Es stellt sich daher die Frage, welche der beiden Vorverformungsfiguren das Kippversagen stärker beeinflusst.

Die Einordnung der herstellungsbedingten Imperfektionen beider Träger wird durch eine ergänzende Berechnung am Versuchsträger 1 ausschließlich unter Ansatz der herstellungsbedingten Imperfektionen vorgenommen. Die erreichte Traglast ist mit 231 kN um 12 % höher als die Traglast im Versuch 2 (Bild 4.12). Daraus folgt, dass die ungünstigen Auswirkungen infolge der herstellungsbedingten Imperfektionen im Versuch 1 insgesamt geringer sind als die des Versuchsträgers Nr. 2.

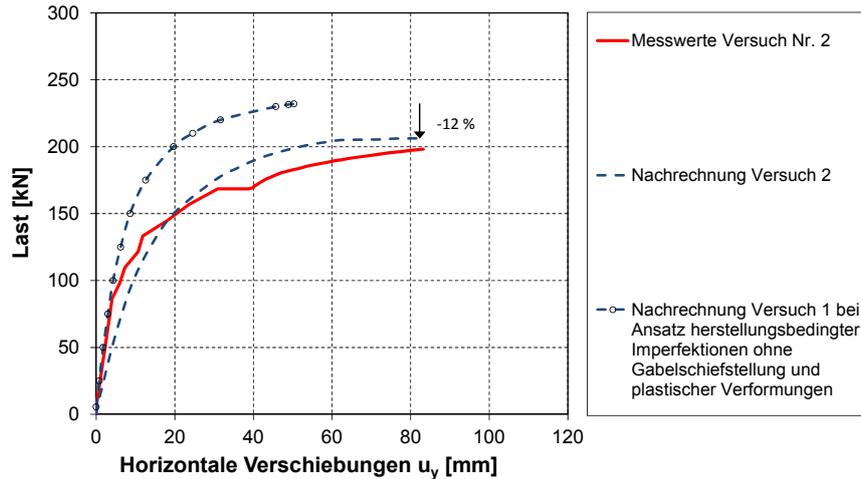


Bild 4.12: Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse bei Ansatz der gemessenen herstellungsbedingten Imperfektionen bei den Versuchsträgern 1 und 2

Unter Berücksichtigung der Schrägstellung des Versuchsträgers 1 an den Auflagern und der plastischen Verformungen fällt die rechnerische Traglast um 20 % auf 185,5 kN ab und liegt damit 10 % unterhalb der rechnerischen Traglast des Versuchsträgers 2 (Bild 4.13).

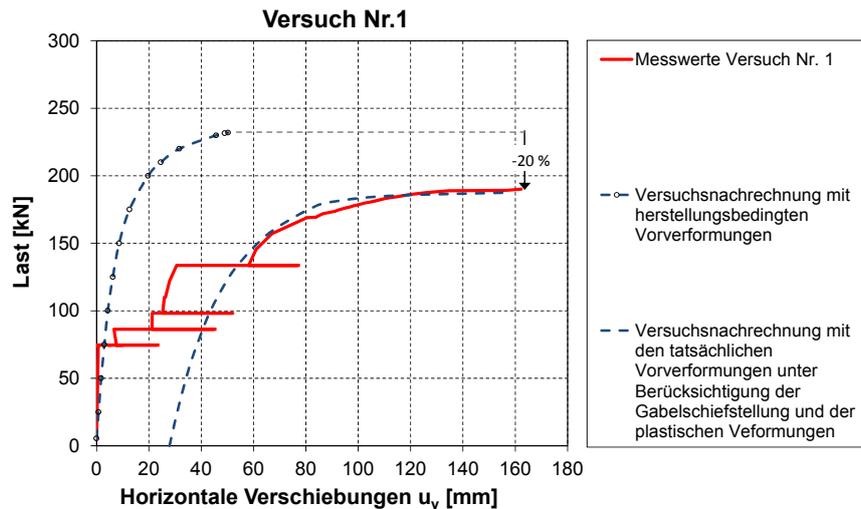


Bild 4.13: Versuchsnaehrechnung am Träger Nr. 1 mit unterschiedlichen Vorverformungsansätzen

Fazit

Ohne die vorangegangene Betrachtung könnte aufgrund der Versuchsergebnisse gefolgert werden, dass geometrische Imperfektionen einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Kippstabilität haben. Deshalb war es wichtig, die Auswirkungen der herstellungsbedingten Imperfektionen beider Versuchsträger gegenüberzustellen. Diese sind zwar bezogen auf die gemessenen Maximalwerte vergleichbar, doch wirkt sich die Trägerverdrehung des Versuchsträger 2 in Feldmitte sehr ungünstig auf die Kippstabilität aus. Die Vorverformungen wirken sich mithin ganz wesentlich auf die Versagenlasten von kippgefährdeten Trägern aus.

Versuch Nr.3

Der dritte Versuchsträger unterschied sich gegenüber den ersten beiden durch einen auf 36 cm verbreiteten Obergurt. Durch die Obergurtverbreiterung wurde eine erhebliche Steigerung der Kippstabilität erreicht. Zunächst wurde der Träger ohne zusätzliche Vorgabe von Imperfektionen in Form von Gabelschiefstellungen belastet. Die Vertikallasten wurden bis zur maximal möglichen Last des Versuchsstandes gesteigert. Dabei stellten sich so gut wie keine Horizontalverformungen ein. Bei weiterer Laststeigerung wäre vermutlich ein Biegeversagen eingetreten.

Um dennoch ein Kippversagen herbeizuführen, wurde die Vertikallast auf 178 kN zurückgefahren und zusätzlich eine Gabelschiefstellung von $\vartheta=1,0\%$ vorgeben (Bild 4.15). Dabei ist die Schiefstellung entgegen der durch herstellungsbedingten Imperfektionen entstandenen Horizontalverformungen aufbracht worden. Durch die Schrägstellung des Trägers stiegen die horizontalen Verformungen in Feldmitte zunächst auf 40 mm und bei weiterer Laststeigerung auf 95 mm an. Durch die starke Zunahme der Horizontalverformungen zeichnete sich ein Kippversagen ab. Trotzdem reichten die im Versuchsstand maximal aufbringbaren Vertikallasten nicht aus um ein Versagen des Trägers herbeizuführen. Deshalb wurde bei der maximalen Vertikallast von 253,5 kN in Feldmitte stufenweise ein Horizontallast aufgebracht. Der Träger versagte schließlich bei $H=1,6$ kN.

Die Versuchsnachrechnung erfolgt unter Vorgabe der gemessenen geometrischen Vorverformungen und einer Schiefstellung des Trägers an den Gabeln um $\vartheta=1,0\%$. Die Vertikallasten werden bis zu der maximal im Versuch aufgebrachten Vertikallasten gesteigert. Bei diesem Lastniveau wird in mehreren Schritten eine Horizontallast aufgebracht. Bei $H=1,7$ kN tritt rechnerisch Versagen durch indifferentes Gleichgewicht ein (Bild 4.15).

Die Simulation zeigt in Bezug auf die horizontalen Verformungen für den Ober- und Untergurt sowie die Traglast eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (Bild 4.15).

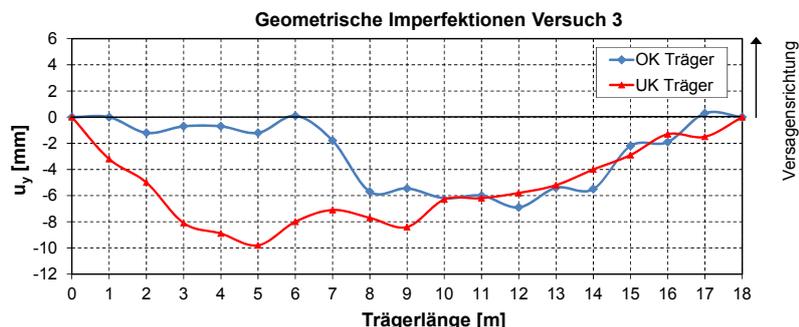


Bild 4.14: Am Versuchsträger Nr.3 gemessene Vorverformungen [1]

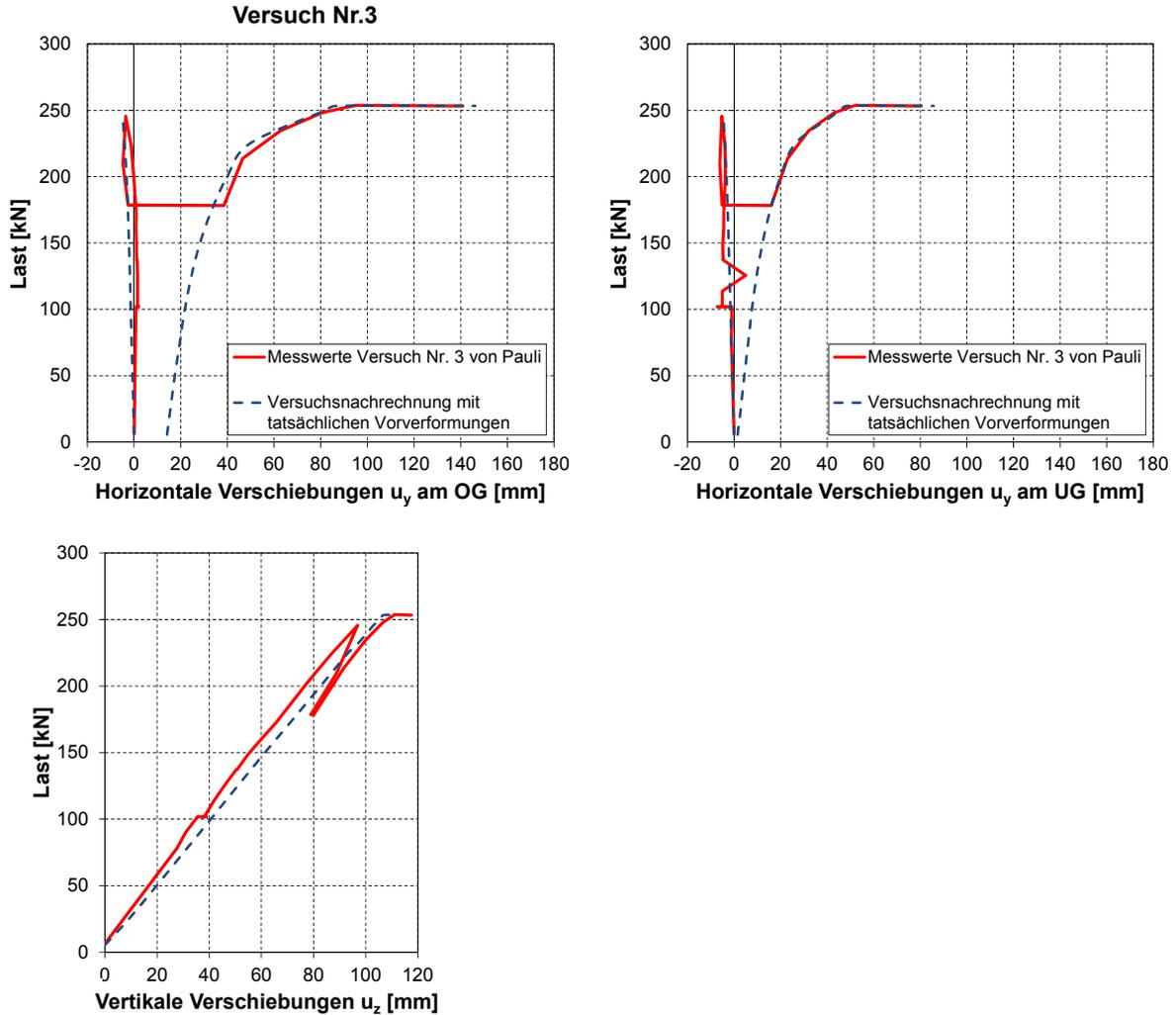


Bild 4.15: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch Nr.3 und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalelementen (Nachrechnung mit $H=1,7$ kN)

Versuch Nr.4

Bei dem Versuchsträger Nr. 4 wurde die Obergurtbewehrung gegenüber den Versuchsträgern 1 und 2 von $4 \text{ } \varnothing 12$ auf $4 \text{ } \varnothing 25$ verstärkt (Tabelle 4.1). Durch die größere Obergurtbewehrung sollte der Einfluss aus einer Versteifung des Obergurtes durch zusätzliche Bewehrung untersucht werden. Allerdings wirkte sich im Vergleich die Verbreiterung des Obergurtes im Versuch Nr. 3 im Hinblick auf die Stabilität erheblich stärker aus.

In dem Versuch sollten außerdem die Auswirkungen von Horizontallasten untersucht werden. Bei drei vertikalen Laststufen (79 kN, 114 kN und 149 kN) wurde am Obergurt in Feldmitte eine Horizontallast stufenweise bis maximal $H=3,1$ kN aufgebracht und wieder zurückgenommen.

Die erste Nachrechnung erfolgt mit den am eingebauten Versuchsträger gemessenen Vorverformungen. Die erreichte Traglast ist gegenüber dem Versuch um 14 % geringer (Bild 4.16). Im Versuch wurden die Horizontallasten entgegen der durch die geometrischen

Imperfektionen sich abzeichnenden Versagensrichtung aufgebracht. Bei der Rücknahme der H-Last bei der Laststufe $P=79$ kN sind die horizontalen Verformungen nicht auf den Ausgangswert zurückgegangen. Die horizontale Auslenkung vor der Einleitung der H-Last in Feldmitte beträgt 2,2 mm. Nach der Entlastung gehen die horizontalen Verformungen nicht auf ihren Ausgangswert zurück und sind mit -1,55 mm geringer als vor dem Aufbringen der Horizontallast. Bei den Laststufen $P=114$ kN und $P=149$ kN gehen die horizontalen Vorverformungen ebenfalls nicht auf ihre Ausgangsgröße zurück. Bei der Laststufe $P=172,4$ kN nehmen die horizontalen Verformung bei konstanter Last ohne erkennbaren Grund sprunghaft um 5 mm zu.

Die Schwierigkeit bei der Nachrechnung des Versuchs besteht in der richtigen Erfassung der Vorverformungen. Die aufgebrachten Horizontallasten beeinflussen die für das Kippversagen wesentlichen horizontalen Verformungen, es ist deshalb nicht überraschend, dass sowohl die horizontalen Verformungen als auch die Traglast gegenüber dem Versuch abweicht. *Pauli* hatte im Rahmen seiner Dissertation die Versuche mit einem eigens entwickelten Stabwerkprogramm nachgerechnet. Auch bei seiner Nachrechnung liegt die Versagenslast mit $P=203$ kN 14,5% unter der im Versuch erreichten Traglast.

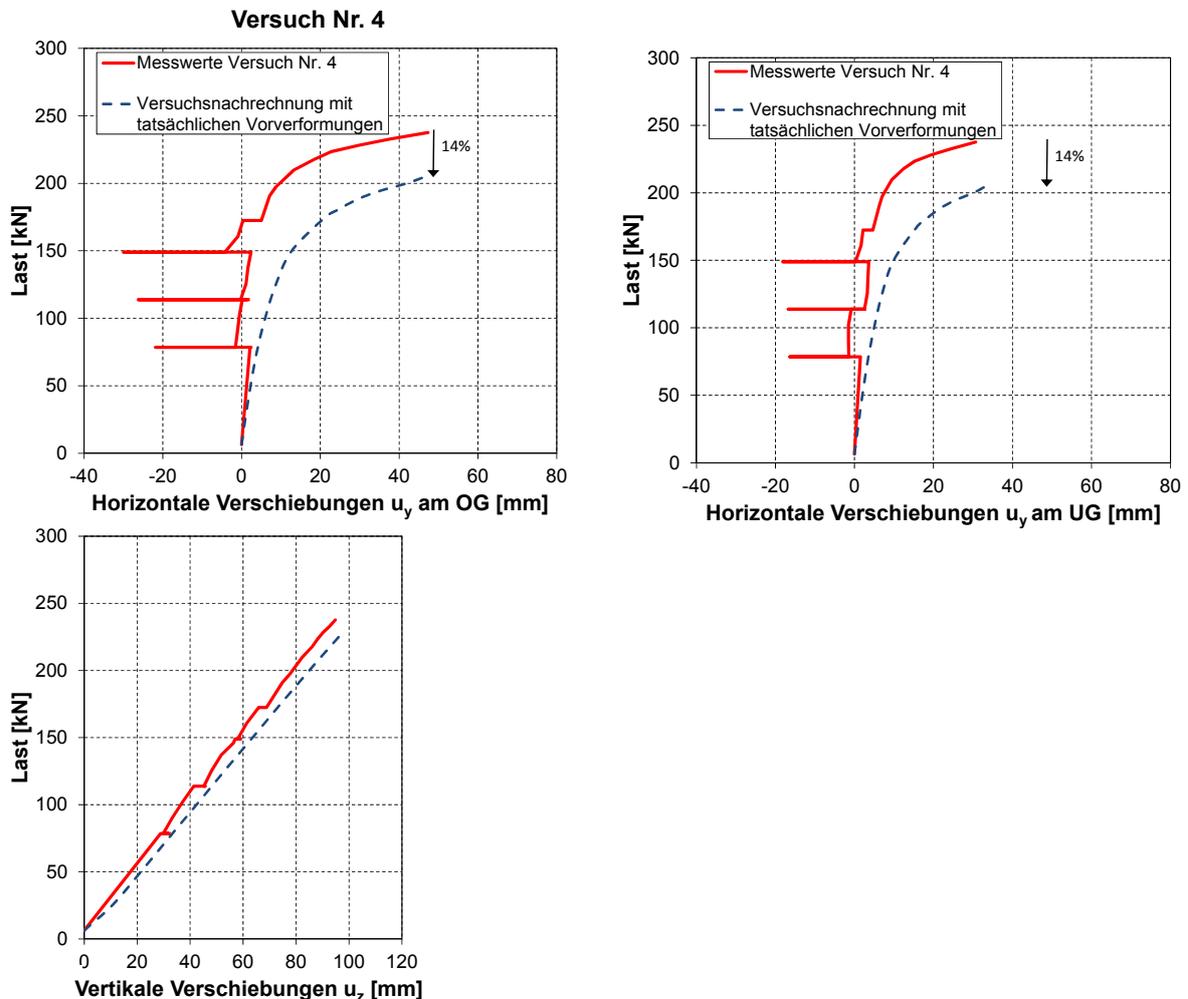


Bild 4.16: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch Nr. 4 und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalenelementen

In einer zweiten Nachrechnung werden die Vorverformungen im Rechenmodell so gewählt, dass bei der Laststufe $P=172,5\text{ kN}$ am Obergurt sich die gleichen horizontalen Verformungen einstellen, wie im Versuch. Dies ist der Fall bei Ansatz einer Verdrehung des Trägers in Feldmitte mit $\vartheta=0,10\text{ ‰}$. Bei dieser zugrunde gelegten geometrischen Imperfektion erreicht der Träger eine rechnerische Traglast von 230 kN gegenüber $237,5\text{ kN}$ im Versuch. Die Krümmung der Last-Verformungskurven am Ober und Untergurt stimmt für Laststufen oberhalb von $172,5\text{ kN}$ bis zum Versagen gut mit der Versuchsaufzeichnung überein (Bild 4.17). Die in Bild 4.14 dargestellten tatsächlich gemessenen Vorverformungen werden dabei nicht berücksichtigt. Aufgrund der durch die Horizontallasten eingepprägten Horizontalverformungen in der zu den Vorverformungen entgegengesetzten Richtung führt eine Nachrechnung bei Vorgabe der Ausgangsvorverformungen zu keiner guten Übereinstimmung zwischen Versuch und numerischer Simulation.

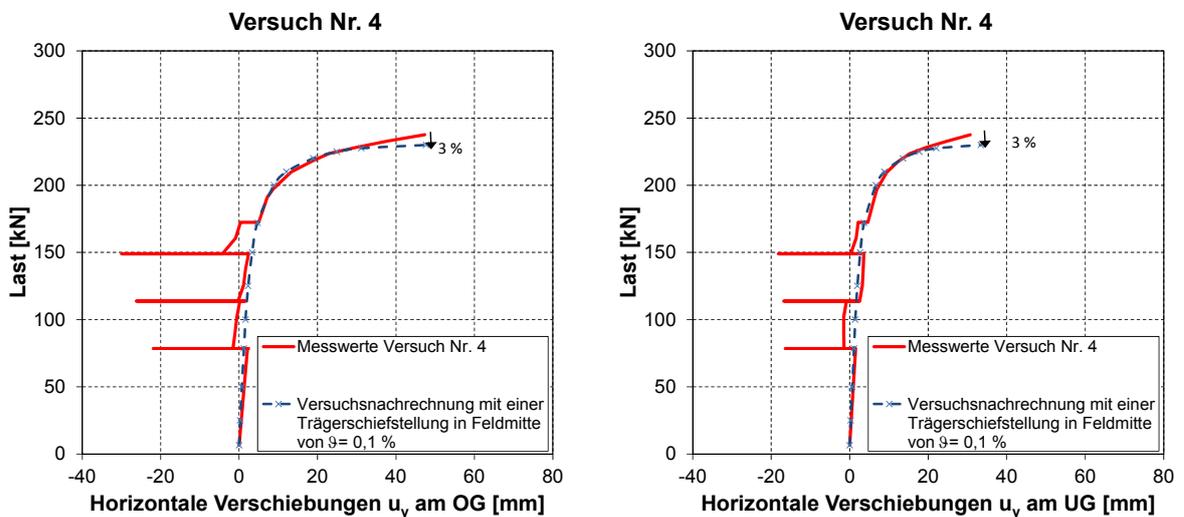


Bild 4.17: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch Nr.4 und der numerischen Simulation mit Ansatz einer Trägerschiefstellung in Feldmitte von $\vartheta=0,1\text{ ‰}$

4.2.1.2 Versuchsnachrechnungen an Spannbetonträgern

Allgemeines zu den Versuchen Nr. 5 und 6 an Spannbetonträgern

Die Versuchsträger 5 und 6 wurden in Spannbeton ausgeführt. Die Bewehrung der Träger und die zugehörigen Materialkennwerte sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Der Versuchsträger Nr. 5 unterscheidet sich gegenüber den Trägern 1 und 2 lediglich durch die Vorspannung, während der Versuchsträger Nr. 6 zusätzlich mit einer längeren Spannweite von 25,60 m gegenüber 18 m in den ersten 5 Versuchen ausgeführt wurde.

Modellierung

Die Modellierung der Versuchsträger erfolgt analog zu den Stahlbetonträgern mit Schalenelementen. Die Betonstahlbewehrung wird dabei als verschmierte Flächenbewehrung berücksichtigt. Die Spannglieder werden zu einem Spanngliedstrang zusammengefasst und mit Stabelementen abgebildet. Dabei werden die Stabelemente starr an die Schalenelemente gekoppelt (Bild 4.18).

Die Vorspannung wird über einen äquivalenten Temperaturlastfall, der ausschließlich auf die Stabelemente aufgebracht wird, umgesetzt. Die Gesamtvorspannkraft ergibt sich dabei zu:

$$P_{ges} = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_p \cdot A_p$$

Die bei den Versuchsträgern gemessenen Vorverformungen wurden analog zu den Stahlbetonträgern mit Hilfe einer dreidimensionalen Eingabe der Trägergeometrie berücksichtigt.

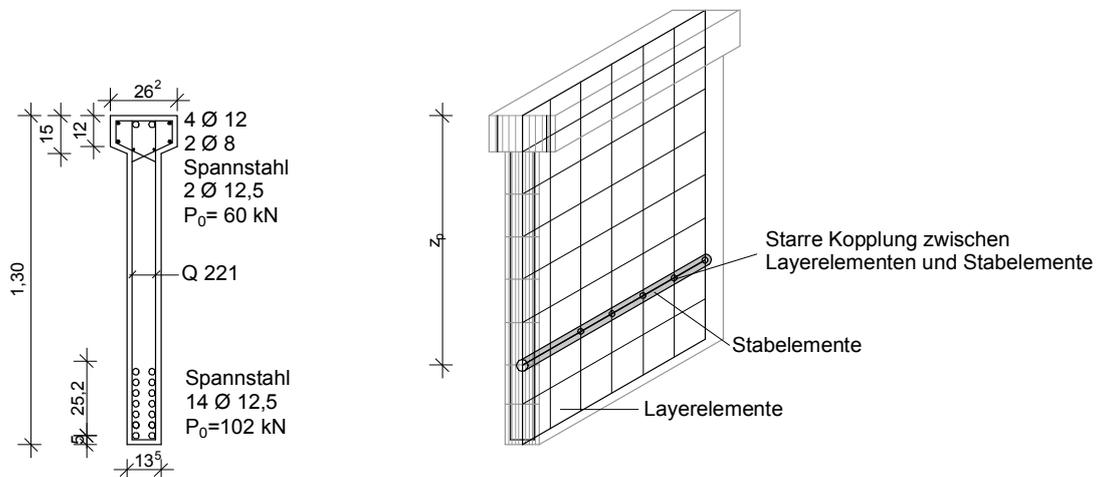


Bild 4.18: Modellierung von vorgespannten Trägern mit Layerelementen in Kombination mit vorgespannten Stabelementen

Da die Versuchsträger rechnerisch bis etwa 70% der Versagenslast im ungerissenen Zustand I verbleiben, muss der Abfall der Torsionssteifigkeit im Zustand I berücksichtigt werden. Das Tragverhalten kippgefährdeter Bauteile wird entscheidend durch horizontale Verformungen und Verdrehungen der Bauteile und die daraus resultierenden Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung beeinflusst. Um diese für Laststufen unterhalb des

Risslastniveaus realitätsnah abzubilden, muss der Einfluss der Mikrorissbildung auf die Torsionssteifigkeit der Bauteile berücksichtigt werden.

Die im Kapitel 6.2 zusammengestellten experimentellen Untersuchungen zum Abfall der Torsionssteifigkeit zeigen, dass die Torsionssteifigkeit bereits im Zustand I auf bis zu 60% ihres linear-elastischen Wertes abfallen kann. Bei den vorangegangenen Nachrechnungen an Stahlbetonträgern war eine Abminderung der Torsionssteifigkeit im Zustand I nicht notwendig, da die Bauteile bereits unter der Grundbelastung in den Zustand II übergingen. Für gerissene Bauteile ist die Abbildung der reduzierten Torsionssteifigkeit im Zustand II maßgebend. Im Kapitel 6.3.3 wird das Rechenmodell im Hinblick auf eine sichere untere Abschätzung für die Torsionssteifigkeit im Zustand II verifiziert. Das hier verwendete Rechenprogramm nimmt jedoch keine beanspruchungsabhängige Abminderung der Torsionssteifigkeit im Zustand I vor. Für die Nachrechnung wird diese daher näherungsweise über eine pauschale Abminderung des Schubmoduls auf 60 % vorgenommen.

Versuch Nr.5

Der Versuchsträger Nr.5 ist gegenüber den Versuchsträgern 1 und 2 vorgespannt. Die Querschnittsgeometrie, Anordnung des Betonstahls und die Spannweite sind unverändert. Die gemessenen Vorverformungen sind allerdings deutlich größer. Während bei den Versuchsträgern 1 und 2 die maximalen Abweichungen von der Idealebene zwischen 6,4 mm und 8 mm gemessen wurden, sind diese beim vorgespannten Versuchsträger Nr.5 mit maximal 21 mm fast dreimal so groß.

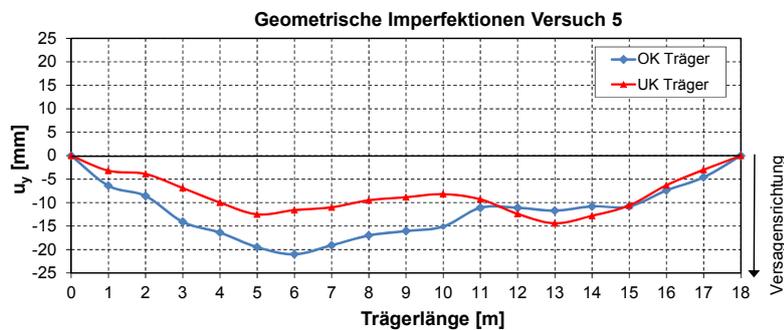


Bild 4.19: Am Versuchsträger Nr.5 gemessene Vorverformungen [1]

Bei der Versuchsdurchführung wurde bei der vertikalen Laststufe von $P=78,5$ kN in Feldmitte am Obergurt stufenweise eine Horizontallast bis maximal $H=3$ kN aufgebracht. Die Horizontallast wurde entgegen der sich durch die geometrischen Imperfektionen abzeichnende Versagensrichtung aufgebracht. Die Horizontallast wurde anschließend wieder vollständig zurückgenommen. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Versuchen blieben hier keine nennenswerten plastischen Verformungen zurück. Der Versuchsnachrechnung können daher als Imperfektionen die gemessenen Vorverformungen zugrunde gelegt werden. Des Weiteren werden die Spannkraftverluste infolge Kriechens und Schwindens des Betons entsprechend der Angaben in [1] mit 11 % und 20% angenommen.

Die Ergebnisse der Nachrechnung werden in Bild 4.20 mit den Versuchen verglichen. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung sowohl hinsichtlich des Last-Verformungsverhaltens als auch der Traglast.

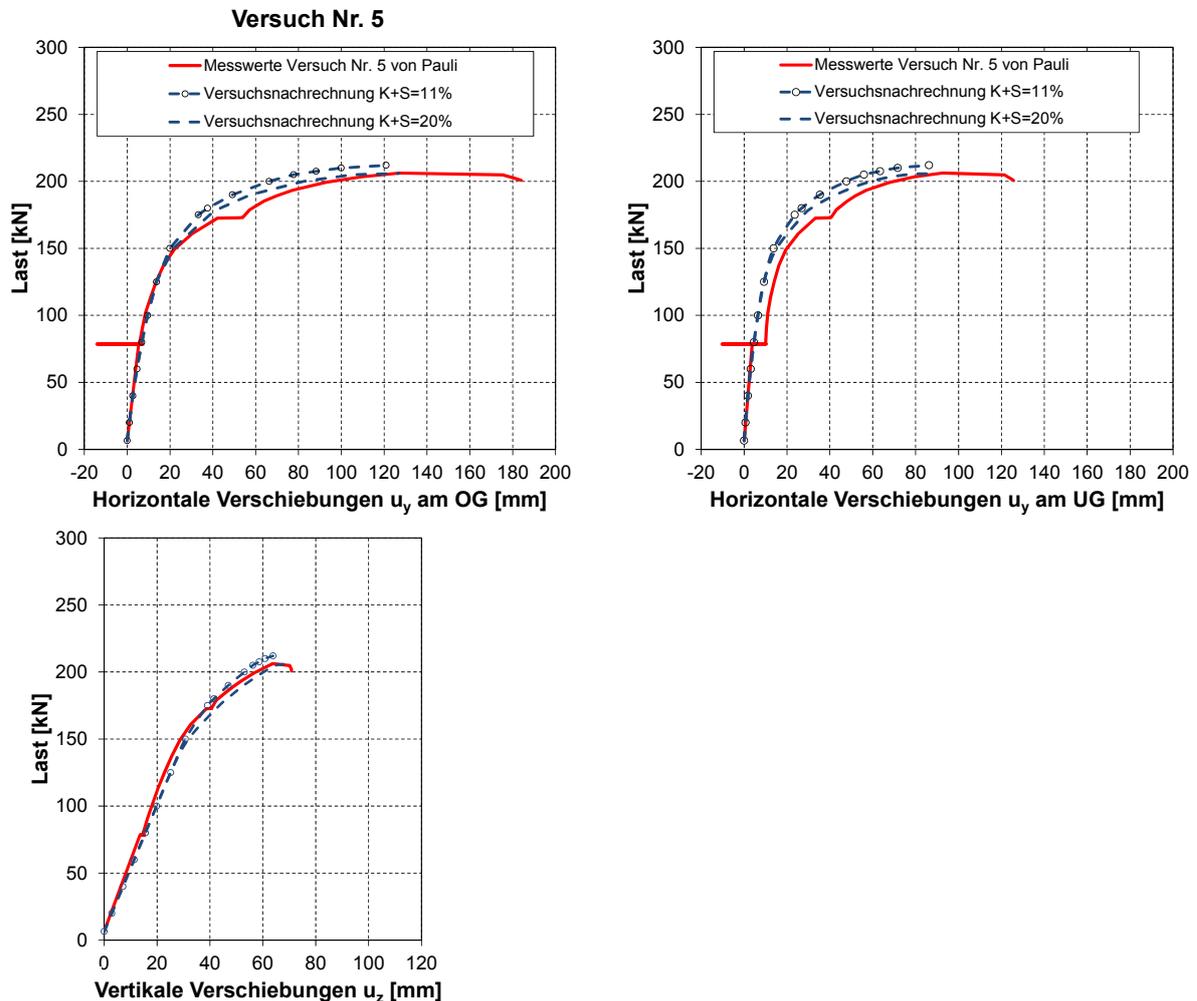


Bild 4.20: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven in Feldmitte im Versuch Nr.5 und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalenelementen (Nachrechnung mit $G_{red}=0,6 G$)

Versuch Nr.6

Der Versuchsträger hatte mit 25,60 m eine deutlich größere Spannweite als die Versuche Nr. 1-5. Aufgrund der größeren Spannweite wurde der Versuchsträger 6 gegenüber dem Versuchsträger 5 stärker vorgespannt. Für die Unterbringung der Spannstahebewehrung wurde der Querschnitt mit einer Untergurtverbreiterung ausgeführt (Tabelle 4.2).

Der Versuchsträger wurde zunächst bis 132 kN vertikal belastet und wieder auf 80 kN entlastet. Bei dieser Laststufe wurde der Träger an den Gabeln um 1 % schiefgestellt (Bild 4.22 (1)). Die Vertikallast wurde anschließend erneut bis auf 132 kN gesteigert. Die Last wurde über 3,5 Tage konstant gehalten, um die Auswirkungen infolge Kriechens des

Betons zu untersuchen (Bild 4.22 (2)). Es stellte sich erwartungsgemäß ein Zuwachs der Vertikal- und Horizontalverformungen ein. Dabei sind die Horizontalverformungen um etwa 11 mm angestiegen. Die Vertikallast wurde bis auf 182 kN gesteigert und wieder auf 115 kN zurückgefahren. Bei dieser Laststufe wurde der Träger an den Gabelauflagern wieder gerade gestellt (Bild 4.22 (3)). Anschließend wurde die Vertikalbelastung bis zum Versagen gesteigert.

Bei dem Versuch zeigte sich ein für das Kippversagen unerwartetes Verformungsverhalten. Die horizontalen Untergurtverformungen wurden mit steigender Belastung größer als die Obergurtverformungen (Bild 4.22). Das bedeutet, der Träger verdrehte sich unter Last entgegengesetzt zu der durch die Vorverformungen vorgegebenen Verdrehungsrichtung. In [1] konnte dieser Effekt ebenfalls nicht erklärt werden.

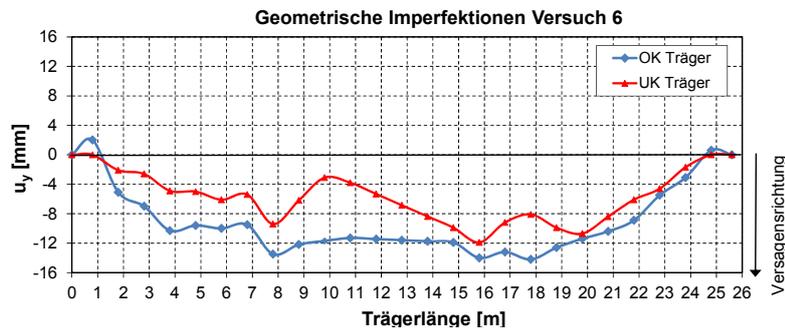
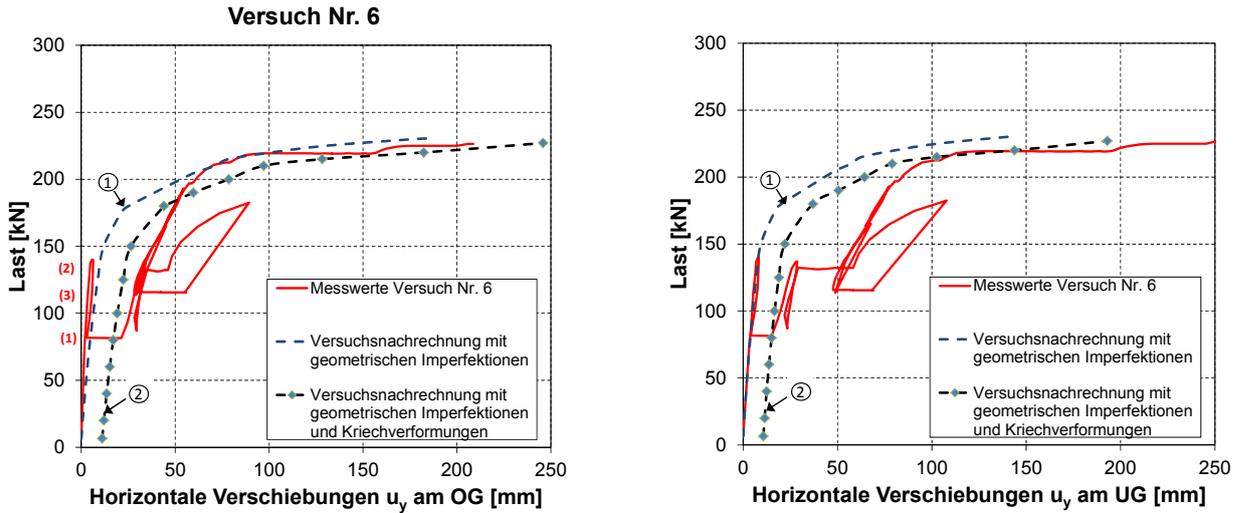


Bild 4.21: Am Versuchsträger Nr.6 gemessene Vorverformungen [1]

Bei der ersten Nachrechnung werden die im eingebauten Zustand des Versuchsträgers gemessenen Imperfektionen (Bild 4.21) zugrunde gelegt. Dabei waren die Vorverformungen am Obergurt bis auf einen kleinen Bereich an den Auflagern über die Trägerlänge größer als die am Untergurt. Die Nachrechnung erfasst die Steifigkeiten des Trägers im ersten Belastungsbereich bis 132 kN sehr gut. Bei weiterer Laststeigerung weichen die Last-Verformungskurven der Horizontalverformungen des Versuchs und der Nachrechnung deutlich voneinander ab. Dies ist auf die Be- und Entlastungszyklen, Schiefstellungen an den Gabeln sowie die Kriechverformungen zurückzuführen. Die Steifigkeiten werden dennoch gut erfasst, was durch die Neigung der Last-Verformungskurven deutlich wird. Im Versagensbereich wird der Versuch durch die Simulation wieder gut erfasst. Die Traglast wird um 2% überschätzt. Die Vertikalverformungen werden durch das Rechenmodell bis zum Versagen durchweg sehr gut erfasst.

In einer zweiten Nachrechnung werden zusätzlich die Horizontalverformungen infolge Kriechens des Betons durch Vorgabe von Vorverformungen entsprechend der ersten Eigenform mit einem maximalen Stich in Feldmitte von 11 mm berücksichtigt. Die Gabelschiefstellung wurde komplett zurückgenommen. In der Nachrechnung werden die Horizontalverformungen für den Obergurt gegenüber der ersten Rechnung besser angenähert. Die Untergurtverformungen weichen immer noch deutlich ab. Die Versuchslast wird genau getroffen.



- (1) Gabelschiefstellung 1 %
- (2) 3,5 Tage Kriechen unter konstanter Last P = 132 kN
- (3) Rücknahme der Gabelschiefstellung 0%

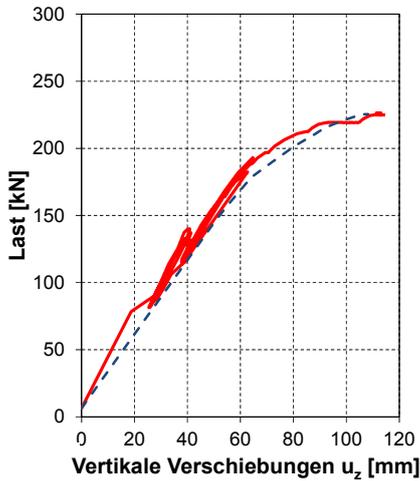


Bild 4.22: Vergleich der Last-Verformungskurven im Versuch Nr.6 und der numerischen Simulation mit nichtlinearen Schalenelementen (K+S=11%)

Abschließend erfolgt in Tabelle 4.5 für alle Versuchsträger nochmals der Vergleich der jeweiligen rechnerischen Traglast mit der Versagenslast im Versuch.

Tabelle 4.5: Gegenüberstellung der Traglasten im Versuch und der numerischen Simulation mit Schalenelementen

	Stahlbeton				Spannbeton	
Versuch	1	2	3	4	5	6
Traglast, Versuch [kN]	190,1	198,8	253,5	238	206	227
Rechnerische Traglast [kN]	186 (-2,3%)	206 (+3,6 %)	253,5	205 (-14%)	212 (+2,9 %) (K+S=11%)	227 (0 %) (K+S=11%)
			H=1,6			
			H=1,7			

4.2.1.3 Zusatzbetrachtung am Versuchsträger Nr.2 unter Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens des Betons

Bei den im noch weiter unten folgenden Abschnitt 4.3 untersuchten kippgefährdeten Stahlbetonträgern von *Kalkan* [42] hatte das Betonschwinden einen erheblichen Einfluss auf die aufnehmbaren Lasten.

Die Größe der Eigenspannungen infolge des Aufschwindens des Betons auf die Bewehrung ist vom Bewehrungsgrad abhängig. Mit zunehmenden Bewehrungsgrad nehmen die Zugeigenspannungen des Betons im Bereich der Bewehrung zu und das Bauteil geht unter einem geringeren Lastniveau in den gerissenen Zustand II über. Durch das Kriechen werden die Eigenspannungen zum Teil abgebaut. Daher sind beide Einflüsse stets in Kombination zu betrachten. Darüber hinaus sind die Auswirkungen der Eigenspannungen infolge Schwindens auf die Tragfähigkeit kippgefährdeter Träger von ihrer Schlankheit abhängig.

Stellt man die Träger von *Pauli* und *Kalkan* hinsichtlich dieser beiden Kriterien gegenüber, ist der Einfluss des Schwindens bei den Versuchsträgern von *Kalkan* deutlich stärker einzuschätzen als bei denen von *Pauli*. Der Biegelängsbewehrungsgrad ρ_l ($\rho_l = A_{sl}/(d \cdot b)$) beträgt bei den Stahlbetonträgern von *Pauli* 1,8% und bei den Trägern von *Kalkan* 2,7-3,3 %.

Da bei den Nachrechnungen der Versuche von *Kalkan* nur unter Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens des Betons eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung erreicht werden kann, wird exemplarisch der Versuchsträger Nr. 2 unter zusätzlicher Berücksichtigung dieser beiden Einflüsse nachgerechnet.

Schwindverkürzung und Kriechzahl werden nach DIN EN 1992-1-1 für das Betonalter zum Versuchsbeginn von 170 Tagen ermittelt und der Berechnung zugrunde gelegt.

Bei der Berechnung wird zunächst der Eigenspannungszustand unter Berücksichtigung des durch die Bewehrung behinderten Kriechens und Schwindens des Betons ermittelt. In diesem Zustand ist das Eigengewicht des Balkens noch nicht wirksam. Der Binder wurde erst zum Versuchsbeginn eingebaut. Der ermittelte Eigenspannungszustand wird für die Folgeberechnungen unter den Eigengewichts- und Versuchslasten als Primärlastfall zugrunde gelegt.

In Bild 4.23 sind die Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen mit und ohne Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens dargestellt. Erwartungsgemäß führen die Eigenspannungen bei dem Versuchsträger von *Pauli* zu einem deutlich geringeren Traglastabfall als bei den Versuchen von *Kalkan*. Der Traglastabfall liegt gegenüber der Nachrechnung ohne Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens bei 4,6%. Die Versuchslast wird um weniger als 1% unterschritten.

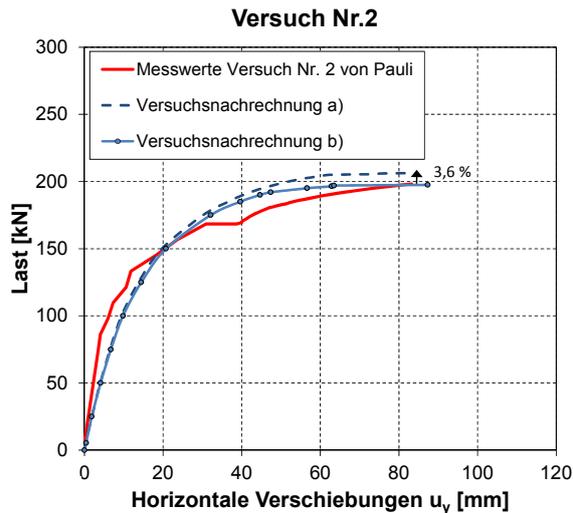


Bild 4.23: Nachrechnung des Versuchsträgers Nr.2 von *Pauli*
 a) ohne Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden und
 b) mit Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden

Bei der Modellierung von Spannbetonträgern werden die Auswirkungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons durch die Berücksichtigung der zeitabhängigen Spannkraftverluste berücksichtigt.

4.2.2 Modellierung mit Stabelementen

In der Praxis hat sich die Modellierung des Kippproblems von Stahlbeton- und Spannbetonträgern für die im Fertigteilbau üblich vorkommenden Bindergeometrien mit Stabelementen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens und der Einflüsse aus Theorie II Ordnung bewährt.

Nachrechnungen einzelner Versuche von *Pauli* mit den Stabelementen von SOFiSTiK wurden in [69] veröffentlicht. Die vorangegangenen Nachrechnungen mit Schalenelementen zeigten bereits, dass sich die gemessenen Imperfektionen insbesondere bei den Stahlbetonträgern nicht durch einfache Verläufe abbilden lassen. Da die Imperfektionen das Tragverhalten von stabilitätsgefährdeten Bauteilen maßgeblich beeinflussen, kommt ihrer richtigen Abbildung bei der Kalibrierung eines Rechenmodells eine wichtige Bedeutung zu. Im Vergleich zu den in [69] durchgeführten Nachrechnungen erfolgen die hier durchgeführten Berechnungen unter genauer Vorgabe der tatsächlich gemessenen Vorverformungen. Damit wird die Modellunsicherheit im Hinblick auf die Abbildung der Vorverformungen minimiert.

Modellierung des Materialverhaltens

Hinsichtlich der theoretischen Grundlagen für die Modellierung des Werkstoffverhaltens von Stahlbeton bei Anwendung der nichtlinearen Balkenelemente des Programmsystems SOFiSTiK wird auf die folgenden Literaturstellen verwiesen [59], [69] und [70].

Geometrische Imperfektionen

Bei der Modellierung mit nichtlinearen Balkenelementen werden geometrische Imperfektionen als Vorverformungen der Längsachse definiert. Unterschiedliche Vorverformungen des Ober- und Untergurtes können als eine Verdrehung (φ) um den Schubmittelpunkt und eine Verschiebung (u_y) von der ideal geraden Stabachse in das Rechenmodell übertragen werden. Im Bild 4.24 sind alle möglichen Kombinationen beider Verformungsanteile zusammengestellt. Die Vorgabe der Vorverformungen erfolgt bei den folgenden Nachrechnungen jeweils in den einzelnen Querschnitten in 1 m Abständen.

In Tabelle 4.6 werden exemplarisch die am Versuchsträger Nr.1 gemessenen Vorverformungen des Ober- und Untergurtes in eine äquivalente Kombination aus der Verdrehung φ und Verschiebung u_y überführt. Im Bild 4.25 wird die tatsächlich gemessene Vorverformungsfigur derjenigen im Rechenmodell gegenübergestellt.

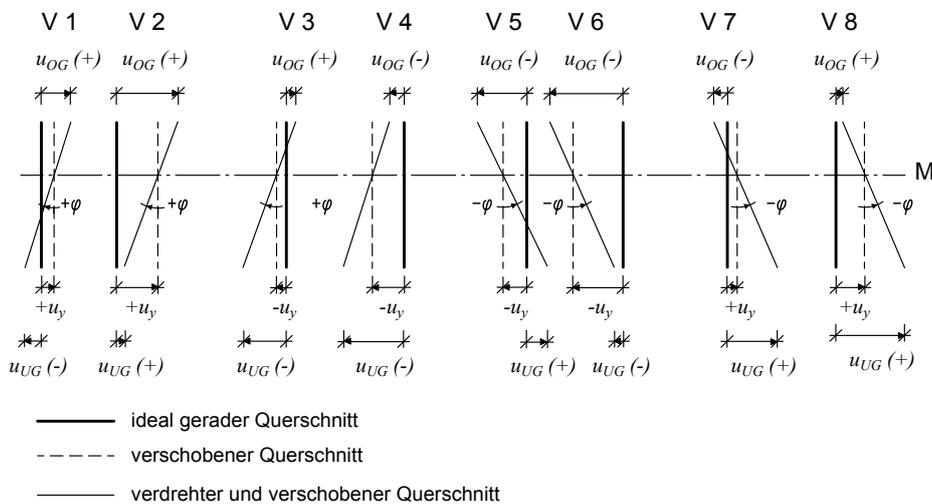
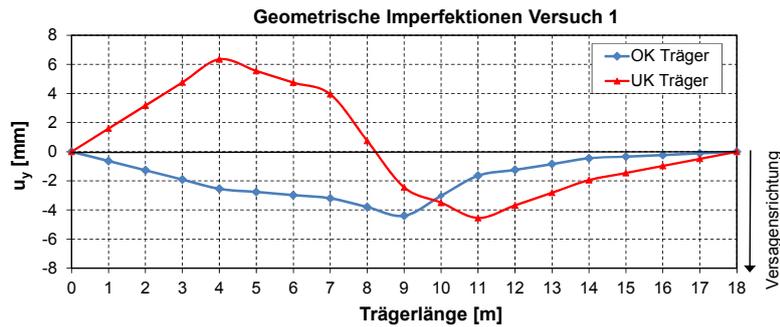


Bild 4.24: Mögliche Vorverformungen des Ober- und Untergurtes und daraus resultierende Kombinationen der Verdrehungen und Verschiebungen

Tabelle 4.6: Übertragung der gemessenen Vorverformungen in das Rechenmodell als Verdrehung φ und Verschiebung u_y am Beispiel des Versuchsträger Nr. 1 von Pauli [1]

Länge [m]	Versuch		Rechenmodell	
	Verformung OG [mm]	Verformung UG [mm]	Verdrehung φ [milli rad]	Verschiebung u_y [mm]
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
4,0	-2,55	6,35	-6,85	0,38
7,0	-3,20	3,95	-5,50	-0,85
9,0	-4,40	-2,45	-1,50	-3,76
11,0	-1,65	-4,55	2,23	-2,60
14,0	-0,45	-1,95	1,15	-0,94
18,0	0,00	0,00	0,00	0,00

a) Gemessene Vorverformungen Versuch 1 [1]



b) Vorgabe der Vorverformungen im Rechenmodell

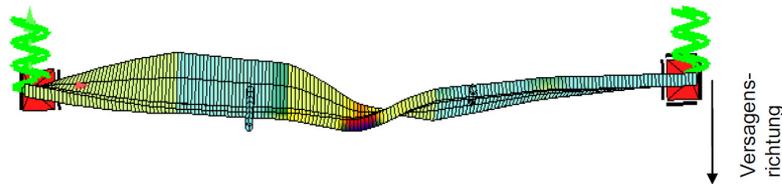


Bild 4.25: Gegenüberstellung der Vorverformungen gemäß Messung und Rechenmodell

4.2.2.1 Versuchsnachrechnungen an Stahlbetonträgern

Versuche Nr.1 -4

Die Nachrechnung der Versuche erfolgt mit den bereits bei den vorangegangenen Simulationsrechnungen mit Schalenelementen in Abschnitt 4.2.1 zugrunde gelegten Annahmen.

Aufgrund der genauen Abbildung der gemessenen Vorverformungen und einer genauen Studie der Versuchsabläufe werden die Ergebnisse der Nachrechnungen im Wesentlichen durch den Ansatz der Torsionssteifigkeit beeinflusst. Die Abminderung der Torsionssteifigkeit infolge Rissbildung erfolgt in den einzelnen Querschnitten für ein gegebenes Lastniveau zunächst im Verhältnis der Querbiegesteifigkeiten im Zustand II und Zustand I. Eine weitere Abminderung kann durch einen pauschalen Abminderungsfaktor α vorgenommen werden.

Ansatz der Torsionssteifigkeit im gerissenen Zustand II:

$$(GI_T)^{II} = \alpha \cdot (GI_T)^I \cdot \left(\frac{(EI_z)^{II}}{EI_z} \right)$$

Die Versuchsnachrechnungen an den Stahlbetonträgern von *Pauli* sind in Bild 4.26 bis Bild 4.29 unter Ansatz unterschiedlicher Abminderungsfaktoren α dargestellt. Die beste Übereinstimmung zwischen Versuch und Simulationsrechnung ergibt sich bezogen auf den Zuwachs der Horizontalverformungen mit einem zusätzlichen Abminderungsfaktor $\alpha=0,8$. Bei einem mittleren Abfall der Querbiegesteifigkeit auf etwa 50% ergibt sich die Torsionssteifigkeit bei Ansatz des Abminderungsfaktors α mit 0,8 zu 40 % des linear-

elastischen Wertes. Die Versagenslasten werden mit diesen Annahmen insgesamt um maximal 8% überschätzt.

Eine bessere Übereinstimmung in Bezug auf die Traglasten wird mit Abminderungsfaktoren α zwischen 0,6 – 0,7 erreicht ($GI_T^{II} \approx 0,3-0,35 GI_T^I$). In [69] wird der Faktor α mit $\alpha=0,5$ ($GI_T^{II} \approx 0,25 GI_T^I$) als konservative Annahme empfohlen.

Die rechnerisch ermittelten Durchbiegungen weichen zwar teilweise von den Messwerten ab, die Neigungen der Last-Verformungskurven sind jedoch vergleichbar und fallen bei den Versuchen Nr.3 und 4 sogar zusammen. Daraus folgt der Schluss, dass die Steifigkeiten durch das Rechenmodell zutreffend erfasst werden.

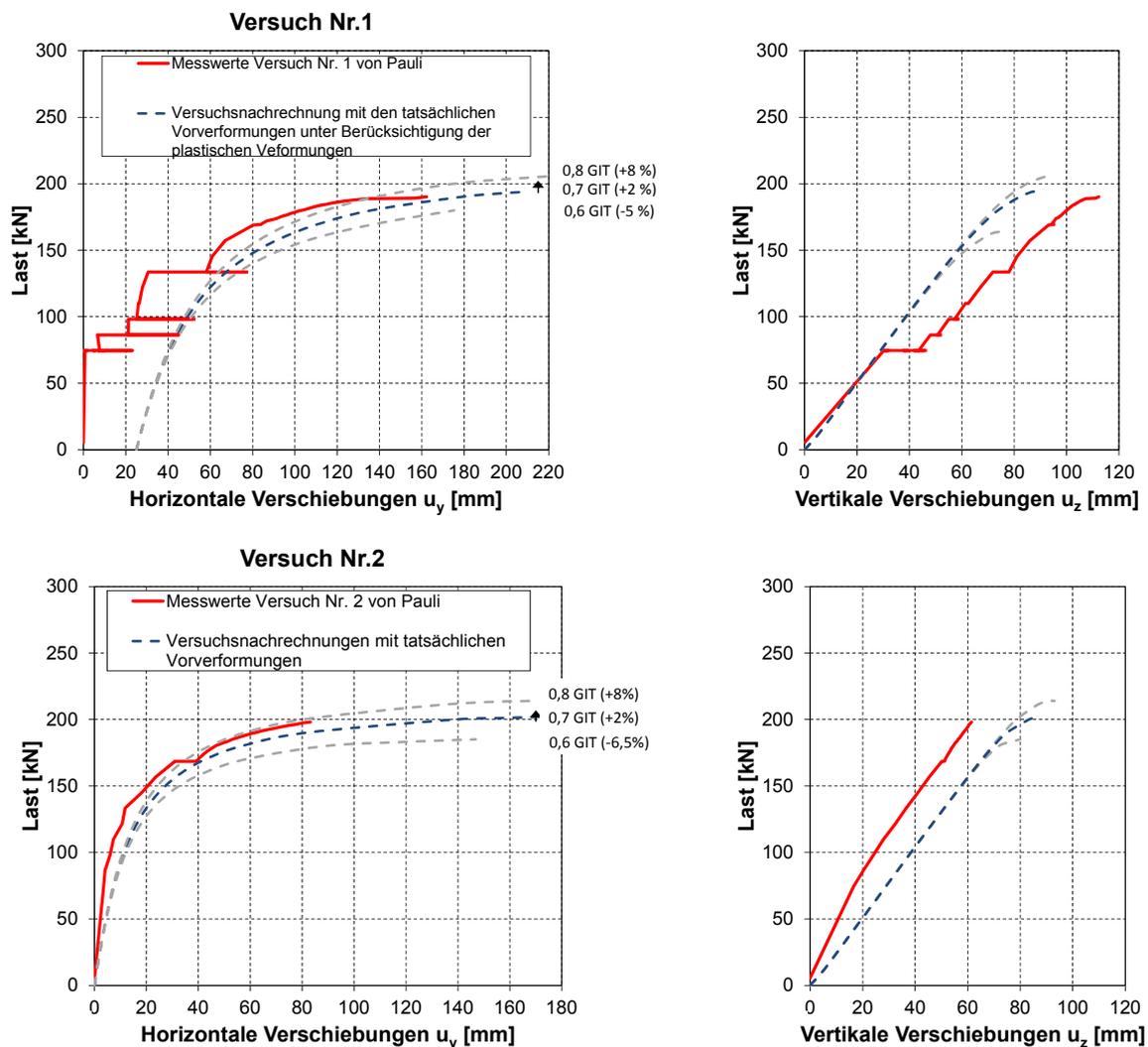


Bild 4.26: Versuch 1 und 2: Gegenüberstellung von Versuch und Nachrechnung - Modellierung mit Stabelementen

In Bild 4.27 ist für eine ausgewählte Laststufe kurz vor Versagen der Verlauf der wirksamen Torsionssteifigkeiten für den Versuchsträger 2 unter Ansatz variierender Abminderungsfaktoren α aufgetragen. Darüber hinaus wird für das gleiche Beanspruchungsniveau die Torsionssteifigkeit anhand der verbleibenden Biegedruckzone

querschnittsweise ermittelt. Wie die Ausführungen in Abschnitt 6.3.2 zeigen, stellt diese Abschätzung einen unteren Grenzwert für die Torsionssteifigkeit dar, da eine Mitwirkung der gerissenen Zugzone nicht berücksichtigt wird. Die Näherung für die Torsionssteifigkeit im Zustand II durch Ansatz der Torsionssteifigkeit der Druckzone ist, wie der Vergleich in Bild 4.27 zeigt, gleichwertig mit dem Näherungsverfahren von SOFiSTiK bei Annahme des Abminderungsfaktors α zwischen 0,5-0,6.

Bei der Modellierung mit den Stabelementen von SOFiSTiK ist zu beachten, dass eine Rissbildung in den Auflagerbereichen infolge Torsion nicht berücksichtigt wird, d.h. es erfolgt keine entsprechende Abminderung der Torsionssteifigkeit. Eine Überschreitung des Torsionsrissmomentes an den Gabelagern führt bei einem realen Bauteil aufgrund eines starken Steifigkeitsabfalls bei geringer Laststeigerung zum Versagen. Bei Anwendung der Stabelemente von SOFiSTiK sollte daher die Torsionsbeanspruchung in den Auflagerbereichen unbedingt im Auge behalten werden.

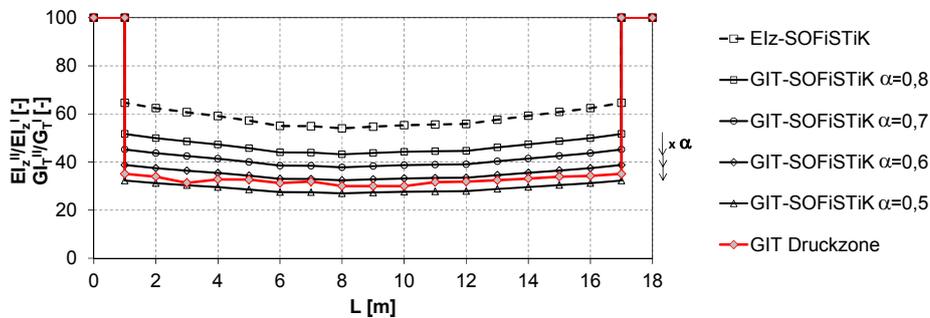


Bild 4.27: Abminderung der Torsionssteifigkeit unter der Versagenslast für den Versuchsträger 2

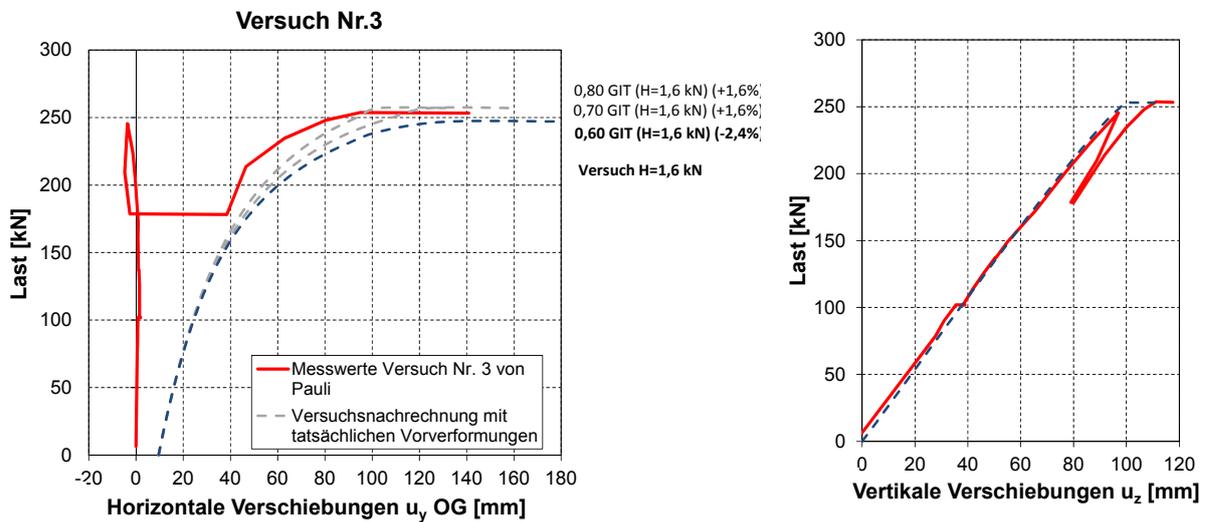


Bild 4.28: Versuch Nr. 3: Gegenüberstellung von Versuch und Nachrechnung - Modellierung mit Stabelementen

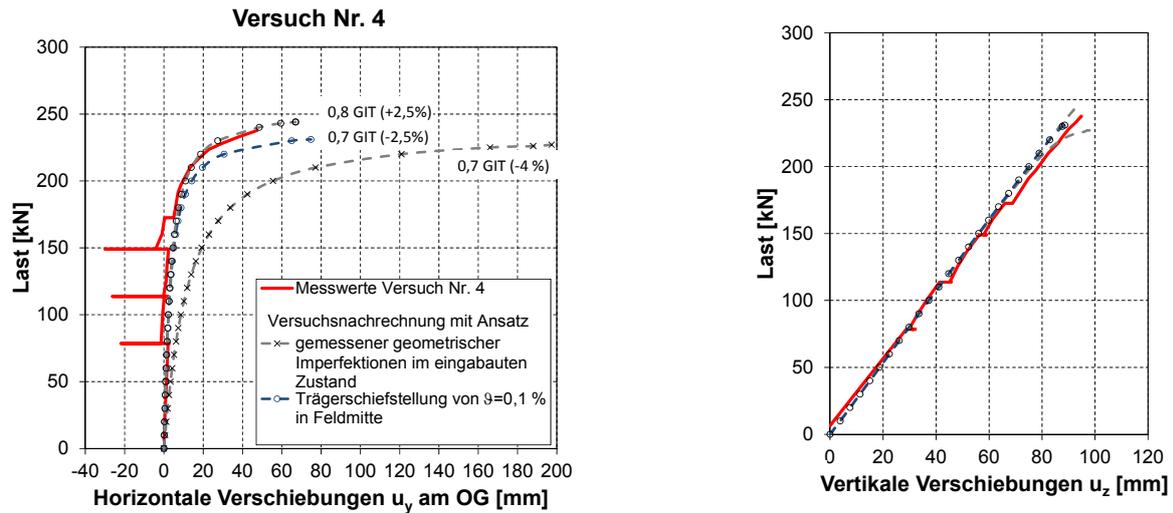


Bild 4.29: Versuch Nr. 4: Gegenüberstellung von Versuch und Nachrechnung - Modellierung mit Stabelementen

4.2.2.2 Versuchsnachrechnungen an Spannbetonträgern

Versuche Nr.5 -6

Die Nachrechnungen der Versuche an Spannbetonträgern erfolgen unter den gleichen Randbedingungen wie die Simulationsrechnungen mit den Schalelementen im Abschnitt 4.2.1.2.

Aufgrund der Vorspannung verbleiben die Träger länger im ungerissenen Zustand I. Bei vorgespannten Bauteilen wird im Rechenmodell bereits im Zustand I eine Abminderung der Torsionssteifigkeit auf $2/3$ des linear-elastischen Wertes vorgenommen. Diese Vorgabe entspricht den Versuchsbeobachtungen in [71] und ist durch die Mikrorissbildung begründet. Ist das Dekompressionsmoment überschritten wird analog zu den Stahlbetonträgern verfahren. In Bild 4.30 und Bild 4.31 sind die Ergebnisse der Versuchsnachrechnung dargestellt. Eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchen ergibt sich bei Ansatz des Abminderungsfaktors α zwischen 0,7-0,8.

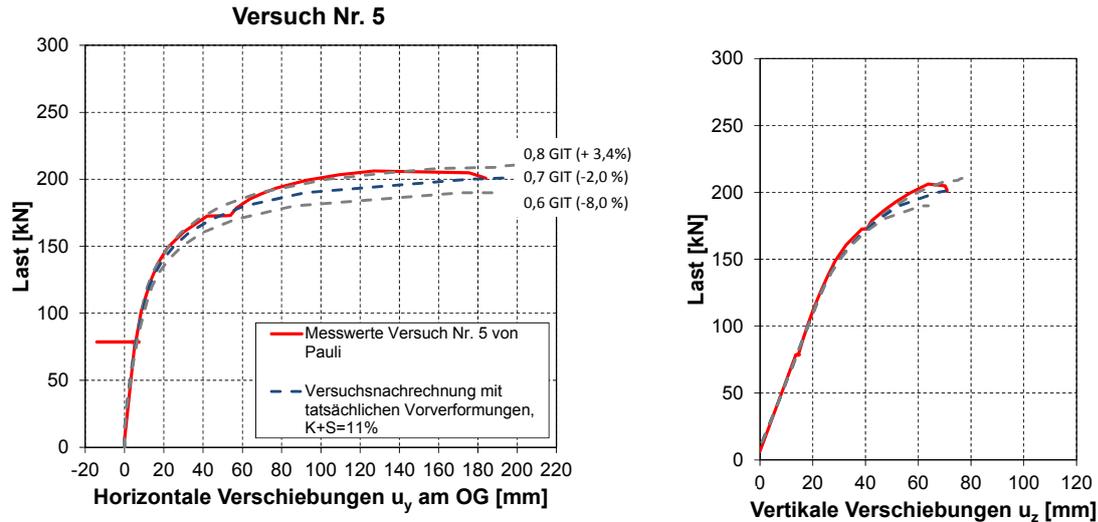


Bild 4.30: Versuch 5: Gegenüberstellung von Versuch und Nachrechnung - Modellierung mit Stabelementen

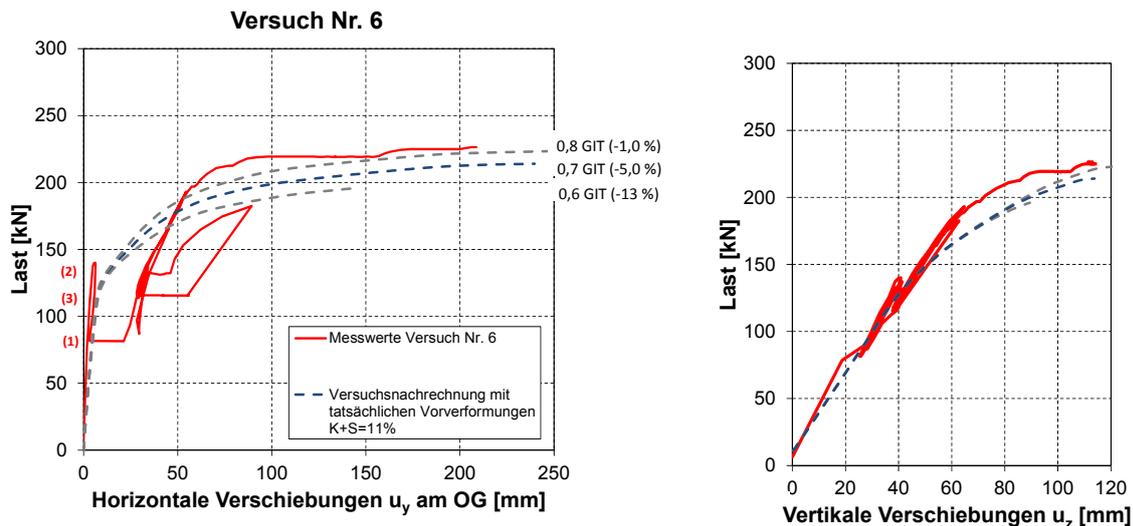


Bild 4.31: Versuch Nr.6: Gegenüberstellung von Versuch und Nachrechnung unter Berücksichtigung der Kriechverformung - Modellierung mit Stabelementen

In Bild 4.32 ist der Verlauf der Torsionssteifigkeit über die Bauteillänge kurz vor dem Erreichen der Traglast für den Versuchsträger 5 dargestellt. Die in der SOFiSTiK-Berechnung rechnerisch angesetzte Torsionssteifigkeit wird der Torsionssteifigkeit der vorhandenen Biegedruckzone gegenübergestellt. In den gerissenen Bereichen fallen beide Ansätze bei Ansatz des Abminderungsfaktors zu $\alpha=0,8$ zusammen. Wird beim Ansatz der Torsionssteifigkeit auf Grundlage der Druckzone die Empfehlung einer Reduktion der Torsionssteifigkeit in den ungerissenen Bereichen auf 60% des linear-elastischen Wertes berücksichtigt, sind die Ansätze auch in den ungerissenen Bereichen gleichwertig.

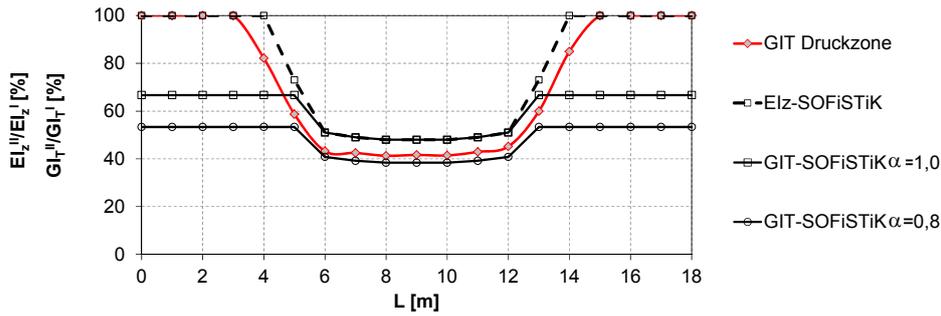


Bild 4.32: Abminderung der Torsionssteifigkeit unter der Versagenslast für den Versuchsträger 5

Tabelle 4.7: Gegenüberstellung der Traglasten im Versuch und der numerischen Simulation mit Stabelementen

	Stahlbeton ($\alpha=0,7$)				Spannbeton ($\alpha=0,7$)	
Versuch	1	2	3	4	5	6
Traglast, Versuch [kN]	190,1	198,8	253,5	238	206	227
			H=1,6			
Rechnerische Traglast [kN]	194 (+2,0%)	203 (+2,0 %)	257 (+1,6%)	227 (-4%)	202 (-2,0 %) (K+S=11%)	216 (-5,0 %) (K+S=11%)
			H=1,6			

Zusammenfassung

Anhand der Versuchsnachrechnungen konnte gezeigt werden, dass das Tragverhalten von kippgefährdeten Trägern mit den nichtlinearen Balkenelementen von SOFiSTiK ebenfalls zutreffend erfasst wird. Bei der Modellierung muss der Abfall der Torsionssteifigkeit angemessen berücksichtigt werden. Die Torsionssteifigkeit wird im ersten Schritt im Verhältnis der Querbiegesteifigkeiten im Zustand II und Zustand I abgemindert. Da der Abfall der Torsionssteifigkeit i.d.R. höher ausfällt als der der Biegesteifigkeit, wird die Torsionssteifigkeit darüber hinaus durch einen pauschalen Abminderungsfaktor α reduziert. Für Stahlbetonbauteile wird mit dem Faktor $\alpha=0,6$ und für Spannbetonbauteile mit $\alpha=0,8$ die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen für Lastniveaus oberhalb der Risschnittgröße erreicht. Dieser Ansatz ist für die untersuchten Versuchsträger von *Pauli* gleichwertig mit einer Näherung der Torsionssteifigkeit anhand der verbleibenden Biegedruckzone. Eine Abminderung der Torsionssteifigkeit bei Erreichen der Risschnittgröße infolge Torsion in den Auflagerbereichen erfolgt nicht. Eine Überschreitung des Torsionsrissmomentes führt zu einem starken Steifigkeitsabfall und zur Instabilität des Bauteils. Daher sollte bei Verwendung der nichtlinearen Stabelemente die Torsionsbeanspruchung an den Gabellagern auf die Risschnittgröße begrenzt werden.

Für vorgespannte Bauteile wird durch das Rechenmodell zusätzlich ein Abfall der Torsionssteifigkeit im Zustand I infolge Mikrorissbildung durch eine pauschale Abminderung des linear-elastischen Wertes der Torsionssteifigkeit auf 70% berücksichtigt.

In Tabelle 4.5 werden die Ergebnisse der Nachrechnungen mit Schalen- und Stabelementen im Hinblick auf die vorhandenen Modellunsicherheiten beider

Rechenmodelle gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt, dass die Modellunsicherheiten beider Rechenmodelle recht gering sind, da die Materialeigenschaften der Versuchsträger relativ genau bekannt sind. Die Abweichungen der rechnerischen Traglasten auf Grundlage der Mittelwerte der Materialeigenschaften gegenüber den Versuchslasten liegen zwischen -5% bis +5%. Der Versuch Nr. 4 wurde aufgrund des nicht eindeutigen Versuchsablaufs aus der Bewertung rausgenommen (siehe 4.2.1.1).

Tabelle 4.8: Vergleich der Modellunsicherheiten bei unterschiedlicher Modellierung mit Schalen- und Stabelementen

	Stahlbeton			Spannbeton	
Versuch	1	2	3	5	6
γ_{FEM} Schalenmodell	0,98	1,04	1,0	1,03	1,0
γ_{FEM} Stabmodell ($\alpha=0,7$)	1,02	1,02	1,02	0,98	0,95

mit $\gamma_{FEM} = \frac{F_{FEM}}{F_{Versuch}}$

4.3 Nachrechnung der schlanken Stahlbetonträger von Kalkan unter Berücksichtigung des Schwindens

Im Rahmen seiner Dissertation [42] führte *Kalkan* experimentelle Untersuchungen an elf sehr schlanken, scheibenartigen Stahlbetonbindern ohne einen verbreiterten Druckgurt durch. Die Versuchsträger wurden als Einfeldträger ausgebildet und durch eine Einzellast in Feldmitte belastet. An den Endauflagern waren die Versuchsträger gegen seitliches Ausweichen durch eine Gabellagerung gesichert. Die untersuchten Querschnitte mit den zugehörigen Spannweiten der Träger sind in Bild 4.33 zusammengestellt. Die für eine Kippgefährdung charakteristischen geometrischen Verhältnisse sind mit h/b zwischen 11,9 und 14,7 und L/b zwischen 96 und 156 im Vergleich zu den Trägern von *Pauli* deutlich höher (Bild 4.1). Daher sind diese Versuchsträger als empfindlicher gegenüber einem Kippversagen einzustufen.

Der Entwurf der Versuchsträger erfolgte mit dem Ziel eines „elastischen“ Kippversagens, d.h. der Beton unter Druckbeanspruchung und die Bewehrung sollten bis zum Erreichen der Traglast linear-elastisches Materialverhalten aufweisen. Durch Dehnungsmessungen an den maßgebenden Stellen konnte dieses Bauteilverhalten in den Versuchen bestätigt werden.

Das Versuchsprogramm umfasste zwei Versuchsserien (Bild 4.33). Die ersten Versuche dienten der Erprobung und Weiterentwicklung des Versuchsstandes sowie der Trägergeometrie für die Folgeversuche. Die ersten Versuchsträger (B18 und B22) erwiesen sich aufgrund ihrer geringen Abmessungen und der entsprechend kleinen Biege- und Torsionssteifigkeiten als sehr empfindlich gegenüber den kleinsten ungewollten Lastexzentrizitäten, z.B. bedingt durch Ungenauigkeiten bei der Lasteinleitung. Mit größer werdenden Trägerquerschnitten verhielten sich die Versuchsträger (B30 und B36) weniger anfällig gegenüber derartigen Imperfektionen. Aufgrund der geringen Abmessungen und des hohen Bewehrungsgrades wurde bei der ersten Versuchsserie selbstverdichtender Beton verwendet. Bei allen Trägern wurde bereits vor dem Aufbringen der Versuchslast ein ausgeprägtes Rissbild infolge von Eigenspannungen durch Schwinden des Betons festgestellt. Um das Schwinden zu begrenzen, wurde für die zweite Versuchsserie mit entsprechenden betontechnologischen Maßnahmen ein normalfester schwindarmer Beton hergestellt.

Die Träger der zweiten Versuchsreihe wurden gegenüber den ersten Versuchen mit größeren Querschnittsabmessungen und einer deutlich längeren Spannweite von 12 m ausgebildet (Bild 4.33).

Die geometrischen Imperfektionen wurden an allen Trägern beider Versuchsreihen im eingebauten Zustand über die gesamte Trägerlänge jeweils am oberen und unteren Rand sowie in halber Höhe aufgemessen.

Eine Nachrechnung der ersten Versuchsserie erscheint für die Kalibrierung des numerischen Rechenmodells, aufgrund der sehr geringen Querschnittsabmessungen und der bereits bei der Versuchsdurchführung festgestellten starken Sensitivität gegenüber kleinsten Abweichungen sowie vieler unbekannter Parameter, wie z.B. Zugfestigkeit,

Nachgiebigkeit der Gabelagerung und Größenordnung der Schwinddehnung, nicht erfolgversprechend. Für die Nachrechnung werden deshalb die Träger der zweiten Versuchsreihe ausgewählt.

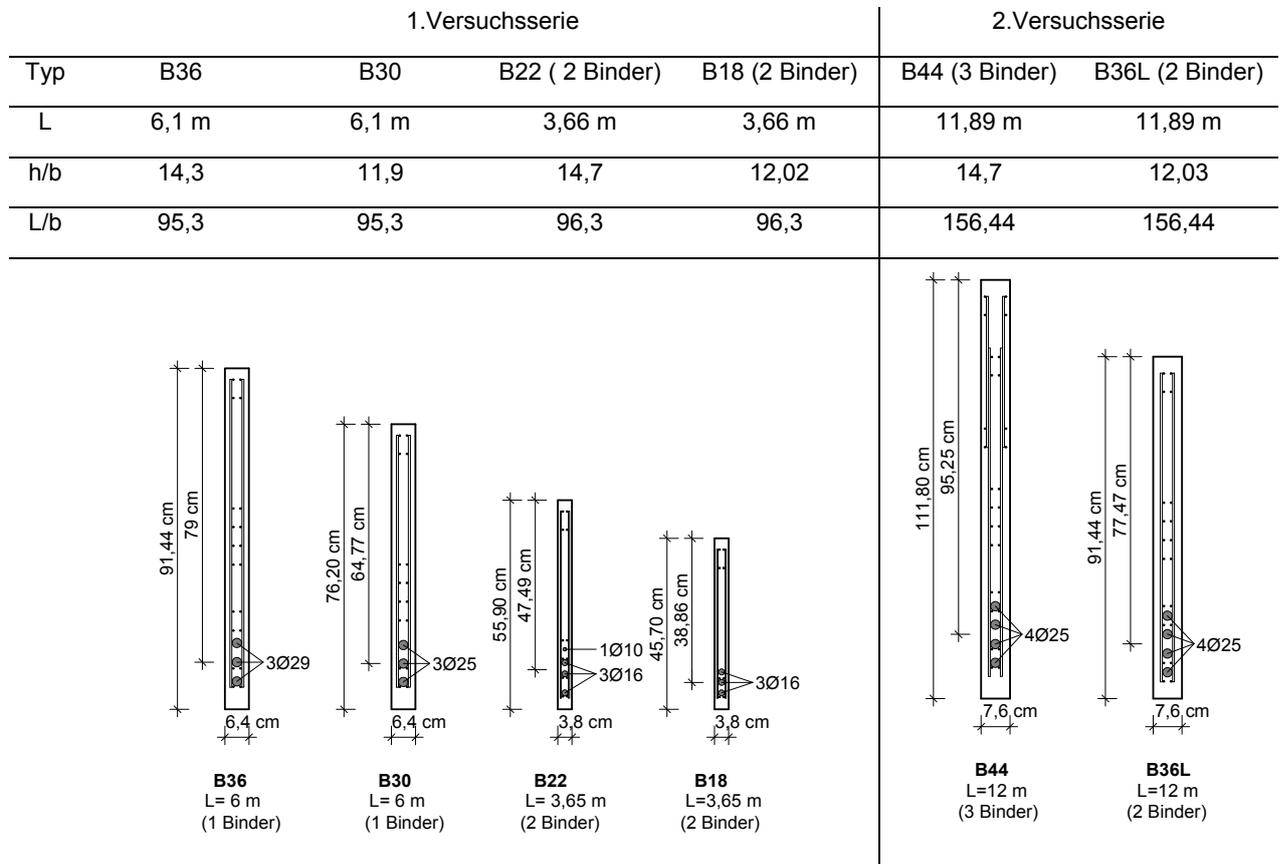


Bild 4.33: Versuchsträger von *Kalkan* [42]

Nachrechnung der Versuchsträger B36L-1, B36L-2

Bei den Stahlbetonscheiben B36L-1 und B36L-2 handelt es sich um baugleiche Versuchskörper mit einer Spannweite von 12 m. Bei der Herstellung der beiden scheibenartigen Träger wurde die gleiche Betonmischung sowie Betonstahl aus einer Charge verwendet. Die Betondruckfestigkeiten und der E-Modul wurden an jeweils 3 Zylinderproben am Tag der Versuchsdurchführung ermittelt (Tabelle 4.9). Die Betonzugfestigkeit, ein sehr wichtiger Parameter für die nichtlineare Berechnung, wurde leider nicht bestimmt. Für die Nachrechnung wird die Zugfestigkeit daher anhand der angegebenen Betondruckfestigkeiten als Mittelwert f_{ctm} nach DIN EN 1992-1-1 zugrunde gelegt. Die Versuche wurden 200 Tage nach Herstellung der Träger durchgeführt.

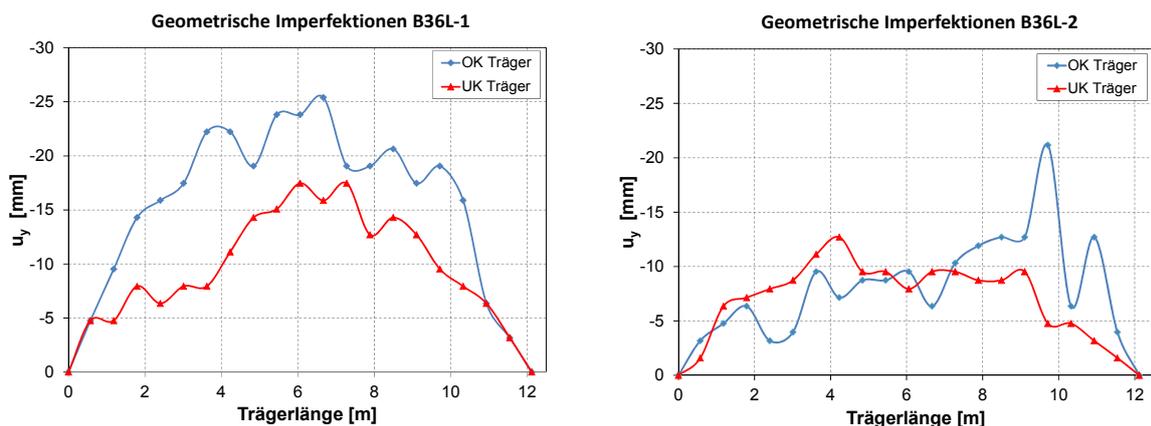
Beide Versuchskörper wurden in der Zugzone mit 4 Ø 25 bewehrt. Die Schubbewehrung wurde in Form von Betonstahlmatten eingebaut mit einer wirksamen Bewehrung von $\varnothing 5,3 \text{ mm}/15 \text{ cm}$ ($1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$). Die Streckgrenze des verwendeten Bewehrungsstahls lag bei $426,6 \text{ N/mm}^2$.

Tabelle 4.9: Materialfestigkeiten der B36L-Serie

Versuchskörper	Bauteilalter am Versuchstag [Tage]	$f_{ck,cyl}$ [MN/m ²]	E_{cm} [MN/m ²]	G [MN/m ²]	f_{ctm} [MN/m ²]
V36L-1	192	54,47	29650	12354	4,0
V36L-2	201	54,74	31000	12916	4,0

Die Versuchsträger unterschieden sich lediglich durch die geometrischen Imperfektionen (Bild 4.34). Der Träger B36L-1 wies gegenüber dem Träger B36L-2 deutlich größere Vorverformungen in Form einer horizontalen Auslenkung in Kombination mit einer Verdrehung auf.

Einer der Schwerpunkte in *Kalkans* Arbeit bestand darin, den Einfluss von geometrischen Imperfektionen zu untersuchen. Die deutlichen Auswirkungen unterschiedlicher Vorverformungen auf die Traglasten der baugleichen Versuchsträger werden durch den Vergleich des Last-Verformungsverhaltens beider Binder in Bild 4.35 und Bild 4.36 deutlich. Der Binder B36L-2 erreicht gegenüber dem Binder B36L-1 eine um etwa 35% höhere Traglast.

**Bild 4.34:** Gemessene Imperfektionen der Versuchsträger B36L-1 und B36L-2 vor dem Belastungsbeginn

Aufgrund der Schwindrissbildung bei der ersten Versuchsserie wurden bei den Trägern der Reihe B36L die Schwindverkürzungen an den Trägeroberflächen während der ersten 90 Tage nach Herstellung gemessen. Die Messungen erfolgten an den Seitenflächen der Träger an jeweils zwei unterschiedlichen Stellen. Die gemessenen Verkürzungen weisen mit Werten zwischen 0,3 - 0,7‰ eine starke Streuung auf (Tabelle 4.10). Die Messungen wurden nicht bis zum Tag der Versuchsdurchführung fortgesetzt. Im Vergleich zu den gemessenen Schwindverkürzungen ergeben sich nach DIN EN 1992-1-1 nach 200 Tagen mit 0,40 ‰ deutlich geringere Werte. Dabei ist zu beachten, dass es sich bei den Normwerten um erwartete Mittelwerte mit einem Variationskoeffizienten von etwa $V=30\%$ handelt. Schwindverkürzungen als auch Kriechverformungen unterliegen großen

Streuungen, daher werden mehrere Berechnungen mit unterschiedlichen Schwinddehnungen innerhalb der in [42] angegebenen Werte durchgeführt.

An den Versuchsträgern wurden keine sichtbaren Schwindrisse beobachtet. Aufgrund des recht hohen Bewehrungsgehaltes ($\rho_l = 3,3\%$) ist dennoch von Eigenspannungen im Beton und unsichtbaren Mikrorissen auszugehen.

Tabelle 4.10: Gemessene Schwinddehnungen und zu erwartende Schwinddehnungen und Kriechzahlen nach DIN EN 1992-1-1 für die Versuchsträger

	Messung der Schwinddehnung $-\varepsilon_{cs}$ nach 90 Tagen an der Oberfläche [42]	Schwinddehnung $-\varepsilon_{cs}$ nach DIN EN 1992-1-1 nach 200 Tagen bei 60% r.L. und Zement der Klasse N	Kriechzahl nach DIN EN 1992-1-1 nach 200 Tagen bei 60% r.L.
	[‰]	[‰]	
V36L-1	0,31-0,67	0,40	1,6
V36L-2	0,45-0,56	0,40	1,6

Die Modellierung der Versuchsträger erfolgt mit nichtlinearen Schalenelementen analog zu der Nachrechnung der Versuche von *Pauli*. In Tabelle 4.11 und Tabelle 4.12 sind die Ergebnisse für beide Versuchsträger bei Ansatz unterschiedlicher Schwindverkürzungen und einer konstanten Kriechzahl zusammengestellt. Die beste Übereinstimmung mit den Versuchen ergibt sich mit Schwinddehnungen zwischen 0,50-0,55‰, diese Werte liegen innerhalb des von *Kalkan* angegebenen Wertebereiches.

In Bild 4.35 und Bild 4.36 werden die Ergebnisse mit und ohne Berücksichtigung des Schwindens als Last-Verformungskurven den Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Für die Berechnung wurde die Kriechzahl nach DIN EN 1992-1-1 mit $\varphi_{200d}=1,6$ zugrunde gelegt. Durch das gleichzeitige Betonkriechen werden die Eigenspannungen zum Teil abgebaut, daher sollten Kriechen und Schwinden immer in Kombination berücksichtigt werden. Für den Versuchsträger B36L-1 führt beispielsweise eine Berechnung ohne Berücksichtigung des Kriechens mit $\varepsilon_{cs}=-0,55\%$ zu einem zusätzlichen Traglastabfall von 16%.

Bei Ansatz der Schwindverkürzung und Kriechzahl nach DIN EN 1992-1-1 werden die Traglasten der beiden Versuchsträger zwischen 10-16% überschätzt. Erfolgt die Nachrechnung dagegen ohne Berücksichtigung der zeitabhängigen Einflüsse ergeben sich um 20-40% höhere Traglasten gegenüber den Versuchen.

Die Gegenüberstellung der beiden Versuchsnachrechnungen zeigt darüber hinaus, dass die Reduzierung der effektiven Risschnittgrößen durch die Eigenspannungen infolge der Schwindbehinderung durch die Bewehrung sich bei dem Binder mit höheren geometrischen Imperfektionen stärker auswirkt.

Tabelle 4.11: Auswirkungen des Schwindens und Kriechens auf die Traglasten des Versuchsträgers B36L-1

$-\varepsilon_{cs}$ [‰]	φ_{200d}	Traglastdifferenz gegenüber dem Versuch B36L-1
-	-	+40%
0,40	1,6	+16%
0,50	1,6	+5%
0,55	1,6	0 %
	-	-16%

Tabelle 4.12: Auswirkungen des Schwindens und Kriechens auf die Traglasten des Versuchsträgers B36L-2

$-\varepsilon_{cs}$ [‰]	φ_{200d}	Traglastdifferenz gegenüber dem Versuch B36L-2
-	-	+20%
0,40	1,6	+8,8%
0,50	1,6	+3 %
0,52	1,6	0%
	-	-24%
0,55	1,6	-6,0%

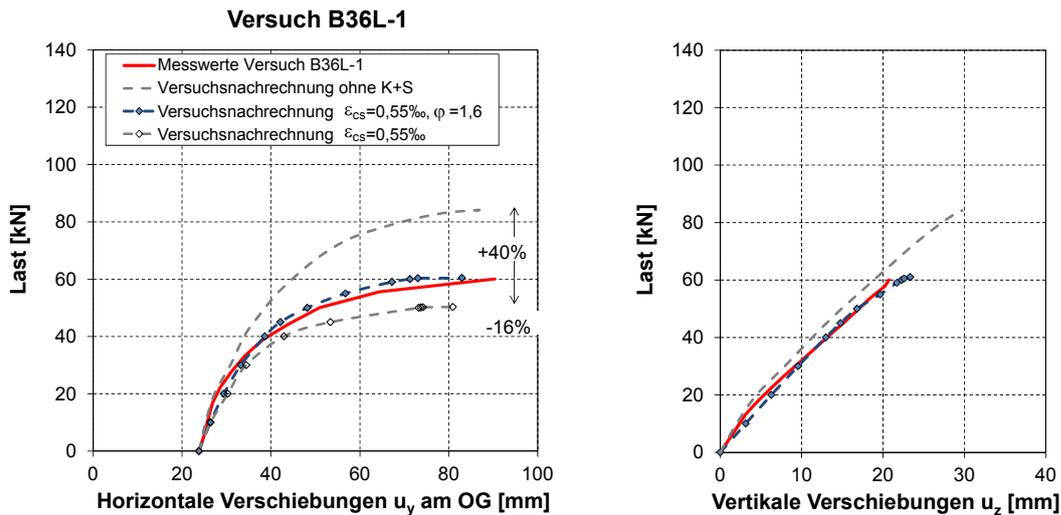


Bild 4.35: Gegenüberstellung von Versuch B36L-1 und Nachrechnung mit und ohne Berücksichtigung der Schwindverkürzung

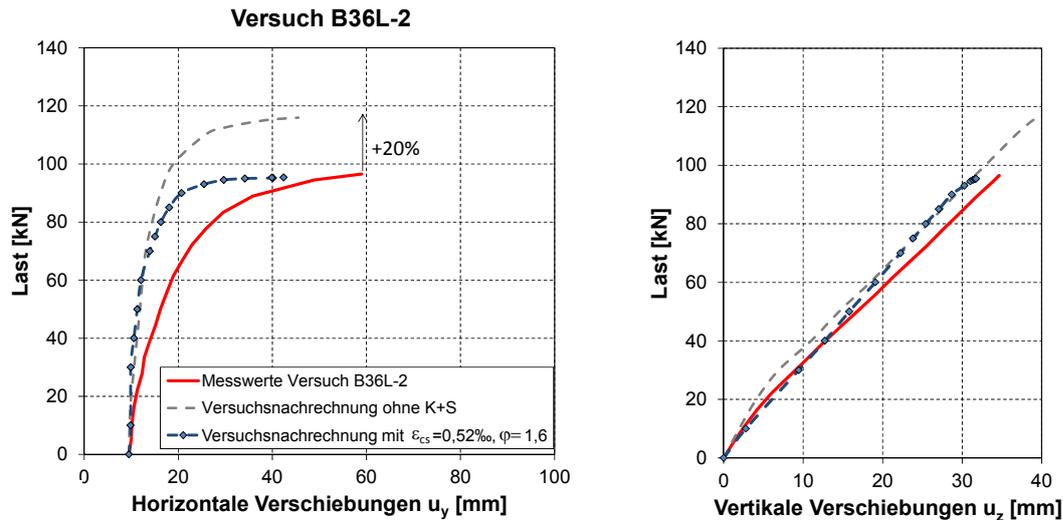


Bild 4.36: Gegenüberstellung von Versuch B36L-2 und Nachrechnung mit und ohne Berücksichtigung der Schwindverkürzung

Anzumerken ist, dass es sich bei den Schlankheiten der Versuchsträger um im Vergleich zur üblichen Praxis, ungewöhnlich schlanke Träger handelt. Kleinste Änderungen im Rechenmodell, beispielsweise der Vorverformungen, der Bauteildicke im Millimeterbereich oder Baustoffeigenschaften, beeinflussen das Last-Verformungsverhalten und die Traglast bereits in einer Größenordnung von $\pm 10\%$. Diese Beobachtungen wurden auch von *Kalkan* bei der Versuchsdurchführung gemacht. Deshalb ist es nicht verwunderlich, dass die numerischen Berechnungen ebenfalls diese Empfindlichkeiten aufweisen.

Zusammenfassung

Sowohl die Versuche von *Kalkan* als auch die durchgeführten Nachrechnungen zeigen im Hinblick auf die Kippstabilität einen starken Einfluss geometrischer Imperfektionen sowie vorhandener Eigenspannungen infolge der Behinderung des Betonschwindens durch die eingebaute Bewehrung. Die Sensitivität der Versuchsträger gegenüber dem Schwinden ist zum einen auf die stark stabilitätsgefährdeten Bindergeometrien ohne Obergurtverbreiterung und zum anderen auf den relativ hohen Bewehrungsgrad zurückzuführen.

Die traglastmindernden Effekte infolge Kriechens und Schwindens des Betons können durch die verwendeten Layerelemente zutreffend erfasst werden. Dabei ist zu beachten, dass die Kriech- und Schwindzahlen stark streuen können. Eine Nachrechnung von Versuchen, deren Tragverhalten durch diese Einflüsse maßgeblich mitbeeinflusst wird, erfordert daher möglichst genaue Angaben hinsichtlich der tatsächlichen Verhältnisse.

4.4 Nachrechnung der schlanken Spannbetonträger von Hurff – Auswirkung von Horizontallasten

Hurff führte im Rahmen seiner Dissertation [41] Versuche an sechs kippgefährdeten Spannbetonträgern ebenfalls ohne Obergurterbreiterung durch. Die Versuchsträger waren als Einfeldträger mit einer Spannweite von 9,75 m und Gabellagerungen an den Trägerenden konzipiert. Die Belastung wurde als vertikale Einzellast in Feldmitte aufgebracht und bis zur Ankündigung eines Kippversagens gesteigert. Alle Träger wurden mit identischen Querschnittsabmessungen bei einer Breite von 10,2 cm und einer Höhe von 102 cm ausgebildet. Die charakteristischen Verhältnisse für die Einstufung hinsichtlich einer Kippgefährdung nach DIN EN 1992-1-1 liegen bei $h/b=9,5$ und $L/b=96$.

Die Versuchsträger können in Abhängigkeit von der Anordnung der Spannglieder in 3 Gruppen eingeteilt werden. Die Ausbildung der Querschnitte ist in Bild 4.37 dargestellt. Die Träger vom Typ C2 wurden jeweils mit 2 Spanngliedern zentrisch vorgespannt, die Träger vom Typ B1 wurden mit einem Spannglied und der Trägertyp B2 mit 2 Spanngliedern jeweils in der Zugzone vorgespannt. Die zentrische Vorspannung lag zwischen $1,2 \text{ MN/m}^2$ und $2,4 \text{ MN/m}^2$. Alle Träger enthielten die gleiche Betonstahlbewehrung.

Die Vorverformungen des Ober- und Untergurtes wurden jeweils im eingebauten Zustand an 6 Stellen über die Trägerlänge aufgemessen.

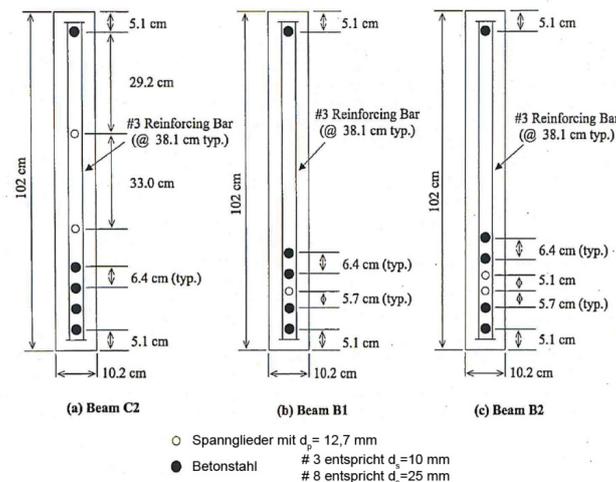


Bild 4.37: Bauliche Durchbildung der Versuchsträger [41]

Die Druckfestigkeit sowie der E-Modul des Betons wurden parallel zu den Versuchen an jeweils 3 Zylinderproben je Versuchsträger ermittelt und sind in Tabelle 4.13 zusammengefasst. Die Zugfestigkeit wurde nicht bestimmt. Für die Nachrechnung wird diese daher als Mittelwert f_{ctm} in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1 auf Grundlage der angegebenen Druckfestigkeiten ermittelt.

Für die Versuchsnachrechnung werden die Träger der B1-Reihe ausgewählt. Die Modellierung erfolgt mit den nichtlinearen Schalenelementen von SOFiSTiK analog zu der Nachrechnung der Spannbetonträger von *Pauli* in Abschnitt 4.2.1.2.

Tabelle 4.13: In [41] ermittelte Betonkennwerte und gemessene Vorspannkkräfte

Versuchskörper	$f_{ck,cyl}$ [MN/m ²]	E-Modul [MN/m ²]	Spannglied 1 P_0 (σ_{P0})	Spannglied 2 P_0 (σ_{P0})
B1	69,9	32494	145 kN (1141 MN/m ²)	
B2	41,5	28875	135 kN (1063 MN/m ²)	137 kN (1079 MN/m ²)
C2	77,8	35550	127 kN (1000 MN/m ²)	132 kN (1040 MN/m ²)

Tabelle 4.14: Materialkennwerte Spannstahl

d_p [mm]	A_p [mm ²]	$f_{p0,1k}$ [N/mm ²]	E_p [N/mm ²]	f_{pu} [N/mm ²]	ϵ_{pu} [‰]
12,7	127	1491	200.000	1578	49,5

Versuchsbeobachtungen (B1-Serie)

Um die Auswirkungen von Rissbildungen und Imperfektionen an gleichen Versuchsträgern zu untersuchen, wurden die Versuchsträger bei Ankündigung eines Kippversagens durch eine starke Zunahme der Horizontalverformungen wieder entlastet und anschließend erneut belastet (Bild 4.39). Aufgrund bleibender horizontaler Verformungen aus der Erstbelastung erreichten die Träger bei Wiederbelastung stets geringere Traglasten. In den nachfolgenden Nachrechnungen wird jeweils das Tragverhalten bei Erstbelastung betrachtet.

Das Kippversagen der beiden Versuchsträger der Reihe B1 erfolgte in der zu den gemessenen Vorverformungen entgegengesetzten Richtung. In Bild 4.38 sind die gemessenen Vorverformungen im eingebauten Zustand dargestellt. Der Vergleich der Ober- und Untergurtverformungen zeigt, dass sich die Verdrehung der Träger unter Last entgegengesetzt zur ursprünglichen spannungsfreien Auslenkung aus den Vorverformungen einstellte. Allerdings kann hieraus nicht verallgemeinert werden, dass die Verdrehungsrichtung die Versagensrichtung vorgibt, da im Versuch bei der Lasteinleitung zusätzlich horizontale Abtriebskräfte erzeugt wurden. *Hurff* sieht dies vielmehr als Ursache für die zu der Auslenkung des Trägers im unbelasteten Zustand entgegengesetzte Versagensrichtung.

Im Unterschied zu den Spannbetonträgern von *Pauli* die bis kurz vor dem Versagen keine sichtbaren Risse zeigten, erreichen die Träger der Versuchsserie B1 rechnerisch bereits bei 30% der Versagenslast die Risschnittgröße. Im Versuch traten bei 60% der Maximallast über die gesamte Trägerlänge Biegerisse auf. Bei 80% der Versagenslast kamen in den Auflagerbereichen diagonale Schubrisse hinzu.



Bild 4.38: Gemessene Imperfektionen der Versuchsträger B1A und B1B vor Belastungsbeginn

Versuchsnachrechnung

In [41] werden ebenfalls Nachrechnungen der Versuche durchgeführt. Die Modellierung erfolgte dabei mit Stabelementen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens. Hierbei trifft *Hurff* aufgrund der in den Versuchen aufgetretenen Ungenauigkeiten bei der Lasteinleitung Annahmen, die für die nachfolgenden Nachrechnungen mit dem Programm SOFiSTiK übernommen werden. In den Simulationsrechnungen werden von *Hurff* zusätzlich zu der Vertikallast horizontale Abtriebskräfte aufgebracht. Diese werden als Produkt der Vertikallast und der Verdrehung des Querschnittes in Feldmitte angegeben. Dabei wird die Verdrehung unter einer gegebenen Laststufe jeweils um eine Ausgangsverdrehung infolge einer Schiefstellung der Lasteinleitungsstruktur, die bereits unter ihrem Eigengewicht auftrat, um 0,0122 rad vergrößert. Die Größe der Horizontallasten wird in [41] nicht explizit angegeben. Deshalb besteht bei den folgenden Nachrechnungen eine gewisse Unsicherheit hinsichtlich der Auslegung dieser Angaben.

Der Einfluss der Horizontallast auf die Tragfähigkeit wird exemplarisch am Beispiel des Versuchsträgers B1B in Bild 4.39 dargestellt. Zunächst wird die Biegetragfähigkeit eines ideal geraden Trägers ermittelt, die rechnerisch bei einer Vertikallast von 369 kN durch das Versagen der Druckzone erreicht wird. Erfolgt die Nachrechnung am Träger B1B mit den tatsächlich gemessenen geometrischen Vorverformungen ohne Ansatz einer Horizontalkraft, fällt die Traglast um etwa 9 % auf 337 kN ab. Dabei handelt es sich ebenfalls um ein Versagen der Biegedruckzone. Wird zusätzlich eine Horizontallast entsprechend der Angaben von *Hurff* angesetzt, fällt die Traglast signifikant um weitere 55 % auf 150 kN ab. Diese Betrachtung zeigt, dass die vorhandenen geometrischen Vorverformungen eher einen geringen Einfluss auf die Tragfähigkeit des betrachteten Versuchsträgers hatten, während die Horizontalkomponente der Last zu einem beträchtlichen Traglastabfall führte.

Die Spannkraftverluste aus Kriechen und Schwinden wurden in den Nachrechnungen mit 12% berücksichtigt.

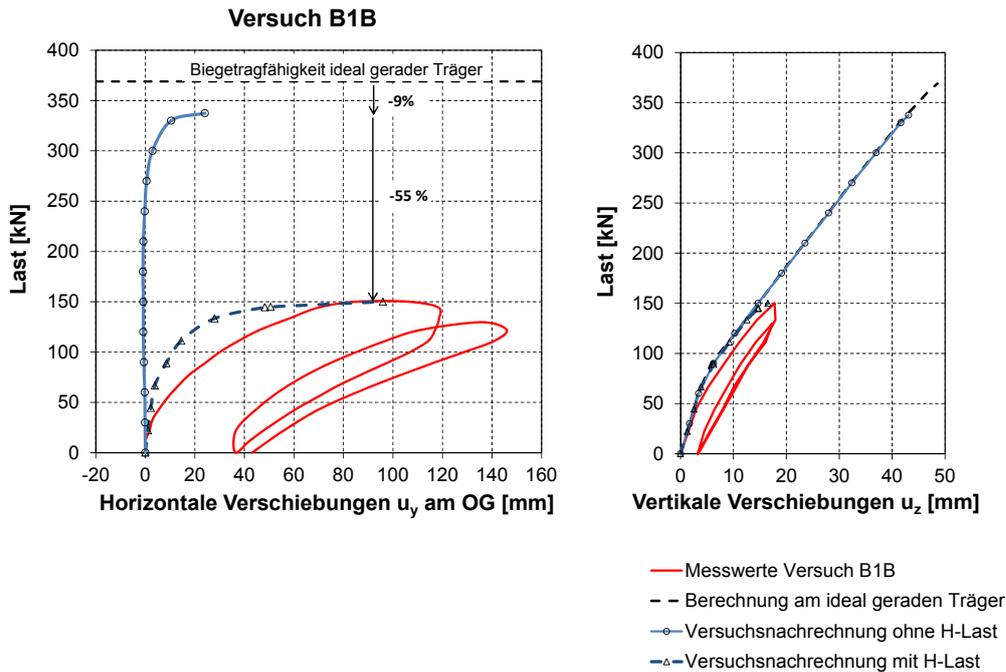


Bild 4.39: Einfluss der horizontalen Abtriebskraft bei Nachrechnung der Versuche von *Hurff* am Beispiel des Versuchsträgers B1B

Bei den vorangegangenen Nachrechnungen an den Spannbetonträgern von *Pauli* im Abschnitt 4.2.1.2 wurde die Torsionssteifigkeit im Zustand I auf 60% des linear-elastischen Wertes durch eine pauschale Abminderung des Schubmoduls herabgesetzt. Im Gegensatz zu den Spannbetonträgern von *Pauli*, die bis kurz vor Versagen keine sichtbaren Risse aufwiesen, erreichen die Träger der Versuchsserie B1 rechnerisch bereits bei 30% der Versagenslast die Zugfestigkeit. Die Versagenslast wird mit Ansatz des vollen Schubmoduls am besten erfasst. Eine Abminderung auf 60% führt zu einer Unterschätzung der Torsionssteifigkeit und einem gleichzeitigen Abfall der Traglast um 5 % (Bild 4.40). In diesem Fall wirkt sich eine Abminderung des Schubmoduls kaum aus. Die Begründung hierfür liefern die Rissbilder kurz vor Erreichen der Versagenslast. Die Biegedruckzone wird sehr stark eingeschnürt. Aufgrund der starken Querbiegung erreichten die Risse auf der konvexen Trägerseite den oberen Trägerrand. Die Torsionssteifigkeit ist in diesem Zustand bereits so klein, dass eine weitere Abminderung der Torsionssteifigkeit kaum zum Tragen kommt.

Für den Ansatz der Torsionssteifigkeit berücksichtigt das Rechenmodell von SOFiSTiK nur die ungerissenen Bereiche, eine Übertragung von Schubkräften in den gerissenen Betonlayern wird dabei vernachlässigt. Gleichzeitig bleibt eine Abminderung der Torsionssteifigkeit in der Druckzone infolge Mikrorissbildung unberücksichtigt. Untersuchungen in Abschnitt 6.3.3 zeigen, dass diese Modellierung für gerissene Stahlbetonbauteile eine gute Näherung der Torsionssteifigkeit als unteren Grenzwert darstellt. Für Bauteile die überwiegend im Zustand I verbleiben, müssen dagegen die Auswirkungen von Mikrorissen durch das Rechenmodell zusätzlich berücksichtigt werden.

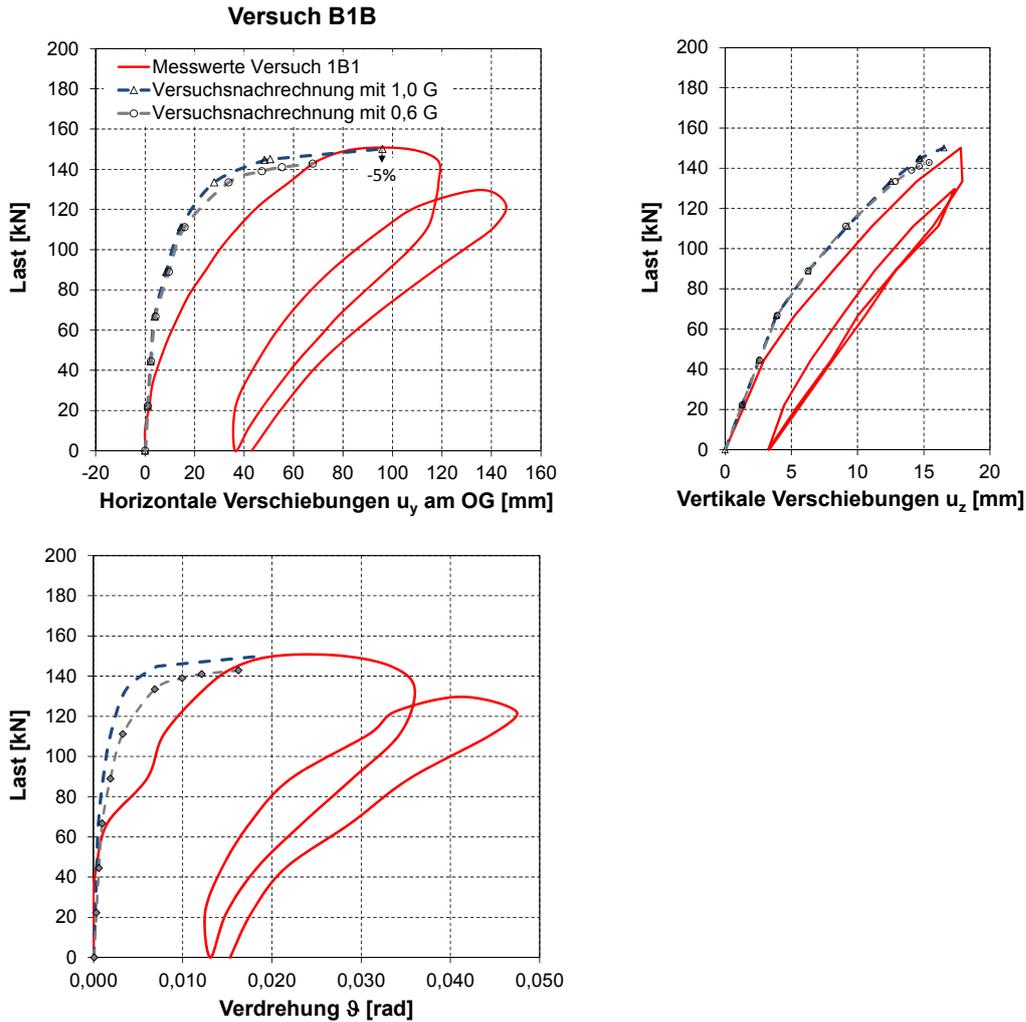


Bild 4.40: Nachrechnung des Versuchs B1B und Auswirkungen einer Abminderung des Schubmoduls zur Berücksichtigung eines Abfalls der Torsionssteifigkeit im Zustand I

Die Traglasten sowie die Vertikalverformungen werden durch die nichtlineare Berechnung gut erfasst (Bild 4.40). Das Last-Verformungsverhalten aus der Ebene heraus wird gegenüber den Versuchen dagegen steifer abgebildet. Ein Grund hierfür könnten Ungenauigkeiten bei der Annahme der horizontalen Abtriebskräfte darstellen. Die Nachrechnungen zeigten in Bezug auf den Zuwachs der Horizontalverformungen eine starke Abhängigkeit vom Ansatz der Abtriebskräfte.

In Bild 4.41 werden die Ergebnisse der Nachrechnung für den Versuchsträger B1A den Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Auch hier ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung in Bezug auf die Traglast und Vertikalverformungen. Die Horizontalverformungen nähern sich den Messwerten kurz vor dem Erreichen der Versagenslast an.

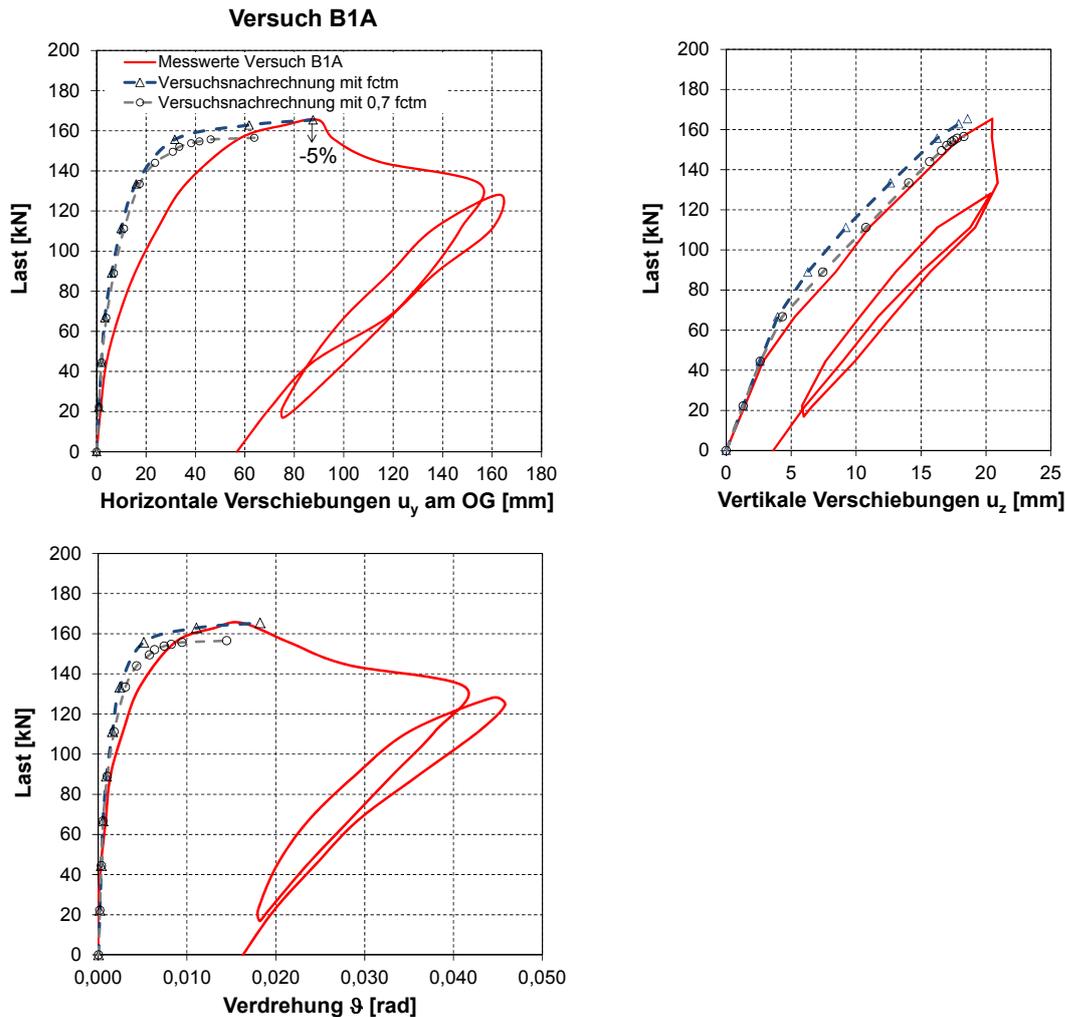


Bild 4.41: Nachrechnung des Versuchs B1A und Auswirkungen einer Abminderung der Zugfestigkeit

4.5 Zusammenfassung

Für die Kalibrierung und Verifizierung eines Rechenmodells zur Untersuchung der Tragfähigkeit von kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern sind trotz neuerer Untersuchungen von *Kalkan* (2009) [42] und *Hurff* (2010) [41] die Versuche von *Pauli* (1984) [1] am besten geeignet. Für die Versuchsträger von *Pauli* konnte das typische Tragverhalten, die Steifigkeiten und die Versagensart als Stabilitätsversagen in guter Übereinstimmung mit den Versuchen sowohl mit nichtlinearen Stab- als auch Schalenelementen des Programmsystems SOFiSTiK abgebildet werden.

Die Versuchsträger von *Hurff* und *Kalkan* wurden gegenüber den Trägern von *Pauli* deutlich schlanker und ohne eine Obergurtverbreiterung ausgebildet, so dass bereits die kleinsten Abweichungen zwischen Rechenmodell und Versuch das Ergebnis der Simulationsrechnung in Bezug auf das Last-Verformungsverhalten aus der Trägerebene heraus deutlich beeinflussen. Dennoch konnten durch eine genaue Studie der Versuche wichtige Einflussfaktoren für die Kippstabilität identifiziert werden.

Bei den Stahlbetonträgern von *Kalkan* wurde das Risslastniveau infolge der Eigenspannungen infolge behinderten Schwindens des Betons durch die Bewehrung herabgesetzt. Der Übergang in den gerissenen Zustand II unter einer geringeren Laststufe beeinflusst das Verformungsverhalten und damit die zusätzlichen Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung. Durch das Kriechen des Betons werden die Eigenspannungen zum Teil abgebaut. Bei der Nachrechnung der Versuche von *Kalkan* konnten diese Zusammenhänge durch die Schalenelemente von SOFiSTiK qualitativ abgebildet werden. Durch Vergleichsrechnungen an unterschiedlichen Bindertypen konnte gezeigt werden, dass der Einfluss der Eigenspannungen infolge Schwindens mit zunehmenden Biegebewehrungsgrad und Schlankheiten an Bedeutung zunimmt und zu berücksichtigen ist.

Die Betrachtung der Versuchsträger von *Hurff* zeigte den starken Einfluss von zusätzlichen horizontalen Abtriebskräften.

Die Nachrechnungen aller Versuche erwiesen sich als empfindlich gegenüber der Wahl einer Näherung zur Abbildung der geometrischen Imperfektionen. Die gemessenen Vorverformungen konnten häufig nicht durch einfache Funktionen beschrieben werden. Die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen im Hinblick auf die Traglasten und Horizontalverformungen konnte durch eine genaue Abbildung der gemessenen Vorverformungen durch eine dreidimensionale Eingabe der Träger unter Berücksichtigung der Abweichungen (y -Koordinaten) von der Idealebene (x - z -Koordinaten) erzielt werden.

Vor Anwendung nichtlinearer Berechnungen bei realen Tragwerken sollten zuvor immer Kalibrierungsrechnungen an geeigneten Versuchen durchgeführt werden. Darüber hinaus sollten Parameterstudien mit oberen und unteren Grenzwerten z.B. für die Baustoffkenngrößen vorgenommen werden, um die maßgebenden Einflussgrößen für das gegebene Problem zu identifizieren. Als maßgebliche Einflussgrößen gelten dabei Eingangsparameter, auf die das Rechenmodell in Abhängigkeit von der Versagensart empfindlich reagiert. Im folgenden Abschnitt werden Sensitivitätsanalysen an unterschiedlichen Bindertypen durchgeführt.

5 Sensitivitätsanalyse

5.1 Allgemeines

Das Trag- und Verformungsverhalten von stabilitätsgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonbindern wird zum einen durch das nichtlineare Werkstoffverhalten und zum anderen durch die herstellungs- und einbaubedingten geometrischen Imperfektionen maßgeblich beeinflusst. Sowohl die Materialeigenschaften besonders des Betons als auch die geometrischen Imperfektionen unterliegen Streuungen. Diese Parameter sind von großem Einfluss bei einer nichtlinearen Simulationsberechnung. Die in DIN EN 1992-1-1 genormten Verfahren für nichtlineare Berechnungen, das Verfahren der „Doppelten Buchführung“ und das „ γ_R -Verfahren“, wurden für den Fall reiner Biegung kalibriert. Im Rahmen der Parameterstudie sollen daher die Auswirkungen der streuenden Materialparameter sowie die maßgeblichen Einflussgrößen für das Stabilitätsverhalten von kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonbindern nach Theorie II.Ordnung analysiert werden. Auf Grundlage der Ergebnisse sollen Empfehlungen für den Nachweis der Kippstabilität bei Anwendung der nichtlinearen FEM in Kombination mit den Sicherheitskonzepten für nichtlineare Verfahren nach DIN-EN 1992-1-1 formuliert werden.

Die Parameterstudie erfolgt mittels numerischer Simulationsrechnungen auf Grundlage des in Kapitel 4 durch die Nachrechnung von Versuchen kalibrierten Rechenmodells. Die Modellierung erfolgt dabei mit nichtlinearen Schalenelementen auf Basis der Layer-Technik.

Für die Parameterstudie werden ausgewählte Versuchsträger und die in den Abschnitten 7.3 und 7.4 im Zusammenhang mit den Untersuchung zum Ansatz der Vorverformungen verwendeten Binder aus der Praxis zugrunde gelegt. In Bild 5.1 werden die untersuchten Träger entsprechend des Grenzkriteriums nach DIN EN 1992-1-1 hinsichtlich ihrer Kippgefährdung eingestuft. Danach sind alle im Folgenden betrachteten Binder kippgefährdet.

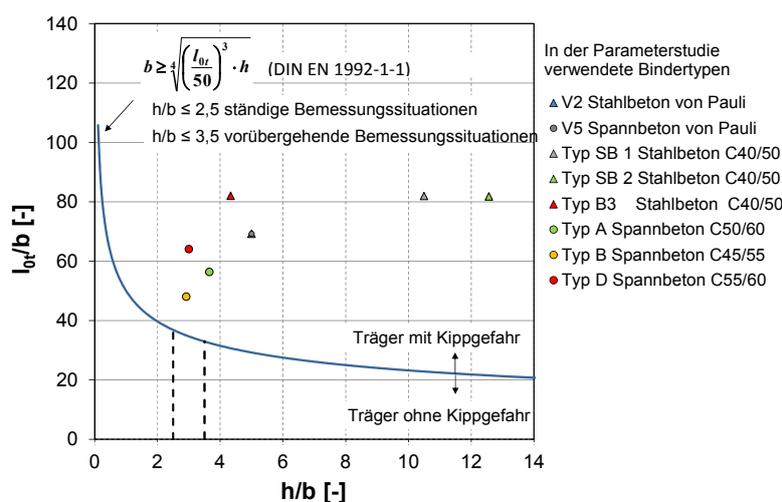


Bild 5.1: Einstufung der in der Sensitivitätsstudie verwendeten Träger hinsichtlich der Kippsicherheit nach DIN EN 1992-1-1

5.2 Einfluss von streuenden Werkstoffkenngrößen auf die Kippstabilität

In der Parameterstudie werden zunächst die Werkstoffkenngrößen des Betons innerhalb ihrer üblichen Streubreiten variiert.

Die Parametervariationen an den Versuchsträgern erfolgen unter Ansatz der in den Versuchen gemessenen herstellungsbedingten Imperfektionen und Werkstoffkennwerte. Für die Untersuchungen an den Praxisbindern werden die Vorverformungen in Anlehnung an die Empfehlung der DIN EN 1992-1-1 affin zur 1.Eigenform mit einem maximalen Stich $e_i = L_{eff}/300$ angesetzt. Die Materialfestigkeiten werden den Planungsunterlagen entnommen.

Um den Einfluss einzelner Parameter zu bewerten, wird jeweils ein Parameter variiert während die anderen konstant gehalten werden.

5.2.1 Elastizitätsmodul

Streuung des Elastizitätsmoduls

Der Elastizitätsmodul des Betons ist abhängig vom w/z-Wert, von der Zementsorte und -menge, vom Verbund zwischen Zementstein und Zuschlag und vor allem von der Art der verwendeten Gesteinskörnung. Auf Grund unterschiedlicher Steifigkeiten der Gesteinskörnungen und variierender Volumenanteile schwankt er relativ stark. Entsprechend den Angaben in der Fachliteratur und Regelwerken (z.B. [6], [72]) kann der tatsächlich vorhandene E-Modul gegenüber dem normgemäßen E-Modul als Mittelwert in Abhängigkeit von der verwendeten Gesteinskörnung bis zu 20 % höher oder bis zu 30 % niedriger ausfallen. Dabei ist anzumerken, dass die „normgemäßen“ Werte für den Mittelwert des E-Moduls als Sekanten- oder Tangentenmodul in den unterschiedlichen Normausgaben variieren.

In Bild 5.2 sind die Ergebnisse neuerer Untersuchungen zur Streuung des E-Moduls von Betonen unterschiedlicher Festigkeitsklassen mit unterschiedlichen Betonzusammensetzungen von *Schießl* [73] dargestellt. Im Vordergrund der Untersuchungen stand dabei der Einfluss unterschiedlicher Gesteinskörnungen. Die experimentell gewonnenen Werte wurden den Regelungen der DIN 1045:1988 [75] und DIN 1045-1:2001 [76] gegenübergestellt. Die Auswertung zeigt, dass die in den Versuchen ermittelten Werte für den E-Modul durch den Ansatz der DIN 1045:1988 im Mittel um mehr als 20% überschätzt werden. Die Abschätzung des E-Moduls durch die DIN 1045-1:2001 führt dagegen im Mittel zu deutlich geringeren Abweichungen gegenüber den gemessenen E-Moduli. Festgestellt wurde, dass der am Beton gemessene E-Modul bei den meisten Gesteinskörnungen innerhalb einer Bandbreite $\pm 10\%$ vom Rechenwert der DIN 1045-1:2001 liegt [73]. Die Mittelwerte des Elastizitätsmoduls als Sekantensteifigkeiten nach DIN EN 1992-1-1 liegen in der gleichen Größenordnung wie in DIN 1045-1:2001. In [73] wird eine Abschätzung des E-Moduls nach DIN 1045-1:2001 im Allgemeinen als ausreichend genau angesehen.

Aufgrund der nicht unerheblichen Unsicherheiten, die mit den Annahmen hinsichtlich der Größe des E-Moduls verbunden sind, empfiehlt das DAfStb Heft 600 den E-Modul des verwendeten Betons durch Versuche zu ermitteln falls das Tragwerk empfindlich auf Streuungen reagiert.

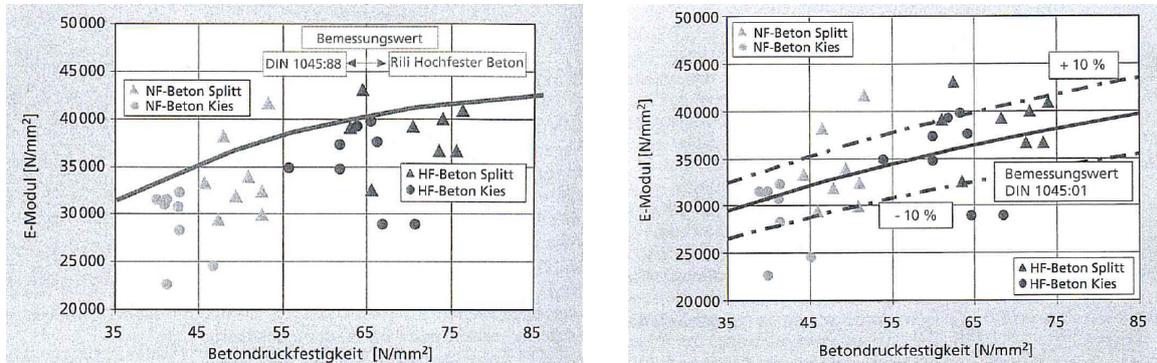


Bild 5.2: Ergebnisse experimenteller Untersuchungen von *Schießl* zum Einfluss verschiedener Betonzusammensetzungen (16 unterschiedliche Gesteine) auf den E-Modul des Betons und Vergleich mit den Normwerten nach DIN 1045:88 und DIN 1045-1: 2001 [73]

Variation des Elastizitätsmoduls und Auswirkungen auf die Traglasten bei kippgefährdeten Trägern

Für die Untersuchung der Auswirkungen aus der Streuung des E-Moduls werden die σ - ε -Linien des Betons im Druckbereich für den jeweils angesetzten Elastizitätsmodul als Tangentenmodul im Ursprung angepasst. Der Maximalwert der Druckfestigkeit und die zugehörige Dehnung bleiben dabei unverändert. Die Druckfestigkeit wird mit dem Mittelwert f_{cm} bzw. mit der in den Versuchen ermittelten Festigkeit zugrunde gelegt. Die Spannungs-Dehnungs-Linie wird nach DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 3.1.5, Gl.(3.14) definiert. Bei einer sehr starken Abminderung des Elastizitätsmoduls kann der abfallende Ast nach Erreichen der Höchstspannung in einigen Fällen nicht mit der σ - ε -Beziehung beschrieben werden. Darüber hinaus darf der Tangentenelastizitätsmodul im Ursprung nicht kleiner werden als der Sekantenelastizitätsmodul bei der Beanspruchung unter Höchstlast.

Bei der Untersuchung der Kippstabilität hat die Definition des Entfestigungsastes im Druckbereich jedoch keine Auswirkungen auf die aufnehmbaren Traglasten. Unabhängig vom Tangentenelastizitätsmodul im Ursprung wird daher der abfallende Ast nach dem Erreichen der Höchstlast mit dem Mittelwert des E-Moduls E_{c0m} beibehalten.

Nach der Elastizitätstheorie ist die Größe des Schubmoduls G über die Querdehnzahl ν direkt an den E-Modul gekoppelt:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.1)$$

Um die Auswirkungen der Einzelparameter aufzuzeigen werden diese zunächst unabhängig voneinander variiert.

Variation des Elastizitätsmoduls E_{com} (Tangentenmodul)

Bei Stahlbetonbauteilen werden das Verformungsverhalten und damit auch die Einflüsse aus Theorie II. Ordnung im Wesentlichen durch den Übergang in den gerissenen Zustand II bestimmt, so dass eher geringe Auswirkungen einer Streuung des E-Moduls auf das Tragverhalten zu erwarten sind. Bei hoch bewehrten Bauteilen und Bauteilen, die im Wesentlichen im ungerissenen Zustand verbleiben (z.B. Druckglieder, Spannbetonbauteile), können die Verformungen jedoch maßgeblich durch die elastischen Verformungseigenschaften des Betons bestimmt sein [6].

Für die folgende Untersuchung werden der Versuchsträger Nr. 2 aus Stahlbeton und Nr. 5 aus Spannbeton von *Pauli* herangezogen. Der Versuchsträger Nr.5 unterscheidet sich gegenüber dem Versuchsträger Nr.2 lediglich durch die Vorspannung und etwas größere Vorverformungen. Der betrachtete Spannbetonträger wurden so konzipiert, dass er unter niedrigen Laststufen überdrückt bleibt und unter höheren Laststufen nicht so stark aufreißt wie der vergleichbare Stahlbetonträger. Auch im Rechenmodell ist der Träger bei weitem nicht so stark gerissen wie der vergleichbare Stahlbetonträger.

Der E-Modul wird zwischen 70% und 130% des in den Versuchen ermittelten Wertes variiert. Der Schubmodul G wird zunächst konstant beibehalten. Für den Stahlbetonträger wird dieser in Anlehnung an die Versuchsnachrechnungen mit 100% und für Spannbetonträger mit 60% des linear-elastischen Wertes angesetzt. Die Ergebnisse sind in Bild 5.3 dargestellt. Trotz der Vorspannung wirkt sich eine Reduktion des E-Moduls bei dem betrachteten Spannbetonträger nicht signifikant stärker aus als bei dem vergleichbaren Stahlbetonträger. Eine Abminderung des E-Moduls um 30% führt bei beiden Bindern zu einem vergleichbaren Traglastabfall von 10% bis 15%. Auch eine Erhöhung der Vorspannung führt nicht zu einem deutlich höheren Abfall der Traglasten gegenüber dem Träger aus Stahlbeton.

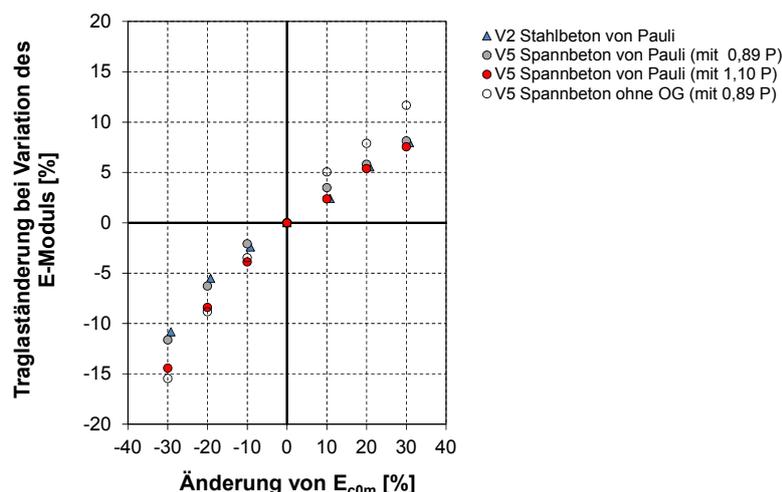


Bild 5.3: Einfluss einer Streuung des E-Moduls auf die Tragfähigkeit von kippgefährdeten Stahlbeton und Spannbetonträgern am Beispiel der Versuchsträger Nr.2 (Stahlbeton) und Nr.5 (Spannbeton) von *Pauli*

Eine Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb der von *Schießl* angegeben Bandbreite von $\pm 10\%$ bezogen auf den Mittelwert führt zu Traglaständerungen von bis zu 5%.

Variation des Schubmoduls G

Das Kippversagen tritt stets in Kombination mit einer Torsionsbeanspruchung auf. Ein Abfall der Torsionssteifigkeit geht mit zunehmenden Verdrehungen und horizontalen Verformungen einher und wirkt sich bei kippgefährdeten Trägern durch Zunahme der Einflüsse aus Theorie II. Ordnung traglastmindernd aus.

Für die Einschätzung der Auswirkungen einer Variation des Schubmoduls sollte zunächst geklärt werden, an welchen Stellen im Rechenmodell der Schubmodul zum Tragen kommt. Die nichtlinearen Layer-Elementen von SOFiSTiK verwenden das Modell mit feststehenden Rissen (s. Abschnitt 3.3). Das Programm SOFiSTiK weist bei Rissbildung trotz des Modells mit feststehenden Rissen dem Beton keine Schubspannungen zu. Im Rechenmodell erfolgt die Schubübertragung ausschließlich über noch ungerissene Betonschichten und Stahlayer, letztere sofern sie eine Kraftkomponente in Richtung der Schubbeanspruchung aufweisen. Eine Variation des Schubmoduls wirkt sich daher lediglich auf Modellbereiche aus, in denen die Zugfestigkeit noch nicht überschritten wurde. Wird die Zugfestigkeit im Rechenmodell in weiten Bereichen erreicht, fällt die Torsionssteifigkeit des Gesamtbauteils i.d.R. so stark ab, dass ein Abfall des Schubmoduls in den noch überdrückten Elementen nur von geringem Einfluss ist. Dieser Zusammenhang wird durch die Ergebnisse der Parameterstudie in Bild 5.4 bestätigt.

Betrachtet werden hier zunächst wieder die zwei Versuche Nr.2 und Nr.5 von *Pauli* an einem Stahlbeton- und Spannbetonträger. Eine Variation des Schubmoduls G führt bei den Versuchsträgern zu einer Änderung der rechnerischen Traglasten in ähnlicher Größenordnung. Der Traglastabfall beträgt bei einer Abminderung des Schubmoduls auf 60% des linear-elastischen Wertes etwa 15-20%.

Bei Ansatz des vollen Schubmoduls nach Elastizitätstheorie mit $1,0 G$ ergibt sich für die Nachrechnungen an Stahlbetonträgern die beste Übereinstimmung während bei gleichem Ansatz die Traglasten des hier betrachteten Spannbetonträgers um 15% überschätzt werden. Die Traglasten von Spannbetonträgern werden am besten mit 60% des Schubmoduls nach Elastizitätstheorie erfasst. Der Abfall der Torsionssteifigkeit wird für über die gesamte Trägerlänge gerissene Stahlbetonträger durch das Rechenmodell an sich durch die reduzierten Steifigkeiten der gerissenen Elemente bereits zutreffend erfasst. Ein zusätzlicher Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung, der die Steifigkeit in überdrückten Bereichen beeinflussen kann, wird durch das Rechenmodell dagegen vernachlässigt.

Im Programm SOFiSTiK wird der Elastizitätsmodul $E(\varepsilon)$ in Abhängigkeit von der Beanspruchung immer wieder neu angepasst während der Schubmodul G über die gesamte Berechnung konstant beibehalten wird. Für die Ermittlung des Schubmoduls wird der Tangentenelastizitätsmodul im Ursprung zugrunde gelegt. Mit dieser Annahme wird ein Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung nicht berücksichtigt. Bei Versuchen an vorgespannten Bauteilen wurde bei noch ungerissenen Bauteilen bereits ein erheblicher

Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung beobachtet. Aufgrund dieser Versuchsbeobachtungen und der guten Übereinstimmung bei den Versuchsnachrechnungen an den Trägern von *Pauli* sollte für unter Gebrauchslasten hauptsächlich ungerissene Spannbetonbauteile der Schubmodul auf 60% des linear-elastischen Wertes abgemindert werden falls keine dehnungsabhängige Abminderung des Schubmoduls durch das Rechenmodell erfolgt. Sind die Spannbetonbauteile dagegen über weite Bereiche gerissen, ist diese Abminderung nicht notwendig, wie am Beispiel des Versuchsträgers 1B1 von *Hurff* in Bild 5.4 deutlich wird. Bereits unter einem geringen Lastniveau war der Träger über die gesamte Trägerlänge im Zustand II. Aufgrund der geringen Querbiegesteifigkeit war der Träger auf einer Seite infolge Querbiegung nahezu über die gesamte Höhe gerissen.

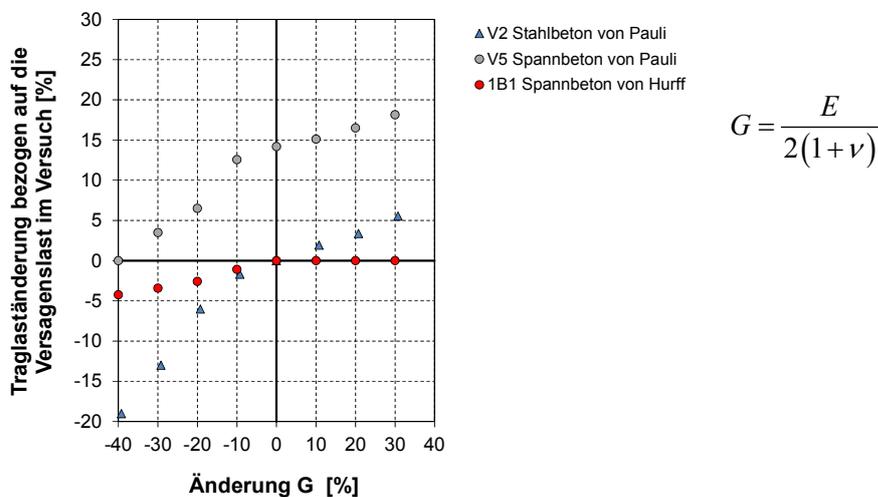


Bild 5.4: Auswirkungen einer Variation des Schubmoduls G

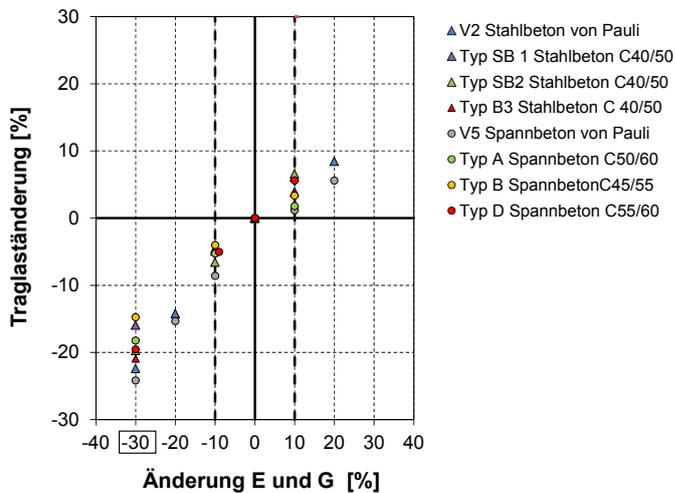
Nach DIN EN 1992-1-1 ist für Spannbetonbauteile im GZG der Nachweis der Dekompression einzuhalten, d.h. die Träger gelten unter Gebrauchslasten als ungerissen. Beim Nachweis der Kippstabilität in Kombination mit nichtlinearer FEM sollte für Spannbetonbauteile daher immer ein Abfall der Torsionssteifigkeit im Zustand I berücksichtigt werden.

Variation des Schubmoduls in Abhängigkeit vom E-Modul

Eine Streuung des E-Moduls geht mit einer entsprechenden Änderung des Schubmoduls einher. Beide Parameter beeinflussen das Verformungsverhalten und damit die Einflüsse aus Theorie II. Ordnung und haben in Kombination bei deutlich vom Mittelwert abweichenden Werten, wie Bild 5.5 zeigt, einen beträchtlichen Einfluss auf die Kippstabilität.

In der von *Schießl* [73] angegebenen Bandbreite für die Streuung des E-Moduls von $\pm 10\%$ bezogen auf den Mittelwert des Elastizitätsmoduls nach DIN EN 1992-1-1 wird die Traglast der untersuchten Binder bei Ansatz des unteren Grenzwertes für den E-Modul mit $0,9 E_{c,0m}$

um weniger als 10 % reduziert. Bei Ansatz von höheren Streuungen können die Traglasten um bis zu 25% abfallen.



$$\text{Stahlbeton: } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\text{Spannbeton: } G = 0,6 \cdot \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Bild 5.5: Einfluss einer Streuung des E-Moduls

5.2.2 Betondruckfestigkeit

Streuung der Betondruckfestigkeit

Für die folgende Untersuchung wird die Streuung der Druckfestigkeit des Betons durch Ansatz der Druckfestigkeit mit dem 5%- und 95%-Quantilwerten nach DIN EN 1992-1-1 abgedeckt. Dabei wird in Anlehnung an die Untersuchungen von *Rüsch et al.* [74] vorausgesetzt, dass die Druckfestigkeit in guter Näherung normalverteilt ist.

Im Bild 5.6 werden die Auswirkungen einer Streuung der Druckfestigkeit auf die Traglasten der untersuchten Träger dargestellt. Streuungen innerhalb einer Festigkeitsklasse führen zu Traglastdifferenzen von unter 5%. Damit hat die Druckfestigkeit einen eher geringen Einfluss auf die Kippstabilität.

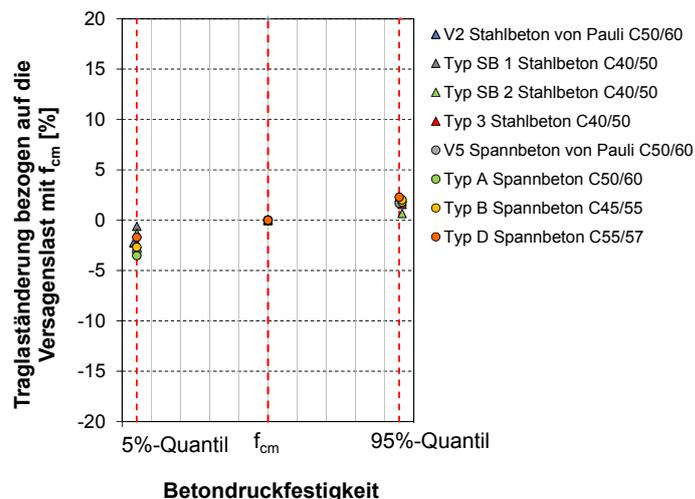


Bild 5.6: Einfluss einer Streuung der Betondruckfestigkeit auf die Kippstabilität

5.2.3 Betonzugfestigkeit

Die Betonzugfestigkeit unterliegt größeren Streuungen als die Druckfestigkeit. DIN EN 1992-1-1 gibt mit den 5%- und 95%-Quantilwerten eine Abschätzung für die zu erwartenden Unter- und Obergrenzen der zentrischen Zugfestigkeit an. Im Folgenden wird die Zugfestigkeit innerhalb dieser Grenzen variiert.

Die Variation der Betonzugfestigkeit wirkt sich bei den untersuchten Trägern sehr unterschiedlich aus. Eine Abminderung der Zugfestigkeit um 30% kann dabei zu einem Traglastabfall um bis zu 10% führen. Eine Erhöhung der Zugfestigkeit um 30% bringt hier einen Anstieg der rechnerischen Tragfähigkeit um bis zu 8 %.

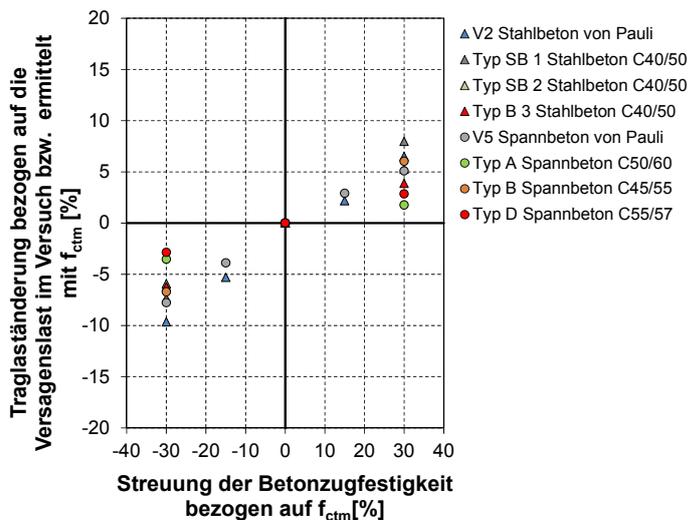


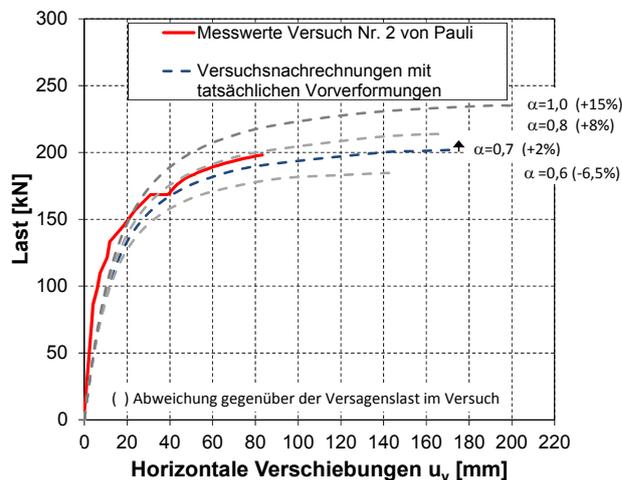
Bild 5.7: Auswirkungen einer Streuung der Zugfestigkeit auf die Traglasten von kippgefährdeten Trägern

Die Zugfestigkeit ist ein wichtiger Parameter bei der Betrachtung von Problemstellungen, bei denen die Traglasten stark von den Steifigkeitsverhältnissen nach einer Rissbildung abhängen. Bei Kippproblemen steht die Rissbildung in direkter Wechselwirkung mit den zusätzlichen Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung.

Im Rahmen der Parameterstudie wird die in Kapitel 3 ausführlich untersuchte Modellierung mit den nichtlinearen Schalenelementen des Programmsystems SOFiSTiK verwendet. Bei der Wahl anderer Elementtypen sollte stets geklärt werden, wie die Zugfestigkeit in die Berechnung einfließt. Während beispielsweise durch die nichtlinearen Schalenelemente ein Abfall der Torsionssteifigkeit in den Auflagerbereichen bei Überschreitung der Zugfestigkeit infolge Torsion abgebildet werden kann, kann durch die nichtlinearen Stabelemente von SOFiSTiK lediglich eine Rissbildung infolge Biegung abgebildet werden. Ein Überschreiten des Torsionsrissmomentes bleibt bei den Stabelementen von SOFiSTiK daher ohne Auswirkungen.

5.3 Abfall der Torsionssteifigkeit

Wie die Versuchsnachrechnungen und Untersuchungen in den Kapiteln 3, 4 und 6 zeigen, können die nichtlinearen Schalelemente von SOFiSTiK das Tragverhalten sowie die Besonderheiten bei Rissbildung infolge Biegung und Torsion und den damit verbundenen Steifigkeitsabfall zutreffend abbilden. Um den Einfluss einer realitätsnahen Abbildung der Torsionssteifigkeit aufzuzeigen wird daher auf die nichtlinearen Stabelemente von SOFiSTiK zurückgegriffen. Die Abminderung der Torsionssteifigkeit erfolgt zunächst im gleichen Verhältnis zum Abfall der Querbiegesteifigkeit (s. Abschnitt 4.2.2). Durch Vorgabe eines zusätzlichen Korrekturfaktors α kann die Torsionssteifigkeit weiter abgemindert werden. In Bild 5.8 wird der Einfluss der Torsionssteifigkeit am Beispiel des Versuchsträgers Nr.2 von *Pauli* dargestellt. Die beste Übereinstimmung mit dem Versuch ergibt sich bei einer zusätzlichen Abminderung der Torsionssteifigkeit mit dem Faktor $\alpha = 0,7$. Die Auswertung in Bild 5.8 zeigt die große Bedeutung einer realitätsnahen Abbildung der Torsionssteifigkeit bei Kippproblemen.



Ansatz der Torsionssteifigkeit

$$(GI_T)^{II} = \alpha \cdot (GI_T)^I \cdot \left(\frac{(EI_z)^{II}}{EI_z} \right)$$

Bild 5.8: Einfluss der richtigen Abbildung der Torsionssteifigkeit auf die Traglasten

5.4 Einfluss der konstruktiven Durchbildung

Durch eine sinnvolle konstruktive Ausbildung des Querschnitts kann einem Kippversagen wirksam entgegengewirkt werden. Dabei ist die Ausbildung des stabilitätsgefährdeten auf Druck beanspruchten Obergurtes von entscheidender Bedeutung. Eine Erhöhung der Biegezug- und Druckbewehrung führt dagegen zu keiner nennenswerten Steigerung der Traglast.

Einfluss einer Obergurtverbreiterung

Der günstige Einfluss einer Obergurtverbreiterung wird exemplarisch für den Versuchsträger Nr.2 von *Pauli* durch Variation des Obergurtes in Bild 5.9 aufgezeigt. Die Träger mit den Querschnitten QS 1 und QS 2 versagen rechnerisch infolge Instabilität durch Kippen während beim Träger QS 3 das Versagen durch einen Biegezugbruch eingeleitet wird.

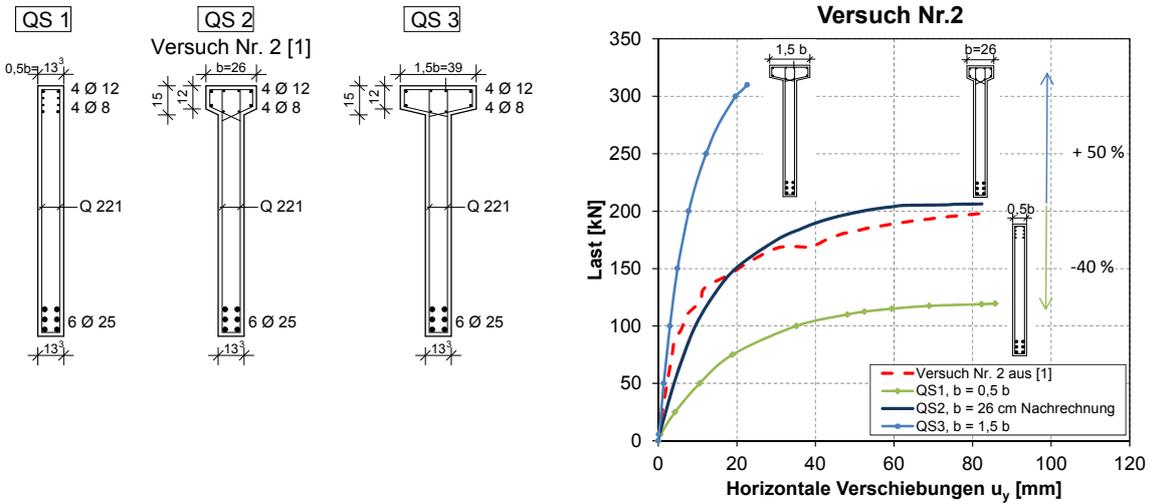


Bild 5.9: Auswirkungen einer Obergurtverbreiterung

Variation der Zug- und Druckbewehrung

Eine Verringerung der Biegezugbewehrung bis auf 60% gegenüber dem Versuchsträger führt lediglich zu einem Abfall der rechnerischen Traglast von 8,1%.

Eine Erhöhung bzw. Abminderung der Druckbewehrung um 40% hat kaum Auswirkungen auf die rechnerische Versagenslast, wie die Auswertung in Bild 5.10 zeigt. Die vierfache Druckbewehrung führt hier zu einer Traglaststeigerung von lediglich 6%.

Die Baustofffestigkeiten (Stahlfestigkeit, Betondruckfestigkeit) haben damit einen untergeordneten Einfluss auf die Tragfähigkeit kippgefährdeter Träger. Entscheidend für das Tragverhalten sind eine Obergurtverbreiterung und die Steifigkeitsverluste infolge Rissbildung.

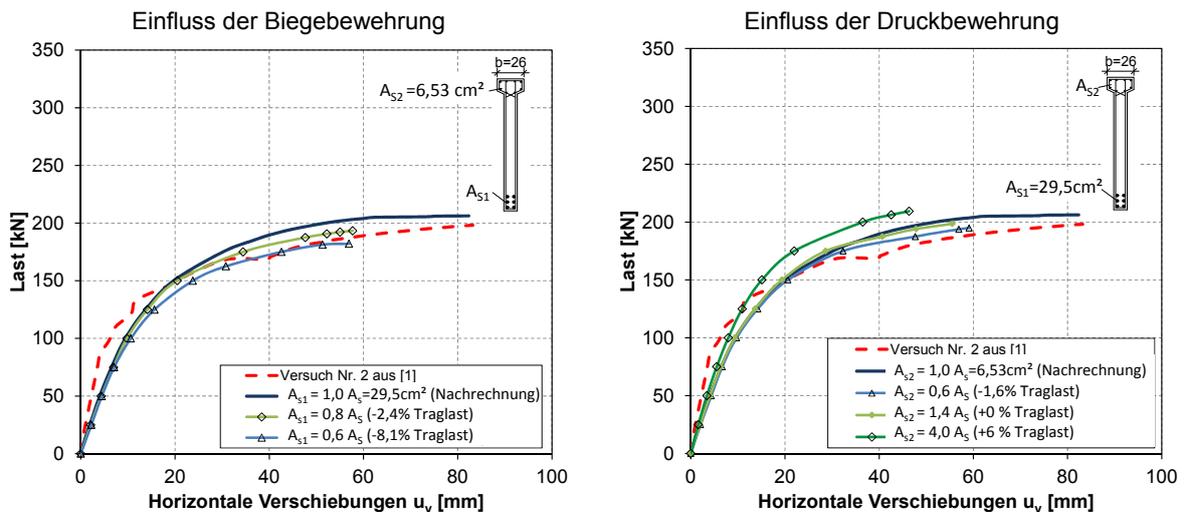


Bild 5.10: Einfluss der Bewehrung auf die Traglast nach Theorie II. Ordnung

5.5 Einfluss geometrischer Ersatzimperfektionen

Die Untersuchung von kippgefährdeten Trägern erfolgt nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz von geometrischen Ersatzimperfektionen. Diese sollen die Ungenauigkeiten bei Herstellung und Einbau der Bauteile sowie strukturelle Imperfektionen abdecken.

Auswirkungen unterschiedlicher Ansätze für Vorverformungen

Im Bild 5.11 werden exemplarisch die Auswirkungen unterschiedlich großer Vorverformungen am Beispiel des Versuchsträgers Nr.2 von *Pauli* dargestellt. Dabei werden die Traglasten zum einen mit den tatsächlich am Versuchsträger gemessenen Vorverformungen sowie den Ansätzen für geometrische Ersatzimperfektionen nach DIN 1045-1 (bzw. geometrische Imperfektionen nach DIN EN 1992-1-1) und nach *Pauli* ermittelt. Die beiden Ansätze führen auf vergleichbare Traglasten. Diese fallen gegenüber der Versuchslast um über 20% ab. Dabei ist zu beachten, dass durch den Ansatz der DIN 1045-1 neben den geometrischen Imperfektionen auch strukturelle Imperfektionen abgedeckt werden. Wie die Versuchsnachrechnungen im Abschnitt 4.3 zeigen, können insbesondere die Eigenspannungen infolge Aufschwindens des Betons auf die Bewehrung bei sehr schlanken Bindergeometrien und hohen Bewehrungsgraden die Tragfähigkeit infolge der kleineren effektiven Risschnittgrößen stark reduzieren. Bei dem betrachteten Versuchsträger Nr.2 hatten diese dagegen keinen nennenswerten Einfluss (s. Abschnitt 4.2.1.3).

Vorverformungen:

Ansatz nach DIN EN 1992-1-1:

$$e_i = L_{eff} / 300$$

Ansatz nach *Pauli* [1]:

$$e_i = L_{eff} / 500$$

$$g_0 = 0,5\% \text{ (am Auflager)}$$

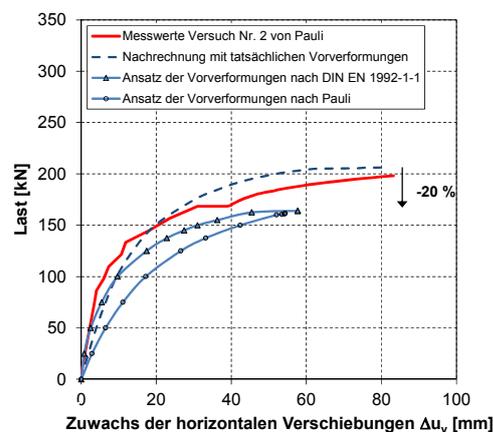


Bild 5.11: Auswirkung unterschiedlicher Vorverformungen

In Bild 5.12 werden die Auswirkungen unterschiedlich großer Vorverformungen auf die Traglasten der Versuchsträger Nr.2 und Nr.5 von *Pauli* dargestellt. Die Querschnittsgeometrie sowie das statische System sind identisch. Bei gleichem Ansatz der Vorverformungen fallen die Traglasten des Stahlbetonträgers aufgrund der früher einsetzenden Rissbildung gegenüber dem Spannbetonträger stärker ab.

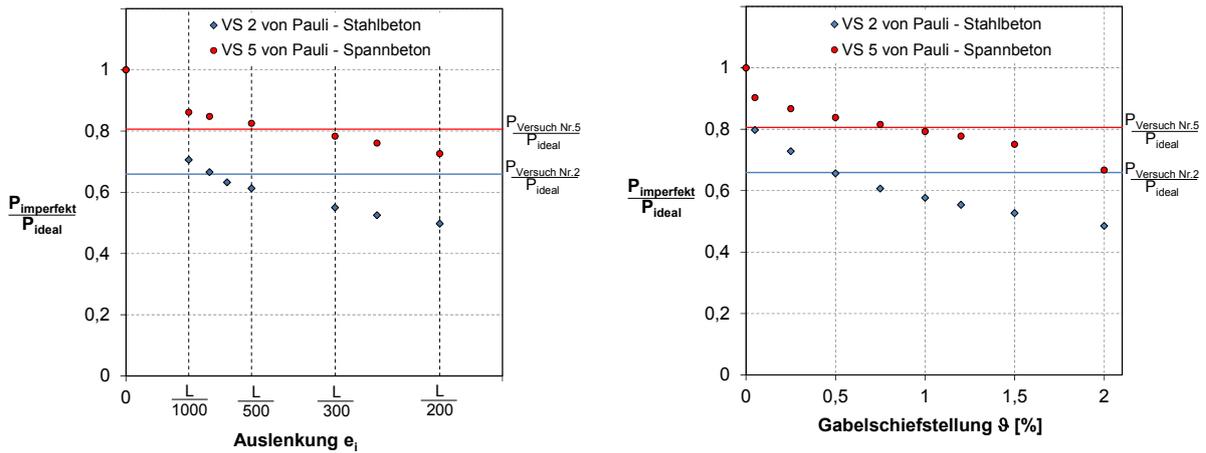


Bild 5.12: Einfluss von Vorverformungen auf die Traglasten kippgefährdeter Träger am Beispiel der Versuchsträger Nr.2 und Nr.5 von *Pauli*
 a) Auslenkung entsprechend 1. Eigenform mit einem variierendem Stich e_i
 b) Variierende Gabelschiefstellung

Auswirkungen einer horizontalen Exzentrizität der Spannkraftresultierenden

Der Vergleich der an den Versuchsträgern von *Pauli* gemessenen Vorverformungen zeigt, dass die Vorverformungen der Spannbetonbinder gegenüber den Stahlbetonbindern deutlich größere Werte aufweisen und sich eine eher gleichförmige Krümmung bzw. Vorverformungsrichtung abgezeichnet hat. Diese Unterschiede gegenüber den Stahlbetonbindern sind vermutlich auf geringe ungewollte Ausmitten der Spannlieder bzw. der resultierenden Spannkraft bezogen auf die Symmetrieachse des Querschnitts zurückzuführen. In Bild 5.13 sind die Auswirkungen einer Ausmitte der Spannlieder am Beispiel des Versuchsträgers Nr.5 von *Pauli* dargestellt. Die Berechnung erfolgte ohne Ansatz von geometrischen Vorverformungen. Es wurde lediglich die horizontale Lage der Spannlieder variiert. Die Untersuchung zeigt, dass bereits eine Exzentrizität von 1 mm zu einem Traglastabfall von 10% gegenüber einem ideal geraden Träger führen kann.

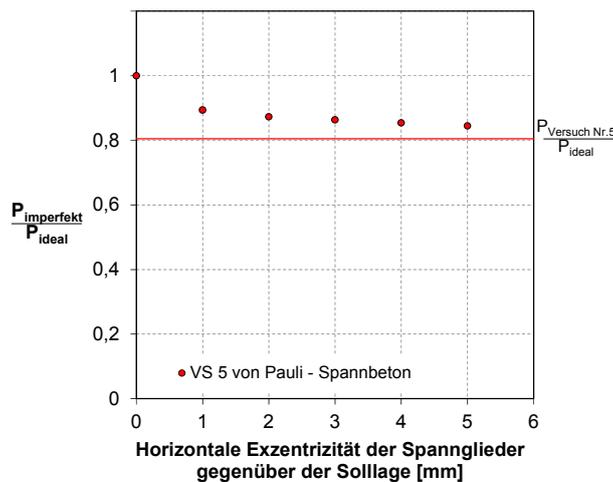


Bild 5.13: Auswirkungen einer horizontalen Exzentrizität der Spannlieder bzw. Vorspannkraft bezüglich der Symmetrieachse auf die Traglasten eines Spannbetonbinders

Auswirkungen der Eigenspannungen infolge Schwindens und Kriechens des Betons

Auf die Auswirkungen der zeitabhängigen Verformungen des Betons auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen wurde bereits im Abschnitt 3.7 eingegangen. Die Verifizierung des Rechenmodells von SOFiSTiK erfolgte im gleichen Abschnitt an grundlegenden Beispielen. Im Folgenden sollen insbesondere die Auswirkungen infolge der Eigenspannungen infolge des behinderten Schwindens durch die Bewehrung auf das Tragverhalten kippgefährdeter Träger aufgezeigt werden.

Schwinden und Kriechen des Betons können das Tragverhalten von kippgefährdeten Stahlbetonträger stark beeinflussen. Durch das Schwinden des Betons bauen sich insbesondere bei Trägern mit hohen Bewehrungsgraden Eigenspannungen infolge der behinderten Betonverkürzungen auf. Diese Eigenspannungen werden durch das gleichzeitige Kriechen zum Teil abgebaut. Daher sind beide Einwirkungen stets in Kombination zu berücksichtigen. Durch die Zugeigenspannungen werden die effektiven Risschnittgrößen reduziert. Die Rissbildung und der damit einhergehende Steifigkeitsverlust setzen bereits unter einer niedrigeren Laststufe ein.

Die Einflüsse aus dem Kriechen und Schwinden des Betons wirken sich in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad, Schlankheit und der Höhe der geometrischen Vorverformungen unterschiedlich stark auf die Traglasten kippgefährdeter Träger aus. In Bild 5.14 sind diese Auswirkungen in Abhängigkeit vom Ansatz der Vorverformungen auf die Traglasten zweier unterschiedlich schlanker Träger mit gleichem Bewehrungsgrad dargestellt. Dabei ist der Träger QS1 mit und der Träger QS2 ohne eine Obergurtverbreiterung ausgebildet.

Die Untersuchung zeigt, dass der Traglastabfall infolge Kriechen und Schwinden bei dem sehr schlanken Träger QS2 ohne eine Obergurtverbreiterung gegenüber dem Träger QS1 zum Teil deutlich höher ausfällt. Darüber hinaus werden die Auswirkungen durch zunehmende geometrische Vorverformungen verstärkt. Auch bei den Nachrechnungen der sehr schlanken Träger von *Kalkan* zeichnete sich ein Einfluss der geometrischen Imperfektionen auf die Größenordnung der Auswirkungen infolge Kriechen und Schwinden ab.

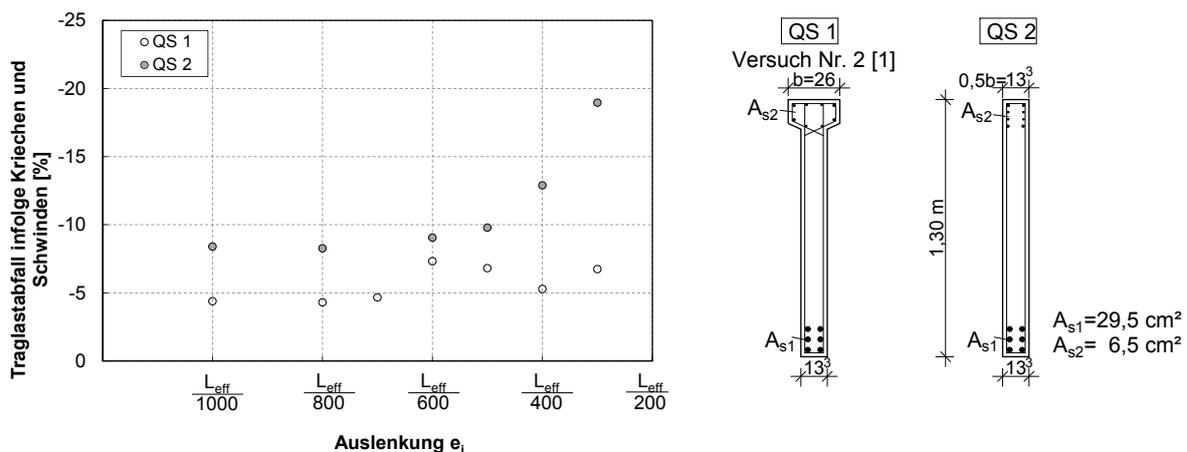


Bild 5.14: Auswirkungen von Kriechen und Schwinden auf die Traglasten in Abhängigkeit von den gleichzeitig vorhandenen geometrischen Imperfektionen und der Schlankheit (QS1, QS2)

Insbesondere bei sehr schlanken Stahlbetonträgern müssen daher die Auswirkungen infolge Kriechens und Schwindens berücksichtigt werden.

Bei Untersuchungen von Spannbetonträgern werden die Einflüsse infolge Kriechens und Schwindens durch eine Abminderung der Vorspannkraft als Spannkraftverluste abgedeckt.

5.6 Zusammenfassung

Im Rahmen der Parameterstudie wurden zunächst die Auswirkungen streuender Baustoffkennwerte auf die Tragfähigkeit kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger untersucht. Die Untersuchungen zeigten, dass Traglasten insbesondere durch Parameter beeinflusst werden, die sich auf das Verformungsverhalten bzw. die Steifigkeiten und damit auf die Zusatzschnittgrößen aus Theorie II. Ordnung auswirken. Dazu zählen die folgenden Baustoffkenngrößen:

- Elastizitätsmodul
- Schubmodul
- Betonzugfestigkeit

Der Einfluss aus einer Streuung der Betondruckfestigkeit erwies sich dagegen von untergeordneter Bedeutung.

Hinsichtlich der konstruktiven Ausbildung wirkt sich insbesondere eine Obergurtverbreiterung günstig auf die Kippstabilität aus, während eine Erhöhung der Biegezug- und Druckbewehrung nahezu ohne Auswirkungen bleiben.

Die Parameterstudie und Versuchsnachrechnungen zeigten, dass bei der Untersuchung von Kippproblemen eine realitätsnahe Abbildung der Steifigkeiten, insbesondere die Modellierung der Torsionssteifigkeit im ungerissenen und gerissenen Zustand II von entscheidender Bedeutung ist. Bei Anwendung nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen im Zusammenhang mit dem Kippen muss der Abfall der Torsionssteifigkeit durch die verwendeten Elementtypen realitätsnah berücksichtigt werden. Das nachfolgende Kapitel 6 befasst sich daher mit dem Abfall der Torsionssteifigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen infolge einer Rissbildung. Darüber hinaus werden die nichtlinearen Schalenelemente des Programmsystems SOFiSTiK durch Versuchsnachrechnungen unter einer kombinierten Beanspruchung aus Querkraft, Biegung und Torsion im Hinblick auf die Abbildung der Torsionssteifigkeit überprüft.

Neben dem Abfall der Torsionssteifigkeit werden die Traglasten kippgefährdeter Bauteile durch den Ansatz geometrischer Ersatzimperfectionen stark beeinflusst. Ein realitätsnaher Ansatz für Vorverformung stellt daher ebenfalls eine wichtige Eingangsgröße in die nichtlineare Berechnung dar. Die Empfehlung der DIN EN 1992-1-1, als auch andere Ansätze in der Literatur, erscheinen, insbesondere bei großen Spannweiten als sehr konservativ. Deshalb werden in Kapitel 7 Messungen von geometrischen Imperfectionen an Stahlbeton- und Spannbetonträgern statistisch ausgewertet und dem Ansatz der Norm gegenübergestellt. Dabei wird zusätzlich dem Aspekt der strukturellen Imperfectionen nachgegangen.

Das Verfahren „*Doppelten Buchführung*“ und das „ γ_R -Verfahren“ für nichtlineare Berechnungen nach DIN EN 1992-1-1 wurden für reine Biegeproblem mit Längskraft kalibriert. Weitere Sicherheitskonzepte für nichtlineare Berechnungen sind im fib Model Code 2010 [72] enthalten. In Kapitel 8 werden Empfehlungen für den Ansatz der maßgebenden Einflussparameter (Baustoffkennwerte und Imperfektionen) bei Anwendung der nichtlinearen Verfahren bei Kippproblemen gegeben, um bei einer Anwendung auf reale Tragwerke die normgemäße Sicherheit einzuhalten.

6 Zum Ansatz der Torsionssteifigkeit bei Kippproblemen

6.1 Allgemeines

Der Abfall der Torsionssteifigkeit kann ganz allgemein gesehen das Tragverhalten von Betonbauteilen sowohl negativ als auch positiv beeinflussen. Bei kippgefährdeten Trägern werden durch den Abfall der Torsionssteifigkeit die Einflüsse aus Theorie. II Ordnung verstärkt, dies ist stets mit einem Traglastabfall verbunden. Bei der Ermittlung der Torsionsbeanspruchung infolge Verträglichkeitstorsion führt ein Abfall der Torsionssteifigkeit dagegen zu geringeren Torsionsmomenten. Bei Nachweisen im GZT ist daher in Abhängigkeit von der Aufgabenstellung der Abfall der Torsionssteifigkeit durch einen unteren oder oberen Grenzwert der Torsionssteifigkeit zu berücksichtigen. Im Zusammenhang mit dem Kippversagen ist dabei eine möglichst realitätsnahe untere Abschätzung der Torsionssteifigkeit, die im Sinne einer wirtschaftlichen Bemessung allerdings nicht zu konservativ sein sollte, von Interesse.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Kippproblem mittels nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen untersucht. Es ist zu klären, ob der Abfall der Torsionssteifigkeit durch die verwendeten nichtlinearen Schalenelemente bei Betrachtung des Kippversagens zutreffend berücksichtigt wird. Für eine Beurteilung über die Eignung einer Modellierung ist eine Betrachtung der allgemeinen Zusammenhänge im Hinblick auf den Abfall der Torsionssteifigkeit notwendig. Daher werden im Folgenden zunächst Erkenntnisse aus Versuchen sowie bisherige Ansätze zur Abschätzung der Torsionssteifigkeit zusammengestellt. Im Anschluss wird im Hinblick auf das Kippversagen ein häufig verwendeter Ansatz zur Abschätzung eines unteren Grenzwertes aufgegriffen und anhand von Versuchen verifiziert. Abschließend erfolgt eine vergleichende Untersuchung mit dem Rechenmodell unter Verwendung des FE-Programmsystems SOFiSTiK.

6.2 Erkenntnisse aus Versuchen unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion

Beginnend in den 1960er bis Mitte der 1980er Jahre wurden zahlreiche Torsionsversuche an Stahlbeton- und Spannbetonträgern durchgeführt. Eine ausführliche Zusammenstellung findet sich in [77]. Im Vordergrund stand zunächst die Verifizierung und Weiterentwicklung von Berechnungsmodellen zur Bestimmung der Tragfähigkeit unter Torsionsbeanspruchung. Der Großteil der Versuche wurde entweder unter einer reinen oder einer überwiegenden Torsionsbeanspruchung in Kombination mit nur sehr geringer Biegung durchgeführt. Untersuchungen zum Abfall der Torsionssteifigkeit standen dabei jedoch nicht im Vordergrund. In der Literatur finden sich nur wenige Arbeiten zu diesem Thema. Hierzu zählen z.B. die experimentellen Untersuchungen von *Ohja* [78] an Stahlbetonträgern sowie die Versuche von *Kordina/Teutsch* [71] und *Leonhardt* [79] an Spannbetonträgern. Die Versuche erfolgten jeweils unter einer kombinierten Beanspruchung aus Querkraft, Torsion und Biegung mit variierenden Beanspruchungsverhältnissen zwischen maximalem Biege- und Torsionsmoment. Im

Folgenden werden die daraus gewonnenen wesentlichen Erkenntnisse bezüglich des Abfalls der Torsionssteifigkeit zusammengefasst.

Versuche von Ojha an Stahlbetonträgern (1968)

Ojha [78] führte experimentelle Untersuchungen an 11 Stahlbetonträgern unter einer kombinierten Beanspruchung aus Querkraft, Torsion und Biegung durch. Die untersuchten Versuchsträger wurden mit identischen rechteckigen Querschnittsabmessungen (24 x 44 cm) ausgeführt. Sie unterschieden sich im Bewehrungsgrad und dem maximalen Beanspruchungsverhältnis zwischen Biege- und Torsionsmoment, das zwischen 2,5 und 6,8 variiert wurde. Der in den Versuchen beobachtete Abfall der Torsionssteifigkeit ist im Bild 6.1 dargestellt. Bei den angegebenen Steifigkeiten handelt es sich jeweils um die bezogene Gesamttorsionssteifigkeit $(GI_T)^{II}/(GI_T)^I$ auf Bauteilebene.

Ein Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung bereits im Zustand I, wie in ([71], [79]) verzeichnet, ließ sich bei den Versuchen aufgrund nicht ausreichender Messgenauigkeit im Bereich sehr geringer Verformungen seinerzeit noch nicht aufzeigen. Die Auswertungen (Bild 6.1) erfolgten bezogen auf den rechnerischen Wert der Torsionssteifigkeit $(GI_T)^I$ nach Elastizitätstheorie im Zustand I. Bei den Versuchen fiel die Torsionssteifigkeit $(GI_T)^{II}$ im gerissenen Zustand II bei 10 bis 20 % der Traglast zunächst aufgrund von Biegerissen stark ab. Durch fortschreitende Biege- und Torsionsrissentwicklung setzte sich der Abfall der Torsionssteifigkeit bis zum einem Lastniveau von etwa 60-80% der Traglast auf 15-40% des Ausgangswertes fort. Im Versagenszustand erreichte die Torsionssteifigkeit nur noch 7-20% des linear-elastischen Wertes nach Zustand I.

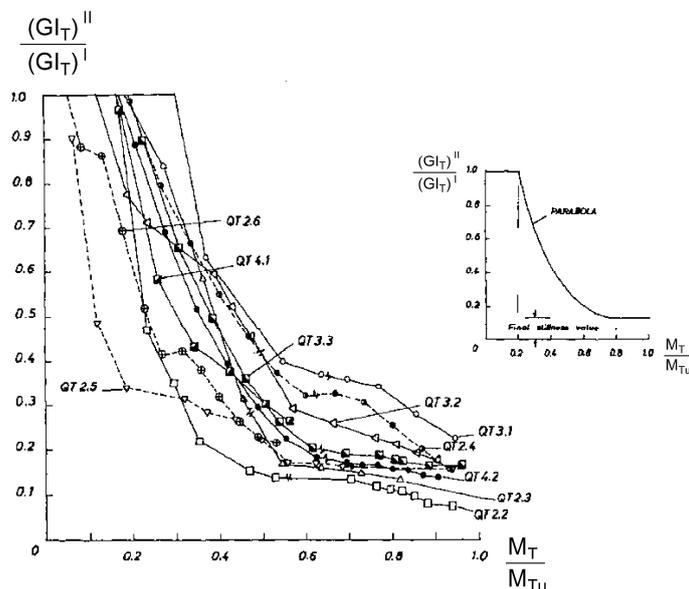


Bild 6.1: Abfall der bezogenen Torsionssteifigkeit $(GI_T)^{II}/(GI_T)^I$ bei Versuchen an Stahlbetonträgern unter einer kombinierter Belastung [78]

Versuche an vorgespannten Hohlkastenträgern Leonhardt/Walther (1968)

Leonhardt/Walther [79] führten zwei Versuche an vorgespannten Hohlkastenträgern mit nachträglichem Verbund unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion durch. Die Versuche erfolgten an Einfeldträgern mit einer exzentrischen Einzelast in Feldmitte. Die beiden Versuche unterschieden sich durch das Beanspruchungsverhältnis von Biegemoment zu Torsionsmoment. Darüber hinaus wurde der Träger BM 2 gegenüber dem Träger BM 1 mit einem höheren Bewehrungsgrad der Stege und Bodenplatte ausgeführt.

Der Abfall der Torsionssteifigkeit beider Versuchsträger kann Bild 6.2 entnommen werden. Auch bei diesen Versuchen fiel die Verdrehsteifigkeit im Bruchzustand auf etwa 20 % des linear-elastischen Wertes nach Zustand I ab. Anzumerken ist, dass sich bei beiden Versuchen Torsionsrisse bereits bei etwa der halben Bruchlast über die gesamte Trägerlänge einstellten.

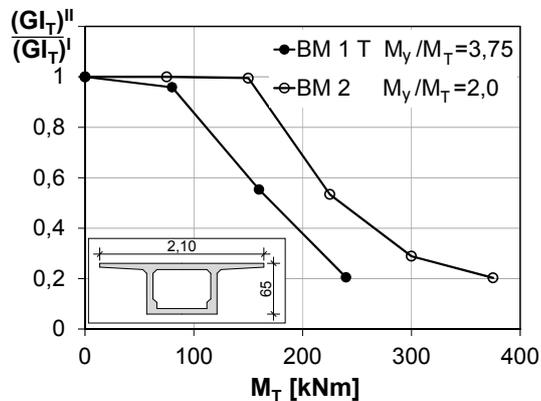


Bild 6.2: Abfall der Torsionssteifigkeit bei den in [79] untersuchten Spannbetonträgern

Versuche von Kordina/Teutsch an Spannbetonträgern (1982)

Teutsch und Kordina [71] führten zehn Versuche an Spannbetonbalken mit nachträglichem Verbund unter kombinierter Beanspruchung aus Querkraft, Biegung und Torsion durch. In der Versuchsserie wurden als Parameter die Querschnittsformen (5 Plattenbalken, 3 Hohlkasten- und 2 Rechteckquerschnitte), die Vorspanngrade ($-0,17 \leq \sigma_c/f_c \leq -0,10$) und die Beanspruchungsverhältnisse zwischen Biegemoment und Torsionsmoment ($1 \leq M_y/M_T \leq 10$) variiert. Dabei wurden 9 der 10 Versuche mit einem Beanspruchungsverhältnis von $M_y/M_T \leq 4$ und lediglich ein Versuch mit $M_y/M_T \leq 10$ durchgeführt.

Bedingt durch die Mikrorissbildung und das nichtlineare Baustoffverhalten wurde die Torsionssteifigkeit der Versuchsträger mit den maximalen Beanspruchungsverhältnissen $M_y/M_T \leq 4$ bereits im Zustand I auf Werte zwischen 50-70 % der Torsionssteifigkeit nach Elastizitätstheorie reduziert (Bild 6.3). Ähnliche Erkenntnisse wurden bereits in [80] bei Versuchen an Stahlbetonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung gewonnen.

Mit einsetzender Rissbildung erfolgte bis zum Fließbeginn der Bewehrung ein weiterer kontinuierlicher Abfall der Torsionssteifigkeit auf 12-50% der Werte nach Elastizitätstheorie.

Der Abfall ging stetig mit zunehmender Rissbildung sowie wachsenden Rissbreiten einher und erfolgte nicht sprunghaft. Dies ist ein Hinweis dafür, dass im Übergangsbereich zwischen erster Rissbildung und Fließbeginn der Bewehrung eine Schubkraftübertragung durch Rissverzahnung in Abhängigkeit von der Rissbreite erfolgt.

Bei den Versuchen zeichnete sich der Einfluss des Beanspruchungsverhältnisses von Biegemoment zu Torsionsmoment und der Belastungsgeschichte auf den Abfall der Torsionssteifigkeit ab. Versuchsträger mit überwiegender Torsionsbeanspruchung wiesen deutlich größere Rissbreiten und einen wesentlich stärkeren Abfall der Torsionssteifigkeit auf als überwiegend biegebeanspruchte Träger.

Im Versagenszustand wurde die Torsionssteifigkeit auf 3-20% der Anfangssteifigkeit reduziert.

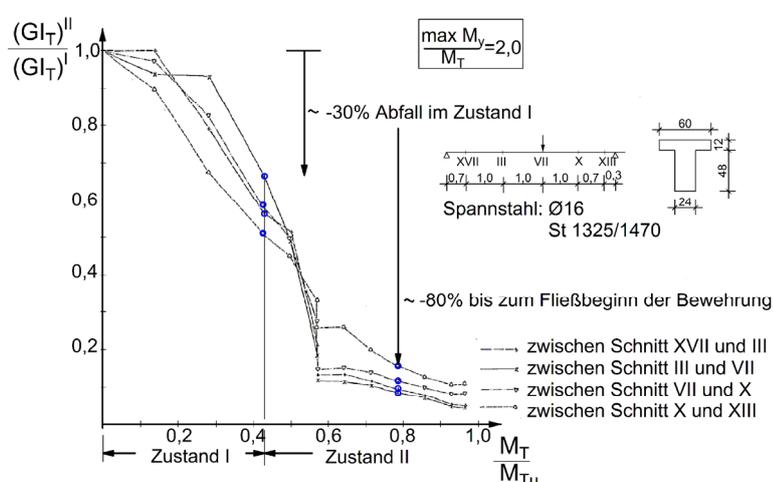


Bild 6.3: Abfall der Torsionssteifigkeit am Beispiel des Versuchsträgers STQ5 aus [71]

6.3 Ansätze zur Ermittlung der Torsionssteifigkeit in der Literatur

6.3.1 Ansätze auf Grundlage eines räumlichen Fachwerkmodells

Die ersten Ansätze für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit im gerissenen Zustand II basieren auf einem räumlichen Fachwerkmodell und wurden zunächst für den Fall reiner Torsion (z.B. [81], [82], [83]) und später für eine kombinierte Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion unter Berücksichtigung der ungerissenen Biegedruckzone erweitert ([84], [85]). Die Herleitungen erfolgen über die Bestimmung der Verwindung am räumlichen Fachwerkmodell unter Zugrundelegung eines linear-elastischen Materialverhaltens bis zum Erreichen der Fließlast. Auf diese Weise kann lediglich die Torsionssteifigkeit bei Fließbeginn der Bewehrung bestimmt werden. Die Entwicklung der Torsionssteifigkeit für den Bereich zwischen erster Rissbildung und dem Fließen der Bewehrung bleibt bei den Ansätzen unberücksichtigt. Zudem erfolgte die Validierung der Modelle an Versuchen, die zum größten Teil ein sehr kleines Verhältnis von Biege- zu Torsionsbeanspruchung aufwiesen.

6.3.2 Ansätze mit Berücksichtigung der Steifigkeitsanteile von Druck- und Zugzone auf Querschnittsebene

In Forschungsarbeiten zur Untersuchung des Tragverhaltens von kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern findet sich eine weitere Methode zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit bei überwiegend auf Biegung beanspruchten Trägern. Die Ermittlung der Torsionssteifigkeit im Zustand II erfolgt dabei zunächst auf Querschnittsebene über eine getrennte Berechnung der einzelnen Steifigkeitsanteile der ungerissenen Biegedruckzone $(GI_T)_{\text{Druckzone}}$ und der gerissenen Zugzone $(GI_T)_{\text{Zugzone}}$. Die Torsionssteifigkeit wird dabei über die Bauteillänge in den einzelnen Querschnitten in Abhängigkeit vom Beanspruchungszustand ermittelt. Eine Zusammenstellung der Ansätze ist in [35] zu finden. Das Konzept ist insbesondere für Bauteile mit vorwiegender Biegebeanspruchung geeignet. Bei reiner und überwiegender Torsionsbeanspruchung ist der Ansatz nicht zielführend.

6.3.2.1 Ermittlung der Torsionssteifigkeit der ungerissenen Biegedruckzone $(GI_T)_{\text{Druckzone}}$

Für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit des überdrückten Bereichs wird von *Mehlhorn* in [24] vorgeschlagen, zunächst die Druckzone in rechteckige Teilquerschnitte zu zerlegen, und die zugehörigen Torsionswiderstandsmomente zu bestimmen. Anschließend wird in Abhängigkeit vom Spannungszustand $\sigma(\varepsilon)$ mit Hilfe des Tangentenmoduls $E(\varepsilon)$ für jeden Teilquerschnitt ein bereichsweise konstanter Schubmodul $G(\varepsilon)$ ermittelt. Auf diese Art findet über die gekrümmte σ - ε -Linie das nichtlineare Werkstoffverhalten des Betons in der Druckzone Berücksichtigung. Die Torsionssteifigkeit des überdrückten Bereiches ergibt sich danach wie folgt:

$$(GI_T)_{\text{Beton}} = \sum_i G(\varepsilon) \cdot I_{T,i} \quad (6.1)$$

$$\text{mit } G(\varepsilon) = \frac{E(\varepsilon)}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

Der Einfluss des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Betons unter Druck auf den Abfall der Torsionssteifigkeit $G(\varepsilon) \cdot I_T$ wird von *Link et al.* [87] anhand theoretischer Untersuchungen mit der Finite-Element-Methode exemplarisch an zwei über die gesamte Höhe überdrückten Querschnitten, einem Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitt, aufgezeigt. Bei der Untersuchung wurde jeweils am unteren Querschnittsrand die Randstauchung mit $\varepsilon_{cu} = 0$ ‰ konstant gehalten und am oberen Rand bis maximal $\varepsilon_{cu} = -3,0$ ‰ variiert (Bild 6.4). Es wurde jedem Element ein konstanter Schubmodul $G(\varepsilon)$ zugewiesen, der von Element zu Element in Abhängigkeit von der jeweiligen Dehnung variierte. Die Ermittlung des Schubmoduls $G(\varepsilon)$ erfolgte in Abhängigkeit vom zugehörigen Elastizitätsmodul als Tangentenmodul $E(\varepsilon)$ mittels der nichtlinearen Spannung-Dehnungs-Beziehung für den Druckbereich.

In Bild 6.4 sind die Auswirkungen der unterschiedlichen Betonstauchungen auf die Torsionssteifigkeit dargestellt. Mit zunehmender Druckbeanspruchung fällt die

Torsionssteifigkeit stetig ab. Dabei fällt die Torsionssteifigkeit des Rechteckquerschnitts bei einer Randstauchung von $\varepsilon_{co} = -3\text{‰}$ auf 62 % des linear-elastischen Wertes ab.

Bei der Untersuchung am Plattenbalkenquerschnitt zeigt sich eine ähnliche Entwicklung. Dabei ist der Abfall der Torsionssteifigkeit bei $\varepsilon_{co} = -3\text{‰}$ auf 32% des linear-elastischen Wertes aufgrund der ausgeprägten Druckzone deutlich stärker als beim Rechteckquerschnitt.

Der Abfall der Torsionssteifigkeit in überdrückten Querschnitten ist von der Höhe der Beanspruchung und der Querschnittsgeometrie abhängig.

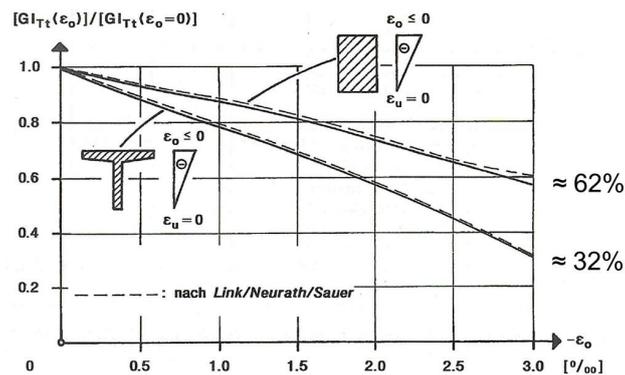


Bild 6.4: Torsionssteifigkeit eines überdrückten Querschnitts in Abhängigkeit von der Randstauchung ε_{co} [87] aus [35]

Die von *Mehlhorn, Link et al.* vorgeschlagene Methode auf der Grundlage einer feinen Elementierung ist für die praktische Anwendung allerdings sehr aufwendig. Deshalb wird in [86] vereinfachend die Berechnung der Torsionssteifigkeit der Druckzone auf die Ermittlung des Gesamttorsionswiderstandsmomentes der Biegedruckzone und die Ermittlung eines dehnungsabhängigen mittleren Schubmoduls $G(\varepsilon)$ im Schwerpunkt der Druckzone als Sekantenmodul beschränkt.

6.3.2.2 Torsionssteifigkeit der gerissenen Zugzone $(GI_T)_{Zugzone}$

Eine Bestimmung der Torsionssteifigkeit ausschließlich unter Berücksichtigung der Biegedruckzone stellt eine untere Abschätzungsgrenze der Torsionssteifigkeit dar. Ist eine obere Abschätzung der Torsionssteifigkeit erforderlich z.B. bei der Ermittlung der Torsionsbeanspruchung aus Verträglichkeitstorsion muss der Beitrag der Zugzone berücksichtigt werden. Dabei muss unterschieden werden ob sich der betrachtete Bauteilbereich noch im Zustand I befindet oder ob die Zugfestigkeit bereits überschritten wurde.

In der Literatur finden sich hierzu verschiedene Ansätze. In [88] wird vorgeschlagen, die Torsionssteifigkeit der Zugzone mit einem der am räumlichen Fachwerk hergeleiteten Ansätze zu bestimmen. Diese Näherung stellt dabei einen unteren Grenzwert für einen vollständig gerissenen Querschnitt dar, wobei nur die Bewehrung zur Torsionssteifigkeit beiträgt. Tatsächlich können über die Rissverzahnung in Abhängigkeit vom

Beanspruchungsniveau, Bewehrungsgrad und den Rissbreiten Schubspannungen über die Risse hinweg übertragen werden.

Dieser Zusammenhang wird von *Backes* in [35] aufgegriffen. In Abhängigkeit von den Dehnungen in der Zugzone wird die Mitwirkung der Zugzone an der Torsionssteifigkeit über einen variablen Schubmodul berücksichtigt. Dabei wird zwischen dem gerissenen und ungerissenen Zustand unterschieden. Ist die Zugfestigkeit noch nicht überschritten, wird für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit in der Zugzone der volle Schubmodul nach Elastizitätstheorie angesetzt (Bild 6.5). Bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit wird ein reduzierter Schubmodul in Abhängigkeit vom Dehnungszustand in der Zugzone wie folgt bestimmt:

$$\varepsilon_c \geq \varepsilon_{ct} : \quad G(\varepsilon)_{II} = \frac{\alpha \cdot G}{\varepsilon_c / \varepsilon_{ct}} \quad (6.2)$$

mit $\alpha = 0,10$

ε_c Dehnung in der Zugzone unter dem jeweiligen Lastniveau

ε_{ct} Dehnung in der Zugzone bei Rissbildung

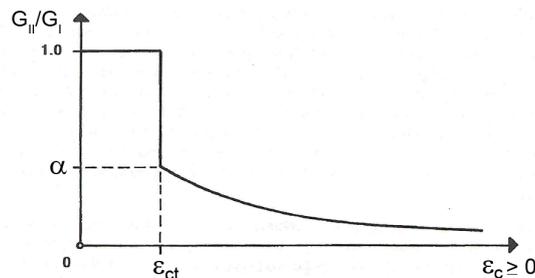


Bild 6.5: Ansatz eines variablen Schubmoduls in gerissenen Querschnittsbereichen [35]

6.3.2.3 Bewertung des Ansatzes für die praktische Anwendung im Zusammenhang mit dem Kippversagen

Der Ansatz für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit mit getrennter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeiten der Druck- und Zugzone wird aufgegriffen und im Hinblick auf eine sichere Abschätzung der Torsionssteifigkeit bei Kippproblemen überprüft. Für eine untere Abschätzung der Torsionssteifigkeit wird die Mitwirkung der gerissenen Zugzone zunächst vernachlässigt.

Die Verifizierung des Ansatzes erfolgt an den Versuchsträgern von *Ojha* [78]. Hierbei handelt es sich um Einfeldträger unter einer kombinierten Beanspruchung infolge Biegung, Querkraft und Torsion (Bild 6.6). Die Ermittlung der Torsionssteifigkeit erfolgt für unterschiedliche Lastniveaus querschnittsweise in den Zehntelpunkten des Bauteils. Bei Überschreitung der Zugfestigkeit werden die Torsionsträgheitsmomente I_T anhand der sich unter Biegung einstellenden Druckzone bestimmt (Bild 6.7). Der Beitrag der gerissenen Zugzone wird vorerst nicht berücksichtigt ($\alpha=0$).

In den Feldbereichen ist die Biegebeanspruchung und in den Auflagerbereichen die Torsionsbeanspruchung für die erste Rissbildung maßgebend, daher wird eine Überlagerung von Biegung und Torsion vereinfachend vernachlässigt. Anschließend wird

auf Grundlage der querschnittswise ermittelten Torsionssteifigkeiten eine äquivalente Verdrehsteifigkeit des Gesamtbauteils für die einzelnen Laststufen ermittelt.

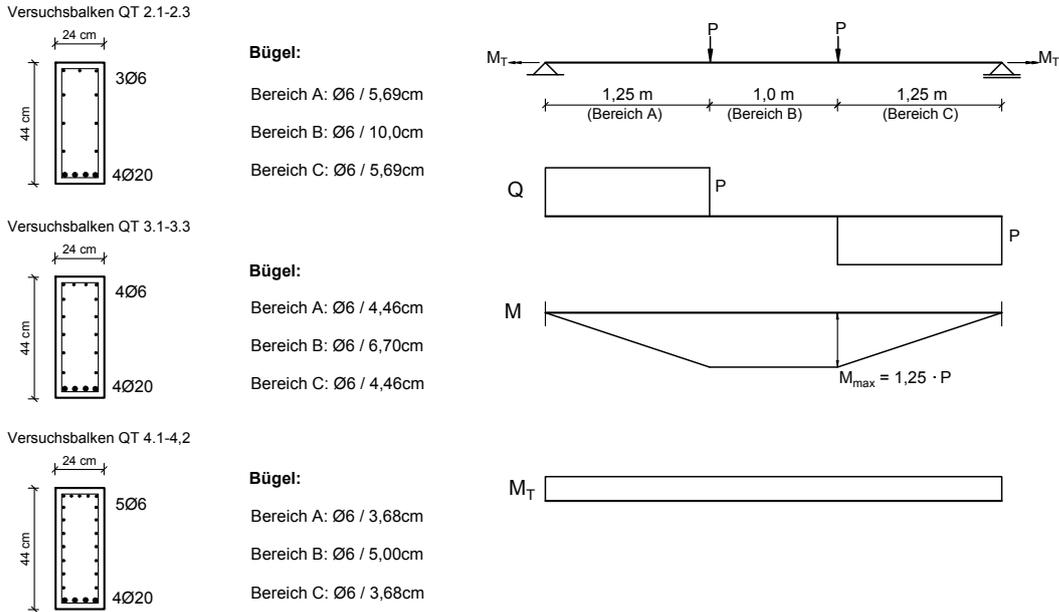


Bild 6.6: Versuche von *Ojha*, Querschnitte und statisches System [78]

Zustand I: $(GI_T)_I = G(\varepsilon)I_{T,QS,ungerissen}$

Zustand II: $(GI_T)_{II} = (G(\varepsilon)I_T)_{Druckzone} + \alpha \cdot (GI_T)_{Zugzone}$

mit $G(\varepsilon)$ dehnungsabhängiger Schubmodul

α Faktor zur Berücksichtigung der Mitwirkung der gerissenen Zugzone

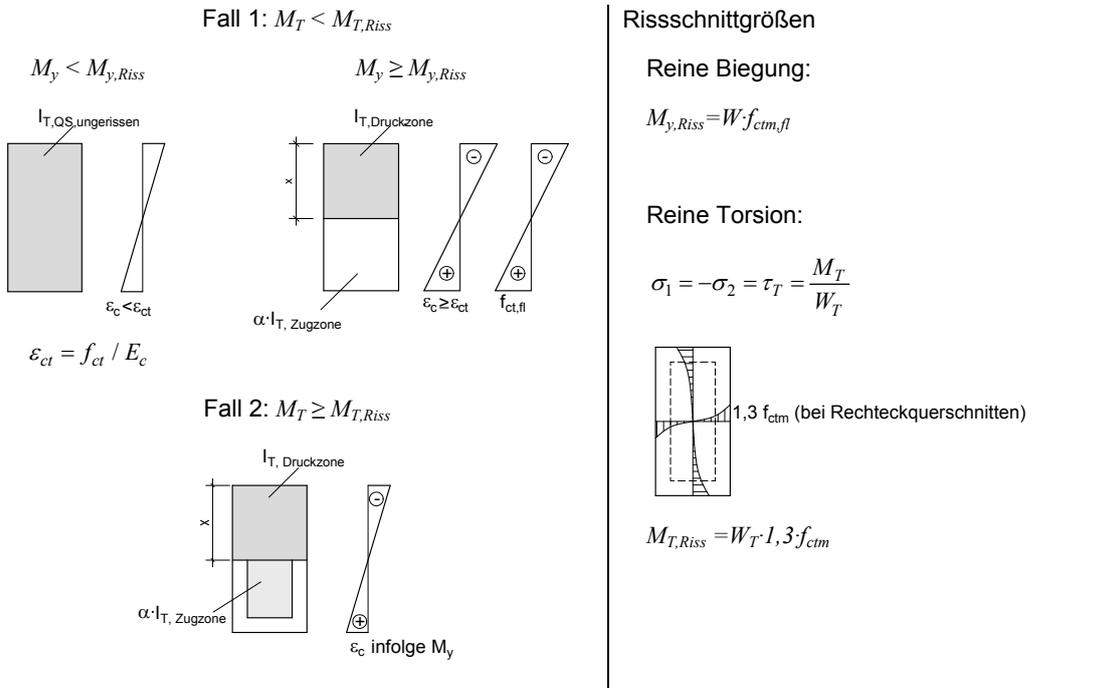


Bild 6.7: Beanspruchungsabhängige Ermittlung der Torsionssteifigkeit auf Querschnittebene

Der Abfall des Schubmoduls G unter zunehmender Druckbeanspruchung wird in Anlehnung an [86] vereinfachend im Schwerpunkt der Druckzone als Sekantensteifigkeit bestimmt (Bild 6.8).

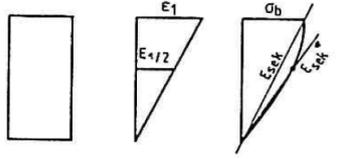


Bild 6.8: Ermittlung des Sekantenmoduls in der Druckzone[86]

Exemplarisch werden nachfolgend die Ergebnisse an den Versuchsträgern QT 2.2 und QT 3.2 vorgestellt. Beide Träger wurden im gleichen Verhältnis vom maximalen Biegemoment zum Torsionsmoment ($M_y/M_T=4,0$) beansprucht, sie unterschieden sich durch den Längs- und Bügelbewehrungsgrad (Bild 6.6).

Hinsichtlich eines Abfalls der Torsionssteifigkeit infolge der nichtlinearen σ - ε -Beziehung des Betons im Druckbereich zeigen die Untersuchungen, dass sich dieser bei der Betrachtung von Stahlbetonträgern nicht merklich auswirkt. In Bild 6.9 a) ist die mit dem beschriebenen Näherungsansatz ermittelte Torsionssteifigkeit exemplarisch am Beispiel des Trägers QT 2.2 mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen σ - ε -Beziehung in der Druckzone dargestellt. Unter niedrigen Laststufen und verhältnismäßig geringen Spannungen in der Druckzone kommt der Effekt aufgrund der nahezu linearen σ - ε -Beziehung kaum zum Tragen. Mit zunehmender Beanspruchung wachsen die gerissenen Trägerbereiche. Ihre stetige Ausweitung wirkt sich auf den Abfall der Torsionssteifigkeit des Gesamtbauteils gegenüber dem Effekt eines in der Biegedruckzone abnehmenden Schubmoduls deutlich stärker aus. Erst im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung macht sich ein Abfall des Schubmoduls in der Druckzone bemerkbar. In diesem Zustand ist die Torsionssteifigkeit allerdings bereits so stark abgefallen, dass dieser Einfluss bei Stahlbetonträgern vernachlässigt werden kann. In den Folgebetrachtungen werden daher die Auswirkungen des nichtlineareren σ - ε -Verhaltens des Betons im Druckbereich nicht berücksichtigt.

Für den Versuchsträger QT 2.2 kann mit dem Näherungsansatz die Torsionssteifigkeit für unterschiedliche Beanspruchungsstufen in guter Übereinstimmung mit dem Versuch ermittelt werden (Bild 6.9 a)). Die Untersuchungen am Versuchsträger QT 3.2 und auch an anderen Trägern zeigen, dass die Ermittlung der Torsionssteifigkeit ausschließlich anhand der überdrückten Querschnittsbereiche ($\sigma_c \leq 0$) insbesondere unter niedrigen Lastniveaus und bei geringer Torsionsbeanspruchung ($M_T < M_{T,Riss}$) zu einer deutlichen Unterschätzung der Torsionssteifigkeit des Gesamtbauteils führt (Bild 6.9 b) und Bild 6.12). Für den Versuchsträger QT 3.2 wird lediglich die Torsionssteifigkeit im Bruchzustand hinreichend genau erfasst (Bild 6.9 b)). Mit dem Ansatz der Torsionssteifigkeit nur für die ungerissene Druckzone wird bei allen untersuchten Trägern die experimentell ermittelte Torsionssteifigkeit unter hohen Laststufen und bei Überschreitung des Torsionsrissmomentes in guter Näherung erfasst. In dem Bereich zwischen erster Rissbildung bis zum Bruch wird die Torsionssteifigkeit dagegen für den Großteil der untersuchten Versuchsträger deutlich unterschätzt.

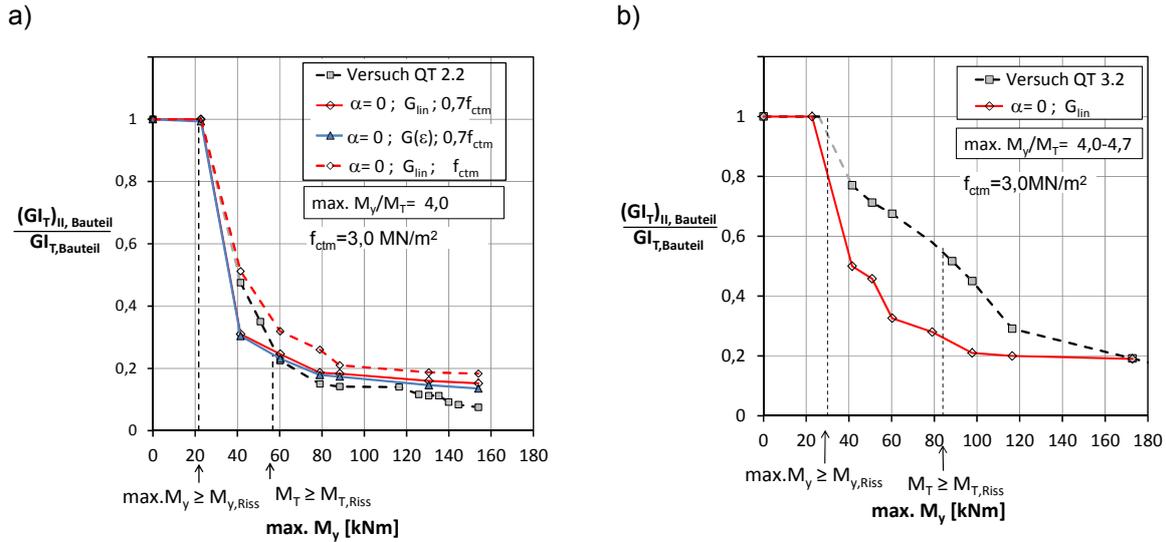


Bild 6.9: Abfall der Torsionssteifigkeit auf Bauteilebene, Gegenüberstellung von Versuch und Rechnung am Beispiel der Versuchsträger a) QT 2.2 b) QT 3.2

Insbesondere in auflagernahen Bereichen mit geringer Biegebeanspruchung und Torsionsmomenten kleiner als das Torsionsrissmoment führt diese Vorgehensweise zu Ergebnissen stark auf der sicheren Seite. Ähnliche Beanspruchungsverhältnisse liegen bei kippgefährdeten Trägern vor. I.d.R. wird das Torsionsrissmoment an den Auflagern erst unter hohen Lasten kurz vor dem Versagen erreicht. Bei den Versuchen von *Pauli* traten Torsionsrisse erst im Versagenszustand auf. Daher werden in einer weiteren Untersuchung für Laststufen unterhalb des Torsionsrissmomentes die Torsionssteifigkeiten auf Querschnittsebene anhand der ungerissenen Querschnittsbereiche ($\sigma_c \leq f_{ctm}$) unter Ansatz des Mittelwertes der Zugfestigkeit (Bild 6.10) ermittelt. Bei Überschreitung des Torsionsrissmomentes wird wie zuvor verfahren.

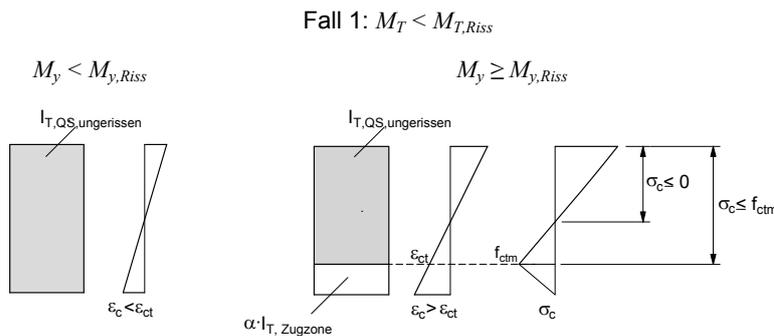


Bild 6.10: Beanspruchungsabhängige Ermittlung der Querschnittstorsionssteifigkeit unter Ansatz der Zugfestigkeit des Betons in der Zugzone

Die Modifikation führt zu dem in Bild 6.11 dargestellten Ergebnissen. Für beide Versuchsträger gelingt eine deutlich bessere Abschätzung für die Torsionssteifigkeit unter geringen Lastniveaus.

Die beschriebene Vorgehensweise wurde auf alle Versuchsträger von *Ojha* angewendet und führte immer zu vergleichbaren Ergebnissen. Im Zusammenhang mit dem Kippproblem sind insbesondere Versuche mit einem hohen Verhältnis von Biegung zu Torsion von Interesse. Die Darstellung der Ergebnisse beschränkt sich daher auf Versuche mit $M_y/M_T \geq 4$. Bei Versuchen mit geringeren M_y/M_T -Verhältnissen ist für den Abfall der Torsionssteifigkeit die Überschreitung des Torsionsrissmomentes entscheidend. Bei experimentellen Untersuchungen an kippgefährdeten Trägern traten Torsionsrisse allerdings erst im Versagenszustand auf. Darüber hinaus wird in [1] darauf hingewiesen, dass die Überschreitung des Torsionsrissmomentes im Auflagerbereich einen Grenzzustand darstellt, der zum Versagen führt. Bei der Untersuchung von kippgefährdeten Trägern ist daher insbesondere der Abfall der Torsionssteifigkeit infolge von Biegerissen von Interesse.

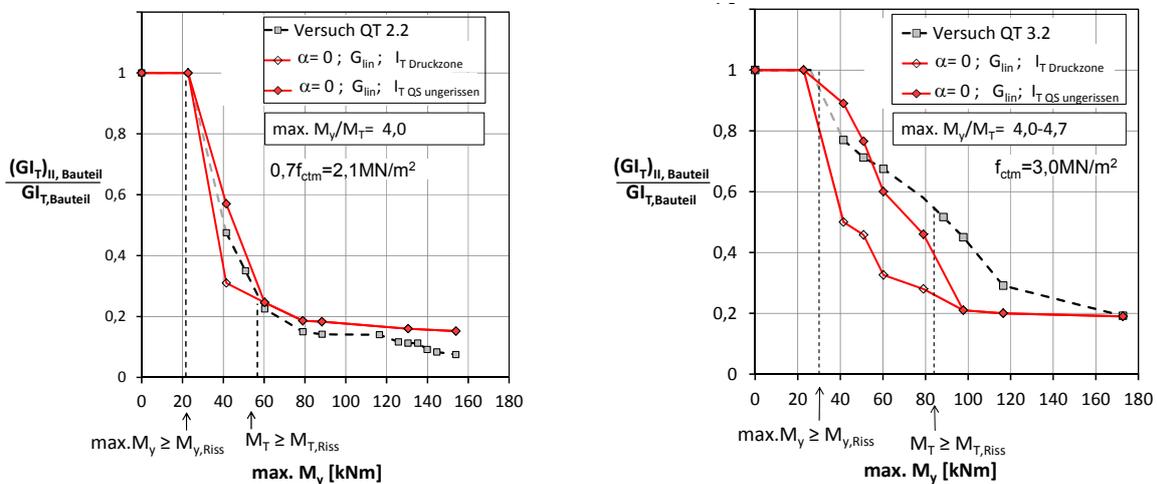


Bild 6.11: Gegenüberstellung von Versuch und modifizierter Rechnung unter zusätzlichem Ansatz des ungerissenen Bereichs der Zugzone für die Torsionssteifigkeit ($M_T < M_{T,Riss} \Rightarrow GI_{T,Druckzone}$ bzw. $GI_{T,QS,ungerissen}$;
 $M_T \geq M_{T,Riss} \Rightarrow GI_{T,Druckzone}$)

In Bild 6.12 sind die mit den beschriebenen Ansätzen ermittelten Abnahmen der Torsionssteifigkeiten für zwei weitere Versuchsträger dargestellt. Auch hier führt die Vorgehensweise zu einer guten Abschätzung der Torsionssteifigkeit mit ihrem unteren Grenzwert über alle Laststufen.

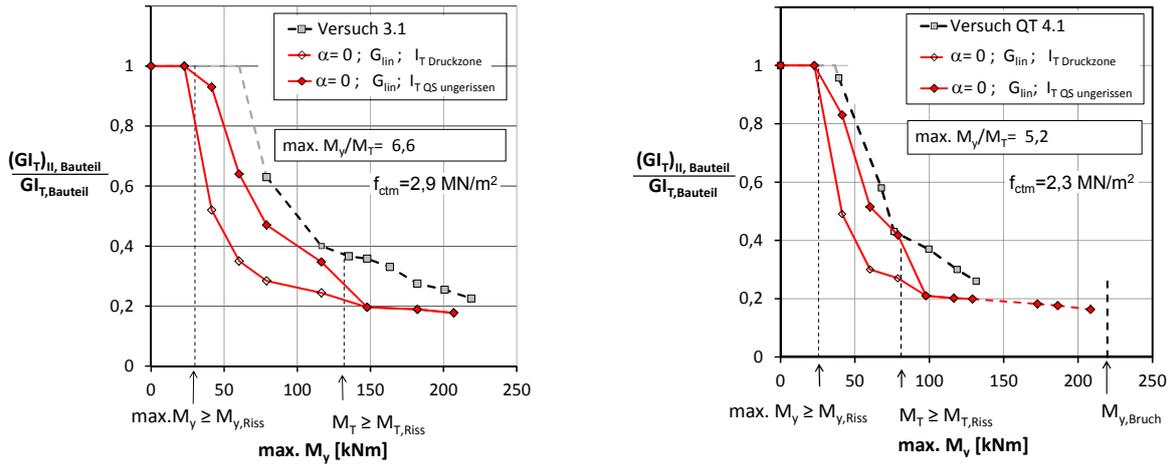


Bild 6.12: Gegenüberstellung von Versuch und modifizierter Rechnung unter zusätzlichem Ansatz des ungerissenen Bereichs der Zugzone für die Torsionssteifigkeit ($M_T < M_{T,Riss} \Rightarrow GI_{T,Druckzone}$ bzw. $GI_{T,QS,ungerissen}$; $M_T \geq M_{T,Riss} \Rightarrow GI_{T,Druckzone}$)

Bislang wurde für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit der Beitrag der gerissenen Zugzone nicht herangezogen. Am Beispiel des Versuchsträgers QT 3.2 soll exemplarisch die Mitwirkung der gerissenen Zugzone berücksichtigt werden. Dabei werden zunächst die Torsionsträgheitsmomente für die ungerissenen Querschnittsbereiche $I_{T,QS,ungerissen}$ und für die gerissene Zugzone $I_{T,Zugzone}$ ermittelt. Dem Steifigkeitsabfall durch Rissbildung wird mit dem Abminderungsfaktor α Rechnung getragen (Bild 6.10). Dieser wird zwischen den Werten 0 und 0,2 variiert. Im Bild 6.13 sind die sich rechnerisch ergebenden Torsionssteifigkeiten den Versuchswerten gegenübergestellt. Unter niedrigen Lastniveaus bis zum Erreichen des Torsionsrissmomentes liefert die Berechnung mit $\alpha=0,2$ eine gute Übereinstimmung mit dem Versuch. Mit zunehmender Beanspruchung werden die Versuchswerte dagegen besser mit $\alpha=0,1$ und im Bruchzustand mit $\alpha=0$ erfasst.

Dieses Ergebnis geht mit den im Versuch gemessenen Stahldehnungen sowie Rissbreiten einher. Der Versuchsträger QT 3.2 wurde gegenüber dem Versuchsträger QT 2.2 mit stärkerer Torsionslängs- und Bügelbewehrung ausgebildet. Bei gleichem Beanspruchungsniveau wurden im Versuch QT 3.2 gegenüber dem Versuch QT 2.2 deutlich geringere Stahldehnungen und Rissbreiten gemessen. Für den Versuchsträger QT 2.2 ergibt sich aufgrund des geringeren Bewehrungsgrades die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen ohne eine Berücksichtigung einer Mitwirkung der Zugzone ($\alpha=0$).

Der Vergleich beider Versuche, die sich lediglich im Bewehrungsgrad unterscheiden, zeigt, dass die Mitwirkung der gerissenen Zugzone bzw. der Parameter α von der Höhe der Beanspruchung, von den Stahldehnungen (Bewehrungsgrad) und den Rissbreiten abhängig ist. Deshalb kann mit dem einfachen Ansatz $\alpha=\text{konstant}$, der Abfall der Torsionssteifigkeit bzw. das Verformungsverhalten nicht für jedes Beanspruchungsniveau zutreffend beschrieben werden. Der Ansatz ist insbesondere für die Abschätzung eines oberen Grenzwertes der Torsionssteifigkeit von Bedeutung. Hier besteht noch weiterer

Forschungsbedarf. Dagegen kann der untere Grenzwert der Torsionssteifigkeit mit dem zuvor angewendeten Ansatz ohne eine Berücksichtigung der gerissenen Zugzone auf der sicheren Seite liegend bestimmt werden.

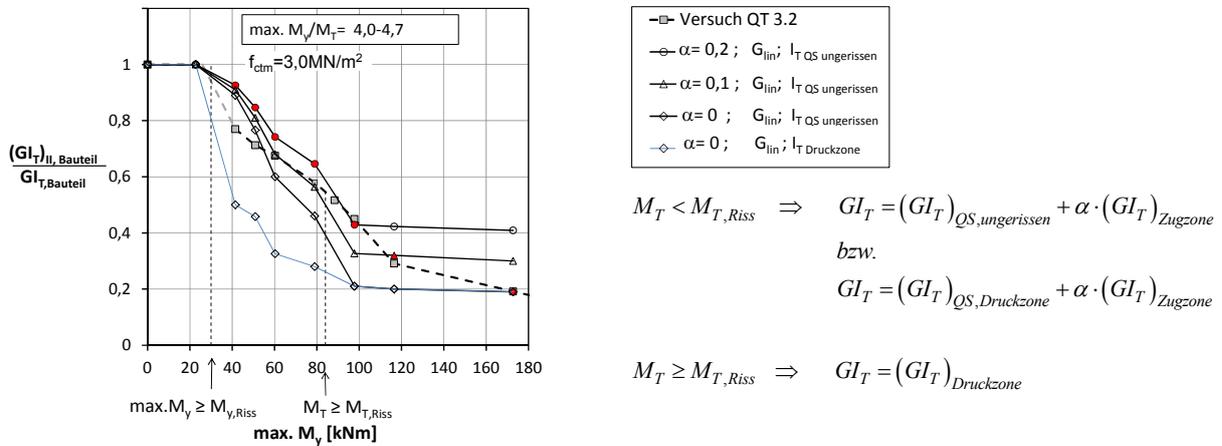


Bild 6.13: Gegenüberstellung von Versuch und modifizierter Rechnung unter Berücksichtigung des Beitrags der gerissenen Zugzone bei der Ermittlung der Torsionssteifigkeit

Der Abfall der Schubsteifigkeit von gerissenen Elementen wurde von *Kolmar* in [65] detailliert untersucht. Auf der Grundlage theoretischer Überlegungen und umfangreicher Parameterstudien entwickelte *Kolmar* eine Formulierung, die den Abfall der Schubsteifigkeit von gerissenen Elementen beschreibt. Dabei wird der Abminderungsfaktor („Shear retention factor“) in Abhängigkeit vom Verzerrungszustand bzw. den Dehnungen senkrecht zum Riss und dem Bewehrungsgrad bestimmt (Bild 6.14). Dieser Zusammenhang findet häufig Anwendung bei Rissmodellen mit feststehender Rissrichtung.

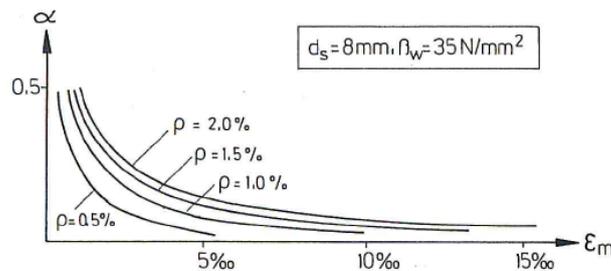


Bild 6.14: Berechnung der Schubsteifigkeit eines gerissenen Elementes nach [65]

6.3.3 Ermittlung der Torsionssteifigkeit mit dem Programm SOFiSTiK bei einer Modellierung mit Schalenelementen

Bei Anwendung eines Rechenprogrammes im Zusammenhang mit dem Nachweis der Kippsicherheit sind im Vorfeld insbesondere die Annahmen im Hinblick auf die Modellierung der Torsionssteifigkeit zu klären. Im Folgenden werden die nichtlinearen Schalenelemente von SOFiSTiK im Hinblick auf die Abbildung der Torsionssteifigkeit überprüft.

6.3.3.1 Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung

Bei der Modellierung mit den nichtlineareren Schalenelementen des Programmsystems SOFiSTiK wird der Schubmodul unabhängig von der nichtlinearen σ - ε -Beziehung des Betons für den Druckbereich über die gesamte Berechnung konstant angesetzt ($G \neq G(\varepsilon)$). Insbesondere bei Spannbetonträgern ist jedoch der Abfall der Schubsteifigkeit infolge Mikrorissbildung zu berücksichtigen. Die besten Übereinstimmungen bei Versuchsnachrechnungen an Spannbetonbindern ergaben sich mit einer Abminderung des Schubmoduls auf 60% des linear-elastischen Wertes. Diese Annahme wird durch Versuchsbeobachtungen belegt. Bei den Versuchen von *Kordina/Teutsch* an Spannbetonträgern wurde bereits im Zustand I ein Abfall der Torsionssteifigkeit auf 50-70% des linear-elastischen Wertes festgestellt (s. Abschnitt 6.2). Bei Stahlbetonträgern wirkt sich dieser Effekt aufgrund der i.d.R. ausgeprägten Rissbildung nur unwesentlich aus und kann vernachlässigt werden. In [80] wird zur Berücksichtigung der Mikrorissbildung für Stahlbetonbauteile eine Abminderung auf 80% des Wertes nach Elastizitätstheorie vorgeschlagen.

6.3.3.2 Schubkraftübertragung bei Rissbildung

Die Abbildung des Rissverhaltens erfolgt bei Anwendung der nichtlinearen Schalenelemente des Programms SOFiSTiK näherungsweise über die verschmierte Rissmodellierung. Dabei kommt das Rissmodell mit feststehender Rissrichtung zum Einsatz. Bei Rissbildung werden durch die Betonlayer keine Schubspannungen übertragen. Im Rechenmodell erfolgt die Schubübertragung ausschließlich über noch ungerissene Betonschichten und Stahlayer sofern die Bewehrungsstäbe eine Kraftkomponente in Richtung der Schubbeanspruchung aufweisen. Diese Informationen stehen dem Anwender häufig nicht unmittelbar zur Verfügung. Mit einfachen systematischen Testbeispielen (s. Abschnitt 3.5.2) und theoretischem Hintergrundwissen kann jedoch Aufschluss über die im Programm implementierten Materialmodelle gewonnen werden.

6.3.3.3 Nachrechnung von Versuchen an Stahlbetonträgern unter einer kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung

Vor dem Hintergrund, dass durch gerissene Betonelemente keine Schubkraftübertragung stattfindet, ist zu erwarten, dass die Torsionssteifigkeit bei Rissbildung von SOFiSTiK mit einem unteren Grenzwert abgebildet wird. Dies wird durch die Nachrechnung der Versuche von *Ojha* bestätigt. In Bild 6.15 werden die Ergebnisse der SOFiSTiK-Simulation den Versuchsergebnissen von *Ojha* und den auf Grundlage der im Abschnitt 6.3.2 beschriebenen Ansätze ermittelten Torsionssteifigkeiten gegenübergestellt. Das Rechenmodell verhält sich aufgrund der fehlenden Schubkraftübertragung bei Rissbildung erwartungsgemäß weicher. Ein Vergleich des zuvor angewendeten Näherungsverfahrens unter Ansatz der ungerissenen Zugzone und der SOFiSTiK-Rechnung zeigt im Hinblick auf den Abfall der Torsionssteifigkeit daher eine gute Übereinstimmung. Letztendlich liegen dem SOFiSTiK Modell prinzipiell die gleichen Annahmen zugrunde.

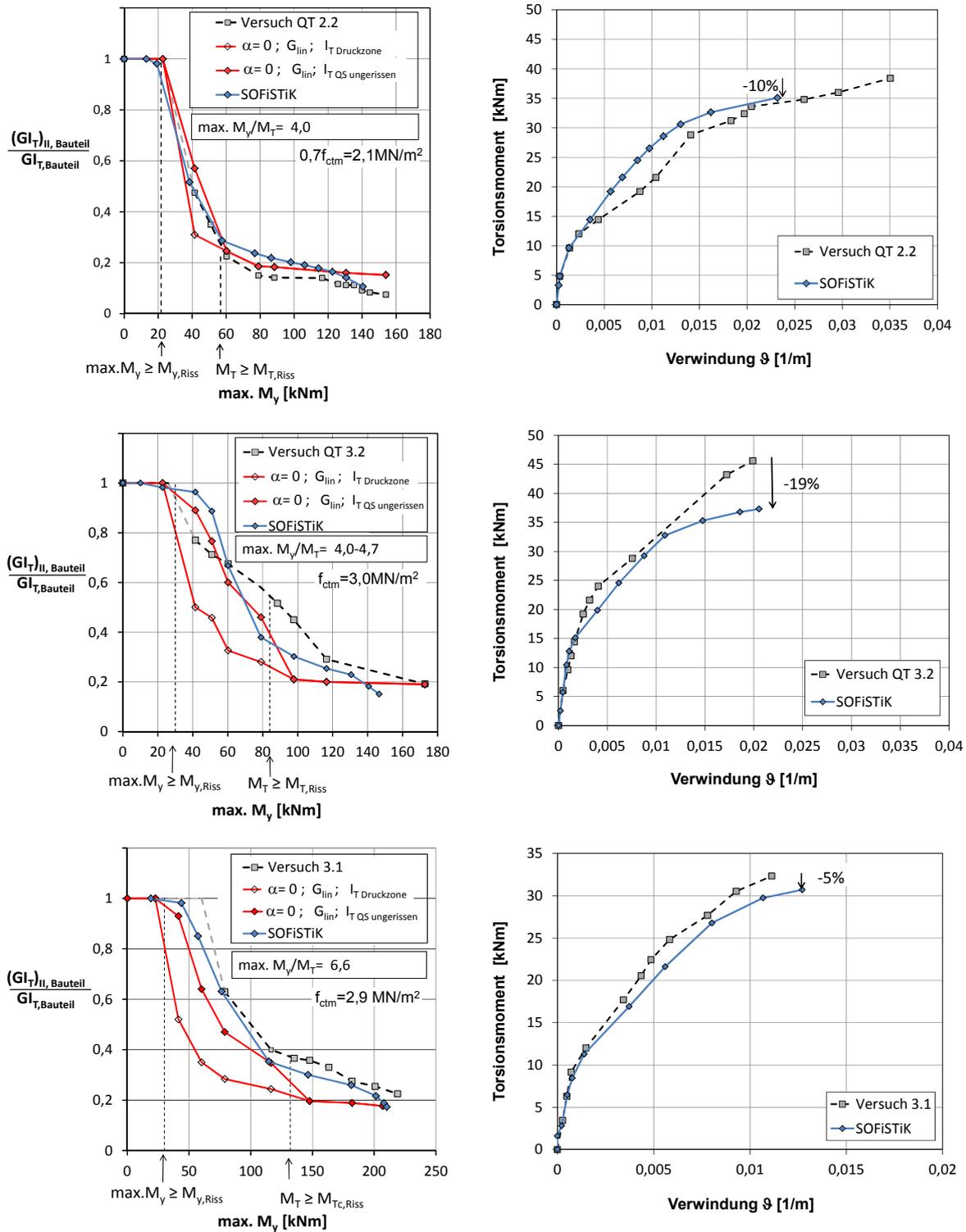


Bild 6.15: Gegenüberstellung von Versuch und Nachrechnung mit nichtlinearen Schalelementen des Programms SOFiSTiK sowie Vergleich mit den beanspruchungsabhängigen Ansätzen zur Ermittlung der Torsionssteifigkeit

Die Traglasten werden durch das Rechenmodell zwischen 5-20% unterschätzt. Dies ist zum einen auf die fehlende Übertragung von Schubspannungen durch den gerissenen Beton und zum anderen auf die Modellierung des Tragverhaltens unter einer kombinierten Biege- und Torsionsbeanspruchung mittels Schalenelementen zurückzuführen. Die Aufnahme der Torsionsbeanspruchung durch die Schalenelemente kann nicht durch die Abbildung eines umlaufenden Schubflusses in Form einer räumlichen Fachwerkwirkung abgebildet werden. Diese Modellungenauigkeit macht sich vor allem bei breiten Stegen bemerkbar. Die durchgeführten Nachrechnungen deuten allerdings darauf hin, dass mit zunehmender Biegebeanspruchung die Traglasten als auch die Steifigkeiten durch das Rechenmodell gut erfasst werden (vgl. Versuch QT 3.1 in Bild 6.15).

In Bild 6.16 wird beispielhaft für den Versuchsträger QT 3.1 das Rissbild für die letzte Laststufe vor dem Versagen dem Rissbild unter gleichem Beanspruchungsniveau in der numerischen Simulation gegenübergestellt. Auch hier zeigt sich hinsichtlich der gerissenen Bereiche als auch der Rissneigung eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung.

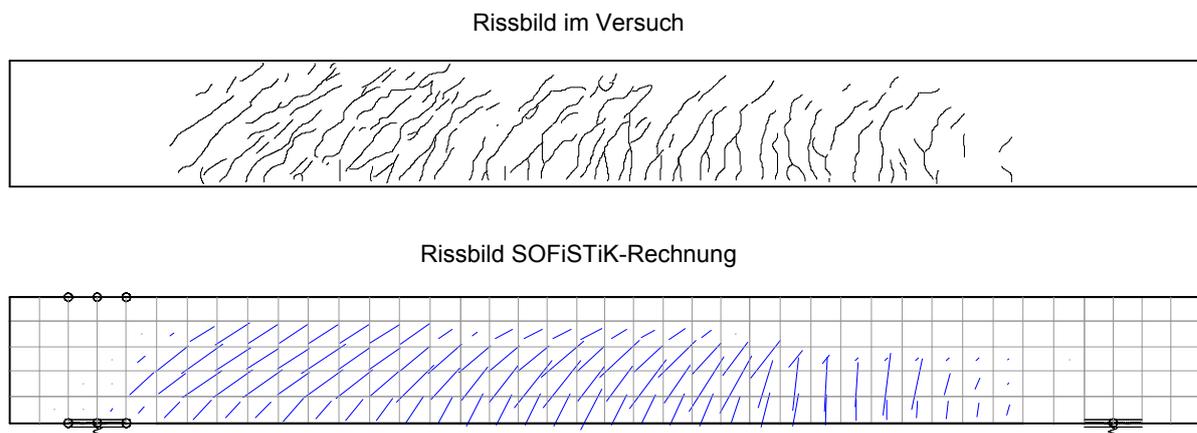


Bild 6.16: Vergleich des im Versuch QT 3.1 beobachteten Rissbildes mit den Ergebnissen der SOFiSTiK-Rechnung für die letzte Laststufe vor dem Versagen

Bei Kippproblemen ist die Torsionsbeanspruchung i.d.R. gering. Sie resultiert aus den mit steigender Beanspruchung zunehmenden Horizontalauslenkungen der Binder. Bei der Modellierung eines kippenden Trägers steht die Torsionssteifigkeit im Vordergrund und weniger die Ermittlung der maximalen Torsionstragfähigkeit. Die Vergleichsrechnungen zeigten, dass die Torsionssteifigkeit bei einer Modellierung mit den nichtlinearen Schalenelementen von SOFiSTiK mit ihrem unteren Grenzwert zutreffend erfasst wird.

6.4 Zusammenfassung

Das Tragverhalten von kippgefährdeten Trägern wird durch den Abfall der Torsionssteifigkeit wesentlich beeinflusst. Daher bedarf es bei Nachweisen der Kippsicherheit auf Grundlage nichtlinearer Finite-Element-Berechnung einer möglichst realitätsnahen Abbildung der Torsionssteifigkeit.

Hinsichtlich des Abfalls der Torsionssteifigkeit infolge von Mikrorissen und Rissbildung durch Überschreitung der Zugfestigkeit muss aufgrund der Vielzahl von Materialmodellen zunächst geklärt werden welches Modell dem jeweils verwendeten Programm zugrunde liegt und ob der Abfall der Torsionssteifigkeit bei Untersuchungen von Kippproblemen zutreffend erfasst wird.

Für die Überprüfung des Rechenmodells wird zunächst ein bekannter Näherungsansatz für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit auf Versuchsträger unter einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion angewendet. Dabei wird die Torsionssteifigkeit des Bauteils beanspruchungsabhängig durch eine querschnittsweise Ermittlung der Torsionssteifigkeit auf Grundlage der ungerissenen Querschnittsbereiche ermittelt. Für überwiegend auf Biegung beanspruchte Träger führt diese Näherung zu einer guten Abschätzung der Torsionssteifigkeit mit ihrem unteren Grenzwert. Die nichtlinearen Schalenelemente von SOFiSTiK basieren prinzipiell auf einem ähnlichen Ansatz, mit dem Unterschied, dass innerhalb von gerissenen Elementen zusätzlich Schubspannungen über die Stahl-Layer übertragen werden. In gerissenen Beton-Layern werden dagegen keine Schubspannungen übertragen. Unter dieser Voraussetzung wird die Torsionssteifigkeit bei Rissbildung mit einer unteren Abschätzung abgebildet. Dies wird durch Nachrechnungen von Versuchen bestätigt.

Bei Anwendung der nichtlinearen Schalenelemente von SOFiSTiK wird in überdrückten Bereichen kein Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung durch eine dehnungsabhängige Bestimmung des Schubmoduls anhand der nichtlinearen σ - ε -Beziehung des Betons unter Druckspannungen berücksichtigt. Bei einer solchen Modellierung wird daher empfohlen, den Schubmodul in Anlehnung an Erkenntnisse aus Versuchen insbesondere bei Spannbetonbauteilen lediglich mit 60% des linear-elastischen Wertes anzusetzen.

7 Untersuchungen zum Einfluss von Imperfektionen

7.1 Einleitung

Eine sichere und zugleich wirtschaftliche Bemessung kippgefährdeter, schlanker Stahlbetonträger erfordert eine realitätsnahe Berechnung nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Stahlbetons. Einen wichtigen Einflußparameter auf die maximal aufnehmbare Traglast stellen dabei die geometrischen Ersatzimperfektionen dar, wobei letztere sowohl Bauungenauigkeiten als auch strukturelle Imperfektionen abdecken müssen.

Über die Größe der Vorverformungen bei kippgefährdeten Trägern liegen bisher keine statistisch abgesicherten, systematischen Untersuchungen vor. In der einschlägigen Fachliteratur sind hierzu lediglich vereinzelt geometrische Aufmaße zu finden. Die Empfehlung der DIN EN 1992-1-1 bzw. DIN 1045-1, die Vorverformungen entsprechend der ersten Eigenform mit einem maximalen Stich von $e_i = L_{\text{eff}}/300$ in Feldmitte anzusetzen, erscheint zunächst insbesondere für lange Spannweiten konservativ. Für die Überprüfung dieses Ansatzes wurden im Rahmen der Herstellung der Lärmschutzeinhausung auf der Bundesautobahn A1 bei Köln-Lövenich Messungen von herstellungs- und einbaubedingten geometrische Imperfektionen mit der Laserscan-Methode vorgenommen. Eine ausführliche Auswertung der Laserscan-Messungen ist in [89] und [90] enthalten. Darüber hinaus wurden Messungen an für den Hallenbau typischen Parallel- und Satteldachbindern durchgeführt. Die Messungen erfolgten sowohl in Fertigteilverken, als auch im eingebauten Zustand auf der Baustelle.

Die Auswirkungen von strukturellen Imperfektionen auf die Kippstabilität schlanker Stahlbetonträger werden im Rahmen von theoretischen Betrachtungen untersucht. Hierbei handelt es sich vor allem um Eigenspannungszustände insbesondere aus dem Aufschwinden des Betons auf die Bewehrung, wodurch die effektiven Risschnittgrößen vermindert werden. Diese Eigenspannungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons werden bei Spannbetonträgern bereits durch die Berücksichtigung der zeitabhängigen Spannkraftverluste abgedeckt, während sie bei Stahlbetonträgern i.d.R. nicht explizit rechnerisch berücksichtigt werden.

Das Ziel der nachfolgenden Untersuchung besteht darin, auf Grundlage der geometrischen Messungen und der theoretischen Betrachtungen zum Einfluss struktureller Imperfektionen den Ansatz der Norm im Hinblick auf seine Realitätsnähe zu bewerten.

7.2 Bisherige Ansätze für geometrische Ersatzimperfektionen

Geometrische Ersatzimperfektionen berücksichtigen sowohl die Auswirkungen von geometrischen als auch von strukturellen Imperfektionen. Bei den geometrischen Imperfektionen wird dabei zwischen Vorkrümmungen und Vorverdrehungen der Träger differenziert. Die Vorkrümmungen resultieren vor allem aus Schalungenungenauigkeiten sowie ungleichmäßigen Temperatur- und Schwindverkrümmungen über die Querschnittsdicke. Hinzu kommen Vorkrümmungen und Vorverdrehungen, die aus Einbauungenauigkeiten herrühren. Strukturelle Imperfektionen berücksichtigen sowohl

Ungleichmäßigkeiten von Baustoffeigenschaften als auch Spannungsumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons im Verbundquerschnitt aus Stahl und Beton sowie den Einfluss von nichtlinear verteilten Eigenspannungen auf die Zugfestigkeit des Betons.

Auf die Regelungen der DIN 1992-1-1 und DIN 1045-1 wurde bereits im Abschnitt 2.2.2.4 im Detail eingegangen. Während DIN EN 1992-1-1 (5.9 (2)) dem Ansatz der Vorverformungen lediglich die geometrischen Imperfektionen zuordnet, sollen in DIN 1045-1 (8.6.8 (6)) durch den gleichen Ansatz beide Anteile aus geometrischen und strukturellen Imperfektionen abgedeckt werden (Tabelle 7.1). Im Rahmen dieser Arbeit wird dem Ansatz der DIN 1045-1, geometrische und strukturelle Imperfektionen als additives Sicherheitselement zu geometrischen Ersatzimperfektionen zusammenzufassen, der Vorzug gegeben. In den folgenden Ausführungen wird daher auch neben den rein geometrischen Imperfektionen der Ansatz der DIN 1045-1 als Vergleichsgrundlage in Bezug genommen.

Zusätzlich zu den Spannungsumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons sind bei Untersuchungen der Tragfähigkeit von Bauteilen nach Theorie II. Ordnung die Verformungszuwächse infolge Kriechens unter den Dauerlasten zu berücksichtigen (DIN EN 1992-1-1, 5.8.4) (s. Abschnitt 2.2.2.5). Diese zusätzlichen Verformungsanteile aus dem Kriechen des Betons können bei den Vorverformungen berücksichtigt werden.

Die beim Nachweis der Kippstabilität anzusetzende Gesamtvorverformung $e_{i,ges}$ setzt sich demnach aus den folgenden Anteilen zusammen:

$$e_{i,ges} = e_i + \Delta e_{i,c} \quad (7.1)$$

mit

e_i geometrische Ersatzimperfektionen

mit

$$e_i = e_{i,geom} + e_{i,e}$$

$e_{i,geom}$ geometrische Imperfektionen

$e_{i,e}$ strukturelle Imperfektionen

$\Delta e_{i,c}$ Verformungszuwächse infolge Kriechen

In Tabelle 7.1 sind einige, zum Teil recht unterschiedliche, Vorschläge verschiedener Autoren für die beim Nachweis der Kippstabilität anzusetzenden Vorverformungen zusammengestellt. Dabei stellt sich die Frage, ob die Vorverformungen tatsächlich in dieser Größenordnung auftreten. Die in Tabelle 7.1 aufgeführten Vorverformungen unterscheiden im Vergleich zum Ansatz der DIN 1045-1 i.d.R. nicht zwischen geometrischen und strukturellen Imperfektionen. Darüber hinaus wird lediglich von *Pauli* [1] ein Zuwachs der horizontalen Auslenkung infolge des Kriechens des Betons unter Dauerlasten explizit berücksichtigt.

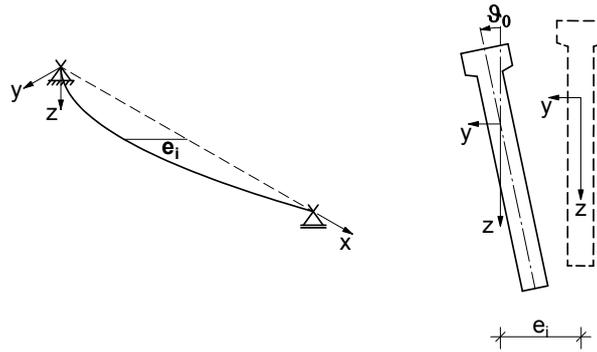


Bild 7.1: Seitliche Auslenkung e_i und Verdrehung ϑ_0

Tabelle 7.1: Vorschläge für den Ansatz von Imperfectionen beim Nachweis der Kippsicherheit

Ansatz nach	e_i	ϑ_0 [%]
DIN EN 1992-1-1 [3]	$L_{eff}/300$ (geometrische Imperfectionen)	-
DIN 1045-1 [2]	$L_{eff}/300$ (geometrische Ersatzimperfectionen)	-
Pauli [1]	$L_{eff}/500$ (sinusförmig)	0,5 % bei konstantem Verlauf oder 0,75% bei Verlauf gemäß Eigenform
Knittel [91]	$L_{eff}/300$ (sinusförmig)	0,5 % bei konstantem Verlauf
Mann [28]	$e_{i,oben} = 1-3$ cm (sinusförmig) $e_{i,unten} = 0$	1 % bei konstantem Verlauf
Röder [88]	$L_{eff}/250$	1% - 2%
Streit [92]	$L_{eff}/300$ für $L \leq 12$ m 4 cm für $L > 12$ m	0,5% - 1%
Ehret [86]	$L_{eff}/500$ (sinus- oder parabelförmig)	0,5 % bei konstantem Verlauf

Ansatz nach Pauli [1]:

Pauli schlägt vor, die Vorverformungen durch eine ungewollte Ausmitte affin zur 1. Eigenform und eine Querschnittsschiefstellung am Auflager oder alternativ einer Querschnittsverwindung entlang der Stabachse zu erfassen. Aus der Arbeit geht nicht hervor, ob durch die ungewollte Ausmitte auch strukturelle Imperfectionen mit erfasst werden. Für die Erfassung von Kriechverformungen unter Dauerlasten empfiehlt *Pauli* die Vorverformungen mit dem Faktor 2 zu vergrößern.

Ansatz Knittel [91]:

Der Ansatz von *Knittel* soll unvermeidliche geometrische Abweichungen von der planmäßigen Form infolge von Ungenauigkeiten bei der Bauausführung, ungewollte Lastausmitten und eine gleichbleibende Vorverdrehung des Trägers abdecken.

Ansatz nach Mann [28]:

Der Ansatz berücksichtigt eine Verdrehung des Trägers an den Auflagern von $\vartheta_0 = 1\%$ als Schiefstellung bezogen auf die lotrechte ideale Stützenachse.

Zusätzlich werden durch eine Vorverformung in Form einer Sinushalbwelle mit einer maximalen Ausmitte am oberen Trägerrand von $e_{i,oben}=1$ cm bis 3 cm und am unteren Rand von $e_{i,unten}=0$ Herstellungsungenauigkeiten der Träger erfasst, wobei nicht nur die Ungenauigkeit der Schalmaße, sondern auch der Bewehrungsführung sowie Ungleichmäßigkeiten des Betons abgedeckt werden sollen.

Ansatz nach Streit und Gottschalk [92]:

Der Ansatz berücksichtigt hauptsächlich geometrische Imperfektionen. Durch die Vorverdrehung sollen Imperfektionen aus z.B. Stützenschiefstellung, Spiel in der Gabellagerung und geneigter Auflagerflächen berücksichtigt werden.

Die Vorkrümmung berücksichtigt Schalungsungenauigkeiten, unzureichende Lagerung vor dem Einbau und eine einseitige Temperaturerhöhung. Dabei wird der maximale Stich auf 4 cm begrenzt, da nach Meinung der Autoren bei längeren Trägern die Ungenauigkeiten bei der Herstellung nicht proportional zunehmen und bei noch größeren Vorverformungen solche Träger nicht oder nur mit besonderen Sicherungsmaßnahmen eingebaut werden. Des Weiteren wird empfohlen, bei Trägern mit einer ungewöhnlich hohen einseitigen Temperaturerhöhung ggf. den Wert für e_i zu erhöhen.

Ansatz nach Ehret [86]:

Dieser Ansatz berücksichtigt ebenfalls nur die baupraktisch bedingten geometrischen Abweichungen. Hierbei wird der Schiefstellung des Trägers ein größerer Einfluss auf die Traglast beigemessen als einer parabolischen bzw. sinusförmigen horizontalen Vorverformung.

Einen weiteren Anhaltswert für die Größe der geometrischen Imperfektionen bietet die DIN EN 13225: 2004 [93]. Hier werden die zulässigen Maßabweichungen bei der Herstellung von Betonfertigteilen geregelt. In Abschnitt 4.3.1.1.4 wird die rein geometrische horizontale Obergurtauslenkung auf $L_{eff}/700$ begrenzt. Die Auslenkung des Untergurtes wird dabei zu Null gesetzt. So wird eine Verwindung des Querschnittes angenommen. Nicht enthalten sind hier die montagebedingten und strukturellen Imperfektionen.

Bei der Durchführung der Versuche von *Pauli* [1] wurden vor jedem Versuch die geometrischen Vorverformungen im eingebauten Zustand aufgemessen. Diese waren mit einer maximalen Amplitude von $e_{i,geom} < L_{eff}/1000$ deutlich geringer als beispielsweise die geometrischen Ersatzimperfektionen nach DIN 1045-1. Bei den in Kapitel 4 durchgeführten Versuchsnachrechnungen konnten die gemessenen Vorverformungen häufig nicht durch einfache Ansätze beschrieben werden. Berechnungen, die lediglich unter Berücksichtigung der maximal gemessenen Auslenkung bei Annahme eines sinusförmigen Verlaufs der Vorverformungen durchgeführt wurden, führten i.d.R. zu keiner guten Übereinstimmung des Last-Verformungsverhaltens. Der Maximalwert der Auslenkung am Obergurt alleine, erfasst nicht eine ggf. gleichzeitig vorhandene Verwindung oder Schiefstellung. Deshalb wurden bei den in Kapitel 4 durchgeführten Versuchsnachrechnungen, die gemessenen Vorverformungen durch eine dreidimensionale Eingabe des Trägers unter Berücksichtigung der Abweichungen von der Idealebene mit Hilfe der y-Koordinaten erfasst (vgl. Kapitel 4). Hierbei handelt es sich um rein geometrische Imperfektionen.

Für die Anwendung in der Praxis ist der einfache Ansatz der DIN 1045-1 für die Vorverformungen entsprechend der 1. Eigenform, der sämtliche Einflüsse berücksichtigt, anwendungsfreundlicher als ein Ansatz mit einer Aufspaltung der einzelnen Vorverformungsanteile aus herstellungs- und einbaubedingten Ungenauigkeiten, sowie aus dem ungleichmäßigen Schwinden des Betons und Temperatureinwirkungen. In Bild 7.2 werden am Beispiel des Versuchsträgers 2 aus [1] die tatsächlich gemessenen Vorverformungen als geometrische Imperfectionen durch eine ergänzende Berechnung auf eine äquivalente Vorverformung entsprechend der 1. Eigenform mit einem maximalen Stich $e_{i,geom}$ in Feldmitte des Trägers zurückgeführt. Dabei soll unter Vorgabe einer äquivalenten Vorverformung die gleiche Tragfähigkeit erreicht werden wie bei Ansatz der gemessenen Vorverformungen. Der maximale Stich wird bis zur Übereinstimmung der Traglast iterativ ermittelt und ergibt sich beispielsweise für den Versuchsträger Nr.2 aus [1] zu $L_{eff}/750$ (Bild 7.2).

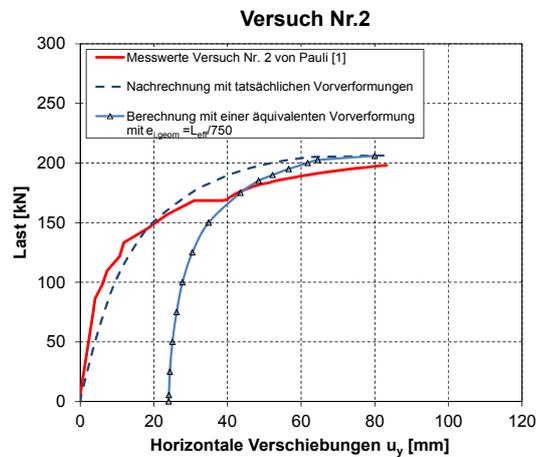


Bild 7.2 Ermittlung einer äquivalenten geometrischen Vorverformung entsprechend der 1. Eigenform mit einem Stich $e_{i,geom} = L_{eff}/750$

Vorangegangene Vergleichsrechnungen an Versuchsträgern in Kapitel 4 zeigten, dass Vorverformungen einen erheblichen Einfluss auf die Traglasten von stabilitätsgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern haben. Deshalb wird dieser wichtige Parameter im Folgenden durch Messungen der tatsächlichen geometrischen Imperfectionen an in der Praxis ausgeführten Trägern näher untersucht und dem Ansatz der DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1 gegenübergestellt.

Im Abschnitt 7.3 werden Auswertungen von durchgeführten Messungen an den freigeformten Stahlbetonbindern der Lärmschutzeinhausung Köln-Lövenich (LEH) vorgenommen. Im Abschnitt 7.4 erfolgt die Auswertung von Messungen an für den Hallenbau typischen Spannbetonbindern.

7.3 Untersuchungen zum Ansatz der Vorverformungen an ausgeführten bogenförmigen Stahlbetonbindern

7.3.1 Untersuchte Bindertypen

Die Lärmschutzeinhausung wurde in Form einer autobahnüberspannenden Konstruktion mit einer Gesamtlänge von etwa 1,5 km geplant und ausgeführt. Die Fahrbahnen werden durch Stahlbetonbinder in einem Abstand von 7 m und Spannweiten zwischen 17,10 m und 25,90 m überspannt. Die Geometrie der Binder entspricht nicht den im Hallenbau üblichen Parallelgurt- und Satteldachbindern. In der Ansicht sind alle Träger gekrümmt. Die Ober- und Untergurte der Regelbinder verlaufen parallel während bei den Sonderbindern die Radien der Gurte variieren (Bild 7.3). Die Messung und Auswertung der geometrischen Imperfektionen erfolgt an den in Bild 7.3 dargestellten Stahlbetonbindern.

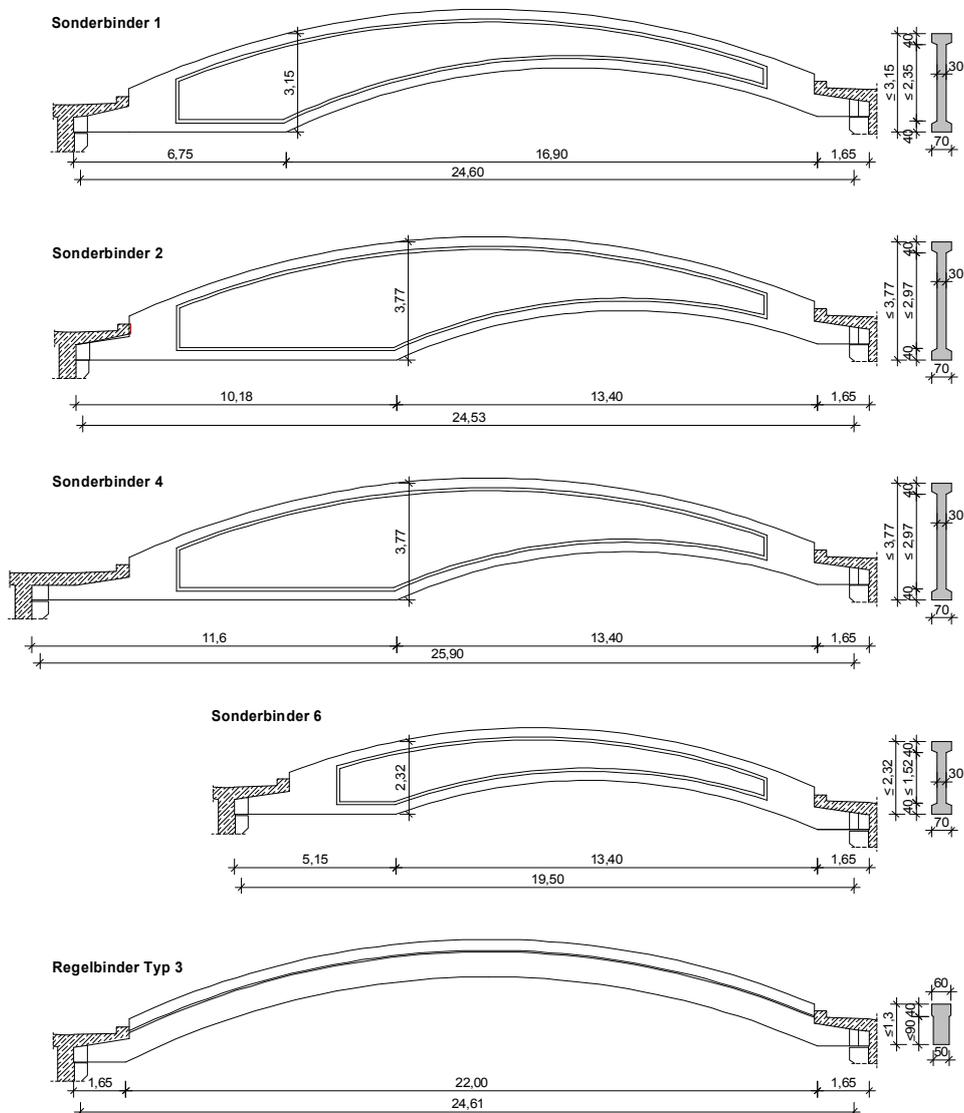


Bild 7.3: Untersuchte Bindertypen (Stand der Ausführungsplanung für die Lärmschutzeinhausung Köln-Lövenich)

Beim Tragwerksentwurf waren die Binder zunächst als wandartige Träger mit Höhen zwischen 1,2 m und 3,5 m und konstanten Wandstärken von 25 cm und 30 cm geplant. Diese schlanken, scheibenartigen Träger waren insbesondere gegen das instabile seitliche Ausweichen zu beurteilen.

Im Verlauf der fortschreitenden Ausführungsplanung wurde eine Obergurt- und Untergurtverbreiterung vorgesehen. Zum einen sollte die Kippstabilität erhöht werden, zum anderen eine ausreichende Fläche für die Befestigung der stählernen Unterkonstruktion für das Glasdach gewährleistet werden. Letztendlich wurden die Sonderbinder mit einer Ober- und Untergurtverbreiterung von 70 cm ausgebildet bei einer Stegbreite von 30 cm. Die Standardbinder wurden mit einer Stegdicke von 50 cm und einem Obergurt mit 60 cm Breite ausgeführt (Bild 7.3). Die Abmessungen der Binder sind darüber hinaus den Anforderungen des Brandschutzes an die einzuhaltende Betondeckung geschuldet.

Bei diesen Bindern bot sich die Gelegenheit, die Größe der geometrischen Vorverformungen, bedingt durch Schalungs- und Montageungenauigkeiten sowie ungleichmäßiges Schwinden und Temperaturänderungen, zu untersuchen. Die Vorverformungen wurden sowohl im Fertigteilwerk kurz nach dem Ausschalen, als auch auf der Baustelle im eingebauten Zustand mittels Laserscanning aufgemessen.

7.3.2 Übertragung der gemessenen Imperfektionen ins FE-Modell

Der Einfluss der geometrischen Imperfektionen auf die Kippstabilität wird mit Hilfe von nichtlinearen Simulationsrechnungen mit dem in den Kapiteln 3 und 4 anhand von Versuchsnachrechnungen verifizierten Rechenmodell untersucht. Die Modellierung erfolgt mit nichtlineareren Schalenelementen.

Um die Auswirkungen der Vorverformungen auf besonders stabilitätsgefährdete Träger zu untersuchen, wurden die Träger entsprechend dem ursprünglichen Tragwerksentwurf ohne Ober- und Untergurtverbreiterung mit einer konstanten Dicke von 30 cm modelliert. Des Weiteren wurden die Querschnittsprünge als Singularitäten im Bereich der Auflager im Rechenmodell geglättet (Bild 7.4), um ein vorzeitiges rechnerisches Versagen in diesen Bereichen zu vermeiden.

Den Berechnungen werden die im eingebauten Zustand gemessenen tatsächlich vorhandenen Vorverformungen zugrunde gelegt. Diese enthalten herstellungs- und montagebedingte Imperfektionen sowie mögliche Krümmungen infolge ungleichmäßigen Schwindens und eines ggf. vorhandenen Temperaturgradienten.

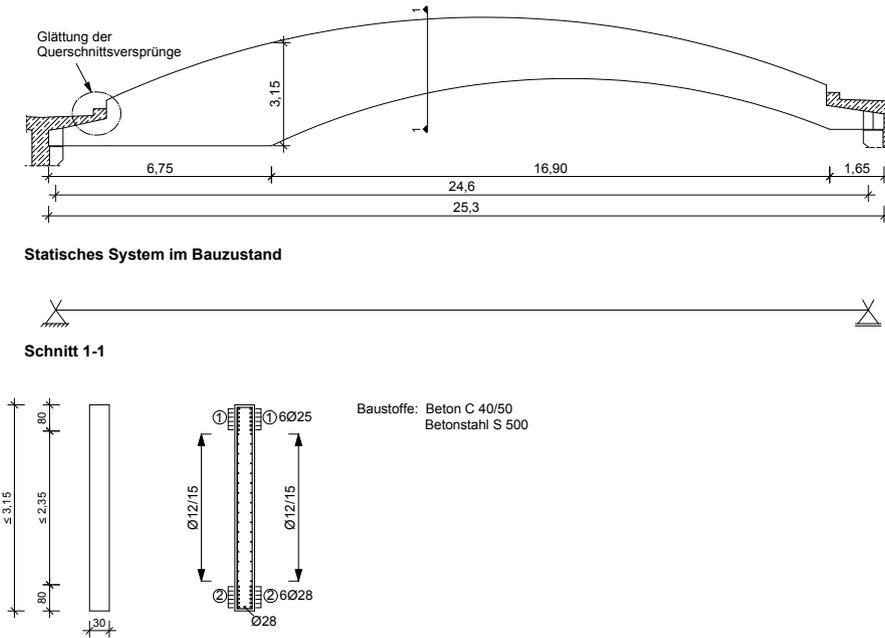


Bild 7.4: Für die Berechnung verwendete Bindergeometrie am Beispiel des Sonderbinders 1. Querschnitt entsprechend dem ursprünglichen Tragwerksentwurf

Die Übertragung der gemessenen Vorverformungen ins Rechenmodell erfolgt durch eine räumliche Koordinateneingabe. In [89] und [90] wurden die gemessenen Abstände der Randpunkte der Träger bezogen auf eine lotrechte Idealebene ausgewertet. In Bild 7.5 sind exemplarisch die Abstände der gegenüberliegenden Punkte 1 und 7 am Obergurt über die Trägerlänge aufgetragen. Für die Modellierung mit Schalenelementen muss im Vorfeld eine weitere Ebene durch die Mittelpunkte zwischen den gegenüberliegenden Messpunkten gelegt werden (Bild 7.5). Diese Ebene definiert die Abweichungen des Trägers von einer ideal lotrechten Ebene. Die Abweichungen werden im Rechenmodell durch y-Koordinaten erfasst (Bild 7.6). Die gemessenen Differenzen werden in mindestens 10 Schnitten über die Trägerlänge und mit 4 Punkten über die Höhe als y-Koordinaten ausgewertet und in das Rechenmodell übertragen.

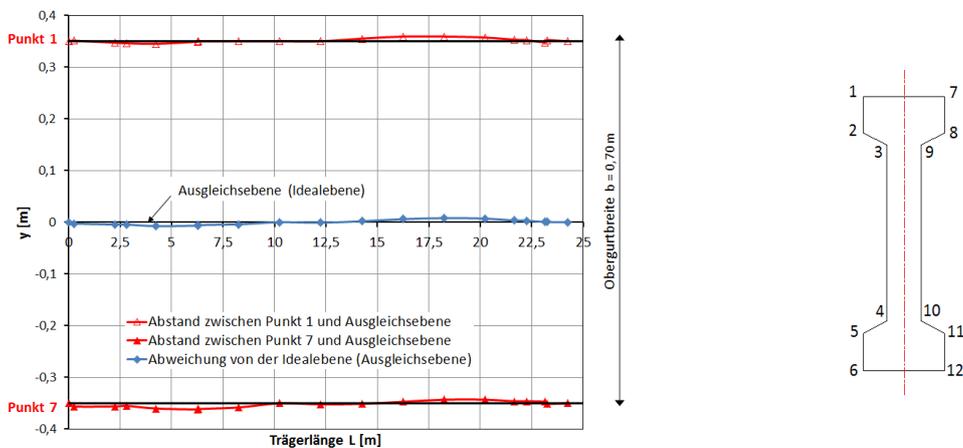


Bild 7.5: Ermittlung der Abweichungen von der Idealebene für den Obergurt (Messpunkte 1 und 7)

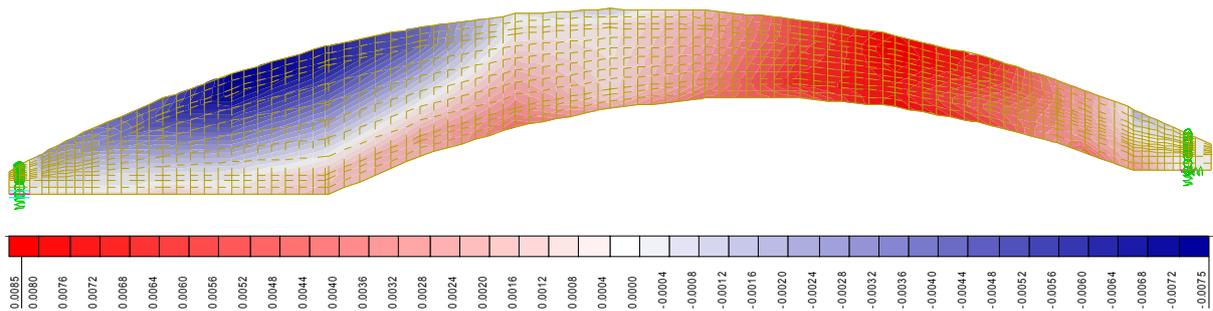


Bild 7.6: Höhenlinien der y-Koordinaten [m] im FE-Modell

Für die Sonderbinder wurden jeweils Messungen mittels Laserscanning im Fertigteilwerk kurz nach dem Ausschalen als auch auf der Baustelle im eingebauten Zustand durchgeführt. Der Vergleich beider Messungen zeigte, dass die Vorverformungen durch unterschiedliche Schiefstellungen bei der Lagerung im Fertigteilwerk und auf der Baustelle, als auch aufgrund eines linearen Temperaturunterschieds über die Bauteildicke, nicht übereinstimmen. Bei der Lagerung im Fertigteilwerk wurden die Träger auf Kanthölzern abgesetzt, dabei wurden im Gegensatz zum Einbau der Binder auf der Baustelle keine hohen Anforderungen an die Auflagerflächen gestellt. In diesem Zustand wurden die Binder vertikal unterstützt, so dass das Eigengewicht nicht voll wirksam wurde. Für die Herleitung eines Ansatzes für die Vorverformungen bei der Bemessung von kippgefährdeten Trägern im GZT erscheint vor diesem Hintergrund die Berücksichtigung der im Fertigteilwerk gemessenen Schiefstellung zu ungünstig und letztendlich nicht maßgebend. Im Folgenden werden daher nur die Messungen im eingebauten Zustand ausgewertet.

7.3.3 Ermittlung einer äquivalenten geometrischen Vorverformung

Eine differenzierte Erfassung der einzelnen Anteile der Vorverformungen bedingt durch Schalungs-, Montageungenauigkeiten und einen linearen Temperaturunterschied über die Bauteildicke ist nur schwer umzusetzen. Auswertungen der Vergleichsmessungen im Fertigteilwerk und auf der Baustelle an den Sonderbindern haben gezeigt, dass sich die einzelnen Anteile nur sehr schwer sauber ineinander überführen lassen. Zudem ist für die Praxis ein derartig detaillierter Ansatz nicht anzustreben.

Die DIN 1045-1 empfiehlt einen einfach umzusetzenden Ansatz für die geometrischen Ersatzimperfektionen. Dabei dürfen, sofern keine anderen Angaben vorliegen, die Vorverformungen entsprechend der ersten Eigenform mit einer maximalen Auslenkung von $e_1 = L_{\text{eff}}/300$ angesetzt werden. Dieser Ansatz wird für die Ermittlung einer äquivalenten geometrischen Vorverformung aufgegriffen. Zunächst werden die Traglasten mit den tatsächlich gemessenen Vorverformungen im eingebauten Zustand ermittelt. Anschließend werden die gemessenen Vorverformungen in einer weiteren Rechnung auf eine äquivalente Vorverformung entsprechend der 1. Eigenform mit einem Stich $e_{i,\text{geom}}$ zurückgeführt. Die Berechnung erfolgt iterativ, der Stich der Eigenform wird so lange skaliert bis das gleiche Traglastniveau erreicht wird wie bei Ansatz der tatsächlich gemessenen Vorverformungen (Bild 7.7). Für den Sonderbinder 1 ergibt sich beispielsweise ein äquivalenter Stich von $e_{i,\text{geom}} = L_{\text{eff}}/1360$.

Die Berechnungen werden auf Grundlage der Mittelwerte der Baustofffestigkeiten vorgenommen. Die aufgebrachte Belastung setzt sich aus Vertikallasten infolge Eigengewicht, Ausbau- und Schneelasten zusammen. Der Lastfall Wind wird für diese Untersuchungen außer Acht gelassen, um eine Erhöhung der horizontalen Auslenkung, und damit Beeinflussung der Vorverformungen und ihrer Auswirkungen auf die Tragfähigkeit, zu vermeiden.

Bei allen hier untersuchten schlanken Trägergeometrien tritt das rechnerische Versagen bei Ansatz der gemessenen Imperfektionen durch indifferentes Gleichgewicht ein, bevor die Baustoffe ihre Festigkeitsgrenzen erreichen.

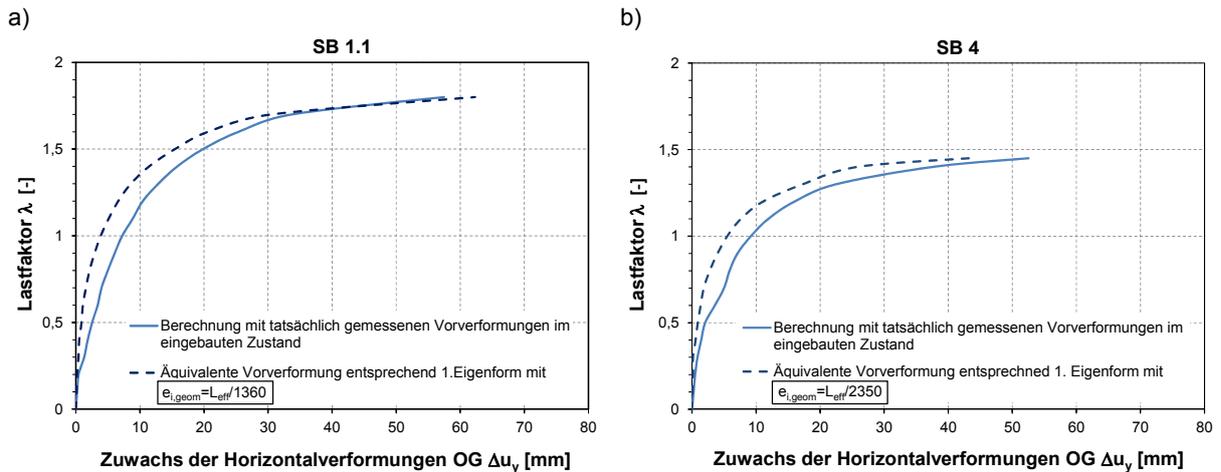


Bild 7.7: Ermittlung einer äquivalenten geometrischen Vorverformung entsprechend der 1. Eigenform für die Sonderbinder im Bauzustand am Beispiel der Sonderbinder 1 und 4

Die Ergebnisse für die auf diese Weise ermittelten äquivalenten geometrischen Vorverformungen sind für alle untersuchten Binder in Bild 7.8 dargestellt und werden mit den Ansätzen der DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 verglichen.

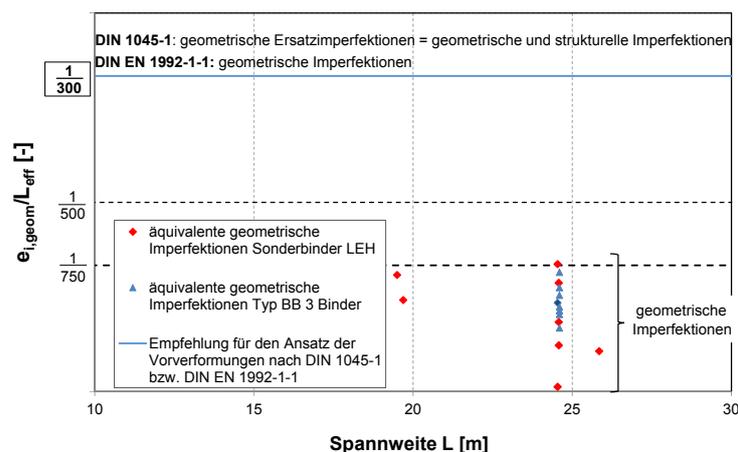


Bild 7.8: Zusammenfassung der äquivalenten geometrischen Vorverformungen für die untersuchten Binder und Gegenüberstellung den empfohlenen Vorverformungen durch die Regelwerke

Anhand der Auswertung in Bild 7.8 wird deutlich, dass die so ermittelten äquivalenten geometrischen Imperfektionen der untersuchten Binder deutlich unter der Empfehlung der aktuellen Normen liegen. Es stellt sich daher die Frage nach der Größenordnung des zusätzlichen Anteils der strukturellen Imperfektionen. Dieser wird für die hier untersuchten Binder im Abschnitt 7.3.8 untersucht.

In Tabelle 7.2 sind für die einzelnen Binder ermittelten Werte $e_{i,geom}$ zusammengestellt.

Tabelle 7.2: Äquivalente geometrische Vorverformungen für die untersuchten Bindertypen

Bindertypen	$e_{i,geom}$
SB 1.1	$L_{eff}/1360$
SB 1.2	$L_{eff}/2048$
SB 1.3	$L_{eff}/871$
SB 2.1	$L_{eff}/20450$
SB 2.2	$L_{eff}/1066$
SB 2.3	$L_{eff}/743$
SB 3	$L_{eff}/812$
SB 4	$L_{eff}/2350$
SB 6	$L_{eff}/1036$
B3-08	$L_{eff}/1118$
B3-09	$L_{eff}/878$
B3-10	$L_{eff}/984$
B3-11	$L_{eff}/1170$
B3-13	$L_{eff}/1230$
B3-14	$L_{eff}/1490$
B3-16	$L_{eff}/793$

7.3.4 Einfluss der Trägerbreite

Für die durchgeführten Berechnungen wurden anstelle der tatsächlich ausgeführten Querschnitte diejenigen aus dem ursprünglichen Tragwerksentwurf verwendet, um die Auswirkungen der gemessenen geometrischen Imperfektionen auf das Tragverhalten besonders kippgefährdeter Trägern untersuchen zu können. Es stellt sich daher die Frage nach der Abhängigkeit der ermittelten äquivalenten Vorverformung von der Scheibendicke. Um Auswirkungen unterschiedlicher Scheibendicken aufzuzeigen, werden die Bauteildicken exemplarisch für die Sonderbinder SB 1.1 und SB 6 zwischen 15 cm und 30 cm variiert. Das Versagen erfolgt für diese Trägerstärken als Stabilitätsversagen. Bei größeren Wändicken tritt ein Biegeversagen ein.

In einer ersten Untersuchung werden für die unterschiedlichen Bauteildicken die aufnehmbaren Traglasten, unter Ansatz der im Bauzustand gemessenen Imperfektionen als Ausgangsvorverformungen, ermittelt. Anschließend werden die Traglasten für die

einzelnen Scheibendicken mit den zuvor ermittelten äquivalenten Vorverformungen für eine Scheibendicke von 30 cm (Bild 7.9) bestimmt.

Die Untersuchung zeigt, dass die absolute Scheibendicke bei der Ermittlung der äquivalenten aus den tatsächlich gemessenen Vorverformungen einen vernachlässigbaren Einfluss hat, solange Stabilitätsversagen erfolgt. Dabei betragen die Abweichungen bei den Traglasten unter 2%.

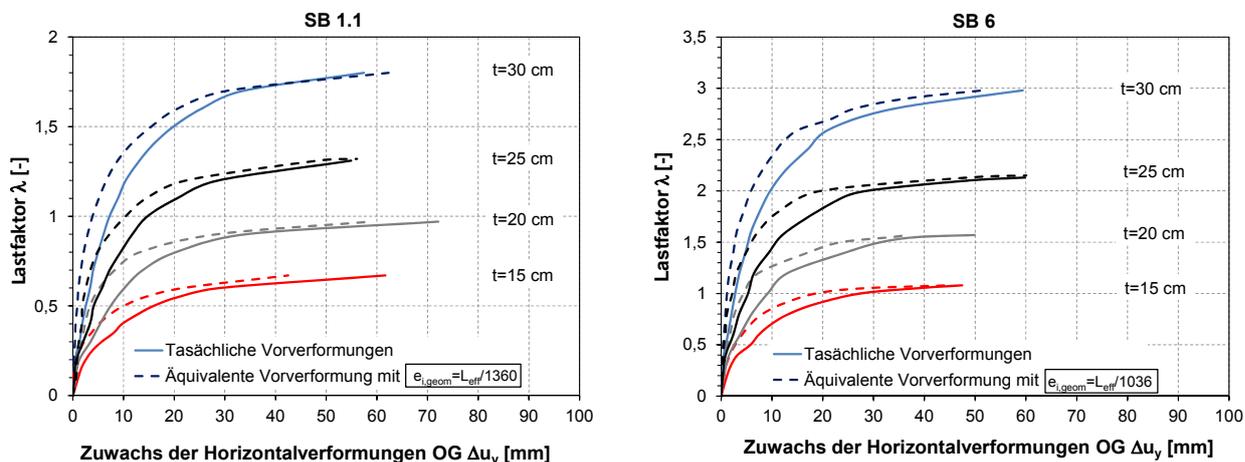


Bild 7.9: Vergleich der Traglasten bei unterschiedlichen Wandstärken und gleichem Ansatz der gemessenen und äquivalenten Vorverformungen

7.3.5 Auswirkungen von Temperatur und Schiefstellung

Die Auswertungen der Messungen im Fertigteilwerk werden im Rahmen dieser Arbeit nicht dargestellt. Im Folgenden werden die wesentlichen Ergebnisse der Vergleichsbetrachtungen beschrieben.

Eine Gegenüberstellung der Messungen im Fertigteilwerk und auf der Baustelle an gleichen Bindern unter Berücksichtigung der Witterungsbedingungen zum Zeitpunkt der Messungen zeigte, dass ein Temperaturgradient über die Bauteilbreite infolge einseitiger Sonneneinstrahlung die Krümmung der Binder, und damit die geometrischen Imperfektionen, beeinflusst. Die Auswirkungen auf die Traglasten sind bei Bindern mit verhältnismäßig großen, aus der Herstellung und Montage herrührenden Imperfektionen, vernachlässigbar gering, während bei Bindern mit sehr geringen ausführungsbedingten Imperfektionen ein linearer Temperaturunterschied über die Bauteildicke von 5 K zu einem Traglastverlust von etwa 10% führen kann. In Bild 7.10 sind exemplarisch die Last-Verformungsverläufe für den Binder SB 2.1 und B 3-16 mit und ohne Berücksichtigung eines Temperaturgradienten dargestellt. Dabei weist der Binder SB 2.1 gegenüber dem Binder B 3-16 deutlich geringere Vorverformungen auf.

Im Regelfall einer Eindeckung des Bauwerks werden die Bauteile gleichmäßig erwärmt. Die nachfolgenden Auswertungen erfolgen daher mit den tatsächlich gemessenen Vorverformungen ohne eine zusätzliche Berücksichtigung eines Temperaturgradienten. Ist in anders gelagerten Fällen mit einer einseitigen Trägererwärmung zu rechnen, sollte bei der Bemessung der zu erwartende Temperaturgradient ggf. berücksichtigt werden.

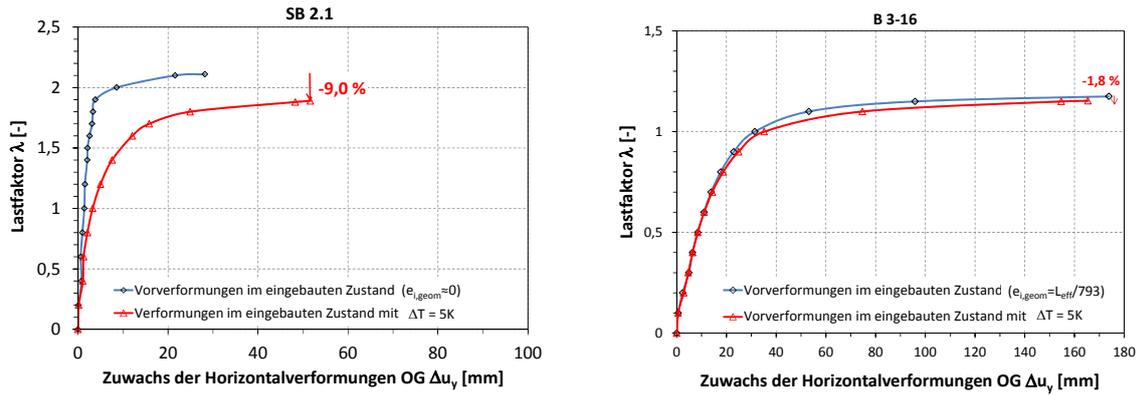


Bild 7.10: Einfluss eines linearen Temperaturunterschieds über die Bauteildicke von 5 K in Abhängigkeit von der Höhe der geometrischen Vorverformungen

Die Auswertungen der Vergleichsmessungen im Fertigteilverk und im eingebauten Zustand zeigten darüber hinaus, dass die betrachteten Träger wesentlich empfindlicher auf eine Schiefstellung an den Auflagern reagieren als auf gleichmäßige Krümmungen.

7.3.6 Auswirkungen der gemessenen geometrischen Vorverformungen gegenüber dem Ansatz nach DIN 1045-1

Die Vorverformungen stellen einen wesentlichen Einflussparameter für eine nichtlineare Untersuchung des Tragverhaltens von schlanken Trägern nach Theorie II. Ordnung dar. Die erreichbaren Traglasten sind stark vom Ansatz der Imperfektionen abhängig. In Bild 7.11 werden die rechnerischen Traglasten aller untersuchten Binder bei Ansatz der tatsächlich gemessenen geometrischen Imperfektionen im eingebauten Zustand denen mit Ansatz nach DIN 1045-1 gegenübergestellt. Der Traglastzuwachs liegt zwischen 15% und 64%. Dabei ist zu beachten, dass die geometrischen Ersatzimperfektionen nach DIN 1045-1 auch die strukturellen Imperfektionen abdecken.

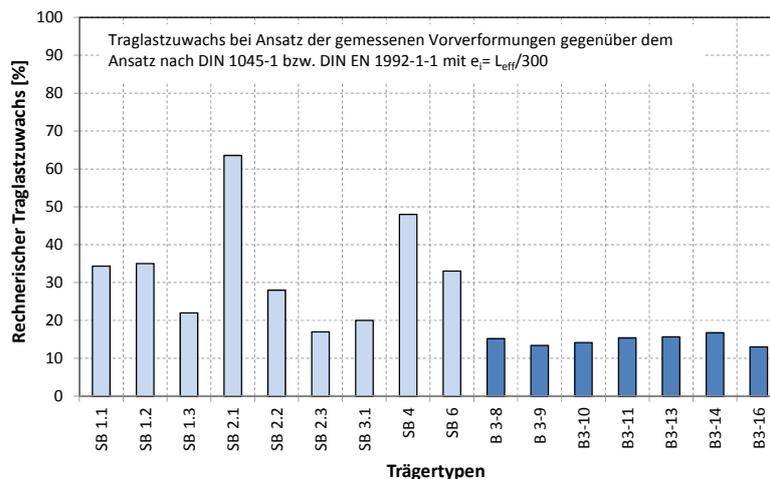


Bild 7.11: Rechnerischer Traglastzuwachs bei Ansatz der tatsächlich gemessenen Vorverformungen gegenüber einer Berechnung mit Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen nach DIN 1045-1

Im nachfolgenden Abschnitt 7.3.7 werden zunächst die auf Grundlage der Messungen und numerischer Simulationsrechnungen ermittelten geometrischen Imperfektionen statistisch ausgewertet. Anschließend werden im Abschnitt 7.3.8 die Auswirkungen struktureller Imperfektionen untersucht.

7.3.7 Statistische Auswertung der geometrischen Vorverformungen

Mit statistischen Methoden kann aus den ermittelten äquivalenten Werten $e_{i,geom}$ für den maximalen Stich der Vorverformung entsprechend der 1.Eigenform ein 95%-Quantilwert für die geometrische Vorverformung auf Grundlage der hier untersuchten Binder abgeleitet werden. Die betrachtete Stichprobe setzt sich aus insgesamt 16 Bindern, mit 9 Sonderbindern und 7 Standardbindern des Typs 3, zusammen. Die Binder wurden unter gleichen Voraussetzungen im Fertigteilwerk hergestellt und gelagert sowie später auf der Baustelle eingebaut.

Um einen zur DIN 1045-1 vergleichbaren Ansatz für die Imperfektionen abzuleiten, werden die Werte für die ermittelten äquivalenten Vorverformungen $e_{i,geom}$ auf die jeweilige Trägerlänge L_{eff} bezogen. Um die Verteilung der Messwerte durch eine Normalverteilung anzunähern, werden die Werte $e_{i,geom}/L_{eff}$ in einem zweiten Schritt mit dem folgenden Ansatz transformiert:

$$G(x) = 2 + x^{2,10} \cdot 10^7$$

$$\text{mit } x = \frac{e_{i,geom}}{L_{eff}}$$

Die statistische Verteilung der transformierten Werte kann durch eine Normalverteilungsfunktion $F(G(x))$ approximiert werden (Bild 7.12).

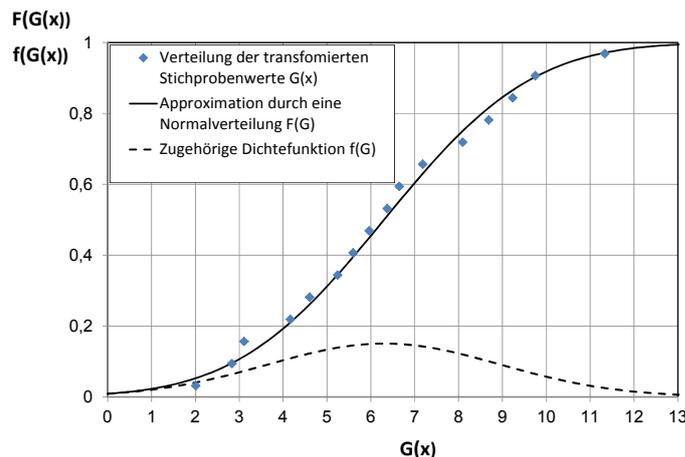


Bild 7.12: Verteilung der transformierten Stichprobenwerte und eine Approximation durch eine Normalverteilungsfunktion $F(G(x))$

Bei einem Vertrauensniveau von 90 % ergibt sich der 95 %-Quantilwert als charakteristischer Wert zu:

$$G(x)_{0,95} = m_x + k_n s_x$$

Dabei ist:

$$m_x = \frac{1}{n} \sum G(x)_i = 6,30 \quad \text{Mittelwert der Stichprobe (Transformierte Werte)}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (G(x)_i - m_x)^2} = 2,65 \quad \text{Standardabweichung (Transformierte Werte)}$$

$$k_n = 2,299 \quad \text{Quantilfaktor für ein 90 \% Vertrauensniveau nach den Tabellen von Owen (n=16)}$$

$$\begin{aligned} G(x)_{0,95} &= m_x + k_n s_x \\ &= 6,30 + 2,299 \cdot 2,65 = 12,39 \end{aligned}$$

Rücktransformation:

$$G(x)_{0,95} = 2 + x^{2,10} \cdot 10^7 = 12,39$$

$$x_{0,95} = \left(\frac{e_{i,geom}}{L_{eff}} \right)_{0,95} = 0,00142 = \frac{1}{706}$$

$$\Rightarrow \text{95\%-Quantilwert: } \boxed{e_{i,geom 0,95} = \frac{L_{eff}}{700}}$$

Für eine anschauliche Darstellung der tatsächlichen Stichprobenwerte und der gewählten Normalverteilungsfunktion $F(G(x))$ werden die Werte $G(x)$ in Bild 7.13 zurücktransformiert.

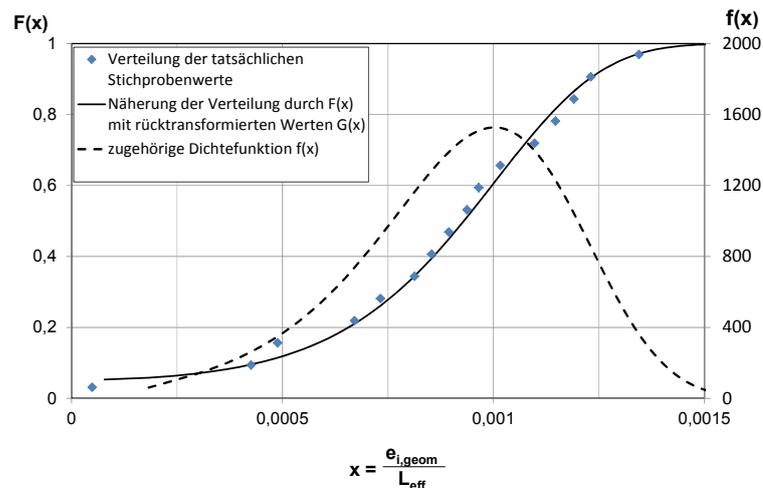


Bild 7.13: Verteilung der tatsächlichen Stichprobenwerte und Rücktransformation der zu den transformierten Werten zugehörigen Verteilungsfunktion $F(x)$ und Dichtefunktion $f(x)$

Für die betrachtete Stichprobe ergibt sich als maximale Auslenkung bei Ansatz der äquivalenten Vorverformungen affin zur 1. Eigenform, mit $e_{i,geom}=L_{eff}/700$ als 95%-Quantilwert, ein gegenüber der Empfehlung in DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1, mit $e_i=L_{eff}/300$ um etwa 60 % geringerer Wert. Dabei ist zu beachten, dass dieser Wert keine strukturellen Imperfektionen abdeckt.

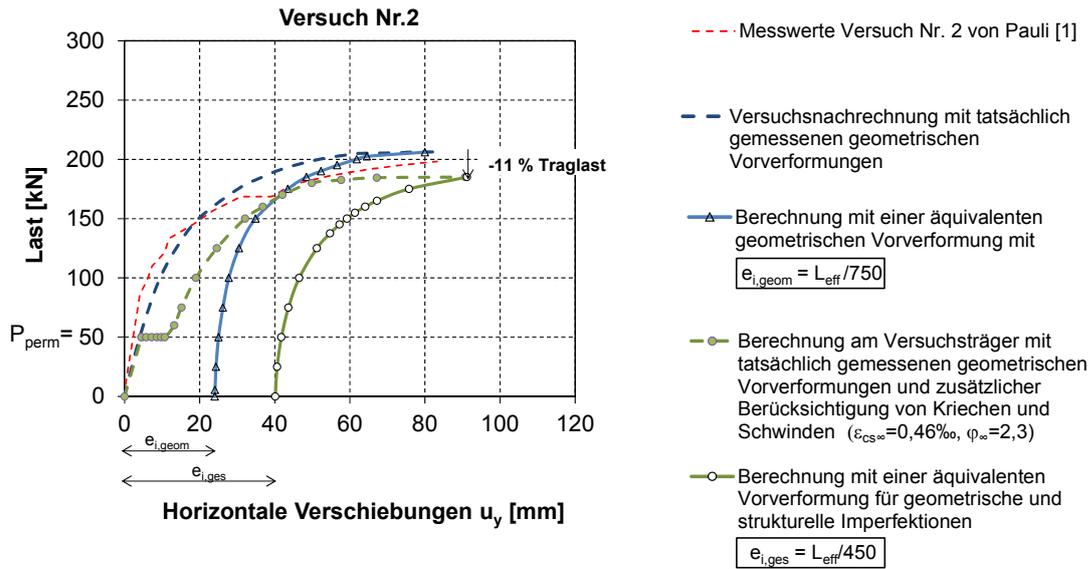
7.3.8 Einfluss von strukturellen Imperfektionen auf die Kippstabilität schlanker Stahlbetonträger

Geometrische Ersatzimperfektionen beinhalten definitionsgemäß geometrische und strukturelle Imperfektionen. Systematische Untersuchungen zu den Auswirkungen und zur Größenordnung von strukturellen Imperfektionen sind in der Fachliteratur zum Kippen von Stahlbetonträgern nicht zu finden. Strukturelle Imperfektionen erfassen bereichsweise im Bauteil/Querschnitt variierende Baustoffeigenschaften bedingt durch die Herstellung, die rechnerisch nicht berücksichtigten Auswirkungen infolge von Eigenspannungen durch das Aufschwindens des Betons auf die Bewehrung sowie nichtlinear verteilte Eigenspannungen. Durch die Eigenspannungszustände können die Risschnittgrößen und damit einhergehend die Steifigkeiten vermindert werden. Dies führt auf größere Verformungen nach Theorie II. Ordnung.

Bei Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren ganz allgemein werden die Streuungen der Materialeigenschaften im jeweils verwendeten Sicherheitskonzept berücksichtigt (vgl. Kapitel 8). Die Auswirkungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons können, sofern sie nicht explizit durch das Rechenmodell durch Ermittlung der Eigenspannungszustände berücksichtigt werden, zusätzlich in Form von größeren Vorverformungen abgedeckt werden. Um den Ansatz nach DIN 1045-1 zu bewerten, werden im Folgenden für die hier betrachteten Binder die Auswirkungen von strukturellen Imperfektionen untersucht. Die Untersuchungen erfolgen mittels nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Betonverhaltens. Das verwendete Rechenmodell wurde in Bezug auf Eigenspannungen aus Spannungumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons im Abschnitt 3.7 anhand von Vergleichsrechnungen verifiziert.

In Bild 7.14 sind die Auswirkungen infolge Schwindens und Kriechens des Betons am Beispiel des Versuchsträgers Nr. 2 aus [1] dargestellt. Durch die zusätzlichen Eigenspannungen wird die Risschnittgröße herabgesetzt. Darüber hinaus führen die Spannungumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens zu einem Spannungszuwachs in der Druckbewehrung. Zusätzlich entstehen horizontale Kriechverformungen ($\Delta e_{i,c}$) unter den ständig wirkenden Lasten.

Die genannten Einflüsse führen zu einem Abfall der Traglast um etwa 11 % und zu einer deutlichen Erhöhung der zugehörigen äquivalente Vorverformung $e_{i,ges}$ (Bild 7.14), wenn sie darüber abgedeckt werden sollen.



$$e_{i,ges} = e_{i,geom} + e_{i,e} + \Delta e_{i,c}$$

mit $e_{i,geom}$ geometrische Imperfektionen
 $e_{i,e}$ strukturelle Imperfektionen
 $\Delta e_{i,c}$ Verformungszuwächse infolge Kriechens

Bild 7.14: Auswirkung der Eigenspannungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons auf die äquivalente Vorverformung (Versuch 2 aus [1])

Entsprechende Untersuchungen werden an den hier untersuchten Bindern der Lärmschutzeinhausung mit den höchsten äquivalenten geometrischen Imperfektionen durchgeführt (vgl. Tabelle 7.2). Dabei werden die Kriech- und Schwindzahlen nach DIN EN 1992-1-1 für den Zeitpunkt $t = \infty$ zugrunde gelegt. Die zuvor für diese Binder ermittelten äquivalenten geometrischen Vorverformungen steigen dadurch auf Werte zwischen $L_{eff}/450$ und $L_{eff}/155$ erheblich an (Tabelle 7.3). Die Ergebnisse werden in ihrer Tendenz durch die experimentellen Untersuchungen von *Kalkan* [42] an schlanken Stahlbetonscheiben bestätigt. Diese Versuche zeigten, dass insbesondere Eigenspannungen infolge Schwindens des Betons einen ganz erheblichen Effekt besonders auf die Traglasten sehr schlanker kippgefährdeter Träger ohne Obergurterweiterung haben.

Tabelle 7.3: Vergleich rein geometrischer Vorverformungen $e_{i,geom}$ und geometrischer Ersatzimperfektionen $e_{i,ges (FE)^*}$ unter zusätzlicher Berücksichtigung der Eigenspannungszustände infolge Kriechens und Schwindens des Betons

Nr.	Bindertypen	$e_{i,geom}$	$e_{i,ges (FE)^*}$
1	SB 1.3	$L_{eff}/871$	$L_{eff}/253$
2	SB 2.3	$L_{eff}/743$	$L_{eff}/248$
3	SB 3	$L_{eff}/812$	$L_{eff}/453$
4	B3-08	$L_{eff}/1118$	$L_{eff}/260$
5	B3-16	$L_{eff}/793$	$L_{eff}/155$

*) (FE) Auswirkungen infolge Kriechens und Schwindens werden explizit durch das Rechenmodell berücksichtigt

Zu beachten ist, dass die ermittelten Werte für den äquivalenten Stich der Vorverformungen $e_{i,ges(FE)}$ entsprechend der 1. Eigenform unter Berücksichtigung der Eigenspannungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons auch bereits den Verformungszuwachs infolge Kriechens ($\Delta e_{i,c}$) unter quasi-ständigen Lasten berücksichtigen. Bei der Berechnung wurden zunächst die quasi-ständigen Lasten aufgebracht. Auf diesem Lastniveau wurde das Kriechen und Schwinden berücksichtigt, was eine Vergrößerung der Verformung zur Folge hatte. Darauf aufbauend wurde die Belastung bis zum Versagen gesteigert (Bild 7.14). In der Berechnung werden sowohl die Eigenspannungen infolge Aufschwinds des Betons auf die Bewehrung in der Zugzone, Spannungsumlagerungen infolge zeitabhängiger Dehnungszunahmen auf die Druckbewehrung aber auch Verformungszuwächse infolge Kriechens des Betons unter Dauerlasten berücksichtigt.

Bei Untersuchungen des Tragverhaltens von stabilitätsgefährdeten Bauteilen sind nach DIN EN 1992-1-1, (5.8.4 und 5.8.6 (2)) zusätzlich zu den geometrischen Ersatzimperfektionen Kriechauswirkungen (Kriechverformungen) zu berücksichtigen. Für den Vergleich der in Tabelle 7.3 ermittelten äquivalenten Vorverformungen unter expliziter Berücksichtigung der Verformungszuwächse infolge Kriechens mit der Normregelung wird für die betrachteten Binder unter Ansatz der Vorverformungen mit $e_i = L_{eff}/300$ der Zuwachs der Horizontalverformungen ($\Delta e_{i,c}$) infolge Kriechens unter Dauerlasten separat ermittelt.

Für die Ermittlung der Kriechverformungen werden für jeden Binder jeweils zwei Berechnungsläufe unter quasi-ständigen Lasten mit und ohne Berücksichtigung des Kriechens durchgeführt. Kriechverformungen können näherungsweise durch die Verwendung einer modifizierten Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons berücksichtigt werden. Die Anpassung der Arbeitslinie erfolgt dabei mit Hilfe der Kriechzahl $\varphi(\infty, t_0)$, indem die Dehnungen mit dem Faktor $(1 + \varphi(\infty, t_0))$ vergrößert werden.

Die sich unter quasi-ständigen Lasten einstellenden Horizontalverformungen der beiden Berechnungsläufe werden gegenüber gestellt. Die Differenz der Horizontalverformungen beider Berechnungen ergibt den Zuwachs der Horizontalverformungen infolge Kriechens ($\Delta e_{i,c}$). Die Vorverformungen e_i nach Norm werden anschließend um diesen Wert vergrößert.

In Tabelle 7.4 sind die Gesamtvorverformungen $e_{i,ges,Norm}$ bestehend aus den geometrischen Ersatzimperfektionen nach DIN 1045-1 mit $e_i = L_{eff}/300$ unter zusätzlicher Berücksichtigung des Verformungszuwachses $\Delta e_{i,c}$ infolge Kriechens unter Dauerlasten, aufgelistet.

Für die Binder Nr.1 bis 4 decken mithin die nach Norm anzusetzenden Vorverformungen die im Rahmen der FE-Berechnungen ermittelten geometrischen und strukturellen Imperfektionen in einem ausreichenden Maße ab ($e_{i,ges(FE)} < e_{i,ges,Norm}$). Während sich für den Binder Nr. 5 auf Grundlage der nichtlinearen FE-Berechnung mit $e_{i,ges(FE)} = L_{eff}/155$ ein gegenüber dem Normwert ($e_{i,ges,Norm} = L_{eff}/227$) deutlich höherer Wert ergibt.

Anzumerken ist die ungewöhnliche Geometrie der Sonderbinder und dass die Untersuchungen an Bindern ohne eine Obergurtverbreiterung vorgenommen wurden. Die in Abschnitt 4.3 beschriebenen Untersuchungen von *Kalkan* haben gezeigt, dass derartige

Binder besonders empfindlich gegenüber Eigenspannungen infolge Schwindens des Betons reagieren.

Tabelle 7.4: Gesamtvorverformung nach DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 ohne und mit Berücksichtigung der Kriechverformungen $\Delta e_{i,c}$

Nr.	Bindertypen	$e_i = L_{eff}/300$ [mm]	$\Delta e_{i,c}$ ($\varphi=2,15$) [mm]	$e_{i,ges} = \frac{L_{eff}}{300} + \Delta e_{i,c}$ [mm]
1	SB 1.3	82	16	$98 \triangleq L_{eff}/250 > L_{eff}/253$
2	SB 2.3	82	30	$112 \triangleq L_{eff}/220 > L_{eff}/248$
3	SB 3	65	5	$70 \triangleq L_{eff}/280 > L_{eff}/453$
4/5	B3-16	82	26	$108 \triangleq L_{eff}/227 < L_{eff}/155$

Die Auswirkungen auf Binder mit einer Obergurtverbreiterung analog zu den Versuchsträgern von *Pauli* sind deutlich geringer, sodass die Versuchsnachrechnungen im Abschnitt 4.2 auch ohne eine Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens zu einer guten Übereinstimmung mit den Versuchen führte. Im Abschnitt 4.2.1.3 wurde für den Versuchsträger Nr.2 von *Pauli* beispielhaft eine Berechnung unter Berücksichtigung beider Einflüsse zum Versuchszeitpunkt durchgeführt. Die Traglast änderte sich um lediglich 4 %. Bei einer Betrachtung zum Zeitpunkt $t=\infty$ stieg der Traglastabfall auf 11% an (Bild 7.14).

7.3.9 Empfehlung für den Ansatz von Vorverformungen bei Stahlbetonträgern

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass unter zusätzlicher Berücksichtigung struktureller Imperfektionen in Form von Eigenspannungszuständen der Ansatz der relativ hohen Ersatzimperfektionen ($e_i=L_{eff}/300$) nach DIN 1045-1 beim Nachweis der Kippsicherheit schlanker Stahlbetonträger durchaus begründet ist, sofern die Spannungumlagerungen vom Beton auf die Bewehrung infolge Kriechens und Schwindens nicht explizit berücksichtigt werden.

Für Stahlbetonträger mit den üblichen Bindergeometrien des Fertigteilbaus mit verbreiterten Obergurten wird die bisherige Vorgehensweise der DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 zum Ansatz der Vorverformungen bestätigt. Im Regelfall werden die geometrischen und strukturellen Imperfektionen durch den Ansatz einer Vorverformung entsprechend der 1.Eigenform mit einem maximalen Stich in Feldmitte von $e_i=L_{eff}/300$ abgedeckt. Darüber hinaus sind die Auswirkungen infolge Kriechens des Betons hinsichtlich einer Vergrößerung der Vorverformungen unter Dauerlasten zusätzlich zu berücksichtigen.

Für den Nachweis der Kippsicherheit mittels numerischer Simulationsberechnungen kann für Stahlbetonbauteile die folgende Vorgehensweise empfohlen werden:

- Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen affin zur 1.Eigenform mit einer Auslenkung von $e_i=L_{eff}/300$
- Ermittlung der Verformungen $\Delta e_{i,c}$ infolge Kriechens des Betons unter Dauerlasten
- Bestimmung der Traglast als Kurzzeitbeanspruchung unter Ansatz der Vorverformungen mit einer um $\Delta e_{i,c}$ vergrößerten Auslenkung $e_{i,ges}=L_{eff}/300+ \Delta e_{i,c}$

Alternativ:

- Ansatz der rein geometrischen Imperfektionen mit $e_{i,geom;0,95}=L_{eff}/700$
- Berücksichtigung der strukturellen Imperfektionen und Kriechverformungen durch das verwendete Rechenmodell

7.4 Untersuchungen zum Ansatz der Vorverformungen an ausgeführten Spannbetonträgern

Die Messungen der Vorverformungen erfolgten im Vergleich zu den Stahlbetonbindern der Lärmschutzeinhausung nicht mittels Laserscanning sondern mit einfacheren Hilfsmitteln in Form von Maurerschnur, Lot, Wasserwaage und Zollstock. Die geometrischen Imperfektionen wurden in zwei Schritten bestimmt. Zunächst wurden herstellungsbedingte Vorverformungen bedingt durch Schalungsungenauigkeiten und ggf. geringe Exzentrizität der Spannkraftresultierenden bezogen auf die Schwerachse aufgemessen. Dabei wurden jeweils die Ober- und Untergurtauslenkungen durch Spannen einer Maurerschnur über die Trägerlänge und die Messung des seitlichen Abstandes zwischen Schnur und Binder jeweils in den Zehntelpunkten bestimmt. Vergleichsmessungen mit einem Theodoliten führten zu vergleichbaren Ergebnissen. Die Ergebnisse der Messungen sind im Anhang B zusammengestellt.

Die seitlichen Auslenkungen der Spannbetonträger waren im Vergleich zu denen der Stahlbetonbinder deutlich sichtbar (Bild 7.15). Die Maximalwerte der gemessenen Auslenkung lagen bei etwa 4,5 cm. Beim Großteil der Spannbetonbinder zeichnete sich im Gegensatz zu den zuvor untersuchten Stahlbetonbindern ein Verlauf der Vorverformungen in Form einer Sinushalbwellen ab. Die Ursache dürfte auf eine geringe und ungewollte Exzentrizität der Spannglieder zurückzuführen sein (s. Abschnitt 5.4).

Im zweiten Schritt wurde auf mehreren Baustellen die Schiefstellung der Träger an den Auflagern bestimmt. Eine zusätzliche Messung der Verdrehung des Trägers über die Trägerlänge war nicht notwendig, da diese das Ergebnis der Überlagerung der beiden gemessenen Vorverformungsanteile darstellt und sich im FE-Modell unter dem wirksamen Eigengewicht durch die Vorgabe einer Auslenkung und Schiefstellung am Auflager automatisch einstellt.

a)



b)



Bild 7.15: Geometrische Imperfektionen: a) Herstellungsbedingte Auslenkung b) Schiefstellung am Auflager

Die Messungen erfolgten an den in Bild 7.17 dargestellten Bindergeometrien. Hierbei handelt es sich um für den Hallenbau typische Fertigteilbinder. Trotz der absolut gesehen relativ breiten Obergurte gelten die Träger nach DIN EN 1992-1-1 aufgrund ihrer großen Spannweiten als kippgefährdet, so dass ein genauer Nachweis der Kippstabilität zu führen ist (Bild 7.16).

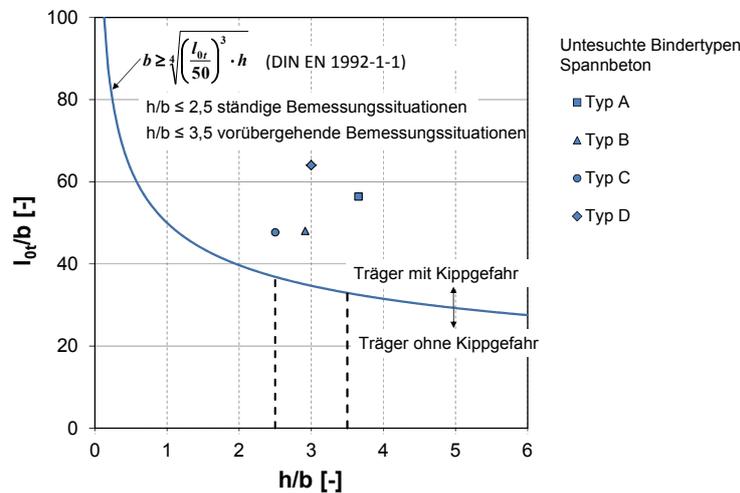
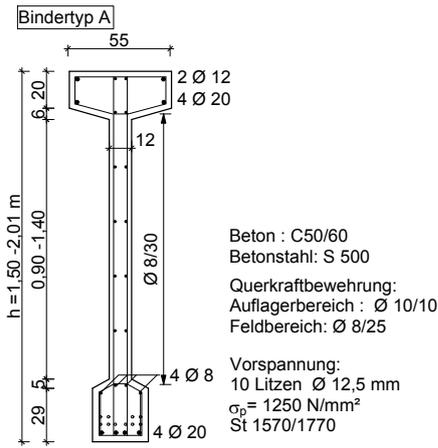


Bild 7.16: Einstufung hinsichtlich der Kippgefährdung der untersuchten Spannbetonbinder nach DIN EN 1992-1-1

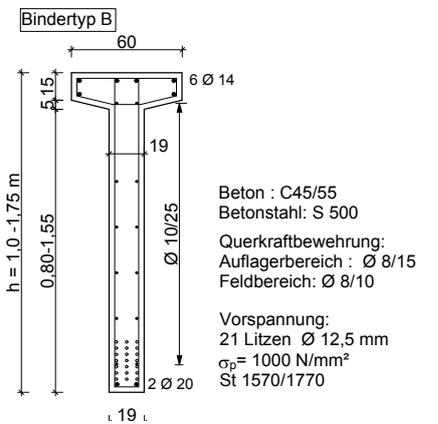
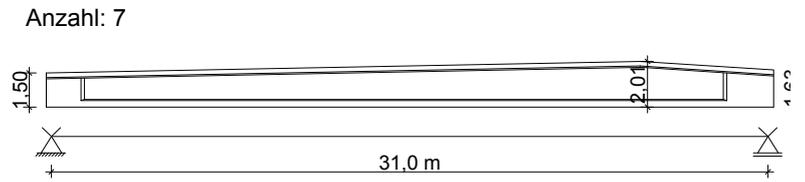
Die Messungen der beiden Vorverformungsanteile erfolgten wie bereits erwähnt unabhängig. Daher werden die beiden Anteile zunächst separat und anschließend in Kombination statistisch ausgewertet.

Bei der Untersuchung von Spannbetonträgern werden strukturelle Imperfektionen in Form von Eigenspannungszuständen bzw. Spannungsumlagerungen vom Beton auf den Stahl infolge der zeitabhängigen Einflüsse aus Kriechen und Schwinden bereits durch die Berücksichtigung der Spannkraftverluste in der Berechnung erfasst und bedürfen daher im Gegensatz zu Stahlbetonbauteilen keiner gesonderten Betrachtung. Bei den in der Berechnung anzusetzenden Imperfektionen handelt es sich daher um rein geometrische Imperfektionen ($e_i = e_{i,geom}$).

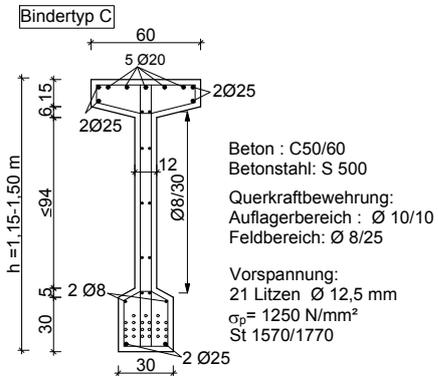
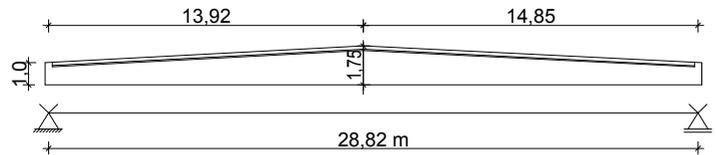
Querschnitt



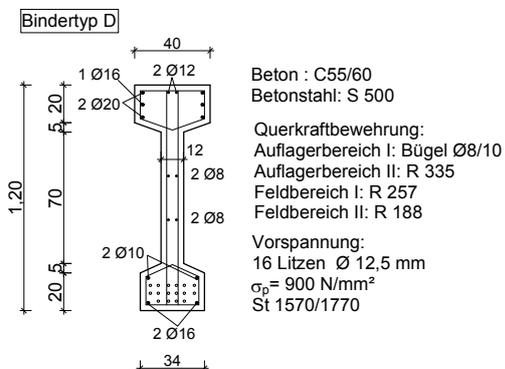
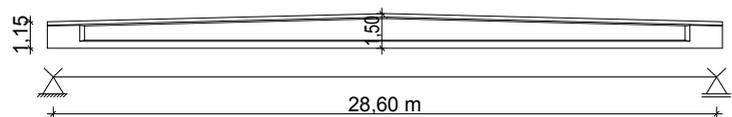
Ansicht



Anzahl: 3



Anzahl: 4



Anzahl: 5

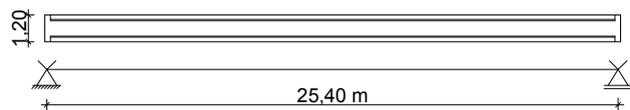


Bild 7.17: Bindertypen der untersuchten Spannbetonbinder

7.4.1 Statistische Auswertung der gemessenen Schiefstellungen

Für eine statistische Auswertung der Schiefstellung an den Auflagern stehen insgesamt 15 Werte zur Verfügung (Tabelle 7.5). Bei den Messungen wurde nicht zwischen einer rechts- bzw. linksseitigen Gabelschiefstellung unterschieden. Die in Tabelle 7.5 zusammengestellten Messwerte werden als Absolutwerte angegeben.

Die in Tabelle 7.1 zunächst recht hoch erscheinenden Angaben für die Schiefstellungen am Gabelaufleger in der Größenordnung von $\vartheta=1\%$ konnten durch Messungen auf den Baustellen bestätigt werden. Schiefstellungen in dieser Größenordnung sind bereits visuell deutlich wahrnehmbar.

Tabelle 7.5: Gemessene Trägerschiefstellungen an den Gabelagern

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$ \vartheta $ [%]	0,92	0,88	0,88	0,82	0,67	0,60	0,46	0,21	0,21	0,13	0,08	0,08	0,04	0	0

In Bild 7.19 ist die statistische Verteilung der Messwerte dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die maximale Dichte der Messwerte bei $\vartheta=0\%$ auftritt, d.h. der Erwartungswert (Mittelwert) der Grundgesamtheit ist bei $\vartheta=0\%$ zu erwarten.

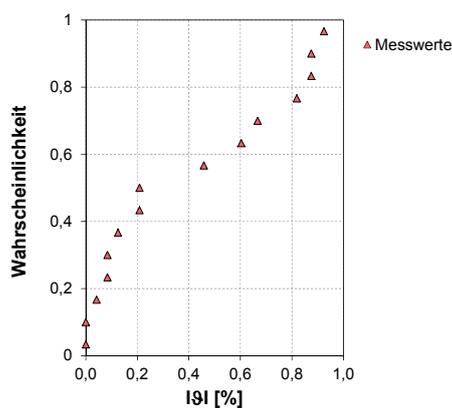


Bild 7.18: Verteilung der Messwerte $|\vartheta|$ der Stichprobe

Für die statistische Auswertung in Bild 7.19 kann unter der Annahme, dass sich ein Träger zu beiden Seiten schiefstellen kann, die Stichprobenanzahl verdoppelt werden. Auf dieser Grundlage wird die Verteilung der Messwerte in Bild 7.19 mittels einer Normalverteilung approximiert.

Der 95%-Quantilwert für die Schiefstellung ergibt sich bei einem Vertrauensniveau von 90% unter Berücksichtigung der Unsicherheiten aus der Stichprobengröße ($n=30$) dabei zu:

$$\begin{aligned} \vartheta_{0,95} &= m_x + k_{n,90\%} \cdot s_x \\ &= 0 + 2,07 \cdot 0,54\% = 1,12\% \end{aligned}$$

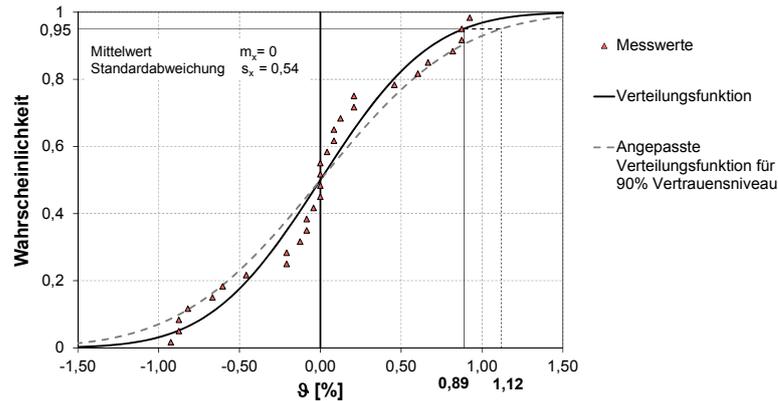


Bild 7.19: Statistische Verteilung der Messwerte der Schiefstellung und Näherung durch eine Normalverteilung

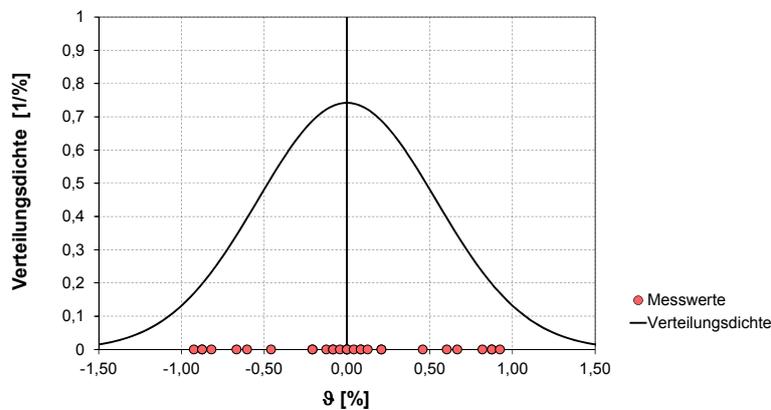


Bild 7.20: Verteilungsdichte für die gemessenen Schiefstellungen an den Auflagern

7.4.2 Statistische Auswertung von herstellungsbedingten Imperfektionen

Die gemessenen herstellungsbedingten Imperfektionen werden analog zu den Auswertungen an den Stahlbetonträgern im Abschnitt 7.3 mit Hilfe nichtlinearer Simulationsberechnungen auf eine äquivalente Vorverformung affin zur 1. Eigenform mit einem äquivalenten Stich in Feldmitte $e_{i,geom}$ überführt. Der Auswertung liegen insgesamt 19 Messungen zugrunde.

In Bild 7.21 ist die Verteilung der zu den Messwerten äquivalenten Auslenkung $e_{i,geom}$ dargestellt. Diese kann durch eine halbe Normalverteilung approximiert werden. Der Mittelwert ergibt sich an der Stelle mit der größten Dichte bzw. an der Stelle mit der maximalen Steigung der statistischen Verteilung der Messwerte.

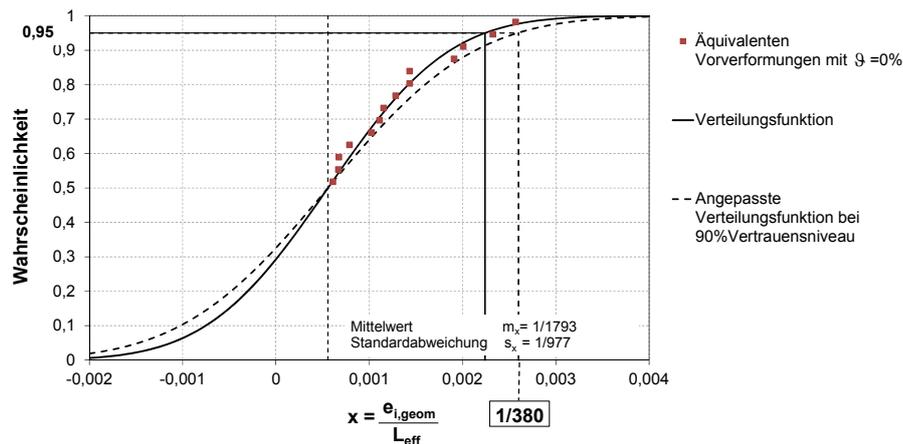


Bild 7.21: Statistische Verteilung der zu den jeweils gemessenen herstellungsbedingten Imperfektionen korrespondierenden äquivalenten Auslenkung $e_{i,geom}$ und die Approximation durch eine Normalverteilung

Bei einem Vertrauensniveau von 90 % ergibt sich der 95 %-Quantilwert als charakteristischer Wert zu:

$$\begin{aligned}
 x_{0,95} &= m_x + k_{n,90\%} \cdot s_x \\
 &= \frac{1}{1793} + 2,02 \cdot \frac{1}{977} = \frac{1}{380} \\
 \Rightarrow \quad &\boxed{e_{i,geom,0,95} = \frac{L_{eff}}{380}}
 \end{aligned}$$

7.4.3 Kombination von Schiefstellung und Auslenkung

Auf Grundlage der vorgestellten Auswertungen für die Schiefstellung und herstellungsbedingte Imperfektionen wäre der folgende Ansatz für Vorverformungen denkbar:

Vorverformung entsprechend der 1.Eigenform mit einem maximalen Stich in Feldmitte:

$$e_{i,geom,0,95} = \frac{L_{eff}}{380}$$

in Kombination mit einer Schiefstellung an den Auflagern von:

$$g_{0,95} = 1,1 \%$$

Hierbei handelt es sich um die ungünstigste Konstellation, die versteckte Reserven beinhaltet, da beide Werte voneinander unabhängig sind.

Daher werden zunächst die tatsächlichen herstellungsbedingten Vorverformungen in Kombination mit dem 95 %-Quantilwert der Schiefstellung auf eine äquivalente Vorverformung entsprechend der 1.Eigenform mit einem maximalen Stich $e_{i,geom}$ in Feldmitte zurückgeführt und statistisch ausgewertet (Bild 7.22).

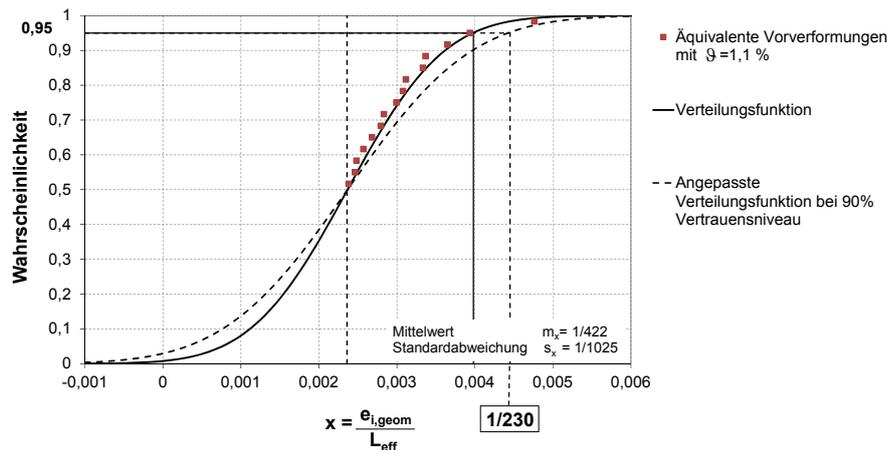


Bild 7.22: Statistische Verteilung der zu den jeweils gemessenen herstellungsbedingten Imperfektionen in Kombination mit dem 95 %-Quantilwert der Schiefstellung $\vartheta=1,1\%$ korrespondierenden äquivalenten Auslenkung $e_{i,geom}$ und Approximation durch eine Normalverteilung

$$x_{0,95} = m_x + k_n s_x$$

$$= \frac{1}{422} + 2,02 \cdot \frac{1}{1025} = \frac{1}{230}$$

$$\Rightarrow \boxed{e_{i,geom\ 0,95} = \frac{L_{eff}}{230}}$$

Bei dieser Auswertung wurde sehr konservativ für die Schiefstellung der 95 %-Quantilwert zugrunde gelegt. Kleinere Schiefstellungen, die in der Praxis häufiger auftreten, fanden dabei zunächst keine Berücksichtigung. Daher wird im Folgenden eine weitere Auswertung vorgenommen, die auch die Verteilung und die Wahrscheinlichkeit kleinerer Werte für die Schiefstellung an den Auflagern berücksichtigt (Bild 7.19).

Auf Grundlage der sich in Bild 7.19 ergebenden Verteilung werden zunächst die positiven Werte für die Verdrehung in 0,05 Wahrscheinlichkeitsschritten (Bild 7.23 und Bild 7.24) ermittelt (z.B. $P=0,825 \rightarrow \vartheta=73\%$). Die Wahrscheinlichkeit eines Wertes für die Schiefstellung wird berücksichtigt indem jeder der 19 Binder unter Ansatz der herstellungsbedingten Imperfektionen mit den aus der Verteilungsfunktion für die Schiefstellung ermittelten Werten kombiniert wird. Für jede Kombination wird ein äquivalenter Stich $e_{i,geom}$ ermittelt. Es ergibt sich die in Bild 7.24 dargestellte Matrix.

Um den Rechenaufwand zu reduzieren, werden die gemessenen Vorverformungen aus Herstellungsungenauigkeiten der 19 untersuchten Spannbetonträgern jeweils mit den Grenzwerten für die Schiefstellung $\vartheta=0\%$ und $\vartheta=1,2\%$ sowie einigen Zwischenwerten $\vartheta=0,18\%$, $\vartheta=0,55\%$ und $\vartheta=1,0\%$ kombiniert. Für die untersuchten Fälle wird jeweils die äquivalente Vorverformung affin zur 1. Eigenform mit dem zugehörigen Stich $e_{i,geom}$ in Feldmitte des Trägers ermittelt.

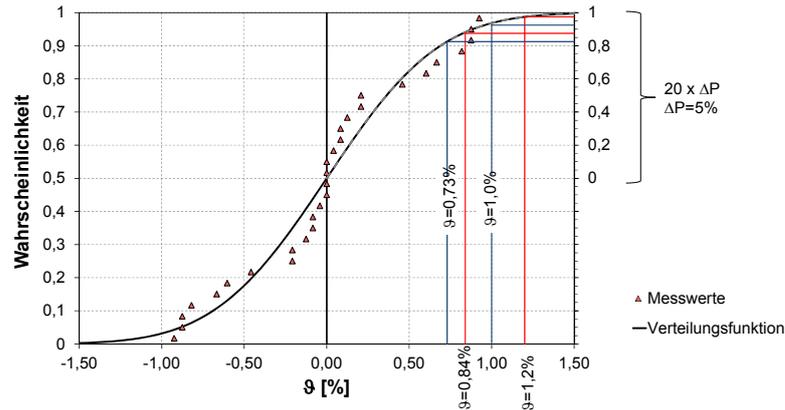


Bild 7.23: Ermittlung der Verdrehungen am Auflager in 0,05 Wahrscheinlichkeitsschritten

Die Ergebnisse werden in Matrixform in Bild 7.24 zusammengestellt. Die äquivalenten Vorverformungen werden dabei durch den Wert y mit

$$y = \frac{L_{eff}}{e_{i,geom}}$$

beschrieben. Die Zwischenwerte werden für jeden Träger interpoliert.

P	Typ ϑ [%]	y _i																		
		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	B1	B2	B3	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4	D5
0	0,00	2830	389	1639	31140	31140	1482	779	524	430	900	2383	698	698	867	977	1494	1270	9407	498
0,025	0,02	2749	389	1639	31140	31140	1425	759	520	427	890	2263	691	690	858	875	1270	1016	5772	498
0,075	0,05	2477	372	1540	25608	25608	1341	729	513	422	875	2082	679	679	844	840	1215	988	5030	484
0,125	0,08	2204	356	1441	20077	20077	1256	699	506	418	860	1902	668	668	830	804	1160	961	4288	470
0,175	0,12	1841	333	1310	12701	12701	1143	659	497	411	841	1661	653	653	811	757	1087	924	3298	451
0,225	0,16	1478	311	1178	5326	5326	1030	619	488	405	821	1420	638	638	793	710	1014	887	2309	432
0,275	0,18	1297	300	1112	1638	1638	973	599	484	402	811	1300	631	630	783	686	977	868	1814	423
0,325	0,23	1203	295	1043	1522	1522	918	629	472	394	786	1229	612	611	760	656	916	822	1673	411
0,375	0,26	1146	292	1001	1452	1452	885	609	466	390	772	1186	601	600	746	637	880	795	1588	404
0,425	0,30	1071	287	946	1359	1359	841	583	457	384	752	1129	586	585	728	613	832	758	1475	394
0,475	0,34	995	283	890	1267	1267	797	557	448	377	732	1072	571	570	709	589	783	721	1363	385
0,525	0,39	901	278	821	1150	1150	742	524	437	370	707	1001	553	551	686	558	723	676	1221	372
0,575	0,43	825	274	765	1058	1058	698	498	428	363	688	944	538	536	667	534	674	639	1109	363
0,625	0,48	731	268	696	942	942	643	466	416	356	663	873	519	517	644	504	614	593	968	351
0,675	0,53	637	263	627	825	825	588	433	405	348	638	801	500	498	621	473	553	547	826	339
0,700	0,55	599	261	599	779	779	566	420	401	345	628	773	493	491	612	461	529	529	770	334
0,725	0,59	580	256	583	749	749	547	409	392	339	609	748	478	476	593	450	515	514	743	327
0,775	0,65	552	250	559	705	705	519	393	378	329	579	711	456	453	565	433	494	491	702	316
0,825	0,73	515	241	527	645	645	481	371	360	317	539	661	426	423	528	410	467	461	647	302
0,875	0,84	464	228	484	564	564	429	341	336	300	485	593	385	381	477	379	428	419	572	282
0,925	1,00	389	210	420	445	445	354	297	300	275	406	493	325	321	403	334	373	358	462	254
0,975	1,20	353	197	331	375	375	331	270	291	248	360	402	286	286	328	276	303	303	370	227

- Explizit ermittelte Werte
- Interpolierte Werte
- Zeilen werden in der Auswertung nicht berücksichtigt

P Wahrscheinlichkeit der Schiefstellung (vgl. Bild 7.23)

Bild 7.24: Kombination von Schiefstellung und Auslenkung

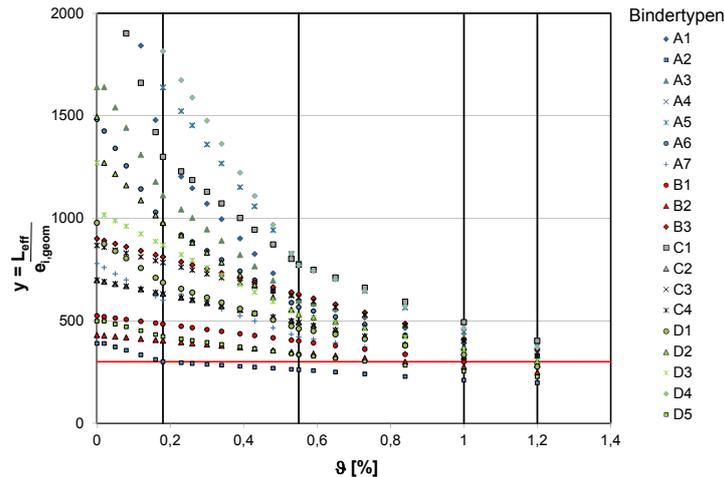


Bild 7.25: Gegenüberstellung von sich ergebenden Werten y_i durch die Kombination der herstellungsbedingten Imperfektionen mit unterschiedlichen Schiefstellungen ϑ am Auflager und Vergleich mit dem Normwert $y=300$

Unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schiefstellung gelingt es den Stichprobenumfang auf 380 Werte zu vergrößern. Die Verteilung der in Bild 7.24 gewonnenen Werte ist in Bild 7.26 dargestellt. Der Wert $e_{i,geom} = L_{eff}/300$ ist hier als ein 93 %-Quantil einzustufen. Die Empfehlung der DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1 wird damit verifiziert.

Darüber hinaus sind die Auswirkungen infolge Kriechens des Betons unter Dauerlasten zu berücksichtigen. Dies kann in Form einer Vergrößerung der geometrischen Imperfektionen um den Zuwachs der seitlichen Auslenkung $\Delta e_{i,c}$ des Trägers infolge Kriechens des Betons unter quasi-ständigen Lasten erfolgen.

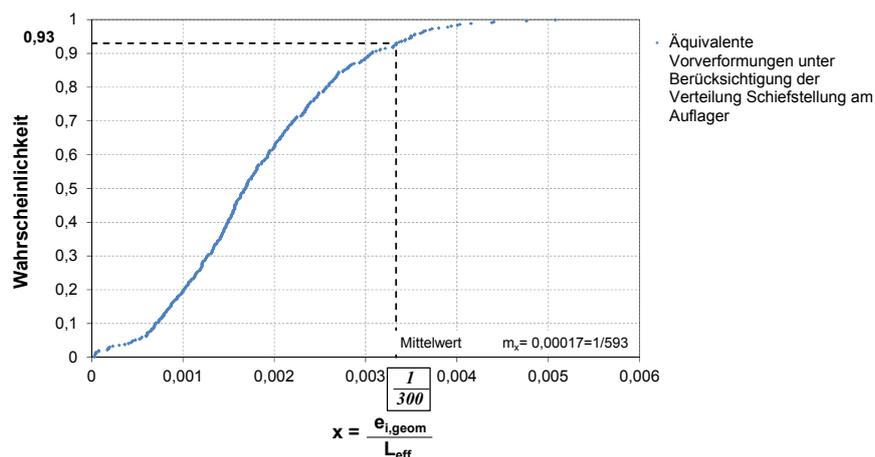


Bild 7.26: Verteilung der rechnerisch ermittelten Werte für den äquivalenten Stich $e_{i,geom}$ in Feldmitte bei Annahme der Vorverformungen entsprechend der 1. Eigenform

7.4.4 Empfehlungen für den Ansatz der Vorverformungen bei Spannbetonträgern

Der Nachweis ist unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Spannkraftverluste infolge Kriechens und Schwindens des Betons sowie der Relaxation des Spannstahls zu führen. Infolge ungewollter Exzentrizitäten der Vorspannung sind die geometrischen Vorverformungen größer als bei Stahlbetonträgern. Die geometrischen Imperfektionen werden mit $e_i = L_{\text{eff}}/300$ gemäß DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1 ausreichend abgedeckt.

7.5 Zusammenfassung

Für die Untersuchungen zum Ansatz der Vorverformungen beim Nachweis der Kippstabilität wurden zunächst Messungen von herstellungs- und einbaubedingten Imperfektionen in mehreren Fertigteilverken und im eingebauten Zustand der Bauteile durchgeführt. Auf Grundlage nichtlinearer Simulationsrechnungen wurden die gemessenen geometrischen Imperfektionen auf den einfachen Vorverformungsverlauf affin zur 1. Eigenform mit einer maximalen Auslenkung $e_{i,\text{geom}}$ analog dem Ansatz in DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 zurückgeführt.

Für die im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Stichprobe von **Stahlbetonträgern** ergab sich für die geometrischen Imperfektionen der Stich $e_{i,\text{geom}}$ als charakteristischer Wert (95%-Quantil) zu $e_{i,\text{geom}} = L_{\text{eff}}/700$. Darüber hinaus wurde an den gleichen Bindern der Einfluss von strukturellen Imperfektionen untersucht. Diese resultieren im Wesentlichen aus rechnerisch nicht explizit berücksichtigten Spannungsumlagerungen vom Beton auf die Bewehrung infolge Kriechens und Schwindens des Betons. Es zeigte sich, dass diese zu einer deutlichen Erhöhung der anzusetzenden Vorverformungen bei der Untersuchung von Kippproblemen nach Theorie II. Ordnung führen können. Sie werden im Regelfall mit dem empfohlenen Ansatz $e_i = L_{\text{eff}}/300$ ausreichend abgedeckt.

Bei den **Spannbetonträgern** zeichneten sich gegenüber den Stahlbetonträgern ausgeprägtere Trägerkrümmungen ab, die auf ungewollte geringe Exzentrizitäten der Spannkraftresultierenden zurückzuführen sind. Dabei ergab sich für die herstellungsbedingten Imperfektionen der Stich $e_{i,\text{geom}}$ als charakteristische Wert (95%-Quantil) zu $e_{i,\text{geom}} = L_{\text{eff}}/380$. Bei zusätzlicher Berücksichtigung einer Schiefstellung folgte dieser Wert zu $L_{\text{eff}}/300$. D.h. unter zusätzlicher Berücksichtigung der Schiefstellungen und ihrer Verteilung an den Auflagern konnte der empfohlene Normwert von $e_i = L_{\text{eff}}/300$ als 93%-Quantilwert bestätigt werden.

Die Zunahme der seitlichen Verschiebungen durch das Kriechen des Betons $\Delta e_{i,c}$ unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination ist in jedem Fall zusätzlich zu berücksichtigen. Die Kriechverformungen können zusammen mit den geometrischen Ersatzimperfektionen als Vorverformung berücksichtigt werden.

8 Sicherheitskonzepte für den Nachweis der Kippstabilität bei Anwendung nichtlinearer Verfahren

8.1 Allgemeines

Das Tragverhalten unter Berücksichtigung der Verformungen nach Theorie II. Ordnung von stabilitätsgefährdeten Bauteilen wird entscheidend durch die Rissbildung und den damit verbundenen Steifigkeitsabfall beeinflusst. Bei der Untersuchung der Tragfähigkeit von kippgefährdeten Trägern kommt, neben der Abbildung des Abfalls der Biegesteifigkeit, insbesondere dem Abfall der Torsionssteifigkeit eine maßgebliche Bedeutung zu. Bei Anwendung der nichtlinearen FEM ist zunächst zu klären, ob die verwendeten Elementtypen und Materialmodelle den Anforderungen der gegebenen Problemstellung genügen.

Mit den nichtlinearen Schalenelementen von SOFiSTiK, auf Grundlage der Layer-Technik, kann das Tragverhalten von schlanken Versuchsträgern aus Stahl- und Spannbeton realitätsnah abgebildet werden. In Kapitel 3 wurden zunächst die verwendeten Elemente im Hinblick auf die Modellierung der Haupteigenschaften des Stahlbetons überprüft. Darüber hinaus wurden im Kapitel 6 die Schalenelemente hinsichtlich der Abbildung der Torsionssteifigkeit verifiziert. Die Kalibrierung und Verifizierung des Rechenmodells für ein Versagen von schlanken Stahlbeton- und Spannbetontträgern infolge Kippen erfolgte im Kapitel 4 durch die Nachrechnung von Versuchen. Dabei konnten die wesentlichen Tragmechanismen, die Steifigkeiten und die Versagensart zutreffend erfasst werden. Die Kalibrierung des Rechenmodells erfolgte dabei auf Grundlage der tatsächlich gemessenen Vorverformungen und der experimentell ermittelten Baustoffkenngrößen der Versuchsträger.

Neben der Verifizierung der Rechenmodelle durch Versuchsnachrechnungen bedarf es bei der Anwendung von nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnungen auf reale Tragwerke geeigneter Sicherheitskonzepte, um das geforderte Sicherheitsniveau nach DIN EN 1990 einzuhalten.

Zur Quantifizierung der erforderlichen Zuverlässigkeit werden für verschiedene Bemessungssituationen Zielwerte der Versagenswahrscheinlichkeit p_f bzw. des Sicherheitsindex β festgelegt. Beim semi-probabilistischen Sicherheitskonzept des Eurocode wird angenommen, dass die Beanspruchung E und die Widerstände R jeweils durch stochastisch voneinander unabhängige Verteilungen beschrieben werden können. Die zentrale Gleichung der Bemessung lautet:

$$E \leq R \tag{8.1}$$

$$\text{bzw. } R - E \geq 0$$

Versagen tritt ein, wenn $E > R$ ist. Die Wahrscheinlichkeit eines Versagens wird umso kleiner, je weiter die Verteilungen für E und R auseinander liegen (Bild 8.1).

Die Grenzzustandsgleichung G trennt den akzeptierten Bereich vom Versagen:

$$G = R - E = G(a_0, X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0 \quad (8.2)$$

Bei den X_i handelt es um Zufallsvariablen als Werte für Festigkeiten, Lasten etc. und a_0 steht für Werte wie Abmessungen.

Die Versagenswahrscheinlichkeit ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass G kleiner als Null wird:

$$p_f = P(R - E < 0) = P(G(a_0, X_1, X_2, \dots, X_n) < 0) \quad (8.3)$$

Eine wesentliche Vereinfachung ergibt sich dadurch, dass in der Grenzzustandsgleichung die Einwirkungs- und Widerstandsseite durch sogenannte Wichtungsfaktoren α_i entkoppelt werden können. Mit dieser Näherung können die Beanspruchungen E und Widerstände R unabhängig voneinander behandelt werden.

Die Entkopplung zwischen Einwirkungen und Widerstand erfolgt durch die Wichtungsfaktoren α_E und α_R . Dabei ergibt sich der Bemessungswert des Widerstandes gemäß Bild 8.1 als $R_d = 0,118\%$ -Quantilwert.

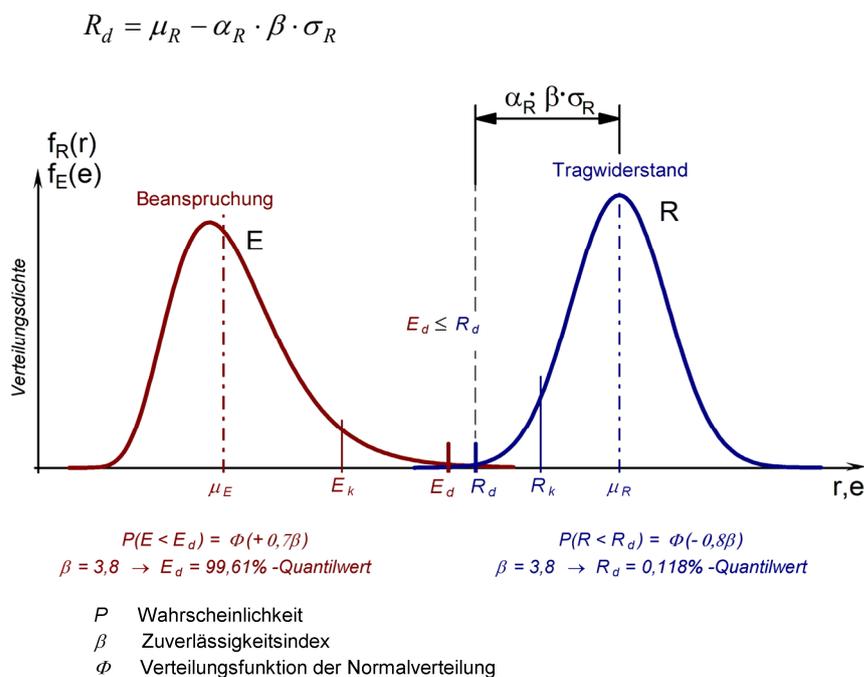


Bild 8.1: Zuverlässigkeitsverfahren gemäß DIN EN 1990 (aus [94])

Die Zuverlässigkeit eines Tragwerks kann durch Lösen der Grenzzustandsgleichung mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation in Verbindung mit nichtlinearen Finite-Element-Berechnungen bestimmt werden. Voraussetzung sind ein geeignetes Rechenmodell und bekannte statistische Verteilungen der zufälligen Ausgangsparameter. In Bild 8.2 sind die für das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen wesentlichen Basisvariablen der Baustoffe Beton und Stahl dargestellt. Dabei ist zwischen voneinander abhängigen und unabhängigen Größen zu unterscheiden. Beziehungen zwischen korrelierten und

unabhängigen Variablen innerhalb eines Materials können funktionell beschrieben werden (z.B. die Korrelation zwischen E-Modul und Festigkeit). Die Baustoffe Beton und Stahl und ihre Kenngrößen sind dagegen unabhängig.

Zur Identifizierung der maßgebenden Zufallsgrößen sollte im Vorfeld untersucht werden wie sensitiv der Tragwiderstand des Systems auf zufällige Veränderungen der Basisvariablen oder auf das stochastische Streumaß (z.B. Variationskoeffizient) reagiert.

Eine Monte-Carlo-Simulation erfordert eine Vielzahl von Berechnungen. Die Eingangsparameter für jeden Berechnungslauf werden auf Grundlage der Verteilungsfunktionen der einzelnen Basisvariablen durch einen Zufallsgenerator bestimmt. Dabei werden jeweils unabhängige Größen ggf. unter Berücksichtigung der Korrelation kombiniert. Die auf dieser Grundlage ermittelten Traglasten werden zunächst als Histogramm dargestellt und anschließend statistisch ausgewertet. Das Ergebnis einer Monte-Carlo-Simulation ist eine Verteilung für den Systemtragwiderstand R . In Abhängigkeit von Tragsystem und konstruktiver Ausbildung können sich aufgrund unterschiedlicher Versagensmechanismen ggf. mehrgipflige Mischverteilungen einstellen (Bild 8.3). Der Bemessungswert des Tragwiderstandes ergibt sich als 0,118%-Quantilwert der so ermittelten Verteilung.

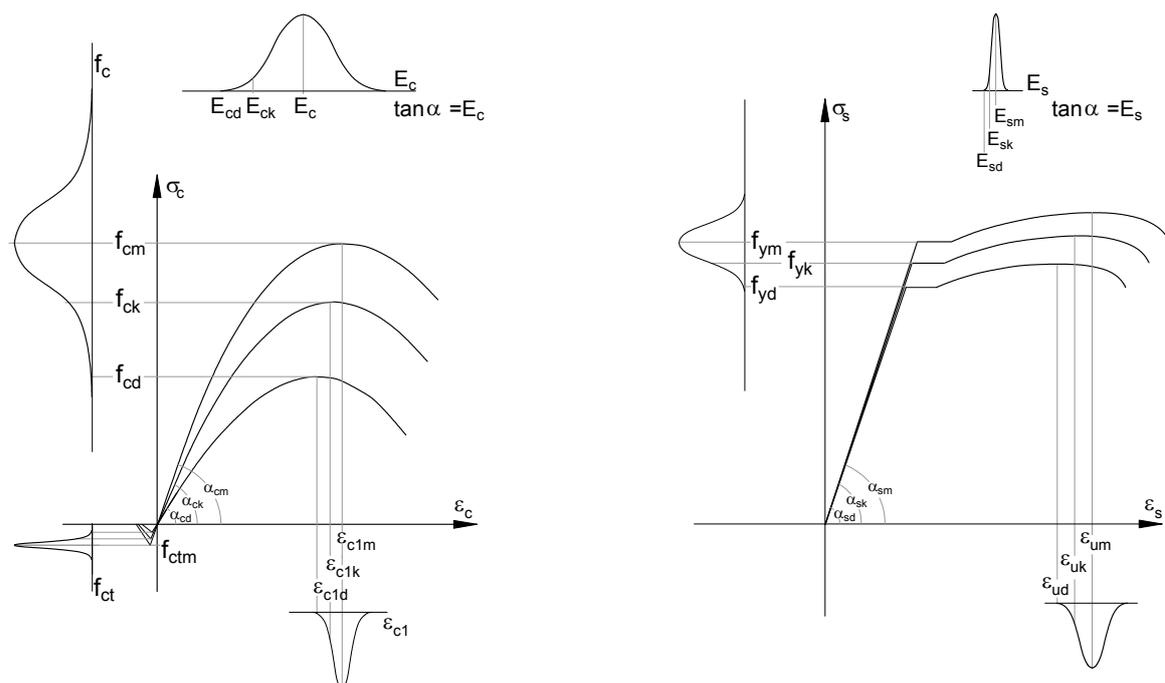
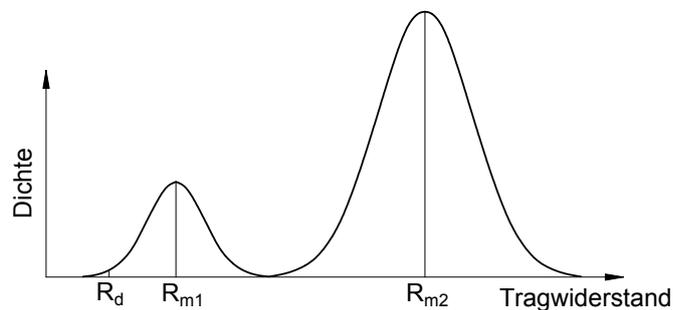


Bild 8.2: Prinzipielle Darstellung der maßgebenden Basisvariablen für die Baustoffe Beton und Stahl

Die übliche Größenordnung von Versagenswahrscheinlichkeiten im Bauwesen beträgt ca. 10^{-6} . Für die Berechnung solcher Versagenswahrscheinlichkeiten müssen mindesten 10^6 Simulationsrechnungen durchgeführt werden. Mit wachsender Anzahl der Basisvariablen nimmt der Rechenaufwand überproportional zu.

Aufgrund des großen numerischen Aufwandes scheidet im Rahmen dieser Arbeit eine genaue Ermittlung des Bemessungswertes des Tragwiderstandes in Verbindung mit einer Monte-Carlo-Simulation aus.



R_d	Bemessungswert des Tragwiderstandes als 0,1%-Quantilwert
R_{m1}	Mittelwert des Tragwiderstandes mit Versagensmechanismus 1
R_{m2}	Mittelwert des Tragwiderstandes mit Versagensmechanismus 2

Bild 8.3: Ergebnis einer Monte-Carlo-Simulation: Beispiel einer mehrgipfligen Verteilung des Tragwiderstandes

Daher wird auf vorhandene vereinfachte Verfahren für Tragsysteme mit nichtlinearem Verhalten zurückgegriffen. DIN 1992-1-1 enthält mit dem „ γ_R -Verfahren“ und dem Verfahren der „Doppelten Buchführung“ zwei Nachweiskonzepte für nichtlineare Berechnungen. Beide Konzepte wurden allerdings für reine Biegeprobleme kalibriert. Bei Anwendung im Zusammenhang mit dem Kippproblem bedarf es daher einer Anpassung und Erweiterung dieser Verfahren. Hierzu ist folgende Vorgehensweise denkbar. Durch Sensitivitätsanalysen sind zunächst die Parameter zu identifizieren, auf welche die nichtlineare Simulation für die Traglastermittlung empfindlich reagiert. Für diese sind geeignete Festlegungen für die nichtlinearen Verfahren abzuleiten, um die Unsicherheiten aus den Streuungen der Basisvariablen ausreichend abzudecken. Darüber hinaus sind Modellunsicherheiten zu berücksichtigen.

Neben den beiden genannten Verfahren in DIN EN 1992-1-1 enthält der fib Model Code 2010 zwei weitere Konzepte:

- Ermittlung der Systemtraglasten auf Grundlage von Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten (Partial factor method (PFM))
- Methode zur Schätzung des Variationskoeffizienten V_R des Tragwiderstandes nach *Cervenka* (Method of estimation of a coefficient of variation of resistance (ECOV-Methode))

Die genannten Verfahren werden im Abschnitt 8.2 näher vorgestellt. Im Hinblick auf die Untersuchung der Kippstabilität erfolgen für die notwendigen Ergänzungen dieser Verfahren für das Biegetorionsproblem entsprechende Vorschläge und Empfehlungen.

Eine Beurteilung der verschiedenen Vorschläge erfolgt im Abschnitt 8.3 durch Vergleichsrechnungen an Praxisbeispielen und einer Gegenüberstellung mit den in der

Praxis derzeit angewendeten und bewährten Nachweisverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität. Auf Grundlage dieser Ergebnisse werden im Abschnitt 8.4 Empfehlungen für ein mögliches Vorgehen in der Praxis gegeben.

8.2 Vorschläge für angepasste Sicherheitskonzepte für den Kippsicherheitsnachweis mit der nichtlinearen FEM

Der Nachweis der Tragfähigkeit und der geforderten Zuverlässigkeit nach DIN EN 1990 von kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen kann auf Grundlage der nichtlinearen Finite-Elemente-Methode in Kombination mit einem dafür angepassten Sicherheitskonzept für nichtlineare Berechnungen geführt werden. Für die Anwendung bei Nachweisen der Kippsicherheit sind bei den in DIN EN 1992-1-1 bereits vorhandenen Sicherheitskonzepten ergänzende Vorgaben erforderlich. In Kapitel 5 wurden Sensitivitätsstudien an kippgefährdeten Stahlbeton- und Spanbetonträgern durchgeführt. Bei den Untersuchungen wurden die Traglasten insbesondere durch Variation von Parametern beeinflusst, die das Verformungsverhalten und damit die Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung maßgeblich beeinflussen. Dabei handelt es sich um folgende Einflussgrößen:

- Geometrische und strukturelle Imperfektionen
- Elastizitätsmodul des Betons
- Schubmodul des Betons bzw. die Torsionssteifigkeit GI_T
- Zugfestigkeit des Betons

Auf Grundlage der im Kapitel 7 durchgeführten Untersuchungen zum Ansatz von geometrischen und strukturellen Imperfektionen konnte der bisherige Ansatz für die geometrischen Ersatzimperfektionen als Vorverformung entsprechend der 1. Eigenform mit einem maximalen Stich $e_i = L_{eff}/300$ in Feldmitte bestätigt werden. Es wird daher empfohlen, unabhängig vom gewählten Sicherheitskonzept für die nichtlineare Berechnung die Vorverformungen in dieser Größe anzusetzen. Zusätzlich sind die Kriechverformungen unter Dauerlasten als Vergrößerung der Vorverformungen zu berücksichtigen.

Die Anpassung der Sicherheitskonzepte erfolgt unter der Voraussetzung, dass das Tragverhalten und die Versagensart mit der verwendeten FE-Modellierung grundsätzlich zutreffend abgebildet werden können. Im Folgenden werden die Sicherheitsformate kurz in ihrer derzeitigen Form vorgestellt. Anschließend erfolgen für die Untersuchung von Kippproblemen im Hinblick auf die wesentlichen Einflussparameter Vorschläge für eine Erweiterung.

8.2.1 „ γ_R -Verfahren“

8.2.1.1 Grundlagen

Bei dem „ γ_R -Verfahren“ nach DIN EN 1992-1-1 (Abschnitt 5.7, (NA.7) bis (NA.15)) handelt es sich um ein Sicherheitsformat auf Traglastebene mit einem globalen Sicherheitsfaktor.

Auf Grundlage von rechnerischen Mittelwerten der Baustofffestigkeiten (f_{cR} , f_{yR} , $f_{p0,1R}$) wird eine Systemtraglast ermittelt. Da der Berechnung rechnerische Mittelwerte der Festigkeiten zugrunde gelegt werden, ist ein zusätzlicher Teilsicherheitsbeiwert γ_R für die Systemtraglast zu berücksichtigen. Die Systemtraglast muss um den Faktor γ_R größer sein als die Bemessungswerte der Einwirkungen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist die folgende Bedingung zu erfüllen:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_R} R(f_{cR}; f_{yR}; f_{p0,1R}) \geq E_d \quad (8.4)$$

$$\text{oder } R(f_{cR}; f_{yR}; f_{p0,1R}) \geq \gamma_R \cdot E_d$$

Das Verfahren wurde von *König et al.* [8] für Bauteile mit Biegeversagen kalibriert. Im Zusammenhang mit den möglichen Versagensarten, Biegezug- oder Biegedruckbruch, wurden die Baustofffestigkeiten als „mittlere Rechenwerte“ wie folgt definiert:

$$\text{Betondruckfestigkeit: } f_{cR} = \alpha \cdot \alpha_1 \cdot f_{ck} \quad (8.5)$$

mit

α Abminderung für die Dauerstandfestigkeit ($\alpha = 0,85$)

α_1 Faktor für die Umrechnung der Zylinderdruckfestigkeit auf die Bauteilfestigkeit

$$\alpha_1 = 0,85$$

$$\text{Stahl: } f_{yR} = 1,1 \cdot f_{yk} \quad (8.6)$$

$$f_{tR} = 1,08 \cdot f_{yR} \quad (8.7)$$

$$\text{Spannstahl: } f_{p0,1R} = 1,1 \cdot f_{p0,1k} \quad (8.8)$$

$$f_{pR} = 1,1 \cdot f_{pk} \quad (8.9)$$

Bei den Rechenwerten des Beton- und Spannstahls handelt es sich um Mittelwerte, während der „rechnerische Mittelwert“ der Betondruckfestigkeit gegenüber dem echten Mittelwert stark reduziert wird. Diese Abminderung wird durch die unterschiedlich stark streuenden Beton- und Stahlfestigkeiten begründet, mit dem Ziel eines einheitlichen von der Versagensart unabhängigen, Sicherheitsbeiwertes γ_R .

Bei Anwendung des Nachweiskonzeptes auf Grundlage der echten Mittelwerte der Baustofffestigkeiten mit einem einheitlichen Sicherheitsbeiwert γ_R müssen Unsicherheiten aus den Streuungen der Baustofffestigkeiten von Beton und Stahl durch den Sicherheitsbeiwert γ_R erfasst werden. Aufgrund der unterschiedlichen Streuungen der Materialeigenschaften beider Baustoffe führt ein entsprechend kalibrierter konstanter Sicherheitsbeiwert γ_R in Abhängigkeit von der Versagensart zu einer Überbemessung (Stahlversagen) und einer Unterbemessung (Betonversagen) der Bauteile. Um derartige Abhängigkeiten zu vermeiden wurden Rechenfestigkeiten als Ersatz für die Mittelwerte der

Baustofffestigkeiten eingeführt [95]. Grundidee dieses Vorschlages ist es, den Mittelwert der Betondruckfestigkeit mit einem Reduktionsfaktor vorweg abzumindern, so dass die Festlegung des Sicherheitsbeiwertes γ_R für den Tragwiderstand unabhängig von der Versagensart erfolgen kann [95]. Die Betondruckfestigkeit wird entsprechend Gl. (8.5) angesetzt. Dabei werden durch Ansatz des charakteristischen Wertes der Betondruckfestigkeit f_{ck} Streuungen berücksichtigt. Der zweite Abminderungsfaktor $\alpha_1=0,85$ berücksichtigt die Umrechnung von der Zylinderdruckfestigkeit auf die Bauwerksfestigkeit.

Ein einheitlicher Teilsicherheitsbeiwert γ_R ergibt sich dann aus dem Verhältnis der rechnerischen Baustofffestigkeiten zu ihren Bemessungswerten:

$$\frac{f_{cR}}{f_{cd}} = \frac{0,85 \cdot \alpha \cdot f_{ck}}{\alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c} = 1,275 \approx 1,3 \quad \text{und} \quad \frac{f_{yR}}{f_{yd}} = \frac{1,1 \cdot f_{yk}}{f_{yk} / \gamma_s} = 1,265 \approx 1,3$$

Das „ γ_R -Verfahren“ wurde mit dem Ziel entwickelt, mittels nichtlinearer Berechnungen am Gesamtsystem Tragreserven von statisch unbestimmten Systemen zu erfassen. Während bei statisch bestimmten Systemen eine örtliche Schwachstelle an der höchst beanspruchten Stelle direkt zum Versagen führt, werden in statisch unbestimmten Tragwerken Systemreserven aktiviert wobei die Beanspruchungen in weniger stark beanspruchte Bereiche umgelagert werden. Mit einer Berechnung am Gesamtsystem unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Stahlbetons können durch die realitätsnahe Abbildung der beanspruchungsabhängigen Bauteilsteifigkeiten diese Effekte erfasst werden.

Im Zusammenhang mit der Untersuchung von stabilitätsgefährdeten Stahlbetonstützen liefert das Verfahren gegenüber den in den folgenden Abschnitten beschriebenen Verfahren der „Doppelten Buchführung“ und einer nichtlinearen Berechnung mit Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten mit zunehmender Normalkraftbeanspruchung und steigenden Stützenschlankheiten im Vergleich eher konservative Ergebnisse. Hierzu wird auf Vergleichsrechnungen in [95] und [96] verwiesen. Der Grund hierfür liegt in den unter den γ_R -fachen Bemessungslasten stark reduzierten Bauteilsteifigkeiten. Maßgebend für den Steifigkeitsabfall ist die Rissbildung. Unter dem Bemessungslastniveau kann i.d.R. von einer abgeschlossenen Rissbildung ausgegangen werden. Die Verformungen werden in diesem Zustand hauptsächlich durch die Verformungen des Stahls bestimmt. Bei der Betrachtung von stabilitätsgefährdeten Stützen, deren Tragverhalten stark von Bauteilverformungen und Steifigkeitsverhältnissen bestimmt wird, führt ein Nachweis unter den 1,3-fachen Bemessungslasten zu deutlich ungünstigeren Ergebnissen gegenüber Nachweisformaten auf Bemessungslastniveau. Aufgrund der bereits unter Bemessungslasten geringen Bauteilsteifigkeiten führt eine weitere Steigerung der Beanspruchung zu einer überproportionalen Zunahme der Verformungen und Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung. Auch in [9] wird auf dieses Problem bei Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ im Zusammenhang mit dem Nachweis von schlanken Stützen hingewiesen.

8.2.1.2 Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ beim Nachweis der Kippsicherheit

Für die Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ beim Nachweis der Kippsicherheit sind, neben den Baustofffestigkeiten, insbesondere die verformungsbestimmenden Materialkenngrößen unter Berücksichtigung möglicher Streuungen festzulegen.

Baustofffestigkeiten f_{cR} , f_{yR} und $f_{p0,1R}$

Die Baustofffestigkeiten f_{cR} , f_{yR} und $f_{p,01R}$ wirken sich direkt auf den Tragwiderstand aus und werden gegenüber DIN EN 1992-1-1 unverändert angesetzt.

Betonzugfestigkeit

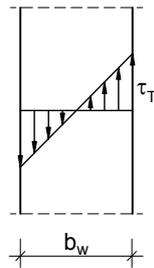
Der Übergang in den gerissenen Zustand II hat eine entscheidende Bedeutung für das Verformungsverhalten und die zusätzlichen Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung. Insbesondere führt eine Überschreitung der Betonzugfestigkeit in den Auflagerbereichen infolge Torsion zu einem starken Steifigkeitsabfall. Dieser geht mit starken Verdrehungen einher und führt zu einem überproportionalen Anstieg der Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung. Das Versagen wird durch den starken Anstieg der Verformungen eingeleitet und erfolgt entweder an den Auflagern infolge Torsion oder in Feldmitte durch eine überproportionale Zunahme der Doppelbiegung (Querbiegebeanspruchung). Diese Versagensart trifft insbesondere auf Träger ohne Stegverbreiterung in den Auflagerbereichen zu.

Da sich eine Überschreitung der Zugfestigkeit in den Auflagerbereichen durch den starken Abfall der Torsionssteifigkeit direkt auf die Kippstabilität auswirkt, wird empfohlen der nichtlineareren Berechnung als Grundwert die Zugfestigkeit auf Grundlage des charakteristischen Wertes $f_{ctk;0,05}$, in Anlehnung an den rechnerischen Wert der Druckfestigkeit, zu Grunde zu legen.

Darüber hinaus sollten die folgenden Beanspruchungsbereiche unterschieden werden:

- auflagernahe Bereiche mit vergleichsweise hoher Torsionsbeanspruchung und geringer Biegebeanspruchung
- Feldbereiche mit geringer Torsionsbeanspruchung und hoher Biegebeanspruchung um 2 Achsen (M_y , M_z)

In [80] und [98] wurden reine Torsionsversuche hinsichtlich der erreichten Betonzugfestigkeiten bei Erstrissbildung ausgewertet. Beide Untersuchungen zeigten eine deutliche Abhängigkeit von der Querschnittsform und -größe. Aus den Untersuchungen geht hervor, dass für Rechteckquerschnitte mit einem Verhältnis von $h/b \geq 2$ die Zugspannungen bei Rissbildung bei reiner Torsionsbeanspruchung gegenüber der zentrischen Zugfestigkeit um 30% höhere Werte erreichen. Mit zunehmenden Querschnittsschlankheiten nähern sich die Zugspannungen bei Erstrissbildung zunehmend dem Wert der Biegezugfestigkeit an (Bild 8.4).



Reine Torsion (Zustand I):

$$\sigma_1 = \tau_T = \frac{M_T}{W_T} \leq f_{ct}$$

Maßstabseffekt analog Biegezugfestigkeit

$$\eta_{ct} = (1,6 - b_w / 1000) \geq 1,3$$

$$M_{T,Riss} = \eta_{ct} \cdot f_{ct} \cdot W_T$$

Bild 8.4: Vorschlag für den Ansatz der Betonzugfestigkeit für das Torsionsrissmoment

Basierend auf diesen Erkenntnissen wird für Untersuchungen der Kippstabilität empfohlen die Zugfestigkeit wie folgt anzusetzen:

$$f_{ctR} = \eta_{ct} \cdot a_1 \cdot \alpha \cdot f_{ctk;0,05} \quad (8.10)$$

mit

η_{ct} Faktor zur Berücksichtigung der maßgebenden Zugfestigkeit bei der Bildung von Torsionsrissen

$\eta_{ct} = (1,6 - b_w / 1000) \geq 1,3$ in überwiegend durch Torsion beanspruchten Auflagerbereichen ($L_{Auflager} \approx L/20$) (Falls der Maßstabseffekt durch das Rechenmodell nicht erfasst wird)

b_w Stegbreite in mm

$\eta_{ct} = 1,0$ in überwiegend auf Biegung beanspruchten Bereichen

Mit $\alpha=0,85$ und $\alpha_1=0,85$ gilt auch für die Betonzugfestigkeit:

$$\frac{f_{ctR}}{f_{ctd}} = \frac{0,85 \cdot 0,85 \cdot f_{ctk;0,05}}{0,85 \cdot f_{ctk;0,05} / 1,5} = 1,275 \approx 1,3$$

Bei der Untersuchung kippgefährdeter Träger im GZT werden die Hauptzugspannungen in den Auflagerbereichen primär durch die Torsionsschubspannungen bestimmt. Die Hauptzugspannungen infolge Querkraft sind i.d.R. deutlich geringer.

Elastizitäts- und Schubmodul

Durch eine Streuung von Elastizitäts- und Schubmodul wird die Tragfähigkeit von kippgefährdeten Bauteilen indirekt über die Verformungen nach Theorie II. Ordnung und die daraus resultierenden Beanspruchungen beeinflusst. Gegenüber der Zugfestigkeit hat ein örtlich gegenüber dem Mittelwert niedrigerer Wert des E-Moduls bzw. Schubmoduls keine direkten Auswirkungen auf die Tragfähigkeit. Für das Verformungsverhalten des Gesamtbauteils ist der mittlere E-Modul längs des Bauteils maßgebend.

Bei Anwendung des „ γ_R -Verfahrens“ wird empfohlen den E-Modul mit dem Mittelwert nach DIN EN 1992-1-1 anzusetzen. Zur Erfassung möglicher Streuungen ist der E-Modul in Anlehnung an die Untersuchungen von Schießl (s.h. Abschnitt 5.2.1) unabhängig von der Zuschlagart um 15 % gegenüber dem Mittelwert abzumindern. Dabei wird vorausgesetzt,

dass die Streuungen der Grundgesamtheit i.d.R. höher sind als die am Bauteil. Darüber hinaus werden die hier untersuchten kippgefährdeten Binder i.d.R. in Fertigteilwerken unter kontrollierten Bedingungen hergestellt, so dass von eher geringen Streuungen gegenüber dem Mittelwert des E-Moduls ausgegangen werden kann.

E-Modul:

$$E_{cR} = 0,85 \cdot E_{cm} \quad (8.11)$$

Aufgrund der Kopplung von E-Modul und Schubmodul nach der Elastizitätstheorie ist die Abminderung beim Ansatz des Schubmoduls analog zu berücksichtigen. Zusätzlich ist zu klären ob die verwendete Modellierung den Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung berücksichtigt, beispielsweise durch eine dehnungsabhängige Bestimmung des Schubmoduls analog zum E-Modul anhand der nichtlinearen σ - ε -Beziehung des Betons unter Druckspannungen. Andernfalls wird in Anlehnung an Erkenntnisse aus Versuchen empfohlen, den Schubmodul insbesondere bei Spannbetonbauteilen mit 60% des linear-elastischen Wertes anzusetzen.

Schubmodul:

$$G_{cR} = \alpha_{GIT} \cdot \frac{E_{cR}}{2(1+\nu)} \quad (8.12)$$

mit

α_{GIT} Beiwert für die Berücksichtigung des Einflusses aus Mikrorissbildung falls dieser im Zustand I nicht durch das Rechenmodell berücksichtigt wird

$$\alpha_{GIT} = 1,0 \text{ (Stahlbeton)}$$

$$\alpha_{GIT} = 0,6 \text{ (Spannbeton)}$$

Die hier beschriebenen grundsätzlichen Zusammenhänge gelten sinngemäß auch für die Anwendung der im Folgenden beschriebenen Sicherheitskonzepte.

8.2.2 Verfahren der „Doppelten Buchführung“

8.2.2.1 Grundlagen

Das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ nach Quast [9] ist im deutschen nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 geregelt (DIN EN 1992-1-1/NA. 5.8.6 (3)). Heft 600 des DAfStb „zu Abschnitt 5.8.6 (3)“ empfiehlt das Verfahren als Grundlage für einen genauen Nachweis der Kippstabilität mittels nichtlinearer Berechnungen zu verwenden.

Bei dem Nachweiskonzept werden zunächst die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung unter Bemessungslasten im Rahmen einer nichtlinearen Berechnung auf Grundlage von Mittelwerten der Baustofffestigkeiten ermittelt. Dabei wird vorausgesetzt, dass lokale Schwachstellen das Verformungsverhalten des Gesamtbauteils nicht maßgeblich beeinflussen und dieses sowie die damit einhergehenden Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung realitätsnah erfasst werden. Unsicherheiten bei den Annahmen

hinsichtlich der Materialkennwerte werden durch Teilsicherheitsbeiwerte berücksichtigt. Für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung sind die Baustoffkennwerte wie folgt anzusetzen:

$$\text{Beton: } f_{cmd} = f_{cm} / \gamma_c \quad (8.13)$$

$$E_{cmd} = E_{cm} / \gamma_c \quad (8.14)$$

$$f_{ctmd} = f_{ctm} / \gamma_c \quad (8.15)$$

mit $\gamma_c = 1,5$

$$\text{Betonstahl: } f_{ymd} = f_{ym} / \gamma_s \quad (8.16)$$

$$f_{tmd} = f_{tm} / \gamma_s \quad (8.17)$$

$$E_s = 200.000 \text{ MNm}^2$$

mit $\gamma_s = 1,15$

$$\text{Spannstahl: } f_{p0,1md} = f_{p0,1m} / \gamma_s \quad (8.18)$$

$$f_{pmd} = f_{pm} / \gamma_s \quad (8.19)$$

$$E_p = 195.000 \text{ MNm}^2$$

mit $\gamma_s = 1,15$

Mit den auf dieser Grundlage ermittelten Schnittgrößen ist an den maßgebenden Stellen eine Querschnittsbemessung auf Grundlage der Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten durchzuführen.

Das Nachweisformat lautet:

$$R_d(f_{cd}, f_{yd}, f_{p01,d}) \geq E_d \quad (8.20)$$

Das Verfahren wird in der Praxis insbesondere für Nachweise von schlanken Stützen angewendet und häufig dem „ γ_R -Verfahren“ aufgrund wirtschaftlicherer Ergebnisse vorgezogen.

Für die Betrachtung von statisch unbestimmten Systemen mit dem Ziel der Ausnutzung möglicher Systemreserven durch Schnittgrößenumlagerung ist das Konzept auf Grund der zwei unabhängigen Rechengänge, der Schnittgrößenermittlung und der anschließenden Querschnittsbemessung, bei Verwendung unterschiedlicher Werkstoffgesetze allerdings nicht zielführend.

8.2.2.2 Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“ beim Nachweis der Kippsicherheit

Für die Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“ beim Nachweis der Kippsicherheit werden für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung im Folgenden, analog zum „ γ_R -Verfahren“ und auf Grundlage gleicher Überlegungen, Festlegungen hinsichtlich

der Zugfestigkeit und des Schubmoduls getroffen. Die Querschnittsbemessung erfolgt unverändert mit den Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten.

Betonzugfestigkeit

Gegenüber den Untersuchungen von schlanken Stahlbetonstützen wirken sich Überschreitungen der Zugfestigkeit in den Auflagerbereichen und der damit verbundene überproportionale Steifigkeitsabfall in größerem Maße direkt auf die Tragfähigkeit aus. Deshalb wird aufgrund des spröden Zugtragverhaltens von Beton empfohlen anstelle des Mittelwerts der Zugfestigkeit den 5%-Quantilwert zu verwenden:

$$f_{ctmd} = \eta_{ct} \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c \quad (8.21)$$

mit

η_{ct} Faktor zur Berücksichtigung der maßgebenden Zugfestigkeit bei der Bildung von Torsionsrissen

$\eta_{ct} = (1,6 - b_w / 1000) \geq 1,3$ in überwiegend durch Torsion beanspruchten Auflagerbereichen ($L_{\text{Auflager}} \approx L/20$) (Falls der Maßstabeffekt durch das Rechenmodell nicht erfasst wird)

b_w Stegbreite in mm

$\eta_{ct} = 1,0$ in überwiegend auf Biegung beanspruchten Bereichen

Elastizitäts- und Schubmodul

Der Ansatz des E-Moduls bedarf keiner Anpassung. Die Streuungen werden durch den Teilsicherheitsbeiwert γ_c in einem ausreichenden Maße abgedeckt. Der Schubmodul ist analog nach der elastizitätstheoretischen Beziehung wie folgt anzusetzen:

Schubmodul:

$$G_{cmd} = \alpha_{GI_T} \cdot \frac{E_{cmd}}{2(1+\nu)} \quad (8.22)$$

mit

α_{GI_T} Beiwert für die Berücksichtigung des Einflusses aus Mikrorissbildung falls dieser im Zustand I nicht durch das Rechenmodell berücksichtigt wird

$\alpha_{GI_T} = 1,0$ (Stahlbeton)

$\alpha_{GI_T} = 0,6$ (Spannbeton)

8.2.3 Verfahren nach Cervenka: Methode zur Schätzung des Variationskoeffizienten des Tragwiderstandes

Die von *Cervenka* ([99], [100]) vorgeschlagene Methode zur Schätzung des Variationskoeffizienten des Tragwiderstandes (Method of estimation of a coefficient of variation of resistance (ECOV-Methode)) beruht auf der Annahme einer Lognormalverteilung des Bauteilwiderstandes. Der Variationskoeffizient des Widerstands V_R wird dabei auf Grundlage zweier nichtlinearer Simulationsrechnungen jeweils auf Basis der Mittelwerte oder charakteristischen Werte der Baustoffeigenschaften wie folgt geschätzt:

$$V_R = \frac{1}{1,65} \ln\left(\frac{R_m}{R_k}\right) \quad (8.23)$$

mit

R_m Mittelwert des Tragwiderstandes, ermittelt auf Grundlage der Mittelwerte der Baustoffeigenschaften

R_k charakteristischer Wert des Tragwiderstandes, ermittelt auf Grundlage der charakteristischen Werte der Baustoffeigenschaften

Grundsätzlich handelt es sich bei dieser Vorgehensweise um eine Näherung, die nach *Cervenka* als vereinfachte Schätzung des Variationskoeffizienten des Widerstandes dient [99].

Mit dem in DIN EN 1990 zugrunde gelegten Zuverlässigkeitsindex $\beta=3,8$ für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren und dem Wichtungsfaktor $\alpha_R=0,8$ kann der globale Sicherheitsbeiwert wie folgt berechnet werden:

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \beta \cdot V_R)} = e^{(3,04 \cdot V_R)} \quad (8.24)$$

(s. Anhang C)

Der Bemessungswert des Tragwiderstandes ergibt sich damit wie folgt:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_{Rd} \cdot \gamma_R} \quad (8.25)$$

mit

γ_R Faktor zur Berücksichtigung der Unsicherheiten aus der Streuung der Baustoffkenngrößen

γ_{Rd} Faktor zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten

$\gamma_{Rd} = 1,06$ Rechenmodelle mit geringen Unsicherheiten

$\gamma_{Rd} = 1,1$ Rechenmodelle mit hohen Unsicherheiten

Für das Kippproblem wird in dieser Arbeit $\gamma_{Rd} = 1,1$ empfohlen.

Das Nachweisformat lautet:

$$R_d = \frac{R_m(f_{cm}, f_{ctm}, E_{cm}, G_{cm}, f_{ym}, f_{p0,1m})}{\gamma_{Rd} \cdot \gamma_R} \geq E_d \quad (8.26)$$

Das Verfahren wurde in den fib Model Code 2010 Abschnitt 7.11.3.3.2 aufgenommen.

Für die Anwendung ist die Kenntnis der charakteristischen und mittleren Baustoffkenngrößen notwendig. Für die im Abschnitt 8.3 durchgeführten Berechnungen werden Materialkenngrößen nach DIN EN 1992-1-1 angesetzt. Der charakteristische Wert des E-Moduls kann in Anlehnung an [101] bei Annahme einer Lognormalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von 15% ermittelt werden.

8.2.4 Nichtlineare Berechnungen auf Grundlage von Bemessungswerten

8.2.4.1 Allgemeines

Das Teilsicherheitskonzept stellt die Grundlage für die konventionelle Bemessung auf Querschnittsebene dar. Dabei werden zunächst die Schnittgrößen unter γ_F -fachen Lasten ermittelt, für die anschließend die Querschnitte auf Grundlage der Spannungs-Dehnungs-Linien für die Bemessung nachzuweisen sind.

Im fib Model Code 2010, Abschnitt 7.11.3.4 [72] und DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 5.8.6 (ohne die Ergänzung des NA) wird vorgeschlagen den Bemessungswert des Tragwiderstandes eines Bauwerks auf Grundlage der Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten im Rahmen einer nichtlinearen Traglastberechnung zu bestimmen. Der Nachweis der Tragsicherheit gilt als erfüllt wenn die Systemtraglast unter Bemessungslasten nicht überschritten wird:

$$R_d = R(f_{cd}, f_{ctd}, f_{yd}, f_{td}) \geq E_d \quad (8.27)$$

8.2.4.2 Anwendung des Verfahrens beim Nachweis der Kippstabilität

Im Gegensatz zur regulären Bemessung sind für die nichtlineare Berechnung für den Beton, neben den Bemessungswerten der Betondruckfestigkeit, auch die Bemessungswerte der Betonzugfestigkeit, des E-Moduls und Schubmoduls sowie eine angepasste σ - ε -Beziehung für den Druckbereich erforderlich. Im Folgenden werden Vorschläge für die erforderlichen Parameter gemacht.

Beton

Die Betondruckfestigkeit ist analog zur üblichen Bemessung auf Querschnittsebene wie folgt anzusetzen:

$$f_{cd} = \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad (8.28)$$

EN 1992-1-1 enthält in Bezug auf den E-Modul lediglich Angaben zu den Mittelwerten. Insbesondere bei Nachweisen nach Theorie II. Ordnung, bei denen die Tragfähigkeit durch Verformung beeinflusst wird, sollte im Rahmen einer nichtlinearen Berechnung auf Grundlage von Bemessungswerten der Bemessungswert des E-Moduls verwendet werden.

Für die Verteilung des Elastizitätsmoduls wird in [101] eine Lognormalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von 15% angegeben. Unter dieser Annahme wird nachfolgend der Bemessungswert des E-Moduls als 0,1%-Quantilwert wie folgt angesetzt:

$$E_{cd} = \frac{E_{ck;0,05}}{\gamma_{cE}} = \frac{0,77 \cdot E_{cm}}{1,5} = 0,51 \cdot E_{cm} \quad (8.29)$$

Alternativ:

1. Normalverteilung

$$\begin{aligned} E_{cd} &= E_{ck;0,001} = E_{cm} - 0,8 \cdot 3,8 \cdot s \\ &= E_{cm} (1 - 0,8 \cdot 3,8 \cdot V) \\ &= E_{cm} (1 - 0,8 \cdot 3,8 \cdot 0,15) \\ &= 0,55 E_{cm} \end{aligned} \quad (8.30)$$

mit

s Standardabweichung

$$s = V \cdot E_{cm}$$

V Variationskoeffizient

2. Annahme, dass der E-Modul bezogen auf den Mittelwert nach Norm innerhalb einer Bandbreite $\pm 15\%$ streut (in Anlehnung an [73])

$$E_{cd} = \frac{0,85 \cdot E_{cm}}{\gamma_{cE}} = 0,57 \cdot E_{cm} \quad (8.31)$$

mit $\gamma_{cE} = 1,5$

Die Unsicherheiten aus den unterschiedlichen Gesteinsarten werden durch diesen Ansatz mit $\gamma_{cE} = 1,5$ als abgedeckt angesehen.

Der Schubmodul ergibt sich nach der Elastizitätstheorie entsprechend zu:

$$G_{cd} = \frac{E_{cd}}{2(1+\nu)} \quad (8.32)$$

Bei der Untersuchung von kippgefährdeten Trägern ist die Mikrorissbildung insbesondere bei Spannbetonträgern zu berücksichtigen. Erfolgt durch die verwendete Materialmodellierung keine beanspruchungsabhängige Abminderung des Schubmoduls in Abhängigkeit vom Tangentenmodul an die gekrümmte σ - ε -Linie kann die Mikrorissbildung durch eine Abminderung des Schubmoduls näherungsweise pauschal wie folgt berücksichtigt werden:

$$G_{cd} = \alpha_{GIT} \cdot \frac{E_{cd}}{2(1+\nu)} \quad (8.33)$$

mit

α_{GIT} Beiwert für die Berücksichtigung des Einflusses aus Mikrorissbildung falls dieser im Zustand I nicht durch das Rechenmodell berücksichtigt wird

$$\alpha_{GI_T} = 1,0 \text{ (Stahlbeton)}$$

$$\alpha_{GI_T} = 0,6 \text{ (Spannbeton)}$$

Die Spannungs-Dehnungs-Linie wird entsprechend DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 3.1.5 wie folgt zugrunde gelegt.

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \eta} \quad (8.34)$$

mit $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$

$$k = 1,05 \cdot E_c \cdot |\varepsilon_{c1}| / f_c$$

Dabei ist

ε_{c1} die Stauchung beim Höchstwert der Betondruckspannung

$$\varepsilon_{c1} = 9,4 \cdot 10^{-4} \cdot f_c^{1/4} \text{ Ansatz nach [102]}$$

in diesem Fall mit $f_c = f_{cd}$

E_c $E_c = E_{cd}$ Bemessungswert des Elastizitätsmoduls

f_c $f_c = f_{cd}$ Höchstwert der ertragenen Betondruckspannung als Bemessungswert der Betondruckfestigkeit

Die Zugfestigkeit wird mit ihrem Bemessungswert f_{ctd} wie folgt angesetzt:

$$f_{ctd} = \eta_{ct} \cdot \alpha \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c \quad (8.35)$$

mit

η_{ct} Faktor zur Berücksichtigung der maßgebenden Zugfestigkeit bei der Bildung von Torsionsrissen

$\eta_{ct} = (1,6 - b_w / 1000) \geq 1,3$ in überwiegend durch Torsion beanspruchten Auflagerbereichen ($L_{\text{Auflager}} \approx L/20$) (Falls der Maßstabeffekt durch das Rechenmodell nicht erfasst wird)

b_w Stegbreite in mm

$\eta_{ct} = 1,0$ in überwiegend auf Biegung beanspruchten Bereichen

$$\gamma_c = 1,5$$

Beton- und Spannstahl

Für den Beton- und Spannstahl sind jeweils die Bemessungswerte der Streckgrenze und der Zugfestigkeit sowie die E-Moduli mit $E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2$ und $E_p = 195.000 \text{ MN/m}^2$ anzusetzen.

8.3 Untersuchungen zu den Sicherheitskonzepten durch vergleichende Anwendung auf Praxisbeispiele

Die nachfolgende Untersuchung bezüglich der dargestellten Sicherheitskonzepte hinsichtlich der daraus resultierenden Größe des Bemessungswertes R_d erfolgt durch Vergleichsrechnungen an typischen Bindergeometrien aus dem Fertigteilbau. Aufgrund des hohen numerischen Aufwandes ist im Rahmen dieser Arbeit eine Ermittlung des Bemessungswertes des Tragwiderstandes R_d mit voll-probabilistischen Methoden nicht möglich. Als Maßstab für das erreichte Sicherheitsniveau mit den verschiedenen Konzepten werden daher die Ergebnisse von Vergleichsrechnungen mit üblichen und in der Baupraxis bewährten Näherungsverfahren zugrunde gelegt.

Im Folgenden werden vier unterschiedliche Bindertypen untersucht. Zunächst werden die aufnehmbaren Traglasten mit dem Näherungsverfahren von *Pauli* und einem praxisüblichen Softwareprogramm für den Nachweis der Kippstabilität auf Grundlage des Verfahrens nach *Mehlhorn et al.* ermittelt. Im Anschluss daran wird das jeweilige Traglastniveau mittels nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen auf Basis der unterschiedlichen Sicherheitskonzepte mit den vorgestellten vereinfachten Verfahren bestimmt.

8.3.1 Anwendungsbeispiele

Bei den untersuchten Beispielträgern handelt es sich um Einfeldträger aus Stahl- oder Spannbeton unter Gleichstreckenlasten. Die Auflager sind als Gabellager ausgebildet. Die Binder sind nach DIN EN 1992-1-1, Abschnitt 5.9 als kipgefährdet einzustufen, so dass ein genauer Kippsicherheitsnachweis nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens zu führen ist.

Bei den nichtlineareren Berechnungen werden einheitlich geometrische Ersatzimperfectionen entsprechend der 1. Eigenform mit einem maximalen Stich der Größe $e_i = L_{eff}/300$ angesetzt. Darüber hinaus werden die sich infolge Kriechens des Betons unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination und Ansatz von geometrischen Ersatzimperfectionen ergebenden Zuwächse der seitlichen Horizontalauslenkungen und Trägerverdrehungen als zusätzliche Vorverformungen berücksichtigt.

Der Vergleich der Sicherheitskonzepte erfolgt durch eine Gegenüberstellung des Bemessungslastniveaus und der maximal aufnehmbaren Beanspruchung bei Anwendung des jeweiligen Nachweisverfahrens. Das Verhältnis wird mittels eines Traglastfaktor λ_u beschrieben:

$$\lambda_u = \frac{e_{u,FEM}}{e_{Ed}}$$

mit $e_{u,FEM}$ Traglast aus numerischer Simulationsberechnung (FEM)

e_{Ed} Bemessungslast infolge der maßgebenden Einwirkungskombination

Beispiel 1: Satteldachbinder Spannbeton

Bei dem ersten Beispielträger handelt es sich um einen vorgespannten Satteldachbinder mit einer Länge von 30 m. Die Querschnittshöhe in Feldmitte beträgt 1,70 m, zu den Auflagerbereichen fällt sie auf 0,95 m ab. Der Querschnitt ist mit einer durchgehenden Obergurtverbreiterung ausgebildet. Zu beachten ist, dass der Steg in den Auflagerbereichen nicht verbreitert ausgeführt ist. Der Binder ist in Bild 8.5 mit allen für die Berechnung erforderlichen Angaben dargestellt.

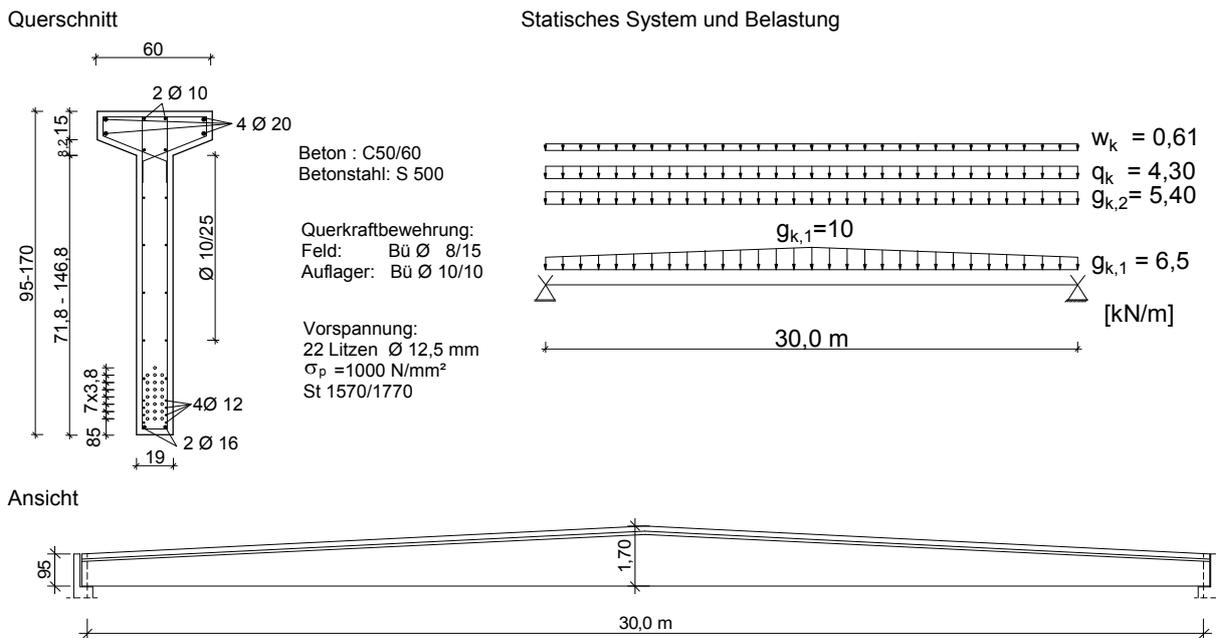


Bild 8.5: Beispielbinder 1: Spannbetonträger, konstruktive Ausbildung, statisches System und Belastung [10]

Nachweise mit in der Praxis üblichen und bewährten Verfahren

Für einen Vergleich des erreichten Sicherheitsniveaus mit den verschiedenen Vorschlägen für das Sicherheitskonzept werden im Folgenden die prinzipielle Vorgehensweise und die grundlegenden Annahmen bei Anwendung der Näherungsverfahren von *Pauli* und eines Softwareprogramms für Kippprobleme als praxisübliche Referenzlösungen kurz dargestellt.

Berechnung mit dem Verfahren nach Pauli [1]

Das Nachweisverfahren von *Pauli* wurde in Abschnitt 2.3.4 beschrieben. Hierbei sind zwei Grenzfallbetrachtungen, zweiachsige Biegung in Feldmitte und Torsion am Auflager, durchzuführen. Für den jeweiligen Grenzfall wird die zugehörige maximal mögliche Trägerverdrehung in Feldmitte ermittelt. Unter Ansatz der maßgebenden Trägerverdrehung und geometrischer Ersatzimperfectionen unter Berücksichtigung des Kriechens und des Steifigkeitsabfalls infolge Rissbildung wird die maximale seitliche Auslenkung des Trägers unter den Bemessungslasten bestimmt. Unter Annahme eines parabelförmigen Verlaufs der horizontalen Verformungen und Berücksichtigung der Trägerverdrehungen werden die Torsionsmomente an den Auflagern ermittelt. Diese dürfen dabei das Torsionsrissmoment nicht überschreiten.

Hierbei ist das Torsionsrissmoment auf Grundlage des Torsionswiderstandsmoments W_T für dickwandige Querschnitte und mit dem Mittelwert der Zugfestigkeit zu ermitteln. Dabei wird nicht zwischen Stahlbeton und Spannbeton unterschieden. Die Wirkung der Vorspannung wird auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt.

Für den untersuchten Beispielbinder entspricht das Torsionsmoment am Gabelauflager unter Bemessungslasten gerade dem rechnerischen Torsionsrissmoment ($M_{T,Riss} = f_{ctm} \cdot W_T$). Die Kippsicherheit des Trägers kann mit dem Verfahren nach *Pauli* nachgewiesen werden. Dabei entspricht das Traglastniveau ($\lambda_u = 1,04$) in etwa dem Bemessungslastniveau.

Berechnung mit einem praxisüblichen Softwareprogramm für die Untersuchung von Kippproblemen

Das verwendete Softwareprogramm basiert auf dem Näherungsverfahren von *Mehlhorn et al.* [30]. Im Abschnitt 2.3.5 wurden die wesentlichen Grundlagen erläutert. Es wurde dabei insbesondere auf die Annahmen der verwendeten Softwarelösung bezüglich einer Abminderung der Torsionssteifigkeit bei vorgespannten Trägern eingegangen. Bei Anwendung des Verfahrens nach *Mehlhorn et al.* wird der Nachweis der Kippsicherheit im Wesentlichen auf einen Nachweis zweiachsiger Biegung zurückgeführt. Auch hier erfolgt die Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der Rissbildung. Gegenüber dem Verfahren von *Pauli* finden die Auswirkungen einer Überschreitung des Torsionsrissmomentes an den Auflagern keine Berücksichtigung. Darüber hinaus wird, wie im Abschnitt 2.3.5 gezeigt, der Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Mikrorissbildung durch die Softwarelösung nicht berücksichtigt. Daher wird für den hier betrachteten Binder gegenüber dem Verfahren von *Pauli* ein deutlich höheres Traglastniveau erreicht ($\lambda_u = 1,22$). Das Torsionsmoment am Auflager erreicht unter diesem Beanspruchungsniveau 130 kNm und überschreitet damit das Torsionsrissmoment $M_{T,Riss}(f_{ctm}) = 89$ kNm. Gegenüber dem Verfahren von *Pauli* wird hier das Torsionsrissmoment unter Berücksichtigung der Vorspannwirkung ermittelt, dabei wird vereinfacht eine zentrische Vorspannung zugrunde gelegt. Unter der Annahme, dass die Überschreitung der Torsionsrisschnittgröße im Auflagerbereich infolge des Steifigkeitsabfalls den Versagenszustand einleitet, wird die Traglast für das betrachtete Beispiel mit der Software allerdings überschätzt.

In der Praxis werden die Stege in den Auflagerbereichen mit hoher Torsionsbeanspruchung gegenüber den Feldbereichen häufig verbreitert ausgeführt, so dass das Torsionsrissmoment unter Bemessungslasten meist nicht erreicht wird. Bei einer solchen konstruktiven Ausbildung der auflagnahen Bereiche sind daher deutlich geringere Abweichungen zwischen den beiden Lösungen zu erwarten (vgl. Beispiel 2).

Nachweise auf Grundlage der nichtlinearen FEM in Kombination mit den unterschiedlichen Sicherheitskonzepten

Der Spannbetonbinder wird mit nichtlinearen Schalenelementen modelliert. Die Materialkennwerte werden für das jeweils verwendete Sicherheitskonzept nach Abschnitt 8.2 ermittelt und in Tabelle 8.1 zusammengestellt.

Tabelle 8.1: Materialkennwerte für die Anwendung der unterschiedlichen Sicherheitsformate

			γ_R - Verfahren	„Doppelte Buchführung“		ECOV Methode		Bemessungs- -werte
Beton			f_R	f_m	f_d	f_m	f_k	f_d
Druckfestigkeit	f_c	MN/m ²	36,13	38,66	28,33	58	50	28.33
Zugfestigkeit	f_{ct}	MN/m ²	2,07	1,91		4,1	2,9	1,64
	$\eta_{ct} \cdot f_{ct}$	MN/m ²	2,92	2,67		5,74	4,06	2,30
E-Modul	E_c	MN/m ²	31.705	24.866		37.300	28.721	20.515
Schubmodul	G_c	MN/m ²	7.926	6216		9325	7180	5.125
Betonstahl								
Streckgrenze	f_y	MN/m ²	550	478	435	550	500	435
Zugfestigkeit	f_t	MN/m ²	594	516	478	594	550	478
Spannstahl								
Streckgrenze	$f_{p0,1}$	MN/m ²	1650	1434	1304	1650	1500	1304
Zugfestigkeit	f_p	MN/m ²	1947	1694	1539	1947	1770	1539

In Bild 8.6 und Tabelle 8.2 werden die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnungen auf Grundlage der unterschiedlichen Sicherheitskonzepte sowie der beiden praxisüblichen Näherungsverfahren gegenübergestellt.

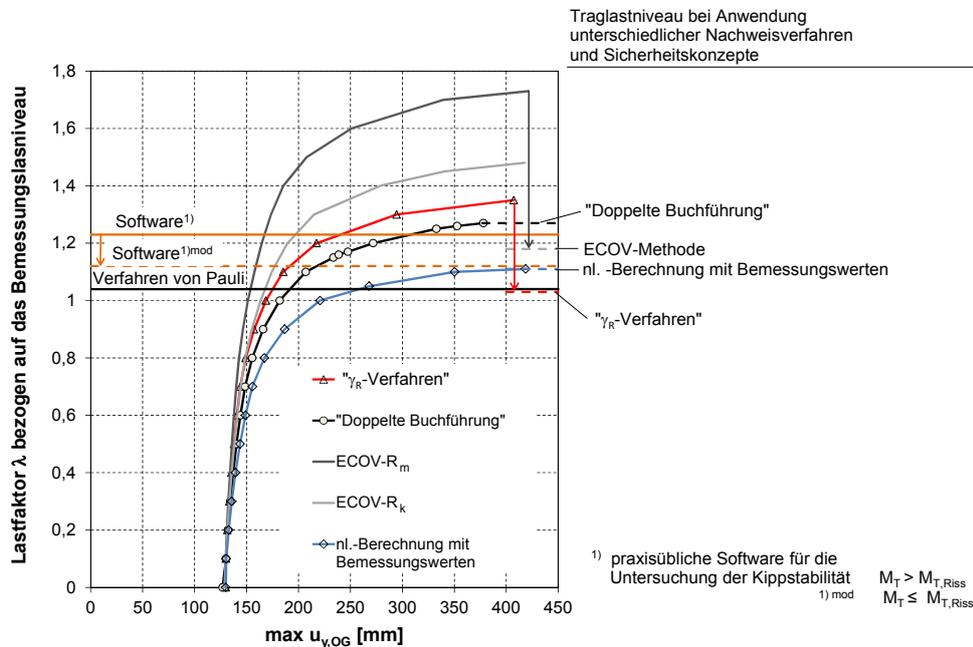


Bild 8.6: Beispiel 1: Last-Verformungskurven bei Ansatz unterschiedlicher Baustoffkennwerte in Abhängigkeit vom verwendeten Sicherheitskonzept und Gegenüberstellung der aufnehmbaren Traglasten bezogen auf das Bemessungsniveau $\lambda = 1,0$

Tabelle 8.2: Gegenüberstellung der Ergebnisse für den Beispielträger 1

Verfahren	Traglastfaktor λ bezogen auf das Bemessungslastniveau	Globaler Faktor λ_u für die Tragsicherheit bezogen auf das Bemessungslastniveau
Pauli	-	1,04
Softwarelösung ¹⁾	-	1,22 ($M_T > M_{T,Riss}(f_{ctm})$): nicht zulässig! 1,12 ($M_T \leq M_{T,Riss}(f_{ctm})=89 \text{ kNm}$) ²⁾
" γ_R -Verfahren"	$\lambda(f_R)=1,34$	$\lambda(f_R)/\gamma_R=1,03$
„Doppelte Buchführung“	Querschnittstragfähigkeit (f_d) (Schnittgrößenermittlung (f_m))	1,27 1,27)
Cervenka	$\lambda(f_m) = 1,73$ $\lambda(f_k) = 1,48$ $\gamma_R = 1,33$ $\gamma_{Rd} = 1,1$ $\gamma_R \cdot \gamma_{Rd} = 1,46$	$\frac{\lambda(f_m)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}} = 1,18$
Traglastberechnung auf der Grundlage von Bemessungswerten	$\lambda(f_d)=1,11$	1,11

¹⁾ praxisübliche Software für die Untersuchung der Kippstabilität

²⁾ $M_{T,Riss}$ wurde unter Berücksichtigung der Vorspannung ermittelt, vereinfacht wurde dabei eine zentrische Vorspannwirkung zugrunde gelegt ($\sigma_{cp} = -P_{m\infty}/A_c$)

Auffallend ist, dass mit dem Konzept der „Doppelten Buchführung“ gegenüber den anderen Verfahren ein deutlich höheres Traglastniveau erreicht wird. Die Betrachtung der Last-Verformungskurven in Bild 8.6 zeigt, dass bei allen Traglastberechnungen unabhängig vom Ansatz der Materialkennwerte sich das Versagen durch eine starke Zunahme der Horizontalverformungen bei etwa 85-90% der maximalen Traglast ankündigt. Bei diesem Lastniveau wird an den Auflagern die Betonzugfestigkeit infolge Torsion überschritten. Bei weiterer Laststeigerung steigen die Verformungen und die Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung überproportional stark an bis das Bauteil schließlich rechnerisch versagt. Das Versagen erfolgt entweder in den Auflagerbereichen infolge Torsion oder in Feldmitte infolge Doppelbiegung.

In Bild 8.7 sind die Beanspruchungen infolge Querbiegung und Torsion für die maßgebenden Querschnitte, die sich im Rahmen der nichtlinearen Schnittgrößenermittlung bei Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“ einstellen, den Grenztragfähigkeiten bei Ansatz der Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten gegenübergestellt. In beiden Fällen kann die Tragfähigkeit für das Lastniveau $\lambda=1,27$ nachgewiesen werden. Aufgrund des starken Steifigkeitsabfalls ist bei der nichtlinearen Schnittgrößenermittlung bei gleichem Lastniveau trotz höherer Baustofffestigkeiten auf Grundlage von Mittelwerten (f_m) gegenüber der Querschnittstragfähigkeit mit Bemessungswerten (f_d) keine weitere Laststeigerung mehr möglich.

Die nach Theorie II. Ordnung ermittelte Tragfähigkeit kippgefährdeter Bauteile wird entscheidend durch den Verlust der Steifigkeit beeinflusst. Anhand des Beispiels wird

deutlich, dass bei Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“ durch die entkoppelte Betrachtung der nichtlinearen Beanspruchungsermittlung einerseits und der Querschnittstragfähigkeit andererseits die eigentliche Versagensursache unter Umständen nicht ohne Weiteres erkannt wird. Das Versagen wird als Stabilitätsversagen durch Abfall der Torsionssteifigkeit an den Auflagern ausgelöst. Bei der Betrachtung von Kippproblemen müssen daher, um den Versagensmechanismus zu erkennen, das Last-Verformungsverhalten, die Steifigkeiten und der Bauteilwiderstand im Zusammenhang betrachtet und beurteilt werden.

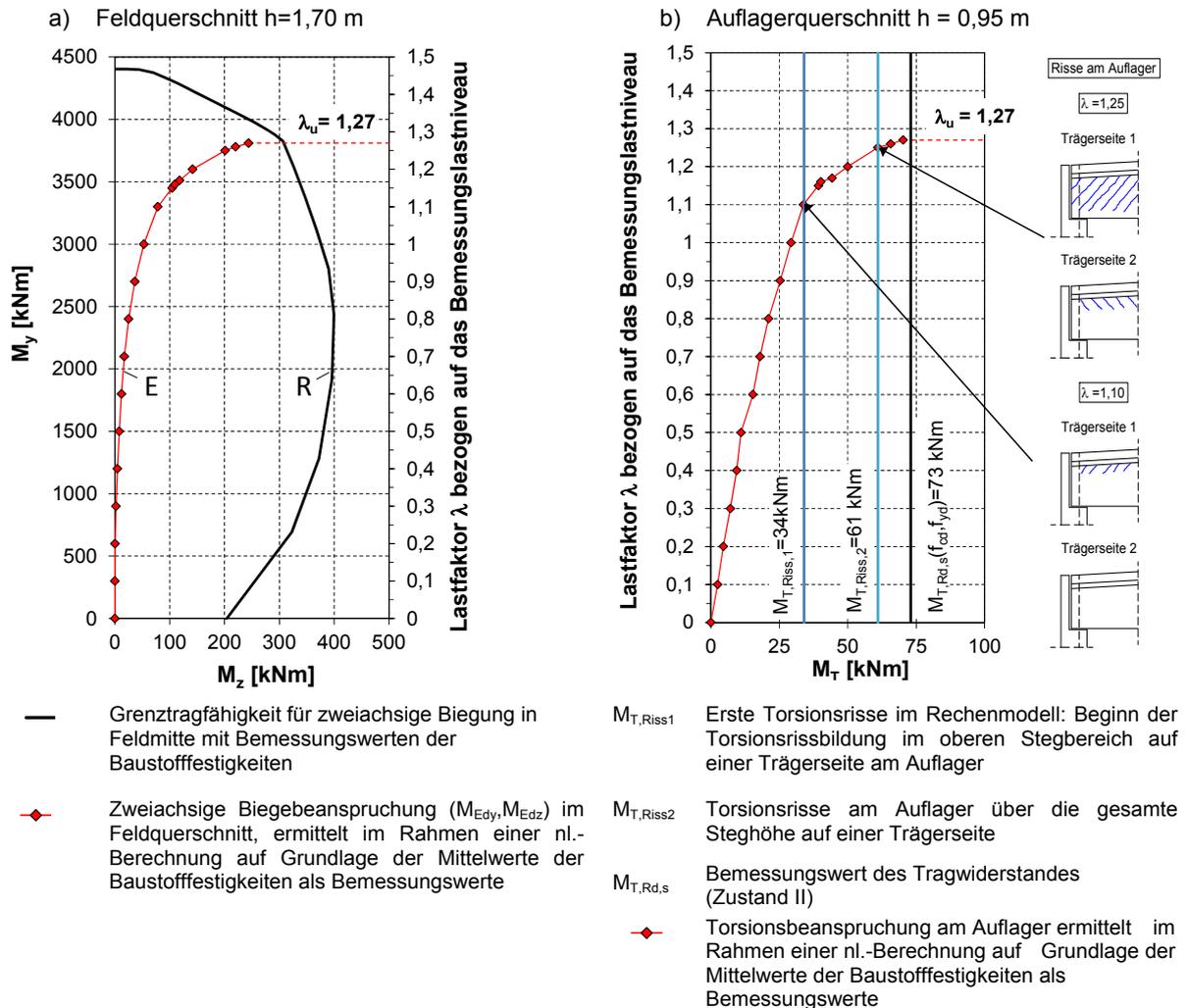


Bild 8.7: Beispiel 1: Beanspruchung und Tragfähigkeit für zweiachsige Biegung und Torsion in den maßgebenden Querschnitten bei Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“

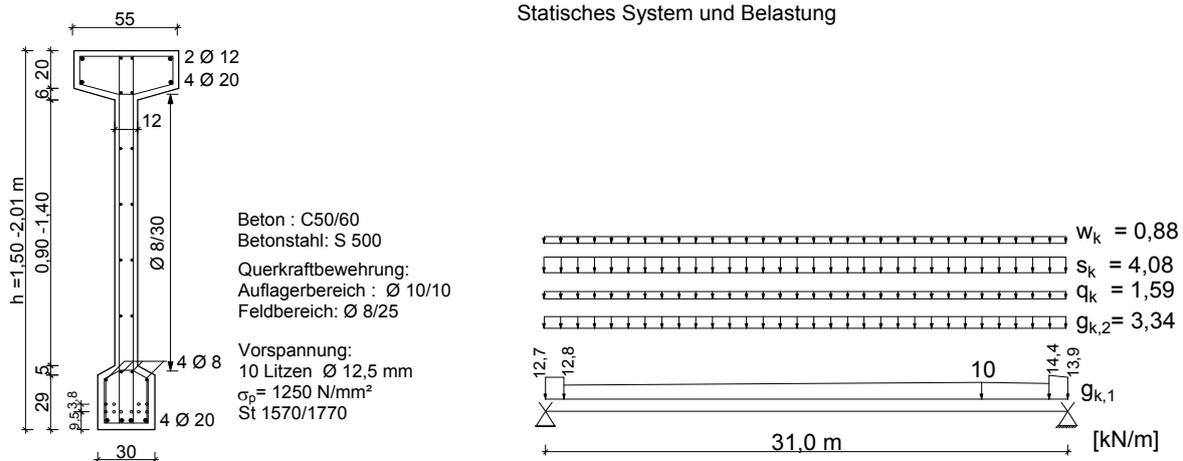
Wie das Beispiel zeigt, erstreckt sich die Torsionsrissbildung mit einhergehendem Abfall der Torsionssteifigkeit bei dem vorgespannten Querschnitt über einen gewissen Laststeigerungsbereich (zwischen $\lambda=1,1$ und $\lambda=1,25$). Dies ist eine Folge davon, dass die Längsspannungen über die Querschnittshöhe nicht konstant sind.

Eine abschließende Beurteilung der Ergebnisse wird in Abschnitt 8.3.2 anhand des Vergleichs aller Beispielrechnungen vorgenommen.

Beispiel 2: Spannbetonbinder mit geneigtem Obergurt und einer Stegverbreiterung im Auflagerbereich

Bei dem folgenden Beispiel handelt es sich um einen Spannbetonbinder mit einem geneigten Obergurt und einer Gesamtlänge von 31 m. Der Querschnitt ist mit einer Obergurt- und Untergurtverbreiterung ausgebildet. In den Auflagerbereichen werden die Stege jeweils auf die Untergurtbreite von 30 cm verbreitert. Die maximale Querschnittshöhe beträgt 2,01 m, zu den Auflagerbereichen fällt sie auf 1,50 m bzw. 1,63 m ab. Die konstruktive Ausbildung des Binders mit allen für die Berechnung erforderlichen Angaben ist in Bild 8.8 dargestellt.

Querschnitt



Ansicht

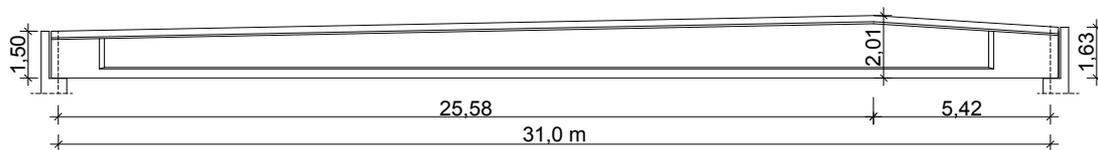


Bild 8.8: Beispielbinder 2: Spannbetonträger, konstruktive Ausbildung, statisches System und Belastung

Die Materialkennwerte können Tabelle 8.1 entnommen werden. In Bild 8.9 und Tabelle 8.3 sind die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnungen auf Grundlage der unterschiedlichen Sicherheitskonzepte sowie der beiden Näherungsverfahren gegenübergestellt.

Auch bei diesem Beispiel liefert das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ die höchsten Traglasten. Im Gegensatz zum vorangegangenen Beispiel ist der Unterschied gegenüber den anderen Verfahren jedoch deutlich geringer. Dies ist auf die Stegverbreiterung an den Auflagern zurückzuführen.

Die Steifigkeitsänderungen resultieren bei diesem Beispiel bis kurz vor dem Versagen hauptsächlich aus der Rissbildung im Feldbereich infolge der Biegebeanspruchung. Daher ist auch bei Anwendung des Softwareprogramms der Unterschied gegenüber den anderen Verfahren, im Gegensatz zum vorangegangenen Beispiel, deutlich geringer. Die Vernachlässigung des Abfalls der Torsionssteifigkeit bei Überschreitung des

Torionsrissmomentes durch das Rechenmodell kommt hier bei Anwendung des Softwareprogramms nicht zum Tragen.

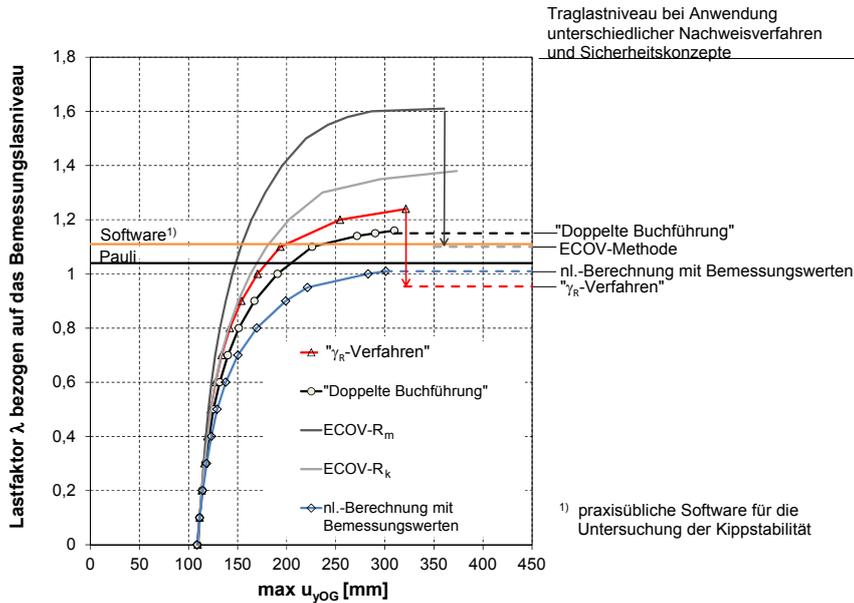


Bild 8.9: Beispiel 2: Last-Verformungskurven bei Ansatz unterschiedlicher Baustoffkennwerte in Abhängigkeit vom Sicherheitskonzept und Gegenüberstellung der aufnehmbaren Traglasten bezogen auf das Bemessungsniveau bei $\lambda = 1,0$

Tabelle 8.3: Gegenüberstellung der Ergebnisse für den Beispielträger 2

Verfahren	Traglastfaktor λ bezogen auf das Bemessungslastniveau	Globaler Faktor λ_u für die Tragsicherheit bezogen auf das Bemessungslastniveau
Pauli	-	1,04
Softwarelösung ¹⁾	-	1,11 ($M_T < M_{T,Riss}(f_{ctm})$) ²⁾
" γ_R -Verfahren"	$\lambda(f_R)=1,24$	$\lambda(f_R)/\gamma_R = 0,95$
„Doppelte Buchführung“	Querschnittstragfähigkeit (f_d) (Schnittgrößenermittlung (f_m))	1,15 1,17)
Cervenka	$\lambda(f_m) = 1,61$ $\lambda(f_k) = 1,38$ $\gamma_R = 1,33$ $\gamma_{Rd} = 1,1$ $\gamma_R \cdot \gamma_{Rd} = 1,46$	$\frac{\lambda(f_m)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}} = 1,10$
Traglastberechnung auf der Grundlage von Bemessungswerten	$\lambda(f_d)=1,01$	1,01

¹⁾ praxisübliche Software für die Untersuchung der Kippstabilität

²⁾ $M_{T,Riss}$ wurde unter Berücksichtigung der Vorspannung ermittelt, vereinfacht wurde dabei eine zentrische Vorspannwirkung zugrunde gelegt ($\sigma_{cp} = -P_m / A_c$)

Beispiel 3: Parallelgurtiger Spannbetonbinder

Beim Beispiel 3 handelt es sich um einen parallelgurtigen Spannbetonbinder mit einer Ober- und Untergurtverbreiterung und einer Gesamtlänge von 25,40 m. Die Trägerhöhe beträgt 1,20 m. In den Auflagerbereichen werden die Stege nicht verstärkt ausgeführt. Die konstruktive Ausbildung des Binders mit allen für die Berechnung erforderlichen Angaben ist in Bild 8.10 dargestellt. Die Materialkennwerte für die Anwendung der unterschiedlichen Sicherheitsformate sind in Tabelle 8.4 zusammengestellt.

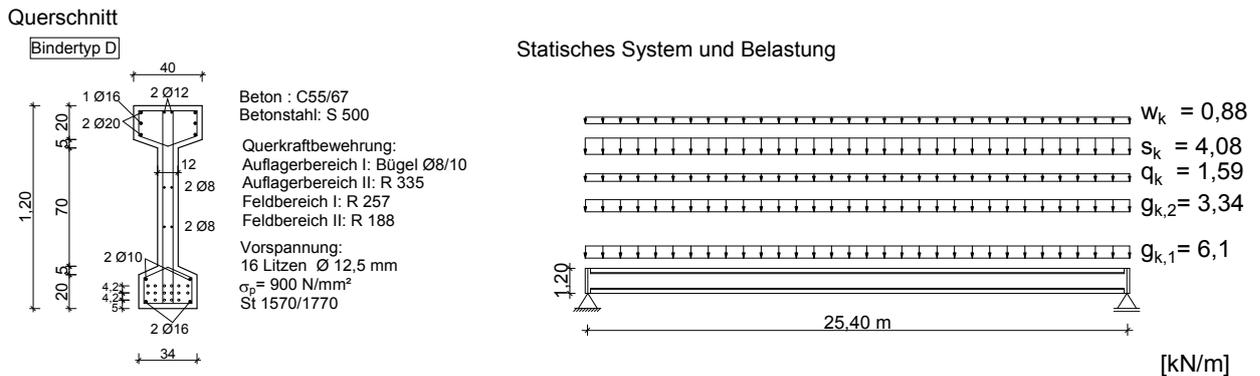


Bild 8.10: Beispielbinder 3: Spannbetonträger, konstruktive Ausbildung, statisches System und Belastung

Tabelle 8.4: Materialkennwerte für die Anwendung der unterschiedlichen Sicherheitsformate

			γ_R - Verfahren	„Doppelte Buchführung“	ECOV Methode		Bemessungs- werte	
Beton			f_R	f_m	f_d	f_m	f_k	f_d
Druckfestigkeit	f_c	MN/m ²	39,73	42	31,16	63	55	31,16
Zugfestigkeit	f_{ct}	MN/m ²	2,16	2		4,2	3	1,7
	$\eta_{ct} \cdot f_{ct}$	MN/m ²	2,81	2,6		5,46	3,9	2,21
E-Modul	E_c	MN/m ²	32470	25466		38200	29414	21010
Schubmodul	G_c	MN/m ²	8117	6366		9500	7353	5252
Betonstahl								
Streckgrenze	f_y	MN/m ²	550	478	435	550	500	435
Zugfestigkeit	f_t	MN/m ²	594	516	478	594	550	478
Spannstahl								
Streckgrenze	$f_{p0,1}$	MN/m ²	1650	1434	1304	1650	1500	1304
Zugfestigkeit	f_p	MN/m ²	1947	1694	1539	1947	1770	1539

Die Ergebnisse können Bild 8.11 und Tabelle 8.5 entnommen werden. Auch bei diesem Beispiel zeigt sich in den Ergebnissen die Tendenz der vorangegangenen Beispiele. Mit der Softwarelösung und dem Verfahren der „Doppelten Buchführung“ ergeben sich die höchsten Traglasten während die mit den anderen Verfahren ermittelten Traglasten um bis zu 20% niedriger ausfallen.

Bei Anwendung der Softwarelösung wird bis zum Erreichen der Versagenslast das Torsionsrissmoment an den Auflagern nicht überschritten. Das Versagen erfolgt in Feldmitte infolge Doppelbiegung. Die deutlich höhere Traglast gegenüber den anderen Verfahren ist auf die Vernachlässigung der Auswirkungen infolge Mikrorissbildung insbesondere beim Ansatz der Torsionssteifigkeit in den ungerissenen Auflagerbereichen zurückzuführen.

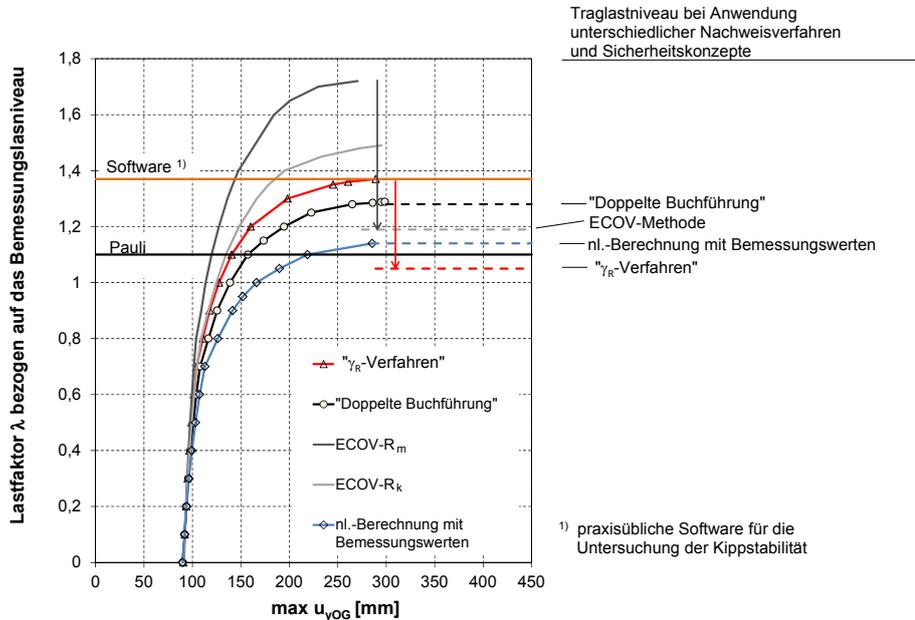


Bild 8.11: Beispiel 3: Last-Verformungskurven bei Ansatz unterschiedlicher Baustoffkennwerte in Abhängigkeit vom Sicherheitskonzept und Gegenüberstellung der aufnehmbaren Traglasten bezogen auf das Bemessungsniveau bei $\lambda = 1,0$

Tabelle 8.5: Gegenüberstellung der Ergebnisse für den Beispielträger 3

Verfahren	Traglastfaktor λ bezogen auf das Bemessungsniveau	Globaler Faktor λ_u für die Tragsicherheit bezogen auf das Bemessungsniveau
Pauli	-	1,10
Softwarelösung ¹⁾	-	1,37 ($M_T \approx M_{T,Riss} (f_{ctm})^{2)}$)
" γ_R -Verfahren"	$\lambda(f_R)=1,37$	$\lambda(f_R)/\gamma_R = 1,05$
„Doppelte Buchführung“	Querschnittstragfähigkeit (f_d)	1,28
	(Schnittgrößenermittlung (f_m))	1,29)
Cervenka	$\lambda(f_m) = 1,73$	$\frac{\lambda(f_m)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}} = 1,19$
	$\lambda(f_k) = 1,49$	
	$\gamma_R = 1,31$	
	$\gamma_{Rd} = 1,1$	
	$\gamma_R \cdot \gamma_{Rd} = 1,45$	
Traglastberechnung auf der Grundlage von Bemessungswerten	$\lambda(f_d)=1,14$	1,14

¹⁾ praxisübliche Software für die Untersuchung der Kippstabilität

²⁾ $M_{T,Riss}$ wurde unter Berücksichtigung der Vorspannung ermittelt, vereinfacht wurde dabei eine zentrische Vorspannwirkung zugrunde gelegt ($\sigma_{cp} = -P_{m\infty}/A_c$)

Beispiel 4: Parallelgurtiger Stahlbetonbinder

Im Folgenden wird ein Stahlbetonbinder mit einer Obergurtverbreiterung und ohne Stegverstärkung in den Auflagerbereichen betrachtet. Der Träger hat eine konstante Höhe von 1,60 m und einer Länge von 18 m. Das Beispiel wurde [33] entnommen. Die konstruktive Ausbildung des Binders mit allen für die Berechnung erforderlichen Angaben ist in Bild 8.12 dargestellt. Die Materialkennwerte für die Anwendung der unterschiedlichen Sicherheitsformate sind in Tabelle 8.6 zusammengestellt.

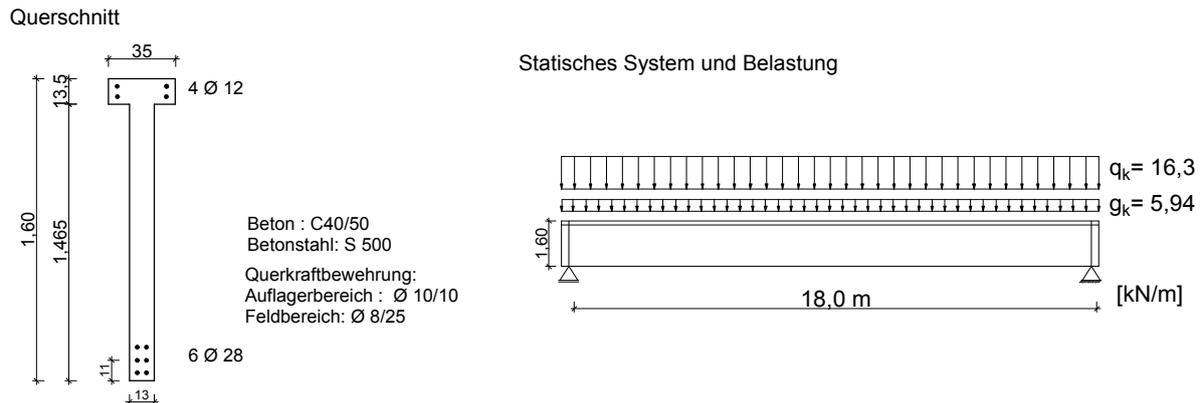


Bild 8.12: Beispielbinder 4: Stahlbetonträger, konstruktive Ausbildung, statisches System und Belastung [33]

Tabelle 8.6: Materialkennwerte für die Anwendung der unterschiedlichen Sicherheitsformate

			γ_R - Verfahren	„Doppelte Buchführung“		ECOV Methode		Bemessungs- werte
Beton			f_R	f_m	f_d	f_m	f_k	f_d
Druckfestigkeit	f_c	MN/m ²	28,9	32	22,66	48	40	22,66
Zugfestigkeit	f_{ct}	MN/m ²	1,80	1,66		3,5	2,5	1,41
	$\eta_{ct} \cdot f_{ct}$	MN/m ²	2,64	2,45		5,15	3,67	2,08
E-Modul	E_c	MN/m ²	29920	23466		35200	27104	19.360
Schubmodul	G_c	MN/m ²	12466	9777		14.666	11293	8.067
Betonstahl								
Streckgrenze	f_y	MN/m ²	550	478	435	550	500	435
Zugfestigkeit	f_t	MN/m ²	594	516	478	594	550	478

Die Ergebnisse sind in Bild 8.13 und Tabelle 8.7 zusammengefasst.

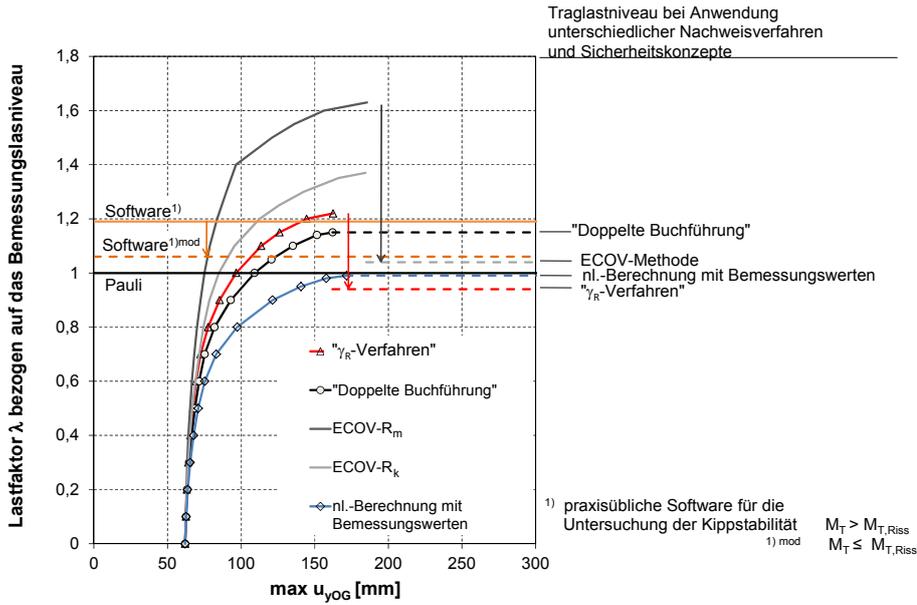


Bild 8.13: Beispiel 4: Last-Verformungskurven bei Ansatz unterschiedlicher Baustoffkennwerte in Abhängigkeit vom Sicherheitskonzept und Gegenüberstellung der aufnehmbaren Traglasten bezogen auf das Bemessungsniveau bei $\lambda = 1,0$

Tabelle 8.7: Gegenüberstellung der Ergebnisse für den Beispielträger 4

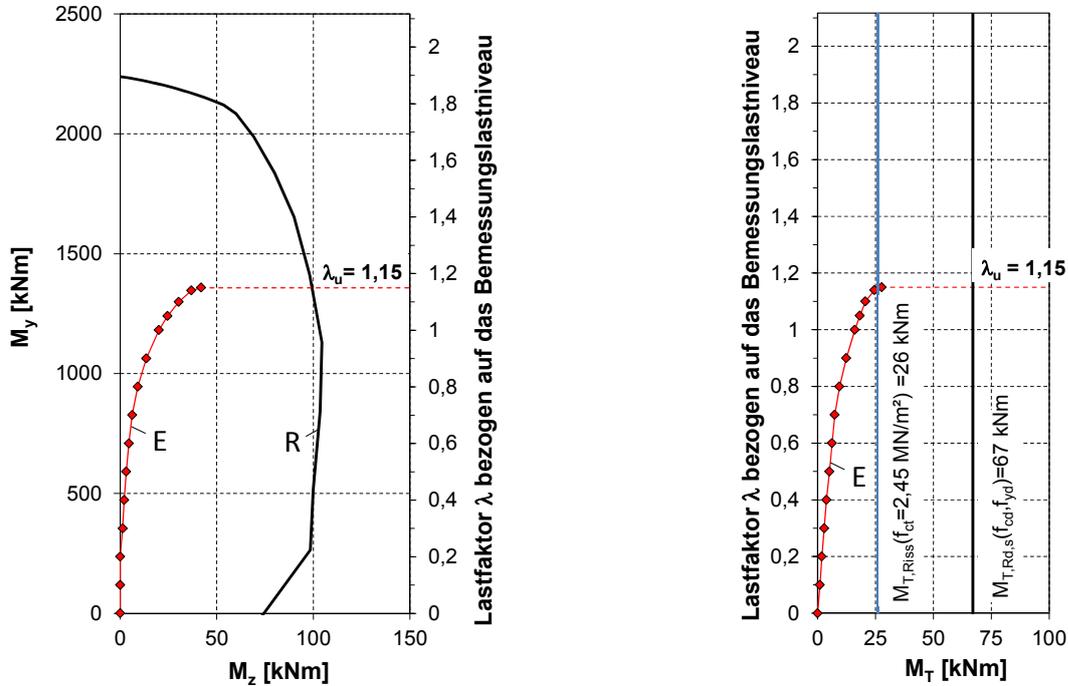
Verfahren	Traglastfaktor λ bezogen auf das Bemessungslastniveau	Globaler Faktor λ_u für die Tragsicherheit bezogen auf das Bemessungslastniveau
Pauli	-	1,0
Softwarelösung ¹⁾	-	1,19 ($M_T > M_{T,Riss}$ (f_{ctm}): nicht zulässig) 1,06 ($M_T \leq M_{T,Riss}$ (f_{ctm}) = 37,5 kNm)
" γ_R -Verfahren"	$\lambda(f_R) = 1,22$	$\lambda(f_R) / \gamma_R = 0,94$
„Doppelte Buchführung“	Querschnittstragfähigkeit (f_d) (Schnittgrößenermittlung (f_m))	1,15 1,16)
Cervenka	$\lambda(f_m) = 1,68$ $\lambda(f_k) = 1,37$ $\gamma_R = 1,46$ $\gamma_{Rd} = 1,1$ $\gamma_R \cdot \gamma_{Rd} = 1,6$	$\frac{\lambda(f_m)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}} = 1,04$
Traglastberechnung auf der Grundlage von Bemessungswerten	$\lambda(f_d) = 1,14$	0,99

¹⁾ praxisübliche Software für die Untersuchung der Kippstabilität

Auch bei diesem Beispiel wird bei Anwendung der Software an den Auflagern das Torsionsrissmoment unzulässigerweise überschritten. Bei entsprechender Reduzierung der Torsionssteifigkeit in den Auflagerbereichen fällt λ_u von 1,19 auf 1,06 ab.

a) Feldquerschnitt

b) Auflagerquerschnitt



— Grenztragfähigkeit für zweiachsige Biegung in Feldmitte mit Bemessungswerten der Baustofffestigkeiten

◆ Zweiachsige Biegebeanspruchung (M_{Edy}, M_{Edz}) in Feldmitte, ermittelt im Rahmen einer nl.-Berechnung auf Grundlage der Mittelwerte der Baustofffestigkeiten als Bemessungswerte

$M_{T,Riss}$ Torsionsrissmoment (Zustand I)

$M_{T,Rd,s}$ Bemessungswert des Tragwiderstandes (Zustand II)

◆ Torsionsbeanspruchung am Auflager ermittelt im Rahmen einer nl.-Berechnung auf Grundlage der Mittelwerte der Baustofffestigkeiten als Bemessungswerte

Bild 8.14: Beispiel 4: Beanspruchung und Tragfähigkeit für zweiachsige Biegung und Torsion in den maßgebenden Querschnitten bei Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“

Bei Anwendung des Verfahrens der „Doppelten Buchführung“ wird die Querschnittstragfähigkeit in den maßgebenden Querschnitten für das betrachtete Beispiel unter dem gleichen Lastniveau erreicht wie das Systemversagen auf Grundlage der Mittelwerte der Baustofffestigkeiten. In Bild 8.14 sind die sich nach Theorie II. Ordnung ergebenden Beanspruchungen für das Verfahren der „Doppelten Buchführung“ in Feldmitte und in den Auflagerbereichen den jeweiligen Querschnittswiderständen auf Grundlage der Bemessungswerte gegenübergestellt. Aus der Darstellung wird ersichtlich, dass das Versagen mit der Überschreitung des Torsionsrissmomentes an den Auflagern eingeleitet wird. Pauli beschreibt diesen Zustand sehr treffend als eine „Fließgelenkbildung“ in Verbindung mit einem erheblichen Steifigkeitsabfall, die zum Versagen führt [1].

8.3.2 Bewertung der Ergebnisse der Vergleichsrechnungen

In Bild 8.15 werden die ermittelten Traglasten für die vier untersuchten Beispielträger bei Anwendung der in der Praxis üblichen Nachweisverfahren (*Pauli*, eine praxisübliche Software für Kippprobleme) und auf Grundlage nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen in Verbindung mit den unterschiedlichen Sicherheitskonzepten vergleichend gegenübergestellt.

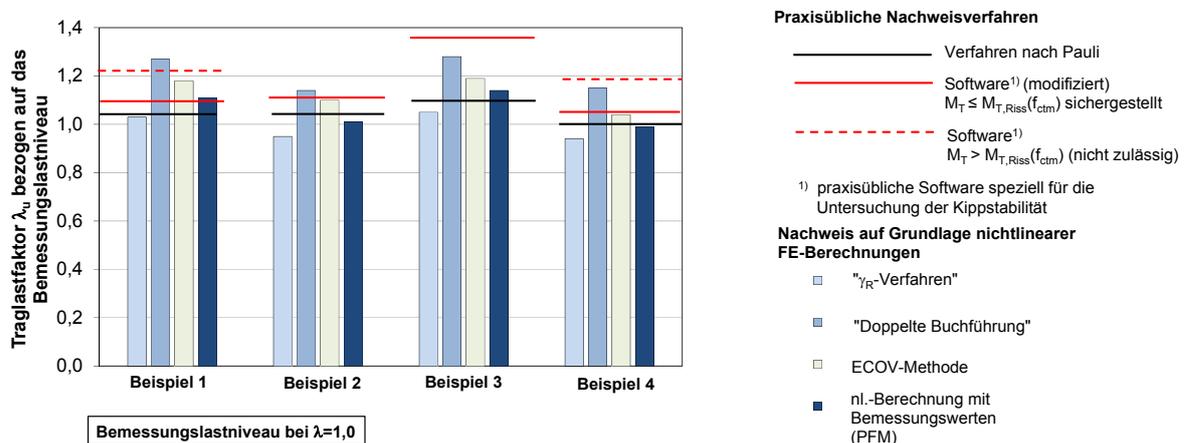


Bild 8.15: Vergleich der rechnerischen Traglasten

Durch das Näherungsverfahren von *Pauli* werden die wesentlichen Tragmechanismen kippgefährdeter Träger zutreffend erfasst. Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete spezielle Programm für die Untersuchung der Kippstabilität, das in der Praxis häufig verwendet wird, weist dagegen in Bezug auf die Modellbildung einige Schwächen auf. Zum einen erfolgt bei der Berechnung von Spannbetonbindern keine Abminderung der Torsionssteifigkeit in ungerissenen Bereichen infolge Mikrorissbildung. Zum anderen wird die Torsionssteifigkeit ausschließlich durch eine Überschreitung der Zugfestigkeit infolge Biegung reduziert. In den Auflagerbereichen wird im Gegensatz zu dem Verfahren von *Pauli* eine mögliche Torsionsrissbildung außer Acht gelassen und keine entsprechende Abminderung der Torsionssteifigkeit vorgenommen. Aufgrund dieser Annahmen ergeben sich gegenüber den anderen Verfahren deutlich höhere Traglasten in Abhängigkeit von der Bauweise in Stahlbeton oder Spannbeton sowie der Querschnittsausgestaltung. Wird analog zum Verfahren von *Pauli* die Grenzbedingung $M_T \leq M_{T,Riss}$ eingeführt, ergeben sich für drei der vier hier untersuchten Beispiele die korrekten Traglasten in ähnlicher Größenordnung (Bild 8.15) wie mit dem Verfahren von *Pauli*.

Bei Anwendung der nichtlinearen FEM in Verbindung mit den unterschiedlichen Sicherheitskonzepten streuen die Traglasten der hier untersuchten Binder in Abhängigkeit vom Sicherheitskonzept innerhalb einer Bandbreite von etwa -10% bis 20%. Lediglich bei dem Verfahren der „Doppelten Buchführung“ beträgt der maximale Traglastfaktor $\lambda_u=1,27$ (Beispiel 1) bzw. 1,28 (Beispiel 3). Mit dem „ γ_R -Verfahren“ ergeben sich auch in Bezug auf die praxisüblichen Näherungsverfahren die konservativsten Ergebnisse.

Das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ führt für alle Beispielbinder auf die höchsten Traglasten. Das Konzept ist aufgrund der zwei erforderlichen Rechengänge gegenüber den anderen Verfahren mit einem höheren Rechenaufwand verbunden. Darüber hinaus sollte eine Beurteilung der Tragfähigkeit stabilitätsgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger durch eine Betrachtung des gesamten Bauteilverhaltens vorgenommen werden. Daher sind für den Nachweis der Kippsicherheit eher in sich geschlossene Nachweiskonzepte anlog zum „ γ_R -Verfahren“ oder einer nichtlinearen Traglastermittlung auf Grundlage der Bemessungswerte zu empfehlen.

Hinsichtlich der Einhaltung der in DIN EN 1990 geforderten Zielwerte der Zuverlässigkeit kann mit Ausnahme der nichtlinearen Berechnung auf Grundlage der Bemessungswerte keine Aussage getroffen werden. Bei Ansatz der Bemessungswerte, erfolgt die Berechnung auf Basis von 0,1%-Quantilwerten der Baustoffkenngrößen, daher handelt es sich bei dem Ergebnisse um höchstens den 0,1%-Quantilwert des Tragwiderstandes. Das Konzept erfüllt damit in jedem Fall das in DIN EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau. Daher kann dieses in den Annahmen konservative Verfahren ebenso wie das „ γ_R -Verfahren“ für Nachweise der Kippsicherheit ohne Einschränkungen empfohlen werden. Mit der ECOV-Methode von *Cervenka* werden um 4-9% höher Traglasten gegenüber einer nichtlinearen Berechnung auf Grundlage von Bemessungswerten erreicht. Das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ liefert für die untersuchten Beispiele 14-16% höhere Traglasten. Im Rahmen dieser Arbeit wurde nicht überprüft ob diese beiden letztgenannten Verfahren die Zuverlässigkeit nach DIN EN 1990 erfüllen. Hierzu sind weitergehende Untersuchungen notwendig.

Eine ähnliche Tendenz zeigte sich im Rahmen der in [103] durchgeführten Untersuchungen zu vorhandenen Sicherheitskonzepten für nichtlineare Berechnungen im Zusammenhang mit dem Biege- oder Querkraftversagen. Dabei wurden die Bemessungswerte der Tragwiderstände von ausgewählten Versuchsträgern auf Grundlage vereinfachter Sicherheitsformate (ECOV-Methode, „ γ_R -Verfahren“, „partial factor method“) bestimmt. Für die Beurteilung der Ergebnisse hinsichtlich des geforderten Sicherheitsniveaus wurden zusätzlich nichtlineare Berechnungen in Verbindung mit probabilistischen Analysen auf Grundlage der Monte-Carlo-Methode mit Importanzstichprobenwahl durchgeführt. Die letztere Methode, die ein genaueres Verfahren darstellt, lieferte im Mittel die höchsten Bemessungswerte des Tragwiderstandes. Bei Anwendung der vereinfachten Verfahren ergaben sich stets geringere Werte. Im Hinblick auf die vereinfachten Verfahren wurden mit der ECOV-Methode die höchsten Werte der Bemessungstragfähigkeit ermittelt, während das „ γ_R -Verfahren auch hier die konservativsten Ergebnisse lieferte. Die Untersuchungen in [103] zeigten, dass die Anwendung der vereinfachten Sicherheitskonzepte für die dort untersuchten Querkraftprobleme zu Ergebnissen auf der sicheren Seite führte.

8.4 Empfehlungen hinsichtlich der Wahl des Sicherheitskonzeptes

Auf Grundlage der Ergebnisse der durchgeführten Vergleichsrechnungen wird empfohlen für Nachweise der Kippstabilität in Kombination mit nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnungen eine Traglastermittlung auf Basis der Bemessungswerte der Baustoffkennwerte entsprechend der im Abschnitt 8.2.4.2 vorgenommenen Festlegungen durchzuführen. Ebenso kann das „ γ_R -Verfahren“ uneingeschränkt angewendet werden.

Ein im Zusammenhang mit der Anwendung des Sicherheitsformates auf Grundlage der Bemessungswerte in der Literatur häufig aufgeführter Kritikpunkt ist, dass das Last-Verformungsverhalten aufgrund der niedrigen Bemessungswerte stark vom tatsächlichen Bauteilverhalten abweicht. Unter der Annahme, dass eine nichtlineare Simulation auf Basis der Mittelwerte der Baustoffkenngrößen das tatsächliche Bauteilverhalten am besten annähert, trifft dieser Kritikpunkt bei der Betrachtung der Last-Verformungskurven der untersuchten Beispielträger allerdings gleichermaßen auf das „ γ_R -Verfahren“ und das Verfahren der „*Doppelten Buchführung*“ zu.

Im Model Code 2010 wird darüber hinaus bemängelt, dass durch den Ansatz der Bemessungswerte der Materialkenngrößen die Versagensart des Bauteils gegenüber dem tatsächlich zu erwartenden Tragmechanismus ggf. verändert wird. Im Hinblick auf die Untersuchung kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger konnte dies jedoch zumindest bei den hier untersuchten Beispielen nicht beobachtet werden. Das Versagen erfolgte bei den betrachteten Bauteilen als Kippversagen und kündigte sich analog zu den Versuchsbeobachtungen jeweils durch eine starke Zunahme der Horizontalverformungen des Obergurtes an.

8.5 Zusammenfassung und Wertung

Für die Nachweise im GZT auf Grundlage nichtlinearer Finite-Element Berechnungen ist zur Zeit außer für Biegeprobleme kein allgemeingültiges Sicherheitskonzept, das auch Querkraft- und Torsionsprobleme abdeckt, vorhanden. Für die Untersuchung der Kippstabilität wurden vorhandene Vorschläge für Sicherheitskonzepte für nichtlinearere Berechnungen aufgegriffen. Im Hinblick auf die für das Kippversagen wesentlichen Einflussgrößen erfolgten Vorschläge für Ergänzungen und Anpassungen. Die unterschiedlichen Konzepte wurden durch Vergleichsrechnungen an vier für den Fertigteilbau typischen Bindern gegenübergestellt.

Eine nichtlineare Berechnung auf Grundlage der Bemessungswerte erfüllt durch die Verwendung der 0,1%-Quantilwerte für alle verwendeten Kenngrößen in jedem Fall das in DIN EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau. Für die untersuchten Beispiele führt diese Vorgehensweise auf vergleichbare Traglasten, wie sie auch in der Praxis durch die üblichen Nachweisverfahren ermittelt werden. Nichtlineare Berechnungen auf Grundlage des „ γ_R -Verfahrens“ lieferten hier für die untersuchten Träger die konservativsten Ergebnisse.

Für eine abschließende Beurteilung des Verfahrens der „*Doppelten Buchführung*“ und der ECOV-Methode hinsichtlich des Zuverlässigkeitsniveaus sind weitergehende Untersuchungen erforderlich.

Voraussetzung für die Anwendung der nichtlinearen Verfahren ist in jedem Fall eine Kalibrierung und Verifizierung des Rechenmodells an repräsentativen Versuchen. Dabei müssen die wesentlichen Eigenschaften des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Stahlbetons sowie die zu untersuchenden Versagensmechanismen durch eine geeignete Modellierung der geometrischen Struktur mit ihren Auflagerbedingungen sowie geeignete Materialmodelle realitätsnah abgebildet werden.

9 Zusammenfassung, Empfehlungen und Ausblick

9.1 Zusammenfassung und Empfehlungen

Die vorliegende Arbeit behandelt den Nachweis der Kippstabilität von schlanken Stahlbeton- und Spannbetonträgern beliebiger Geometrie mittels nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen. Die Motivation für die Arbeit entstand aufgrund des Tragwerksentwurfes für die Lärmschutzeinhausung im Zuge der BAB A1 im Bereich Köln-Lövenich. Die Lärmschutzeinhausung wurde in Form einer autobahnüberspannenden Konstruktion geplant. Die Fahrbahnen werden durch freigeformte Stahlbetonbinder mit Spannweiten zwischen 17 m und 26 m überspannt. In der Entwurfsphase wurden die Binder mit Wandstärken von lediglich 25-30 cm und Höhen zwischen 1,2 m und 3,6 m ohne eine Obergurtverbreiterung konzipiert. Daraus resultierte die Aufgabenstellung, die Binder hinsichtlich ausreichender Kippsicherheit zu beurteilen.

Bedingt durch die Sondergeometrien konnten die Nachweise gegen Kippen nicht mit einem der zahlreichen in der Fachliteratur vorliegenden Näherungsverfahren geführt werden. Diese unterliegen einer Vielzahl von Einschränkungen und Idealisierungen hinsichtlich des Werkstoffverhaltens und der Bindergeometrie. Sie beschränken sich im Wesentlichen auf die für den Hallenbau typischen Parallelgurt- und Satteldachbinder. Deshalb wurden bei der Lärmschutzeinhausung für den Nachweis der Kippsicherheit nichtlineare Berechnungen auf Grundlage der Finite-Element-Methode herangezogen.

Hierbei tritt eine realitätsnahe Modellierung des Werkstoffverhaltens des Stahlbetons in den Vordergrund. DIN EN 1992-1-1 enthält für die Anwendung nichtlinearer Verfahren im Wesentlichen Angaben, die sich allerdings auf Biegeprobleme beschränken. Hinsichtlich eines entsprechenden Sicherheitskonzeptes bietet DIN EN 1992-1-1 mit dem „ γ_R -Verfahren“ und dem Verfahren der „*doppelten Buchführung*“ zwar Grundlagen für eine geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung, beide Sicherheitskonzepte wurden jedoch bisher ausschließlich für reine Biegeprobleme mit Längskraft kalibriert.

Ziel der Arbeit war es daher, Empfehlungen für den Nachweis der Kippsicherheit auf Grundlage nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen unter Einhaltung des in DIN EN 1990 geforderten Sicherheitsniveaus zu erarbeiten.

Im Rahmen der Arbeit wurde das FEM Programmsystem SOFiSTiK eingesetzt. Aufgrund der freigeformten, scheibenartigen Bindergeometrien erfolgten die numerischen Untersuchungen mit nichtlinearen Schalenelementen auf Grundlage der Layertechnik. Alternativ wäre eine Modellierung mit Volumenelementen mit eingebetteten Bewehrungsstäben denkbar.

Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen ist die zutreffende Modellierung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens von Stahlbeton. Dabei ist insbesondere das nichtlineare Verhalten in Verbindung mit einem Steifigkeitsabfall bei Rissbildung zu berücksichtigen. Aber auch das nichtlineare Verhalten des Betons unter hohen Druckspannungen, die Einflüsse aus dem Kriechen und Schwinden des Betons sowie das Fließen der Bewehrung müssen realitätsnah erfasst

werden. Aufgrund der Vielzahl der verfügbaren Materialmodelle ist der Anwender in der Praxis oft nicht ohne umfassendes Hintergrundwissen und ausreichende Erfahrung in der Lage, die Eignung der verfügbaren FE-Lösungsmöglichkeiten für eine gegebene Problemstellung zu bewerten. Darüber hinaus beinhalten die in den Programmen implementierten Materialmodelle oft Vereinfachungen und Annahmen, deren Auswirkungen auf die Ergebnisse nichtlinearer Simulationsberechnungen häufig nicht anhand der üblicherweise knapp gehaltenen Programmdokumentationen hinreichend bewertet werden können. Daher wurde im Kapitel 3 im Rahmen einer Eignungsprüfung der nichtlinearen Schalenelemente des Programmsystems SOFiSTiK zunächst auf die zutreffende Abbildung der wesentlichen Materialeigenschaften des Stahlbetons eingegangen. Die Verifizierung der verwendeten Elementtypen erfolgte anhand von grundlegenden Beispielen und Versuchsnachrechnungen.

In der Regel kommen nichtlineare Berechnungen bei speziellen Problemstellungen zum Einsatz. Die Versagensart, in diesem Fall das Kippversagen, ist meist aufgrund vorangegangener Betrachtungen bekannt. Diese sollte durch die verwendete Modellierung zutreffend abgebildet werden können. Im Kapitel 4 wurden daher repräsentative Versuche an kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern nachgerechnet. Die Modellierung erfolgte mit nichtlinearen Schalenelementen des Programmsystems SOFiSTiK. Das typische Tragverhalten, die Steifigkeiten und die Versagensart als Kippversagen konnten dabei in guter Übereinstimmung mit den Versuchen abgebildet werden.

Aufgrund der Vielzahl der unterschiedlichen Elementtypen und Materialmodelle lassen sich Modellunsicherheiten nicht allgemein mittels eines einheitlichen Teilsicherheitsbeiwerts im Rahmen eines Sicherheitskonzeptes erfassen. Um diese zu minimieren sollte beim Einsatz nichtlinearer Finite-Element-Berechnungen daher grundsätzlich eine Verifizierung der verwendeten Elementtypen hinsichtlich der Abbildung der wesentlichen Materialeigenschaften des Stahlbetons sowie des zu untersuchenden Versagensmechanismus erfolgen.

Sowohl Materialparameter als auch geometrische Imperfektionen unterliegen Streuungen. Diese Kenngrößen stellen die wesentlichen Eingangsparameter in eine nichtlineare Berechnung nach Theorie II. Ordnung dar. Die Ermittlung der maßgeblichen Einflussgrößen für das Kippversagen erfolgte im Kapitel 5 anhand von Sensitivitätsbetrachtungen. Die Untersuchungen zeigten, dass die rechnerischen Traglasten insbesondere durch den Ansatz von geometrischen Ersatzimperfektionen, des E-Moduls und Schubmoduls sowie der Zugfestigkeit des Betons beeinflusst werden. Die Unsicherheiten aus den Streuungen dieser Parameter sollten daher bei Nachweisen der Kippsicherheit mittels nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen durch ein angepasstes Sicherheitskonzept entsprechend abgedeckt werden.

Die Parameterstudie und Versuchsnachrechnungen mit unterschiedlichen Elementtypen (Stab- und Schalenelemente) zeigten, dass bei der Untersuchung von Kippproblemen eine realitätsnahe Abbildung der Steifigkeiten, insbesondere die Modellierung der Torsionssteifigkeit im ungerissenen und gerissenen Zustand II, von entscheidender Bedeutung ist. Eine Überschreitung der Rissschnittgröße infolge Torsion in den

Auflagerbereichen führt i.A. zu einem erheblichen Steifigkeitsabfall, der mit überproportional ansteigenden Verformungen und Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung einhergeht. Bei Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen im Zusammenhang mit dem Kippen sind deshalb im Vorfeld insbesondere die Modelannahmen im Hinblick auf die Modellierung der Torsionssteifigkeit zu klären. Kapitel 6 befasste sich daher eingehend mit dem Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Rissbildung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Dabei wurden zunächst Erkenntnisse aus Versuchen und bisherige Ansätze zur Abschätzung der Torsionssteifigkeit zusammengetragen. Zur Verifizierung des verwendeten Rechenmodells wurde ein bekannter Näherungsansatz für die Ermittlung der Torsionssteifigkeit auf Versuchsträger unter einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion angewendet. Dabei wurde die Torsionssteifigkeit der Bauteile beanspruchungsabhängig durch eine querschnittsweise Ermittlung der Torsionssteifigkeit auf Grundlage ungerissener Querschnittsbereiche bestimmt. Für überwiegend auf Biegung beanspruchte Träger führt diese Näherung zu einer Abschätzung der Torsionssteifigkeit mit ihrem unteren Grenzwert. Die nichtlinearen Schalenelemente von SOFiSTiK basieren auf ähnlichen Annahmen, mit dem Unterschied, dass innerhalb von gerissenen Elementen zusätzlich Schubspannungen über die Stahllyer übertragen werden. In gerissenen Betonlayern werden dagegen keine Schubspannungen übertragen. Unter dieser Voraussetzung wird die Torsionssteifigkeit bei Rissbildung ebenfalls mit ihrem unteren Grenzwert abgebildet. Für die Untersuchung der Kippstabilität stellt diese Näherung eine Annahme auf der sicheren Seite dar.

Neben dem Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Rissbildung wurde in Versuchen bereits im Zustand I einen Abfall der Torsionssteifigkeit auf 50-70% der Werte nach Elastizitätstheorie durch Mikrorissbildung beobachtet. Bei überwiegend biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen wirkt sich dieser Effekt bei gleichzeitigem Abfall der Torsionssteifigkeit durch Makrorissbildung durch Überschreitung der Zugfestigkeit nicht merklich aus, und kann daher unter der Voraussetzung ausgeprägter Rissbildung vernachlässigt werden. Bei der Untersuchung der Kippstabilität von Spannbetonträgern ist der Einfluss der Mikrorissbildung dagegen insbesondere für Bauteilbereiche, die bis kurz vor dem rechnerischen Versagen im ungerissenen Zustand I verbleiben, stets zu berücksichtigen. Wird dieser Effekt vernachlässigt, führt dies i.d.R. zu einer Überschätzung der Tragfähigkeit.

Grundsätzlich kann eine Mikrorissbildung in überdrückten Bauteilbereichen beispielsweise durch eine beanspruchungsabhängige Ermittlung des Schubmoduls $G(\varepsilon)$ in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul als Tangentenmodul $E_c(\varepsilon)$ mittels der nichtlinearen σ - ε -Beziehung für den Druckbereich erfolgen. Bei einer Modellierung mittels der nichtlinearen Schalenelemente des Programmsystems SOFiSTiK wird der Schubmodul unabhängig von der nichtlinearen σ - ε -Beziehung des Betons für den Druckbereich über die gesamte Berechnung konstant angesetzt ($G \neq G(\varepsilon)$). Bei einer solchen Modellierung wird empfohlen, den Schubmodul in Anlehnung an Erkenntnisse aus Versuchen insbesondere für Spannbetonbauteile auf 60% des linear-elastischen Wertes zu reduzieren.

Bei Nachweisen der Kippstabilität nach Theorie II. Ordnung werden die rechnerischen Traglasten durch den Ansatz der geometrischen Ersatzimperfectionen maßgeblich beeinflusst. Die Empfehlung der DIN EN 1992-1-1, die geometrischen Imperfectionen affin zur 1. Eigenform mit einem maximalen Stich von $e_i = L_{\text{eff}}/300$ anzusetzen, erscheint zunächst, insbesondere bei großen Spannweiten, als sehr konservativ. Deshalb wurden Messungen von herstellungs- und einbaubedingten Imperfectionen in mehreren Fertigteilverwerken und im eingebauten Zustand der Bauteile durchgeführt. Im Kapitel 7 wurden die gemessenen Vorverformungen mit Hilfe nichtlinearer Simulationsrechnungen auf einen einfachen äquivalenten Vorverformungsverlauf entsprechend der 1. Eigenform analog zur Empfehlung der DIN EN 1992-1-1 bzw. DIN 1045-1 mit einer maximalen Auslenkung $e_{i,\text{geom}}$ zurückgeführt und statistisch ausgewertet.

Für die im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Stichprobe von Stahlbetonbindern ergab sich für die geometrischen Imperfectionen der Stich als charakteristischer Wert zu $e_{i,\text{geom},0,95} = L_{\text{eff}}/700$. Zusätzlich wurde an gleichen Bindern der Einfluss von strukturellen Imperfectionen infolge Kriechens und Schwindens (Eigenspannungszustände, Spannungumlagerungen, zeitabhängige Vergrößerung der Vorverformungen) untersucht. Dabei zeigte sich, dass die zeitabhängigen Einflüsse zu einer deutlichen Erhöhung der Ersatzimperfectionen, insbesondere bei sehr schlanken Stahlbetonbindern ohne eine Obergurtverbreiterung und gleichzeitig hohen Bewehrungsgraden, führen können. Im Regelfall werden sie durch den in DIN EN 1992-1-1 empfohlenen Ansatz ($e_i = L_{\text{eff}}/300$) unter zusätzlicher Berücksichtigung der Kriechverformungen unter Dauerlasten $\Delta e_{i,c}$ ausreichend abgedeckt. Alternativ hierzu ist es bei einer expliziten Berücksichtigung der strukturellen Imperfectionen im Finite-Elemente-Modell ausreichend, die geometrischen Imperfectionen mit einer Auslenkung von $e_{i,\text{geom},0,95} = L_{\text{eff}}/700$ anzusetzen.

Bei der Bemessung von Spannbetonträgern werden strukturelle Imperfectionen in Form von Eigenspannungszuständen infolge Kriechens und Schwindens bereits durch die Berücksichtigung der zeitabhängigen Spannkraftverluste erfasst und bedürfen daher im Gegensatz zu Stahlbetonbauteilen keiner zusätzlichen Betrachtung. Bei den in der Berechnung zu berücksichtigenden Imperfectionen handelt es sich daher um rein geometrische Imperfectionen. Infolge ungewollter kleiner Exzentrizitäten der Spannkraftresultierenden sind die geometrischen Vorverformungen größer als bei Stahlbetonträgern. Unter Berücksichtigung der Schiefstellungen an den Auflagern und ihrer statistischen Verteilung konnte der empfohlene Normwert $e_i = L_{\text{eff}}/300$ für die geometrischen Imperfectionen als 93%-Quantilwert bestätigt werden.

Bei Ansatz der geometrischen Ersatzimperfectionen mit $e_i = L_{\text{eff}}/300$ sind sowohl für Stahlbeton- als auch Spannbetonbinder zusätzlich die Auswirkungen infolge Kriechens des Betons hinsichtlich einer Vergrößerung der Verformungen unter Dauerlasten ($\Delta e_{i,c}$) zu berücksichtigen. Die Ermittlung der Traglast kann dann als Kurzzeitbeanspruchung unter Ansatz der Vorverformung mit $e_{i,\text{ges}} = L_{\text{eff}}/300 + \Delta e_{i,c}$ erfolgen.

Neben der Verifizierung der Rechenmodelle durch Versuchsnachrechnungen bedarf es bei Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen auf reale Tragwerke geeigneter Sicherheitskonzepte um das geforderte Sicherheitsniveau nach DIN EN 1990 einzuhalten.

Für die Untersuchung der Kippstabilität wurden im Kapitel 8 vorhandene Sicherheitskonzepte für nichtlinearere Berechnungen aufgegriffen. Im Hinblick auf die für das Kippversagen wesentlichen Einflussgrößen (E-Modul, G-Modul, Zugfestigkeit f_{ct}) erfolgten jeweils Vorschläge für Ergänzungen und Anpassungen. Hierbei wurden das „ γ_R -Verfahren“, das Verfahren der „doppelten Buchführung“ nach DIN EN 1992-1-1/NA sowie die „ECOV-Methode“ und das Verfahren der nichtlinearen Berechnungen auf Grundlage von Bemessungswerten („partial factor method“) nach fib Model Code 2010 herangezogen. Die für die Anwendung auf Kippprobleme nach Theorie II. Ordnung erweiterten und modifizierten Sicherheitskonzepte wurden durch Vergleichsrechnungen an für den Fertigteilbau repräsentativen Stahlbeton- und Spannbetonträgern gegenübergestellt und bewertet.

Hinsichtlich der Einhaltung der in DIN EN 1990 geforderten Zielwerte der Zuverlässigkeit kann mit Ausnahme der nichtlineareren Berechnung auf Grundlage der Bemessungswerte keine Aussage getroffen werden. Bei Ansatz der Bemessungswerte erfolgt die Berechnung auf Basis von 0,1%-Quantilwerten der Baustoffkenngrößen. Daher handelt es sich bei dem Ergebnis um höchstens den 0,1%-Quantilwert des Tragwiderstandes. Das Konzept erfüllt damit in jedem Fall das in DIN EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau. Daher kann dieses in den Annahmen konservative Verfahren für Nachweise der Kippsicherheit ohne Einschränkungen empfohlen werden. Für die untersuchten Beispiele führte das Konzept auf vergleichbare Traglasten wie sie derzeit in der Praxis durch die üblichen Nachweisverfahren ermittelt werden. Nichtlineare Berechnungen auf Grundlage des „ γ_R -Verfahrens“ lieferten für die untersuchten Träger die konservativsten Ergebnisse. Das Verfahren der „doppelten Buchführung“ und die „ECOV-Methode“ führten gegenüber den nichtlinearen Berechnungen auf Grundlage von Bemessungswerten auf 4 - 16% höhere Traglasten.

9.2 Ausblick

Bei Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen für die Untersuchung der Kippstabilität nach Theorie II. Ordnung müssen insbesondere die Steifigkeiten realitätsnah abgebildet werden. Die Biegesteifigkeiten im gerissen Zustand II können durch die kommerziell verfügbaren Finite-Elemente-Programmsysteme mit nichtlinearen Elementen in der Regel zutreffend abgebildet werden. Beim Kippen als Biegetorsionsproblem wird das Tragverhalten zusätzlich durch den Abfall der Torsionssteifigkeit maßgeblich beeinflusst. Hinsichtlich abgesicherter Grundlagen für eine realitätsnahe Modellierung der Torsionssteifigkeit von Stahl- und Spannbetonbauteilen sind weitergehende experimentelle und theoretische Forschungsarbeiten wünschenswert. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit kamen bei der Modellierung der Torsionssteifigkeit vergleichsweise einfache Näherungen zur Anwendung.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen beschränken sich im Wesentlichen auf die Modellierung des Kippproblems mittels nichtlinearer Schalenelemente unter Anwendung des Programmsystems SOFiSTIK. Die Beschreibung der Rissbildung erfolgt dabei auf Grundlage des Rissmodells mit feststehenden Rissen unter

Vernachlässigung der Betonschubspannungen in den gerissenen Layern. Für die Untersuchung des Kippproblems wird mit dieser Modellierung die Torsionssteifigkeit auf der sicheren Seite mit ihrem unteren Grenzwert abgebildet. Um Empfehlungen bei Anwendung anderer Elementtypen und Materialmodelle zu formulieren, sind diese insbesondere hinsichtlich der realitätsnahen Abbildung der Torsionssteifigkeit zu untersuchen.

Für die Weiterentwicklung und Validierung von Materialmodellen in Bezug auf eine realitätsnahe Modellierung der Torsionssteifigkeit werden aufgrund nur sehr weniger verfügbarer repräsentativer Versuche weitere experimentelle Untersuchungen benötigt. In der Vergangenheit durchgeführte Versuche wurden entweder unter einer reinen oder einer überwiegenden Torsionsbeanspruchung in Kombination mit einer nur geringen Biegebeanspruchung durchgeführt. Systematische Untersuchungen zum Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Rissbildung standen dabei nicht im Vordergrund. Für zukünftige Versuche sollte das Verhältnis der Torsions- und Biegebeanspruchung den tatsächlich in der Baupraxis auftretenden Verhältnissen angepasst werden. Darüber hinaus sollte neben dem Abfall der Torsionssteifigkeit bei fortschreitender Rissbildung durch Erreichen der Betonzugfestigkeit auch der Abfall infolge verstärkter Mikrorissbildung, der insbesondere bei Spannbetonbauteilen von Bedeutung ist, untersucht werden.

Weiterer Forschungsbedarf besteht im Zusammenhang mit den vereinfachten Sicherheitskonzepten für die Anwendung nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen im Hinblick auf die Einhaltung des in DIN 1990 geforderten Sicherheitsniveaus. Während für die Untersuchung der Kippstabilität das Verfahren auf Grundlage der Bemessungswerte und das „ γ_R -Verfahren“ uneingeschränkt empfohlen werden können, bestehen für die Beurteilung des Verfahrens der „doppelten Buchführung“ und der ECOV-Methode, hinsichtlich des damit erreichten Zuverlässigkeitsniveaus, noch weiterer Forschungsbedarf.

Die ECOV-Methode, zur Schätzung des Variationskoeffizienten für den Tragwiderstand, beruht auf der Annahme einer Lognormalverteilung für den Tragwiderstand. In Abhängigkeit von der Konstellation der Basisvariablen können sich bei deren Variation bei einem Bauteil unterschiedliche Versagensmechanismen einstellen, sodass sich im Rahmen einer genaueren Untersuchung mittels einer Monte-Carlo-Simulation auch mehrgipflige Verteilungen für den Tragwiderstand ergeben können. In solchen Fällen ist die Grundannahme der ECOV-Methode nicht zutreffend. Sowohl die ECOV-Methode als auch das Verfahren der „doppelten Buchführung“ sollten für die Anwendung bei Kippproblemen hinsichtlich des in DIN EN 1990 geforderten Sicherheitsniveau durch probabilistische Analysen weiter abgesichert werden.

Literatur

- [1] Pauli, W.: Versuche zur Kippstabilität an praxisgerechten Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1990
- [2] DIN 1045-1: 2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth Verlag, Berlin 2008
- [3] DIN EN 1992-1-1: 2011-01: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 +AC:2010
- [4] Stiglat, K.: Zur Näherungsberechnung der Kipplasten von Stahlbeton- und Spannbetonträgern über Vergleichsschlankheiten. Beton- und Stahlbetonbau 86 (1991), Heft 10, S.237-240
- [5] DIN V ENV 1992-1-1: 1992-06: Eurocode 2 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau.
- [6] Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2), DAfStb Heft 600, 1. Auflage 2012, Beuth Verlag
- [7] Fingerloos, F., Hegger, J., Zilch, K.: Eurocode 2 für Deutschland. DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang. Kommentierte Fassung, 1. Auflage 2012, Beuth Verlag
- [8] König, G., Pommerening, D., Tue, N.V.: Nichtlineares Last-Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung. DAfStb Heft 492, Beuth Verlag 1999
- [9] Quast, U.: Stützenbemessung. Beitrag im Betonkalender 2004, Teil II, Ernst & Sohn 2004
- [10] Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteilbau e.V.: Spannbetonbinder nach Eurocode 2. FDB 2013
- [11] Deneke, O., Holz, K., Litzner, H.-U.: Übersicht über praktische Verfahren zum Nachweis der Kippsicherheit schlanker Stahlbeton- und Spannbetonträger. Beton- und Spannbetonbau (1985), Heft 9, S.238-243, Heft 10, S.274-280, Heft 11, S.299-304
- [12] Beck, H., Schack, R.: Bauen mit Beton- und Stahlbetonfertigteilen. Beitrag im Beton-Kalender 1972, Teil II, Ernst & Sohn 1972
- [13] Hansell, W., Winter, G.: Lateral stability of reinforced concrete beams. Journal of the American Concrete Institute V 31, No.3 (September 1959) S.193-213

- [14] Lebelle, P.: Stabilité élastique des poutres en béton précontraint á l'égard du déversement latéral. Annales de l'Institute Technique du Batiment et des Travaux Publics. 12 (1959), H. 141, Paris
- [15] Pettersson, O.: Vippningsproblem vid hissning och montering av slanka balkar (Kippprobleme beim Heben und bei der Montage schlanker Balken). Nordisk Betong 4 (1960), S.231-270
- [16] Siev, A.: The lateral buckling of slender reinforced concrete reinforced beams. Magazine of Concrete Research, Vol. 12 (1960), S.155
- [17] Sant, J. K., Bletzacker, R. W.: Experimental study of lateral stability of reinforced concrete beams. ACI Journal, Vol. 58, Nr.12 (1961), S. 713-736
- [18] Massey, C.: Lateral instability of reinforced concrete beams under uniform bending moments. ACI Journal, Vol. 64, Nr.3 (1967), S. 164-172
- [19] Stiglat, K.: Näherungsberechnung der kritischen Kipplasten von Stahlbetonbalken. Die Bautechnik 48 (1971), Heft 3, S. 98-100
- [20] Rafla, K.: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Träger. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1968
- [21] Jeltsch, W.: Ein einfaches Näherungsverfahren zum Nachweis der Kippsicherheit von Stahl-, Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation, Technische Hochschule Graz, 1971
- [22] Novak, B.: Beitrag zur Stabilität eindimensionaler Tragwerke aus Stahlbeton unter allgemeiner Beanspruchung. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1971
- [23] Labib, F.F.: Knicken und Biegedrillknicken von Druckstäben mit einfach symmetrischem Querschnitt und nichtlinearem Werkstoffgesetz. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1975
- [24] Mehlhorn G.: Ein Beitrag zum Kipp-Problem bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1970
- [25] Streit, W., Mang, R.: Überschlägiger Kippsicherheitsnachweis für Stahlbeton- und Spannbetonbinder (mit in Längsrichtung konstantem Querschnitt). Der Bauingenieur 59 (1984), S.433-439
- [26] Revathi, P., Menon, D.: Estimation of critical buckling moments in slender reinforced concrete Beams. ACI Structural Journal, Volume 103, S. 296-303
- [27] Hurff, J., Kahn, L.: Lateral-torsional buckling of structural concrete beams: Experimental and analytical study. Journal of structural engineering/ American Society of Civil Engineers, Volume 138, Issue 9 (September 2012), S. 1138-1148
- [28] Mann, W.: Kippnachweis und Kippaussteifung von schlanken Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Beton- und Stahlbetonbau 71 (1976), Heft 2, S.37-42
- [29] Mann, W.: Anwendung des vereinfachten Kippnachweises auf T-Profile aus Stahlbeton, Beton- und Stahlbetonbau 80 (1985), Heft 9, S. 235- 237

- [30] Mehlhorn, G., Röder, F.-K., Schulz, J.-U.: Zur Kippstabilität vorgespannter und nicht vorgespannter, parallelgurtiger Stahlbetonträger mit einfach symmetrischem Querschnitt. Beton- und Stahlbetonbau 86 (1991), Heft 2 und 3, S. 25-32, S.59-64
- [31] Röder, K-F.: Ein Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität von Satteldachbindern aus Stahlbeton oder Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau 92 (1997), Heft 11, 12, S. 301-307, S.341-347
- [32] Wienecke, U.J.: Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonstäben nach eine konsequenten Theorie II. Ordnung unter allgemeiner Belastung, Dissertation D 17, Darmstadt 1985
- [33] König, G., Pauli, W.: Nachweis der Kippsicherheit von schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau 87 (1992), Heft 5, S.109-112, S.149-151
- [34] Kraus, D., Ehret, K-H.: Berechnung kippgefährdeter Stahlbeton und Spannbetonträger nach Theorie II. Ordnung, Beton- und Stahlbetonbau 1992, Heft 5, S. 113-118
- [35] Backes, W.: Ein Beitrag zur geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung von Stabtragwerken unter besonderer Berücksichtigung räumlicher Stabilitätsprobleme des Massivbaus. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1994
- [36] Bachmann, H., Steinle, A. Hahn, V.: Bauen mit Betonfertigteilen im Hochbau. Betonkalender 2009, Ernst & Sohn
- [37] Backes W.: Überprüfung der Güte eines praxisgerechten Näherungsverfahrens zum Nachweis der Kippsicherheit schlanker Stahlbeton- und Spannbetonträger. Beton- und Stahlbetonbau 90 (1995), Heft 7, S. 176-179, Heft 8, S. 208-213
- [38] Albert, A., Eilers, S.: Seitliches Ausweichen schlanker Träger. Weiterbildungsseminar für Tragwerksplaner, 13. April 2011, TU Kaiserslautern
- [39] Dilger, W.: Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluss auf die Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung, DAFStb Heft 179, Ernst & Sohn 1966
- [40] Wommelsdorff, O., Albert, A.: Stahlbetonbau Bemessung und Konstruktion, Teil 2. 9. Auflage, Werner Verlag 2012
- [41] Hurff, J. B.: Stability of precast prestressed concrete bridge girders considering imperfections and thermal effects. Dissertation, Georgia Institute of Technology 2010
- [42] Kalkan, I.: Lateral torsional buckling of rectangular reinforced concrete beams. Dissertation, Georgia Institute of Technology 2009
- [43] CEB-Comité Euro-International du Béton, CEB-FIP Model Code 1990, Bulletin d'Information No. 204, Lausanne, 1991

- [44] Beispiele zur Bemessung nach Eurocode 2. Band 1: Hochbau. Deutscher Beton- und Bautechnik Verein e.V., Ernst & Sohn 2011
- [45] Zilch, K., Staller, M., Jähring A.: Vergleichende Untersuchungen zum Tragsicherheitsnachweis kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger nach Theorie II. Ordnung, Bauingenieur 72 (1997), S.157-165
- [46] Hoffstetter, G, Mang, H. A.: Computational mechanics of reinforced concrete structures. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1995
- [47] Mehlhorn, G., Kolleger, J.: Anwendung der Finite Element Methode im Stahlbetonbau. In: Der Ingenieurbau, Rechnerorientierte Baumechanik, Ernst & Sohn, 1995
- [48] Cervenka, V., Bergmeister, K.: Nichtlineare Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen, Finite-Elemente-Simulation unter Bemessungsbedingungen, Beton- und Stahlbetonbau 94 (1999), Heft 10, S.413-419
- [49] Grasser, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen. Dissertation, Technische Universität München, 1978
- [50] Zilch, K., Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau. Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2), 2., neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Berlin. Springer Verlag, 2010
- [51] Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, Band 6, S. 773-782, 1976.
- [52] Ozbolt, J., Mayer, U., Vocke H., Eligehausen, R.: Verschmierte Rissmethode-Theorie und Anwendung, Beton und Stahlbetonbau 94 (1999), Heft 10, S.403-412
- [53] Bazant, Z.P. Oh, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete. *RILEM Materials and Structures*, 16 (93), S.155-177, 1983
- [54] Duda, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. DAFStb Heft 419, Beuth-Verlag, Berlin 1991
- [55] Kupfer, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsialer Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. DAFStb Heft 229, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1973
- [56] Darwin, D., Pecknold, D.A.W.: Inelastic model for cyclic biaxial loading of reinforced concrete. Civil engineering studies, Structural Research Series No. 409. University of Illinois, July 1974
- [57] Stempniewski, L., Eibl, J.: Finite Elemente im Stahlbeton. Betonkalender 1996, Teil II, Ernst & Sohn Verlag

- [58] Quast, U.: Nichtlineare Verfahren, normungsreif oder nicht? Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Falkner, Betonbau-Forschung, Entwicklung und Anwendung. S.223-232. Braunschweig: Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, 1999
- [59] Djouahra, G.: Verhalten von Stahlbetonbauteilen unter einer kombinierten Beanspruchung aus Last und zentrischem Zwang. Dissertation, Technische Universität Dortmund, Schriftenreihe Betonbau, Heft 2, 2009
- [60] Kolleger, J.: Ein Materialmodell für die Berechnung von Stahlbetonflächentragwerken, Dissertation, Fachbereich Bauingenieurwesen der Gesamthochschule Kassel, 1983
- [61] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau Teil 3, Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau, Springer Verlag, 1977
- [62] Walraven, J.C.: Aggregate Interlock – A theoretical and experimental analysis. Dissertation, Delft, 1980
- [63] Eleiott, A.F.: An experimental investigation of shear transfer across cracks in reinforced concrete. M.S. Thesis, Cornell University, Ithaca, 1974
- [64] Geistefeldt, H.: Stahlbetonscheiben im gerissenen Zustand – Berechnung mit Berücksichtigung der rissabhängigen Schubsteifigkeit im Materialgesetz. Dissertation TU Braunschweig, 1976
- [65] Kolmar, W.: Beschreibung der Kraftübertragung über Risse in nichtlinearen Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetontragwerken. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1985
- [66] Vecchio, F., Collins, M.P.: The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses. University of Toronto, Department of Civil Engineering, März 1982
- [67] Fehling, E., Leutbecher, T., Röder, F.-K.: Zur Druck-Querzug-Festigkeit von Stahlbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton in scheibenförmigen Bauteilen. Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 11, Kassel university press, 2008
- [68] König, G., Pauli, W.: Ergebnisse von sechs Großversuchen an praxisgerechten Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau 1990, Heft 10, S. 238 - 243
- [69] Pauli, W., Bellmann, J.: Kippstabilität nach DIN 1045-1. Beitrag zum 19. SOFiSTiK-Seminar, Mai 2006 in Köln
- [70] Arnold, A.: Zum Einfluss der Zwangsschnittgrößen aus Temperatur bei Tragwerken aus Konstruktionsbeton mit und ohne Vorspannung. Dissertation, Technische Universität Dortmund. Schriftenreihe Betonbau, Heft 1, 2008
- [71] Teutsch, M., Kordina, K.: Versuche an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. DAFStb Heft 334, Ernst & Sohn Verlag, 1982

- [72] CEB-FIP fib Model Code 2010. Final Draft. 2012
- [73] Schießl, P., Spengler, A., Wiegrink, K.-H.: Einfluss der Gesteinskörnung auf den E-Modul von Beton. Beton 53 (2003) Nr.2, S.62-65
- [74] Rüschi, H., Sell, R., Rackwitz, R.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit, DAFStb Heft 206, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1969
- [75] DIN 1045:1988-07: Beton und Stahlbeton – Bemessung und Ausführung
- [76] DIN 1045-1: 2001-07: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth Verlag, Berlin 2007
- [77] Zedler, T.: Zum Tragverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsion. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2011
- [78] Ojha, S.K., Kordina, K.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Stahlbetonrechteckbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment und Querkraft. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig, 1973
- [79] Leonhardt, F., Walther, R., Vogler, O.: Torsions- und Schubversuche an vorgespannten Hohlkastenträgern. DAFStb Heft 202, Ernst & Sohn Verlag, 1968
- [80] Leonhardt, F., Schelling, G.: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. DAFStb Heft 239, Ernst & Sohn Verlag, 1974
- [81] Lampert, P.: Postcracking stiffness of reinforced concrete beams in torsion and bending. Publication No. 71-20, University of Toronto, Department of Civil Engineering, February 1971
- [82] Thürlimann, B., Lüchinger, P.: Steifigkeit von gerissenen Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 6, 1973
- [83] Hsu, T.T.C.: Post-cracking torsional rigidity of reinforced concrete sections. ACI Journal 5/1973
- [84] Karlsson, I.: Stiffness properties of reinforced concrete beams in combined torsion, bending and shear. Dissertation, Division of Concrete Structures. Chalmers University of Technology, Göteborg 1973
- [85] Ojha, S.K.: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. Dissertation, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982
- [86] Ehret, K.-H.: Ein Beitrag zur Theorie II. Ordnung bei kipppgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation, Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Lehrstuhl für Massivbau, Universität der Bundeswehr München, 1989
- [87] Link, M., Neurath, E., Sauer, E.: Eine Anwendung der Finite-Element-Methode auf die Berechnung des Einflusses nichtlinearen Werkstoffverhaltens auf

- Torsionswiderstand und Schubmittelpunktslage dickwandiger Querschnitte, Bauingenieur 1974, Heft 11
- [88] Röder, K.-F.: Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonbalken nach Theorie II. Ordnung, Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1982
- [89] Stahlhacke, D.: Durchführung von Laserscanningmessungen zur Erfassung von Stahlbetonbindern im Fertigteilwerk der Firma Bögl in Hamminkeln. Diplomarbeit, Fachhochschule Köln, Fakultät für Bauingenieurwesen und Umwelttechnik, Betreuung durch Prof. Dr.-Ing. K. Saueremann, November 2011
- [90] Schweiger, S.: Untersuchungen zum Einfluss der durch Laserscanmessungen ermittelten Vorverformungen auf die Kippstabilität schlanker Stahlbetonträger. Bachelorthesis, TU Dortmund, Lehrstuhl Betonbau in Kooperation mit Fachhochschule Köln, Fakultät für Bauingenieurwesen und Umwelttechnik, Februar 2014.
- [91] Knittel, G.: Grundlagen zur Bemessung kippgefährdeter Träger. Fortbildungsseminar des VDI-Landesverbandes Bayern, Band 3, Kippen von Stahlbetonträgern, München 1985
- [92] Streit, W., Gottschalk, H.: Überschlägige Bemessung von Kipphalterungen für Stahlbeton- und Spannbetonbinder, Bauingenieur 61, 1986, S. 555-559
- [93] DIN EN 13225: 2004 Betonfertigteile – Stabförmige Bauteile
- [94] Maurer, R., Block, K., Dreier, F.: Ermüdungsfestigkeit von Betonstahl - Bestimmung mit dem Interaktiven Verfahren. Bauingenieur, Band 85, Januar 2010
- [95] Ahner, C. Sicherheits- und Nachweiskonzept für die nichtlineare Tragwerksbemessung im Stahlbetonbau. Dissertation, Universität Leipzig Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, 2001
- [96] Kleinschmitt, J.: Die Berechnung von Stahlbetonstützen nach DIN 1045-1 mit nichtlinearen Verfahren, Beton- und Stahlbetonbau 100 (2005), Heft 2
- [97] Quast, U.: Zur Kritik an der Stützenbemessung. Beton- und Stahlbetonbau 95 (2000), Heft 5
- [98] Park, S.-K.: Zur Rißbildung von Stahlbetonträgern unter reiner Torsionsbeanspruchung. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1994
- [99] Cervenka, V., Cervenka, J.: Nachweis der Tragfähigkeit von Brücken durch numerische Simulation. 24. Brückenbausymposium, Planung, Bauausführung, Instandsetzung und Ertüchtigung von Brücken, Technische Universität Dresden, 10./11. März 2014
- [100] Cervenka, V.: Global safety format for nonlinear calculation of reinforced concrete. Beton- und Stahlbetonbau 103 (2008), Special Edition, S.37-42.
- [101] JCSS 2000. Joint Committee on Structural Safety 12th Draft, Part III: Material Properties, 2000.

- [102] Popovic, S.: A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. Cement and Concrete Research. Vol. 3, S. 583-599, Pergamon Press 1973
- [103] Maurer, R., Zilch, K., Kattenstedt, S., Kolodziejczyk, A., Gleich, P., Stuppak, E., Dunkelberg, D., Tecusan, R.: Nachrechnung von Betonbrücken – Verfahren der Tragsicherheitsbeurteilung von Betonbrücken im Bestand für die Nachweisstufe 4 der Nachrechnungsrichtlinie, Schlussbericht für die Bundesanstalt für Straßenwesen. Projekt Nr. FE 15.0523/2011/FRB (in Vorbereitung)

Anhang A Messungen von geometrischen Imperfektionen an Stahlbetonträgern

Die Messungen der geometrischen Imperfektionen erfolgten im eingebauten Zustand mittels Laser-Scanning. Die Messungen wurden in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl für Vermessungskunde der Fachhochschule Köln durchgeführt.

Nachfolgend werden die Auswertungen der Laser-Scan-Messungen lediglich für die Obergurte und Untergurte der Bauteile grafisch dargestellt. Die Ergebnisse der Laser-Scan-Messungen sind in [91] und [92] ausführlich dokumentiert.

Sonderbinder Typ 1

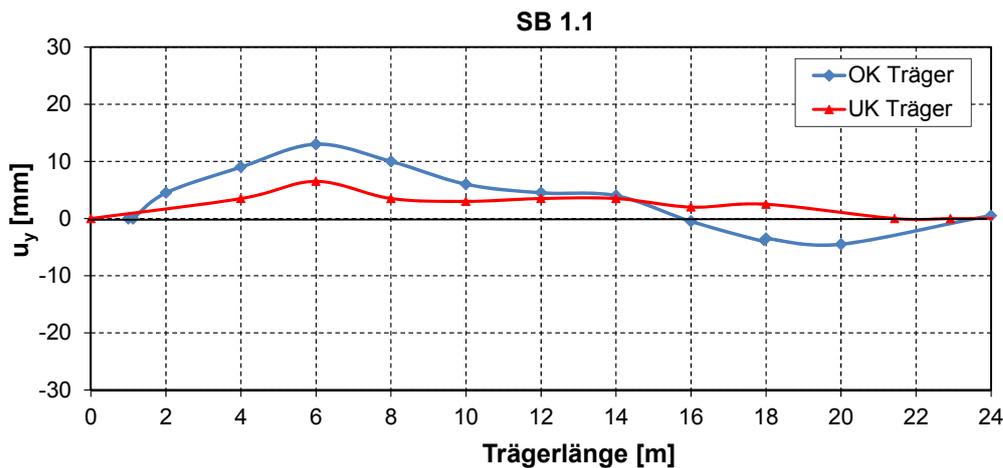
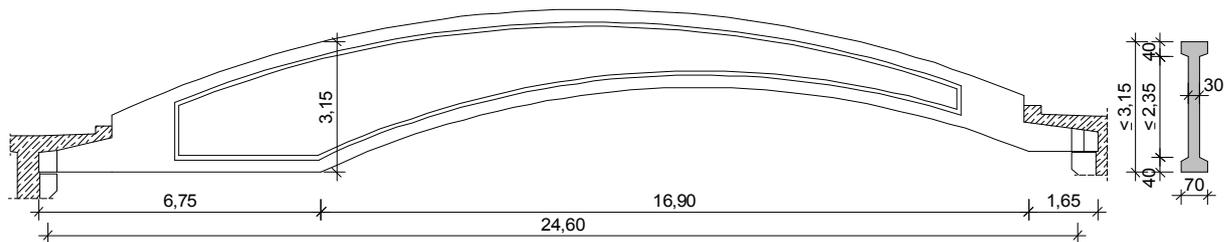


Bild A.1: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB1.1

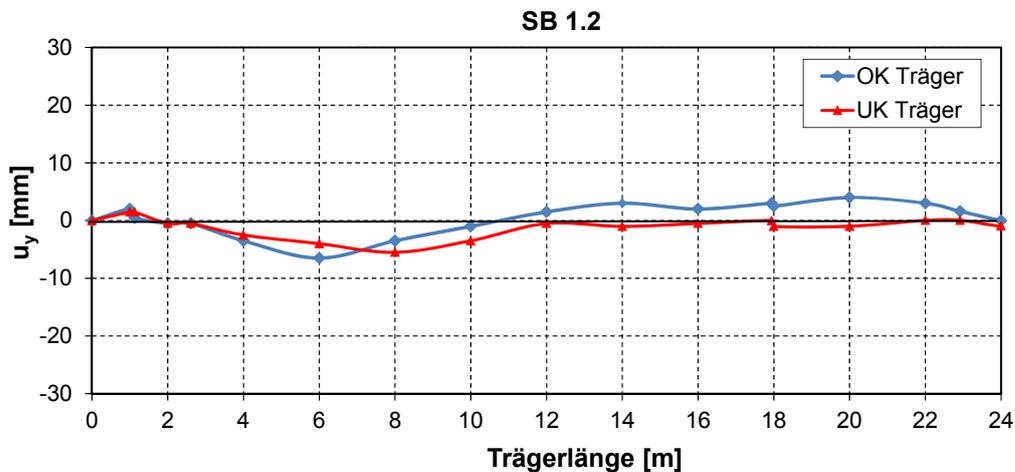


Bild A.2: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB1.2

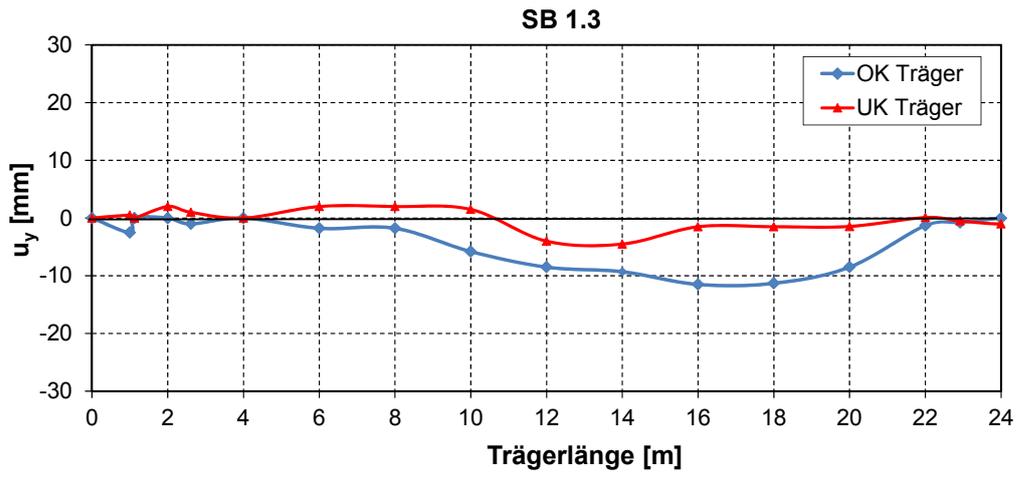


Bild A.3: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB1.3

Sonderbinder Typ 2

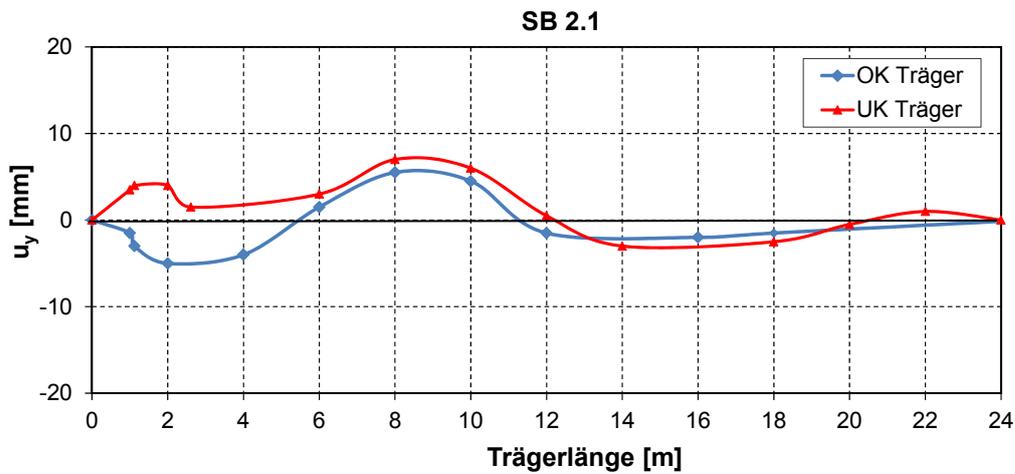
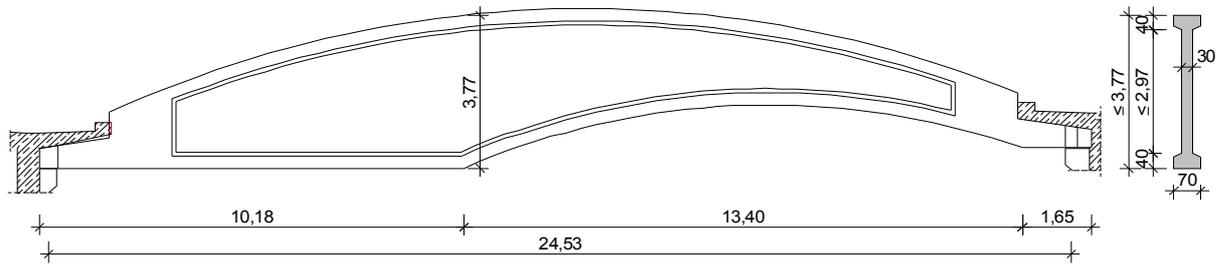


Bild A.4: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB2.1

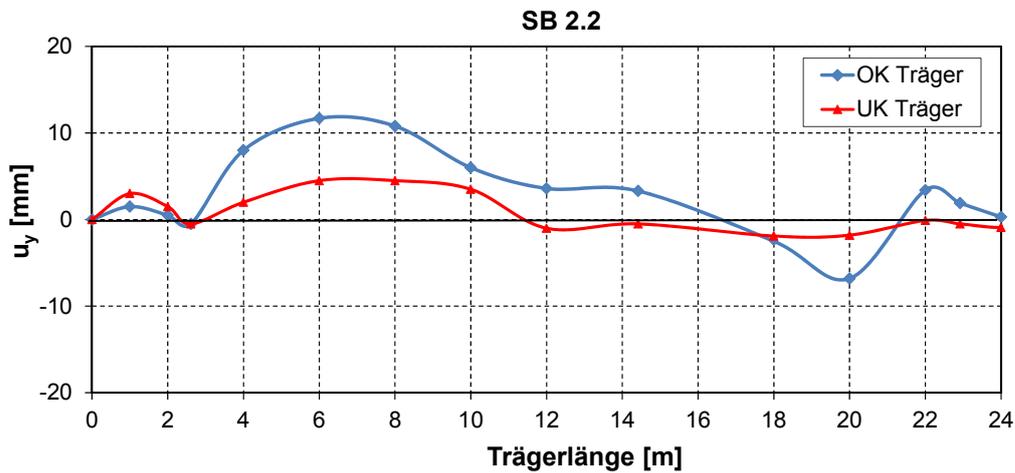


Bild A.5: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB2.2

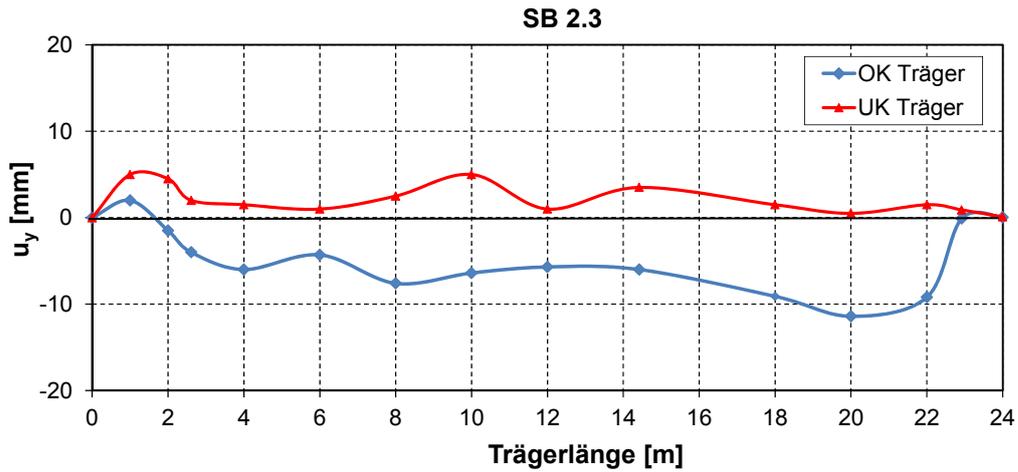


Bild A.6: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB2.3

Sonderbinder Typ 4

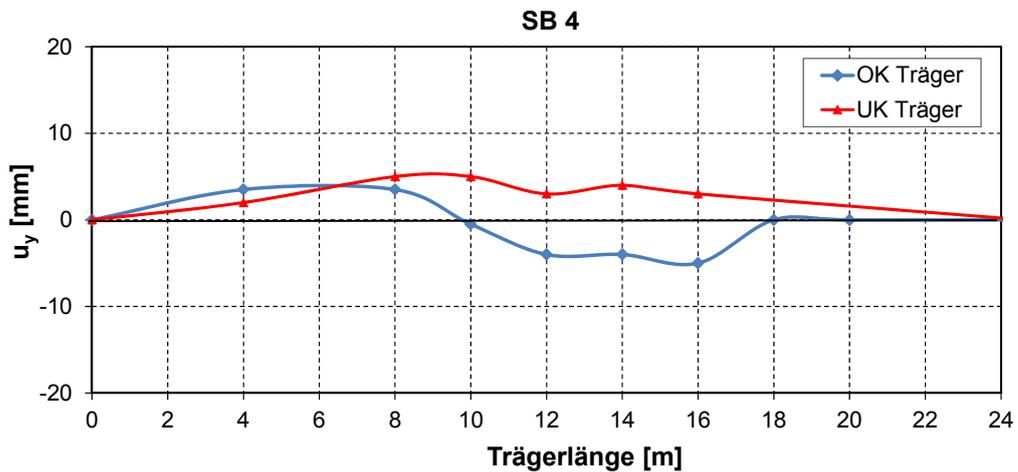
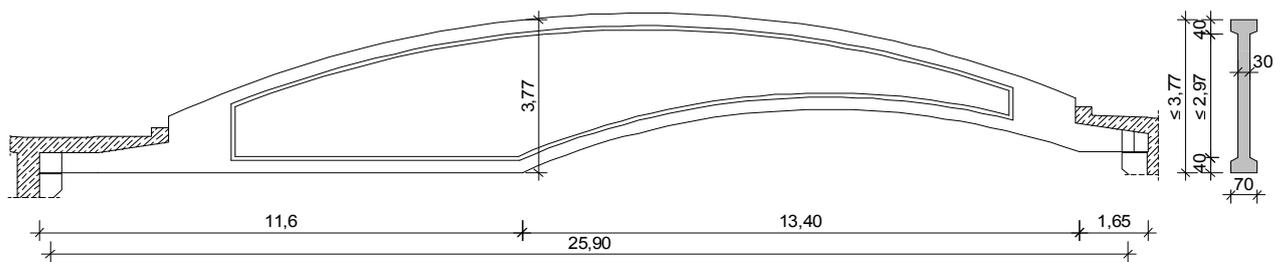


Bild A.7: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB4

Sonderbinder Typ 6

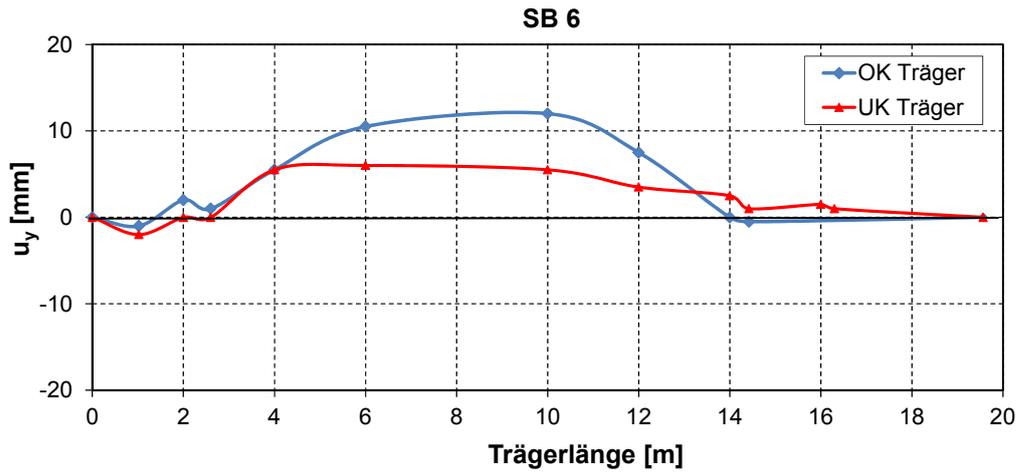
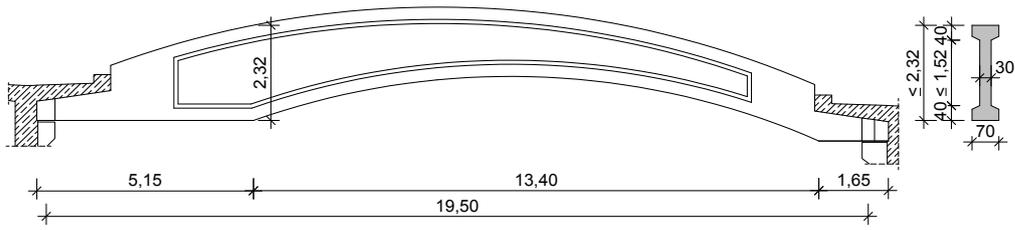


Bild A.8: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Sonderbinder SB6

Regelbinder Typ 3

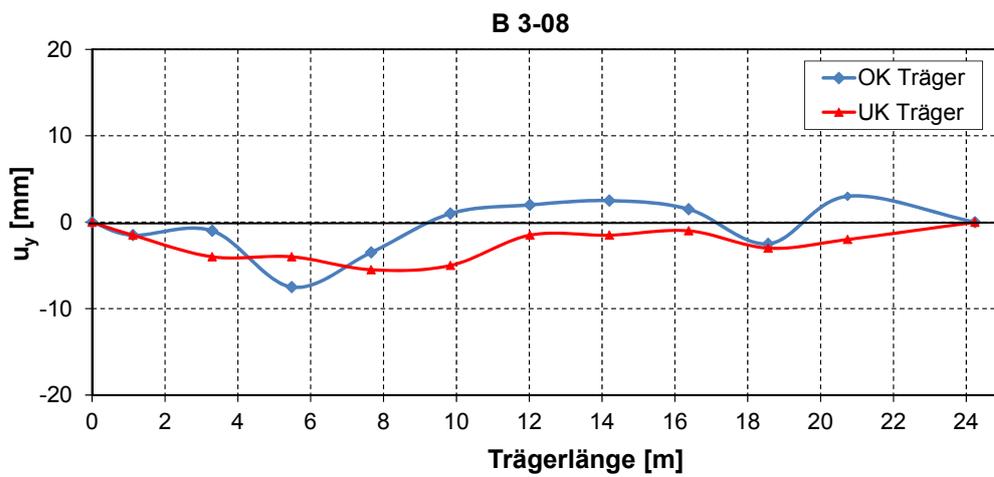
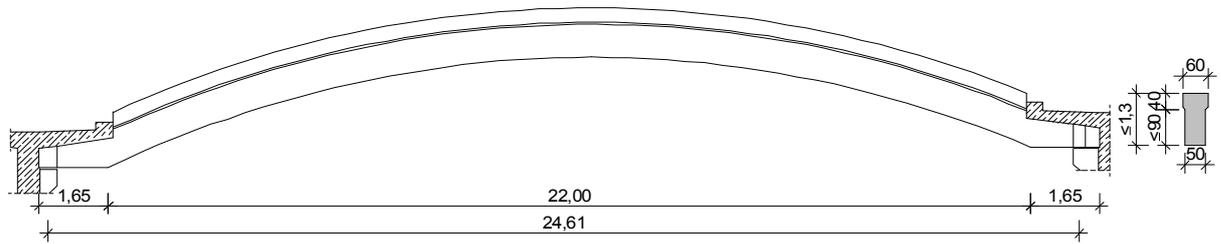


Bild A.9: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-08

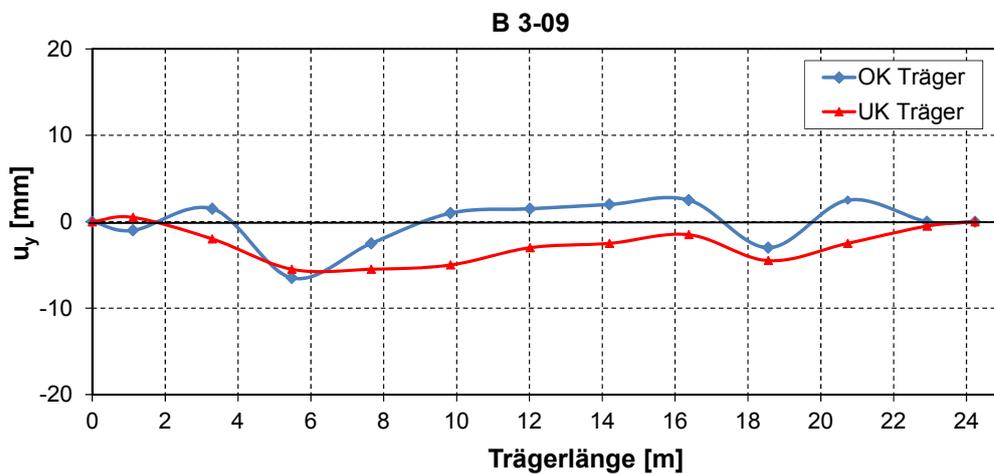


Bild A.10: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-09

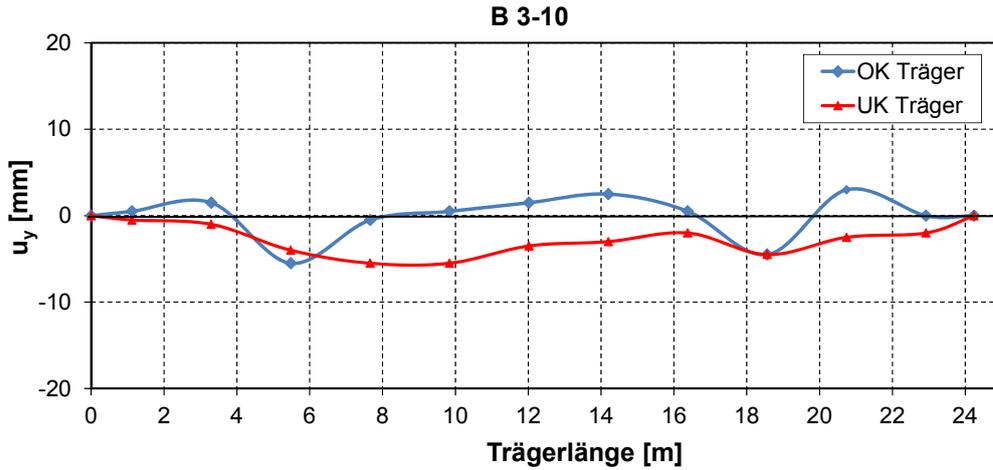


Bild A.11: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-10

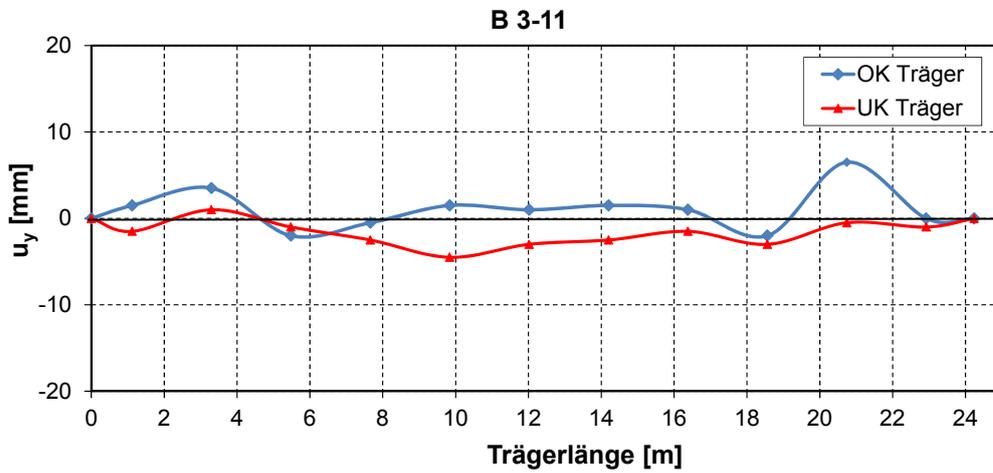


Bild A.12: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-11

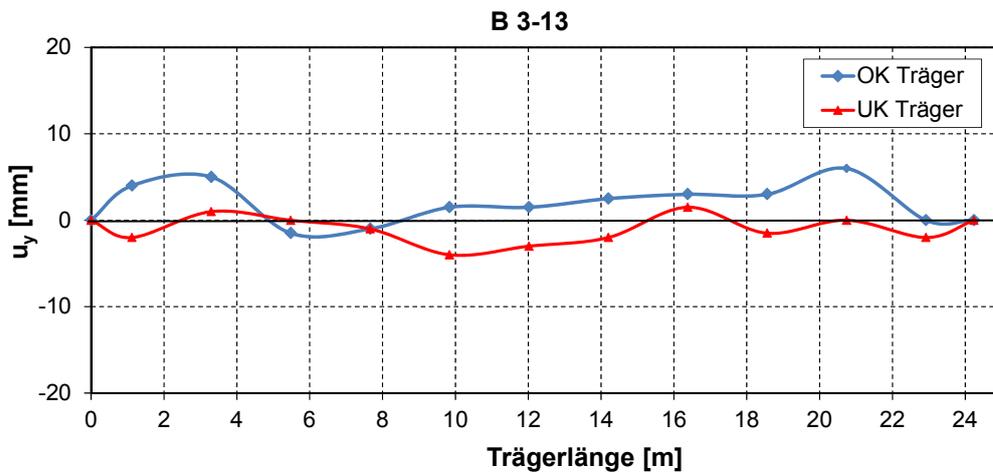


Bild A.13: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-13

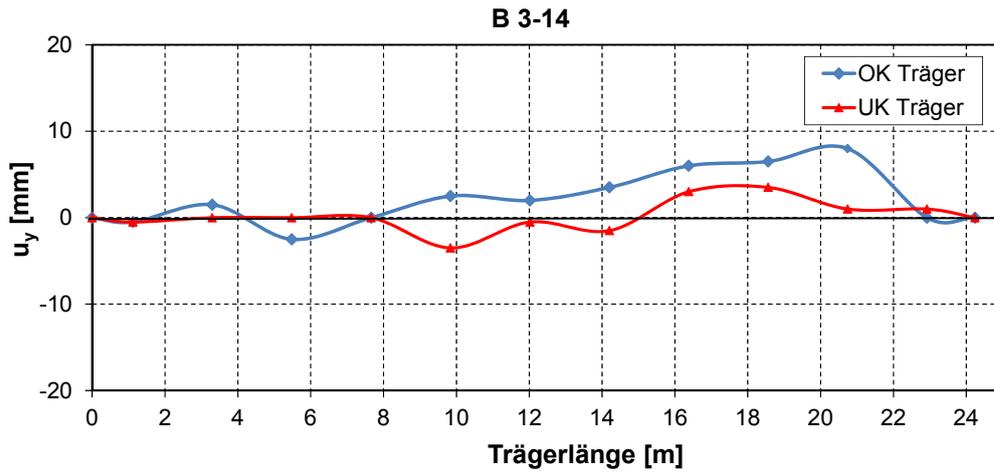


Bild A.14: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-14

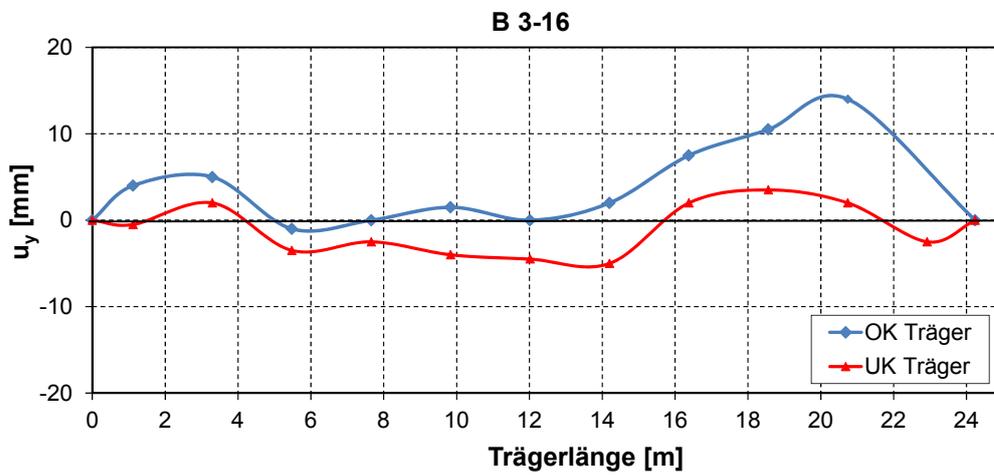
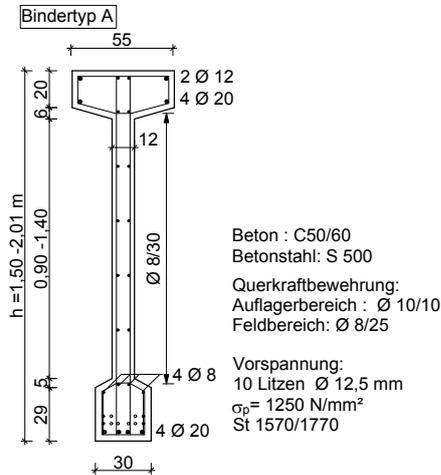


Bild A.15: Geometrische Imperfektionen im eingebauten Zustand Regelbinder B3-16

Anhang B Messungen von herstellungsbedingten Imperfektionen an Spannbetonträgern

Bindertyp A

Querschnitt



Ansicht

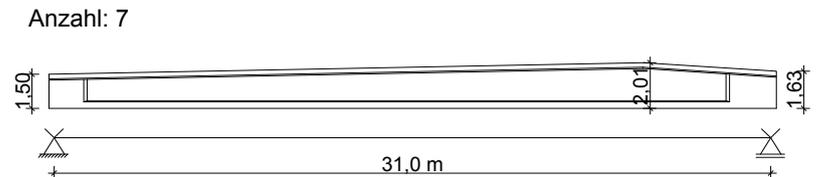


Bild B.1: Trägertyp A 1

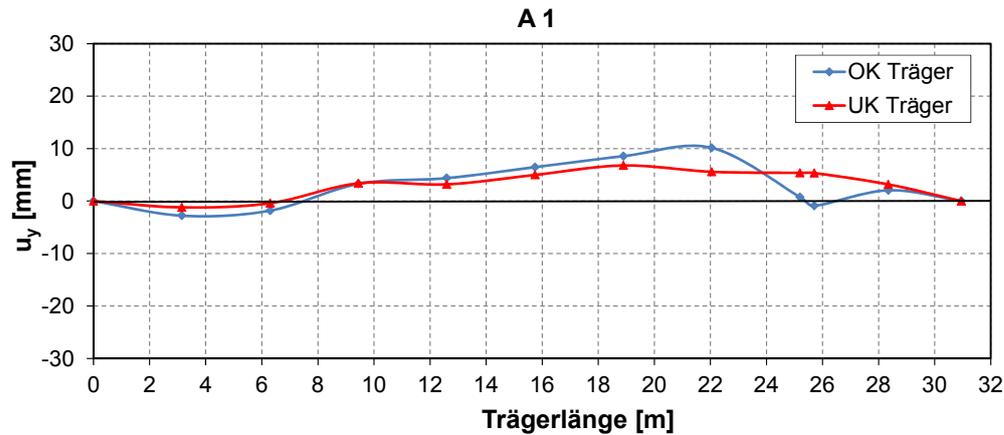


Bild B.2: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 1 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom}=L_{eff}/2830$

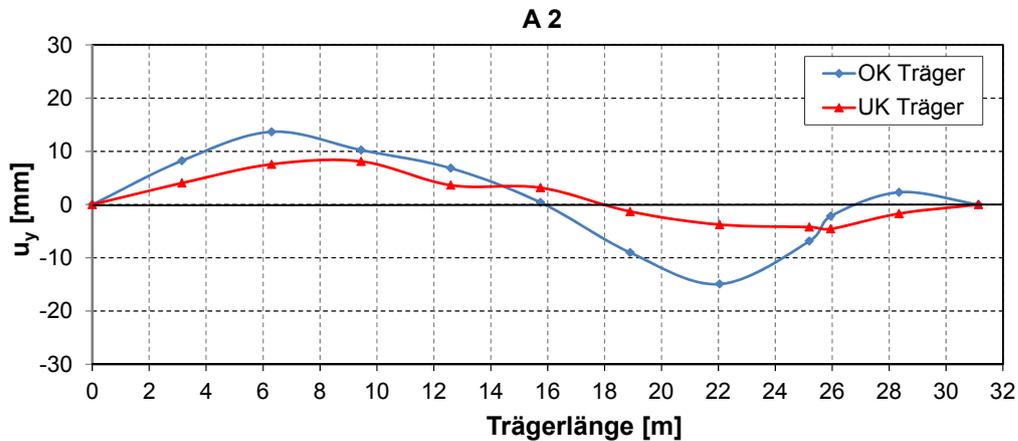


Bild B.3: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 2 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom}=L_{eff}/389$

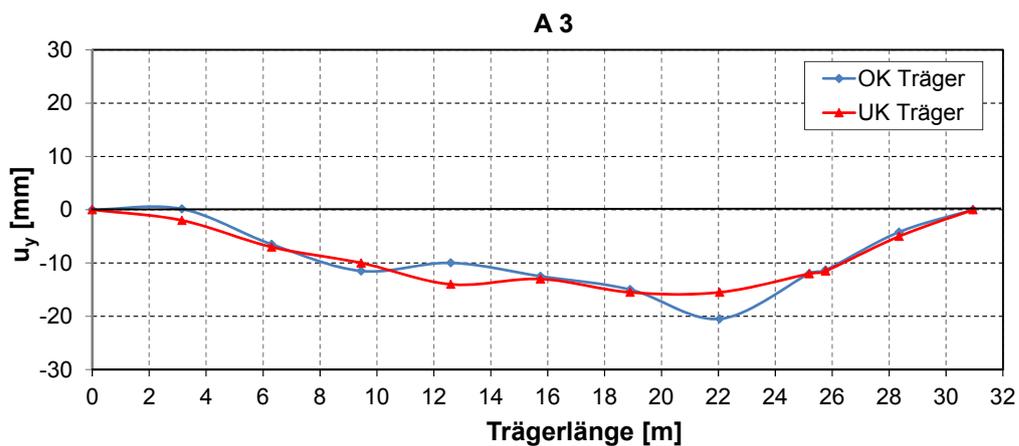


Bild B.4: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 3 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom}=L_{eff}/1639$

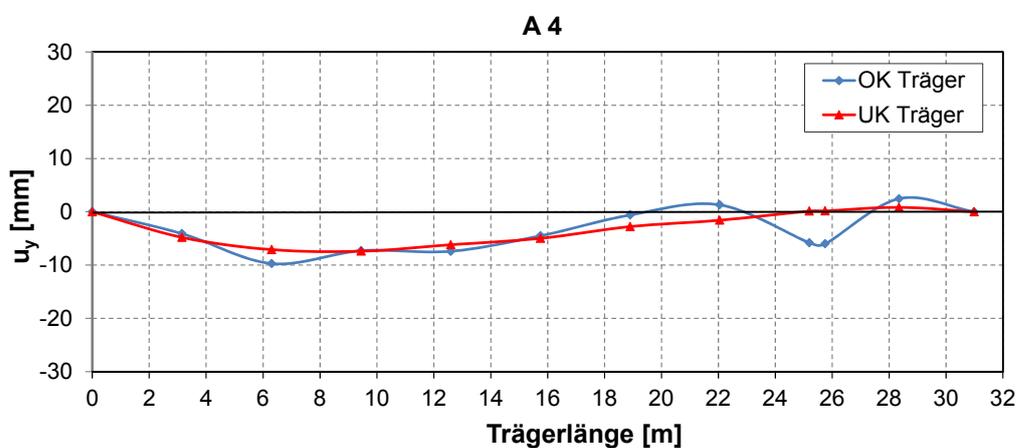


Bild B.5: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 4 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom}\approx 0$

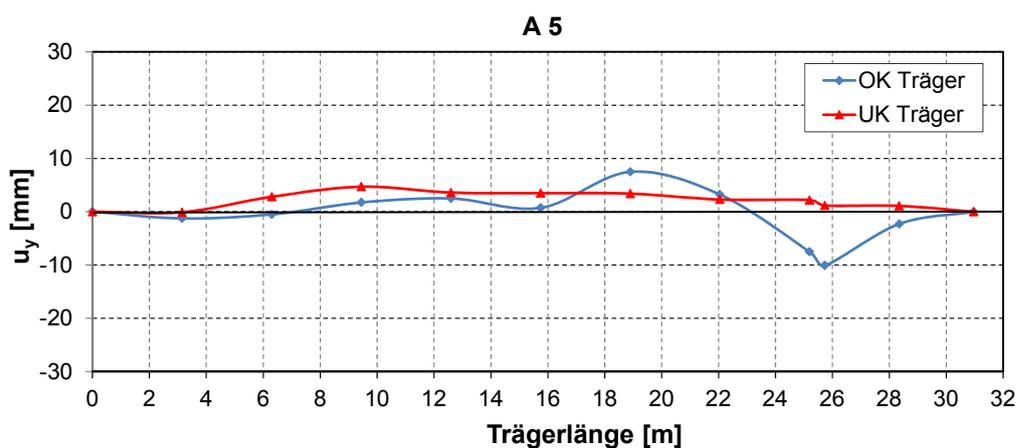


Bild B.6: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 5 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom}\approx 0$

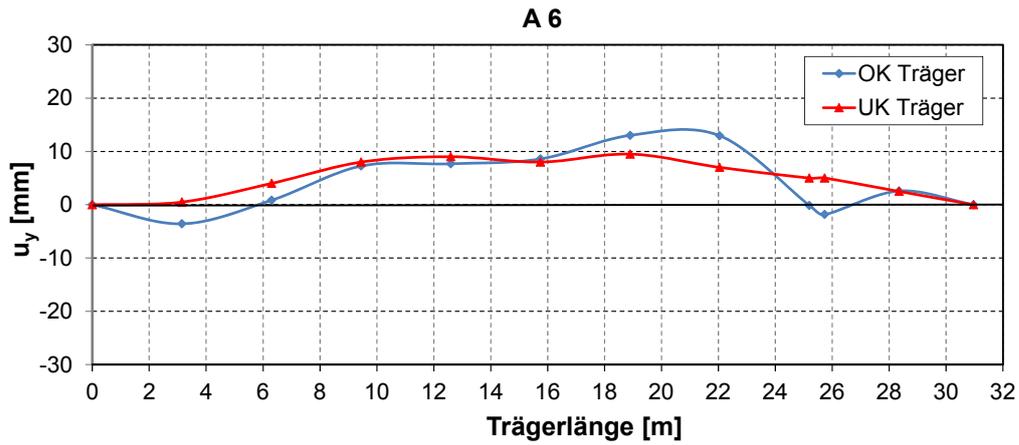


Bild B.7: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 6 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/1482$

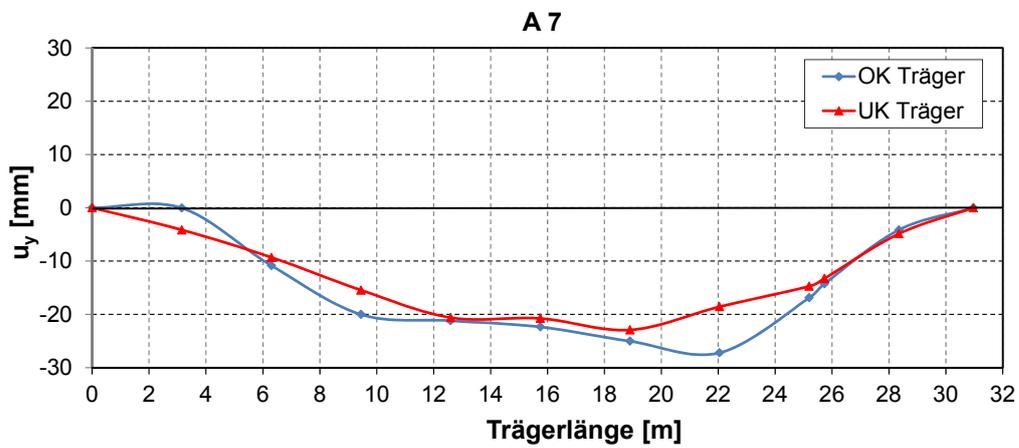
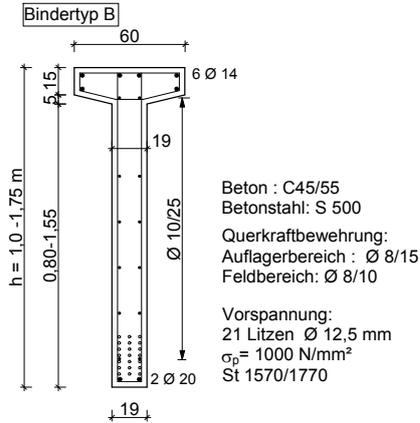


Bild B.8: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp A 7 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/779$

Bindertyp B

Querschnitt



Ansicht

Anzahl: 3

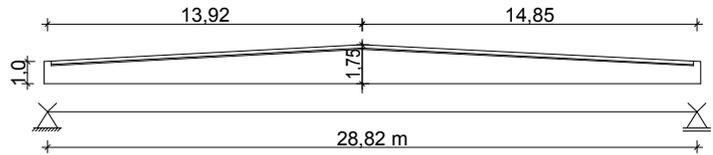


Bild B.9: Trägertyp B

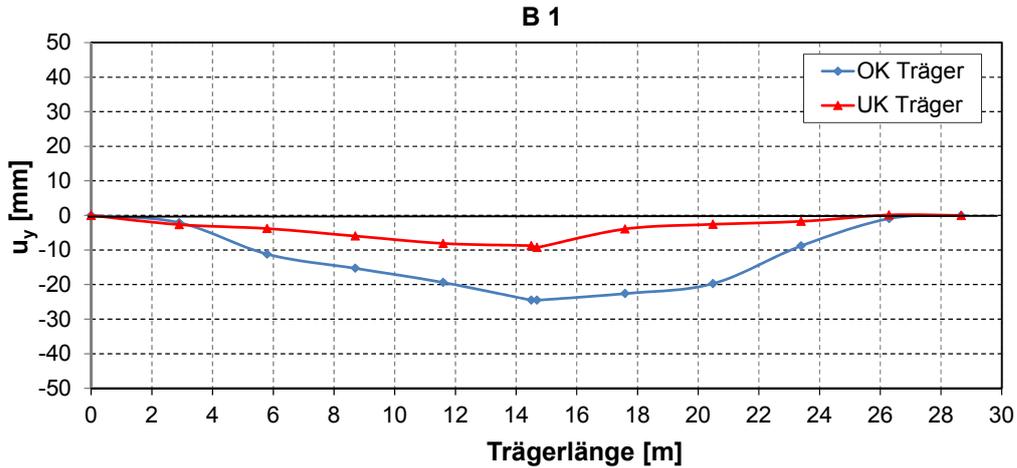


Bild B.10: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp B 1 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/524$

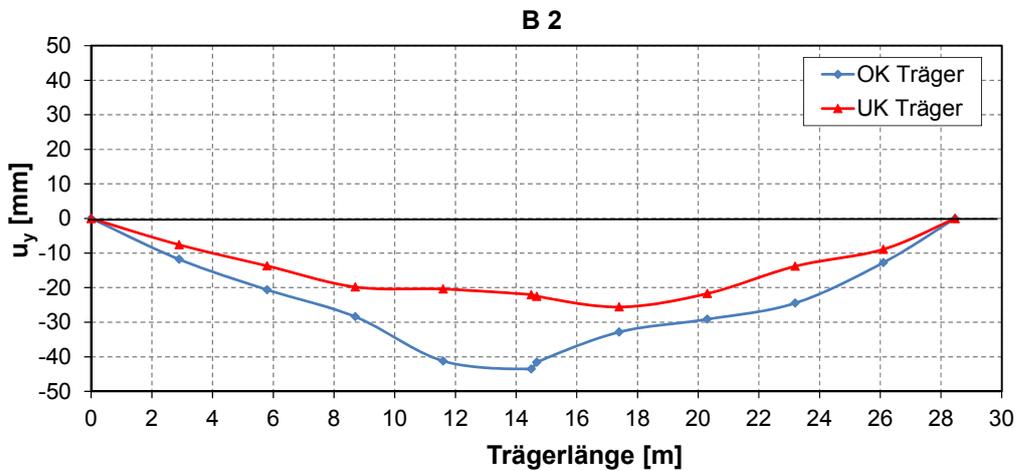


Bild B.11: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp B 2 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/430$

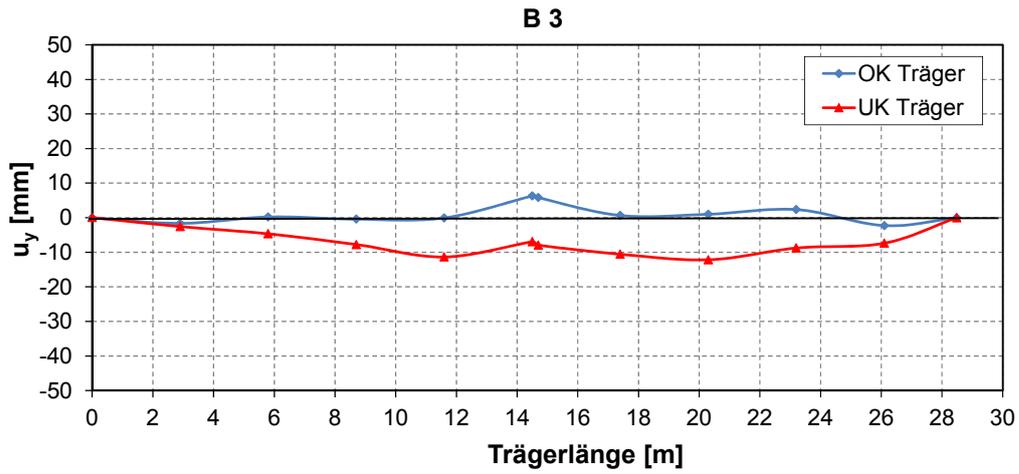
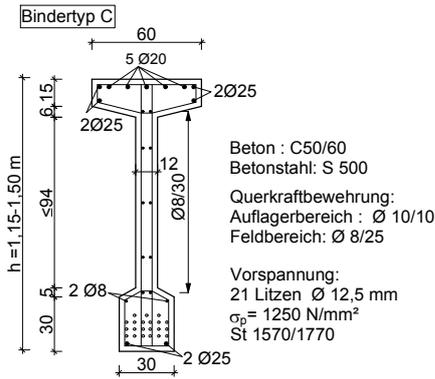


Bild B.12: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp B 3 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/900$

Bindertyp C

Querschnitt



Ansicht

Anzahl: 4

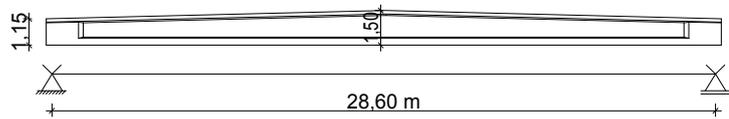


Bild B.13: Trägertyp C

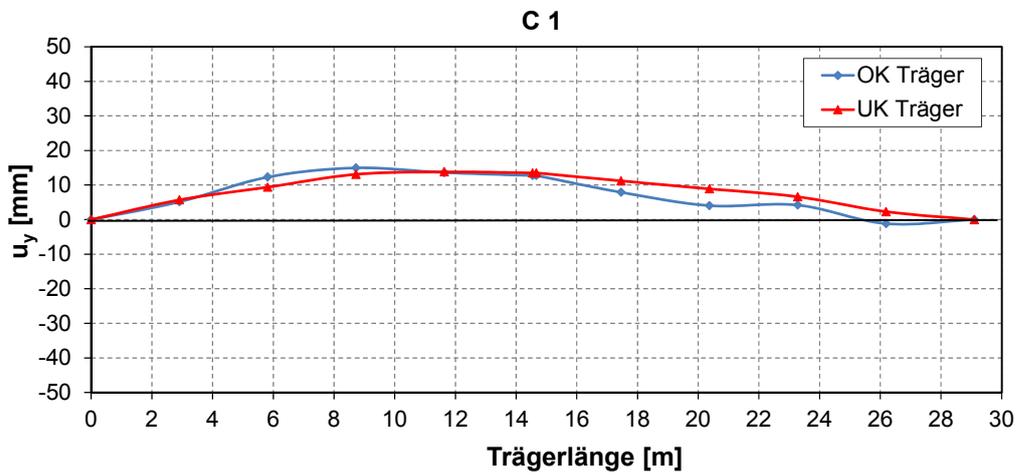


Bild B.14: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp C 1 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/2383$

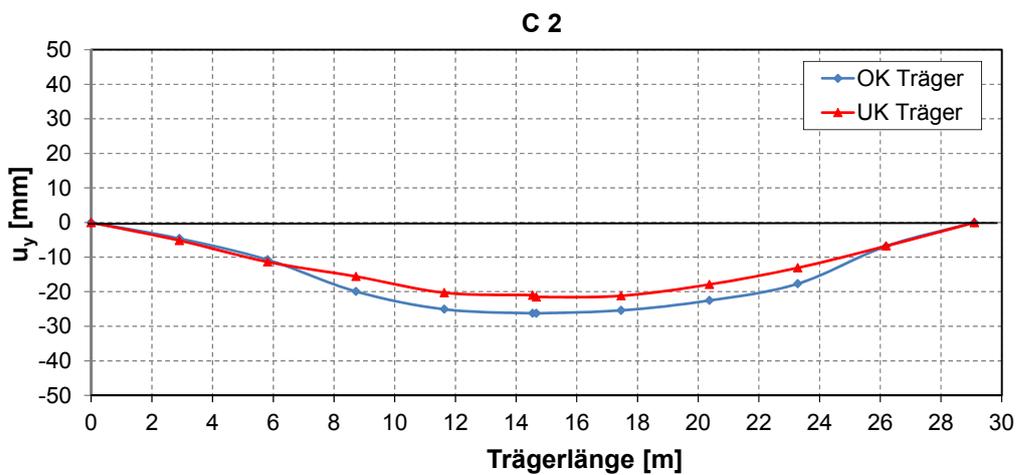


Bild B.15: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp C 2 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/698$

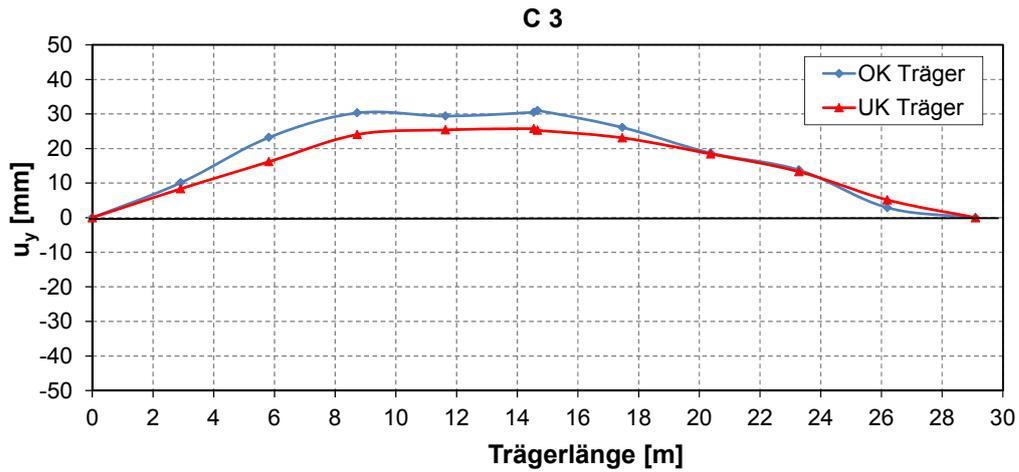


Bild B.16: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp C 3 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/698$

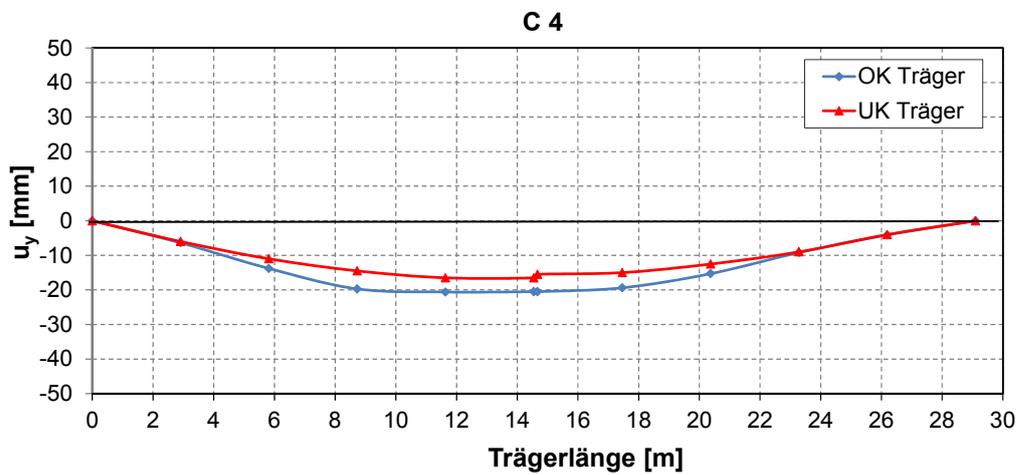
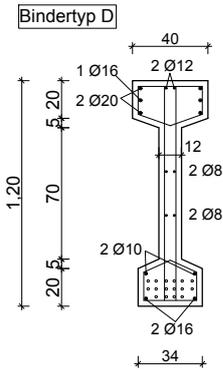


Bild B.17: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp C 4 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/867$

Bindertyp D

Querschnitt



Beton : C55/60
 Betonstahl: S 500
 Querkraftbewehrung:
 Auflagerbereich I: Büg
 Auflagerbereich II: R 3
 Feldbereich I: R 257
 Feldbereich II: R 188
 Vorspannung:
 16 Litzen Ø 12,5 mm
 $\sigma_p = 900 \text{ N/mm}^2$
 St 1570/1770

Ansicht

Anzahl: 5

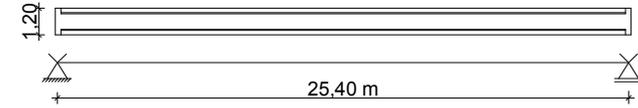


Bild B.18: Trägertyp D

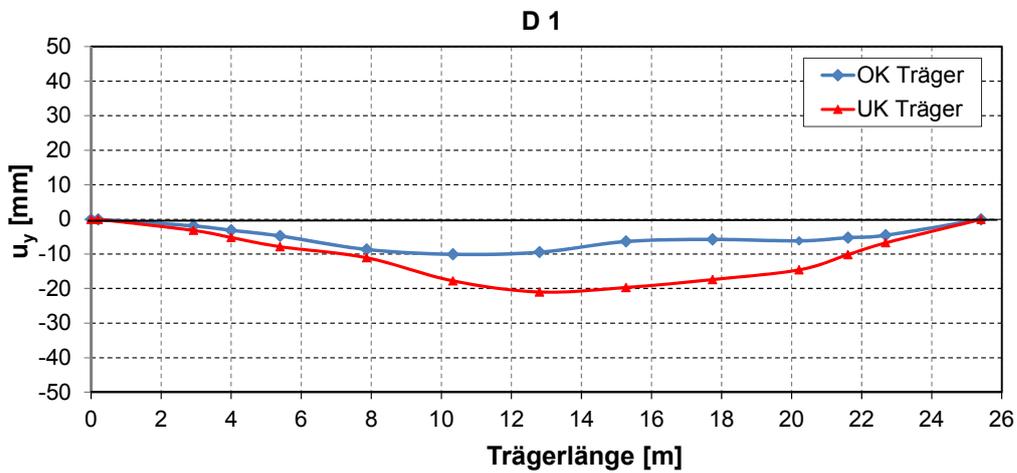


Bild B.19: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp D 1 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/977$

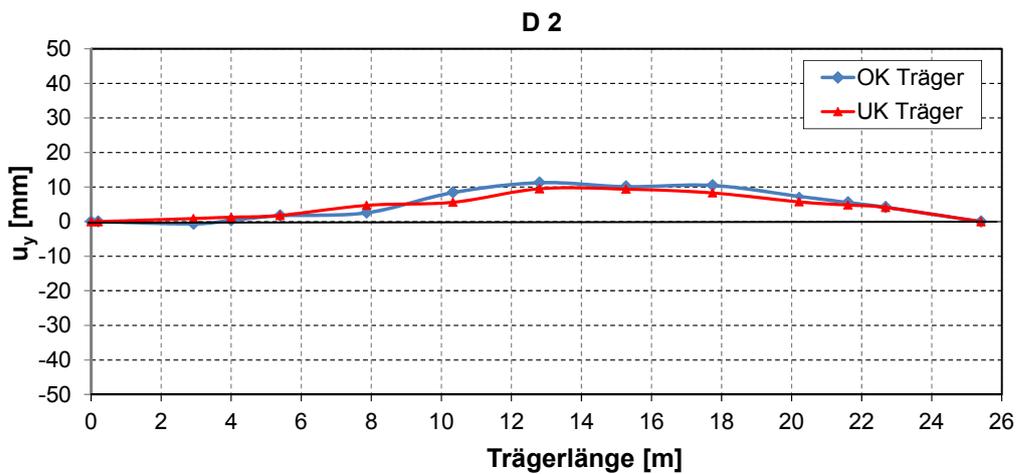


Bild B.20: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp D 1 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/1494$

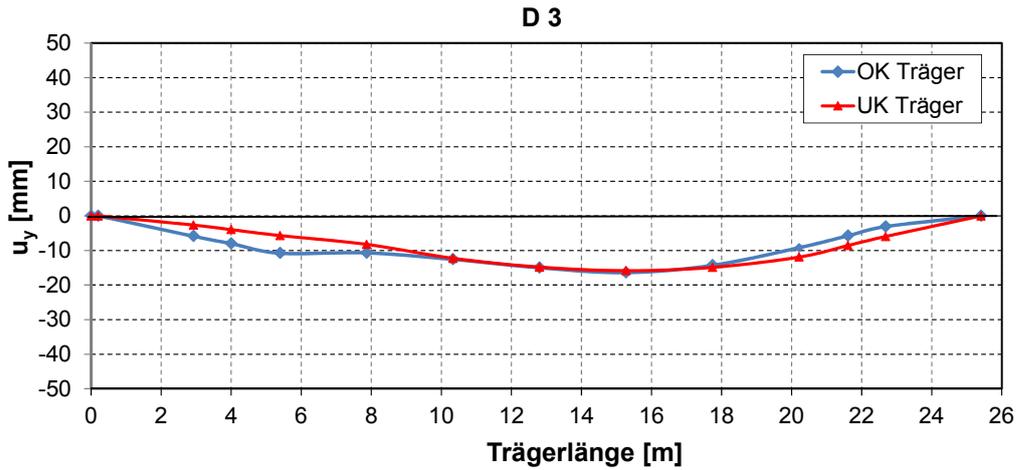


Bild B.21: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp D 3 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/1270$

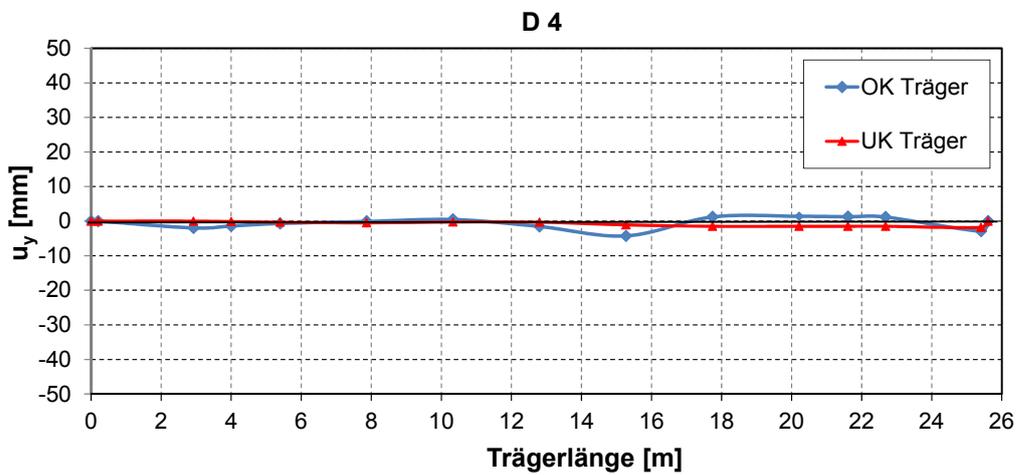


Bild B.22: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp D 4 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/9400 \approx 0$

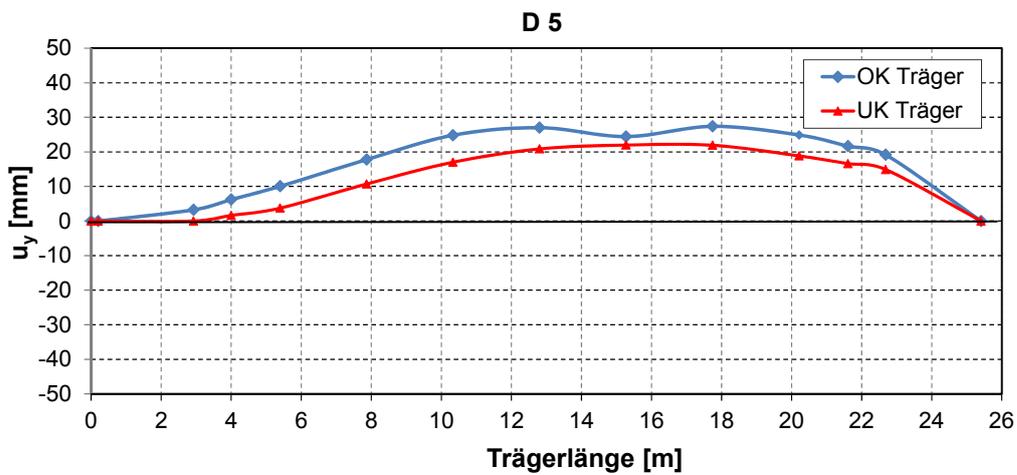
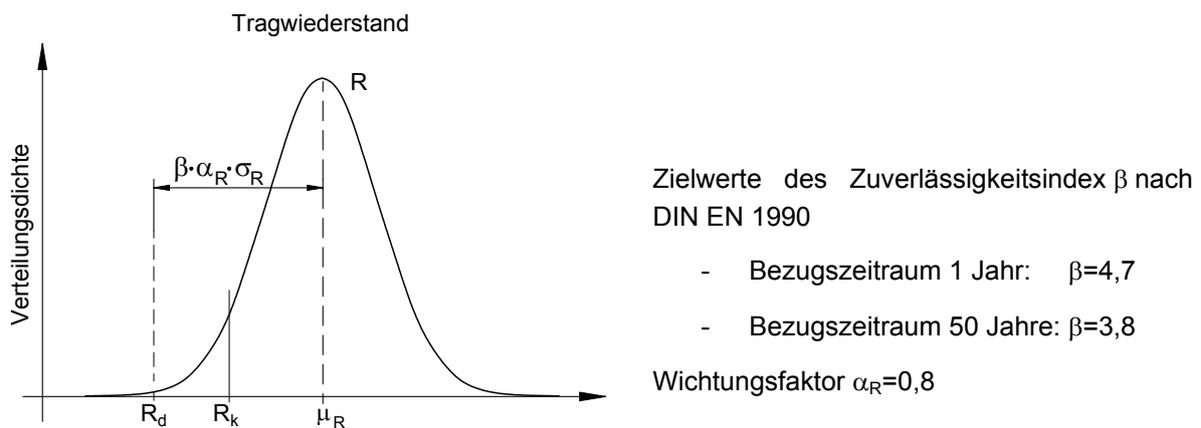


Bild B.23: Herstellungsbedingte Vorverformungen Trägertyp D 5 ($\vartheta=0\%$), $e_{i,geom} = L_{eff}/498$

Anhang C ECOV-Methode (Model Code 2010)

Die ECOV-Methode (Method of estimation of a coefficient of variation of resistance) ist ein Näherungsverfahren nach *Cervenka* für die Ermittlung des Bemessungswertes des Tragwiderstandes R_d eines Bauteils oder Bauwerks durch Schätzung des Variationskoeffizienten des Widerstandes V_R . Die Methode beruht auf der Annahme einer Lognormalverteilung für den Bauteilwiderstand.

Im Folgenden werden die Herleitung der im Rahmen der ECOV-Methode angegebenen Gleichungen für die Abschätzung des Variationskoeffizienten V_R des Tragwiderstandes und des globalen Teilsicherheitsbeiwerts γ_R dargestellt.



$$R_d = \mu_R - \beta \cdot \alpha_R \cdot \sigma_R = \mu_R (1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R)$$

Bild C.1: Verteilungsdichte des Tragwiderstandes (Normalverteilung)

Normalverteilung

$$R_k = \mu_R - k_{P,R} \cdot \sigma_R = \mu_R (1 - k_{P,R} \cdot V_R)$$

$$R_d = \mu_R - \beta \cdot \alpha_R \cdot \sigma_R = \mu_R (1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R)$$

γ_{Rk} für den Bemessungswert R_d bezogen auf charakteristischen Wert R_k

$$\begin{aligned} \gamma_{Rk} &= \frac{R_k}{R_d} = \frac{\mu_R - k_{P,R} \cdot \sigma_R}{\mu_R - \beta \cdot \alpha_R \cdot \sigma_R} \\ &= \frac{1 - k_{P,R} \cdot V_R}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R} \end{aligned}$$

Lognormalverteilung

$$R_k = \mu_R \cdot \exp(-k_{P,R} \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)$$

mit $k_{P,R} = 1,645$ (5%-Quantile)

$$R_d = \mu_R \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)$$

γ_{Rk} für den Bemessungswert R_d bezogen auf charakteristischen Wert R_k

$$\begin{aligned} \gamma_{Rk} &= \frac{R_k}{R_d} = \frac{\mu_R \cdot \exp(-1,645 \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)}{\mu_R \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)} \\ &= \exp[(\alpha_R \cdot \beta - 1,645) \cdot V_R] \end{aligned}$$

Normalverteilung

γ_R für den Bemessungswert R_d bezogen auf den Mittelwert R_m

$$\gamma_R = \frac{R_m}{R_d} = \frac{\mu_R}{\mu_R(1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R)}$$

$$= \frac{1}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R}$$

Ermittlung von V_R und γ_R

$$R_k = R_m(1 - k_{P,R} \cdot V_R)$$

$$\frac{R_k}{R_m} = 1 - k_{P,R} \cdot V_R$$

$$V_R = \frac{1 - \frac{R_k}{R_m}}{k_{P,R}}$$

γ_R für den Bemessungswert R_d bezogen auf den Mittelwert R_m

$$\gamma_R = \frac{R_m}{R_d} = \frac{1}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R}$$

Lognormalverteilung

γ_R für den Bemessungswert R_d bezogen auf den Mittelwert R_m

$$\gamma_R = \frac{R_m}{R_d} = \frac{\mu_R}{\mu_R \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)}$$

$$= \exp(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R + 0,5 \cdot V_R^2)$$

Abschätzung V_R und Ermittlung von γ_R nach Cervenka

$$R_k = R_m \cdot \exp(-1,645 \cdot V_R - 0,5 V_R^2)$$

$$\frac{R_k}{R_m} \approx \exp(-1,645 \cdot V_R)$$

$$\ln\left(\frac{R_k}{R_m}\right) = -1,645 \cdot V_R$$

$$V_R = -\frac{1}{1,645} \ln\left(\frac{R_k}{R_m}\right) = \frac{1}{1,645} \ln\left(\frac{R_m}{R_k}\right)$$

γ_R für den Bemessungswert R_d bezogen auf den Mittelwert R_m

$$\gamma_R = \frac{R_m}{R_d} = \exp(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R + 0,5 \cdot V_R^2) \approx \exp(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R)$$

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R)}$$

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Agnieszka Kolodziejczyk

Geburtsdatum: 31.03.1980

Geburtsort: Warschau, Polen

Staatsangehörigkeit: deutsch

Familienstand: ledig, ein Kind

Schulbildung

1987-1989 Grundschule in Warschau, Polen

1989-1991 Grundschule an der Wilhelmstraße, Castrop-Rauxel

1991-1997 Fridtjof-Nansen-Realschule, Castrop-Rauxel

1997-1998 Reeths-Puffer-Highschool, Muskegon, Michigan, USA

1998-2000 Ernst-Barlach-Gymnasium, Castrop-Rauxel
Abschluss: Abitur

Studium

2000-2006 Studium des Bauingenieurwesens, Fachrichtung Konstruktiver Ingenieurbau an der Fakultät Bauwesen, Universität Dortmund

Berufstätigkeit

2007-2008 Tragwerksplanung im Ingenieurbüro Müller Marl GmbH, Marl

2008-2014 Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl Betonbau, Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen, Technische Universität Dortmund

Seit 2014 König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH, Dortmund

In der Schriftenreihe Betonbau sind bisher erschienen:

- Heft 1 Andreas Arnold
 „Zum Einfluss der Zwangsschnittgrößen aus Temperatur bei Tragwerken aus Konstruktionsbeton mit und ohne Vorspannung“ (2008)
- Heft 2 Gudrun Djouahra
 „Verhalten von Stahlbetonbauteilen unter einer kombinierten Beanspruchung aus Last und zentrischem Zwang“ (2009)
- Heft 3 Melanie Krause
 „Ein neues Konzept zum Nachweis der Standsicherheit von Dübelbefestigungen in Wärmedämm-Verbundsystemen (WDVS)“ (2010)
- Heft 4 Halil Kiziltan
 „Zum Einfluss des Druckbogens auf den Schubwiderstand von Spannbetonbalken“ (2012)
- Heft 5 Seung Jin Choi, Halil Kiziltan
 „Zur Berechnung der Durchbiegungen von Stahlbetonplatten unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Materialmodelle“ (2014)
- Heft 6 Agnieszka Kolodziejczyk
 „Untersuchungen zum Kippen schlanker Stahlbeton- und Spannbetonträger beliebiger Geometrie mit der nichtlinearen FEM“ (2015)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND
SCHRIFTENREIHE BETONBAU

Herausgeber: Professor Dr.-Ing. Reinhard Maurer

HEFT 6
2015