

Kopfrechnen in der Sekundarstufe: Erste Ergebnisse einer aktuellen Studie

Rechnen im Kopf lässt sich nur schwer erforschen, da es sich der Beobachtung entzieht. Daher gibt es keine einhellige Definition. Für Grassmann et al. (2010, S. 53) zum Beispiel zählt eine Berechnung als schriftliches Rechnen, sobald sie die Schritte des schriftlichen Algorithmus verwendet, auch wenn sie vollständig im Kopf stattfindet und keinerlei Schreibgerät oder Papier verwendet wird.

Ferner hat die Hirnforschung nachgewiesen, dass das Abrufen gespeicherter Ergebnisse, zum Beispiel des kleinen Einmaleins, in einem anderen Areal des Gehirns stattfindet als das eigentliche Kopfrechnen, bei dem tatsächlich ein Ergebnis nicht abgerufen, sondern durch Rechnen ermittelt wird (Wagner 2006, S. 29).

Sowohl das rein mentale Benutzen schriftlicher Algorithmen im Kopf, ohne tatsächlich etwas zu verschriftlichen, als auch das Abrufen aus dem Gedächtnis sind interne Tätigkeiten, die sich äußerlich nicht vom eigentlichen Kopfrechnen unterscheiden lassen. Deshalb soll in dieser Studie beides zum „Kopfrechnen“ gehören, sofern es sich nicht offensichtlich äußerer Hilfsmittel bedient. Damit ist das Konstrukt konform mit der in der Mathematikdidaktik einhellig geteilten Einschätzung, dass Kopfrechnen eine Kategorie ist neben den drei anderen Kategorien des schriftlichen Rechnens, des halbschriftlichen Rechnens und des Rechnens mit dem Taschenrechner (vgl. Plunkett 1987, Seite 44).

Neben den genannten neurobiologischen Untersuchungen gibt es im Primarbereich zahlreiche Studien zum Kopfrechnen, im Gegensatz zur Sekundarstufe, wo die letzte größere deutschsprachige Studie über zehn Jahre zurückliegt (Wagner 2006). Daher hat die auf der Jahrestagung der GDM 2016 vorgestellte Studie zum Ziel, den aktuellen Stand von Kopfrechenleistung und dabei verwendeten Strategien zu erfassen. Zur Messung der Leistung wurde ein Test konzipiert. Die Strategien wurden über ein Leitfaden-Interview erfasst. Die sich abzeichnenden Ergebnisse des quantitativen ersten Teils werden hier kurz vorgestellt.

Testaufbau

Der Test besteht aus 64 Aufgaben aller vier Grundrechenarten. Um nicht andere Kompetenzen zu messen, wurde darauf verzichtet, Aufgaben mit Alltagsbezug oder in Textform zu verwenden. Alle Aufgaben wurden rein mathematisch symbolisch gestellt. In der Pilotphase des Kopfrechentestes wurden Aufgaben mangels Trennschärfe entfernt, darunter sämtliche Aufgaben

mit Potenzen, die Fünftklässler überfordern. Übriggeblieben sind 21 Additionsaufgaben, 14 Subtraktionsaufgaben, 11 Multiplikationsaufgaben und 18 Divisionsaufgaben. Zur Vermeidung von Mustern und Routinen wechselt die Rechenart nach jeder Aufgabe. Zum Einstieg wurden einfachere Aufgaben eines in der unteren Mitte angesiedelten Niveaus gewählt, die locken aber nicht überfordern. Schwierige Aufgaben finden sich aber nicht am Ende, sondern breit gestreut, genauso einfache Aufgaben. Dies soll dem Alltag Rechnung tragen, in dem die Aufgaben ebenfalls nicht sortiert sind, sondern sowohl in Schwierigkeitsgrad wie in Rechenart unsortiert auftreten und eine flexible Reaktion erfordern beim Erkennen von Aufgabe und passender Vorgehensweise.

Stichprobenverteilung

Abbildung 2 zeigt die Verteilung der 2.172 Probanden auf die verschiedenen Schularten. Die überwältigende Beteiligung von Berufsschule und Gymnasium trägt dem Umstand Rechnung, dass die Lehrkräfte von der Notwendigkeit des Kopfrechnens als Bildungsziel überzeugt sind und sich an der Studie beteiligen wollten, auch wenn sie nicht explizit gefragt wurden. Die geringe Zahl von Werkrealschülerinnen und -schülern ist Folge des in Baden-Württemberg sukzessiv betriebenen Abbaus dieser Schulart zugunsten der neuen, sogenannten Gemeinschaftsschule (GMS), die sich zeitgleich im Aufbau befindet und noch keine Klassen zum Abschluss geführt hat.

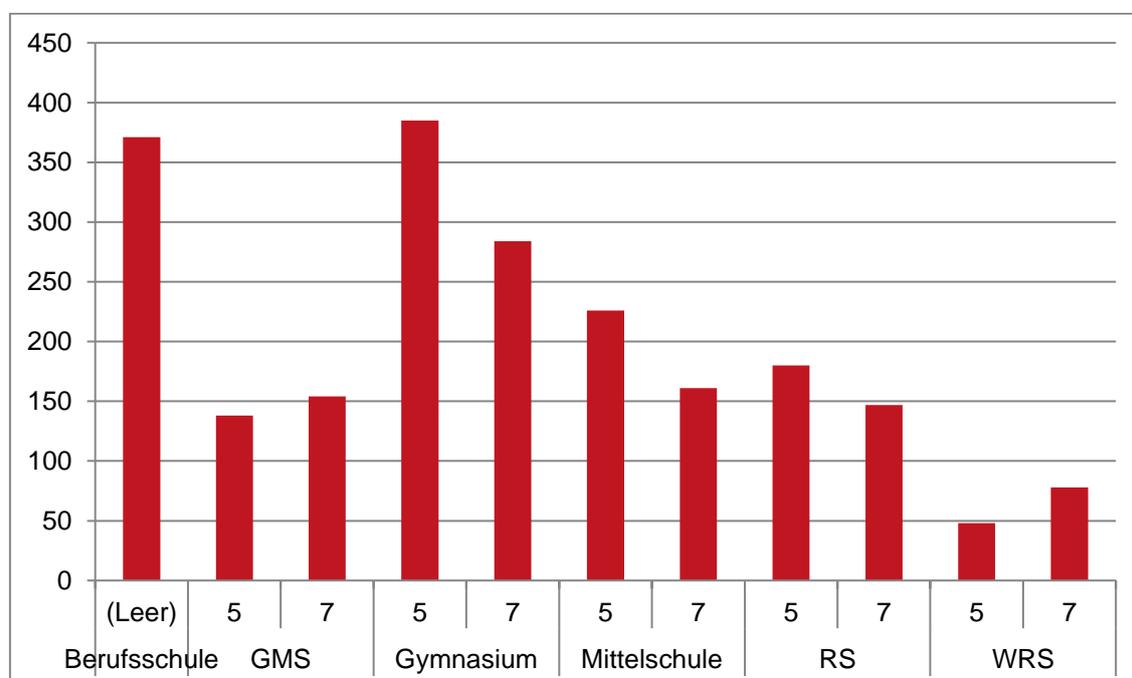


Abbildung 2: Stichprobenverteilung

Erste Ergebnisse

Eine der Hypothesen des laufenden Projekts ist die Annahme, die in der Grundschule erworbenen Fähigkeiten im Kopfrechnen werden im Verlauf der Sekundarstufe (möglicherweise durch die Allverfügbarkeit technischer Hilfsmittel) so sehr vernachlässigt, dass sie schwinden. Dies lässt sich

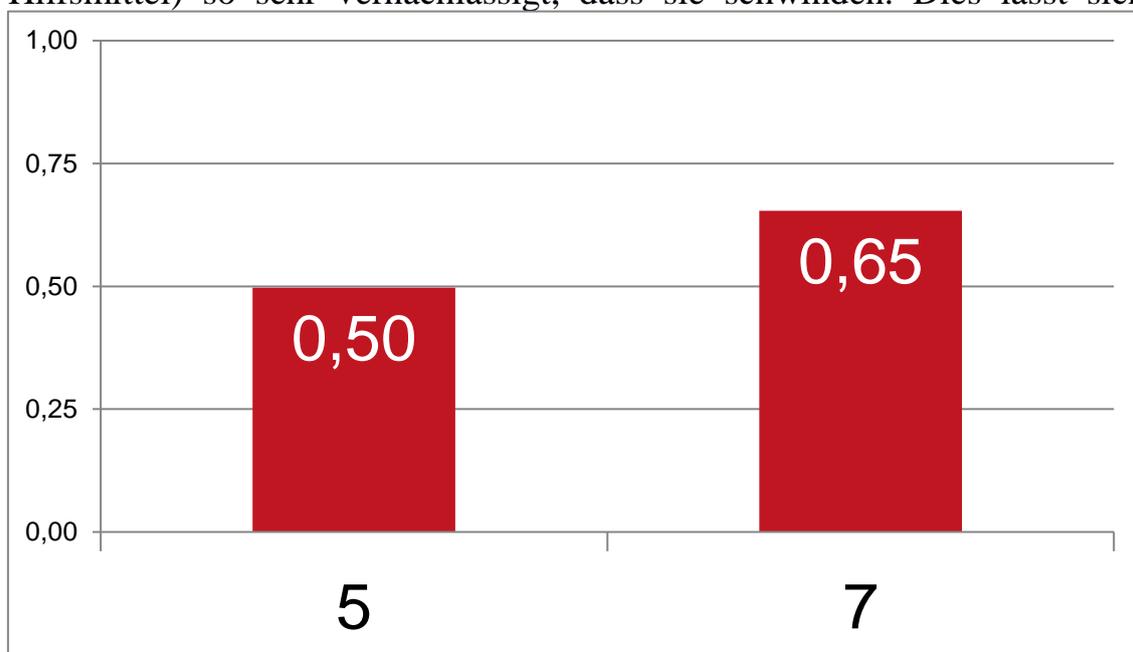


Abbildung 3: durchschnittliche Erfolgsrate Addieren GMS

verneinen. Wie im Beispiel des Addierens in der Gemeinschaftsschule (Abbildung 3) sind die Leistungen im Kopfrechnen je Schulart im Vergleich zwischen den beiden Klassenstufen 5 und 7 nie zurückgegangen, in der Regel sogar deutlich gestiegen.

Der Unterschied zwischen den Grundrechenarten ist ebenfalls schulartunabhängig gleich ausgefallen. Wie erwartet, fiel den Schülerinnen und Schülern Addieren am leichtesten, Dividieren am schwersten. Subtrahieren und Multiplizieren lagen dazwischen.

Wie sich nun die Schularten im Vergleich darstellen (und darin Klasse 5 vs. 7), zeigt Abbildung 4, hier ebenfalls am Beispiel des Addierens.

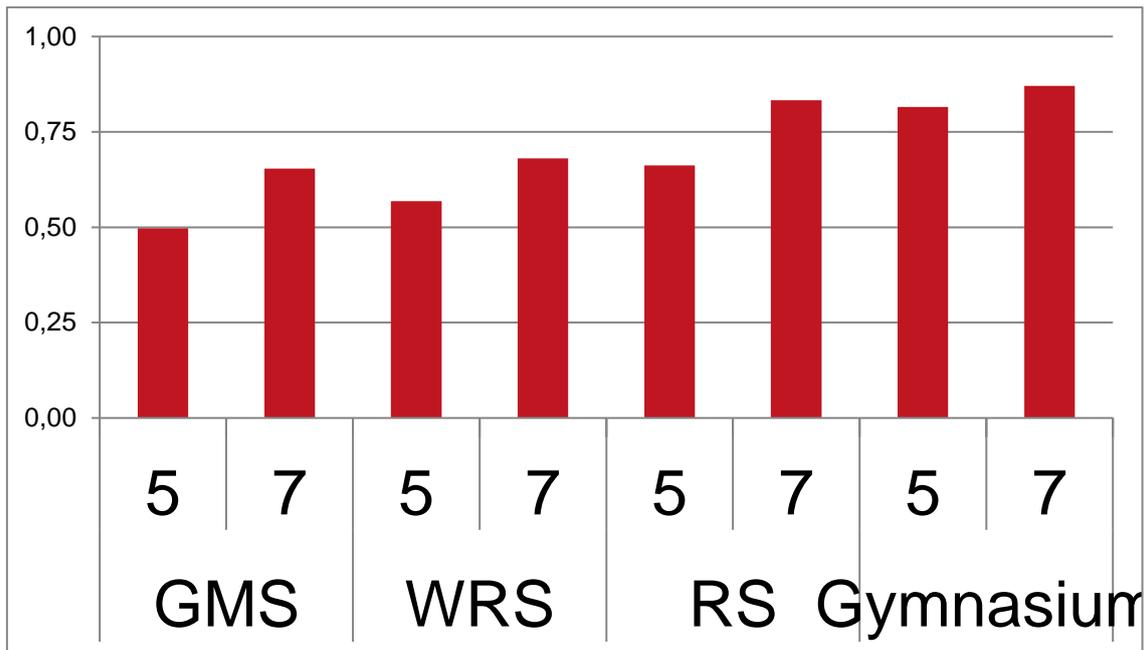


Abbildung 4: durchschnittliche Erfolgsrate Addieren je Schulart

Literatur

- Grassmann, M., Eichler, K.-P., Mirwald, E., Nitsch, B. (2010). Mathematikunterricht. In A. Kaiser und S. Miller (Hrsg.), *Kompetent im Unterricht der Grundschule*. Band 5. Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.
- Krauthausen, G. (1993). Kopfrechnen, halbschriftliches Rechnen, schriftliche Rechenverfahren, Taschenrechner: Für eine Neubestimmung des Stellenwertes der vier Rechenmethoden. *Journal für Mathematikdidaktik*, 14, 189 – 219.
- Lörcher, G. (1985). Einmaleinskenntnisse bei Schülern der Sekundarstufe. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 191 – 194. Zitiert nach A. Wagner, *Zum Kopfrechnen in der Hauptschule* (S. 50). Hildesheim 2006: Franzbecker.
- Plunkett, S. (1987). Wie weit müssen Schüler heute noch die schriftlichen Rechenverfahren beherrschen? *mathematik lehren*, 21, 43 – 46.
- Wagner, A. (2006). *Zum Kopfrechnen in der Hauptschule*. Hildesheim: Franzbecker.