

Carina ZINDEL, Dortmund

## „Wenn ich wüsste, was davon was ist...“ – konzeptuelle und sprachliche Hürden bei funktionalen Abhängigkeiten

### Ausgangspunkt: Prüfungsergebnisse

Das Zitat aus dem Titel stammt von der Zehntklässlerin Hanna, als sie sich mit der Verbrauchs-Aufgabe (in Abbildung) aus den Zentralen Abschlussprüfungen 10 (ZP10, 2012) in NRW beschäftigt hat. Es illustriert die Herausforderung, die inhaltliche Bedeutung der Variablen (und Parameter) aus der Funktionsgleichung zu klären.

Für das Auto von Familie Wacker lässt sich der durchschnittliche Kraftstoffverbrauch (in l / 100 km) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit (in km/h) näherungsweise mit der folgenden Gleichung berechnen:

$$f(x) = 0,0005 \cdot (x - 40)^2 + 4,5462.$$

- a) Wie hoch ist der durchschnittliche Verbrauch bei einer Geschwindigkeit von 150 km/h. Notiere deine Rechnung.
- b) Wie hoch ist die Geschwindigkeit, wenn 9,0 l auf 100 km verbraucht werden? Notiere deine Rechnung.

Abbildung 1: Verbrauchs- Aufgabe der ZP10 2012 NRW (im Original Prüfungsteil 2, Aufgabe 2c)

Dass Lernende mit dieser Aufgabe Probleme haben, zeigen Ergebnisse des Projekts MuM-ZP (Prediger et al., 2013). Aufgabenteil a) haben hiernach nur 49,9% der Lernenden (47% der sprachlich Schwachen, 56% der sprachlich Starken), Aufgabenteil b) sogar nur 11% der Lernenden (10% der sprachlich Schwachen, 15% der sprachlich Starken) gelöst. Im gesamten Test schnitten sprachlich schwache Lernende jeweils schlechter ab als sprachlich starke Lernende. Der Einfluss der Sprachkompetenz auf die Testleistung war insbesondere größer als Faktoren wie der Migrationshintergrund oder der sozio-ökonomische Status (Prediger et al., 2013). Dies wirft die Frage nach der Rolle der Sprache auf. Die Sprache ist auch in der Mathematik nicht nur als Lernmedium, sondern auch als Lerngegenstand und bei einigen Lernenden als erst zu schaffende Lernvoraussetzung anzusehen (Prediger, 2013). In einem Dortmunder Projekt MuM-Funktionen wird daher zwei Fragen nachgegangen: Wie sind beim Umgang mit funktionalen Abhängigkeiten konzeptuelle und sprachliche Hürden verknüpft? Welche Förderansätze lassen sich daraus ableiten? In diesem Beitrag liegt der Fokus auf den möglichen Hürden.

## Methodischer Rahmen

Den Rahmen bildet die Fachdidaktische Entwicklungsforschung mit ihrer iterativen Verknüpfung von Entwicklung und Forschung (Prediger et al., 2012). Es wurden 22 Designexperimente im Interview- Setting mit jeweils zwei Lernenden videographiert, partiell transkribiert und qualitativ analysiert im Hinblick auf mögliche Hürden und Zusammenhänge.

## Erste empirische Ergebnisse: Facetten der inhaltlichen Bedeutung

Dass auch in der Mathematik sprachliche Besonderheiten mögliche Hürden darstellen, wird zunehmend in den Blick genommen (vgl. z.B. Prediger et al., 2013; Maier & Schweiger, 1999). Doch ist bislang wenig themenspezifisch erforscht, wie Hürden für spezifische Themen wie funktionale Abhängigkeiten genau ineinander greifen. Beispiele für sprachliche Mittel zur verbalen Darstellung von Funktionen sind „...in Abhängigkeit von...“, „...wird... zugeordnet“ usw., die für Lernende keineswegs selbstverständlich, sondern explizit zu lernen sind. Eine mögliche Hürde liegt in ihrer starken Komprimiertheit, so dass wichtige Facetten der funktionalen Abhängigkeit von Lernenden erst entschlüsselt werden müssen. Empirisch rekonstruiert wurden folgende Facetten der inhaltlichen Bedeutung einer funktionalen Abhängigkeit, die Lernende ansprechen, wenn sie sich mit der Verbrauchsaufgabe beschäftigen: *Beziehung zwischen zwei Größen*, *Richtung der Abhängigkeit*, *Bedeutung der Variablen* und *Bedeutung der Parameter* (Abbildung 2).

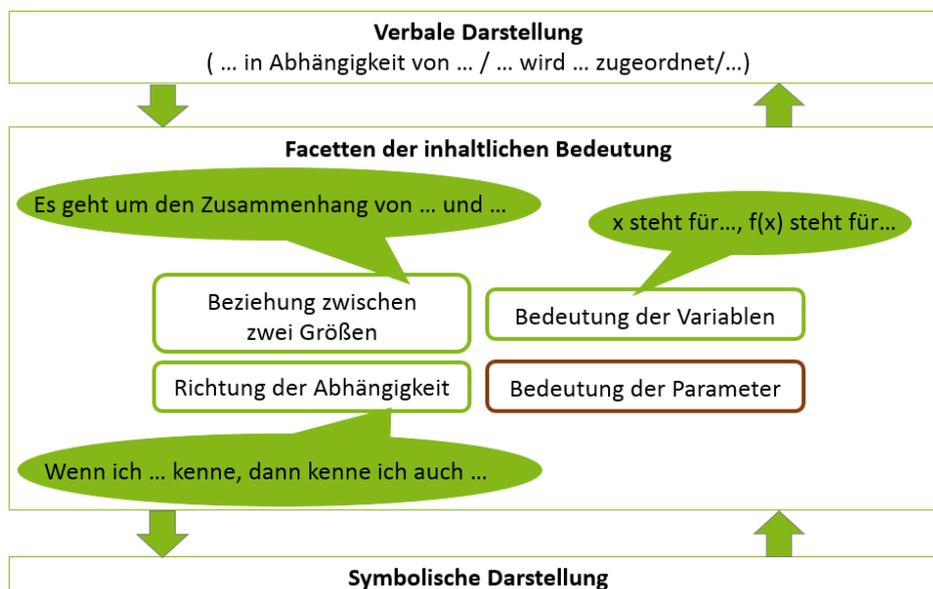


Abbildung 2: Facetten der inhaltlichen Bedeutung und ihre Sprachmittel

Hierbei treten verschiedene Hürden auf, von denen hier einige exemplarisch vorgestellt werden.

### *Beziehung zwischen zwei Größen*

Paola: „Hm, ja weil hier ist ja die Gleichung und das war jetzt die einzige Zahl [zeigt auf die 150], die es gab und bei  $x$  muss dann eigentlich immer dann einsetzen, also war das so die einzige Möglichkeit...“

Für Paola stellt es eine Herausforderung dar, zu erkennen, dass es überhaupt um die Beziehung von *zwei* Größen geht und die Fixierung auf eine Größe nicht ausreicht. Eine weitere mögliche Hürde bei dieser Facette wäre auch die Identifizierung der beiden relevanten Größen.

### *Richtung der Abhängigkeit*

Luisa: „Ich [weiß], was man einsetzen muss, einmal die Geschwindigkeit, einmal den Verbrauch, aber ich habe da jetzt keinen Sinn, keine Logik darin gesehen, wie man das jetzt einsetzt.“

Für Luisa stellt die Klärung der Richtung der Abhängigkeit eine Hürde dar. Sie kann die verbale Darstellung in dieser Hinsicht nicht auf die Bedeutung der Variablen in der symbolischen Darstellung übertragen.

### *Bedeutung der Variablen*

Dennis: „Kraftstoffverbrauch [...] – weiß ich jetzt nicht genau, was das dabei sein soll – aber  $x$  ist die Geschwindigkeit, so dass man für  $x$  immer etwas anderes einsetzen kann.“

Dennis argumentiert darüber, dass das  $x$  immer als Platzhalter für die in der Aufgabenstellung gegebene Größe fungiert und klärt so die Bedeutung der Variablen, ohne die im Text beschriebene Beziehung zwischen *zwei* Größen oder die Richtung der Abhängigkeit in den Blick zu nehmen.

### *Bedeutung der Parameter*

Carlotta: „Ja aber das ist doch noch nicht der Kraftstoffverbrauch – 0,0005 was ist das denn?“

Carlotta sucht die Antwort auf die Aufgabenstellung in den Parametern der Funktionsgleichung. Hier fehlt der Bezug zu allen anderen Facetten, die Relevanz der Parameter wird überbewertet.

Mögliche Hürden bestehen also zum einen, wenn einzelne Facetten in der Bedeutung nicht korrekt erfasst werden. Zum anderen liegen sie aber auch gerade in der Vernetzung der Facetten, wie die Beispiele bereits andeuten. Um die komprimierte verbale Darstellung zu entschlüsseln, sind noch weitere bedeutungsbezogene Sprachmittel erforderlich (vgl. *Abbildung*).

## **Fazit und Ausblick**

Die verschiedenen Darstellungen einer funktionalen Abhängigkeit umfassen komprimiert jeweils alle Facetten der inhaltlichen Bedeutung. Die für

den Umgang mit Textaufgaben notwendige Vernetzung der verbalen und symbolischen Darstellungen erfordert dementsprechend auch eine Betrachtung all dieser Facetten. Dies stellt für Lernende mögliche Hürden dar.

Bei diesen Hürden ist auch die Sprache in mehrerer Hinsicht von Bedeutung. In Form der verbalen Darstellung ist sie Teil des Lerngegenstands und müsste von Lernenden hinsichtlich ihres konzeptuellen Gehalts entschlüsselt werden. Um die einzelnen Facetten überhaupt umschreiben zu können, braucht es allerdings weitere bedeutungsbezogene Sprachmittel, diese sind Lernvoraussetzung an dieser Stelle.

Potentiellen Hürden könnte man vorgreifen, wenn die verschiedenen Facetten sowie ihre zugehörigen Sprachmittel explizit mit zum Lerngegenstand und Variationen der verbalen Darstellung als Lernmedium fruchtbar gemacht werden. Die bedeutungsbezogenen Sprachmittel zu den einzelnen Facetten sollten dabei als Lernvoraussetzung gewährleistet sein, z.B. durch das Angebot entsprechender Satzgerüste. Dies wird Gegenstand der nächsten Zyklen der Entwicklungsforschungsstudie sein.

## **Literatur**

- Maier, H., & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache - Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. Wien: öbv & hpt.
- Prediger, S. (2013): Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen. Mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten. In: Becker-Mrotzek, M.; Schramm, K.; Thürmann, E.; Vollmer, H.-J. (Hg.): *Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen*. Münster, München [u.a.]: Waxmann, 167–183.
- Prediger, S.; Link, M.; Hinz, R.; Hußmann, S.; Thiele, J.; Ralle, B. (2012): Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *MNU*, 65 (8), 452-457.
- Prediger, S.; Renk, N.; Büchter, A.; Gürsoy, E.; Benholz, C. (2013): Family background or language disadvantages? Factors for underachievement in high stakes tests. In: Lindmeier, A. & Heinze, A. (Hrsg.): *Proceedings of the 37th Conference of PME*, Kiel: PME, 4.49-4.56.
- ZP10 (2012). *Ministerium für Schule und Weiterbildung: Zentrale Abschlussprüfung 10 Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Düsseldorf.