

**Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)**

**Bestimmung des Energiespektrums
von atmosphärischen
Myonneutrinos mit 3 Jahren Daten
des IceCube-Detektors**

Mathis Börner
geboren in Bielefeld

2018

Lehrstuhl für Experimentelle Physik V
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund

Erstgutachter: Prof. Dr. Dr. Wolfgang Rhode
Zweitgutachter: Prof. Dr. Kevin Kröniger
Abgabedatum: 23. Mai 2018

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird die Messung des Energiespektrums atmosphärischer Myon-neutrinos in einem Energiebereich zwischen 125 GeV und 2 PeV mit Daten des IceCube-Detektors vorgestellt. Zur Durchführung der Messung wurde zunächst für die drei untersuchten Messjahre ein Myon-neutrino-Datensatz erzeugt. Für den Datensatz wurde eine Reinheit von $(99.7 \pm 0.3)\%$ bei einer Ereignisrate von 3.470 mHz erreicht. Die Ereignisrate liegt circa 35 % höher als bei vergleichbaren Datensätzen der selben Messjahre.

Für die Bestimmung des Spektrums wurde ein etablierter Entfaltungsansatz genutzt, der im Rahmen dieser Arbeit entscheidend weiterentwickelt wurde. Das erste Ergebnis ist eine Entfaltung mit 14 Messpunkten zwischen 125 GeV und 2 PeV in einem Zenitbereich zwischen 86° und 180° . Das Ergebnis zeigt ein mit den aktuellen Messungen des astrophysikalischen Flusses kompatibles Abflachen für $E_\nu > 100$ TeV. Zusätzlich wurde das Spektrum mit jeweils 11 Messpunkten zwischen 125 GeV und 250 TeV für 3 disjunkte Zenitbereiche entfaltet.

Abstract

In this work the measurement of the energy spectrum of atmospheric muon neutrinos in an energy range from 125 GeV to 2 PeV with data of the IceCube detector is presented. To perform the measurement a muon neutrino sample was created from three years worth of data. The sample achieved a purity of $(99.7 \pm 0.3)\%$ at an event rate of 3.470 mHz. The event rate is approximately 35 % higher compared to similar samples created before from the same data.

In the course of this analysis an established unfolding approach was significantly improved and applied to determine the energy spectrum. The first result is an unfolding with 14 data points between 125 GeV and 2 PeV in a zenith range between 86° and 180° . The result shows a flattening for $E_\nu > 100$ TeV compatible with the most recent measurements of the astrophysical flux. In addition, the spectrum was unfolded with 11 data points up to energies of 250 TeV for 3 disjoint zenith regions.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Neutrinos	5
2.2	Astroteilchenphysik	6
2.3	IceCube	9
3	Separation	15
3.1	Definition von Signal und Untergrund	16
3.2	Datenrepräsentation	21
3.3	Klassifikation	33
3.4	Finale Separation	36
4	Entfaltung	49
4.1	Grundlagen	51
4.2	Durchführung der Entfaltung der Myonneutrinoenergie	60
4.3	Datenrepräsentation und Diskretisierung des Observablenraumes	70
4.4	Entfaltung über den gesamten Zenitbereich	75
4.5	Entfaltung der Messdaten in verschiedenen Zenitbändern	92
5	Diskussion	97
6	Zusammenfassung und Ausblick	109
A	Anhang	111
A.1	Reproduzierbarkeit	111
A.2	Methodische Grundlagen	121
A.3	Separation	126
A.4	Entfaltung	156
	Literatur	189
	Abbildungsverzeichnis	206
	Tabellenverzeichnis	208

1 Einleitung

Die Neutrinoastronomie ist ein junges Feld der Astroteilchenphysik. Hauptziel und Motivation der Neutrinoastronomie ist es, mit Hilfe von Neutrinos das Universum neu zu kartographieren. Allerdings ist die Existenz von hochenergetischen, extraterrestrischen Neutrinos, die häufig auch als astrophysikalische Neutrinos bezeichnet werden, erst seit den Messungen der IceCube-Kollaboration aus den Jahren 2013 [Aar+13a] und 2014 [Aar+14c] bewiesen. Ende des Jahres 2017 folgte die erste Identifikation einer Quelle für astrophysikalische Neutrinos [Aar+18b].

Bei der Detektion von Neutrinos auf der Erde werden unweigerlich neben astrophysikalischen Neutrinos auch Neutrinos, die in der Atmosphäre der Erde entstehen, gemessen. Folglich ist eine detaillierte Kenntnis des atmosphärischen Neutrinoflusses von grundlegender Bedeutung bei der Suche nach Neutrinoquellen im Universum. Ziel dieser Arbeit ist die Bestimmung des atmosphärischen Myonenneutrinospektrums zwischen 125 GeV bis 2 PeV. Der untersuchte Energiebereich reicht in Regionen (> 100 TeV), in denen der Gesamtfluss von astrophysikalischen Neutrinos dominiert wird.

Für die Messung des atmosphärischen Spektrums sind Myonenneutrinos die naheliegendsten Kandidaten. Auch wenn in der Atmosphäre die Produktionsrate von Elektronenneutrinos nur einen Faktor 2 unterhalb der Rate für Myonenneutrinos liegt, ist die mit IceCube Detektor detektierbare Rate mehrere Größenordnungen unterhalb der für Myonenneutrinos [Aar+15c]. Die zu erwartende Rate an atmosphärischen Tauenneutrinos liegt wieder weitere Größenordnungen unterhalb der für Elektronenneutrinos [Fed+15]. Zudem konnte bisher kein Tauenneutrino in IceCube nachgewiesen werden [Aar+16d].

Neben der untersuchten Neutrinofamilie können Messungen des Neutrinoflusses noch an zwei weiteren Merkmalen unterschieden werden: zum Einen daran wie die Ereignisse selektiert werden und zum Anderen daran, welcher Analyseansatz für die Messung verwendet wird. Bei der Wahl des Analyseansatzes gibt es zwei komplementäre Ansätze: das Anpassen eines parametrisierten Flussmodells an die Messdaten [Aar+16c] oder das modellunabhängige Entfalten des Flusses [Aar+15b; Aar+17e].

In dieser Arbeit soll zunächst aus den Messdaten des Detektors ein Datensatz erzeugt werden, der vornehmlich aus Myonenneutrinos besteht. Dafür wird eine Analyseketten

entwickelt, die stark auf den Einsatz von Algorithmen des maschinellen Lernens setzt. Auf diesen Datensatz aufbauend soll anschließend das Spektrum der Myonenneutrinos mit einem Entfaltungsansatz bestimmt werden. Durch die Modellunabhängigkeit des Ansatzes, der mit einem Minimum an Annahmen über das Spektrum auskommt, liefert das Ergebnis einen unvoreingenommenen Blick auf das Spektrum.

Die Erkenntnisse, die bei der Messung des atmosphärischen Neutrinoflusses gewonnen werden, gehen über ihre Implikationen für die Neutrinoquellenuche hinaus. Die atmosphärischen Neutrinos entstehen in Wechselwirkungen der geladenen kosmischen Strahlung mit Molekülen der Luft. Die Schwerpunktsenergien bei diesen Wechselwirkungen liegt mehrere Größenordnungen oberhalb der Energien, die in heutigen Beschleunigeranlagen erreicht werden können. Dadurch ist der Vergleich des Spektrums mit theoretischen Vorhersagen eine einzigartige Möglichkeit die Vorhersagen und ihrer zugrundeliegenden Modelle zu testen.

Ein Überblick über die aktuellen Ergebnisse verschiedener Messungen des atmosphärischen Neutrinoflusses ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Die Analyse dieser Arbeit hat mehrere direkte Vorgängeranalysen: die Entfaltung von IceCube-Daten aus der 59-*String*-Konfiguration [Aar+15b], von Daten aus der 79-*String*-Konfiguration [Aar+15b] und von Daten des ersten Messjahres mit einem vollständigen Detektor [Aar+16e] (86-*String*-Konfiguration). Eine weitere für diese Arbeit wichtige Analyse ist die aktuellste Messung des atmosphärischen Spektrums mit Myonenneutrinos, die in [Aar+16c] präsentiert wird.

Zunächst wird in Kapitel 2 auf den physikalischen Kontext und den experimentellen Hintergrund dieser Arbeit eingegangen. In dem Kapitel *Separation* (Kapitel 3) wird die Erzeugung des Myonenneutrino Datensatzes vorgestellt. Das nachfolgende Kapitel *Entfaltung* (Kapitel 4) erläutert den genutzten Entfaltungsansatz und präsentiert die Ergebnisse für das Spektrum. In Kapitel 5 werden die Ergebnisse beider vorherigen Kapitel durchgegangen, in den Forschungskontext eingeordnet und neu gewonnene Erkenntnisse dargelegt. Abgeschlossen wird die Arbeit mit Kapitel 6, in dem die Ergebnisse kurz zusammengefasst werden und ein Ausblick auf mögliche Anschlussarbeiten gegeben wird.

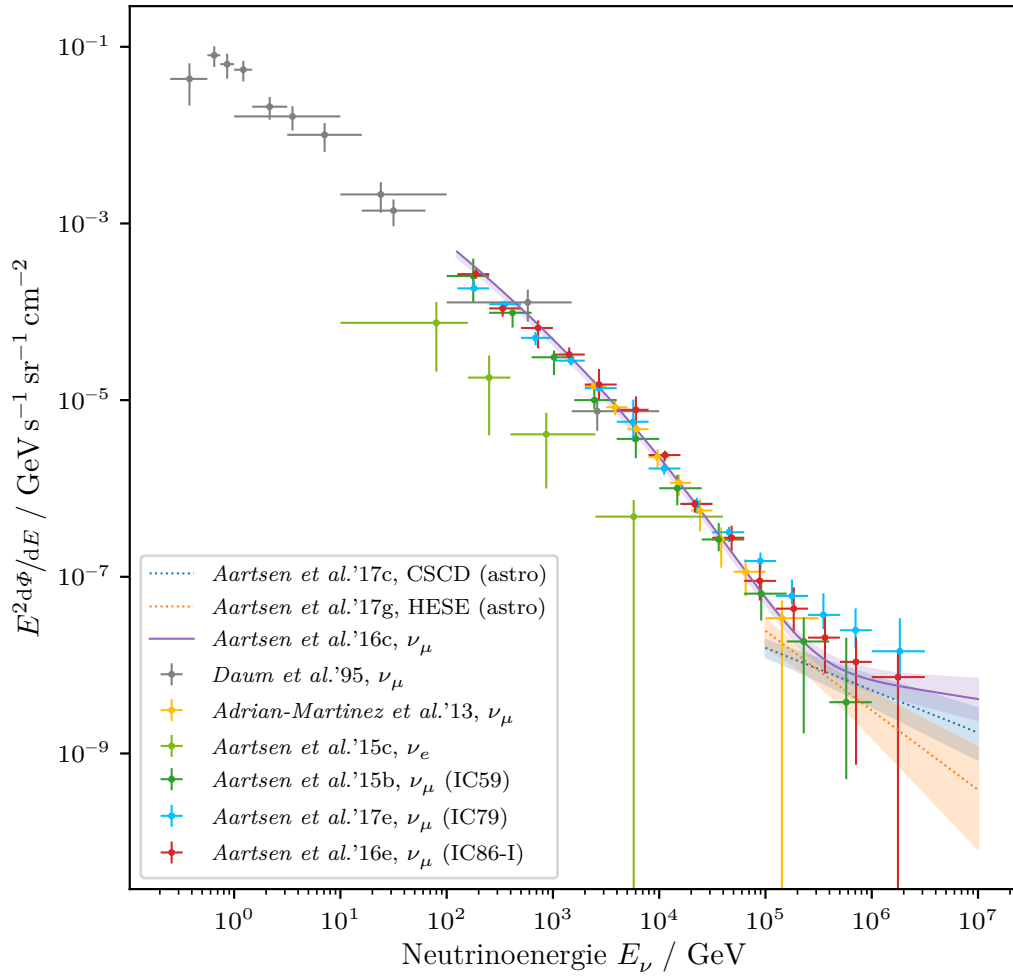


Abbildung 1.1: Verschiedene Messungen des Neutrinoﬂusses mit ihren Unsicherheiten (Fehlerbalken bzw. Fehlerbänder). Die violette Linie zeigt das Ergebnis aus [Aar+16c], in dem der Fluss von Myon-neutrinos mit 8 Messjahren des IceCube-Detektors bestimmt wurde. Als aktuellste Messung mit der größten Statistik bildet diese Analyse die zuverlässigste Referenz zu der im Rahmen dieser Arbeit angefertigten Analyse. Die Entfaltung von IceCube-Daten des ersten Messjahres in der 86-String-Konfiguration [Aar+16e] ist mit roten Punkte dargestellt. Weitere Entfaltungen von IceCube-Daten sind: Daten in der 79-String-Konfiguration [Aar+17e] (türkis) und in der 59-String-Konfiguration [Aar+15b] (dunkelgrün). Messungen atmosphärischer Myon-neutrinos mit anderen Detektoren sind in gelb (ANTARES) [Adr+13a] und grau (Fréjus) [Dau+95] dargestellt. Die hellgrünen Punkte zeigen das atmosphärische Spektrum von Elektron-neutrinos gemessen mit dem IceCube-Detektor [Aar+15c]. Die gestrichelten Linien (orange [Aar+17g], blau [Aar+17c]) zeigen aktuelle Ergebnisse zur Messung des astrophysikalischen Neutrinoﬂusses. Beide Analysen nutzen Ereignisse aller Neutrino-familien.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die astrophysikalischen Hintergründe und experimentellen Grundlagen der Arbeit präsentiert. Bevor in Abschnitt 2.2 auf die für diese Arbeit wichtigsten Aspekte der Astroteilchenphysik eingegangen wird und in Abschnitt 2.3 der IceCube-Detektor vorgestellt wird, soll zuvor in einem kurzen Abschnitt auf die wichtigen Eigenschaften der Neutrinos eingegangen werden. Bei allen Abschnitten wird sich auf die für die vorliegende Arbeit relevanten Aspekte beschränkt, und wenn nicht explizit erwähnt, beziehen sich die Aussagen auf Neutrinos mit Energien von mehr als 100 GeV.

2.1 Neutrinos

Es sind drei Arten von Neutrinos (ν_e, ν_μ, ν_τ) bekannt, die jeweils die ungeladenen Gegenstücke zu den drei geladenen Leptonen: Elektron (e), Myon (μ), Tau/Tauon (τ) bilden. Als Leptonen zählen sie zu den Elementarteilchen des Standardmodells. Die geladenen Leptonen bilden zusammen mit ihrem Partnerneutrino jeweils eine Leptonfamilie, häufig auch als *Flavor* bezeichnet. Neutrinos wechselwirken ausschließlich über die elektroschwache Wechselwirkung. Bei Neutrinos von Energien jenseits der 100 GeV wird der Wechselwirkungsquerschnitt von Prozessen der tief-inelastischen Streuung von Neutrinos mit Nukleonen dominiert. Im Standardmodell werden die Wechselwirkungsquerschnitte von Neutrinos bei einer Energie von 100 GeV in der Größenordnung von $\sigma_\nu/E_\nu = \mathcal{O}(10^{-38})\text{cm}^2 \text{GeV}^{-1}$ [CMS11; Gan+98] vorhergesagt. Sie steigen mit zunehmender Energie exponentiell an und liegen bei einer Energie von 2 PeV etwa vier Größenordnungen höher. Eine aktuelle Messung mit Daten des IceCube-Detektors konnte die Größenordnungen der theoretischen Vorhersagen bestätigen und kommt für den mit IceCube messbaren Energiebereich auf einen Korrekturfaktor von $1.30^{+0.21}_{-0.19}$ (stat.) $^{+0.39}_{-0.43}$ (syst.) [Aar+17f].

Bei der tief-inelastischen Streuung wechselwirkt das Neutrino mit einem Quark des Kerns über den Austausch eines W - oder Z -Bosons. Bei den hier diskutierten Energien, wird der Kern dabei aufgebrochen. Die Fragmente des Kerns hadronisieren und deponieren dabei einen Großteil der Energie in der umgebenen Materie (auch als hadronische Kaskade bezeichnet). Abhängig von dem ausgetauschten Boson spricht man entweder von einem geladenen Strom (*charged current, cc*) beim Austausch

eines W -Bosons oder vom einem ungeladenen Strom (*neutral current*, nc) beim Austausch eines Z -Bosons.

Bei der cc -Wechselwirkung entsteht das geladene Partnerteilchen des Neutrinos. Das erlaubt anhand des geladenen Leptons Rückschlüsse auf den ursprünglichen Flavor des Neutrinos zu ziehen. Bei einer nc -Wechselwirkung entsteht erneut ein Neutrino des selben Flavors und Rückschlüsse sind somit nicht möglich. Der vorhergesagte Unterschied der Wechselwirkungsquerschnitte für die beiden Prozesse ist in etwa $\sigma_{cc}/\sigma_{nc} \sim 3$ [CMS11].

2.2 Astroteilchenphysik

Es wird zwischen drei verschiedenen Gruppen von Botenteilchen der Astroteilchenphysik unterschieden: geladene kosmische Strahlung, Photonen und Neutrinos. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Messung von Neutrinos, wobei es bei den hier untersuchten Neutrinos zwei verschiedene Ursprünge gibt.

Neutrinos, deren Quellen sich im Universum jenseits unseres Sonnensystems befinden, werden als astrophysikalische, extraterrestrische oder kosmische Neutrinos bezeichnet und bilden eine der bereits erwähnten Gruppen von Botenteilchen. Der erste Beweis ihrer Existenz lieferte im Jahr 2013 eine Messung des IceCube-Detektors [Aar+13a]. Bis Ende 2017 konnten die beobachteten Neutrinos weder konkreten Quellen, noch einem Typ von Quellen zugeordnet werden [Aar+17b]. Am 22. September 2017 wurde von der IceCube-Kollaboration ein hochenergetisches Neutrino gemessen, das höchstwahrscheinlich einen astrophysikalischen Ursprung hatte und dessen Detektion räumlich zeitlich mit einer erhöhten Aktivität des Blazars *TXS 0506+056* zusammenfiel [Aar+18a]. Bei der erneuten Analyse aller IceCube-Messdaten konnte eine Neutrinoemission für einen früheren Zeitpunkt aus Richtung der Quelle mit 3.5σ nachgewiesen werden [Aar+18b]. Mit dieser Messung konnte zum ersten Mal eine Quelle für hochenergetische astrophysikalische Neutrinos identifiziert werden.

Die Vielzahl von Erklärungsansätzen [He+13; Ste13; Rou+13; KKE13; CH13; Lah+13; Raz13; GHN14; Anc+14; TAM14; MID14; SMM16; Bec+17; PW18] (einige Vorhersagen sind in Abbildung 2.1 dargestellt), die für den Ursprung der astrophysikalischen Neutrinofluss geliefert wurden, können nun mit den gewonnenen Erkenntnissen neu diskutiert werden. Jedoch bleiben viele Fragen, wie zum Beispiel was die genauen Produktionsprozesse und Quelltypen sind, oder ob die astrophysikalische Komponente in mehrere Quelltypen mit unterschiedlichen Spektren unterteilt werden kann, weiterhin ungeklärt. Auch die exakte Form des Spektrums ist weiter Teil der Forschung. Die aktuellsten Ergebnisse konnten keine Abweichungen

von einem einfachen Potenzgesetz der Form: $\Phi(E_\nu) = \Phi_0 \cdot (E_\nu/100 \text{ TeV})^{-\gamma}$ nachweisen [Aar+17g]. Für die in dieser Arbeit betrachteten Myonneutrinos wurden in einer der aktuellsten Studien des IceCube-Experiments Werte von $\gamma = 2.13 \pm 0.13$ und $\Phi_0 = (0.90_{-0.27}^{+0.30}) \times 10^{-18} \text{ GeV}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ ermittelt [Aar+16c]. Auch konnten bisher keine Abweichungen von einem Verhältnis der verschiedenen Neutrinofamilien von $\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau = 1 : 1 : 1$ nachgewiesen werden [Aar+15a].

Bei erdgebundenen Experimenten machen den größeren Anteil an Neutrinos unterhalb von 100 TeV sogenannte atmosphärische Neutrinos aus. Sie entstehen in Wechselwirkungen von Teilchen der geladenen kosmischen Strahlung mit Atomkernen von Luftmolekülen in der Atmosphäre. Bei diesen Wechselwirkungen in der Atmosphäre entstehen eine Vielzahl an Hadronen¹, die in Neutrinos zerfallen können. Bei den so produzierten Neutrinos wird zwischen der konventionellen [Hon+04] und prompten [ERS08; Gau+16; Bha+15] Komponente unterschieden. Die konventionelle Komponente entsteht in den Zerfällen von Pionen und Kaonen, prompte Neutrinos hingegen entstehen beim Zerfall von schwereren, meist charmhaltigen Hadronen (vornehmlich D^\pm , A_C , D^0). Pionen und Kaonen haben verhältnismäßig lange Lebenszeiten (π^\pm : $(2.6033 \pm 0.0005) \cdot 10^{-8} \text{ s}$ [Pat+16] und K^\pm : $(1.2380 \pm 0.0020) \cdot 10^{-8} \text{ s}$ [Pat+16]) und verlieren vor ihrem Zerfall Energie. Dadurch ist das Spektrum von Neutrinos der konventionellen Komponente $\propto E^{-3.7}$, wobei die prompte Komponente durch die kurzen Lebensdauern (z.B. D^\pm : $(1.040 \pm 0.006) \cdot 10^{-12} \text{ s}$ [Pat+16]) der Hadronen, das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung von etwa $\propto E^{-2.7}$ erbt. Zusätzlich zu den Neutrinos werden auch andere langlebige Teilchen erzeugt, die die Erdoberfläche erreichen können. Für die Detektion von Neutrinos sind vor allem atmosphärische Myonen als größte Untergrundkomponente hervorzuheben.

In Abbildung 2.1 ist eine Übersicht über theoretische Vorhersagen für die verschiedenen Komponenten des Myonneutrinoflusses zu sehen. Wie der Abbildung zu entnehmen ist, sagen die aktuellen Vorhersagen einen prompten Fluss voraus der über den gesamten Energiebereich unterhalb des Gesamtflusses der sich vor allem den konventionellen und astrophysikalischen Komponenten zusammensetzt.

¹Teilchen die aus Quarks zusammengesetzt sind und durch die starke Wechselwirkung zusammengehalten werden. Hadronen werden weiter unterteilt in Mesonen, die aus zwei Quarks und Baryonen die aus drei Quarks bestehen.

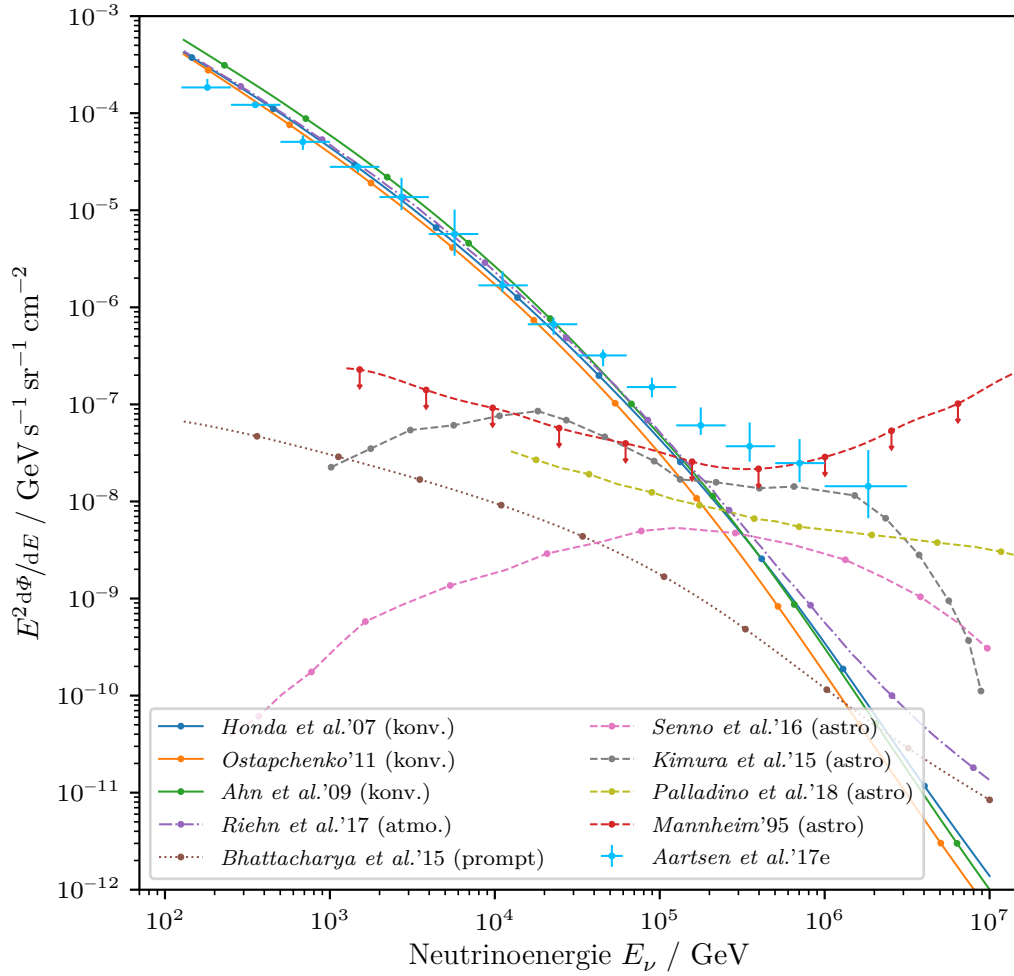


Abbildung 2.1: Überblick über theoretische Vorhersagen für die verschiedenen Komponenten des Flusses von Myonenneutrinos. Die roten Messpunkte sind die Ergebnisse der direkten Vorgängeranalyse [Aar+17e]. Für alle atmosphärischen Modelle (prompt und konventionell) wurde das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] genutzt. Die Wechselwirkungsmodelle für einen rein konventionellen Fluss sind: *Honda et al.* [Hon+07], *Ostapchenko* [Ost06; Ost11] (*QGSJET-II*) und *Ahn et al.* [Ahn+09] (*SIBYLL-2.1*). Das dargestellte Wechselwirkungsmodell *Bhattacharya et al.* [Bha+15] (*BERSS*) beschreibt ausschließlich Prozesse des prompten Neutrinoflusses. Der Fluss von *Riehn et al.* [Rie+15; Rie+17] (*SIBYLL-2.3c*) ist der Nachfolger von *SIBYLL-2.1* und enthält neben einer aktualisierten Beschreibung für konventionelle auch prompte Prozesse. Die dargestellten rein astrophysikalischen Flussvorhersagen sind: *Senno et al.* [SMM16] (*choked LL GRB*), *Palladino et al.* [PW18] (*TDE + SBG*), *Kimura et al.* [KMT15] (*LL AGN*) und die obere Grenze von *Mannheim* [Man95].

2.3 IceCube

Das IceCube-Neutrinoobservatorium liegt am geographischen Südpol und besteht aus drei verschiedenen Bestandteilen: dem Hauptdetektor, DeepCore [Abb+12]² und IceTop [Abb+13]² (siehe Abbildung 2.2). Der Hauptdetektor besteht aus 4680 digitalen optischen Modulen (DOMs), die jeweils eine Photomultiplier beherbergen. Die DOMs sind an 86 Kabeln (*Strings*) mit jeweils 60 Modulen in einer Tiefe von 1.5 km bis 2.5 km unter der Eisoberfläche eingefroren [Ach+06] und instrumentieren ein Volumen von insgesamt 1 km³. In einer Tiefe zwischen 2000 m und 2100 m befindet sich eine Staubschicht, in dem das Eis einen 4- bis 5-fach erhöhten Absorptionskoeffizienten und einen 2- bis 3-fach erhöhten Streukoeffizienten besitzt [Aar+13b]. Detailliertere Erklärungen zur Datennahme des Detektors sind im Anhang in Abschnitt A.3.1 zu finden.

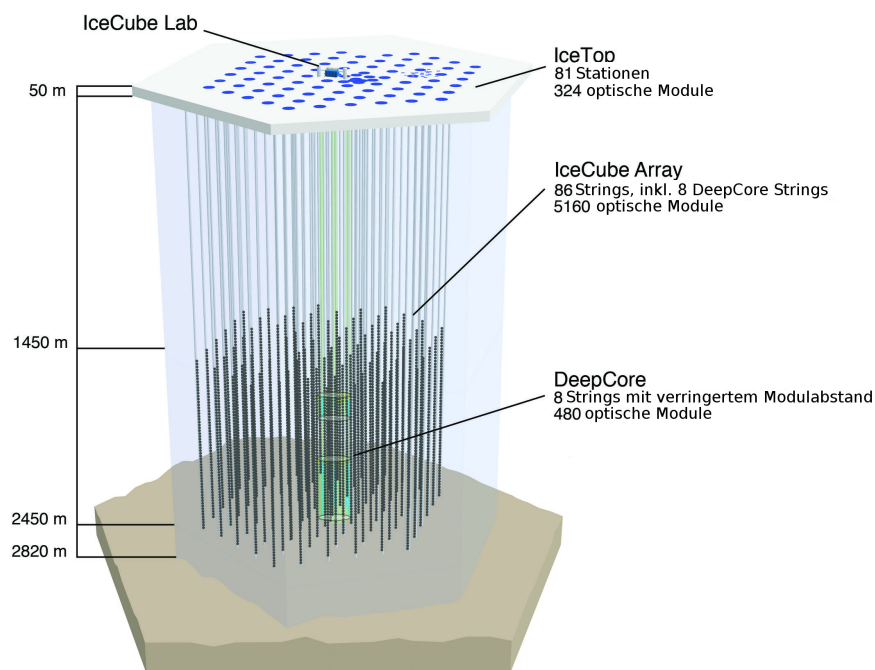


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des IceCube-Neutrinoobservatoriums.

²Die DeepCore-Komponenten sind für die Detektion von Neutrinos bis 100 GeV und IceTop für die Detektion von Luftschauern ausgelegt und spielen damit für die vorliegende Arbeit eine untergeordnete Rolle.

2.3.1 Ereignisdetektion

Der Detektor wurde im antarktischen Eis installiert, da sein Detektionsprinzip ein großes Volumen eines transparenten Mediums erfordert. Gemessen wird die Tscherenkow-Strahlung [Che34], die von geladenen, hochrelativistischen Teilchen in dielektrischen Medien emittiert wird. Diese Strahlung (400 nm bis 700 nm in Wasser) wird von den Photomultipliern detektiert und in den DOMs digitalisiert. Damit die digitalisierten Spannungsverläufe an die Oberfläche gesendet und dort weiterverarbeitet werden, muss ein sogenanntes *Trigger*-Kriterium erfüllt sein. Im Normalbetrieb des Hauptdetektors wird gefordert, dass in den letzten 5 μs mindestens 8 sogenannte *HLC-Hits* (*Hard Local Coincidence*, *HLC*) stattgefunden haben. Als *HLC-Hit* zählt jeder DOM, der mindestens ein Photon detektiert hat und mindestens einer der DOMs ober- oder unterhalb ebenfalls mindestens ein Photon detektiert hat [Aar+17h; Abb+09]. Ist das *Trigger*-Kriterium erfüllt, dann werden die letzten 6.4 μs der digitalisierten Spannungsverläufe der DOMs an die Oberfläche gesendet und weiterverarbeitet. Für die aufgezeichneten Daten wird geschaut, ob es eine räumliche und zeitliche Häufung der *HLC-Hits* gibt, die darauf hinweisen, dass mehrere von einander unabhängige Teilchen gleichzeitig detektiert wurden. Ist dies der Fall werden die aufgenommenen Daten aufgeteilt und behandelt als wären sie zeitlich versetzt aufgenommen. Alle Daten, die die Signatur eines einzelnen Teilchens enthalten, beschreiben ein sogenanntes *Ereignis*. Für jedes Ereignis werden die Spannungsverläufe der DOMs genutzt, um Observablen wie Richtung und Energie der Teilchen im Detektor zu rekonstruieren³.

Hauptziel des Detektors ist die Detektion von Neutrinos. Neutrinos sind ungeladen und emittieren deshalb selbst keine Tscherenkow-Strahlung. Die Detektion von Neutrinos in IceCube geschieht indirekt über die geladenen Teilchen, die bei der Wechselwirkung des Neutrinos mit einem Atomkern im Eis entstehen. Neben dem kleinen Wechselwirkungsquerschnitt der Neutrinos wird die Messung von Neutrinos höherer Energien durch das steile Spektrum der Neutrinos von $\propto E^{-3.7}$ bzw. $\propto E^{-2.0}$ erschwert. Um trotzdem eine hinreichend große Anzahl von Neutrinos über einen großen Energiebereich zu detektieren, wird das große Volumen von 1 km^3 benötigt.

Die Größe des IceCube-Detektors macht ihn momentan einzigartig, da es keinen anderen Detektor gibt, der vergleichbar viele Neutrinos bei Energien oberhalb von 100 TeV misst. Der zweitgrößte Detektor mit dem gleichen Detektionsprinzip der zur Zeit Daten nimmt, ist das ANTARES-Teleskop [Age+11] mit 0.1 km^3 . Momentan befindet sich das Nachfolgeexperiment KM3NeT [Adr+16] im Aufbau und soll bei Fertigstellung etwa die Größe des IceCube-Detektors erreichen.

³Details zu den Rekonstruktionen sind in Abschnitt A.3.1 zu finden.

2.3.2 Ereignistopologien

Bei der Wechselwirkung eines Neutrinos werden im Mittel etwa 30% der Neutrinoenergie in der hadronischen Kaskade bei der Wechselwirkung mit dem Kern abgegeben [Gan+96]. Die restliche Energie erhält das bei der Wechselwirkung entstandene Lepton.

Bei einer nc -Wechselwirkung kann nur das Licht, das von der Kaskade emittiert wird, detektiert werden. Eine solche Ereignistopologie wird folglich als *Kaskade* bezeichnet. Bei einer cc -Wechselwirkung ist die Signatur im Detektor von dem *Flavor* des Leptons abhängig. Im Falle eines Elektroneneutrinos deponiert das entstehende Elektron meist seine gesamte Energie so nah an der ersten Wechselwirkung, dass die kurze Spur des Elektrons nicht von der Kaskade der ersten Wechselwirkung getrennt werden kann. Das heißt, unabhängig von der Art der Wechselwirkung besteht ein ν_e -Ereignis immer nur aus einer Kaskade. Ein exemplarisches Ereignis, das nur aus einer Kaskade besteht, ist in Abbildung 2.3a gezeigt.

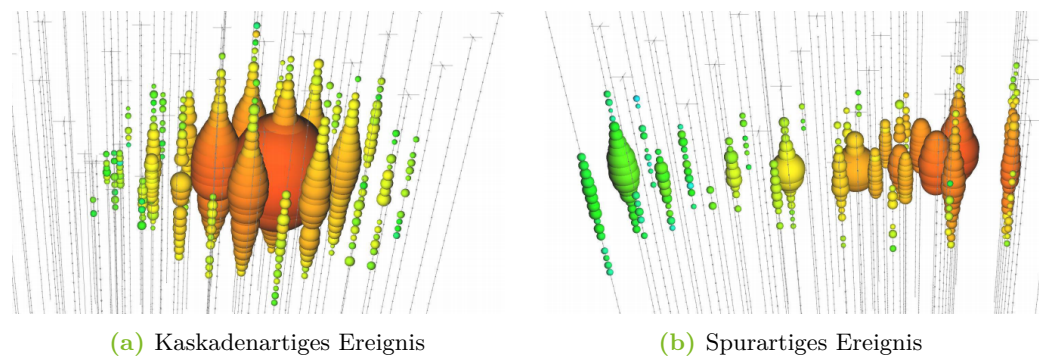


Abbildung 2.3: Exemplarische Ereignisse im IceCube-Detektor. Die Kugeln markieren einen DOM, der Photonen detektiert hat. Die Farbe kodiert dabei den Zeitpunkt (rot \rightarrow früh; grün \rightarrow spät) und die Größe die summierte Ladung im DOM.

Die Topologie einer nc -Wechselwirkung eines Myonneutrinos ist, da sie ebenfalls auch nur aus einer Kaskade besteht, nicht von einem ν_e -Ereignis zu unterscheiden. Geht ein Myonneutrino eine cc -Wechselwirkung ein, kann das entstehende Myon mehrere Kilometer durch das Eis propagieren bevor es zerfällt. In Abbildung 2.3b ist exemplarisch ein Myon dargestellt, das den Detektor durchquert. Eine solche Topologie wird auch als *Spur* bzw. *Track* bezeichnet⁴.

⁴Findet eine cc -Wechselwirkung eines Myonneutrinos im Detektor statt, dann ist sowohl eine Kaskade als auch eine Spur im Detektor zu beobachten. Diese Topologie und andere Sonderfälle, wie sie bspw. für Tauneutrinos existieren [Cow07], spielen in dieser Arbeit nur eine untergeordnete Rolle.

2 Grundlagen

Der Energieverlust pro Weglänge der Myonen auf dem Weg durch Materie kann näherungsweise durch eine Funktion $dE/dx = a + bE$ beschrieben werden. Für Eis ist $a = 0.249 \text{ GeV m}^{-1}$ und $b = 0.422 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ [Koe+13]. Mit diesem mittleren Energieverlust können die Reichweiten der Myonen im Eis bestimmt werden. Dargestellt sind sie in Abbildung 2.4. Dadurch, dass die Myonneutrinos nicht im oder unmittelbar vor dem Detektor interagieren müssen, ist das effektive Volumen und damit auch die Rate dieser spurartigen Ereignisse um einige Größenordnungen höher als die Rate für Kaskaden-Ereignisse.

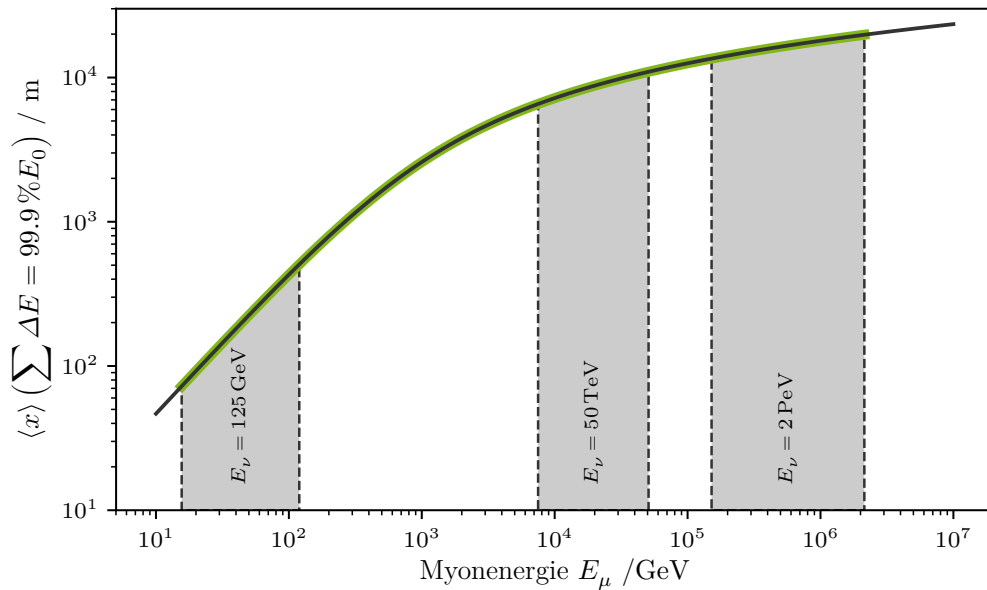


Abbildung 2.4: Strecke $\langle x \rangle$ von Myonen in Eis auf der sie im Mittel 99.9% der Ursprungsenergie abgeben. Die grauen Bereiche markieren den Energiebereich in dem 99% der Myonen liegen, die in cc -Wechselwirkungen von Myonneutrinos einer Energie zwischen $\log_{10}(E_\nu^c) \times 95\% \leq \log_{10}(E_\nu) \leq \log_{10}(E_\nu^c) \times 105\%$ entstehen und detektiert werden. Der grün hinterlegte Bereich der Kurve zeigt den Energiebereich in dem 99% der für diese Arbeit relevanten Myonen erwartet werden.

Für alle Ereignistopologien kann die im Detektor deponierte Energie im Mittel mit einer Genauigkeit von 15% rekonstruiert werden [Aar+14a]. Die Auflösung, mit der die Neutrinoenergie aus dieser Energie geschätzt werden kann, ist stark vom Typ des Ereignisses abhängig. In dieser Arbeit wird auf die Energieauflösung für Ereignisse aus einer cc -Wechselwirkung eines Myonneutrinos in Kapitel 4 genauer eingegangen. Ausführliche Informationen zur Energierekonstruktion in IceCube befinden sich bspw. in [Aar+14a]. Für die Rekonstruktion der Richtung aus der das Teilchen gekommen

ist, ist entscheidend, wie gut die räumliche und zeitliche Verteilung des Lichts im Detektor aufgelöst werden kann. Für eine genaue Richtungsrekonstruktion eignen sich Spuren deutlich besser als Kaskaden [Aar+14b; Chi13a; MMD09]. Für die in dieser Arbeit genutzte Detektorkonfiguration beträgt die mittlere Winkelauflösung für Myonspuren $(0.49 \pm 0.05)^\circ$. Sie konnte mit Hilfe des Schattens, den der Mond in der kosmischen Strahlung verursacht, unabhängig von Simulationen bestimmt werden [Aar+14d; Bos+15].

3 Separation

Nachdem im vorherigen Kapiteln die geplante Analyse motiviert und die physikalischen Hintergründe geben wurden, wird im Folgenden auf die genaue Durchführung und die Ergebnisse der Separation eingegangen. Ziel der Separation ist es, aus allen aufgezeichneten Ereignissen einen Datensatz zu erzeugen, der vornehmlich aus Myonereignissen besteht, die ihren Ursprung in einer Wechselwirkung (WW) eines Myonenneutrinos haben.

Die Separation kann in vier Schritte unterteilt werden: Im ersten Schritt werden erste Schnitte in Detektorgrößen (Observablen) durchgeführt, die es erlauben, trennbare Signal- und Untergrundklassen zu definieren (Abschnitt 3.1). Aufbauend auf diesen Definitionen wird in einem zweiten Schritt eine passende Repräsentation der Daten (Abschnitt 3.2) gesucht, mit dem Ziel bezüglich der Trennung möglichst wenige, trennstarke Observablen auszuwählen. Mit diesen Observablen wird im dritten Schritt eine Klassifikation der Daten (Abschnitt 3.3) mit Hilfe eines multivariaten Verfahrens durchgeführt. Bei der Klassifikation erhält jedes Ereignis einen Wert, der angibt, wie eindeutig die Ereignisse der Signal- bzw. Untergrundklasse zugeordnet werden können. Im finalen Schritt der Separation gilt es, einen geeigneten Schnitt auf diesen Klassifikationswert zu finden (Abschnitt 3.4), der den finalen Datensatz mit den gewünschten Eigenschaften erzeugt.

In vielen Schritten der Separation werden neben den gemessenen Ereignissen, simulierte Ereignisse benötigt. Diese Ereignisse kommen aus rechenintensiven Prozessen, die alle Schritte von der Produktion der Teilchen, bis zum Signal des Detektors simulieren¹. Neben den hier gesuchten Myonenneutrinos, gibt es dedizierte Simulationen für die beiden anderen Neutrinofamilien und für atmosphärische Myonen.

Die Simulationen werden für vereinfachte Spektren durchgeführt, bei denen dafür gesorgt wird, dass auch in Bereichen hoher Energien gute Statistik vorhanden ist. Zum Beispiel wurde der Simulationsdatensatz für die Myonenneutrinos mit E^{-2} simuliert. Die so simulierten Ereignisse können anschließend auf ein beliebiges Spektrum umgewichtet werden.

¹Eine ausführliche Erklärung zu den Schritten der Simulation ist in Abschnitt A.3.1 zu finden.

Für alle Schritte in diesem Kapitel wurden atmosphärische Myonen auf das Spektrum aus [Gai12a] gewichtet. Für alle Neutrino flavor wurde die astrophysikalische Komponente aus [Aar+16c]² genutzt. Die Komponente besteht aus einem einfachen Potenzgesetz der Form $\Phi(E_\nu) = \Phi_0 \cdot (E_\nu/100\text{TeV})^{-\gamma}$ mit $\gamma = 2.13$ und $\Phi_0 = (0.90_{-0.27}^{+0.30}) \times 10^{-18} \text{GeV}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}$. Für Elektron- und Myonneutrinos wurde sich bei der atmosphärischen Komponente ebenfalls an dem Ergebnis aus [Aar+16c] orientiert. Das heißt, für die konventionelle Komponente wurde aus dem Spektrum für die geladene kosmische Strahlung aus [Gai12a] mit dem hadronischen Wechselwirkungsmodell aus [Hon+07] ein Neutrino flux vorhergesagt. In der Messung aus [Aar+16c] konnte keine zusätzliche prompt Komponente nachgewiesen werden. Folglich wurde auch in diesem Kapitel die prompt Komponente auf 0 gesetzt. Für Tauneutrinos kann eine atmosphärische Komponente vernachlässigt werden [Fed+15].

Für die Analyse wurden die Messdaten des IceCube Detektors des Zeitraumes zwischen dem 15. Mai 2012 und dem 18. Mai 2015 genutzt. Der Messzeitraum ist in drei Messjahre unterteilt: *IC86-II*, *IC86-III* und *IC86-IV*³. Die einzelnen Messjahre starten immer im Mai jedes Jahres. Da sich in diesen drei Jahren nichts am Detektor und an der Datennahme geändert hat, können die Messjahre als gleichwertig betrachtet werden.

Bei den Ausführungen wird sich hier im Hauptteil nur auf die genutzten Einstellungen/Varianten der Schritte beschränkt. Auch der Grad der technischen Details wird auf den für das Verständnis der Ergebnisse nötigen Umfang reduziert. Die Struktur des gesamten Kapitels ist im Anhang unter Abschnitt A.3 gespiegelt. Dort finden sich zu jedem Schritt ausführliche Erklärungen, Tests und technische Details, die über die hier präsentierten Ergebnisse hinausgehen.

3.1 Definition von Signal und Untergrund

Wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, wird zwischen Spuren und Kaskaden als Ereignistypen unterschieden. Die Messung eines einzelnen Ereignisses lässt kaum

²In dieser Veröffentlichung wurde eine Messung des Myonneutrino fluxes mit Hilfe eines modellabhängigen Ansatzes durchgeführt. Bei der Messung wurden 6 Jahre, die die hier verwendeten Jahren enthalten, genutzt. Es handelt sich zum Zeitpunkt des Verfassens dieser Arbeit um die aktuellste und damit Referenzmessung des Myonneutrino fluxes und folglich wird sich im Laufe dieser Arbeit mehrfach mit ihr verglichen.

³Die Bezeichnung der Messjahre leitet sich von der Konfiguration des Detektors (wie viele aktive Strings) und dem wievielten Jahr in dieser Konfiguration gemessen wurde. Zum Beispiel ist *IC86-III* das dritte Messjahr in der *86-String*-Konfiguration.

Rückschlüsse auf den Ursprung des detektierten Teilchens zu⁴. Somit es ist nicht möglich zu sagen, ob eine Kaskade beispielsweise durch die nc -WW eines ν_μ oder etwa durch eine cc -WW eines ν_e entstanden ist. Das hat direkt zur Folge, dass zur Erzeugung eines reinen Datensatzes aus Ereignissen, die ihren Ursprung in einer WW eines Myonenneutrinos haben, alle Kaskaden ausgeschlossen werden müssen.

In Tabelle 3.1 sind die auf der Grundlage von Simulationen⁵ bestimmten Raten der verschiedenen Komponenten in den Daten zu Beginn der Analyse (*Level 3*)⁶ aufgelistet. Der Tabelle ist zu entnehmen, dass atmosphärische Myonen mit 99.8 % zu Beginn der Analyse der dominante Untergrund sind. kaskadenartige Ereignisse (nc - ν_μ und ν_e) tragen in Summe mit einem Anteil von nur $1.74 \cdot 10^{-2}$ % unwesentlich zum Untergrund bei. Wichtig ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Trennung zwischen spurartigen und kaskadenartigen Ereignissen nicht scharf ist. Gerade bei Myonen niedriger Energie oder wenn eine Spur nur teilweise im Detektor enthalten ist, wird die Unterscheidung zwischen Spuren und Kaskaden zunehmend schwieriger.

Die Diskrepanz zwischen der Rate der Daten von (3.224 Hz) und der Rate in den Simulationen (3.070 Hz) von etwa 5 % ist vermutlich auf Unsicherheiten und Ungenauigkeiten bei der Modellierung des Spektrums für atmosphärische Myonen zurückzuführen. Ergebnisse einer aktuellen Studie zur Charakterisierung des atmosphärischen Myonflusses [Aar+16a] haben gezeigt, dass die von IceCube gemessene Rate an atmosphärischen Myonen für kleine Zenitwinkel⁷ oberhalb der theoretischen Vorhersagen liegt.

Bei einzelnen Myonen im Detektor ist es nicht mehr möglich zu sagen, ob sie in der Atmosphäre erzeugt wurden oder durch die cc -WW eines Myonenneutrinos entstanden sind. Um trotzdem neutrinoinduzierte Myonspuren auszuwählen kann der geringe Wechselwirkungsquerschnitt der Neutrinos ausgenutzt werden. Wie zuvor schon in Abbildung 2.4 dargestellt, haben Myonen zwar Reichweiten von mehreren Kilometern in Eis, können jedoch im Gegensatz zu Neutrinos nicht die Erde durchqueren. Für Myonenneutrinos ist in Abbildung 3.1 die Überlebenswahrscheinlichkeit bei der Durchquerung der Erde in Abhängigkeit ihrer Energie und des Zenitwinkels dargestellt. Aus dieser Tatsache folgt, dass wenn eine Myonspur im

⁴Ein Sonderfall sind Tauneutrinoereignisse, die, abhängig von ihrer Energie, sogenannte *Double Bang*-Signaturen oder *Double Pulse*-Signaturen erzeugen. Diese Signaturen sind nahezu Untergrund frei und können somit direkt als Tauereignisse identifiziert werden [Aar+16d; Cow07].

⁵Genaue Informationen über die Simulation und die genutzten Datensätze befinden sich im Anhang in Abschnitt A.3.1.

⁶Die verschiedenen *Level* beziehen sich auf den Grad der Verarbeitung der Daten. Startpunkt der Analyse ist *Level 3*, auf dem die vollständige Rekonstruktion der Ereignisse und erste Filterschritte zur Erzeugung eines von Myonspuren dominierten Datensatzes durchgeführt wurden. Weitere Details zum Ablauf der Datenverarbeitung befinden sich in Abschnitt A.3.1.

⁷In dieser Arbeit zeigt ein Zenitwinkel von 180° durch die Erde in Richtung des Nordpol.

3 Separation

Tabelle 3.1: Die Raten und Anteile sind außer für Messdaten auf Grundlage der in der Analyse genutzten Simulationen auf *Level 3* (Ausgangspunkt der Analyse) bestimmt. Der Anteil ist immer als Anteil an der Gesamtrate angegeben.

Ursprung	Signatur	Rate	Anteil
Messdaten	-	3.224 Hz	-
Atmosphärische Myonen	Spur	3.064 Hz	99.8 %
Myonneutrinos	Spur	6.546 mHz	0.2 %
<i>cc</i> aufsteigend	Spur	5.470 mHz	0.2 %
<i>cc</i> absteigend	Spur	749.4 μ Hz	$2.44 \cdot 10^{-2}$ %
<i>nc</i>	Kaskade	326.1 μ Hz	$1.06 \cdot 10^{-2}$ %
Elektronneutrinos	Kaskade	205.4 μ Hz	$6.69 \cdot 10^{-3}$ %
Tauneutrinos	Spur/Kaskade	2.171 μ Hz	$7.07 \cdot 10^{-5}$ %
Summe		3.070 Hz	

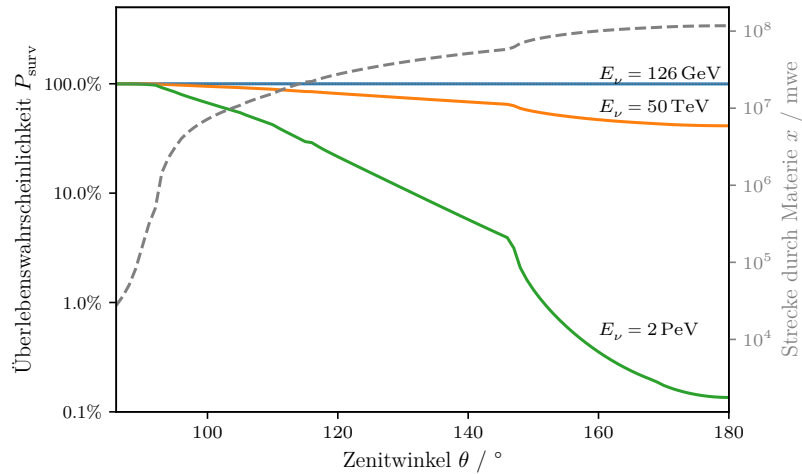


Abbildung 3.1: Die farbigen Linien zeigen die Überlebenswahrscheinlichkeiten (linke y-Achse) für Neutrinos abhängig vom Zenitwinkel für verschiedene Energien (unterschiedliche Farben). Die gestrichelte graue Linie zeigt die Strecke, die die Teilchen abhängig vom Zenitwinkel durch die Erde durchqueren müssen in Meter Wasseräquivalent (rechte y-Achse). Diese Berechnung basiert auf dem Erdmodell PREM [DA81]. Die Strecke der Teilchen wurde anschließend genutzt, um mit den Wechselwirkungsquerschnitten aus [CMS11] die Überlebenswahrscheinlichkeit zu berechnen. Technische Grundlage für die Berechnung ist die Arbeit [Mei15].

Detektor *aufsteigt* sie ihren Ursprung in einer Neutrinowechselwirkung haben muss. Entsprechend kann eine *absteigende* Spur im Detektor, zwar ebenfalls aus einer Neutrinowechselwirkung stammen, aber es ist ≈ 4000 -mal wahrscheinlicher, dass es sich um ein atmosphärisches Myon handelt (siehe Tabelle 3.1). Dadurch, dass der Detektor 1.5 km unterhalb der Eisoberfläche beginnt, werden die atmosphärischen Myonen bereits ab einem Zenitwinkel von 86° abgeschirmt. Deshalb werden im Folgenden auch Myonspuren mit einem Winkel zwischen 86° und 90° der Einfachheit halber als *aufsteigend* bezeichnet.

Für einen Detektor mit einer perfekten Richtungsrekonstruktion, wäre es mittels eines Schnittes auf den rekonstruierten Zenitwinkel von 86° möglich, alle atmosphärischen Myonen in den Daten zu verwerfen. Jedoch hat ein realer Detektor eine begrenzte Auflösung und es kann zu Fehlrekonstruktionen⁸ kommen.

Der Datensatz enthält die Ergebnisse verschiedener Rekonstruktionsalgorithmen. Für diese Analyse wird der `SplineMPE`-Algorithmus genutzt. Dabei handelt es sich um eine Weiterentwicklung des in [Ahr+04] beschriebenen Algorithmus zur Rekonstruktion von Myonspuren. Der Algorithmus besteht im Wesentlichen aus dem Optimieren einer Likelihood-Funktion unter der Annahme, dass die Signatur im Detektor ein durchgehendes Myon als Ursprung hat. Für einen Bruchteil der Ereignisse konvergiert die Maximierung nicht. Diese Ereignisse werden für diese Analyse wie Untergrund behandelt und verworfen. Auch wird gefordert, dass für alle Ereignisse der wichtigste Rekonstruktionsalgorithmus für die Energie (`TruncatedEnergy` [Aar+14a]) nicht fehlgeschlagen sein darf.

Die Raten der verschiedenen Komponenten, nachdem alle Ereignisse verworfen wurden, für die der `SplineMPE`-Algorithmus einen Zenitwinkel von kleiner als 86° rekonstruiert oder bei der die wichtigen Rekonstruktionen fehlgeschlagen sind, können der Tabelle 3.2 entnommen werden. Diese Auswahl der Daten wird im Folgenden als *Level 4* bezeichnet.

Für atmosphärische Myonen werden 2.7% der Ereignisse fälschlicherweise als *aufsteigend* rekonstruiert. Das führt zu einem Signal-zu-Untergrundverhältnis von etwa 1 : 18. Zur Signalklasse werden dabei nur detektierte Spureneignisse gezählt, die aus einer *cc*-Wechselwirkung eines Myonneutrinos stammen und einen rekonstruierten Zenitwinkel von $> 86^\circ$ haben. Mit in Summe 0.09% spielen die kaskadenartigen Ereignisse weiterhin keine dominante Rolle.

Der auf *Level 3* beobachtbare Unterschied zwischen der erwarteten Ereignisrate der Simulation und den Messdaten hat sich von etwa etwa 5% auf 1.3% verringert. Das bestätigt die Annahme, dass die Diskrepanz vornehmlich aus dem Bereich

⁸Ausführliche Erklärungen zum Ablauf der Ereignisrekonstruktion und den verschiedenen Rekonstruktionsalgorithmen sind in Abschnitt A.3.1 zu finden.

Tabelle 3.2: Die Raten und Anteile wurden mit den Datensätzen auf *Level 4* bestimmt. Im Vergleich zu *Level 3* wurden alle Ereignisse verworfen, für die der *SplineMPE*-Algorithmus einen Zenitwinkel von $\theta < 86^\circ$ rekonstruiert hat oder bei denen der *SplineMPE*- oder *TruncatedEnergy*-Algorithmus fehlgeschlagen sind. Der Anteil ist immer als Anteil an der Gesamtrate des jeweiligen *Levels* angegeben.

Ursprung	Rate	Anteil	$\frac{\text{Rate Level 4}}{\text{Rate Level 3}}$
Messdaten	87.69 mHz	-	2.7 %
Atmosphärische Myonen	81.53 mHz	94.2 %	2.7 %
Myonneutrinos	5.034 mHz	5.8 %	76.9 %
<i>cc</i> aufsteigend	4.856 mHz	5.6 %	88.8 %
<i>cc</i> absteigend	127.8 μ Hz	0.1 %	17.0 %
<i>nc</i>	50.62 μ Hz	$5.85 \cdot 10^{-2}$ %	15.5 %
Elektronneutrinos	27.24 μ Hz	$3.15 \cdot 10^{-2}$ %	13.3 %
Tauneutrinos	679.6 nHz	$7.85 \cdot 10^{-4}$ %	31.3 %
Summe	86.59 mHz		2.8 %

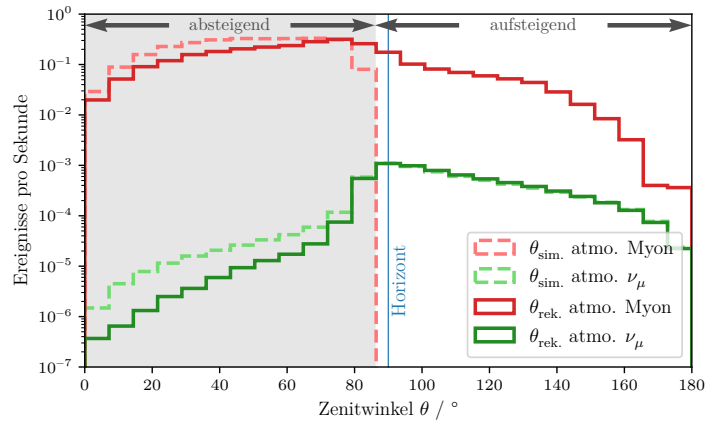


Abbildung 3.2: Verteilungen des wahren und rekonstruierten Zenitwinkels (*SplineMPE*). Die Histogramme sind mit Simulationen auf *Level 3* erzeugt. Die als „absteigend“ und „aufsteigend“ markierten Bereiche beziehen sich auf den hier in der Arbeit genutzten Gebrauch. D.h. „aufsteigend“ schließt den Bereich zwischen 86° bis 90° ein, in dem die Teilchen zwar absteigend sind, jedoch trotzdem vollständig von Materie abgeschirmt sind.

kleiner Zenitwinkel kommt. Da dieser Bereich ohnehin verworfen wurde, spielt der Unterschied somit für diese Arbeit eine untergeordnete Rolle.

Alle atmosphärischen Myonen in den *Level 4*-Daten müssen fehlrekonstruiert sein. Das bedeutet, um neutrinoinduzierte und atmosphärische Myonen zu unterscheiden, müssen fehlrekonstruierte Ereignisse identifiziert und entfernt werden. Diese Trennung wird in den folgenden Schritten durchgeführt.

Eine, bisher nicht erwähnte, Quelle für Myonen im Detektor sind Myonen aus Prozessen der so genannten *Tau*regeneration. Damit sind Tauneutrinos gemeint, die eine *cc*-WW eingehen und dabei ein Tau erzeugen, das wiederum in ein Tauneutrino, Myon und Myonneutrino zerfällt ($\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ bzw. $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ mit einem Verzweigungsverhältnis von $(17.41 \pm 0.04)\%$) [Pat+16]. Diese Signatur und alle anderen Signaturen, die von Tauneutrinos erzeugt werden können, werden in der gesamten Analyseketten dieser Arbeit berücksichtigt, haben jedoch auf kein Ergebnis oder Zwischenergebnis (Anteil *Level 3*: $7.07 \cdot 10^{-5}\%$; *Level 4*: $7.85 \cdot 10^{-4}\%$) einen signifikanten Einfluss, und entsprechend wird nicht bei jedem der folgenden Schritte explizit auf sie eingegangen.

3.2 Datenrepräsentation

Nach dem Zenitschnitt gilt es eine Klassifikation durchzuführen, bei der wohlrekonstruierte Myonspuren ausgewählt werden. Für die später folgende Klassifikation muss zunächst eine geeignete Repräsentation der Daten gefunden werden. Diese Repräsentation soll die Dimensionalität der Daten reduzieren, ohne zu viele Informationen über die Qualität der Rekonstruktion zu verlieren. Zum Startpunkt der Analyse wird jedes Ereignis von 1219 Observablen beschrieben. Gründe, um die Anzahl deutlich zu verringern, sind zum Einen die Laufzeit und die benötigten Computerressourcen in den weiteren Schritten. Auch sind viele Tests und Kontrollen z.B. hinsichtlich der Übereinstimmung der Simulation mit hochdimensionalen Daten wesentlich aufwändiger und komplizierter. Zudem kann eine Repräsentation der Daten, die auf Aussagen hinsichtlich einer bestimmten Fragestellung optimiert und in ihrer Komplexität reduziert sind, helfen die Ergebnisse von Algorithmen des maschinellen Lernens zu verbessern, da Informationsdichte in den Daten erhöht wird.

Das Vorgehen, um zu einer geeigneten Repräsentation zu kommen, ist zunächst neue Observablen zu erzeugen, die speziell für die Identifikation von Fehlrekonstruktionen entworfen wurden (*Feature Generation/Engineering*). Anschließend werden sukzessiv Observablen aussortiert, um die Dimensionalität zu verringern (*Feature Selection*).

3.2.1 Erzeugung neuer Observablen

Im Rahmen dieser Analyse wurden 27 neue Observablen erzeugt. Eine vollständige Liste ist in Abschnitt A.3.2 zu finden. Zwei der neuen Observablen, die sich als besonders trennstark erwiesen haben, sind `Borderness.Q_ratio_in_border` und `DustynessDOMS.Q_ratio_in_dust`. Für Ereignisse, die sich zu großen Teilen in der großen Staubschicht oder in der äußersten Schicht des Detektors befinden, ist eine erhöhte Fehlrekonstruktionsrate bzw. sind stärkere Fehlrekonstruktionen zu erwarten. Die beiden Größen beschreiben jeweils den Anteil detektierter Ladung in DOMs der äußersten Schicht (`Borderness.Q_ratio_in_border`) bzw. in DOMs der Staubschicht (`DustynessDOMS.Q_ratio_in_dust`) an der detektierten Gesamtladung. Zudem konnte mit zwei komplexeren Ansätzen mehrere trennstarke Observablen generiert werden, die im Folgenden beschrieben werden.

FitStability

Dieser Ansatz soll Aufschluss über die Stabilität der Rekonstruktion geben. Die Idee ist, dass einzelne Signale von DOMs die Rekonstruktion negativ beeinflussen. Zum Beispiel findet in der Nähe eines DOMs ein großer stochastischer Energieverlust statt, dann werden überproportional viele Photonen allein durch die räumliche Nähe detektiert. Auch zufälliges Rauschen kann die räumliche und zeitliche Verteilung des Detektorsignals so verzerren, dass es zu einer falschen Rekonstruktion kommt. Um den Einfluss einzelner DOMs für die Rekonstruktion zu überprüfen, wird die Richtungsrekonstruktion (`SplineMPE`) 20-mal wiederholt, wobei bei jeder Wiederholung 30% der DOMs im Detektor nachträglich deaktiviert werden.

Die Rekonstruktion mit dem vollständigen Detektorsignal wird als Referenz genutzt, um Kenngrößen hinsichtlich der Stabilität zu berechnen. Als gute Kenngröße hat sich dabei der mittlere Öffnungswinkel $\bar{\theta}^{\text{FS}}$ (`FitStability.ConeAngleMean`):

$$\bar{\theta}^{\text{FS}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \arccos(\vec{v}_{\text{ref}}^{\text{dir}} \cdot \vec{v}_i^{\text{dir}}) \quad (3.1)$$

zwischen den Richtungsvektoren der Neurekonstruktionen und der Referenz erwiesen. In (3.1) bezeichnet N die Anzahl der Neurekonstruktionen und \vec{v}^{dir} den Richtungsvektor der verschiedenen Rekonstruktionen. Eine zweite gute Größe ist die Standardabweichung der Abstände der Rekonstruktionen zur Referenzspur (`FitStability.DistanceStd`):

$$\bar{d}^{\text{FS}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|(\vec{v}_{\text{ref}}^{\text{pos}} - \vec{v}_i^{\text{pos}}) \cdot (\vec{v}_{\text{ref}}^{\text{dir}} \times \vec{v}_i^{\text{dir}})|}{|\vec{v}_{\text{ref}}^{\text{dir}} \times \vec{v}_i^{\text{dir}}|} \quad (3.2)$$

mit \vec{v}^{pos} als Ortsvektoren der rekonstruierten Spuren.

ProjectedQ

Ein zweiter Ansatz orientiert sich an den bei Tscherenkowteleskopen wie z.B. FACT [And+13], MAGIC [Ale+12], HESS [Hin04] etablierten *Hillas Parameter* [Hil85]. Bei diesen Teleskopen wird die Tscherenkow-Strahlung, die von Luftschauern in der Atmosphäre emittiert werden, durch ein Spiegelsystem auf eine Kameraebene abgebildet. Die *Hillas Parameter* beschreiben die so entstehende zweidimensionale Intensitätsverteilung. Um von dem dreidimensionalen Detektorsignal des IceCube-Detektors auf eine zweidimensionale Verteilung zu kommen, wird die detektierte Ladung auf eine Ebene projiziert, für die der Richtungsvektor der Spurrekonstruktion (`SplineMPE`) der Normalenvektor ist.

Für die *Hillas Parameter* wird die zweidimensionale Intensitätsverteilung durch eine empirische Kovarianzmatrix, also durch eine zweidimensionale Gaußverteilung beschrieben. Ein Parameter ist zum Beispiel die große Halbachse w der 1σ -Ellipse. Für eine gelungene Rekonstruktion kann erwartet werden, dass die Ellipse eine kleine Exzentrizität hat. Eine kleine Exzentrizität bedeutet, dass sich die Ladung gleichmäßig um die rekonstruierte Spur verteilt. Je kreisförmiger die Ellipse ist, umso kleiner wird der Parameter w .

Für die Identifikation von Fehlrekonstruktionen hat sich die Größe C^{100} (`ProjectedQ.compactness_100`) als besonders hilfreich erwiesen. Für C^{100} wird zunächst geschaut, welchen Radius r_{COG}^{100} eine Kugel haben muss, die ihren Mittelpunkt beim Ladungsschwerpunkt (*COG*) hat und 100 % der Ladung einschließt. Dieser Radius wird dann durch die Länge Halbachse w der 1σ -Ellipse geteilt:

$$C^{100} = \frac{r_{COG}^{100}}{w}. \quad (3.3)$$

In der Größe C^{100} finden sich mehrere Eigenschaften der Signatur wieder. Der Radius r_{COG}^{100} ist ein Maß, wie zentral der Ladungsschwerpunkt im Detektor liegt und wie lang die Signatur im Detektor ist. Durch das Teilen durch w wird diese Länge in Relation zur lateralen Ausdehnung der Signatur gesetzt. Dadurch bekommen lange Signaturen, deren Ladungen sich gleichmäßig um die rekonstruierten Spur, verteilen einen kleinen Wert C^{100} .

3.2.2 Observablenauswahl

Mit den *Level 3*-Observablen und den 27 zusätzlichen Größen wird jedes Ereignis in den Daten von 1219 Observablen beschrieben. Eine häufige Herausforderung beim

der Verarbeitung von komplexen Datensätzen sind fehlende Werte, die häufig als NaN-Werte („Not a Number“) kodiert werden. Für viele Algorithmen müssen die NaN-Werte durch reelle Zahlen ersetzt werden, da Rechenoperation mit NaN-Werten meist nicht definiert sind. Gründe für fehlende Werte können beispielsweise das Nicht-Ausführen oder Scheitern eines Algorithmus sein. Da es Ziel der Trennung ist zwischen gelungenen und fehlgeschlagenen Ereignisrekonstruktionen zu unterscheiden, kann das Scheitern eines Rekonstruktionsalgorithmus eine wichtige Information für die Klassifikation sein. Deshalb werden fehlende Werte durch $-100\,000$ ersetzt. Der Wert ist so gewählt, dass er in allen Observablen weit weg von den tatsächlich bestimmten Werten liegt und sich somit als eindeutiger Ausreißer identifizieren lässt.

Um die Anzahl der Observablen zu verringern, werden in einem ersten Schritt offensichtlich unbrauchbare Observablen verworfen. Eine Größe gilt als unbrauchbar, wenn sie konstant für alle Ereignisse ist oder eine laufende Nummer enthält (bspw. die `EventID`). Auch werden Observablen aussortiert, die eine andere Aussage in den Simulationen und den Messdaten haben⁹. Durch diese Auswahl reduziert sich die Anzahl an Observablen auf 855.

Anschließend werden redundante Größen identifiziert und verworfen. Mit redundanten Größen sind Größen gemeint, die exakt oder nahezu exakt die gleichen Information über das einzelne Ereignis tragen. Als Maß für die Redundanz einer Größe, wird der Pearson-Korrelationskoeffizient [Gal88] ρ zwischen allen 855 Observablen in den Messdaten berechnet. Um die Auswahl zu reduzieren wurden von Observablen, bei denen der Betrag des Korrelationskoeffizienten $\rho \geq 0.96$ ist, nur eine Observable beibehalten¹⁰. Dieser Schnitt reduziert die Anzahl an Observablen auf 323.

Wie zu Anfang des Kapitels erwähnt, muss sichergestellt werden, dass die Größen, die für die Klassifikation genutzt werden sollen, richtig simuliert sind. Dabei stellt die Verwendung von multivariaten Verfahren eine erhöhte Anforderung an die Simulation, denn es müssen nicht die einzelnen Verteilungen der Größen, sondern auch die Zusammenhänge zwischen den Observablen richtig simuliert werden. Der Vergleich zwischen der Simulation und den Messdaten stellt bei einem 323-dimensionalen Datensatz eine große Herausforderung dar. Etablierte Vorgehen zum Testen ob zwei Verteilungen aus der selben Grundgesamtheit stammen, sind häufig nur für univariante Verteilungen definiert z.B. der Kolmogorow-Smirnow-Test [Lil67] oder setzen histogrammierte Daten voraus (z.B. χ^2 -Test), was für hochdimensionale Daten

⁹Eine Aufzählung dieser Observablen und eine Erläuterung der Unterschiede ist in Abschnitt A.3.2 zu finden.

¹⁰Im Anhang unter A.3.2 wird auf den gewählten Schnitt und den Effekt verschiedener Schnitte genauer eingegangen.

schwierig ist, da die benötigte Anzahl an Beobachtung exponentiell mit der Anzahl der Dimensionen steigt. Aufwändige Ansätze, die speziell für hochdimensionale Daten entwickelt wurden wie z.B. [GBR+12; SR04], sind meist äußerst rechenintensiv und komplex in ihrer Nutzung. Aus diesen Gründen wurde sich für diese Analyse gegen diese etablierten Verfahren entschieden.

Eine Besonderheit bei dem Vergleich zwischen Simulationen und Messdaten ist, dass die Simulationen an vielen Stellen auf Näherungen angewiesen sind und deshalb von Unterschieden ausgegangen werden muss. Die entscheidende Frage für die Analyse ist, ob diese Unterschiede signifikant sind und zu Artefakten in den Ergebnissen führen können. Die Analyse in dieser Arbeit nutzt einen Ansatz, der auf Grundlage von [Mar+12] entwickelt wurde.

3.2.3 Multivariate Klassifikation zur Identifikation von Unterschieden in Messdaten und Simulationen

Idee des hier beschriebenen Vorgehens ist es, explizit zu testen, ob der später genutzte Klassifikationsalgorithmus in der Lage ist zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen zu unterscheiden. Dafür wird der Klassifikationsalgorithmus auf die Trennung zwischen Messdaten und Simulationen trainiert. Falls er nicht in der Lage ist sie zu trennen, dann sind vorhandene Unterschiede zu klein, um in der späteren Klassifikation Artefakte hervorzurufen.

Die Klassifikation nutzt einen *Random Forest* [Bre01] (RF) in einer zehnfachen Kreuzvalidierung¹¹. Die Benutzung eines überwachten Lernalgorithmus – wie dem RF – kann in zwei Phasen unterteilt werden: die Trainings- und die Anwendungsphase. In der Trainingsphase werden Daten mit bekannter Klassenzugehörigkeit verwendet, die der RF nutzt, um Sequenzen von Schnitten in Observablen zu suchen, die die Klassen optimal trennen. Für den Fall, dass zwischen zwei Klassen unterschieden werden soll, ist der Rückgabewert (*Klassifikationswert*) eines solchen Modells eine Zahl zwischen 0 und 1. Je näher die Zahl an 0 liegt, desto deutlicher ordnet der RF das Ereignis der Klasse 0 zu. Entsprechend deutet eine Zahl nahe an 1 auf eine Zugehörigkeit zur Klasse 1 hin.

Hier wurde beim Training ein Verhältnis von Messdaten zu Simulationen von 1 : 1 genutzt und die Messdaten mit 0 und simulierte Ereignissen mit 1 kodiert. Dem RF wurden alle 323 Observablen zur Verfügung gestellt. Für eine perfekte Simulation und einem Verhältnis von 1 : 1 zwischen Messdaten und Simulationen im Training, hätte

¹¹Eine ausführliche Erklärung zur Funktionsweise des RF und der Kreuzvalidierung sind in Abschnitt A.2 zu finden.

3 Separation

die Verteilung des Klassifikationswertes für beide Klassen gleiche Form und wären um 0.5 zentriert. In Abbildung 3.3 sind die Verteilungen des Klassifikationswertes dargestellt. Die Verschiebung der Verteilungen deutet auf deutliche Unterschiede in der Simulation hin. Die AUC^{12} für die Klassifikation beträgt 0.687 ± 0.008 .

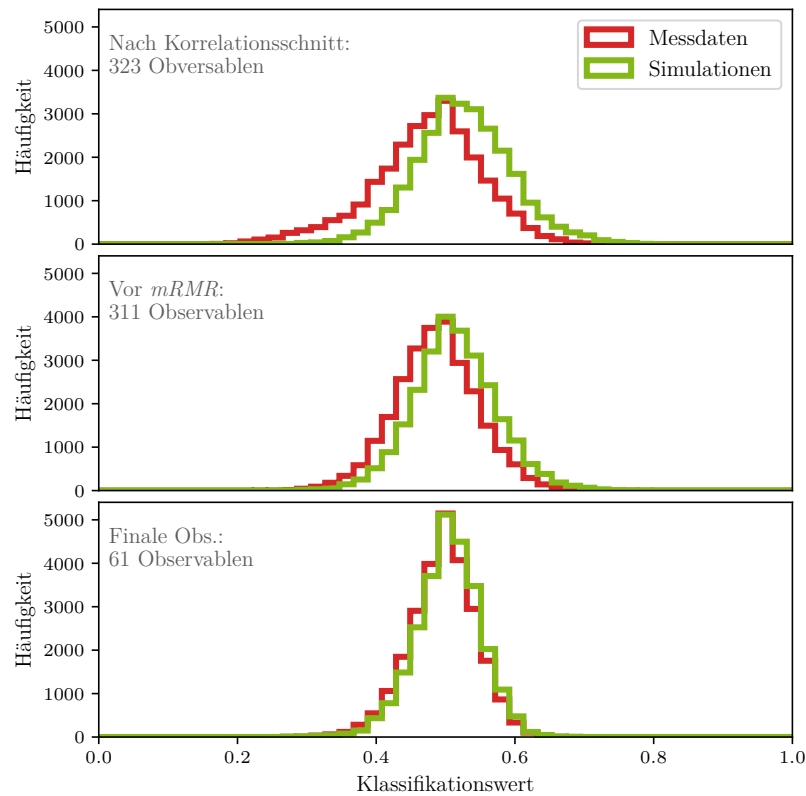


Abbildung 3.3: Verteilungen des Klassifikationswertes für die Trennung von gemessenen (0) und simulierten Ereignissen (1). Die Abbildung oben zeigt die Verteilung mit allen 323 Observablen, die nach dem Schnitt auf den Korrelationskoeffizient verbleiben. Nachdem auf Grundlage dieser Klassifikation zwölf weitere Observablen als signifikante Ausreißer identifiziert und entfernt, verändert sich die Verteilung des Klassifikationswertes, wie in der mittleren Abbildung dargestellt. Für den finalen und schlussendlich genutzten Observablensatz ist die Verteilung des Klassifikationswertes in der unteren Abbildung zu sehen.

¹²Die AUC [HM82] ist eine in dem Bereich des maschinellen Lernens gängige Größe, um die erreichte Trennung von Klassifikationsalgorithmen unabhängig vom Trainingsverhältnis zu beurteilen. Für eine unmögliche Trennung beträgt die $AUC = 0.5$. Die ROC -Curves sind im Anhang in Abschnitt A.3.2 zu finden.

Nach dem Training kann das erstellte Modell hinsichtlich des Einflusses jeder einzelnen Observable ausgewertet werden. Eine Größe, die den Einfluss jeder Observable im Training angibt, ist die sogenannte *Feature Importance*¹³. Je größer der Wert für F ist, desto größer war ihr Einfluss hinsichtlich der Trennung. Die F Werte sind so normiert, dass die Summe 1 ergibt. Ist keine Trennung möglich wird der RF die Observablen aufgrund statistischer Fluktuationen in den Daten auswählen. Der Großteil der Observablen sollte somit etwa einen Wert von $F \approx 1/N_{\text{Obs}}$ bekommen. Observablen, die nicht hinreichend gut simuliert sind und Information zur Trennung tragen, sollten jenseits dieses Wertes liegen.

Wenn die Auswahl nur aufgrund von statistischen Schwankungen erfolgt, dann wird der RF vornehmlich Schnitte in Bereichen mit geringer Statistik machen. Folglich hängt die Frage, ob und wie oft eine perfekt simulierte Observable ausgewählt wird, maßgeblich von ihrer Verteilung ab. Bei einer Observable, die bspw. nur zwei verschiedene Werte annimmt, werden statistische Schwankung nur selten so hoch sein, dass durch einen Schnitt in dieser Observable die Klassen gut getrennt werden können. Das bedeute, auch wenn für einen Großteil der Observablen eine Wert von $F \approx 1/N_{\text{Obs}}$ erwartet werden kann, ist exakte Form der Verteilung von F unbekannt und es wird eine robuste Definition für Ausreißer benötigt.

In dieser Analyse wird ein Wert F als Ausreißer bezeichnet, wenn gilt:

$$F_i > k_{\text{Gauss}}(\alpha) \cdot MAD. \quad (3.4)$$

In (3.4) bezeichnet MAD den Median der absoluten Abweichungen der F Werte von ihrem Median (*Median Absolute Deviation*) [Gau16]. Der MAD ist ein robustes Maß für die Streuung von Beobachtungen. Der Faktor

$$k_{\text{Gauss}}(\alpha) = 1.4826 \cdot \text{CDF}_{\text{Gauss}}^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

skaliert den MAD auf ein Zentralintervall, welches im Falle einer Normalverteilung $1 - \alpha$ aller Werte einschließen würde. Die Entscheidung, ob eine Observable ein Ausreißer ist, wird getroffen nachdem die Trennung zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen zehnmal wiederholt wurde. Erfüllt eine Observable in 9 von 10 Fällen das Kriterium (3.4) mit $\alpha = 0.05$, dann wird es verworfen. Die über alle Durchläufe gemittelten Werte für F der 323 Observablen und die 12 als Ausreißer identifizierten Observablen sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Wird die Klassifikation erneut mit den verbleibenden 311 Observablen durchgeführt verringert sich die AUC von 0.687 ± 0.008 auf 0.624 ± 0.006 . Die zugehörige Verteilung des Klassifikationswertes ist ebenfalls in Abbildung 3.3 dargestellt.

¹³Eine Erklärung, wie F berechnet wird, ist im Anhang in Abschnitt A.2.1 zu finden.

Unter den 12 Ausreißern befindet sich auch die Observable `DataChallenge.Correlated`. Sie wurde vor der Klassifikation generiert, um die Methode zu validieren. Um `DataChallenge.Correlated` zu erzeugen wurde jede Komponente (Atmosphärische Myonen 0, *aufsteigende Myonneutrinos* 1 usw.) durchnummeriert. In den Simulationen wurde für jedes Ereignis eine Zufallszahl aus einer Normalverteilung gezogen. Dabei war der Mittelwert der Normalverteilung die Nummer der Komponente zu dem das Ereignis gehört. Die Standardabweichung der Verteilung betrug für jedes Ereignis $\sigma = 1$. In den Messdaten wurde für jedes Ereignis eine Komponente ausgewürfelt. Die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Komponenten entsprach dabei ihrer Häufigkeit in den Simulationen.

Die Verteilung der so erzeugten Observable `DataChallenge.Correlated` hat die identische Form für Simulationen und Messdaten, jedoch trägt sie für Simulationen Informationen über die wahre Klassenzugehörigkeit und ist folglich mit anderen Observablen, die Informationen über die Klassenzugehörigkeit enthalten, korreliert. Für Messdaten hingegen ist sie komplett zufällig und hat keinerlei Korrelationen. Zu beachten ist dabei, dass 94.2% aller Ereignisse atmosphärische Myonen sind und somit mindestens $0.942^2 = 88.7\%$ der gemessenen Ereignisse die richtige Komponente zugeordnet bekommen. Das heißt, die Unterschiede für Korrelation von `DataChallenge.Correlated` mit anderen Observablen zeigt sich nur in einem kleinen Teil der Ereignisse. Ein entsprechend deutliches Indiz dafür, dass die Methode tatsächlich Observablen, die nicht vollständig richtig simuliert werden, identifiziert, ist die Tatsache, dass `DataChallenge.Correlated` als der viertstärkster Ausreißer identifiziert wurde.

Die AUC von 0.624 ± 0.006 zeigt, dass weiterhin simulierte und gemessene Ereignisse nicht vollkommen ununterscheidbar sind. Jedoch kann der Unterschied nicht eindeutig auf einzelne Observablen zurückgeführt werden. Eine andere mögliche Ursache für die Unterscheidbarkeit ist, dass die Spektren der geladenen kosmischen Strahlung und der Neutrinos nicht genau bekannt sind. Auch gibt es bekannte, systematische Unsicherheiten in den Simulationen¹⁴. Aus diesen Gründen wird zunächst mit den 311 Observablen fortgefahren und die AUC erneut nach dem letzten Schritt der Observablenauswahl wiederholt.

3.2.4 Dimensionsreduktion mittels des mRMR-Algorithmus

Die verbleibenden 311 Observablen wurden hinsichtlich ihres allgemeinen Informationsgehalts und der Qualität der Simulationen ausgewählt. Im nächsten Schritt soll die Auswahl weiter reduziert werden, indem ihre Trennkraft für die Klassifikation von

¹⁴Detaillierte Ausführungen zu den systematischen Unsicherheiten werden im Rahmen der Entfaltung in Abschnitt 4.2.3 gegeben.

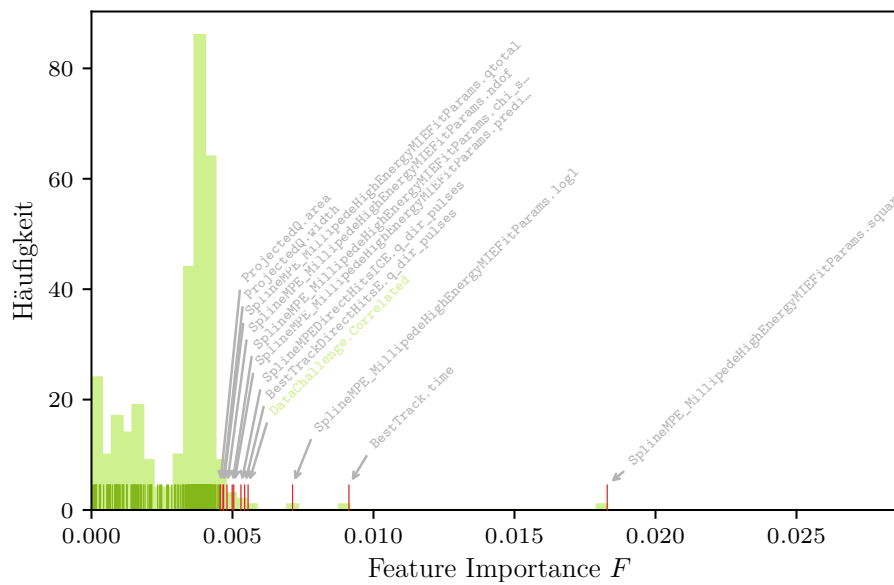


Abbildung 3.4: Verteilung der *Feature Importance*-Werte F für die Klassifikation zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen. Observablen, die nach zehn Durchläufen als Ausreißer identifiziert wurden, sind rot markiert und beschriftet. Die Verteilung der Observable mit dem höchsten Wert F ist im Anhang in Abbildung A.6 zu finden.

wohl- bzw. fehlrekonstruierter Ereignissen berücksichtigt wird. Der dazu verwendete Algorithmus heißt *minimum Redundancy Maximum Relevance (mRMR)* und wurde von Ding *et al.* [DP05] entwickelt. Dieser iterative Ansatz hat das Ziel k Observablen auszuwählen, die eine maximale *Relevanz* – Korrelation zur Klassenzugehörigkeit C – und eine minimale *Redundanz* – Korrelation untereinander – haben. Der so erzeugte Satz aus k Observablen wird als S_k bezeichnet.

Zur Bestimmung der Relevanz D und der Redundanz R wird ein Maß $I(X, Y)$ für die Korrelation zwischen zwei Größen benötigt. In der ursprünglichen Beschreibung von Ding *et al.* wurde die Transinformation [Li90] genutzt. In der in dieser Arbeit verwendeten Implementierung [De +13] wird hingegen der Pearson-Korrelationskoeffizient [Gal88] für kontinuierliche und der Kontingenzkoeffizient *Cramérs V* [Cra46] genutzt.

Mit $I(X, Y)$ kann die Relevanz eines Satzes von Observablen S als

$$D = \frac{1}{|S|} \sum_{X_i \in S} I(X_i, C)$$

und die Redundanz von R als

$$R = \frac{1}{|S|^2} \sum_{X_i, X_j \in S} I(X_i, X_j)$$

definiert werden.

In [DP05] wird gezeigt, dass der gesuchte Observablensatz S_k , der $D - R$ maximiert, durch ein iteratives Verfahren gefunden werden kann. In jedem Schritt der Iteration wird zu S_{k-1} die Observable hinzugefügt, für die

$$I(X_i, C) - \frac{1}{k-1} \sum_{X_j \in S_{k-1}} I(X_i, X_j)$$

maximal ist.

Wenn die Relevanz aller verbliebenen Observablen sehr gering ist, geht der *mRMR*-Algorithmus dazu über, nur noch Observablen auszuwählen, weil sie keinerlei Korrelationen zu den bereits ausgewählten Observablen haben. Das kann zu einer unnötig hohen Dimensionalität der Daten führen. Um zu zeigen, ab wann dieser Punkt erreicht wird, wurde zusätzlich die Observable `DataChallenge.Random` erzeugt. Sie wurde für jedes Ereignis der Simulationen und Messdaten zufällig, gleichverteilt aus dem Bereich 0 und 1 gezogen.

Der Algorithmus wurde für k von 1 bis 100 gestartet und für jeden Wert k zehnmal angewendet. Bei jeder Wiederholung wird aus der Gesamtheit der Ereignisse

ein neuer Ereignissatz durch Ziehen mit Zurücklegen erzeugt. Die Reihenfolge der ausgewählten Observablen kann der Abbildung 3.5 entnommen werden. In Abbildung 3.5 ist zusätzlich noch der Kuncheva-Index [Kun07] als Maß für die Stabilität der Auswahl gezeigt. Der Kuncheva-Index berechnet sich aus der Anzahl gemeinsamer Element zwischen zwei Sätzen, der Anzahl gezogener Observablen (k) und der Anzahl zur Verfügung stehender Observablen (hier 311). Die beiden zuletzt genannten Größen werden genutzt, um den Index für zufällige Gemeinsamkeiten zweier Observablensätze zu korrigieren. Der Index liegt zwischen 0 und 1, und je größer der Wert ist, desto ähnlicher sind sich die N verschiedenen Sätze.

Mit welchem Wert von k die beste Trennung erreicht wird, kann im Vorhinein nicht gesagt werden. In Abbildung 3.6 ist die final erreichte Ereignisrate und die AUC für die Trennung zwischen simulierten und gemessenen Ereignissen (siehe Abschnitt 3.2.3) gezeigt. Ab $k = 60$ wurde keine weitere Steigerung der Ereignisrate erreicht, jedoch stieg die AUC weiter an. Die Kontrollobservable `DataChallenge.Random` liegt an Stelle 57. Mit 60 werden 4 Observablen¹⁵, die nach `DataChallenge.Random` ausgewählt wurden, genutzt. Das ist jedoch unproblematisch, weil Observablen, die keine Trennkraft besitzen, vom *Random Forest* nie genutzt werden, da in jedem Knoten nur beste Schnitt auf mehreren Observablen (hier 7) genutzt wird.

Die AUC für die Klassifikation zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen verringert sich mit den finalen 60 Observablen auf 0.544 ± 0.006 . Auch zeigte sich keine der 60 Observablen als Ausreißer in der Verteilung der *Feature Importance*. Das lässt erwarten, dass die gefundene Repräsentation deutlich robuster gegen Artefakte in der Trennung von wohl- und fehlrekonstruierten Ereignissen aufgrund von Unzulänglichkeiten in der Simulation ist. Mögliche Erklärungen, warum keine perfekte AUC von 0.5 erreicht wird, sind nach wie vor, dass die genauen Spektren der verschiedenen Komponenten in der Simulation nicht bekannt sind und dass es bekannte systematische Unsicherheiten in den Simulationen gibt.

¹⁵Die Kontrollobservable `DataChallenge.Random` wurde bei der Bestimmung der Werte für Abbildung 3.6 entfernt.

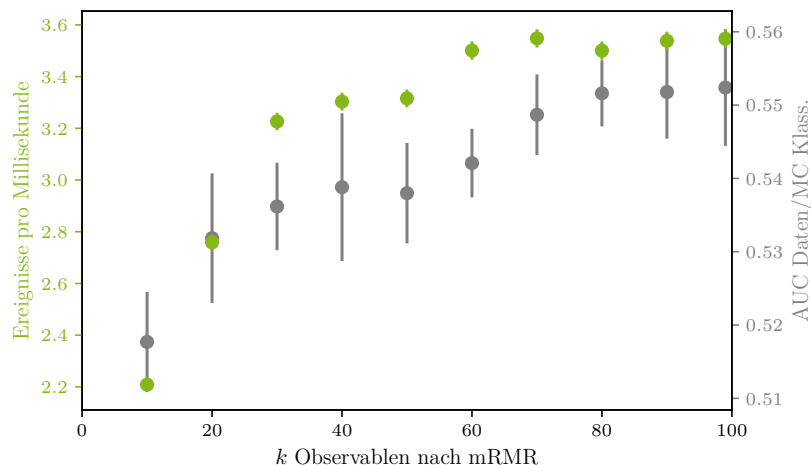


Abbildung 3.6: Die Abbildung zeigt die Ereignisrate (grün; linke y-Achse) für das Ausführen der kompletten Separationskette mit k Observablen ausgewählt durch den *mRMR*-Algorithmus und die *AUC* für die Klassifikation zur Trennung von simulierten und gemessenen Ereignissen (grau; rechte y-Achse). Für die vollständige Separationskette wurden die in Abschnitt 3.3 und Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Einstellungen verwendet.

3.3 Klassifikation

In Abschnitt 3.1 wurde motiviert, dass, um einen Datensatz von neutrinoinduzierten Myonereignissen zu bekommen, Fehlrekonstruktionen identifiziert werden müssen. Mit den in Abschnitt 3.2.2 ausgewählten Observablen wird zu diesem Zweck ein weiterer RF trainiert. Bisher galten alle Ereignisse als fehlrekonstruiert, die *absteigend* im Detektor sind, aber als *aufsteigend* rekonstruiert werden. Dies berücksichtigt nicht, um wie viel Grad die einzelnen Ereignisse fehlrekonstruiert wurden. Das heißt, dass der Rekonstruktionsfehler für *aufsteigende* Ereignisse abhängig vom Zenitwinkel unterschiedlich groß sein darf. Die Analyse aus [Aar+16c], in der auch ein Myonneutrino-datensatz erzeugt wurde, hat gezeigt, dass die Klassifikation unter Umständen verbessert werden kann, wenn Ereignissen für die Signalklasse genommen werden, deren Rekonstruktionsfehler Ψ (Öffnungswinkel zwischen dem wahren und dem vom *SplineMPE*-Algorithmus rekonstruierten Richtungsvektor) kleiner als 5° ist. Diese zusätzliche Unterteilung wurde für die Klassifikation in dieser Arbeit übernommen. Um zu testen mit welchen Simulationskomponenten für die Signal- und Untergrundklassen die beste Trennung erzeugt wird, wurde die Klassifikation mit einer Vielzahl verschiedener Konfigurationen trainiert und

die Leistung evaluiert¹⁶. Für die Evaluation der Leistung wurde die Datenrate des finalen Datensatzes bestimmt. Um die finalen Datensatz zu erzeugen, wurde das Vorgehen aus dem Abschnitt 3.4.1 genutzt.

Die besten Ergebnisse wurde mit tatsächlich *aufsteigenden*, aus einer *cc-WW* eines Myonneutrino stammenden Ereignissen, deren Rekonstruktionsfehler Ψ kleiner als 5° ist, als Signalklasse und atmosphärischen Myonen als Untergrund erreicht. Das Training wurde in einer zehnfachen Kreuzvalidierung durchgeführt, in der auch allen Trainingsereignissen ein Klassifikationswert zugeordnet wurde. Zum Abschluss des Trainings wurde ein neues Modell auf der Grundlage aller Ereignisse erzeugt, mit dem alle die restlichen Simulationsereignisse und die Messdaten klassifiziert wurden.

Das Verhältnis von Signal- zu Untergrundereignissen im Training betrug $1 : 1$ und das Spektrum der Myonneutrinos im Training hatte einen spektralen Index von -2 . Dieser im Vergleich zur physikalischen Erwartung (~ -3.7) flache spektrale Index sorgt dafür, dass mehr hochenergetische Ereignisse im Training zur Verfügung stehen. Das soll verhindern, dass der RF zu sehr auf die Klassifikation im Niederenergiebereich trainiert wird. Die Verteilung des Klassifikationswertes aller Komponenten ist in Abbildung 3.7a zu sehen.

Ab einem Klassifikationswert c von etwa 0.8 dominieren die gesuchten *aufsteigenden* Myonneutrinoereignisse die Verteilung. Die Rate atmosphärischer Myonen nimmt stetig mit steigendem c ab. Einen ähnlich abfallender Verlauf, kann für Kaskadensignaturen beobachtet werden. Die Rate für Tauneutrinos fällt bis $c \approx 0.9$ stetig ab. Für größere Werte steigt die Rate wieder an. Die steigende Rate ist auf Ereignisse zurückzuführen, die ein Myon in ihrem Endzustand haben (Tauregenerationsprozesse)¹⁷. Das solche Ereignisse einen hohen Wert in der Klassifikation bekommen, entspricht dem gewünschten Verhalten, da im Detektor *aufsteigend* Myonspuren das Signal im Trainings des *Random Forests* waren.

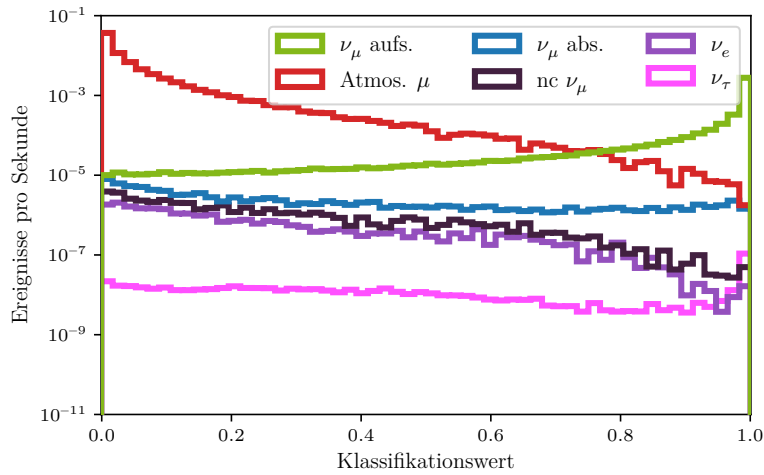
In Abbildung 3.7b ist die Verteilung des Klassifikationswertes für die Summe aller Simulationen und Messdaten gezeigt. Die Verteilungen zeigen eine gute Übereinstimmung und geben keine Hinweise auf Diskrepanzen oder Artefakte in der Klassifikation. Die Schwankung der Verteilung für simulierte Ereignisse aus der Kreuzvalidierung gibt ebenfalls keine Anzeichen für ein instabiles Verhalten der Klassifikation.

Bei der Betrachtung der *Feature Importance* F der Klassifikation erreicht die Observable `FitStability.ConeAngleMean` mit $F = 0.124 \pm 0.001$ den höchsten Wert¹⁸. Von

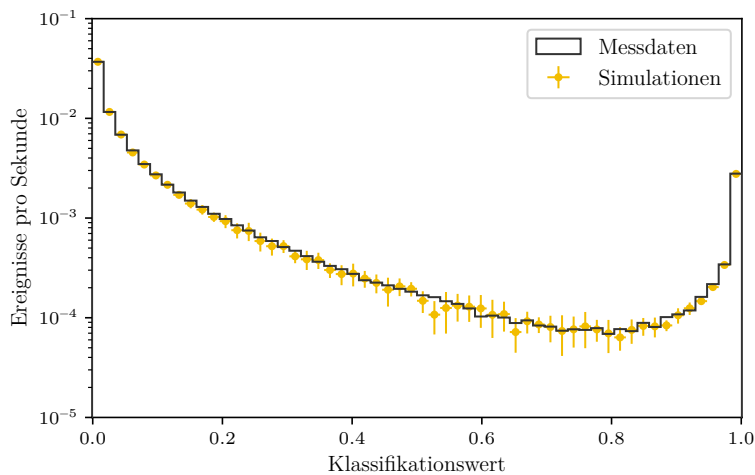
¹⁶Die Ergebnisse dieser Tests und die detaillierten Einstellungen des RFs sind im Anhang in Abschnitt A.3.3 zu finden.

¹⁷In Abbildung A.8 ist die Verteilung des Klassifikationswertes für solche Tauereignisse dargestellt.

¹⁸Die Verteilung der Größe auf *Level 4* ist im Anhang in Abbildung A.10 dargestellt.



(a) Verteilung des Klassifikationswertes der verschiedenen Komponenten in der Simulation.



(b) Vergleich des Klassifikationswertes für gemessene und simulierte Ereignisse. Die Unsicherheit für simulierte Ereignisse setzt sich zusammen aus der Unsicherheit aus begrenzter Statistik der Simulationen und den Schwankungen der Ergebnisse aus der Kreuzvalidierung.

Abbildung 3.7: Verteilungen des Klassifikationswertes für die verschiedenen Komponenten der Simulation (oben) und der Vergleich zwischen gemessenen Ereignissen und der Summe aller Simulationskomponenten (unten).

den Observablen, die den Fehler der Rekonstruktionen angeben sollen, liegt `MuEXAngular4_Sigma.value` einem Wert von $F = 0.059 \pm 0.001$ am höchsten (viert höchster Wert aller Observablen). Die Unsicherheitsschätzer `MPEFitParaboloidFitParams.err1` und `MPEFitParaboloidFitParams.err2` liegen mit $F = 0.049 \pm 0.002$ bzw. $F = 0.036 \pm 0.001$ an sechster und siebter Stelle¹⁹. Das ist ein Hinweis darauf, dass in vielen Fällen die Rekonstruktion tatsächlich fehlgeschlagen sind und nicht nur mit einer großen Unsicherheit rekonstruiert wurden.

3.4 Finale Separation

Das Ergebnis der Klassifikation ist ein individueller Klassifikationswert für jedes Ereignis. Um den finalen Datensatz zu erhalten, muss ein Schnitt auf den Klassifikationswert durchgeführt werden, der entscheidet, ob ein Ereignis Teil des finalen Datensatzes wird. Die Lage des Schnittes ist ausschlaggebend für die Eigenschaften des Datensatzes. Im nachfolgenden Kapitel wird der durchgeführte Schnitt erläutert. Anschließend wird auf die Eigenschaften des finalen Datensatzes eingegangen.

3.4.1 Klassifikationswertschnitt

Während in [Aar+15b]²⁰ noch ein einfacher Schnitt auf den Klassifikationswert genutzt wurde, hat sich in der direkten Vorgängeranalyse zu dieser Arbeit [Aar+17e]²¹ gezeigt, dass ein energieabhängiger Schnitt die Effizienz der Separation steigern kann, ohne die Reinheit zu verschlechtern. In der *IC79*-Analyse wurden für Ereignisse mit einer geschätzten Myonenergien unterhalb von 400 TeV, ein Schnitt auf den Klassifikationswert von 0.9 genutzt. Für höhere Energien wurde der Schnitt auf 0.7 gelockert. Ein energieabhängiger Schnitt ist dann sinnvoll, wenn die Energieverteilung für Signal und Untergrund verschieden sind. Das kann aus mehreren Gründen für diese Analyse erwartet werden. Zum Einen sinkt der mittlere Rekonstruktionsfehler mit steigender Energie [Ahr+04], wodurch weniger Untergrund für hohe Energien zu erwarten ist. Auch sollte der Beitrag einer astrophysikalischen Komponente (γ zwischen 2.0 und 2.5) zum Neutrinospektrum flacher verlaufen, als das Spektrum des Untergrundes ($\gamma \approx 2.7$).

¹⁹Die vollständige Liste ist im Anhang in Abbildung A.9 zu finden.

²⁰Entfaltungsanalyse die ebenfalls das Myonneutrinospektrum, mit einem Messjahr des IceCube-Detektors in der *59-String*-Konfiguration, bestimmt hat.

²¹Analyse zur Bestimmung des Myonneutrinospektrum, mit einem Messjahr des IceCube-Detektors in der *79-String*-Konfiguration.

Für diese Analyse wurde der Schnitt in zwei Aspekten im Vergleich zur Analyse aus [Aar+17e] verbessert. Zum Einen wird der Schnitt kontinuierlich angepasst, um über den ganzen Energiebereich eine gleichbleibend hohe Reinheit zu erreichen und zum Anderen wird dieser Schnitt in mehreren verschiedenen Zenitbereichen optimiert. Den Schnitt in verschiedenen Zenitbereichen anzupassen, ist dadurch motiviert, dass sich durch die Erdabsorption die Energieverteilung der Neutrinos, die den Detektor erreichen, verändert (siehe Abbildung 3.1) und dass sich auch die Untergrundrate für große Zenitwinkel verändert (siehe Abbildung 3.2).

Um die Schnitte kontinuierlich abhängig von der geschätzten Myonenergie \hat{E}_μ anzupassen, werden N_{Steps} Fenster konstanter Breite w genutzt, die einander überlappen und die mit einer Schrittweite d zwischen $\hat{E}_\mu = 100 \text{ keV}$ und $\hat{E}_\mu = 100 \text{ TeV}$ durchgeschoben werden. In jedem Fenster wird ein Schnitt gesucht, der für das entsprechende Fenster ein vorgegebenes Kriterium bspw. eine Mindestreinheit erfüllt. Um die verschiedenen Schnitte zu kombinieren und eine kontinuierliche Schnittkurve zu bekommen, wird für jeden Punkt über die Schnitte aller Fenster, die diesen Punkt enthalten, gemittelt. Um zu verhindern, dass die Schnittkurve von einzelnen Ereignissen dominiert ist, werden die Schnittkurven in zwei verschachtelten Validierungsverfahren ermittelt. Innerhalb einer äußeren N_{CV} -fachen Kreuzvalidierung (hier $N_{\text{CV}} = 10$) wird jede Kurve N_{BS} -mal (hier $N_{\text{BS}} = 100$) bestimmt, wobei für jede Bestimmung ein Satz von Ereignissen genutzt wird, der durch Ziehen mit Zurücklegen aus der Gesamtheit der Trainingsereignisse erzeugt wird. Die finale Schnittkurve ist die mittlere Kurve der $N_{\text{CV}} \times N_{\text{BS}}$ Einzelkurven. Die Kreuzvalidierung kann genutzt werden, um die tatsächlich erreichte Reinheit zu ermitteln.

In Abbildung 3.8 sind die finalen Schnittkurven dargestellt. Für die spätere Entfaltung ist es wichtig, einen hochreinen Myonneutrinodatensatz zu bekommen. Welche Reinheit dabei nötig ist, kann a priori nicht gesagt werden. Um Artefakte in der Entfaltung zu verhindern, wird sich an den erfolgreichen vorherigen Entfaltungen orientiert und eine hohe Reinheit von 99.7% gefordert. Die optimale Breite der Fenster und die Anzahl der genutzten Zenitbänder wurde durch das Testen verschiedener Parameterkonfigurationen²² ermittelt. Das Ziel war es, eine Einstellung zu finden, für die die Anzahl verbleibender Signalereignisse maximal ist und die geforderte Reinheit auf den einzelnen Schritten der Kreuzvalidierung erreicht wird. Die besten Ergebnisse lieferten eine Fensterbreite von $w = 0.2 \cdot (\hat{E}_{\mu, \text{max}} - \hat{E}_{\mu, \text{min}})$ bei 30 Fenstern und 2 Zenitbereichen (86° bis 111° , 111° bis 180°). Die Daten nach dem Schnitt werden im Folgenden als *Level 5*-Daten bezeichnet.

Die mit den Vorhersagen aus der Kreuzvalidierung ermittelte Reinheit beträgt $(99.7 \pm 0.3) \%$. Die Verteilungen des rekonstruierten Zenitwinkels (*SplineMPE*) und

²²Die vollständige Liste der gewählten Einstellungen und der Vergleich des Ergebnisses für verschiedene Einstellungen sind im Anhang in Abschnitt A.3.4 zu finden.

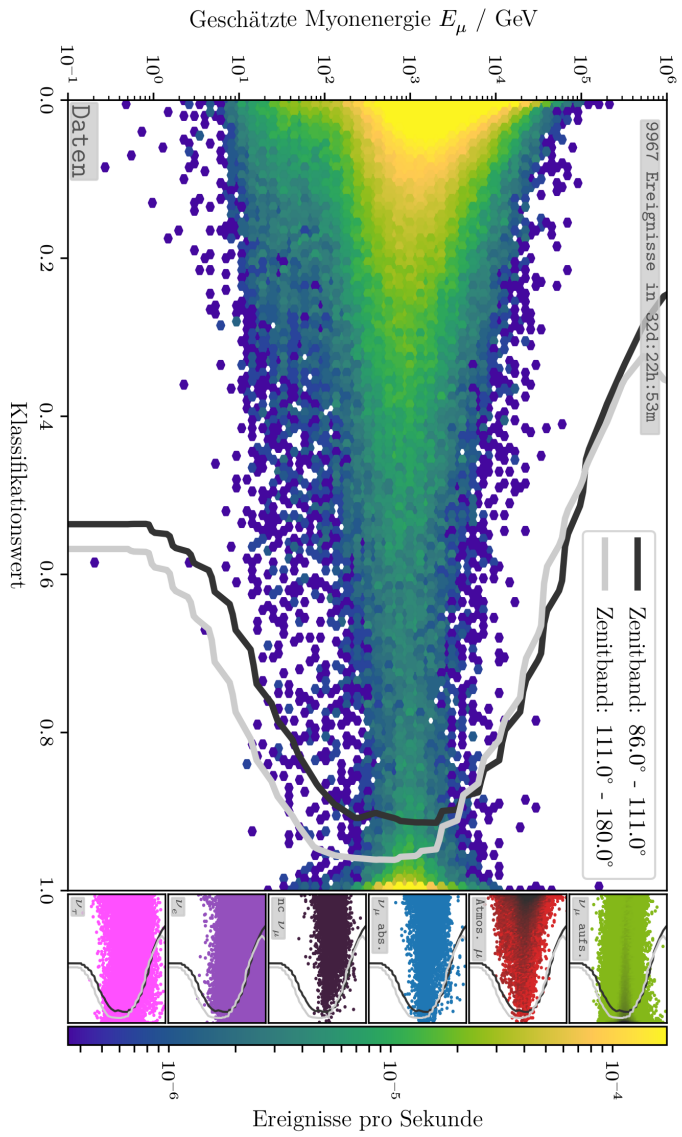


Abbildung 3.8: Zweidimensionale Verteilung des Klassifikationswertes und der geschätzten Myonenergie. Die grauen Linien zeigen die genutzten Schrittkurven in den beiden Zenitbereichen. Der große Bereich der Abbildung zeigt die Verteilung für Messdaten (*Burnsample*). Die kleinen Bereiche zeigen die Verteilung für die einzelnen Komponenten bestimmt mit Simulationen. Die Farbskala für die Simulationen geht von farbig (geringe Ereignisrate) zu dunkelgrau (hohe Ereignisrate).

der geschätzten Myonenergie (`TruncatedEnergy`) nach dem Klassifikationswertschnitt sind im Anhang in Abbildung A.12 dargestellt.

3.4.2 Charakterisierung des finalen Myonneutrino Datensatzes

Mit dem in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Klassifikationswertschnitt verbleiben in den drei Messjahren 318 224 Signalereigniskandidaten in der finalen Selektion. Mit einer kombinierten Messzeit von 91 709 733 s bzw. 1061 Tage, 10 Stunden, 55 Minuten entspricht das einer Ereignisrate von 3.470 mHz. Diese Rate liegt 35 % oberhalb der Rate der bisherigen Referenzselektion [Aar+16c] (2.433 mHz) der IceCube Kollaboration für diese Messjahre und das bei einer identischen Reinheit von 99.7 %. Die Raten der verschiedenen Komponenten kann aus Tabelle 3.3 entnommen werden²³. Die Effizienz der gesamten Separation für die gesuchten *aufsteigenden* Myonneutrinoereignisse beträgt bezogen auf *Level 3*-Daten 63.9 % und bezogen auf *Level 4*-Daten 72.0 %. Der Untergrund atmosphärischer Myonen konnte auf $2.81 \cdot 10^{-4}$ % der Rate auf *Level 3* gesenkt werden. Für kaskadenartigen Ereignissen liegen die Raten mit $\text{Rate}(\nu_e) = 200.7 \text{ nHz}$ bzw. $\text{Rate}(nc-\nu_\mu) = 220.8 \text{ nHz}$ jeweils einen Faktor 20 unterhalb des Untergrunds atmosphärischer Myonen. Der Unterschied in der Rate zwischen Messdaten und der Summe der Simulationskomponenten von 1.3 % kann durch die Ungenauigkeiten in der Beschreibung der Flüsse in der Simulation und systematischen Unsicherheiten erklärt werden.

In Abbildung 3.9 ist die Verteilung der wahren Neutrinoenergie dargestellt. Zusätzlich zeigt die Abbildung noch die Verteilung des Rekonstruktionsfehlers Ψ in Abhängigkeit der Energie. Der Vergleich der Quantile von Ψ für *Level 4* und *Level 5* Daten zeigt ein Verhalten, dass bei einer erfolgreichen Separation von wohl- und fehlrekonstruierten Ereignissen zu erwarten ist. Grundsätzlich sinkt Ψ , wie erwartet, monoton mit ansteigender Energie. Beim Vergleich der 50 %- und 90 %-Quantile zwischen *Level 4* und *Level 5* zeigt sich, dass sowohl die Quantile selber, als auch das Verhältnis der Quantile zueinander, sich verkleinert (siehe Tabelle 3.4). Das bedeutet, die Separation entfernt tatsächlich Fehlrekonstruktionen (kleine Quantile) und das sogar desto stärker je schlechter die Rekonstruktion ist (kleineres Quantilverhältnis).

Ein Vergleich der Verteilungen der wahren Neutrinoenergie zeigt (Abbildung 3.9 unten), dass von *Level 4* auf *Level 5* vor allem niederenergetische Ereignisse durch die Separation entfernt wurden. Das entspricht der Erwartung, da mit weniger Licht im Detektor die Fehlrekonstruktionen häufiger und stärker werden. Für die weitere

²³Im Anhang in Tabelle A.5 sind die erwarteten Ereigniszahlen für die Messzeit der hier untersuchten Jahre aufgelistet. Die Ereigniszahlen wurden unter Annahme einer Poisson-Verteilung und unter Berücksichtigung der Unsicherheiten auf die Ereignisraten berechnet.

3 Separation

Table 3.3: Die Raten und Anteile aller Komponenten sind mit Daten bzw. Simulationen auf *Level 5* bestimmt. Der Anteil ist immer als Anteil an der Gesamtrate angegeben. Zusätzlich zum Anteil und der Rate der einzelnen Komponenten ist für jede Komponente berechnet wie viel Prozent der Ereignisse auf *Level 3* bzw. *Level 4* im finalen Datensatz enthalten sind.

Ursprung	Rate	Anteil	$\frac{\text{Rate Level 5}}{\text{Rate Level 4}}$	$\frac{\text{Rate Level 5}}{\text{Rate Level 3}}$
Messdaten	3.470 mHz	-	4.0 %	0.1 %
Atmosphärische Myonen	8.606 μ Hz	0.2 %	$1.06 \cdot 10^{-2}$ %	$2.81 \cdot 10^{-4}$ %
Myonneutrinos	3.505 mHz	99.7 %	69.6 %	53.5 %
<i>cc</i> aufsteigend	3.496 mHz	99.5 %	72.0 %	63.9 %
<i>cc</i> absteigend	8.864 μ Hz	0.3 %	6.9 %	1.2 %
<i>nc</i>	220.8 nHz	$6.28 \cdot 10^{-3}$ %	0.4 %	$6.77 \cdot 10^{-2}$ %
Elektronneutrinos	200.7 nHz	$5.71 \cdot 10^{-3}$ %	0.7 %	$9.77 \cdot 10^{-2}$ %
Tauneutrinos	185.5 nHz	$5.28 \cdot 10^{-3}$ %	27.3 %	8.5 %
Summe	3.514 mHz		4.1 %	0.1 %

Table 3.4: Werte für die Quantile der Verteilung des Rekonstruktionsfehlers Ψ . Die gesamte Verteilung ist in Abbildung 3.9 gezeigt.

Energiebereich	<i>Level 4</i>		<i>Level 5</i>		$\Psi_{0.5}^{L4}/\Psi_{0.5}^{L5}$	$\Psi_{0.9}^{L4}/\Psi_{0.9}^{L5}$
	$\Psi_{0.5}$	$\Psi_{0.9}$	$\Psi_{0.5}$	$\Psi_{0.9}$		
125 GeV bis 250 GeV	3.07°	10.93°	2.34°	7.23°	1.31	1.19
	$\frac{\Psi_{0.9}^{L4}/\Psi_{0.5}^{L4}}{\Psi_{0.9}^{L5}/\Psi_{0.5}^{L5}} = 3.57$		$\frac{\Psi_{0.9}^{L5}/\Psi_{0.5}^{L5}}{\Psi_{0.9}^{L4}/\Psi_{0.5}^{L4}} = 3.09$			
1 PeV bis 2 PeV	0.36°	2.91°	0.30°	1.55°	1.19	1.87
	$\frac{\Psi_{0.9}^{L4}/\Psi_{0.5}^{L4}}{\Psi_{0.9}^{L5}/\Psi_{0.5}^{L5}} = 8.01$		$\frac{\Psi_{0.9}^{L5}/\Psi_{0.5}^{L5}}{\Psi_{0.9}^{L4}/\Psi_{0.5}^{L4}} = 5.11$			

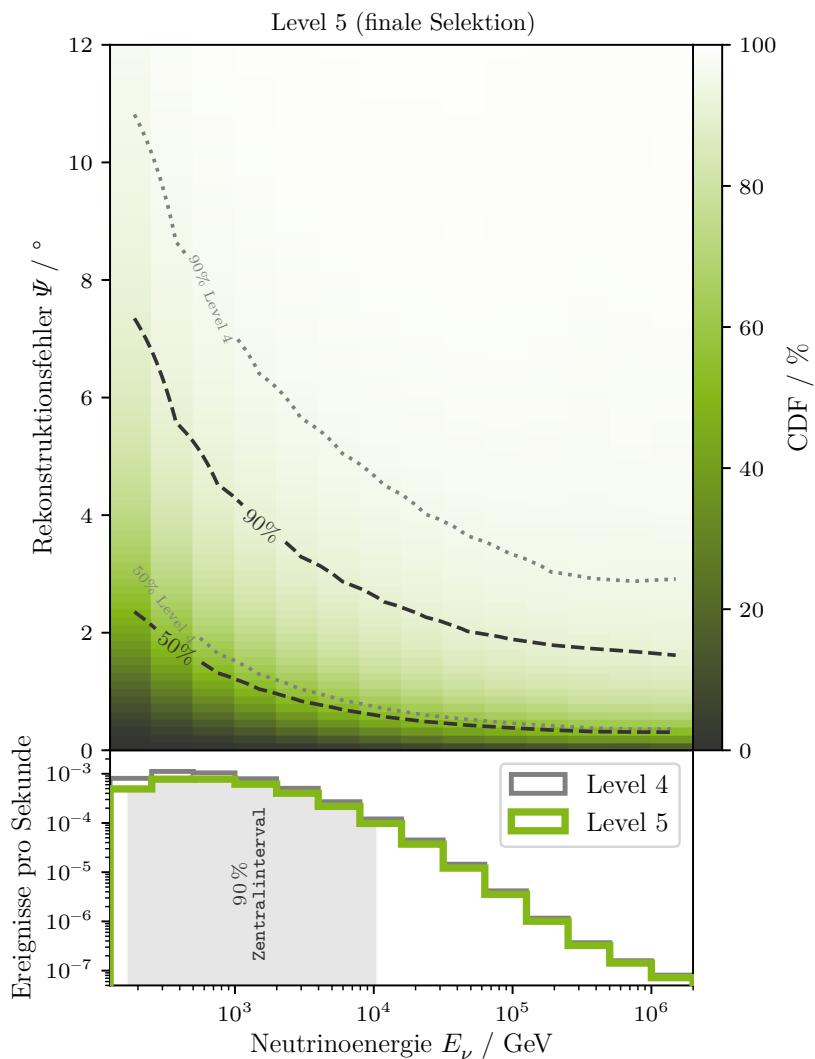


Abbildung 3.9: Im unteren Teil der Abbildung ist die Verteilung der wahren Neutrinoenergie des finalen Datensatzes (grün) und der *Level 4*-Daten (grau) zu sehen. Die Verteilung des Rekonstruktionsfehlers Ψ (oben) ist für jedes Energiebin auf 1 normiert, d.h. dass entlang der y-Achse die Verteilungsfunktion (CDF) für Ψ in jeden Energiebereich abgelesen werden kann. Der Rekonstruktionsfehler ist der Winkel zwischen der wahren Richtung des Neutrinos und der rekonstruierten Richtung (*SplineMPE*) des Myons im Detektor. Zusätzlich zu dem 50%- und dem 90%-Quantil auf *Level 5* (schwarz) sind die Quantile auf *Level 4* (grau) eingezeichnet.

Analyse ist positiv anzumerken, dass der Bereich, in dem die Effizienz der Selektion am geringsten ist, die Statistik am höchsten ist.

In den bisherigen Schritten wurde die Simulationen immer auf das Ergebnis aus [Aar+16c] gewichtet (siehe Beschreibung zu Anfang von Kapitel 3). In Abbildung 3.10 sind die Verteilungen der Gesamtladung Q_{tot} für Simulationen und Messdaten auf *Level 5* dargestellt. Die Gesamtladung, die ein Ereignis im Detektor induziert, ist eine der offensichtlichsten Observablen, die ein Hinweis auf die Energie des Neutrinos geben.

Wird beim Vergleich der Verteilungen die astrophysikalische Komponente aus den Simulationen entfernt (Abbildung 3.10b), zeigt sich ein deutliches Abflachen der Messdaten im Vergleich zu den Simulationen bei hohen Ladungen. Mit astrophysikalischer Komponente in den Simulationen stimmen die Verteilungen deutlich besser überein (Abbildung 3.10a). Was ein klarer Hinweis darauf ist, dass die Messdaten astrophysikalische Neutrinos enthalten.

Die vier Ereignisse mit der höchste Gesamtladung²⁴ haben alle direkt nach ihrer Detektion im *Online System* [Aar+17h; Aar+17i] des Detektors Filterkriterien für besonders hochenergetische Ereignisse erfüllt (1 Ereignis HESE-Filter; 3 Ereignisse EHE-Filter). Besonders hervorzuheben ist dabei das Ereignis mit der höchsten Ladung. Es wurde am 6. November 2014 detektiert und ist bis zum Zeitpunkt des Verfassens dieser Arbeit mit einer geschätzten, im Detektor deponierten Energie von (2.6 ± 0.3) PeV²⁵, das energiereichste Neutrino, das der IceCube Detektor jemals aufgezeichnet hat.

Der EHE-Filter („Extremely High Energy“)²⁶ ist Teil des *Online System* [Aar+17h; Aar+17i] des Detektors. Zwischen dem 15. Mai 2012 und dem 18. Mai 2015 gab es insgesamt 11 Ereignisse die den EHE-Filter passiert haben von denen 8 als *aufsteigend* rekonstruiert wurden. Alle 8 Ereignisse sind auch in der finalen Selektion dieser Arbeit.

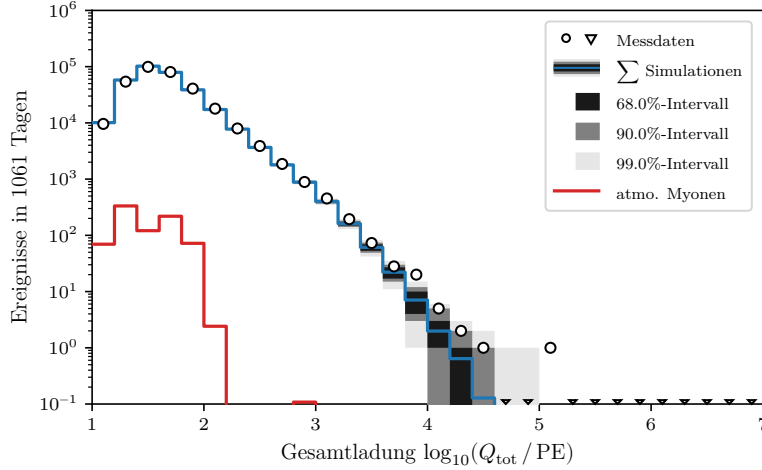
Effektive Fläche der Separation

Eine wichtige Kennzahl einer Selektion ist die sogenannte effektive Fläche. Sie gibt die Fläche an, die ein perfekter Detektor mit einer hundertprozentigen Detektionseffizienz

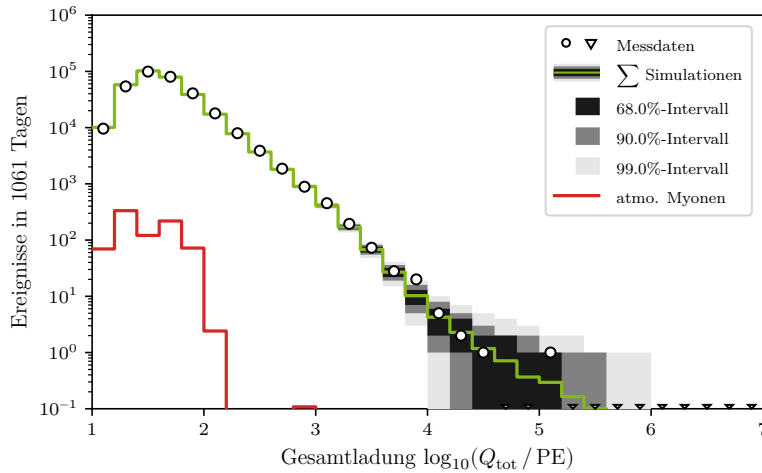
²⁴Bilder der Signaturen der Ereignisse im Detektor sind im Anhang in Abschnitt A.3.4 zu finden

²⁵Eine ausführliche Behandlung und Rekonstruktion dieses Ereignisses ist in [Aar+16c] zu finden.

²⁶Der Filter setzt die Ereignisselektion aus [Aar+16b] für das *Online System* um. Ziel des Filters ist es, direkt am Pol besonders hochenergetische Neutrinos zu identifizieren, damit andere Teleskope benachrichtigt werden, die dadurch die Möglichkeit haben Nachbeobachtungen durchzuführen. Jüngstes Beispiel ist die Nachbeobachtung eines Neutrinos das am 22. September 2017 in räumlich und zeitlicher Koinzidenz zur erhöhten Aktivität der Quelle „TXS 0506+056“ detektiert wurde.



(a) Ohne astrophysikalische Komponente



(b) Mit astrophysikalischer Komponente

Abbildung 3.10: Verteilung der Gesamtladung der Ereignisse für Simulationen und für Messdaten auf *Level 5*. Die Gesamtladung ist in PE („photo electrons“) angegeben. Für die obere Abbildung wurde ein rein atmosphärischer Fluss für die Simulationen angenommen, bei der unteren Abbildung wurde eine zusätzliche astrophysikalische Komponente ($\gamma = 2.13$; $\Phi_0 = (0.90^{+0.30}_{-0.27}) \times 10^{-18} \text{GeV}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}$) angenommen. Alle anderen Flusskomponenten wurden entsprechend der Ergebnisse aus [Aar+16c] gewichtet. In beiden Abbildung ist jeweils noch die Verteilung der atmosphärischen Myonen als rote Linie eingetragen.

haben müsste, um eine identische Ereignisrate zu erhalten. In Abbildung 3.11 ist die effektive Fläche für Myonneutrinos dargestellt. Die effektive Fläche für Neutrinos spiegelt nicht ausschließlich die Effizienz der Selektion wider sondern auch Effekte, die direkt sich direkt auf die Detektion auswirken, wie z.B. die Absorption von Neutrinos in der Erde für hohe Energien (siehe Abbildung 3.11b). Ebendiese Absorption ist verantwortlich für das Abfallen der effektiven Fläche für hohe Zenitwinkel bei hohen Energien (siehe Abbildung 3.11b). Bereits beim Vergleich der Verteilungen der Neutrinoenergie auf *Level 4* und *Level 5* (siehe Abbildung 3.9) hat sich abgezeichnet, dass die Effizienz der Selektion mit steigender Energie besser wird. Der Vergleich der effektiven Flächen bestätigt diese Beobachtung.

Um die Effizienz der Selektion isoliert zu betrachten, wurden zusätzliche Simulationen angefertigt, die mit einem isotropen Fluss einzelner Myonen rund um den Detektor startet. In Abbildung 3.12 ist die mit Hilfe dieser Simulationen bestimmte effektive Fläche für Myonen gezeigt. Die effektive Fläche für einzelne Myonen eignet sich am besten, um die Effizienz verschiedener Selektionen miteinander zu vergleichen.

Saisonale Schwankungen des atmosphärischen Neutrinoflusses

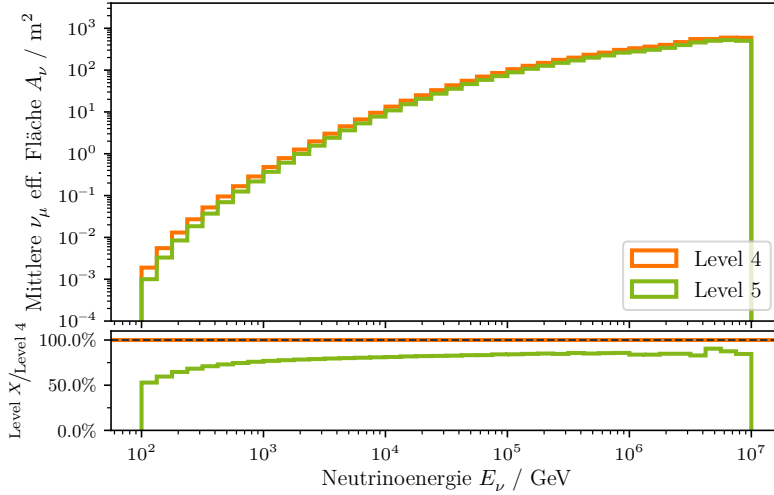
Wie in Abschnitt 2.3.2 erwähnt, wird die konventionelle, atmosphärische Komponente von Mesonen, die in Luftschauern entstehen, erzeugt. Sowohl die Rate atmosphärischer Myonen, als auch die Neutrinoproduktionsrate hängen dabei von dem Verhältnis zwischen der Wechselwirkungs- und der Zerfallswahrscheinlichkeit dieser Mesonen ab [DG10]. Maßgeblich für diese Wahrscheinlichkeiten ist die Dichte der Atmosphäre, die wiederum von der Temperatur in der Atmosphäre abhängt. Wegen dieser Zusammenhänge werden für die atmosphärische Myon- und Myonneutrinoerate saisonale Schwankungen erwartet. Das Phänomen konnte in beiden Kanälen bereits in einer Vielzahl von Messungen bestätigt werden [Amb+97; Bou99; Aga+11; Gra+10; Til+10; Des+11]. Auch konnte bereits mit IceCube die saisonalen Schwankungen für Myonneutrinos gezeigt werden [Gai13].

Für einen einfachen Tests, wurde der Zenithbereich auf $\leq 120^\circ$ beschränkt, um nur Ereignisse, die in der Atmosphäre der Südhalbkugel erzeugt wurden, auszuwählen. Der Schnitt wurde von Studien aus [Gai13] übernommen. Für diese Ereignisse wurden die mittleren Raten jedes Monats bestimmt und eine einfache Sinusfunktion

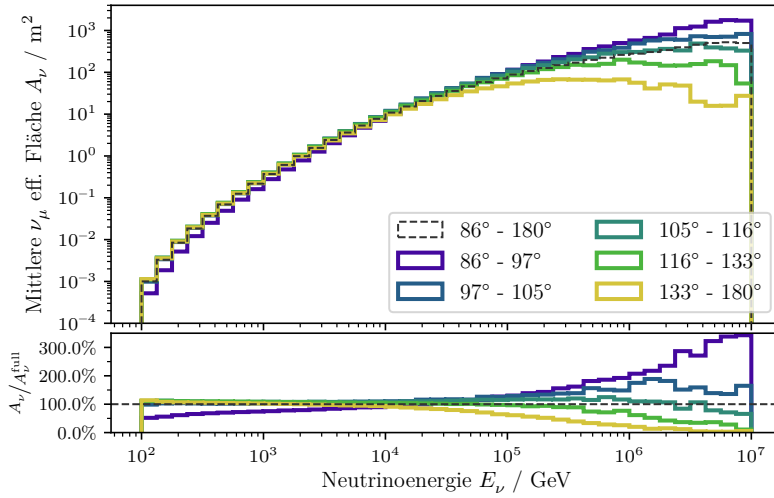
$$r(t) = r_0 + A \sin\left(\frac{2\pi(t + \omega)}{T}\right) \quad (3.5)$$

angepasst. Die Ergebnisse für verschiedene Varianten sind in (3.13) dargestellt.

Sowohl wenn die Monate der Jahre summiert werden, als auch wenn die drei Messjahre separat betrachtet werden, sind Amplitude A und Phase ω der Sinusfunktion



(a) Vergleich der effektiven Fläche für *Level 4* und *Level 5* Daten. Das Verhältnis der Fläche entspricht der energieabhängigen Effizienz der *Level 4* → *Level 5*-Selektion.



(b) Effektive Fläche aufgeteilt in verschiedene Zenitbereiche für die finale Selektion.

Abbildung 3.11: Effektive Fläche für Myon neutrinos und deren Verhältnisse für verschiedene Level der Selektion (oben) und verschiedene Zenitbereiche der finalen Selektion. Die effektive Fläche ist der Mittelwert für die effektiven Flächen für Myon neutrinos und Myonantineutrinos.

3 Separation

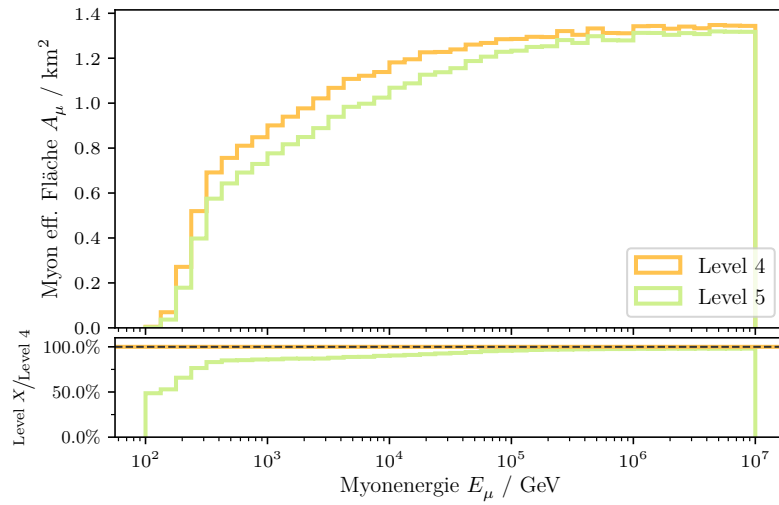


Abbildung 3.12: Effektive Fläche für einzelne Myonen, die isotrop um den Detektor starten, für verschiedene Level der Selektion.

miteinander kompatibel ($A_{\text{sum.}} = (60 \pm 8) \mu\text{Hz}$ bzw. $A_{\text{sep.}} = (59 \pm 11) \mu\text{Hz}$ und $\omega_{\text{sum.}} = (2.305 \pm 0.006)$ bzw. $\omega_{\text{sep.}} = (2.308 \pm 0.008)$ Monate). Beim Anpassung mit freier Periodenlänge wird diese auf (11.849 ± 0.354) Monate gesetzt. Diese Ergebnisse zeigen, dass sich in den Ereignisraten die erwarteten Schwankungen zeigen und diese gleichförmig über die Jahre sind. Auch belegen sie, dass der erzeugte Datensatz mit seiner hohen Rate an Myonneutrinoereignissen hervorragend für die Messung der saisonalen Schwankungen, wie in [Gai13], genutzt werden kann. Auch zeigen die Ergebnisse, dass der erzeugte Datensatz und folglich auch die Separation zeitlich gleichförmig sind.

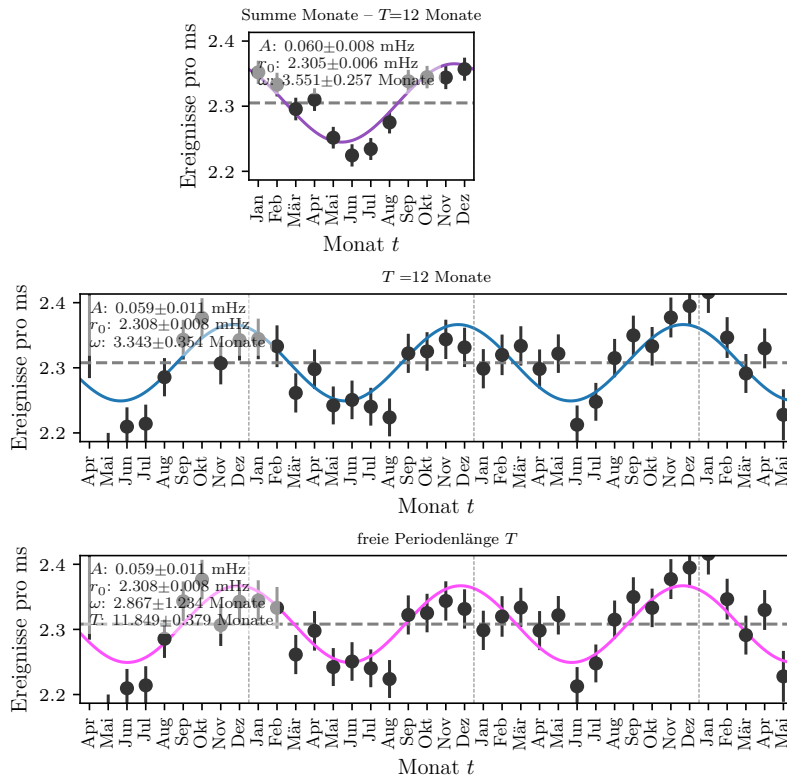


Abbildung 3.13: Neutrinozahlen in Abhängigkeit vom Monat der Messung. Die offizielle Datennahme die dem Datensatz zugrunde liegt startete am 15. Mai 2012. Die Daten aus April 2012 stammen aus zwei kurzen Test-Runs. (≈ 16 Stunden. An die Neutrinozahlen wurde die Funktion (3.5) angepasst. Bei zwei der drei Ergebnisse (oben und mittig) wurde die Periodenlänge T auf 12 Monate festgesetzt. Bei dem ersten Ergebnis (oben) wurden die Monate der drei Messjahre vor der Optimierung summiert.

4 Entfaltung

Faltungsprozesse und deren Umkehrung, häufig als Entfaltung bezeichnet, kommen in vielen verschiedenen Bereichen zum Einsatz zum Beispiel bei der Signalverarbeitung. Am bekanntesten sind Anwendungen auf Bild- oder Tonaufnahmen [Mey09; CE17]. Auch wenn die Anwendungen viele Gemeinsamkeiten haben und allen die gleichen mathematischen Konzepte zugrunde liegen, beziehen sich die Aussagen in diesem Kapitel auf die Entfaltung, sowie sie hier in der Arbeit genutzt wird.

Durch den indirekten Nachweis der Neutrinos, wäre einer der bestmöglichen Detektoren zur Messung der Neutrinoenergie, einer, der die exakte Myonenergie beim Eintritt des Myons in den Detektor misst. Für einen solchen Detektor ist die Verteilung der Myonenergie für verschiedene Bereiche der Neutrinoenergie in Abbildung 4.1 dargestellt. Die Abbildung zeigt deutlich, dass, selbst für einen idealisierten Detektor bei hohen Energien trotz Kenntnis der Myonenergie, Ereignisse nicht mehr eindeutig einer bestimmten Neutrinoenergie zugeordnet werden können. Die Hauptursache dafür ist, dass die, bei der cc -Wechselwirkung des Neutrinos entstehenden, Myonen bei den hier betrachteten Energien Reichweiten von bis zu 20 km haben (siehe Abbildung 2.4) und es beim Eintritt in den Detektor unmöglich festzustellen ist, ob sie kurz vor dem Detektor erzeugt wurde oder schon mehrere Kilometer zurückgelegt haben.

Zur Bestimmung des Neutrinoenergiespektrums muss anhand des Detektorsignals, den Observablen, auf den Ursprung des Signals, das Neutrinoenergiespektrum, geschlossen werden. Solche Probleme werden auch als *inverse Probleme* bezeichnet. Wie Abbildung 4.1 zeigt, kann bei Messungen mit einem idealisierten IceCube-Detektor vom Messsignal nicht eindeutig auf den Ursprung geschlossen werden. Bei dem realen Detektor können nur Rekonstruktionen für die Teilchen im Detektor genutzt werden. Diese haben eine Auflösung von etwa $\sigma_{\log_{10} E_\mu} = 0.30$ (`TruncatedEnergy`: 1 TeV) bzw. $\sigma_{\log_{10} E_\mu} = 0.36$ (`TruncatedEnergy`: 1 PeV) [Aar+14a]. Das erschwert zusätzlich Rückschlüsse von der Myon- auf die Neutrinoenergie zu ziehen.

In diesem Kapitel wird die Bestimmung des atmosphärischen Myoneneutrinospektrums vorgestellt. Das Spektrum wird zunächst für den gesamten Zenitbereich des genutzten Datensatzes (86° bis 180°) zwischen $E_\nu = 125$ GeV und $E_\nu = 2$ PeV entfaltet. Anschließend wird der Datensatz in drei disjunkte Zenitbänder eingeteilt und jedes Zenitband einzeln analysiert. Für die Entfaltung dieser Bänder wird die

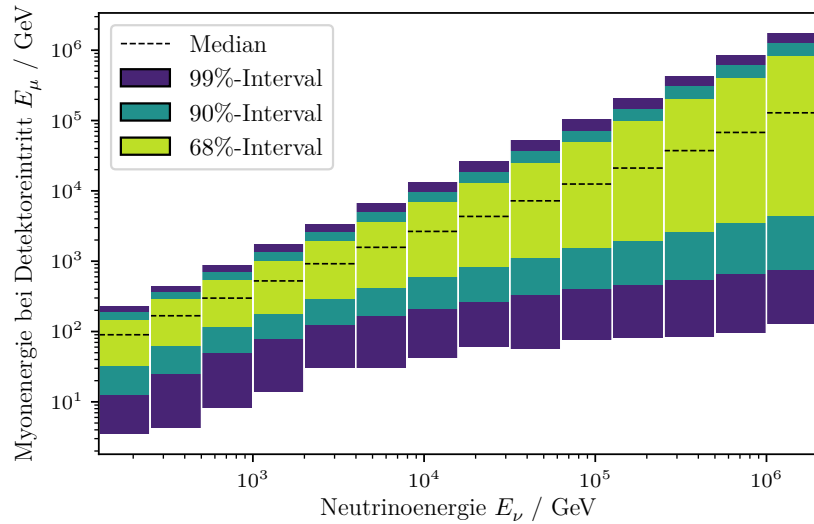


Abbildung 4.1: Quantile der Verteilung wahrer Myonenergie in verschiedenen Bereiche wahrer Neutrinoenergie bestimmt mit Simulationen. Die gezeigten Bereiche der Neutrinoenergie entsprechen den später entfaltenen Intervallen. Die Myonenergie ist die Energie bei Eintritt in den Detektor. Die $p\%$ -Intervalle sind Zentralintervalle, die von dem $(1-p/2)$ - und dem $(1+p/2)$ -Intervall aufgespannt werden.

obere Energiegrenze auf $E_\nu = 250$ TeV herabgesetzt. Außerdem wird das Spektrum über den gesamten Zenitbereich zwischen $E_\nu = 125$ GeV und $E_\nu = 250$ TeV als Referenz für die Spektren der einzelnen Zenitbänder bestimmt.

Ausgangspunkt ist in allen Fällen der in Kapitel 3 erzeugte Datensatz. Der Datensatz besteht aus drei Messjahren und enthält 318 224 Myonneutrinoereigniskandidaten. In Kapitel 3 wurde gezeigt, dass der Datensatz zu $(99.7 \pm 0.3)\%$ aus Myonneutrinos besteht. Im Folgenden werden alle Ereignisse der Messdaten wie Myonneutrinos behandelt und der Untergrund vernachlässigt.

Zu Beginn dieses Kapitels werden in Abschnitt 4.1 die Grundlagen der Entfaltung präsentiert. Anschließend geht Abschnitt 4.2 speziell auf die Details und die Durchführung der Entfaltung dieser Analyse ein. In den Abschnitten 4.3, 4.4 und 4.5 werden die Ergebnisse der Analyse präsentiert.

4.1 Grundlagen

Der hier diskutierte Entfaltungsansatz basiert auf [Blo02; Blo84] und wurde in ähnlicher Form in den Softwarepaketen $\mathcal{R}\mathcal{U}\mathcal{N}$ [Blo96] und TRUEE [Mil+13] implementiert. Auch die hier verwendete Nomenklatur orientiert sich stark an [Blo02]. Ein Vergleich der hier genutzten Methode und die Einordnung in den Forschungskontext ist im Anhang in Abschnitt A.4.1 zu finden.

Die Frage, die mit der Entfaltung beantwortet werden soll, ist, welches Ursprungssignal der Detektorantwort zugrunde liegt. Um diese Frage zu beantworten wird eine Likelihood-Funktion aufgestellt, die genutzt werden kann, um z.B. mittels der Maximum-Likelihood-Methode, eine Schätzung für das gesuchte Spektrum zu erhalten. Die Likelihood-Funktion vergleicht die Anzahl gemessener Ereignisse g_u in Bins¹ des Observablenraumes mit der Vorhersage λ_u eines Modells. Für den Vergleich wird für jedes Bin eine Poisson-Verteilung mit einem Erwartungswert λ_u angenommen:

$$\mathcal{L}(\vec{g} | \vec{f}) = \prod_{u=1}^m \frac{\lambda_u(\vec{f})^{g_u}}{g_u!} \exp(-\lambda_u(\vec{f})), \quad (4.1)$$

dabei enthält der Vektor \vec{f} die Modellparameter. Likelihood-Funktionen, die einen gebinneten Observablenraum nutzen, werden häufig in der (Astro-)Teilchenphysik genutzt. Die Besonderheit des hier diskutierten Entfaltungsansatzes ist das genutzte Modell $\lambda_u(\vec{f})$. Es soll im Folgenden hergeleitet und darauf aufbauend die Funktion (4.1) motiviert werden.

Das Modell der Entfaltung kann aus dem Faltungsintegral:

$$g(y) = \int A(x, y) f(x) dx + b(y) \quad (4.2)$$

hergeleitet werden. In Gleichung (4.2) ist x die Größe deren Verteilung $f(x)$ das Ergebnis der Entfaltung sein soll. In der Entfaltung dieser Arbeit ist x die Myonneutrinoenergie und $f(x)$ die entsprechende Verteilung, also das gesuchte Energiespektrum. Mit $g(y)$ wird die Verteilung der genutzten Observable bezeichnet. $A(x, y)$ ist die sogenannte Transferfunktion. Sie gibt die bedingte Wahrscheinlichkeit an für einen gegebenen Wert x einen Wert y zu messen. Der zusätzliche Term $b(y)$ bezeichnet die Verteilung von Untergrundereignissen im Datensatz. Aufgrund der hohen Reinheit des Datensatzes von $(99.7 \pm 0.3)\%$ kann dieser in der Analyse vernachlässigt werden.

¹In dem gesamten Kapitel wird der gebräuchliche, englische Jargon genutzt und im Folgenden nicht weiter gekennzeichnet. Wird eine Größe in verschiedene Segmente unterteilt, wird diese als *gebinnt*, die Unterteilung als *Binning* und die einzelnen Segmente der Unterteilung als *Bins* bezeichnet.

Die Funktionen g , b und A können auch von mehreren Observablen y_1, y_2, \dots, y_n abhängen. Der Einfachheit halber wird hier nur kurz von y gesprochen.

Die Funktion $A(x, y)$ muss den gesamten Detektionsprozess abbilden. Für eine Entfaltung mit dem IceCube-Detektor sind das alle Prozesse ab der Entstehung der Neutrinos. Das heißt, sowohl die Propagation und Wechselwirkungen der Neutrinos und Leptonen, als auch der gesamte Detektor inklusive der Ereignis Selektion müssen durch diese Funktion abgebildet werden. Für viele dieser Schritte steht keine geschlossene, analytische Funktion zur Verfügung und deshalb müssen sie mit Monte-Carlo-Methoden gelöst werden. Auch aus den Ergebnissen der Simulation eine kontinuierliche Beschreibung für $A(x, y)$ zu bestimmen, ist in der Praxis häufig nur schwer realisierbar oder auch nicht sinnvoll².

Ein in der Praxis bewährtes Vorgehen [Mil+13; Blo96] ist, den Observablenraum und die gesuchte Verteilung zu diskretisieren. Dadurch wird die Verteilung $g(y)$ zu einem Vektor \vec{g} , der die Anzahl der Ereignisse in den einzelnen Observablenbins enthält. Entsprechend wird die Transferfunktion $A(x, y)$ zu einer Matrix \mathbf{A} (Transfermatrix). Die gesuchte Verteilung $f(x)$ wird genau wie $g(y)$ zu einem Vektor von Bineinträgen. Durch diese Diskretisierungsschritte wird die Gleichung (4.2) zu einem einfachen linearen Modell

$$\vec{g} = \mathbf{A}\vec{f}. \quad (4.3)$$

Die $m \times n$ -Matrix \mathbf{A} (m Anzahl Observablenbins und n Anzahl Bins der gesuchten Verteilung) kann mit Simulationen durch

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}' \text{Diag}(1/\vec{f}^{\text{MC}}) = \begin{pmatrix} N_{1,1} & N_{1,2} & \dots & N_{1,n} \\ N_{2,1} & N_{2,2} & \dots & N_{2,n} \\ N_{3,1} & N_{3,2} & \dots & N_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{m,1} & N_{m,2} & \dots & N_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/f_1^{\text{MC}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/f_2^{\text{MC}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1/f_n^{\text{MC}} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

bestimmt werden. Der Vektor \vec{f}^{MC} enthält die Bineinträge des histogrammierten Verteilung von x in der Simulation. Die Einträge $N_{i,j}$ sind die Anzahl der Ereignisse, die im Observablenbin i und im Bin j der gesuchten Verteilung liegen. Durch die Division mit dem Simulationsspektrum wird die Transfermatrix unabhängig von der simulierten Energieverteilung.

Der Vektor \vec{g} aus Gleichung (4.3) enthält für jedes Observablenbin die Anzahl der erwarteten Ereignisse abhängig von der angenommenen Verteilung \vec{f} . Deswegen wird das Ergebnis von $\mathbf{A}\vec{f}$ ab jetzt als $\lambda(\vec{f})$ bezeichnet und \vec{g} bezeichnet im Folgenden die Verteilung der gemessenen Ereignisse.

²Eine ausführliche Erklärung und Diskussion zum möglichen Vorgehen von praktischen Schwierigkeiten ist in Abschnitt A.4.1 zu finden

Mit dem linearen Modell (4.3) kann nun Gleichung (4.1) aufgestellt werden, indem für jedes Observablenbin eine Poisson-Verteilung angenommen wird. Die vollständige Likelihood-Funktion lautet:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(\vec{g} | \vec{f}) &= \prod_{u=1}^m \frac{\lambda_u(\vec{f})^{g_u}}{g_u!} \exp(-\lambda_u(\vec{f})) \\
 &= \prod_{u=1}^m \frac{(\mathbf{A}\vec{f})_u^{g_u}}{g_u!} \exp(-(\mathbf{A}\vec{f})_u) \\
 &= \prod_{u=1}^m \frac{\left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right)^{g_u}}{g_u!} \exp\left(-\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right). \tag{4.5}
 \end{aligned}$$

Meist wird statt der Likelihood-Funktion \mathcal{L} der Logarithmus der Likelihood-Funktion genutzt. Auch können für die meisten Ansätze wie z.B. beim Maximum-Likelihood-Ansatz konstante Terme ignoriert werden. Die vereinfachte Log-Likelihood-Funktion l von (4.5) lautet:

$$\begin{aligned}
 l(\vec{g} | \vec{f}) &= \sum_{u=1}^m \left(g_u \ln\left((\mathbf{A}\vec{f})_u\right) - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right) \\
 &= \sum_{u=1}^m \left(g_u \ln\left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right) \right) \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

Die Gradienten und Einträge der Hesse-Matrix von (4.6) sind im Anhang unter Abschnitt A.4.1 zu finden.

4.1.1 Regularisierung

Wird die Likelihood-Funktion (4.6) genutzt, um einen Schätzer für die gesuchte Verteilung zu ermitteln, hat dieser Schätzer in vielen Fällen eine sehr hohe Varianz (siehe Beispiel Abbildung 4.2). Zurückzuführen ist die hohe Varianz auf Eigenschaften der Transfermatrix \mathbf{A} .

Bevor ein möglicher Umgang mit den hohen Varianzen vorgestellt wird, soll nächst genauer auf ihren Ursprung eingegangen werden. Dafür ist es instruktiv die Entfaltung auf die einfache Invertierung des linearen Modells (4.3) zu vereinfachen und von einer quadratischen Matrix \mathbf{A} , also der gleichen Anzahl an Bins im Observablenraum und für die gesuchte Verteilung, auszugehen.

$$\begin{aligned}
 \text{Faltung} &\leftrightarrow \text{Entfaltung} \\
 \mathbf{A}\vec{f} = \vec{g} &\leftrightarrow \vec{f} = \mathbf{A}^{-1}\vec{g} \tag{4.7}
 \end{aligned}$$

Auf die Gleichungen aus (4.7) kann eine Basistransformation angewendet werden, sodass \mathbf{A} ($\mathbf{A} = \mathbf{UDU}^T$) diagonal wird. Dadurch transformieren sich die Gleichungen aus (4.7) zu:

$$\begin{aligned} & \text{Faltung} \leftrightarrow \text{Entfaltung} \\ & \mathbf{D} \underbrace{\mathbf{U}^T \vec{f}}_{\vec{b}} = \underbrace{\mathbf{U}^T \vec{g}}_{\vec{c}} \leftrightarrow \underbrace{\mathbf{U}^T \vec{f}}_{\vec{b}} = \mathbf{D}^{-1} \underbrace{\mathbf{U}^T \vec{g}}_{\vec{c}} \\ & \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & s_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/s_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1/s_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} sind mit s_1 bis s_n bezeichnet und absteigend sortiert. Die Einträge des transformierten Vektors b_i (vorher \vec{f}) ergeben sich aus dem Produkt des i -ten Eintrages des transformierten Observablenvektors \vec{c} (vorher \vec{g}) und dem inversen Eigenwert $1/s_i$:

$$b_i = \frac{c_i}{s_i}.$$

Das bedeutet, kleine Eigenwerte verstärken die entsprechenden Einträge aus \vec{c} , die dadurch überproportional stark zum Lösungsvektor \vec{b} beitragen.

Eine Kenngröße für die Eigenschaften einer Matrix und ihrer Eigenwerte ist das Verhältnis zwischen dem größten und kleinsten Eigenwert, die sogenannte Konditionszahl $\kappa = s_1/s_n$. Die Kondition der Matrix \mathbf{A} hängt direkt davon ab, wie eindeutig die Zuordnung zwischen Observablenbin und Bin der gesuchten Entfaltung ist (siehe Beispiel Abbildung 4.2 oben).

Der große Einfluss kleiner Eigenwerte zur Lösung ist unproblematisch, solange die verstärkten Beiträge aus \vec{c} in der Messung statistisch signifikant sind. Für die Einträge von \vec{g} kann eine Poisson-Verteilung angenommen und die Kovarianzmatrix $\text{Cov}(\vec{g}) = \text{Diag}(\vec{g})$ aufgestellt werden. Wird diese Kovarianzmatrix ebenfalls mit $\text{Cov}(\vec{c}) = \mathbf{U}^T \text{Cov}(\vec{g}) \mathbf{U}$ in die neue Basis transformiert, zeigt sich, dass für einen größer werdenden Index i nicht nur die Verstärkung der Beiträge in der Entfaltung steigt, sondern auch die statistische Signifikanz $c_i/\text{Cov}(\vec{c})_i$ der Beiträge sinkt. In statistisch insignifikanten Beiträgen, die eine große Verstärkung erhalten, liegt der Ursprung für die großen Schwankung der Lösung. Deshalb wird auch häufiger davon gesprochen, dass die Lösung von Rauschen dominiert ist.

Die durchgeführten Betrachtungen können in analoger Form auch für rechteckige Matrizen \mathbf{A} durchgeführt werden. Für rechteckige Matrizen wird statt der einfachen Invertierung von \mathbf{A} eine Pseudoinverse durch Singulärwertzerlegung konstruiert

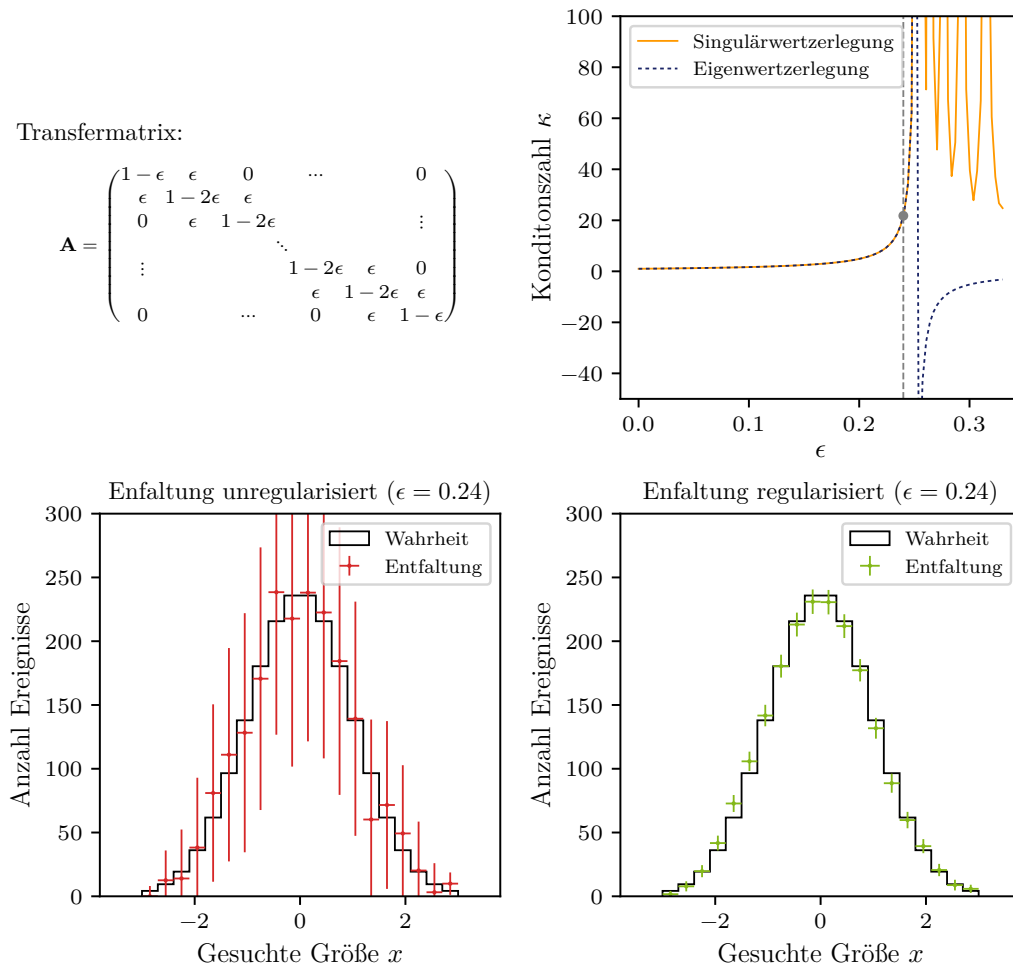


Abbildung 4.2: Oben links ist die Struktur der Transfermatrix \mathbf{A} gezeigt. Die Abbildung oben rechts zeigt die Konditionszahl κ , einmal berechnet über die Eigenwertzerlegung (blau) und einmal über die Singulärwertzerlegung (orange) als Funktion von ϵ . Die unteren Abbildungen zeigen beispielhafte Entfaltungen: unregulärisiert (links) und regulärisiert (rechts). Für die unregulärizierte Lösung wurde (4.6) und für die regulärizierte Lösung wurde (4.9) in einem Maximum-Likelihood-Ansatz genutzt, bei dem negative Einträge für die Lösung verboten waren. Die Unsicherheiten wurde aus der inversen Hesse-Matrix bestimmt (siehe Abschnitt A.4.2). Dieses Entfaltungsbeispiel ist angelehnt an das Beispiel aus [Blo02].

(SVD-Entfaltung [HK96]) und die Singulärwerte übernehmen die Rolle der Eigenwerte (siehe Abbildung 4.2 rechts oben). Eine ausführliche Untersuchung des Likelihood-Ansatzes (4.9), die zu dem selben Fazit kommt, ist in [BL98] zu finden.

Für das hier diskutierte Entfaltungsproblem ist mindestens das dritte Kriterium für die *Wohlgestelltheit eines Problems nach Hadamard* [Had02; Ric15]: „stetige Abhängigkeit der Lösung von den Eingangsdaten“ nicht erfüllt. Ein etabliertes Vorgehen zur Lösung schlecht gestellter Probleme ist die sogenannte *Regularisierung*. Allgemein kann Regularisierung verstanden werden, als das Einführen von zusätzlichen Annahmen, die Lösungen mit bestimmten Eigenschaften bevorzugt. Für die Lösung von Entfaltungsproblemen wurde in vorherigen Anwendungen [Gro07; Blo96; Mil+13] die *Tikhonov Regularisierung* [Tik43] erfolgreich eingesetzt.

Eine häufig sinnvolle Annahme zur Regularisierung ist, dass die gesuchte Verteilung \vec{f} *glatt* sein soll. Um diese Forderung zu realisieren, wird ein zusätzlicher Term zur unregularisierten Likelihood-Funktion (4.6) hinzugefügt. Mit diesem Term soll eine große zweite Ableitung³ der Lösung bestraft werden. Für den Regularisierungsterm wird eine multivariate Normalverteilung der Form

$$\exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{\mu})^\top \text{Cov}^{-1}(\vec{x} - \vec{\mu})\right) \leftrightarrow \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{C}\vec{f})^\top \text{Diag}(\vec{\tau})^{-1}(\mathbf{C}\vec{f})\right) \quad (4.8)$$

genutzt. Der Vektor \vec{x} der Normalverteilung wird durch die zweite Ableitung des Lösungsvektors \vec{f} ersetzt. Um diese zu bestimmen wird \vec{f} mit der Regularisierungsmatrix \mathbf{C} multipliziert. Die Einträge der Matrix \mathbf{C} sind so gewählt, dass $\mathbf{C}\vec{f}$ die zweite Ableitung nach der Finite-Differenzen-Methoden berechnet:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & \\ 0 & 1 & -2 & & \vdots \\ & & & \ddots & \\ \vdots & & & & -2 & 1 & 0 \\ & & & & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Da eine kleine zweite Ableitung gefordert wird, ist die Normalverteilung um 0 zentriert und folglich wird $\vec{\mu} = 0$ gesetzt.

³Die genaue Art der Regularisierung muss an die Problemstellung angepasst werden. Wird beispielsweise ein scharfer Beitrag einer Resonanz zu einem Spektrum gesucht, kann dieser nicht gefunden werden, wenn für die Lösung eine kleine zweite Ableitung gefordert wird. Für ein mögliches Vorgehen in einem solchen Fall siehe Abschnitt A.4.1.

Für die Kovarianzmatrix Cov der Normalverteilung aus (4.8) wird eine Diagonalmatrix $\text{Diag}(\vec{\tau})$ eingesetzt. Über den Faktor⁴ τ kann die Stärke der Regularisierung eingestellt werden.

Die vollständige Likelihood-Funktion inklusive Regularisierungsterm lautet:

$$l(\vec{g} | \vec{f}) = \sum_{u=1}^m \left[g_u \ln \left((\mathbf{A}\vec{f})_u \right) - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right] - \frac{1}{2} (\mathbf{C}\vec{f})^\top \text{Diag}(\vec{\tau})^{-1} (\mathbf{C}\vec{f}). \quad (4.9)$$

Ein Beispiel für den Vergleich zwischen einer regularisierten (4.6) und unregularisierten Entfaltung (4.9) ist in Abbildung 4.2 zu sehen.

Bei der Nutzung der regularisierten Likelihood-Funktion muss die Regularisierungsstärke τ so gewählt werden, dass unphysikalische Fluktuationen der Lösung unterdrückt werden, ohne dass das Ergebnis verfälscht wird. Das sollte für jede Problemstellung gezeigt werden. Details zu den in dieser Arbeit durchgeführten Tests werden im Rahmen der Ergebnisse der Entfaltung aus Abschnitt 4.4 vorgestellt.

4.1.2 Binning

Bei der zuvor eingeführten Likelihood-Funktion (4.6) bzw. (4.9) spielt die Ordnung der Bins im Observablenraum keine Rolle. Ebenso kann der Ansatz unverändert genutzt werden, wenn sich Bins über mehrere Dimensionen erstrecken. Das es sinnvoll ist, einen mehrdimensionalen Observablenraum zu nutzen, kann an der Entfaltung dieser Arbeit leicht motiviert werden:

Bis zu Myonenergien von etwa 1 TeV sind die Energieverluste von Ionisationsprozessen dominiert. Die abgegebene Energie ist bei der Ionisation nahezu unabhängig von der Energie des Myons. Entsprechend kann nur über Observablen, wie die Länge der Myonspur im Detektor⁵, auf die Energie des Myons geschlossen werden. Für Myonen höherer Energien dominieren Bremsstrahlung-, Photonukleare- und Paarerezeugsprozesse den Energieverlust. Bei diesen Prozessen nimmt die abgegebene Energie linear mit der Energie des Myons zu [Koe+13]. Entsprechend kann ab $E_\mu \geq 1$ TeV über die abgegebene Energie pro Strecke dE/dx auf die Energie des Myons geschlossen werden. Die Algorithmen: `TruncatedEnergy`- und `MuEXDifferentialEnergy` [Aar+14a] wurden explizit für die Bestimmung von dE/dx entwickelt und sie haben dadurch kaum Aussagekraft für Myonenergien unterhalb von 1 TeV.

⁴Prinzipiell kann τ auch ein Vektor sein. Ein Regularisierungsstärkevektor $\vec{\tau}$ würde es erlauben, für verschiedene Bereiche der Verteilung eine unterschiedlich starke Regularisierungen zu nutzen. Da in dieser Arbeit eine skalare Regularisierungsstärke genutzt wurde, wird ausschließlich von τ gesprochen.

⁵Die Reichweite von 1 TeV Myonen im Eis beträgt etwa 1 km (siehe Abbildung 2.4).

Folglich werden bei der Entfaltung des Spektrums zwischen $E_\nu = 125 \text{ GeV}$ und $E_\nu = 2 \text{ PeV}$ nur dann alle Informationen der Messung genutzt, wenn mehr als eine Observable in der Entfaltung berücksichtigt wird.

Die einfachste Form, einen mehrdimensionalen Observablenraum in Bins zu unterteilen, ist, wenn die Observablen äquidistant unterteilt werden. Das große Problem eines solchen Vorgehens ist, dass durch Hinzunahme jeder weiteren Dimension die Anzahl der Bins exponentiell steigt und die Statistik in den Bins immer geringer wird. Auch ist die Unterteilung unabhängig von der eigentlichen Fragestellung, was dazu führen kann, dass durch ein zu grobes Binning, Informationen in bestimmten Bereichen verloren gehen oder durch ein zu feines Binning die Statistik in den Bins unnötig verringert wird.

Um diese Probleme zu lösen, wurde ein Ansatz entwickelt, der auf den Eigenschaften eines Entscheidungsbaumes basiert.

Zum Training des Entscheidungsbaumes werden die Bins der gesuchten Verteilung jeweils als einzelne Klasse interpretiert und der Baum auf die Unterscheidung dieser Klassen trainiert. Der Entscheidungsbaum optimiert Sequenzen von Schnitten in verschiedenen Observablen, um die Ereignisse möglichst gut in die verschiedenen Klassen zu unterteilen. Jedes Blatt des Baumes repräsentiert somit ein rechteckiges Bin in einem hochdimensionalen Parameterraum. Die Idee des Ansatzes ist es nicht, wie üblich, die Vorhersage des Baumes bezüglich der Klasse zu nutzen, sondern die einzelnen Blätter direkt als Bins im Observablenraum für die Entfaltung zu nutzen. In Abbildung 4.3 ist das entstehende Binning visualisiert, wenn der Entscheidungsbaum mit zwei Observablen auf die Unterscheidung der Neutrinoenergieintervalle der späteren Entfaltung trainiert wird.

Durch die sequenzielle Abfolge der Schnitte ist der Entscheidungsbaum in der Lage unterschiedliche Zusammenhänge zwischen Observablen in verschiedenen Bereichen zu berücksichtigen. In dem Beispiel aus Abbildung 4.3 ist zu sehen, dass der Entscheidungsbaum bei niedrig geschätzten Myonenergien ($\log_{10}(E_\mu / \text{GeV}) < 2.75$) vornehmlich in der Spurlänge schneidet. Das entspricht der Erwartung, dass für niedrige Energien die Energieschätzung über dE/dx massiv an Aussagekraft verliert. Für höhere Energien kehrt sich das Bild um und die Mehrzahl Schnitte findet in der geschätzten Myonenergie statt. Das zeigt, wie bei diesem Ansatz verhindert wird, dass überflüssige Bins entstehen, bei denen Observablen in Bereichen unterteilt werden, in denen sie keine Aussagekraft haben. Weitere Vorteile des Ansatzes sind, dass vor dem Training die maximale Anzahl der Blätter und die minimale Anzahl an Ereignissen pro Blatt festgelegt werden können. Somit kann verhindert werden, dass die Anzahl der Ereignisse in den Bins zu stark abnimmt. Durch diese Parameter kann eine gleichmäßige Verteilung der Ereignisse auf die unterschiedlichen Bins erreicht werden. Da beim Training des Baumes an jedem Knoten alle möglichen Schnitte

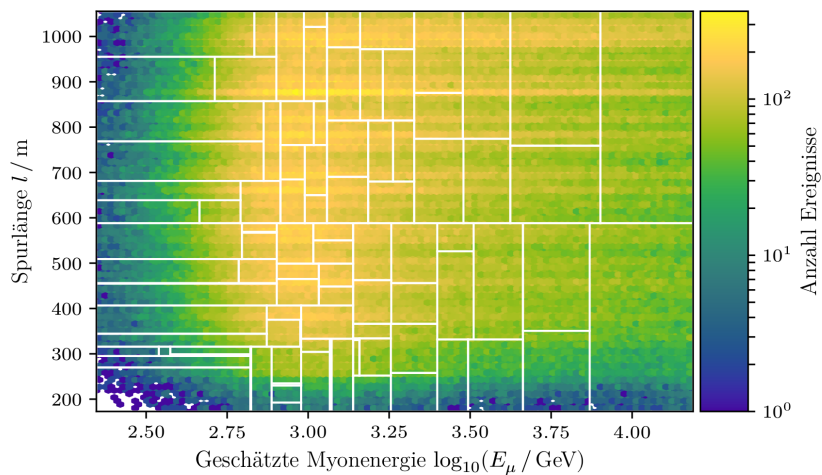


Abbildung 4.3: Binning mittels Entscheidungsbaum, der mit den beiden Observablen: geschätzte Länge der rekonstruierten Spur im Detektor und geschätzter Myonenergie (`MuEXDifferentialEnergy`) trainiert wurde. Der Baum wurde für die Klassifikation in die Neutrinoenergieintervalle der späteren Entfaltung trainiert. Die weißen Linien zeigen die Grenzen der einzelnen Bins und im Hintergrund ist die Verteilung der Daten gezeigt.

auf allen Observablen getestet werden, kann der Baum auch mit vielen Observablen trainiert werden und die Auswahl an Observablen, die helfen die Klassen zu trennen, erfolgt weitestgehend automatisch

Der hier beschriebene Ansatz ist in seinem Einsatz nicht auf die Entfaltung beschränkt. Er kann für jede Art von gebinneten Likelihood-Fits genutzt werden. Mögliche Anpassungen sind, dass statt eines Klassifikations- ein Regressionsbaum genutzt wird. Bei Anwendungen in denen das Modell im Fit mehrdimensional ist, können die Klassen über mehrere Dimensionen definiert werden oder es kann ein sogenannter *multi-variate/multi-output regression tree* [Dea02], also ein einzelner Entscheidungsbaum, der auf die gleichzeitige Vorhersage mehrerer kontinuierlicher Größen trainiert wird, genutzt werden. Auch die Kombination des Entscheidungsbaumes mit einem *Boosting*-Verfahren [FS97] wie *AdaBoost* [Has+09] oder *Gradient Boosting* [Fri01] ist möglich.

4.2 Durchführung der Entfaltung der Myonneutrinoenergie

Nachdem in Abschnitt 4.1 Entfaltung im Allgemeinen erklärt wurde, soll in den folgenden Abschnitten ihre Anwendung zur Bestimmung des Energiespektrums atmosphärischer Myonneutrinos präsentiert werden.

Hier wird zunächst detailliert auf das in der Entfaltung genutzte Binning der Neutrinoenergie eingegangen. In dem sich anschließenden Abschnitt 4.2.1 werden die nötigen Modifikationen an der Regularisierung für die Entfaltung erläutert. Anschließend wird in Abschnitt 4.2.2 die Nutzung einer Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode, um die Lösung und Unsicherheiten der Entfaltung zu ermitteln, präsentiert. Abschnitt 4.2.3 erläutert, wie systematische Unsicherheiten der Messungen berücksichtigt werden. In Abschnitt 4.2.4 der genaue Ablauf der Entfaltung der Messdaten beschrieben. Abgeschlossen wird die Beschreibung der Durchführung mit der Erklärung, wie aus dem Ergebnisvektor \vec{f} , der Ereigniszahlen für die Bins enthält, ein Fluss berechnet wird (Abschnitt 4.2.5).

Einen großen Einfluss auf die Entfaltung hat das Binning der gesuchten Größe, in diesem Fall der Neutrinoenergie. Wird das Binning deutlich feiner als die Auflösung des Detektors gewählt, sind Ereignisse benachbarter Bins nur schwer oder überhaupt nicht anhand ihrer Observablen zu unterscheiden. Das führt, wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben, zu einer schlecht konditionierten Transfermatrix \mathbf{A} , was wiederum durch eine starke Regularisierung ausgeglichen werden muss. Bei einer sinnvoll gewählten Regularisierungsstärke, sind benachbarte Bins in der Lösung bei so einer Entfaltung stark korreliert. Das Ergebnis ist somit ähnlich zu dem Ergebnis, was sich ergäbe, wenn das Binning für die gesuchte Größe gröber gewählt worden wäre. Auch ist von einem zu feinen Binning abzuraten, da dies die Transfermatrix \mathbf{A} und die statistischen Unsicherheiten auf ihre Einträge unnötig vergrößert. Auch nimmt die Anzahl der freien Parameter der Likelihood-Funktion zu, was neben Laufzeitproblemen, auch dazu führen kann, dass das Konvergieren von Minimierungsalgorithmen, beispielsweise für einen Maximum-Likelihood-Ansatz, erschwert wird.

Für das Binning in dieser Arbeit wurde ein äquidistantes Binning des Logarithmus zur Basis 10 der Neutrinoenergie genutzt. Die Breite w der Bins beträgt $w_{\log_{10} E_\mu} = 0.30$ und orientiert sich damit an der Auflösung der Rekonstruktionsalgorithmen von etwa $\sigma_{\log_{10} E_\mu} = 0.30$ (bei 1 TeV) [Aar+14a]. Bei der Entfaltung werden über den gesamten Zenitbereich 14 reguläre Bins zwischen $E_{\nu,\min} = 10^{2.1} \text{ GeV} = 125.9 \text{ GeV}$ und $E_{\nu,\max} = 10^{6.3} \text{ GeV} = 1.995 \text{ PeV}$ genutzt. Für die Entfaltung der Zenitbänder wird die obere Energiegrenze auf $E_{\nu,\max} = 10^{5.4} \text{ GeV} = 251.2 \text{ TeV}$ verringert.

Zusätzlich zu den regulären Bins werden jeweils ein *Underflow*- und ein *Overflow*-Bin entfaltet. In dem *Overflow*-Bin liegen alle Ereignisse die oberhalb der oberen Energiegrenze liegen, also deren Energie größer als ≥ 1.995 PeV bzw. ≥ 251.2 TeV ist. Analog fallen alle Ereignisse in das *Underflow*-Bin die eine Neutrinoenergie von weniger als < 125 GeV haben. Insgesamt werden 16 Bins für den gesamten Zenitbereich und 13 Bins für jedes Zenitband entfaltet. In Abbildung 4.4 sind die erwarteten Ereigniszahlen der einzelnen Bins für einige theoretische Vorhersagen gezeigt.

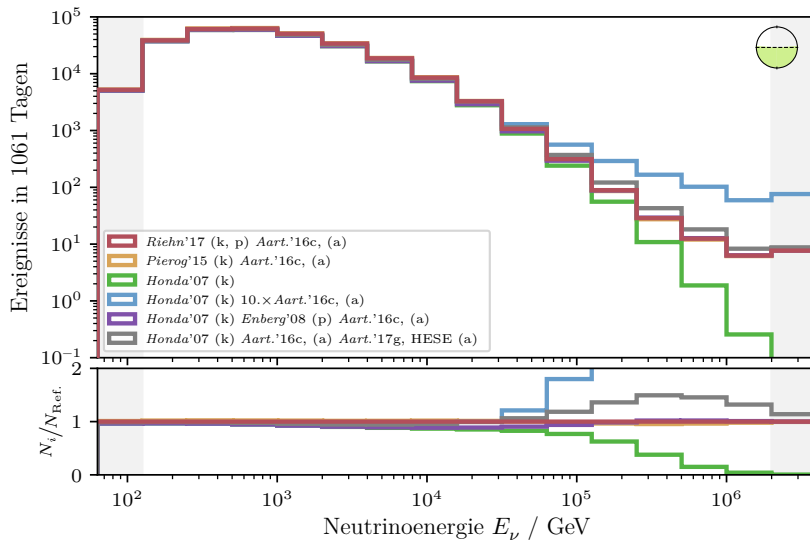


Abbildung 4.4: Erwartete Ereigniszahlen in den Bins der Entfaltung zwischen $E_{\nu,\min} = 10^{2.1}$ GeV und $E_{\nu,\max} = 10^{6.3}$ GeV. Der *Underflow*- und *Overflow*-Bin sind grau hinterlegt. Die dargestellten Spektren sind: konventioneller Fluss aus [Pie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (rot), atmosphärischer Fluss aus [Rie+17; Rie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb), rein konventioneller Fluss aus [Hon+07] (grün), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit um Faktor 10 erhöhten astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (blau), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit promptem Fluss aus [ERS08] und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (lila) und konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit der Summe der astrophysikalischen Flüsse aus [Aar+17g] und [Aar+17c].

4.2.1 Anpassung der Regularisierung

Die in Abschnitt 4.1.1 eingeführte Regularisierung nutzt die zweite Ableitung von \vec{f} , um unphysikalische Lösungen zu unterdrücken. Die Erwartungen für den

Myonneutrinofluss Φ_ν [$\text{GeV}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}$] kann vereinfacht als Summe mehrerer Potenzfunktionen $\Phi_\nu \propto E^{-\gamma}$ betrachtet werden. Ein solches Spektrum hat nur dann eine kleine zweite Ableitung, wenn die Energie und der Fluss logarithmiert werden.

Auch wird bei der Entfaltung der Vektor \vec{f} gesucht, der die Anzahl der Ereignisse in jedem Bin angibt und nicht der Fluss Φ_ν . Der Vektor \vec{f} wird auch als Ereignisspektrum bezeichnet. Das Ereignisspektrum ist das Produkt des Neutrinoflusses mit der effektiven Fläche A_{eff} der Selektion (siehe Abbildung 3.11).

Für die Regularisierung der Entfaltung dieser Arbeit, wurde die Vorannahme der Regularisierung in Vergleich zu (4.9) verändert. Während in (4.9) die Regularisierung einen *glatten* Vektor \vec{f} fordert, wird hier gefordert, dass der Zehnerlogarithmus des, aus \vec{f} berechneten, Neutrinoflusses eine kleine zweite Ableitung hat. Um aus dem Ereignisspektrum \vec{f} einen Fluss Φ_ν zu berechnen, muss das Ereignisspektrum durch die effektive Fläche geteilt werden⁶. Mit dieser Anpassung ist die vereinfachte Log-Likelihood-Funktion l gegeben durch:

$$l(\vec{g} | \vec{f}) = \sum_{u=1}^m \left(g_u \cdot \ln(\mathbf{A}\vec{f})_u - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right) - \frac{1}{2} \tau^{-1} \log_{10} \left(\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} (\vec{f} + d \cdot \vec{1}) \right)^{\top} \mathbf{C}^2 \log_{10} \left(\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} (\vec{f} + d \cdot \vec{1}) \right). \quad (4.10)$$

Da prinzipiell Bins der gesuchten Verteilung \vec{f} leer sein können und der Logarithmus von 0 nicht definiert ist, wird das Ereignisspektrum \vec{f} um eine konstante Zahl d erhöht. Wird d so gewählt, dass es nicht klein im Vergleich zu Einträgen des Vektors \vec{f} ist, dann wird für diese Einträge die Regularisierung effektiv abgeschwächt. In der Arbeit wird d als einer der zu optimierenden Parameter der Entfaltung vorerst offen gelassen. Die Diagonalmatrix \mathbf{A}_{eff} aus (4.10) enthält die effektiven Flächen der einzelnen zu entfaltenden Bins. Folglich ist das Ergebnis des Produkts $\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} \vec{f}$ proportional zum Neutrinofluss Φ_ν .

Für den *Underflow*- und *Overflow*-Bin kann durch die offenen Grenzen keine effektive Fläche definiert werden. Auch ist der Übergang zwischen den regulären Bins und dem *Underflow*- bzw. *Overflow*-Bin nicht zwingend *glatt*. Aus diesen Gründen wird der Regularisierungsterm nur für die regulären Bins ausgewertet.

4.2.2 Entfaltung mit einem bayesschen Ansatz

Wie bereits zu Anfang von Abschnitt 4.1 angedeutet, kann eine Likelihood-Funktion auf verschiedene Art und Weise genutzt werden, um einen Schätzer für die gesuchte

⁶Ausführliche Erklärungen zur Umrechnung sind in Abschnitt 4.2.5 zu finden. Für die Regularisierung wird die Einheit des Flusses vernachlässigt, da sie die zweite Ableitung nicht beeinflussen.

Verteilung zu erhalten. In $\mathcal{R}\mathcal{U}\mathcal{N}$ [Blo96] und TRUEE [Mil+13] wird jeweils ein Maximum-Likelihood-Ansatz genutzt, bei dem der Vektor \vec{f} , der die Likelihood-Funktion maximiert, als Schätzer für das wahre Spektrum angegeben wird. Für diesen Schätzer werden mit Hilfe der inversen Hesse-Matrix Konfidenzintervalle für Einträge des Schätzers angegeben. Details zur Entfaltung mit einem frequentistischen Ansatz sind in Abschnitt A.4.2 zu finden.

Für die Analyse hier wird ein bayesscher Ansatz verfolgt. Bei der bayesschen Betrachtung der Entfaltung ist die Frage, die es zu beantworten gilt, wie die A-posteriori-Verteilung der Modellparameter $p(\vec{f}|\vec{g})$ aussieht. Um diese Frage zu beantworten, wird ein *Markov-Chain-Monte-Carlo-Verfahren* (MCMC)⁷ genutzt, um eine Stichprobe der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(\vec{f}|\vec{g}) = \frac{\mathcal{L}(\vec{g}|\vec{f})p(\vec{f})}{p(\vec{g})} \quad (4.11)$$

zu erhalten. Dafür wird als A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(f_i)$ der einzelnen Modellparameter f_i eine Gleichverteilung:

$$p(f_i) = \begin{cases} \frac{1}{N} & \text{für: } 0 \leq f_i \leq N \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.12)$$

angenommen. Die Evidenz $p(\vec{g})$ ist unabhängig von dem Vektor \vec{f} und da man sich nicht für die absoluten A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten, sondern nur für die Wahrscheinlichkeiten relativ zueinander interessiert, kann der Term $p(\vec{g})$ vernachlässigt werden.

Die Rückgabe des MCMC-Verfahrens⁸ sind Punkte der A-posteriori-Verteilung – also Beispielvektoren \vec{f} – und ihre dazugehörige A-posteriori-Wahrscheinlichkeit $p(\vec{f}|\vec{g}) \propto \mathcal{L}(\vec{g}|\vec{f})p(\vec{f})$.

In vielen Analysen, in der Astroteilchenphysik wird ein Maximum-Likelihood-Ansatz genutzt, bei dem es üblich ist, den Vektor \vec{f}_{ML} , der die Likelihood-Funktion maximiert, als Punktschätzer und 68 % Konfidenzintervalle anzugeben⁹. Ist die untere Grenze des 68 %-Intervalls mit 0 verträglich, wird stattdessen eine obere Grenze mit $\alpha = 90$ % angegeben. Für den, hier verfolgten bayesschen Ansatz, wird der Median und ein 68 %-Kreditabilitätsintervall repräsentativ für die Verteilung $p(\vec{f}|\vec{g})$ angegeben.

⁷Eine kurze Erklärung zum Ansatz von *Markov-Chain-Monte-Carlo-Verfahren* und speziell des Metropolisalgorithmus ist in Abschnitt A.2.3 zu finden.

⁸In dieser Arbeit wurde die Python-Bibliothek `emcee` [For+13], die ein MCMC-Verfahren nach [GW+10] implementiert, genutzt.

⁹Eine Beschreibung von Methoden zur Bestimmung der Konfidenzintervalle kann im Anhang in Abschnitt A.4.2 gefunden werden.

Das Kreditabilitätsintervall ist ein Zentralintervall, dass von dem 16 %- und dem 84 %-Quantil der A-posteriori-Stichprobe aufgespannt wird. Ist das Kreditabilitätsintervall mit 0 verträglich, wird analog zum Vorgehen beim Maximum-Likelihood-Ansatz das 90 %-Quantil angegeben.

Die Punkte der A-posteriori-Verteilung die von dem MCMC-Verfahren zurückgegeben werden, sind nicht unabhängig voneinander. Sie werden durch einen so genannten *Random Walk* erzeugt, bei dem die Verteilung schrittweise *abgelaufen* wird und jeder Schritt direkt vom vorherigen Schritt abhängt. Die Anzahl an Schritte, die zwischen zwei Punkten liegen müssen, damit diese als unabhängig betrachtet werden können, wird als Autokorrelationszeit τ_{corr} bezeichnet. Das heißt eine Stichprobe mit 1000 Punkten und $\tau_{\text{corr}} = 500$ hätte eine statistische Aussagekraft, wie eine Stichprobe mit nur 2 Punkten.

4.2.3 Berücksichtigung systematischer Unsicherheiten

Für die Entfaltung werden, abgesehen von der Annahme der Regularisierung, keine Vorkenntnisse über das gesuchte Spektrum vorausgesetzt. Neben Annahmen für die Regularisierung wird einzig die Transfermatrix \mathbf{A} benötigt. Diese wird meist in der Praxis mit Hilfe von Simulationen bestimmt. Im Fall von IceCube hat die Simulation zwei große systematische Unsicherheiten: die DOM-Effizienz und die Modellierung des Eises. Systematische Unsicherheit meint hier, dass Parameter, die für die Simulation festgelegt werden müssen, mit Unsicherheiten behaftet sind.

Grundsätzlich müssen bei der Entfaltung alle systematischen Unsicherheiten berücksichtigt werden, die sich direkt auf die Einträge der Matrix \mathbf{A} auswirken. Dazu kann \mathbf{A} als Funktion der systematischen Parameter $\vec{\xi}$ formuliert werden: $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}(\vec{\xi})$ und die Parameter aus $\vec{\xi}$ werden zu zusätzlichen, freien Parameter der Likelihood-Funktion.

Um die Lösung der Entfaltung zu finden, werden sehr viele Auswertungen der Likelihood-Funktion durchgeführt ($\mathcal{O}(10^6$ bis 10^8). Das limitiert, wie komplex bzw. rechenintensiv die Auswertung von $\mathbf{A}(\vec{\xi})$ sein darf und schließt beispielsweise Neusimulationen mit gewählten Parametern $\vec{\xi}$ aus. Stattdessen müssen verschiedene Punkte im Parameterraum von $\vec{\xi}$ vor der Entfaltung simuliert und für die Einstellungen zwischen den simulierten Punkten passende Interpolationsfunktionen gefunden werden.

Hier in dieser Arbeit ist das Vorgehen wie folgt: Für jeden systematischen Parameter ξ_j wurden neue Simulationen mit Variationen für den Parameter ξ_j genutzt. Mit diesen Simulationen wurde für jedes Observablenbin der Entfaltung eine Funktion

$w_i^{(j)}(\xi_j)$ bestimmt, die die relative Änderung des Bininhaltes abhängig von dem systematischen Parameter ξ_j relativ zur Referenzsimulation angibt.

Für die Entfaltung unter Berücksichtigung systematischer Parameter wurde Gleichung (4.4) geändert zu:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}' \text{Diag}(1/\bar{f}^{\text{MC}}) \rightarrow \mathbf{A}(\vec{\xi}) = \text{Diag}(\vec{w}(\vec{\xi})) \mathbf{A}' \text{Diag}(1/\bar{f}^{\text{MC}}(\vec{\xi})) . \quad (4.13)$$

Die Einträge des Vektors $\vec{\xi}$ sind das Produkt der Ungewichtungsfaktoren für die verschiedenen Parameter:

$$w_i(\vec{\xi}) = \prod_j^{N_{\text{sys}}t} w_i^{(j)}(\xi_j) .$$

Während in Gleichung (4.4) \mathbf{A}' durch das Simulationsspektrum \bar{f}^{MC} geteilt wurde, muss nun berücksichtigt werden, dass für Simulationen mit anderen systematischen Parametern eine andere Anzahl an Ereignissen am Ende der Separation erreicht wird, deswegen muss \mathbf{A}' durch die Summe der Spalten der umgewichteten Matrix geteilt werden:

$$\bar{f}_i^{\text{MC}}(\vec{\xi}) = \sum_{u=1}^m w_u(\vec{\xi}) A'_{(u,i)} .$$

In Gleichung (4.2.3) wird angenommen, dass die unterschiedlichen systematischen Einflüsse unabhängig voneinander sind. Das muss in der Realität häufig nicht so sein. In Fällen, wo die Einflüsse mehrerer Parameter nicht unabhängig voneinander sind, muss eine multidimensionale Funktion $w_i^{(j,k,\dots)}(\xi_j, \xi_k, \dots)$ bestimmt werden.

Für jeden hinzugefügten systematischen Parameter muss eine A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\xi_i)$ angenommen werden, damit die A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\vec{f}, \vec{\xi} | \vec{g})$ aufgestellt werden kann.

DOM-Effizienz

Einer der berücksichtigten systematischen Parameter ist die sogenannte *DOM-Effizienz* ε_{DOM} . Die DOM-Effizienz ist ein Parameter der Simulation, der festlegt, wie viele Photonen abhängig von der im Detektor deponierten Energie detektiert werden. Das heißt sowohl Unsicherheiten auf die Produktion als auch auf die Detektion von Photonen sind Teil der DOM-Effizienz.

Die Unsicherheit auf die Detektion setzt sich zusammen aus der Quanteneffizienz der Photomultiplier, der von Detektorkomponenten verschatteten Fläche, der Transmission der Photonen durch die Glassphäre des DOMs und den Eigenschaften des Eises im Bohrloch [KM11].

Bei der Produktion der Photonen haben die Unsicherheiten auf die Wechselwirkungsquerschnitte der Myonen den größten Einfluss. Die Unsicherheiten auf dE/dx der Myonen beträgt etwa $\approx 3\%$ [Kok99]. Auf Details zu den Unsicherheiten auf die differentiellen Wechselwirkungsquerschnitte der verschiedenen Prozesse wird genauer in [Köh14; Koe+13] eingegangen. Die Unsicherheiten auf die Wechselwirkung der Sekundärteilchen, die bei den Wechselwirkungen der Myonen entstehen betragen etwa 3% bis 5% [BS82].

Die Quanteneffizienz der Photomultiplier wurde im Labor mit einer Unsicherheit von 7.7% bestimmt [Abb+10]. Ein Großteil der Unsicherheiten stammen aus dem Messaufbau z.B. betrug die Unsicherheit auf die Energie des verwendeten Lasers 5% . Eine erneute Bestimmung der Quanteneffizienz in einer weiteren Labormessung ist in Arbeit [TW14]. Die DOM-Effizienz als Summe aller genannten Effekte wurde mit Messdaten mit einer Unsicherheit von $\pm 10\%$ bestimmt [Aar+17h; Aar+14a].

Neben der Referenzsimulation mit $\varepsilon_{\text{DOM}} = 99\%$ stehen zwei Simulationen mit einer um 10% erhöhten und mit einer um 10% verringerten DOM-Effizienz zur Verfügung¹⁰. Die Auswirkung der Effizienz auf die Simulation ist zum Einen die Verschiebung der Verteilungen der geschätzten Energien und zum Anderen, dass bei erhöhter Effizienz mehr und bei verringerter Effizienz weniger Ereignisse oberhalb der Detektionsschwelle liegen.

Um die Ungewichtungsfunktion $\vec{w}^\varepsilon(\varepsilon_{\text{DOM}})$ zu bestimmen wird für jedes Observablenbin eine lineare Funktion $w_u^\varepsilon = m_u \cdot \varepsilon_{\text{DOM}} + a_u$ angepasst. Die dafür genutzten Datenpunkte sind:

$$\varepsilon_{\text{DOM}} : \{0.89, 0.99, 1.09\}$$

$$w_u^\varepsilon : \left\{ \frac{g_u^{\varepsilon=89\%}}{g_u^{\varepsilon=99\%}}, 1.0, \frac{g_u^{\varepsilon=109\%}}{g_u^{\varepsilon=99\%}} \right\}$$

Die Funktion $\vec{w}^\varepsilon(\varepsilon_{\text{DOM}})$ ist somit:

$$\vec{w}^\varepsilon(\varepsilon_{\text{DOM}}) = \vec{m} \cdot \varepsilon_{\text{DOM}} + \vec{a}. \quad (4.14)$$

Als A-priori-Verteilung $p(\varepsilon)$ wird eine Gleichverteilung:

$$p(f_i) = \begin{cases} \frac{1}{1.2-0.8} & \text{für: } 0.8 \leq f_i \leq 1.2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

genutzt. Die Grenzen der Verteilung sind so gewählt, dass nicht übermäßig weit über den simulierten Bereich (0.89 bis 1.09) von ε hinaus extrapoliert wird.

¹⁰Die genannten Prozentzahlen sind nicht die absolute DOM-Effizienz sondern beziehen sich auf einen Wert, der zuvor IceCube-intern als 100% definiert wurde.

Eismodell

Eine zweite Quelle für systematische Unsicherheiten sind die Eigenschaften des Eises. Für die Simulationen wird ein Modell des Eises genutzt, das an Daten angepasst wird, die mit Hilfe des LED-Kalibrationssystems [Aar+13b] des IceCube-Detektors generiert wurden. Das so angepasste Modell nutzt von der Tiefe abhängige Absorptionskoeffizienten α'_{ice} und Streukoeffizienten s'_{ice} . Das für die Simulationen in dieser Analyse genutzte Modell (*SpiceLea* [Chi13b]) ist eine Erweiterung des in [Aar+13b] beschriebenen Modells (*SpiceMie*). Das *SpiceLea*-Modell führt eine zusätzliche Anisotropie in das Modell ein, die die Abhängigkeit der Streukoeffizienten von der Richtung der Photonen in der xy -Ebene berücksichtigt. Die lokalen Absorptions- und Streukoeffizienten sind in beiden Modellen relativ zum mittleren Koeffizienten α_{ice} und s_{ice} definiert. Die Studien aus [Aar+13b] haben ergeben, dass die Unsicherheiten auf die mittleren Koeffizienten α_{ice} und s_{ice} stark korreliert sind und deshalb nicht unabhängig voneinander betrachtet werden können.

Im Rahmen dieser Arbeit stehen drei Simulationen mit variierten Absorptions- und Streukoeffizienten zur Verfügung: ($\alpha_{\text{ice}} = 100\%$, $s_{\text{ice}} = 110\%$), ($\alpha_{\text{ice}} = 110\%$, $s_{\text{ice}} = 100\%$) und ($\alpha_{\text{ice}} = 93\%$, $s_{\text{ice}} = 93\%$). Die Werte sind so gewählt, dass sie in etwa die 1σ -Kontur um das Maximum ($\alpha_{\text{ice}} = 100\%$, $s_{\text{ice}} = 100\%$) der Optimierung aus [Aar+13b] aufspannen.

Um die Ungewichtungsfunktion $\vec{w}^{(\alpha,s)}(\alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}})$ zu bestimmen, wird in jedem Observablenbin eine Ebenengleichung der Form $w_u^{(\alpha,s)} = a_u \cdot \alpha_{\text{ice}} + b_u \cdot s_{\text{ice}} + c_u$ mit Hilfe eines Kleinste-Quadrate-Ansatzes angepasst. Die dafür genutzten Datenpunkte sind:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{ice}} &: \{1.00, 1.10, 1.00, 0.93\} \\ s_{\text{ice}} &: \{1.00, 1.00, 1.10, 0.93\} \\ w_u^\varepsilon &: \left\{ 1.0, \frac{g_u^{\alpha=110\%,s=100\%}}{g_u^{\alpha=100\%,s=100\%}}, \frac{g_u^{\alpha=100\%,s=110\%}}{g_u^{\alpha=100\%,s=100\%}}, \frac{g_u^{\alpha=93\%,s=93\%}}{g_u^{\alpha=100\%,s=100\%}} \right\} \end{aligned}$$

Die Funktion $\vec{w}^{(\alpha,s)}(\alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}})$ ist folglich:

$$\vec{w}^{(\alpha,s)}(\alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}}) = \vec{a} \cdot \alpha_{\text{ice}} + \vec{b} \cdot s_{\text{ice}} + \vec{c}. \quad (4.15)$$

Als A-priori-Verteilungen $\vec{w}^{(\alpha,s)}(\alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}})$ wird eine zweidimensionale Gleichverteilung:

$$p(\alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}} | \alpha) = \begin{cases} \frac{1}{(1.2-0.8)^2} & \text{für: } 0.8 \leq \alpha_{\text{ice}} \leq 1.2 \wedge 0.8 \leq s_{\text{ice}} \leq 1.2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

genutzt. Die Grenzen der Verteilung sind so gewählt, dass nicht übermäßig weit über den simulierten Bereich (0.9 bis 1.1) von (α_{ice}, s_{ice}) hinaus extrapoliert wird.

4.2.4 Ablauf der Entfaltung von Messdaten

Bei der Entfaltung der Messdaten soll neben den statistischen und systematischen Unsicherheiten auch berücksichtigt werden, dass die Einträge der Transfermatrix $\mathbf{A}(\vec{\xi})$ mit limitierter Statistik bestimmt wurden. Dazu werden die gemessenen Ereignisse 1000-mal entfaltet. Bei jeder Entfaltung werden die genutzten Simulationsdatensätze¹¹ durch Ziehen mit Zurücklegen (*bootstrap*) bestimmt. In jedem Durchgang wird die Stichprobe der A-posteriori-Verteilung um die Autokorrelationszeit τ_{corr} verkleinert. Für das finale Ergebnis werden die 1000 Verteilungen der einzelnen Durchgänge kombiniert. So enthält die finale Verteilung die Varianz des Ergebnisses aufgrund der limitierten Statistik in den Simulationen. In Abbildung 4.5 ist eine schematische Darstellung des Ablaufes zu finden.

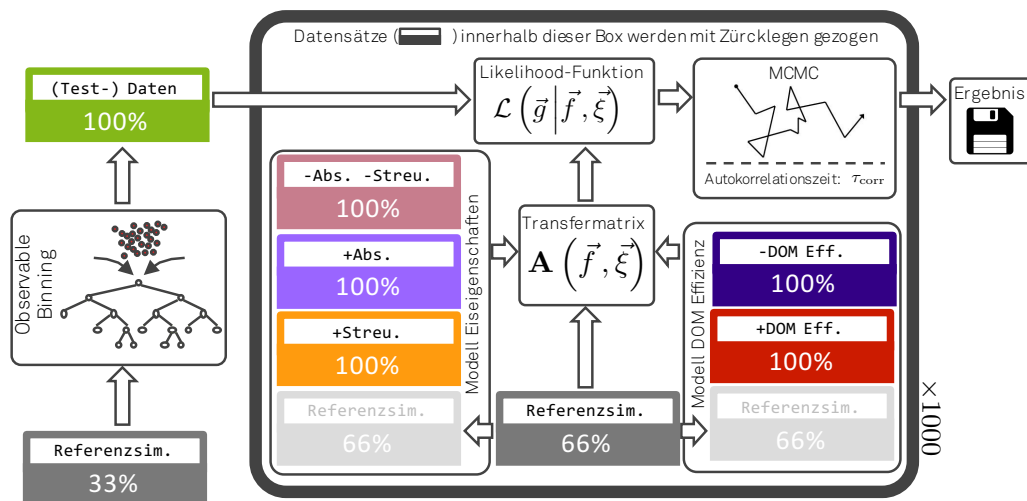


Abbildung 4.5: Schematische Darstellung des Ablaufes der Entfaltung von Messdaten. Die bunten Kästen repräsentieren Datensätze. Die Prozentzahl gibt den Anteil an, der an der entsprechenden Stelle genutzt wird.

Die 1000-fache Wiederholung der Entfaltung wurde aufgrund des hohen Aufwandes nur für die Entfaltung von Messdaten und bei den Tests zu den systematischen Model-

¹¹Jede Entfaltung nutzt das identische Binning des Observablenraumes. Dafür wurde zu Beginn ein Drittel der Ereignisse der Referenzsimulation abgetrennt und für das Training des Entscheidungsbaumes genutzt. Für die weiteren Schritte der Entfaltung wurden, die nur noch die verbleibenden zwei Drittel der Ereignisse genutzt.

len in Abschnitt 4.4.2 genutzt. In den anderen Fällen wurde auf die Wiederholungen und auf das Ziehen mit Zurücklegen für die Datensätze verzichtet.

4.2.5 Umrechnung von Ereigniszahlen in Flüsse

Das Ergebnis der Entfaltung ist eine Schätzung für den Vektor \vec{f} . Dieser Vektor wird auch häufig als Ereignisspektrum bezeichnet und enthält die geschätzte Anzahl an Ereignissen in den einzelnen Bins. Diese Anzahl hängt von der Messzeit und von den Eigenschaften des Detektors ab. Deswegen wird in der Regel das Ergebnis der Entfaltung als differentieller Fluss mit der Einheit $[\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{cm}^{-2}]$ angegeben.

Für diese Umrechnung werden die Ereigniszahlen N_i zunächst durch die Breite der entfalteten Bins ΔE_i und die Messzeit t geteilt. In dieser Analyse wurde der Azimutbereich nicht eingeschränkt, jedoch wurden nur Ereignisse aus dem Zenitbereich zwischen $\theta_{\min} = 86^\circ$ und $\theta_{\max} = 180^\circ$ entfaltet.

Für die Normierung des Flusses auf die Fläche wird die mittlere effektive Fläche in dem Energieintervall des Bins benötigt. Da sich die effektive Fläche innerhalb eines Bins erheblich ändern kann, sollte die erwartete Verteilung der Ereignisse innerhalb der Bins einbezogen werden. Für die Verteilung innerhalb der Bins wurde [Aar+16c] als Grundlage benutzt. Für die Berechnung der Fläche des i -ten Bins wurde der Energiebereich in fünf zusätzliche Bins unterteilt. Als effektive Fläche für das *große* Bin wurde dann das gewichtete Mittel

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^5 \omega_{i,j} A_{i,j}}{\sum_{j=1}^5 \omega_{i,j}} \quad (4.16)$$

berechnet. Das Gewicht $\omega_{i,j}$ ist die Summe der physikalischen Gewichte der Ereignisse in dem *kleinen* Bin (i, j) . Insgesamt lautet die Umrechnung der Ereigniszahlen in einen Fluss:

$$\Phi_i = \frac{N_i}{t \cdot \Delta E_i \cdot 2\pi \cdot (\cos(\theta_{\min}) - \cos(\theta_{\max}))} A_i \quad (4.17)$$

Das Ergebnis der Entfaltung ist der gemittelte Fluss innerhalb der Energiegrenzen des Bins und dem Raumwinkelbereich der Daten. Da die effektive Fläche im Falle von IceCube nicht nur abhängig von der Energie ist, sondern auch vom Zenitwinkel (vergleiche Abbildung 3.11b), muss diese Abhängigkeit bei Vergleichen mit anderen Ergebnissen oder Vorhersagen berücksichtigt werden. Für eine Energie E_i

berechnet sich ein passender Fluss $\Phi'_{\text{theo.}}(E_i)$ aus der Vorhersage $\Phi_{\text{theo.}}(E, \theta)$ mit Berücksichtigung der effektiven Fläche $A(E, \theta)$ mit Hilfe der Gleichung:

$$\Phi'_{\text{theo.}}(E_i) = \frac{\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \Phi_{\text{theo.}}(E_i, \theta) \cdot A(E_i, \theta) \, d\theta}{\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} A(E_i, \theta) \, d\theta}. \quad (4.18)$$

Bei dem Vergleich verschiedener Entfaltungen miteinander kann eine solche *Umge-
wichtung* auf die effektive Fläche einer Messung nicht ohne zusätzliche Annahmen
über die Zenitabhängigkeit durchgeführt werden. Ohne solche Annahmen kann es
folglich zu Differenzen zwischen Messungen kommen, die nicht allein durch ihre
Unsicherheiten erklärt werden können.

4.3 Datenrepräsentation und Diskretisierung des Observablenraumes

Analog zu dem Vorgehen in Abschnitt 3.2 wird auch für die Entfaltung eine passende
Repräsentation der Daten gesucht. Gestartet wird mit den gleichen Schritten, wie bei
der Separation¹². Ein Unterschied ist, dass bei diesem Durchlauf die Neutrinoenergie
die Zielgröße ist und nicht, wie in Abschnitt 3.2, ob das Ereignis zur Signal- oder
Untergrundklasse gehört.

In Rahmen der Separation wurden fünf Observablen für jedes Ereignis hinzugefügt,
dadurch wird jedes Ereignis zu Beginn von 1224 Observablen beschrieben. Zusätzlich
zu den schon zuvor ignorierten Observablen (Abschnitt A.3.2) wurden alle Observa-
blen, die bei der Klassifikation zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen
als Ausreißer identifiziert wurden (Abschnitt 3.2.3), hier von Beginn an aussortiert.
Nachdem auch offensichtlich unbrauchbaren Observablen entfernt wurden, sinkt die
Anzahl an Observablen auf 801.

Durch einen Schnitt auf die Korrelation zwischen den Observablen von $\rho = 0.96$
reduzierte sich die Anzahl weiter auf 300. Mit diesen 300 Observablen wurde anschlie-
ßend erneut eine Klassifikation zwischen simulierten und gemessenen Ereignissen
durchgeführt.

Bei dieser Klassifikation werden 23 Observablen als Ausreißer identifiziert, die
überproportional zur Trennung zwischen simulierten und gemessenen Ereignissen
beitragen (siehe Abbildung 4.6). Ein Großteil dieser Observablen haben eine starke

¹²Motivation und Erklärung der einzelnen Schritte können dem Abschnitt 3.2 entnommen werden.

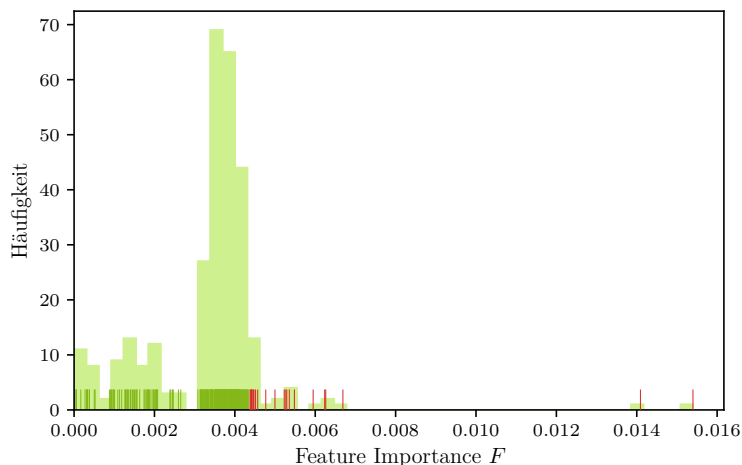


Abbildung 4.6: Verteilung der *Feature Importance*-Werte F für die Klassifikation gemessenen und simulierten Ereignissen auf *Level 5*. Observablen, die nach zehn Durchläufen als Ausreißer identifiziert wurden, sind rot markiert. Eine Liste der Ausreißer ist im Anhang unter Abschnitt A.4.3 zu finden.

Korrelation zur Neutrinoenergie, wie zum Beispiel die Energieschätzer `MuEXDifferentialEnergy` und `TruncatedEnergy`.

Eine mögliche Ursache dafür ist, dass viele mit der Energie korrelierten Observablen unter den Ausreißern sind, ist, dass das genaue Spektrum der Neutrinos nicht bekannt ist und entsprechende Unterschiede zwischen den Daten und den Simulationen zu erwarten sind. Da jedoch die Klassifikation besonders auch die Korrelation zwischen den verschiedenen Observablen betrachtet und diese weitestgehend unabhängig vom simulierten Spektrum ist, kann vermutet werden, dass das nicht der einzige Ursprung ist. Weitere bekannte Defizite der Simulationen sind die bereits erwähnten systematischen Unsicherheiten (die DOM-Effizienz und die Beschreibung des Eises). Da diese Unsicherheiten in der Entfaltung berücksichtigt werden, wurden an dieser Stelle alle Ausreißer der Klassifikation beibehalten und für die folgenden Schritte weiterverwendet. Der Vergleich zwischen Daten und Simulationen wurde für die finale Observablenauswahl wiederholt (siehe Abbildung 4.8).

Im nächsten Schritt wurde der *mRMR*-Algorithmus (Erklärung siehe Abschnitt 3.2.4) angewendet. Mit dem *mRMR*-Algorithmus kann die Dimensionalität der Daten weiter reduziert werden und dabei die Aussage der einzelnen Observablen hinsichtlich der Neutrinoenergie berücksichtigt werden. Die Anwendung des *mRMR*-Algorithmus fand, analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.2.4, in einer zehnfachen Kreuzvalidierung

statt. Um zu verhindern, dass der Algorithmus, aufgrund des steilen Energiespektrums, vornehmlich Observablen auswählt, die eine hohe Korrelation im Bereich der Niederenergie haben, wurden Simulationen mit einem Spektrum $\propto E^{-1}$ und der Zehnerlogarithmus der Neutrinoenergie genutzt¹³. Im Anhang in Abschnitt A.4.3 ist das Ergebnis des *mRMR*-Algorithmus dargestellt. Für den folgenden Schritt wurden die 60 Observablen genutzt, die als erstes ausgewählt wurden.

Der letzte Schritt der Observablenauswahl nutzt ein iteratives Verfahren, um die Dimensionalität der Daten weiter zu reduzieren. In jedem Schritt der Iteration wurde die Observable hinzugefügt, mit der die Kondition κ der Transfermatrix \mathbf{A} minimal ist. Dazu wurden die bereits ausgewählten Observablen mit einer nicht ausgewählten Observable kombiniert und, wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben, mittels Entscheidungsbaum ein optimales Binning des Observablenraumes bestimmt. Ausgehend von diesem Binning wurde die Transfermatrix \mathbf{A} aufgestellt. Die Kondition von \mathbf{A} ist:

$$\kappa = \frac{s_{\max}}{s_{\min}}.$$

Wobei s_{\max} und s_{\min} den größten bzw. kleinsten Singulärwert der Matrix bezeichnen.

Die Kondition κ wurde für jede Kombination 100-mal bestimmt. Vor jeder Bestimmung wurde ein Drittel der Ereignisse zufällig ausgewählt und für das Training des Entscheidungsbaumes genutzt¹⁴. Die restlichen zwei Drittel wurden für die Bestimmung von \mathbf{A} eingesetzt. Um festzustellen für welche Observable die Kondition minimal ist, wurden die Mittelwerte der 100 Konditionszahlen verglichen.

In Abbildung 4.7 ist die Reihenfolge der so ausgewählten Observablen und die jeweils erreichte Kondition κ dargestellt. Für die ersten sechs Observablen wurde die Observablen übernommen, die als erstes vom *mRMR*-Algorithmus ausgewählt wurden¹⁵.

Ab $k > 12$ konnte keine signifikante Verbesserung der Kondition mehr erreicht werden. Zum Abschluss der Observablenauswahl wurde erneut eine Klassifikation zwischen Daten und Simulation durchgeführt, um zu überprüfen, wie stark die zuvor beobachteten Unterschiede für die finale Auswahl sind. In Abbildung 4.8 sind die *ROC-Curves* für die Klassifikation nach dem Korrelationsschritt, nach

¹³Die Kombination aus dem Zehnerlogarithmus der Neutrinoenergie und einem spektraler Index von -1 führt annähernd zu einer Gleichverteilung.

¹⁴Die Einstellungen des Entscheidungsbaumes sind im Anhang in Tabelle A.6 aufgelistet.

¹⁵Wie in Abbildung 4.2 (oben rechts) zu sehen, liefert die Kondition berechnet über die Singulärwertzerlegung keine stabilen Ergebnisse, sobald einer der Eigenwerte negativ ist. Anschaulich gesprochen, muss eine gewissen Genauigkeit bei der Zuordnung zwischen Bins der Observablen und der Zielgröße erreicht werden, damit die Kondition als Kriterium genutzt werden kann.

4.3 Datenrepräsentation und Diskretisierung des Observablenraumes

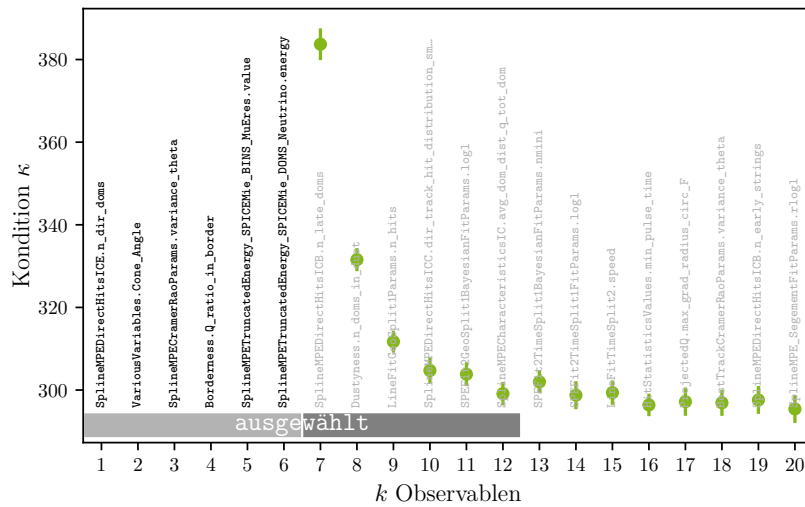


Abbildung 4.7: Die Reihenfolge der Observablen bei der iterativen Auswahl, mit der die Kondition κ der Transfermatrix minimiert werden soll. Die fett gedruckten Observablen sind die mit dem mRMR-Algorithmus vorausgewählten Observablen. Die Datenpunkte markieren den Mittelwert der 100 Durchgänge und den Fehler des Mittelwerts.

der Auswahl mittels des mRMR-Algorithmus und für die finalen 12 Observablen gezeigt. Die Kurven und die dazugehörigen AUC -Werte zeigen deutlich, dass die zuvor beobachteten Unterschiede zwischen den Daten und der Simulation (nach dem Korrelationsschnitt: $AUC = 0.696 \pm 0.016$) in der finalen Auswahl deutlich kleiner sind ($AUC = 0.547 \pm 0.017$). Dass auch für die Auswahl keine perfekte AUC von 0.5 erreicht wurde, kann auch weiterhin durch die Unsicherheiten auf das Neutrinospektrum und die systematischen Unsicherheiten erklärt werden.

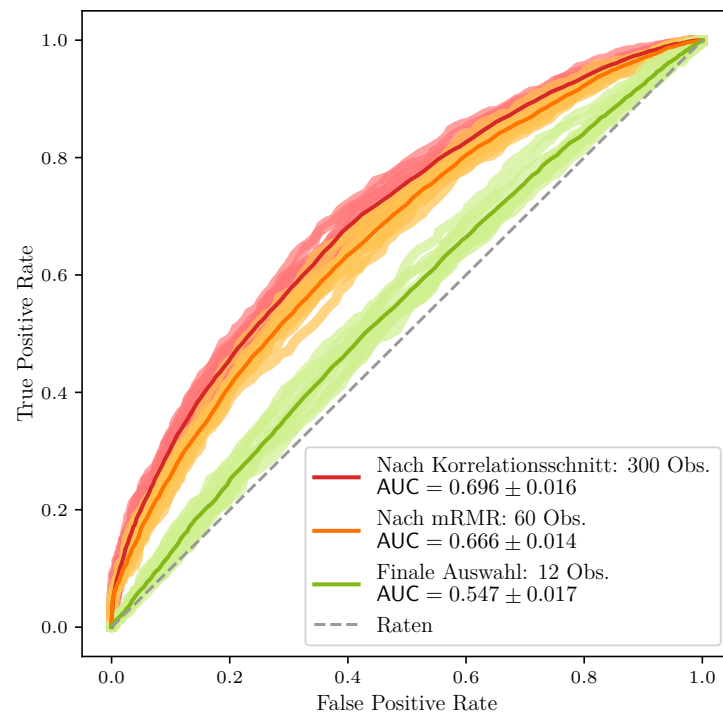


Abbildung 4.8: *ROC-Curves* für die verschiedene Stufen der Observablenauswahl im Rahmen der Entfaltung. Die helleren Linien zeigen die *ROC-Curve* für die zehn Durchgänge der Kreuzvalidierung an. Die Kurven mit den intensiveren Farben ist der Mittlere Verlauf der zehn Einzelkurven.

4.4 Entfaltung über den gesamten Zenitbereich

Nachdem in Abschnitt 4.1 der Entfaltungsansatz allgemein eingeführt wurde und in Abschnitt 4.2 die Anpassungen und Besonderheiten für die Entfaltung in dieser Arbeit dargestellt wurden, wird in diesem Abschnitt die Entfaltung der Daten über den gesamten Zenitbereich präsentiert. Dabei werden die verschiedenen Tests und Validierungen, die bei der Optimierung der Entfaltungseinstellungen durchgeführt wurden, motiviert und die Ergebnisse diskutiert.

Bei der hier präsentierten Entfaltung wurde die Neutrinoenergie zwischen $E_\nu = 125 \text{ GeV}$ und $E_\nu = 2 \text{ PeV}$ in 14 Bins der Breite $\log_{10}(E_\nu) = 0.3$ entfaltet. Zu den regulären Bins kommen noch ein *Underflow*- und *Overflow*-Bin hinzu. Das bedeutet, dass das Modell 16 freie Parameter (den Bininhalt der 16 Bins) besitzt. Für die Entfaltung der gemessenen Ereignisse kommen noch die drei Parameter ($\varepsilon_{\text{DOM}}, \alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}}$) für der systematischen Unsicherheiten hinzu.

4.4.1 Optimierung der Einstellungen

Grundsätzlich müssen für die Entfaltung das Binning der Zielgröße, das Binning des Observablenraumes und die Parameter der Regularisierung festgelegt werden. Hier ist die Zielgröße die Energie der Neutrinos und ihr Binning wurde, auf die bereits erwähnten, 14 Bins der Breite $\log_{10}(E_\nu) = 0.3$ festgelegt. Für das Binning des Observablenraumes wurden die in Abschnitt 4.3 ermittelten 12 Observablen genutzt. Mit diesen Observablen wurde, wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben, ein Entscheidungsbaum trainiert, der das Binning bestimmt. Somit sind die verbliebenen, noch zu optimierenden Parameter die Regularisierungsstärke τ und die in der Regularisierung genutzten Konstante d .

Ziel ist es, zur Verringerung der Varianz die Regularisierung so stark wie möglich zu wählen, ohne dass das Ergebnis der Entfaltung zu sehr verzerrt wird. Auf diese Verzerrung gilt es bei der Optimierung zu testen.

Die Rückgabe des MCMC-Verfahren enthält neben den Punkten im Parameterraum des Modells auch den Wert der A-posteriori-Wahrscheinlichkeit der Punkte¹⁶. Mit der Verteilung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten $p(\vec{f}_i | \vec{g})$ kann für ein beliebiges Spektrum \vec{f}_{test} ein p -Wert $p'(\vec{f}_{\text{test}})$ berechnet werden. Der p -Wert besagt, wie wahrscheinlich es ist aus der Verteilung des wahren Spektrums ein Spektrum zu ziehen, das unwahrscheinlicher ist, als das zu testende Spektrum. Um diesen p -Wert

¹⁶Da in dieser Entfaltung nur flache Prior $p(\vec{f})$ genutzt werden und die Evidenz $p(\vec{g})$ vernachlässigt werden kann, ist die A-posteriori-Verteilung direkt proportional zur Likelihood-Funktion $l(\vec{g} | \vec{f})$.

zu berechnen muss nur gezählt werden, wie viele Punkte des MCMC-Verfahrens eine kleinere Wahrscheinlichkeit haben als das zu testende Spektrum:

$$p'(\vec{f}_{\text{test}}) = \frac{1}{N_{\text{MCMC}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{MCMC}}} \begin{cases} 1, & p(\vec{f}_{\text{test}} | \vec{g}) < p(\vec{f}_i | \vec{g}) \\ 0, & p(\vec{f}_{\text{test}} | \vec{g}) \geq p(\vec{f}_i | \vec{g}) \end{cases} \quad (4.19)$$

N_{MCMC} bezeichnet die Anzahl der Schritte des MCMC-Verfahrens. Der Vektor \vec{f}_i bezeichnet den Punkt des i -ten Schrittes des MCMC-Verfahrens. Entsprechend sind $p(\vec{f}_i | \vec{g})$ bzw. $p(\vec{f}_{\text{test}} | \vec{g})$ die A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten für den i -ten Schritt bzw. für das zu testende Spektrum.

Der p -Wert kann zum Testen zweier Dinge genutzt werden. Zum Einen ist der p -Wert für das wahre Spektrum \vec{f}_{wahr} bei einer vollkommen unverzerrten Entfaltung in den Grenzen zwischen 0 und 1 gleichverteilt. Um die Verteilung von $p'(\vec{f}_{\text{wahr}})$ zu bestimmen, werden die simulierten Ereignisse auf ein Spektrum \vec{f}_{wahr} gewichtet und die Entfaltung 1000-mal wiederholt. Bei jeder Entfaltung werden die Testereignisse zufällig aus der Gesamtheit der simulierten Ereignisse gezogen und $p'(\vec{f}_{\text{wahr}})$ bestimmt¹⁷. Die so bestimmte Verteilung gibt Aufschluss über die Verzerrung des Ergebnisses der Entfaltung.

Ist die Verzerrung der Entfaltung hinreichend klein, kann zum Anderen ein p -Wert für verschiedene Annahmen oder andere Messungen bestimmt werden. Dieser p -Wert gibt direkt Aufschluss über die Kompatibilität der zu testenden Annahmen mit dem Entfaltungsergebnis.

Um die Parameter der Regularisierung optimal zu wählen, wird die Verteilung des p -Wertes $p'(\vec{f}_{\text{wahr}})$ für verschiedene Kombinationen der Regularisierungsstärke τ und der Regularisierungskonstante d bestimmt. Ziel ist es eine Einstellung für die Parameter zu finden, bei denen $p'(\vec{f}_{\text{wahr}})$ möglichst gleichverteilt ist.

Bei der Optimierung der Regularisierung handelt es sich um ein sogenanntes *Verzerrung-Varianz-Dilemma* [FHT01]. Jede Art der Regularisierung führt unweigerlich zu einem verzerrten Ergebnis. Das bedeutet, dass ein Kompromiss zwischen der Varianz des Ergebnisses und seiner Verzerrung gefunden werden muss. Auch kann a-priori nur schwer ein hartes Kriterium definiert werden, das eine zu starke Regularisierung definiert. Hauptziel der nachfolgenden Optimierungsschritte ist es, eine Gleichverteilung des p -Wertes zu erhalten, wenn die aktuellste Messung des atmosphärischen Myoneneutrinoflusses [Aar+16c] entfaltet wird. Um Anhaltspunkte über die Verzerrung der Lösung durch die Regularisierung zu bekommen, werden mit

¹⁷Grundsätzlich muss zwischen dem zu testenden Spektrum \vec{f}_{test} und der entsprechend dieses Spektrums zufällig gezogenen Realisierung unterschieden werden. Der p -Wert wird nicht für die Realisierung sondern der ihr zugrundeliegende Verteilung \vec{f}_{test} bestimmt.

festgelegten Regularisierungsparametern verschiedene Kombinationen an Spektren entfaltet.

In Abbildung 4.9 sind die Verteilungen des p -Wertes für 36 verschiedene Kombinationen für τ und d für Testentfaltungen des Spektrums aus [Aar+16c] dargestellt. Für die unregularisierte Entfaltung (oberste Reihe in Abbildung 4.9) zeigt sich eine vollkommen unverzerrte Entfaltung. Das *Kippen* der Verteilung für stark regularisierte Entfaltungen ist deutlich für Regularisierungsstärken von $\tau \leq 1.0$ zu sehen.

Mit den Ergebnissen aus Abbildung 4.9 wurde der Bereich deutlich eingeschränkt und 36 Kombinationen zwischen $\tau = 4.0$ bis $\tau = 9.0$ und $d = 10.0$ bis $\tau = 20.0$ getestet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.10 dargestellt. Schlussendlich wurden die Regularisierungsstärke auf $\tau = 5.0$ und die Regularisierungskonstante auf $d = 14.0$ festgelegt¹⁸.

In einer zweiten Reihe an Tests, soll getestet werden, wie unabhängig die Entfaltung von dem Spektrum ist, das genutzt wird, um die Transfermatrix \mathbf{A} zu bestimmen. Dafür wurden insgesamt 72 Kombinationen von unterschiedlichen Spektren genutzt. In Abbildung 4.11 wurden sechs verschiedene Testspektren untereinander permutiert, bei denen die drei aktuellsten Messungen des astrophysikalischen Flusses mit Annahmen über den konventionellen und prompten Fluss kombiniert wurden.

Bei den 36 Kombinationen in Abbildung 4.12 wurden verschiedene Extremfälle, wie zum Beispiel kein astrophysikalischer Fluss oder zehnfach verstärkter astrophysikalischer Fluss, und verschiedene Annahmen über den atmosphärischen Fluss getestet. Bei allen Tests wurde wie zuvor die Entfaltung 1000-fach wiederholt und die Verteilung von $p'(\vec{f}_{\text{wahr}})$ bestimmt.

Einige Verteilungen des p -Wertes in Abbildung 4.12 und Abbildung 4.11 zeigen Abweichungen von einer Gleichverteilung. Dafür können neben der Regularisierung weitere Ursachen angeführt werden.

In Fällen in denen sich die Zenitabhängigkeit des Testspektrums deutlich von der, des Spektrums mit dem die Transfermatrix \mathbf{A} konstruiert wird, unterscheidet, ist ebenfalls mit einer Abweichung von der Gleichverteilung zu rechnen. Die Energieabhängigkeit von \mathbf{A} wird explizit durch das Normieren der Spalten auf 1 eliminiert¹⁹.

¹⁸Eine vollständige Auflistung aller Parameter die zur Reproduktion der Ergebnisse nötig sind, ist im Anhang in Tabelle A.7 zu finden.

¹⁹Bei der Konstruktion von \mathbf{A} wird die Matrix wie ein zweidimensionales Histogramms aufgebaut, bei denen die Bins des Observablenraumes die Zeilen und die Bins der Neutrinoenergie die Spalten aufspannen. Um die bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(y_i|x_j)$ zu bekommen, wird jede Spalte durch f_j^{MC} geteilt. Eine ausführliche Erklärung ist zu Beginn dieses Kapitels in Abschnitt 4.1 zu finden.

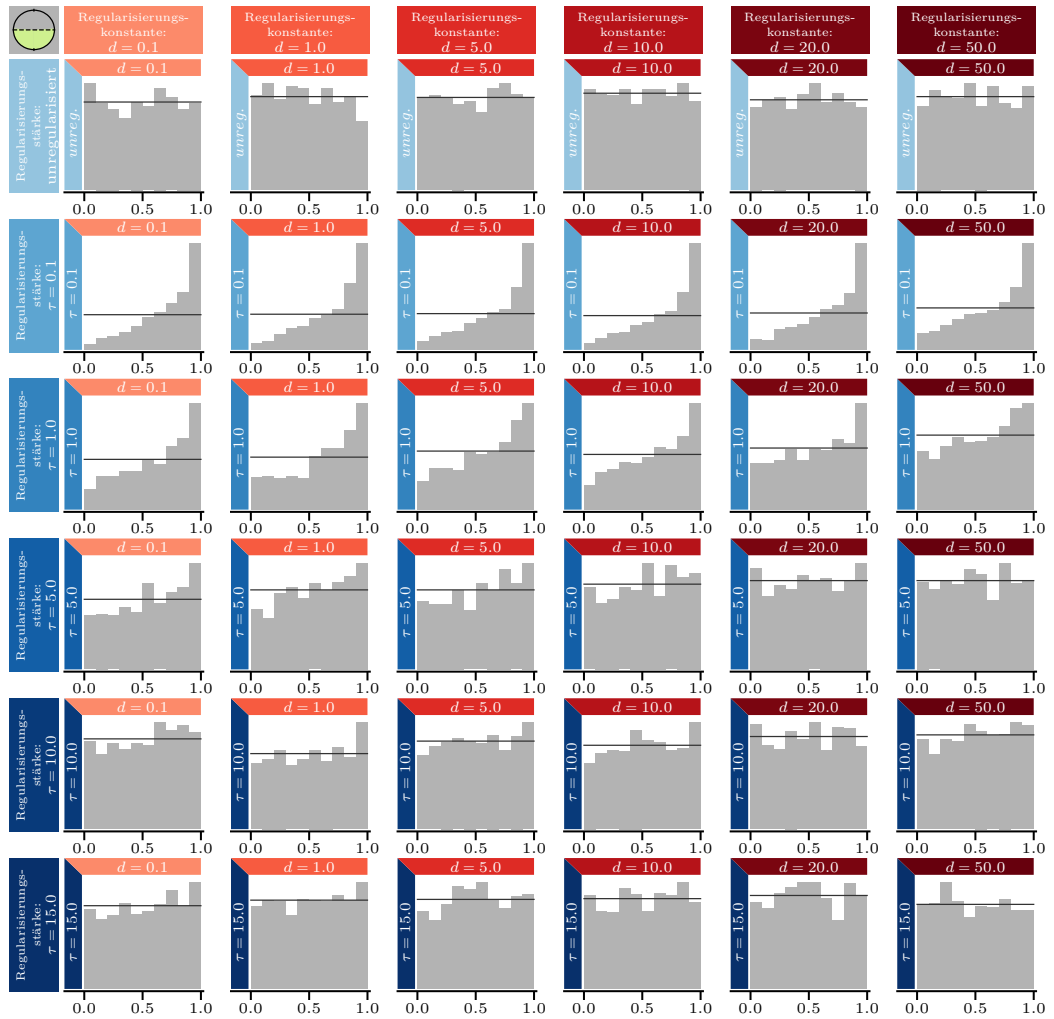


Abbildung 4.9: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen, über einen weiten Parameterbereich für τ und d , für die Entfaltung bis 2 PeV und den gesamten Zenitbereich. Für jede Kombination wurde die Entfaltung 1000-mal wiederholt. Die schwarze Linie zeigt den Erwartungswert für eine Gleichverteilung an. Jede Verteilung wird durch 10 Bins dargestellt und die y-Achse startet bei 0.

4.4 Entfaltung über den gesamten Zenitbereich

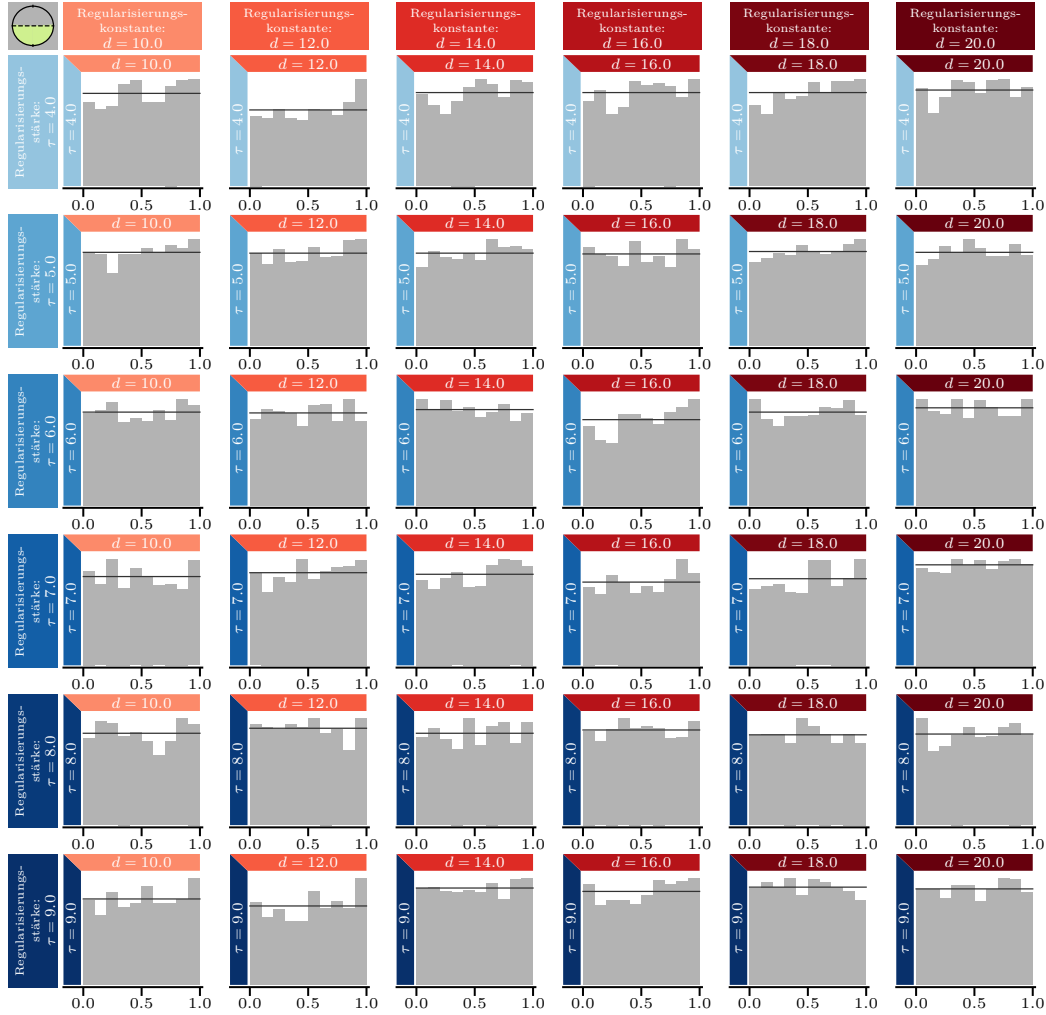


Abbildung 4.10: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen, über einen kleinen Parameterbereich für τ und d , für die Entfaltung bis 2 PeV und den gesamten Zenitbereich. Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

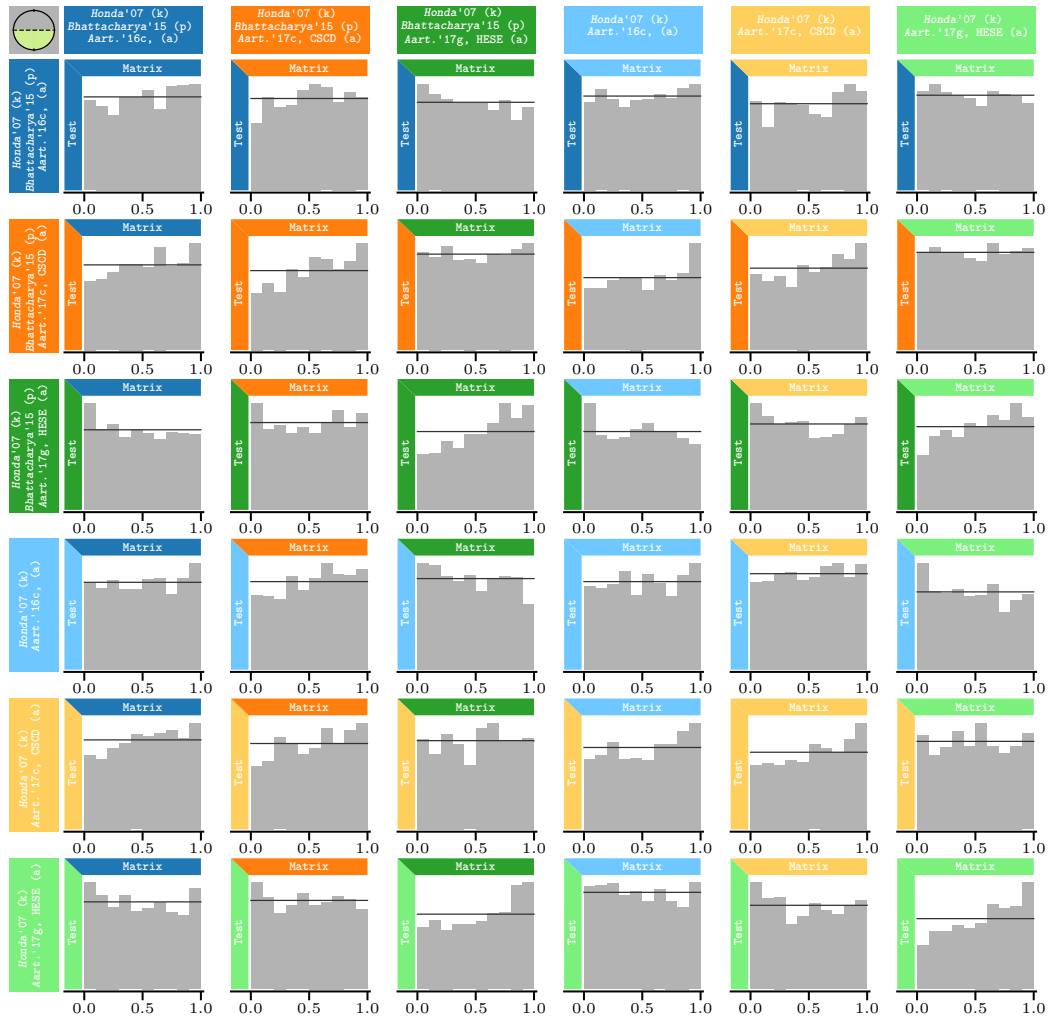


Abbildung 4.11: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Der atmosphärischen Komponente der Spektren liegt das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] zugrunde. Für diese Spektren wurde eine konventioneller Fluss mit dem Wechselwirkungsquerschnitt aus [Hon+07] berechnet. Die sechs verschiedenen Kombinationen sind der konventionelle Fluss addiert mit einem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17c] (orange und gelb), [Aar+17g] (grün und hellgrün), [Aar+16c] (blau und hellblau) und jeweils einmal mit einer prompten Komponente aus [Bha+15] (jeweils die hellen Farbtöne). Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

4.4 Entfaltung über den gesamten Zenitbereich

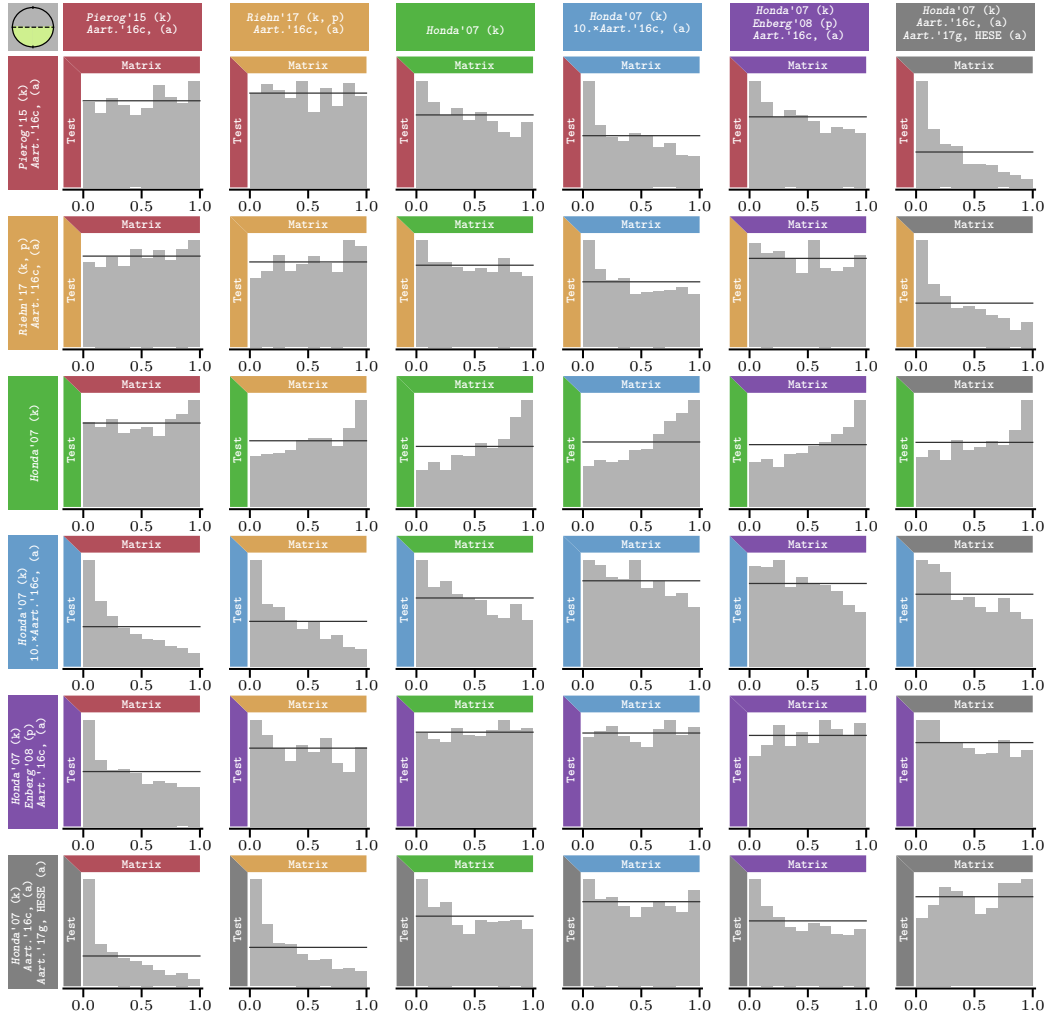


Abbildung 4.12: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die genutzten Spektren sind: konventioneller Fluss aus [Pie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (rot), atmosphärischer Fluss aus [Rie+17; Rie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb), rein konventioneller Fluss aus [Hon+07] (grün), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit um Faktor 10 erhöhten astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (blau), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit prompten Fluss aus [ERS08] und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (lila) und konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit der Summe der astrophysikalischen Flüsse aus [Aar+17g] und [Aar+17c]. Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

Jedoch verbleibt eine Abhängigkeit von \mathbf{A} zur Zenitverteilung des genutzten Spektrums.

Wie in Abschnitt 3.4.2 gezeigt, ändert sich die effektive Fläche bzw. die Akzeptanz des IceCube-Detektors mit dem Zenitwinkel. Bei der Konstruktion von \mathbf{A} wird implizit über den Zenitwinkel gemittelt. Wie stark die einzelnen Zenitbereiche zu diesem Mittelwert beitragen hängt davon ab, welcher Anteil der Ereignisse in den unterschiedlichen Zenitbereichen liegen. Anders gesagt, hat das Testspektrum eine andere Zenitverteilung als das Spektrum, das zum Aufstellen von \mathbf{A} genutzt wird, dann wird die Entfaltung mit einem mittleren Detektor durchgeführt, der nicht dem entspricht, den die zu entfaltenden Ereignisse *sehen* würden.

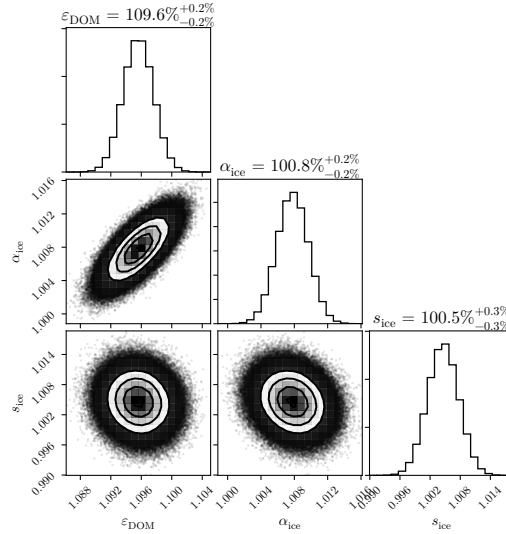
Besonders große Unterschiede in der Zenitabhängigkeit gibt es bei Variationen der astrophysikalischen Komponente, da diese unabhängig vom Zenitwinkel ist. Im Gegensatz dazu besitzt die konventionelle Komponente in etwa eine Zenitabhängigkeit von $\propto 1/\cos(\theta)$ [GER16, Kapitel 6].

Die Verteilung des p -Wertes lässt keinen direkten Rückschluss darauf zu, wie stark sich eine Verzerrung auf das entfaltete Spektrum niederschlägt. Und wie bereits zu Beginn dieses Kapitels erläutert, führt die Regularisierung unweigerlich zum Dilemma, dass sobald die Varianz verringert wird, sich die Verzerrung erhöht. Eine deutliche Abweichung der Verteilung des p -Wertes von einer Gleichverteilung gibt Hinweise, dass die Aussagekraft eines p -Wertes der bestimmt wurde, um die Kompatibilität einer Vorhersage mit dem Ergebnis der Entfaltung zu quantifizieren, beschränkt sein könnte.

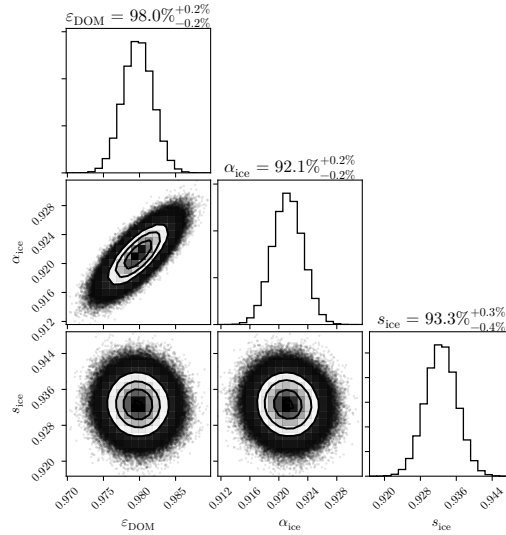
4.4.2 Test der Modellierung der systematischen Unsicherheiten

Vor der Entfaltung von gemessenen Ereignissen soll zunächst die Modellierung der systematischen Unsicherheiten überprüft werden. Dazu wurde der in Abschnitt 4.2.4 beschriebene Ablauf verwendet, der auch bei der Entfaltung der Messdaten genutzt wurde. Für die Tests wurden 320 000 Testereignisse aus den verschiedenen systematischen Datensätzen anhand der physikalischen Gewichte gezogen. Diese Testereignisse wurden anschließend wie tatsächlich gemessene Ereignisse behandelt.

In den Abbildungen 4.13a und 4.13b ist die A-posteriori-Verteilung der drei systematischen Parameter $(\varepsilon_{\text{DOM}}, \alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}})$, für die Testentfaltung von Ereignissen mit um 10 % erhöhter DOM-Effizienz (Abbildung 4.13a) und jeweils um 7 % verringerten Absorptions- und Streukoeffizienten (Abbildung 4.13b), gezeigt.



(a) Entfaltung von Ereignissen mit $\epsilon_{\text{DOM}}^{\text{sim}} = 109\%$



(b) Entfaltung von Ereignissen mit $\alpha_{\text{ice}}^{\text{sim}} = 93.0\%$, $s_{\text{ice}}^{\text{sim}} = 93.0\%$

Abbildung 4.13: A-posteriori-Verteilung für die systematischen Parameter bei den Entfaltungen von 320 000 Testereignissen, die aus dem Datensatz mit erhöhter DOM-Effizienz (oben) bzw. mit verringerten Absorptions- und Streukoeffizienten (unten) zufällig gezogen wurden. Auf der Diagonalen beider Abbildungen sind die eindimensionalen Verteilungen der Parameter dargestellt. Die zweidimensionalen Verteilungen zeigen jeweils die zweidimensionale Verteilung zweier Parameter.

Für die Entfaltung mit einer erhöhten DOM-Effizienz liegt der Median der A-posteriori-Verteilung mit $\varepsilon_{\text{DOM}} = (109.6 \pm 0.2) \%$ oberhalb des Wertes der Simulation ($\varepsilon_{\text{DOM}}^{\text{sim}} = 109.0 \%$). Gleichzeitig liegt der Absorptionskoeffizient mit $(100.8 \pm 0.2) \%$ ebenfalls oberhalb des Wertes in der Simulation ($\alpha_{\text{ice}}^{\text{sim}} = 100.0 \%$). Die beiden Parameter haben einen Korrelationskoeffizient (*Spearman* ρ [Spe04]) von $\rho = 0.702$. Die starke Korrelation entspricht der Erwartung, da ein erhöhter Absorptionskoeffizient einen ähnlichen Effekt hat, wie eine verringerte DOM-Effizienz. Der Unterschied der Effekte der beiden Parameter ist, dass die Menge des absorbierten und dadurch nicht detektierten Lichtes für den Absorptionskoeffizient von der Strecke zwischen dem Ursprung des Lichtes und dem DOM abhängt. Somit kann eine verringerte DOM-Effizienz mit einem verringerten Absorptionskoeffizient teilweise ausgeglichen werden. Der Streukoeffizient liegt mit $s_{\text{ice}} = (100.5 \pm 0.3) \%$ nur leicht oberhalb des Wertes der Simulation ($s_{\text{ice}}^{\text{sim}} = 100.0 \%$).

Bei der Entfaltung mit verringerten Absorptions- und Streukoeffizienten zeigt sich ein ähnliches Bild. Der Streukoeffizient ist mit $s_{\text{ice}} = (93.3_{-0.4}^{+0.3}) \%$ im Rahmen seiner Unsicherheit mit dem Wert der Simulation verträglich ($s_{\text{ice}}^{\text{sim}} = 93.0 \%$). Die Werte der DOM-Effizienz und des Absorptionskoeffizienten sind in der Simulation ($\varepsilon_{\text{DOM}}^{\text{sim}} = 99.0 \%$ und $\alpha_{\text{ice}}^{\text{sim}} = 93.0 \%$) jeweils etwas oberhalb des Ergebnisses der Entfaltung $\varepsilon_{\text{DOM}} = (98.0 \pm 0.2) \%$ und $\alpha_{\text{ice}} = (92.1 \pm 0.2) \%$. Der Korrelationskoeffizient für die beiden Parameter liegt mit $\rho = 0.755$ auch bei dieser Entfaltung ähnlich hoch.²⁰

In allen Fällen liegt die Entfaltung nah an dem verwendeten Werten in den Simulationen und auch die starke Korrelation zwischen der DOM-Effizienz und dem Absorptionskoeffizienten entspricht der Erwartung. Dass die Entfaltung den wahren Wert nicht in allen Fällen exakt trifft, kann mit der Einfachheit der Modelle, die für die Interpolation zwischen den Simulationen angepasst wurden, erklärt werden. Damit beispielsweise das Ergebnis der Entfaltung für die DOM-Effizienz unverzerrt sein könnte, müsste die DOM-Effizienz tatsächlich einen rein linearen Effekt auf die Einträge der Observablenbins haben. Hinweise dafür, dass das vermutlich nicht der Fall ist, können den Beispielen aus Abschnitt A.4.2 entnommen werden. Auch für die Eigenschaften des Eises wird mit der Interpolation durch die Ebene ein rein linearer Zusammenhang angenommen. Für die Anpassungen genauerer und dadurch komplizierterer Modelle, stehen bisher nicht genug systematische Datensätze zur Verfügung.

Die kleine Unsicherheit auf die Parameter in den Tests, zeigt deutlich, dass die Entfaltung sehr sensitiv auf Änderung der Parameter ist und die Parameter relativ genau aus den Ereignissen bestimmt werden können. Auch die leichte Verzerrung bei der Bestimmung der Parameter ist für die Entfaltung kein Problem, da der Wert

²⁰Die Ergebnisse der identischen Tests für die verbliebenen systematischen Datensätze sind im Anhang in Abschnitt A.4.4 zu finden.

selbst nicht von Interesse ist. Die Berücksichtigung der systematischen Unsicherheiten soll dem Modell lediglich mehr Freiheitsgrade geben, damit ihr Einfluss auf das Ergebnis und auf die Unsicherheiten des Ergebnisses richtig wieder gespielt wird.

4.4.3 Ergebnisse

Mit den validierten Modellen zur Berücksichtigung der systematischen Unsicherheiten, wurden anschließend die Messdaten entfaltet. In Abbildung 4.14 ist das Ergebnis der Entfaltung dargestellt²¹. Der Tabelle 4.1 können die Ergebnisse der Entfaltung für die systematischen Parameter entnommen werden.

Tabelle 4.1: Ergebnisse für die systematischen Parameter bei der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180° und in einem Energiebereich von $E_\nu = 125.9$ GeV bis $E_\nu = 1.995$ PeV.

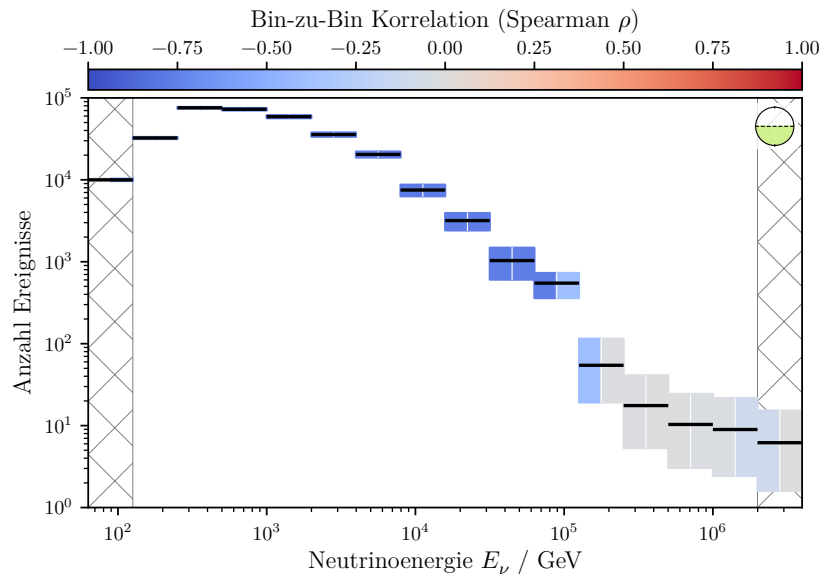
Parameter	Wert in der Entfaltung
ε_{DOM}	$(101.7 \pm 0.2) \%$
α_{ice}	$(97.2 \pm 0.2) \%$
s_{ice}	$(97.5 \pm 0.3) \%$

Bei der Optimierung der Regularisierungsparametern ergaben sich für einige Testentfaltungen, mit unterschiedlichen Spektren zur Bestimmung von \mathbf{A} und zum Testen, Abweichungen der Verteilung des p -Wertes von einer Gleichverteilung. Deshalb wurde überprüft, wie sehr das Ergebnis von dem Spektrum in den Simulationen abhängt. In Abbildung 4.15 ist das Verhältnis der Entfaltungen für unterschiedliche Annahmen für die Simulationen gezeigt. Der Test zeigt deutlich, dass die Entfaltung unabhängig von dem Spektrum ist, welches zur Konstruktion der Transfermatrix genutzt wird.

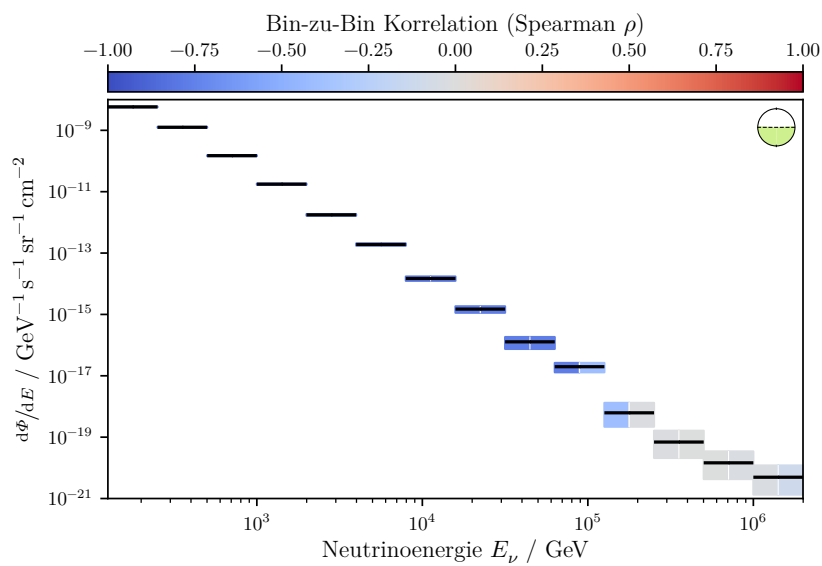
Um aus dem Ereignisspektrum (siehe Abbildung 4.14a) ein Flussspektrum zu berechnen, müssen die Ereigniszahlen durch die mittlere effektive Fläche in dem Energiebereich des Bins geteilt werden²². Das Entfaltungsergebnis als Flussspektrum ist in Abbildung 4.14b gezeigt. Für den *Underflow*- und *Overflow*-Bin ist die effektive Fläche nicht definiert, deswegen müssen sie bei der Darstellung des Flusses weggelassen werden.

²¹Die Tabelle A.8 im Anhang enthält Ergebnisse der Entfaltung, die Energien für die Gewichtung des Flusses und die effektive Flächen der Bins.

²²Eine ausführliche Erklärung zur Bestimmung der passenden effektiven Fläche ist in Abschnitt 4.2.5 zu finden.



(a) Ereignisspektrum



(b) Flussspektrum (ungewichtet)

Abbildung 4.14: Ergebnisse der Entfaltung der Messdaten zwischen 86° und 180° . Die grauen Bereiche stellen den *Under-* bzw. *Overflow*-Bin dar. Die Farben der 68%-Intervalle zeigen den Spearman Korrelationskoeffizienten zwischen dem Bin und seinen Nachbarn an: die linke Hälfte zum linken Nachbar und rechte Hälfte zum rechten Nachbar.

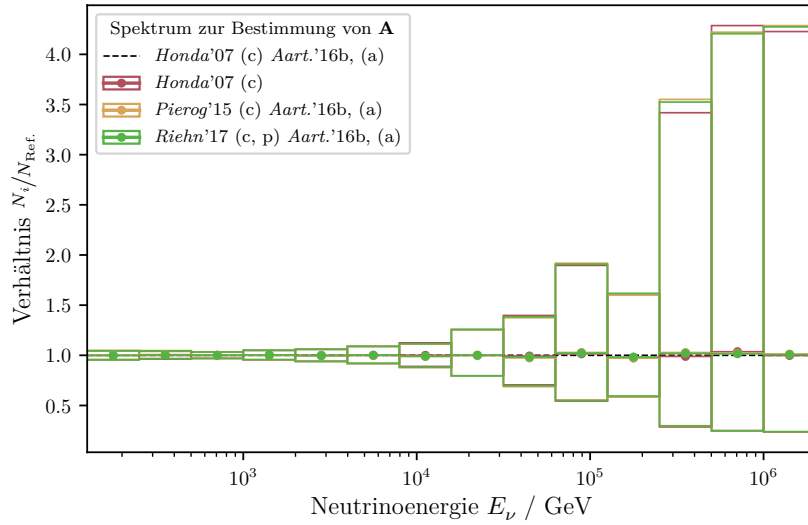


Abbildung 4.15: Verhältnisse der entfalteten Bininhalt unter verschiedenen Annahmen über das Spektrum zur Bestimmung der Transfermatrix \mathbf{A} . Als Referenz für das Verhältnis wurde die Entfaltung genutzt, bei der das Ergebnis aus [Aar+16c] als Annahme genutzt wurde. Bei den drei weiteren Varianten wurde einmal ein rein konventioneller Fluss [Hon+07] (rot), einmal der konventionelle Fluss aus [Pie+15] kombiniert mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb) und einmal die Kombination eines konventionellen und prompten Flusses aus [Rie+17; Rie+15] ebenfalls mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] getestet.

Da bei der einfachen Darstellung des Flusses Änderungen der Form kaum zu sehen sind, wird der Fluss häufig zur Darstellung mit E^2 oder $E^{3.7}$ gewichtet. Die Entfaltung selbst liefert keinen Energieschwerpunkt für die einzelnen Bins. Um die Gewichtung auch für die Entfaltung durchzuführen, wurde für jedes Bin der Median der Energie mit Simulationen bestimmt, die auf das Spektrum aus [Aar+16c] gewichtet wurden. Die gewichteten Flussspektren sind in Abbildung 4.16 zu sehen.

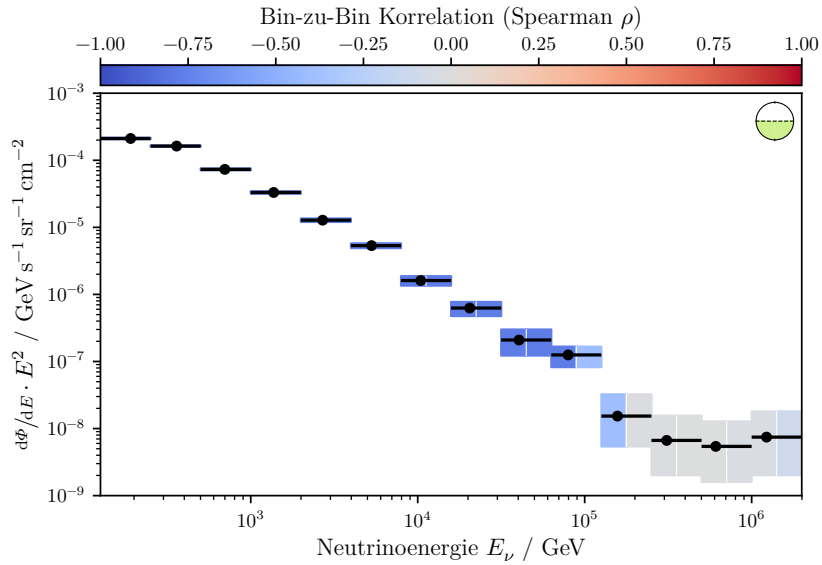
In der Gewichtung mit E^2 ist bei den Bins oberhalb von 100 TeV ein deutliches Abflachen des Spektrums zu beobachten. Das deckt sich mit der Beobachtung, dass die Verteilung der Gesamtladung Q_{tot} der Messdaten mit einem rein atmosphärischen Fluss nicht beschrieben werden kann (siehe Abbildung 3.10b). Das ist ein weiterer Hinweis darauf, dass das Spektrum neben der atmosphärischen eine weitere Komponente enthält.

Bei der Entfaltung wurde bei jedem der 1000 Durchgänge die Kompatibilität der Entfaltung mit einer Vielzahl an Vorhersagen getestet. Dafür wurden die Simulationen auf die verschiedenen Erwartungen gewichtet und so Ereignisspektren bestimmt. Für diese wurden anschließend zusammen mit dem Ergebnis für die systematischen Parameter der Entfaltung ihre A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten berechnet. Mit diesen Wahrscheinlichkeiten wurde dann, analog zu dem Vorgehen zur Optimierung der Entfaltungsparameter, ein p -Wert berechnet. Der große Vorteil dieses Vorgehen ist, dass beim Testen der Kompatibilität die gesamten Bin-zu-Bin-Korrelationen berücksichtigt werden. Dadurch, dass der Test zwischen den Ereignisspektren stattfindet, wird für die Vorhersagen die zenitabhängige Akzeptanz des Detektors berücksichtigt und es können auch der *Underflow*- und *Overflow*-Bin in den Test mit einbezogen werden.

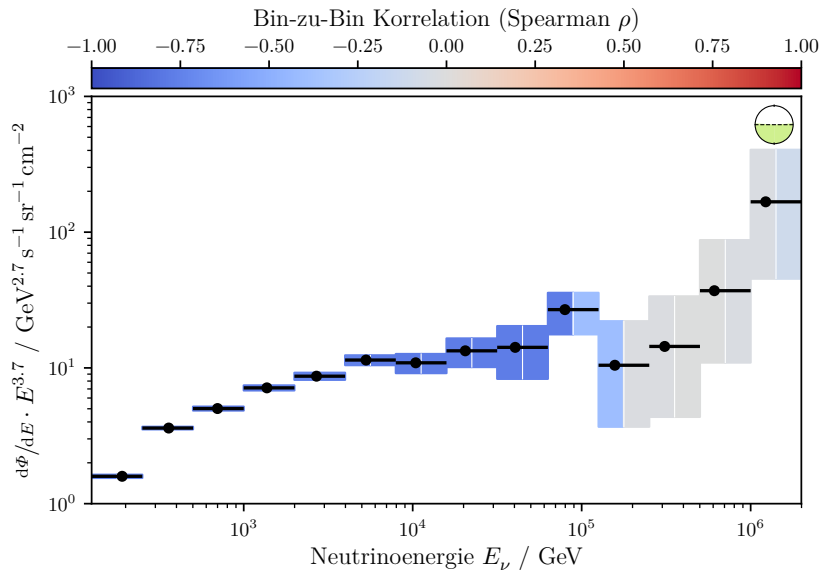
In Abbildung 4.17 ist das Ereignisspektrum der Entfaltung zusammen mit einigen der getesteten Spektren dargestellt. Für alle getesteten Spektren lag der Wert der A-posteriori-Wahrscheinlichkeit unterhalb aller $7.5 \cdot 10^6$ Punkte der Stichprobe.

Die Testergebnisse werden dominiert von den großen Differenzen im *Underflow*-Bin und den ersten regulären Bins. Durch die kleinen Unsicherheiten von jeweils etwas mehr als 3% führen die Differenzen in diesen Bins dazu, dass alle Vorhersagen vermeintlich unvereinbar mit dem Ergebnis der Entfaltung sind²³. Ab dem sechsten Bin sind keine offensichtliche Differenzen mehr zu beobachten. Um eine Abschätzung der Kompatibilität der hinteren Bins mit den Vorhersagen zu bekommen, wurden die Tests wiederholt, wobei die ersten fünf Bins für den Test auf das Ergebnis der Entfaltung gesetzt wurden. Die p -Werte für die Tests sind in der ersten Spalte der Tabelle 4.2 aufgelistet.

²³Eine ausführliche Diskussion dieses Ergebnisses folgt in Kapitel 5.



(a) Flussspektrum gewichtet mit E^2 .



(b) Flussspektrum gewichtet mit $E^{3.7}$.

Abbildung 4.16: Gewichtete Flussspektren der Messdaten entfaltet zwischen 86° und 180° . Die Farben der 68 %-Intervalle zeigen den Spearman Korrelationskoeffizienten zwischen dem Bin und seinen Nachbarn an. Die Punkte markieren die für die Gewichtung genutzte Energie. Der Punkt ist der Median der Energie in Simulationen die auf das Ergebnis aus [Aar+16c] gewichtet wurden.

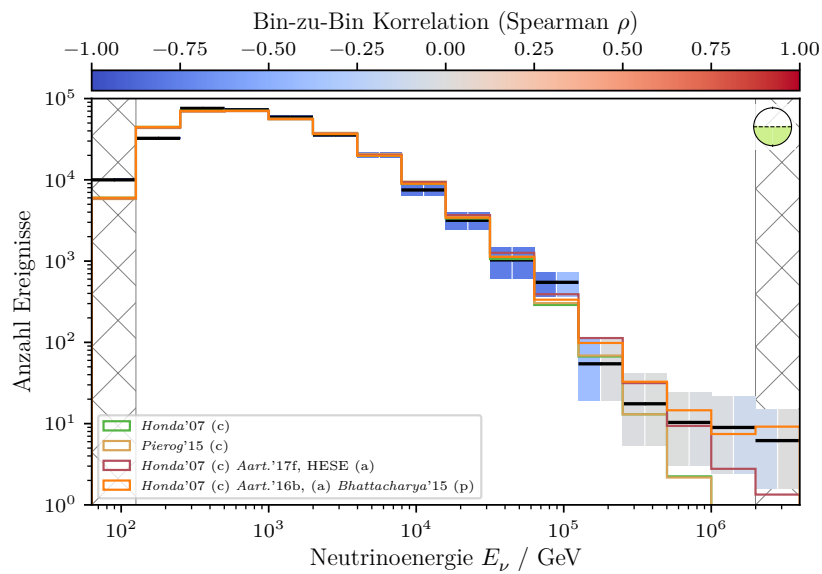


Abbildung 4.17: Ereignisspektrum der Entfaltung von Messdaten über den gesamten Zenitbereich im Vergleich zu vier der getesteten Vorhersagen für das Spektrum. Die grüne und die gelbe Kurve zeigen jeweils einen rein konventionellen Fluss aus [Hon+07] (grün) bzw. [Pie+15] (gelb). Die rote Kurve setzt sich zusammen aus dem konventionellen Fluss der grünen Kurve und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17g]. Für die orange Kurve wurde das Ergebnis aus [Aar+16c] mit einem prompten Fluss aus [Bha+15] kombiniert.

Tabelle 4.2: p -Werte für verschiedene Testspektren für die die Kompatibilität der Entfaltung mit dem Spektrum getestet wurde. Bei den Tests wurden die ersten fünf Bins des Testspektrums auf den das Ergebnis der Entfaltung gesetzt. Alle atmosphärischen Vorhersagen wurde mit dem Spektrum für die geladene kosmische Strahlung aus [Gai12a] berechnet. Für den konventionellen Fluss wurden drei verschiedene Theorien: *Honda et al.* [Hon+07], *Pierog et al.* [Pie+15] und *Riehn et al.* [Rie+17; Rie+15] getestet. Letzte enthält auch eine prompte Komponente. Andere Vorhersagen des prompten Flusses waren *Enberg et al.* [ERS08] und *Bhattacharya et al.* [Bha+15]. Für den astrophysikalischen Fluss wurde zwei der aktuellsten Messung der IceCube-Kollaboration getestet: zum Einen aus [Aar+16c] (*Aart.*'16b) und zum Anderen aus [Aar+17g] (*Aart.*'17f, HESE). Erst genannte Messung nutzt ausschließlich Myon neutrinos und ergab einen flachen spektralen Index von $\gamma = -2.19 \pm 0.10$. Das Testspektrum aus Zeile 3 entspricht dem Ergebnis der Analyse für den Gesamtfluss. Der spektrale Index zweiten Messung, ausschließlich Kaskaden nutzt, liegt bei $\gamma = -2.92^{+0.33}_{-0.29}$.

Testspektrum	bis 2 PeV		bis 250 TeV		bis 250 TeV		bis 250 TeV		bis 250 TeV	
	86° bis 180°	86° bis 107°	86° bis 107°	107° bis 130°	107° bis 130°	130° bis 180°	130° bis 180°	86° bis 180°	86° bis 180°	
<i>Honda</i> '07 (c)	0.0735	0.1110	0.1110	0.0001	0.0001	0.3060	0.3060	0.0456	0.0456	
<i>Honda</i> '07 (c) <i>Aart.</i> '17f, HESE (a)	0.0777	0.0672	0.0672	0.8849	0.8849	0.9820	0.9820	0.0323	0.0323	
<i>Honda</i> '07 (c) <i>Aart.</i> '16b, (a)	0.7075	0.4285	0.4285	0.0426	0.0426	0.6168	0.6168	0.5866	0.5866	
<i>Honda</i> '07 (c) <i>Aart.</i> '16b, (a) <i>Enberg</i> '08 (p)	0.5541	0.3072	0.3072	0.2355	0.2355	0.8105	0.8105	0.4083	0.4083	
<i>Honda</i> '07 (c) <i>Aart.</i> '16b, (a) <i>Bhattacharya</i> '15 (p)	0.6762	0.3888	0.3888	0.0851	0.0851	0.7019	0.7019	0.5459	0.5459	
<i>Pierog</i> '15 (c)	0.0256	0.0157	0.0157	0.0010	0.0010	0.5033	0.5033	0.0135	0.0135	
<i>Pierog</i> '15 (c) <i>Aart.</i> '16b, (a)	0.2718	0.0747	0.0747	0.1086	0.1086	0.7782	0.7782	0.1678	0.1678	
<i>Riehn</i> '17 (c, p)	0.0628	0.0253	0.0253	0.0037	0.0037	0.6659	0.6659	0.0362	0.0362	
<i>Riehn</i> '17 (c, p) <i>Aart.</i> '16b, (a)	0.3017	0.0959	0.0959	0.1935	0.1935	0.8361	0.8361	0.1885	0.1885	

4.5 Entfaltung der Messdaten in verschiedenen Zenitbändern

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Entfaltung in drei Zenitbändern²⁴

- Band 1: 86° bis 107°
- Band 2: 107° bis 130°
- Band 3: 130° bis 180°

präsentiert. Entfaltet wurden elf reguläre Bins zwischen $E_\nu = 125$ GeV und $E_\nu = 250$ TeV. Um eine geeignete Referenzentfaltung für die drei Bänder zu haben, wurde zusätzlich eine Entfaltung über den gesamten Zenitbereich (86° bis 180°) in den selben Energiegrenzen durchgeführt²⁵. Genau wie bei der Entfaltung aus Abschnitt 4.4 gehen zusätzlich zu den regulären Bins, die *Underflow*- und *Overflow*-Bins und die drei Parameter für die systematischen Unsicherheiten in das Modell mit ein.

4.5.1 Optimierung der Einstellungen

Die Schritte zur Optimierung der vier in diesem Abschnitt vorgestellten Entfaltungen sind identisch zu dem Vorgehen in Abschnitt 4.4.1. Die vollständigen Auflistungen der genutzten Einstellungen sind im Anhang in Abschnitt A.4.5 zu finden.

Für alle vier Entfaltungen wurden ebenfalls Tests durchgeführt, bei denen unterschiedliche Kombinationen für die Spektren zum Erzeugen der Transfermatrix **A** und zum Ziehen der Testereignisse genutzt wurden. In Abbildung 4.18 sind die Ergebnisse der Tests zu sehen, bei denen der Einfluss verschiedener atmosphärischer Flüsse und von Extremfällen des astrophysikalischen Flusses auf die Entfaltung in Zenitband 1 (86° bis 107°) getestet wurden (analog zu Abbildung 4.12).

Wie bereits in Abschnitt 4.4.1 angedeutet, sind die Kombinationen mit deutlichen Abweichungen von einer Gleichverteilung seltener und die Abweichungen schwächer. Die mit Abstand stärkste Abweichung tritt für die Entfaltung auf, bei der ein rein konventionelles Spektrum ([Hon+07]) für die Bestimmung der Transfermatrix **A** genutzt wurde und die Testereignisse aus Simulationen mit zehnfach erhöhter

²⁴Auf den Abbildungen dieses Kapitels findet sich jeweils ein Piktogramm, das anzeigt, zu welcher Entfaltung die Abbildung gehört. In dem Piktogramm ist der entfaltete Zenitbereich visualisiert und farbig gekennzeichnet. Die Entfaltung aus Abschnitt 4.4 ist hellgrün, Band 1 gelb, Band 2 rot und Band 3 blau. Die Referenzentfaltung zu den Zenitbändern ist gelb, rot, blau.

²⁵Da sich im Vergleich zur Entfaltung aus Abschnitt 4.4 der Energiebereich verändert hat und deshalb für eine Entfaltung mit weniger Bins, die optimalen Einstellungen anders sein können, wurde sich gegen die Entfaltung aus Abschnitt 4.4 als Referenz entschieden.

4.5 Entfaltung der Messdaten in verschiedenen Zenitbändern



Abbildung 4.18: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus dem Zenitbereich zwischen 86° bis 107° durchgeführt. Die genutzten Spektren sind: konventioneller Fluss aus [Pie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (rot), atmosphärischer Fluss aus [Rie+17; Rie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb), rein konventioneller Fluss aus [Hon+07] (grün), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit einem um Faktor 10 erhöhten astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (blau), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit einem prompten Fluss aus [ERS08] und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (lila) und konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit der Summe der astrophysikalischen Flüsse aus [Aar+17g] und [Aar+17c]. Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

astrophysikalischer Komponente gezogen wurden. Für die Zenitbänder 2 und 3 nehmen die Abweichung von der Gleichverteilung weiter ab, wohingegen sich für die Entfaltung über den gesamten Zenitbereich das gleiche Bild wie bei der Entfaltung zu höheren Energien aus Abschnitt 4.4.1 ergibt²⁶.

4.5.2 Ergebnisse

Die aus den Ereignisspektren bestimmten Flussspektren sind in Abbildung 4.19 dargestellt²⁷. In Tabelle 4.3 sind die Ergebnisse für die systematischen Parameter der Entfaltungen zusammengefasst.

Bei der Entfaltung über den gesamten Zenitbereich sind die DOM-Effizienz und der Streukoeffizient identisch zu dem Ergebnis der Entfaltung bis zu einer Energie von 2 PeV (vergleiche Tabelle 4.1). Nur der Absorptionskoeffizient liegt mit $\alpha_{\text{ice}} = (97.8 \pm 0.2) \%$ etwas höher als bei der vorherigen Entfaltung ($\alpha_{\text{ice}} = (97.2 \pm 0.2) \%$). Bei dem Vergleich der Parameter der Eiseigenschaften für die verschiedenen Zenitbänder fällt auf, dass die Werte untereinander nicht verträglich sind. Die größte Differenz von 7.9 % liegt zwischen den Streukoeffizienten von Band 1 und 3.

Tabelle 4.3: Ergebnisse für die systematischen Parameter für die Entfaltungen der Messdaten in den verschiedenen Zenitbändern.

Parameter	Band 1	Band 2	Band 3	Referenzentfaltung
$\varepsilon_{\text{DOM}} (\%)$	102.4 ± 0.3	100.6 ± 0.5	100.0 ± 0.6	101.7 ± 0.2
$\alpha_{\text{ice}} (\%)$	98.1 ± 0.3	96.2 ± 0.5	95.0 ± 0.5	97.8 ± 0.2
$s_{\text{ice}} (\%)$	95.3 ± 0.5	98.5 ± 0.7	103.2 ± 0.7	97.5 ± 0.3

Wie bei der Entfaltung aus Abschnitt 4.4, wurde auch bei den vier Entfaltungen hier, eine Vielzahl von Spektren auf die Kompatibilität mit dem Entfaltungsergebnis getestet. Genau wie zuvor zeigt sich eine offensichtliche Differenz alle Vorhersagen mit der Theorie in den ersten Bins (siehe Abbildung 4.20)²⁸. Wie auch schon bei der vorherigen Entfaltung wurden die Tests wiederholt und dabei die ersten fünf Bins auf den Wert der Entfaltung gesetzt. Die p -Werte aus diesen Tests sind in den Spalten 2 bis 5 der Tabelle 4.2 zu finden.

²⁶Die Ergebnisse der Tests mit verschiedenen astrophysikalischen Flüssen für Band 1 und die Ergebnisse beider Tests für die anderen drei Entfaltungen sind im Anhang in Abschnitt A.4.5 zu finden.

²⁷Die Ergebnisse als Ereignisspektrum und als Tabellen sind im Anhang in Abschnitt A.4.5 zu finden.

²⁸Identische Abbildungen für die anderen drei Entfaltung befinden sich im Anhang unter Abschnitt A.4.5

4.5 Entfaltung der Messdaten in verschiedenen Zenitbändern

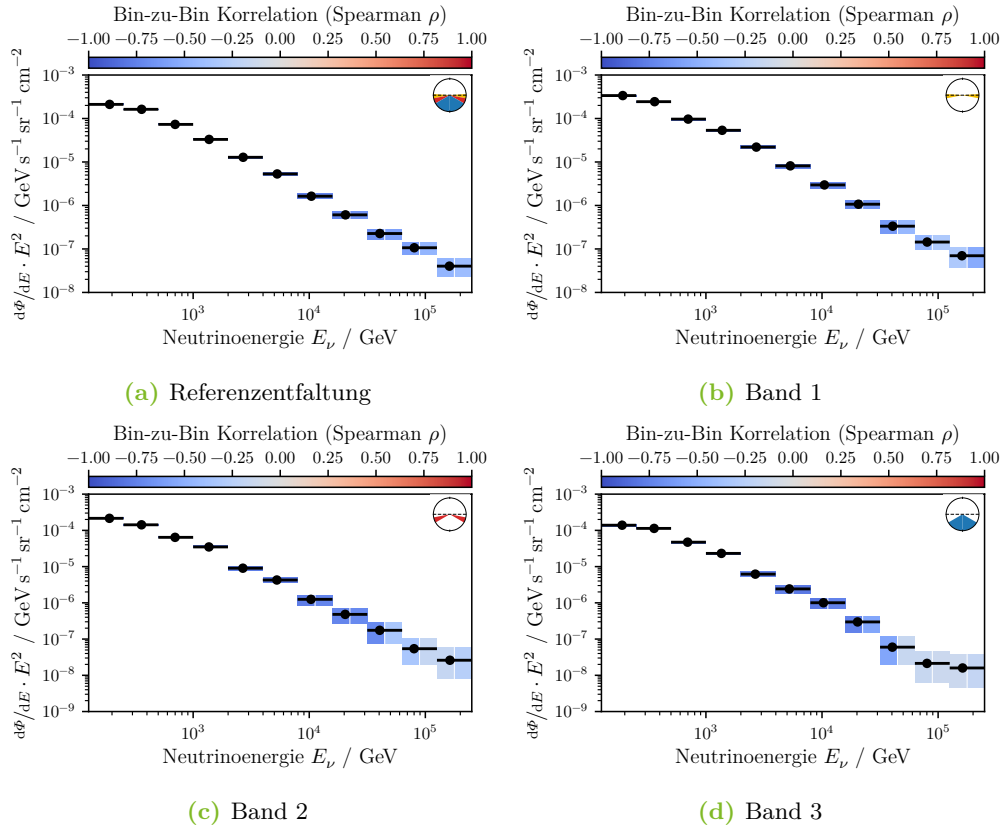


Abbildung 4.19: Ergebnisse der Entfaltungen im Energiebereich zwischen $E_\nu = 125 \text{ GeV}$ und $E_\nu = 250 \text{ TeV}$ in vier verschiedenen Zenitbereichen: 86° bis 180° (oben links), 86° bis 107° (oben rechts), 107° bis 130° (unten links) und 130° bis 180° (unten rechts). Die Farben der 68%-Intervalle zeigen den Spearman Korrelationskoeffizienten zwischen dem Bin und seinen Nachbarn an. Die schwarzen Punkte markieren die Energien, die für die Gewichtung des Flusses mit E^2 genutzt wurden.

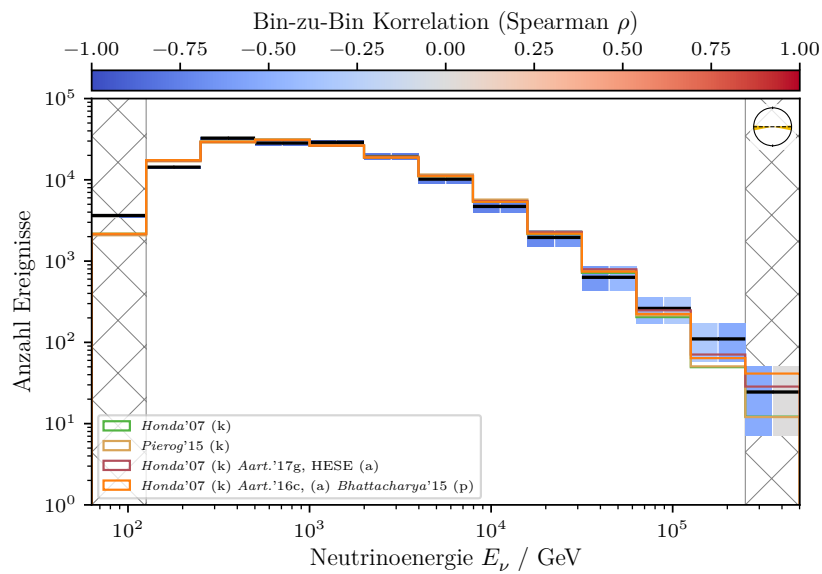


Abbildung 4.20: Ereignisspektrum der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 107° im Vergleich zu vier der getesteten Vorhersagen für das Spektrum. Die grüne und die gelbe Kurve zeigen jeweils einen rein konventionellen Fluss aus [Hon+07] (grün) bzw. [Pie+15] (gelb). Die rote Kurve setzt sich zusammen aus dem konventionellen Fluss der grünen Kurve und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17g]. Für die orange Kurve wurde das Ergebnis aus [Aar+16c] mit einem prompten Fluss aus [Bha+15] kombiniert.

5 Diskussion

Der im Rahmen dieser Arbeit erzeugte Datensatz (siehe Kapitel 3) übertrifft mit einer Rate von 3.470 mHz (318 224 Myonneutrinoereigniskandidaten in ~ 1061 d) den bisherigen Referenzdatensatz [Aar+16c] (2.433 mHz) um 35 % bei einer identischen Reinheit von (99.7 ± 0.3) %. Da 90 % der Ereignisse aus Neutrinos mit einer Energie $E_\nu < 10$ TeV stammen (siehe Abbildung 3.9), kann eine derart hohe Steigerung nur aus dem Bereich $E_\nu < 10$ TeV stammen. Durch die Betrachtung der effektiven Fläche für einzelne Myonen konnte gezeigt werden, dass für Myonen $E_\mu > 100$ TeV nahezu alle (> 95 %) Ereignisse, die zu Beginn der Separation in den Daten sind, im Datensatz erhalten bleiben.

Die hohe Steigerung der Ereignisrate kann vermutlich auf die neu erzeugten Observablen und die Observablenauswahl zurückgeführt werden. Gerade die neu erzeugte Observable `FitStability.ConeAngleMean` hat sich als die trennstärkste Observable erwiesen (Erklärung in Abschnitt 3.2.1). Observablen, die die Unsicherheit auf Rekonstruktion angeben, wurden von dem *Random Forest* deutlich seltener für die Trennung genutzt. Das ist ein Hinweis darauf, dass für einen großen Anteil der Ereignisse die Rekonstruktionen weiter neben der Wahrheit liegen, als die Unsicherheiten es widerspiegeln. Mögliche Ursachen sind unvollständige Likelihood-Funktionen, die zur Rekonstruktion der Ereignisse genutzt werden oder Probleme mit der Konvergenz der für die Minimierung der negativen Log-Likelihood-Funktionen genutzten Algorithmen.

Dass die Ereignisrate der Separation deutlich gesteigert werden konnte, durch die Nutzung einer größeren Anzahl an Observablen, ist ein Hinweis darauf, dass Fehlrekonstruktionen für Ereignisse in vielen Bereichen des Observablenraumes auftreten und nicht auf naheliegende Ereignistopologien, wie z.B. Ereignisse, die den Detektor nur streifen oder zu großen Teilen in der großen Staubschicht des Detektors liegen, beschränkt sind. Auch zeigt es, dass bisher keine einzelne Observable zur Verfügung steht, mit der Fehlrekonstruktionen deutlich identifiziert werden können. Wie bereits erwähnt, ist die neue Observable `FitStability.ConeAngleMean`, die die dem am nächsten kommt.

Durch die energieabhängigen Klassifikationswertschnitte, die in zwei verschiedenen Zenitbereichen durchgeführt wurden, konnte die Ereignisrate im Vergleich zum

einzelnen energieunabhängigen Schnitt um 4.7% ($r_{1D} = 3.315 \text{ mHz}$) und im Vergleich zu einem energieabhängigen Schnitt für den gesamten Zenitbereich um 5.3% ($r_{2D, \text{single}} = 3.295 \text{ mHz}$) erhöht werden. Neben der höheren Rate ist ein weiterer Vorteil des verwendeten Schnittes, dass die geforderte Reinheit in allen Bereichen der geschätzten Myonenergie erreicht wird.

Die Tatsache, dass mit einem zweidimensionalen Schnitt in zwei Zenitbändern die Rate erhöht werden kann, ist ein Hinweis darauf, dass der *Random Forest* nicht die gesamte Information der Daten zur Trennung nutzt. Gegebenenfalls kann die Rate weiter erhöht werden, indem ein anderer Klassifikationsalgorithmus genutzt wird oder weitere Observablen entwickelt werden. Jedoch können zusätzliche Ereignisse fast nur für Energien $E_\mu < 10 \text{ TeV}$ gewonnen werden, in denen jetzt die meisten Ereignisse liegen. Eine deutliche Verbesserung könnte vor Allem erreicht werden, wenn zusätzliche Ereignisse nah an der Detektionsschwelle ($E_\mu \approx 100 \text{ GeV}$) dazugewonnen werden könnten.

Die Separation ist weitestgehend unabhängig von den systematischen Unsicherheiten der Simulation. Um dies zu Überprüfen, wurde die Separation auf Ereignissen mit variierten Parametern ($\epsilon_{\text{DOM}}, \alpha_{\text{ice}}, s_{\text{ice}}$) angewendet. Um die Eigenschaften der Separation zu überprüfen, kann das Verhältnis zwischen den effektiven Flächen vor und nach der Separation für die systematischen Datensätze verglichen werden (siehe Abbildung A.15). Für alle Variationen, außer für einen erhöhten Streukoeffizienten, entspricht das Verhältnis der Flächen dem der Referenzsimulation. Bei einer Erhöhung des Streukoeffizienten sinkt die effektive Fläche für Energien $E_\nu < 4 \text{ TeV}$ durch die Separation im Vergleich zur Referenzsimulation um zusätzliche 5% ab. Das kann damit erklärt werden, dass durch eine stärkere Streuung des Lichtes, die Wahrscheinlichkeit, ungestreute Photonen zu detektieren, sinkt. Allgemein haben die Ankunftszeiten der Photonen durch den erhöhten Koeffizienten eine größere Varianz. Auch führt ein erhöhter Streukoeffizient bei gleichem bleibendem Absorptionskoeffizient zu einer größeren Gesamtabsorption, da die Photonen im Mittel eine längere Strecke im Eis zurücklegen. Für die Rekonstruktion der Richtung sind die früh detektierten, also die un- bzw. wenig gestreuten Photonen, ausschlaggebend. Entsprechend hoch ist der Einfluss eines erhöhten Streukoeffizienten für die Rekonstruktion bei niederenergetischen bzw. lichtschwachen Ereignissen. Das führt zu mehr Fehlrekonstruktionen, die in der Separation abgetrennt werden.

Der Vergleich mit den HESE- und EHE-Filtern (siehe Abschnitt 3.4.2) bestätigt die hohe Akzeptanz für hochenergetische Ereignisse der Separation unabhängig von den Simulationen. In dem finalen Datensatz befinden sich alle aufsteigenden, spurartigen Ereignisse, die auch in den beiden Filtern während der hier untersuchten Messzeit detektiert wurden. Zusammen mit der effektiven Fläche für einzelne Myonen zeigt

dies, dass deutlich höhere Ereignisraten für hochenergetische Myonneutrinos nur durch eine Vergrößerung des Detektorvolumens erreicht werden können¹.

Die vergleichsweise einfachen Betrachtungen zu saisonalen Schwankungen der Neutrinorate haben gezeigt, dass der erzeugte Datensatz auch über die Entfaltung hinaus für eine Vielzahl von Untersuchungen genutzt werden kann. Die ohnehin hohe Rate an atmosphärischen Neutrinos kann durch eine Lockerung der geforderten Reinheit weiter erhöht werden (siehe Abbildung A.11).

Der in Kapitel 4 beschriebene Ansatz für die Entfaltung des Energiespektrums der Myonneutrinos erweitert den etablierten Entfaltungsansatz aus [Blo96; Mil+13; Blo84; Blo02] in einigen entscheidenden Punkten. Beispielweise konnten mit dem Binning des Observablenraumes mit Hilfe eines Entscheidungsbaumes typische Probleme von gebinnten Likelihood-Ansätzen angegangen werden. Das Vorgehen ermöglicht die Berücksichtigung von beliebig vielen Observablen in den Analysen. Dabei kann durch die vielfältigen Einstellungsmöglichkeiten beim Training des Entscheidungsbaums gesteuert werden, wie viele Ereignisse die einzelnen Bins mindestens enthalten sollen. Auch kann das Binning explizit auf die Fragestellung der Analyse optimiert werden. Dabei ist die Nutzung nicht auf die Entfaltung beschränkt. Wie bereits in Abschnitt 4.1.2 diskutiert, lässt sich das Vorgehen bei einer Vielzahl von Szenarien, in denen höherdimensionale Daten in Bins eingeteilt werden, einsetzen. Durch die Observablenauswahl und das Binning konnte die Kondition der Transfermatrix soweit verringert werden, dass die Entfaltung trotz der sehr schwachen Regularisierung von $\tau = 6$ Ergebnisse mit kleiner Varianz liefert.

Während die Implementierungen *RUN* [Blo96] und *TRUEE* [Mil+13] einen Maximum-Likelihood-Ansatz und die Unsicherheiten aus der inversen Hesse-Matrix bestimmen, wurden für die Entfaltung in dieser Arbeit Methoden der bayesschen Parameterschätzung genutzt. Das Erzeugen einer Stichprobe aus der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung mittels MCMC-Verfahren ist allerdings deutlich rechenintensiver als das einfache Maximieren der Likelihood-Funktion². Jedoch vereinfachen sich sowohl die Bestimmung der Unsicherheiten, als auch das Marginalisieren über Parameter des Modells erheblich. Bei der Bestimmung der Unsicherheiten aus der invertierten Hesse-Matrix wird vorausgesetzt, dass die Likelihood-Funktion um das Minimum der Form einer Gaußverteilung folgt. Eine solche Annahme ist problematisch für Bins mit wenigen Einträgen und bei der Berücksichtigung von systematischen Unsicherheiten. Wird diese Annahme aufgegeben und werden die Unsicherheiten unter Annahme des *Wilks Theorems* bestimmt, muss der hochdimensionale Raum

¹Für den IceCube-Detektor ist die Hochenergie-Erweiterung *IceCube-Gen2* [Aar+17d] in Planung.

²Minimierung: $\mathcal{O}(10^3)$; MCMC: $\mathcal{O}(10^6$ bis $10^8)$ Auswertungen der Likelihood-Funktion

der Modellparameter abgerastert werden³ und die Bestimmung der Unsicherheiten wird ähnlich rechenintensiv, wie bei der Nutzung eines MCMC-Verfahrens.

Eine weitere Änderung des hier genutzten Ansatzes ist, dass eine angepasste Art der Regularisierung genutzt wurde, die schwächere Annahmen für die Lösung der Entfaltung trifft (vergleiche Abschnitt 4.1.1 und Abschnitt A.4.1).

Neu ist auch die Berücksichtigung der systematischen Parameter direkt in der Likelihood-Funktion. Dadurch verbessert sich die Bestimmung der systematischen Unsicherheiten, und es können auf unkomplizierte Weise p -Werte für die Kompatibilität von vorhergesagten Spektren und der Entfaltung von Messdaten bestimmt werden, in die die systematischen Unsicherheiten direkt eingehen⁴.

Für die Optimierung der Regularisierungsparameter wurden Einstellungen ermittelt, bei denen die Entfaltung, möglichst frei von Verzerrungen, das wahre Spektrum der Simulationen liefert. Um dies zu testen, wurden in vielfachen Wiederholungen die p -Werte des wahren Spektrums ermittelt und die Verteilung dieser Werte mit einer Gleichverteilung verglichen. Ein großer Vorteil dieses Verfahrens ist, dass Bin-zu-Bin-Korrelationen berücksichtigt werden.

Die Tests aus Abschnitt 4.4.1 haben Abweichungen der Verteilung des p -Wertes für das wahre Spektrum von einer Gleichverteilung aufgezeigt. Ursächlich dafür ist, dass die Akzeptanz des Detektors vom Zenitwinkel der Ereignisse abhängt. Bei großen Unterschieden zwischen der Zenitverteilung in den Simulationen und in den Daten, die entfaltet werden, wird die Transfermatrix \mathbf{A} für einen leicht anderen Detektor konstruiert. Es konnte darüber hinaus gezeigt werden, dass die Ergebnisse wieder nahezu vollständig unabhängig von der Zenitverteilung des Simulationsspektrums sind, wenn mehrere schmale Zenitbändern entfaltet werden. Bei hinreichend kleinen Zenitbändern ist die Detektorakzeptanz innerhalb des Bandes nahezu konstant und die Entfaltung ist wieder unabhängig von der Zenitverteilung der Ereignisse für \mathbf{A} .

Für die Entfaltung der Messdaten aus dem gesamten Zenitbereich wurde gezeigt, dass das Spektrum, trotz der eben genannten Abhängigkeit, sich nicht ändert, wenn es mit verschiedenen Annahmen zur Bestimmung der Transfermatrix \mathbf{A} entfaltet wird (siehe Abbildung 4.15). Insbesondere das Abflachen des Spektrums bei hohen Energien bleibt erhalten, auch wenn keine astrophysikalische Komponente in den Simulationen vorhanden ist.

³Eine ausführliche Betrachtung der Entfaltung aus einer frequentistischen Sichtweise ist in Abschnitt A.4.2 zu finden.

⁴Eine Erklärung wie in den bisherigen Analysen die Berücksichtigung von systematischen Unsicherheiten und der Test auf Kompatibilität von Vorhersagen mit entfalteteten Daten durchgeführt wurde, ist in [Aar+17e] zu finden.

Nachdem in Kapitel 4 die Ergebnisse der Entfaltung einzeln als Ereignis- und Flussspektrum präsentiert wurden, sind in Abbildung 5.1 und Abbildung 5.2 die Ergebnisse der Entfaltung über den gesamten Zenitbereich und bis zu Energien von 2 PeV (Entfaltung aus Abschnitt 4.4) im Vergleich zu anderen Messungen (5.1) und zu verschiedenen theoretischen Vorhersagen (5.2) gezeigt.

Im Bereich des atmosphärisch dominierten Spektrums (bis etwa 100 TeV) liegen das Ergebnis dieser Arbeit und übrige Entfaltungsergebnisse (ANTARES-Entfaltung [Adr+13b] und Entfaltungen mit IceCube-Daten [Aar+15b; Aar+17e; Aar+16e]) nahe beisammen. Abgesehen von den ersten drei Bins sind alle Punkte bis 100 TeV im Rahmen ihrer Fehler miteinander verträglich. In den ersten drei Bins liegen die Punkte dieser Arbeit tendenziell oberhalb der letzten IceCube-Entfaltungen und damit näher an dem Ergebnis der parametrisierten Fits aus [Aar+16c]⁵.

Der letzte Punkt der ANTARES-Entfaltung liegt etwa bei 100 TeV und reicht somit nicht, in den Bereich in dem ein Abflachen aufgrund einer zusätzlichen astrophysikalischen Komponente sichtbar wäre. Bei der Entfaltung von IceCube-Daten in der 59-*String*-Konfiguration [Aar+15b] (*IC59*-Entfaltung) ist allein aufgrund der geringen Statistik für hohe Energien ebenfalls keine zusätzliche Komponente zu beobachten. Ein weiterer Grund, warum dies selbst bei höherer Statistik für diese Detektor-Konfiguration nicht zu erwarten gewesen wäre, ist, dass die Akzeptanz für horizontale Ereignisse durch den *herzförmigen* Grundriss⁶ des Detektors im Vergleich zum vollständigen Detektor deutlich niedriger war. Da jedoch für Neutrinos für Energien ab 100 TeV die Erde nahezu undurchlässig wird, hat die Akzeptanz des Detektors in der 59-*String*-Konfiguration [Aar+15b] die Messung des astrophysikalischen Flusses extrem erschwert. Das ist ein konkretes Beispiel für die in Abschnitt 4.2.5 diskutierten, grundsätzlichen Schwierigkeiten beim Vergleich verschiedener Entfaltungen miteinander. Zusätzlich werden bei den Entfaltungen unterschiedliche Energien zur Gewichtung mit E^2 genutzt, was ebenfalls zu Unterschieden in der Darstellung führen kann.

Die Entfaltung der Daten des Detektors in der 79-*String*-Konfiguration [Aar+17e] (*IC79*-Entfaltung) liegt in den ersten drei Bins deutlich unterhalb der Ergebnisse dieser Arbeit. Eine mögliche Erklärung ist, dass bei der Separation dieser Arbeit eine bessere Akzeptanz für niederenergetische Ereignisse, die horizontal in den Detektor kommen, erreicht wurde. Wie bei den Entfaltungen der Zenitbänder zu sehen ist,

⁵Für den atmosphärischen Fluss wurde in der Analyse aus [Aar+16c] ein Skalierungsfaktor für die Vorhersage aus [Hon+07] angepasst. Das heißt, da in der Analyse kein prompter Beitrag gemessen werden konnte, entspricht das Ergebnis der Analyse bis zu Energien, bei denen der astrophysikalische Fluss anfängt zu dominieren, der Vorhersage aus [Hon+07].

⁶Der Grundriss wurde mit den 20 zusätzlichen *Strings* in der 79-*String*-Konfiguration zu einem Hexagon aufgefüllt.

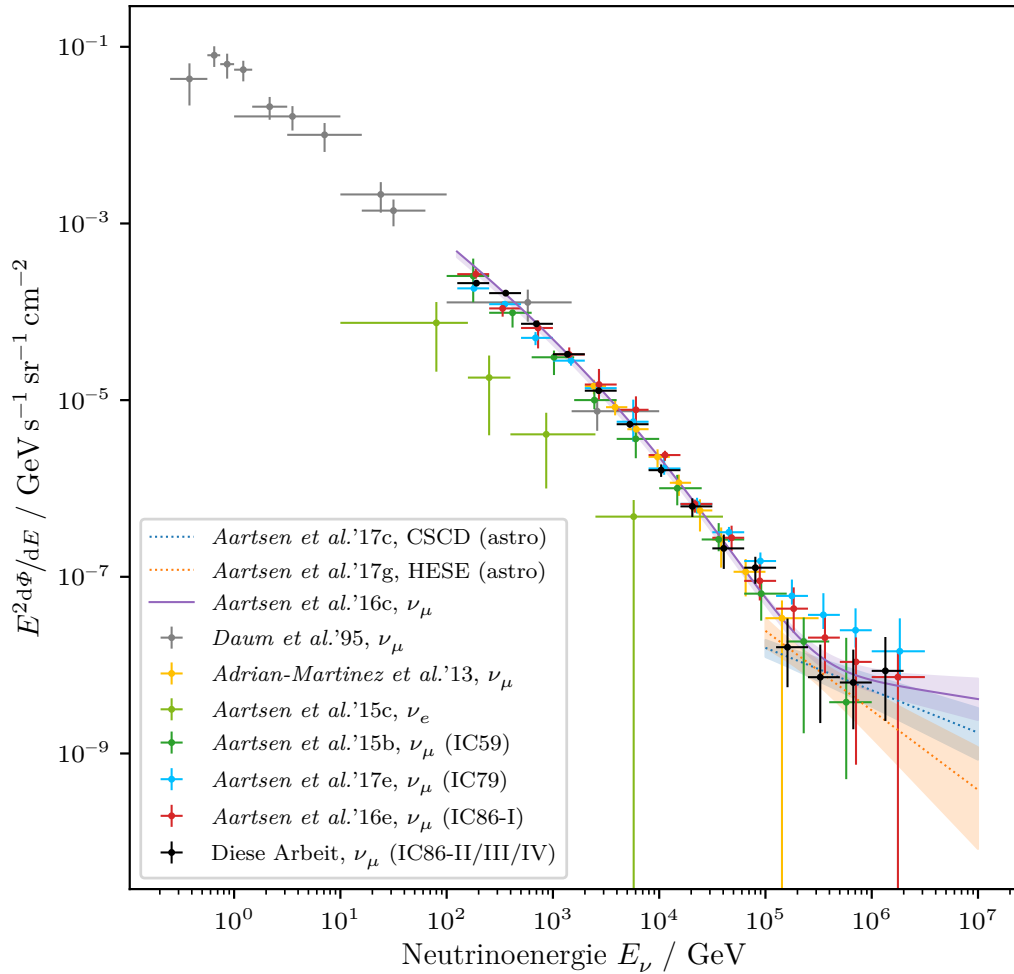


Abbildung 5.1: Verschiedene Messungen des Neutrinoflusses mit ihren Unsicherheiten (Fehlerbalken bzw. Fehlerbänder). Die Ergebnisse dieser Arbeit sind als schwarze Punkte dargestellt. Die violette Linie zeigt das Ergebnis aus [Aar+16c], in dem der atmosphärische Fluss von Myonenneutrinos mit 8 Messjahren des IceCube-Detektors bestimmt wurde. Als aktuellste Messung mit der größten Statistik bildet diese Analyse die zuverlässigste Referenz zu der im Rahmen dieser Arbeit angefertigten Analyse. Die Entfaltung von IceCube-Daten des ersten Messjahres in der 86-String-Konfiguration [Aar+16e] ist mit roten Punkte dargestellt. Weitere Entfaltungen von IceCube-Daten sind: Daten in der 79-String-Konfiguration [Aar+17e] (türkis) und in der 59-String-Konfiguration [Aar+15b] (dunkelgrün). Messungen des atmosphärischen Myonenneutrinos mit anderen Detektoren sind in gelb (ANTARES) [Adr+13a] und grau (Fréjus) [Dau+95] dargestellt. Die hellgrünen Punkte zeigen das atmosphärische Spektrum von Elektronenneutrinos gemessen mit dem IceCube-Detektor [Aar+15c]. Die gestrichelten Linien (orange [Aar+17g], blau [Aar+17c]) zeigen aktuelle Ergebnisse zur Messung der astrophysikalischen Komponente. Beide Analysen nutzen Ereignisse aller Neutrinofamilien.

liegt der atmosphärische Fluss für einen Zenit nahe an 90° etwa einen Faktor 2 höher als für den Fluss durch die Erde. Für Energien zwischen 1 TeV und 100 TeV sind alle Punkte im Rahmen ihrer Unsicherheit miteinander verträglich. Ab Energien 100 TeV liegt der Fluss der *IC79*-Entfaltung bis auf den letzten Bin oberhalb der Entfaltung dieser Arbeit. Dieser Unterschied ist größer als die Unsicherheiten der Analysen, die für beide in der Hochenergie statistisch dominiert sind, erwarten lassen. Die Ergebnisse der Entfaltung des ersten Jahres des IceCube-Detektors in der *86-String*-Konfiguration [Aar+16e] (*IC86-I*) sind mit dem Ergebnis dieser Arbeit kompatibel.

Die Punkte ab 100 TeV dieser Arbeit zeigen eine gute Übereinstimmung mit der Messung der astrophysikalischen Komponente für Myonenneutrinos aus [Aar+16c]. Wie auch Abbildung 5.1 zu entnehmen ist, liegen die verschiedenen Messungen des astrophysikalischen Flusses der IceCube-Kollaboration im leichten Widerspruch zueinander [Aar+17c; Aar+17g]. Während Analysen, die vornehmlich Kaskaden für die Messung nutzen, einen spektralen Index von $\gamma = -2.92_{-0.29}^{+0.33}$ [Aar+17g] bzw. $\gamma = -2.48 \pm 0.08$ [Aar+17c] messen, wurde auch in der letzten Erweiterung der Messung aus [Aar+16c] um 2 weitere Jahre ein flacherer spektraler Index von $\gamma = -2.19 \pm 0.10$ [Aar+17a] für spurartige Myonenneutrinos bestätigt. Die Diskussion über den Ursprung dieses Unterschiedes ist zum Zeitpunkt des Verfassens dieser Arbeit nicht abgeschlossen. Wichtig ist zu beachten, dass die Analysen von Kaskaden und spurartigen Ereignissen ihre Signifikanz aus unterschiedlichen Energiebereichen beziehen, und somit die Diskrepanz ein Hinweis auf einen Bruch des Spektrums sein könnte⁷. Die Unsicherheiten der Entfaltungen sind für die hochenergetischen Bins zu hoch, um eindeutige Ergebnissen zu bekommen, jedoch zeigt der letzte Punkt momentan eher eine Tendenz zu einem flachen Spektrum und liegt in der Nähe des Ergebnisses aus [Aar+16c].

Bei dem Vergleich der Entfaltungsergebnisse (siehe Abbildung 5.2) mit theoretischen Vorhersagen, zeigt sich auf den ersten Blick kein direkter Widerspruch zu einer der Vorhersagen. Es bestätigt sich, dass die Entfaltungspunkte nicht durch einen rein atmosphärischen Fluss beschrieben werden können. Die verschiedenen Vorhersagen für den astrophysikalischen Fluss liegen alle innerhalb der Unsicherheit der Entfaltung bzw. unterhalb der oberen Grenze von *Mannheim* [Man95].

Bei den Tests der Kompatibilität von Testspektren mit den Entfaltungsergebnissen hat sich eine deutliche Differenz zwischen der Entfaltung und den Vorhersagen in den ersten Bins aller fünf Entfaltungen gezeigt. Durch die Tests in Abschnitt 4.4.1 konnte zuvor gezeigt werden, dass die Bestimmung der p -Werte funktioniert und

⁷Bisher konnte in keiner der Analysen dieser Bruch im Spektrum nachgewiesen werden. Neue Erkenntnisse können für kombinierte Analysen, wie sie beispielsweise in [Aar+15a] durchgeführt wurde, erwartet werden.

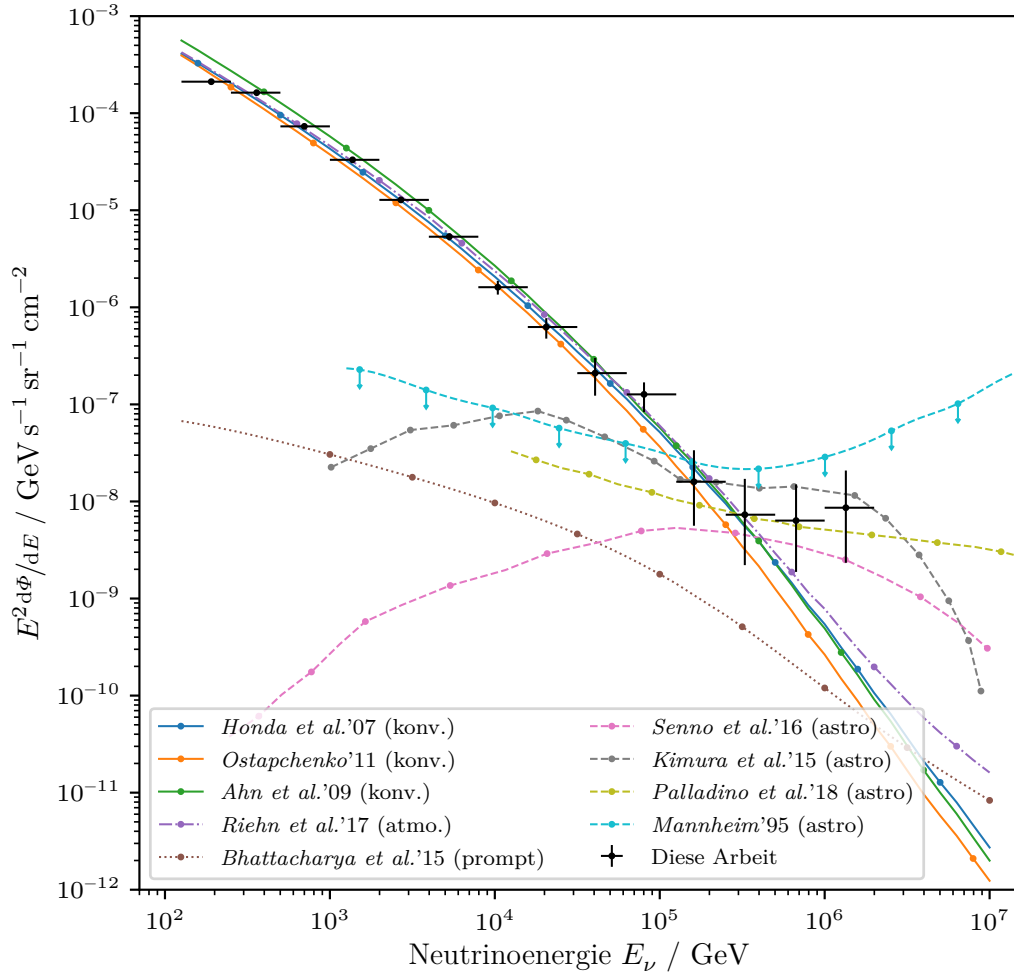


Abbildung 5.2: Überblick über theoretische Vorhersagen für die verschiedenen Komponenten des Flusses von Myonenneutrinos. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind als schwarze Punkte dargestellt. Für alle atmosphärischen Modelle (prompt und konventionell) wurde das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] genutzt. Die Wechselwirkungsmodelle für einen rein konventionellen Fluss sind: *Honda et al.* [Hon+07], *Ostapchenko* [Ost06; Ost11] (*QGSJET-II*) und *Ahn et al.* [Ahn+09] (*SIBYLL-2.1*). Das dargestellte Wechselwirkungsmodell *Bhattacharya et al.* [Bha+15] (*BERSS*) beschreibt ausschließlich Prozesse des prompten Neutrinoflusses. Der Fluss von *Riehn et al.* [Rie+15; Rie+17] (*SIBYLL-2.3c*) ist der Nachfolger von *SIBYLL-2.1* und enthält neben einer aktualisierten Beschreibung für konventionelle auch prompte Prozesse. Die dargestellten rein astrophysikalischen Flussvorhersagen sind: *Senno et al.* [SMM16] (*choked LL GRB*), *Palladino et al.* [PW18] (*TDE + SBG*), *Kimura et al.* [KMT15] (*LL AGN*) und die obere Grenze von *Mannheim* [Man95]. Alle Vorhersagen wurden für die effektive Fläche dieser Arbeit ausgewertet. Das Vorgehen ist in Abschnitt 4.2.5 beschrieben.

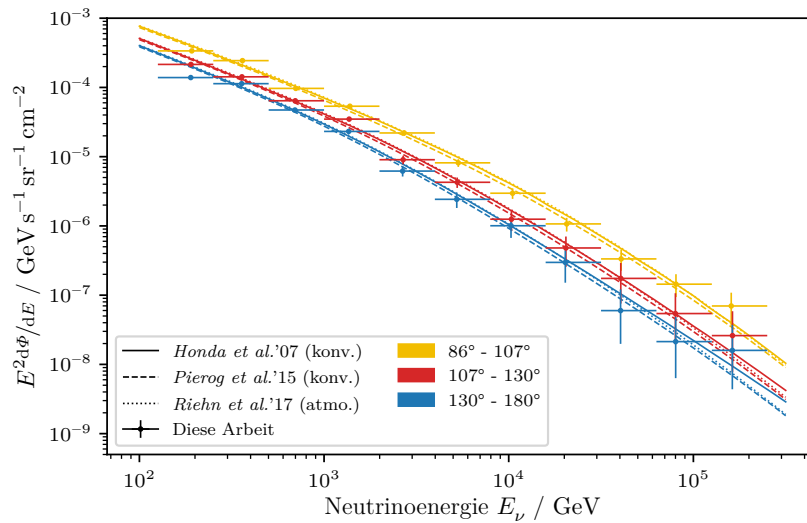
statistisch sinnvolle Ergebnisse liefert. Auch konnte für die Entfaltung der Messdaten gezeigt werden, dass die Form des Spektrums nahezu unabhängig von dem Spektrum ist, dass für die Bestimmung von \mathbf{A} genutzt wird. Auch für die Modellierung der systematischen Unsicherheiten konnte gezeigt werden, dass für die Entfaltung, abgesehen von minimalen Abweichungen, die richtigen systematischen Parameter gefunden wurden. Folglich muss für die Ursache dieser Abweichung entweder von einer zusätzlichen, bisher nicht berücksichtigten systematischen Unsicherheit oder von einer tatsächlichen Abweichung des wahren Spektrums von den Vorhersagen ausgegangen werden.

Wie in Abbildung 5.1 zu sehen, haben auch die vorherigen Entfaltungen einen ähnlichen Fluss in den ersten Bins gemessen. Das legt nahe, dass eine vergleichbare Diskrepanz in vorherigen Analysen auch vorhanden war, jedoch erst in dieser Analyse durch die kleinen Unsicherheiten und die neue Testmethode so deutlich gezeigt werden kann. Die Unsicherheiten der Vorhersagen liegen bei den Energien der Diskrepanz zwischen 20 % bis 40 % [FBD12]. Diese Unsicherheiten allein reichen nicht aus, um die Diskrepanz zu erklären.

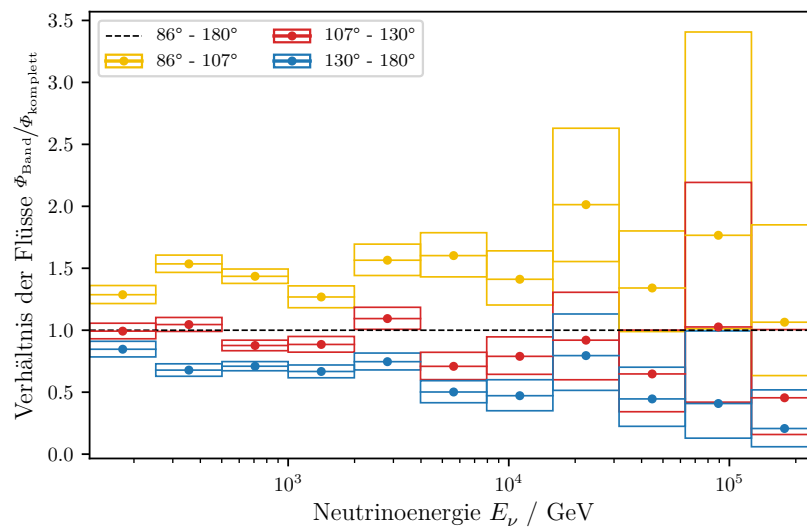
Für die IceCube-Messdaten nach dem hier untersuchten Zeitraum wurden einige Veränderungen an dem Eismodell und der Detektorsimulation vorgenommen. Auch wenn es bislang keine Hinweise darauf gibt, dass diese mittlerweile bekannten, jedoch hier nicht berücksichtigten, Effekte zu dieser Diskrepanz führen, sollte die Bestätigung der Diskrepanz mit verbesserten Simulationen abgewartet werden.

Im zweiten Durchlauf der Tests, bei denen die ersten fünf Bins auf das Ergebnis der Entfaltung gesetzt wurde und nur die hinteren Bins auf die Werte der Testspektren gesetzt wurden, konnten p -Werte größer als 0 berechnet werden. Die Ergebnisse sollten mit Vorsicht betrachtet werden, solange der Ursprung der Diskrepanz in den ersten Bins nicht weiter untersucht wurde. Eine deutliche Tendenz zeichnet sich jedoch schon ab und zwar, dass sich die p -Werte in den Tests erhöht haben, wenn zu einem rein atmosphärischen Fluss eine astrophysikalischer Fluss hinzugefügt wurde. Auch scheint der Test einen flacheren Index (astrophysikalische Komponente aus [Aar+16c]) gegenüber einem steilen Index (astrophysikalische Komponente aus [Aar+17g]) zu bevorzugen.

In der Abbildung 5.3 sind die Flusspektren im Vergleich zu einer Vorhersage des atmosphärischen Flusses (Abbildung 5.3a) und im Vergleich zueinander dargestellt (Abbildung 5.3b). Der Verlauf der Entfaltungen passt abgesehen vom ersten Bins zu den theoretischen Vorhersagen. Auch die Verhältnisse zueinander entsprechen den Erwartungen. Wie bereits diskutiert, ist die Aussagekraft der Test zu Kompatibilität der Testspektren mit der Entfaltung in der Arbeit begrenzt.



(a) Flussspektren gewichtet mit E^2 im Vergleich zur zum rein atmosphärischen Fluss aus [Hon+07; Rie+17; Rie+15].



(b) Verhältnis der Spektren der Zenitbänder im Vergleich zur Referenzentfaltung.

Abbildung 5.3: Vergleich der Flüsse in den verschiedenen Zenitbändern. Oben sind die Flüsse gewichtet mit E^2 , jeweils im Vergleich zum rein atmosphärischen Fluss [Rie+17; Rie+15], gezeigt. Die Flussvorhersage wurde für die entsprechenden Zenitbänder berechnet. In der unteren Abbildung sind die Flüsse relativ zum Fluss der Referenzentfaltung dargestellt.

Vergleicht man die Ergebnisse für die systematischen Parameter⁸ in der Entfaltung, zeigt sich in allen Entfaltungen der gleiche Trend. Die DOM-Effizienz liegt zwischen $(100.0 \pm 0.6) \%$ bis $(102.4 \pm 0.3) \%$ und damit höher als der Referenzwert der Simulationen ($\epsilon_{\text{DOM}}^{\text{sim.}} = 99 \%$). Dazu passend liegt der Absorptionskoeffizient mit Werten zwischen $(95.0 \pm 0.5) \%$ bis $(98.1 \pm 0.3) \%$ stets unterhalb des Wertes $\alpha_{\text{ice}}^{\text{sim.}} = 100 \%$. Einzig beim Streukoeffizient ist ein deutlicher Ausreißer zu beobachten. Bei vier der fünf Entfaltungen liegen die die Werte zwischen $(95.3 \pm 0.5) \%$ bis $(98.5 \pm 0.7) \%$ und damit unterhalb des Referenzwertes von $s_{\text{ice}}^{\text{sim.}} = 100 \%$. Dazu im Gegensatz ergab die Entfaltung der Ereignisse zwischen 130° und 180° einen Koeffizienten von $s_{\text{ice}} = (103.2 \pm 0.7) \%$.

Sowohl der deutliche Ausreißer, als auch die Tatsache, dass die Ergebnisse untereinander nicht kompatibel sind, weisen darauf hin, dass es weitere nicht berücksichtigte systematische Unsicherheiten in den Simulationen gibt. Anzumerken ist, dass der deutliche Ausreißer in dem Zenitband mit den größten Zenitwinkeln aufgetreten ist. Da das Eis am Südpol über die Jahrtausende in Schichten entstanden ist, verändern sich die Eigenschaften des Eises mit der Tiefe im Eis. Gutes Beispiel für die Unterschiede im Eis ist die Staubschicht in einer Tiefe von 2000 m bis 2100 m [Ack+06]. Ereignisse aus Band 3 durchlaufen aufgrund ihres Zenitwinkels die meisten unterschiedlichen Eisschichten und sind dadurch vermeintlich am anfälligsten für systematische Fehler ist der Beschreibung des Eises.

⁸Wie auch in Kapitel 4 beziehen sich die Prozentwerte für die systematischen Parameter auf Werte, die intern in der IceCube-Kollaboration als 100 % definiert wurden.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Hauptziel der Arbeit war die Bestimmung des Energiespektrums atmosphärischer Myonneutrinos mit einem modellunabhängigen Entfaltungsansatz zwischen 125 GeV und 2 PeV. Dafür wurde zunächst ein Myonneutrino Datensatz erzeugt. Mit einer Reinheit von $(99.7 \pm 0.3) \%$ und einer Ereignisrate 3.470 MHz liegt die Effizienz der Separation 35 % oberhalb der bisherigen Referenz in IceCube bei identischer Reinheit. Aufgrund der Einzigartigkeit des IceCube-Detektors ist der Datensatz, nicht nur der effizienteste innerhalb von IceCube, sondern auch weltweit der Datensatz mit der höchsten Ereignisrate in diesem Energiebereich. Bei der Erstellung der Analyseketten für die Separation wurde ein großes Augenmerk auf die Automatisierung der Schritte und auf die Möglichkeit zur leichten Anpassung des Datensatzes für weitere Analysen gelegt. Somit bildet dieses Ergebnis der Arbeit einen idealen Ausgangspunkt für eine Vielzahl von Analysen rund um den atmosphärischen Neutrinofluss. Mit der Beobachtung von saisonalen Schwankungen in den Daten wurde das Potential für eine mögliche Anschlussarbeit bereits aufgezeigt.

Auch methodisch wurden Ansätze entwickelt und verbessert, die unabhängig von dieser Arbeit genutzt werden können. Beispiele dafür sind die Klassifikation zur Identifikation von Unterschieden zwischen simulierten und gemessenen Daten und die Weiterentwicklung des energieabhängigen Schnittes auf den Klassifikationswert.

Der in dieser Arbeit genutzte Entfaltungsansatz hat einen etablierten Entfaltungsansatz in einigen wichtigen Punkten erweitert. Es wurde unter anderem eine Methode zur Diskretisierung eines hochdimensionalen Observablenraumes entwickelt. Diese Methode erlaubt es auf einfache Art und Weise die Information einer Vielzahl von Observablen in Ansätzen, die eine gebinnte Likelihood-Funktion nutzen, einfließen zu lassen.

Eine weitere wichtige Verbesserung ist die Integration von systematischen Parametern in die Likelihood-Funktion der Entfaltung. Dadurch konnte der systematischen Unsicherheiten auf die Entfaltung deutlich verringert werden. Auch wurde eine neue Methode zum Testen der Kompatibilität beliebiger Spektren mit dem Ergebnis der Entfaltung entwickelt, die stark von den verringerten Unsicherheiten profitiert.

Die Entfaltung des atmosphärischen Myonneutrinospektrums wurde über den gesamten Zenitbereich und in verschiedenen Zenitbändern durchgeführt. Es konnte

gezeigt werden, dass das Ergebnis unabhängig von dem Spektrum in den Simulationen ein deutliches Abflachen für Energien > 100 TeV zeigt. Dieses Abflachen ist kompatibel mit den aktuellsten Messungen des astrophysikalischen Flusses. Auch scheint das Abflachen eher einem flachen spektralen Index zu folgen und damit die aktuellsten der Ergebnisse bei der Messung mit Myonenneutrinos zu bestätigen. Das bedeutet auch, dass das Ergebnis ebenfalls die Beobachtung unterschiedlicher spektraler Indices bei Messungen mit spurartigen und kaskadenartigen Ereignissen stützt. Jedoch kann aufgrund der großen statistischen Unsicherheiten der letzten Datenpunkte der Entfaltung nur von einer Tendenz gesprochen werden.

Für die ersten Datenpunkte wurde bei allen Ergebnissen in dieser Arbeit eine Diskrepanz zwischen dem Entfaltungsergebnis und den theoretischen Vorhersagen gemessen. Dass Entfaltungsergebnisse für Energien um 200 GeV unterhalb der Vorhersagen für diesen Bereich liegen, konnte bereits in den Vorgängeranalysen beobachtet werden. Jedoch konnte erst mit dieser Analyse der Unterschied durch kleinere Unsicherheiten auf die Entfaltung mit dieser Deutlichkeit gezeigt werden.

Innerhalb der nächsten Monate werden durch eine Reprozessierung archivierter Daten insgesamt sieben Messjahre des IceCube-Detektors in der 86-*String*-Konfiguration zur Verfügung stehen. Durch die Reprozessierung werden kleine Unterschiede, die es beim Betrieb des Detektors in den Zeitraum gab, egalisiert. Das erlaubt es, die Jahre als einen einzelnen Datensatz zu prozessieren und zu entfalten. Bei der Anwendung der Separation dieser Arbeit liegt die zu erwartende Zahl an Ereignissen knapp unter 750 000. Mögliche Veränderungen der Analyse auf der Grundlage des vergrößerten Datensatzes sind, dass in dem selben Energiebereich mehr Datenpunkte entfaltet werden, um das Spektrum feiner aufzulösen. Gegebenenfalls ist es auch möglich, dass ein bis zwei zusätzliche Punkte oberhalb der aktuellen Energiegrenze hinzugefügt werden. Auch wenn das Spektrum in mehr als 3 Zenitbereichen entfaltet werden könnte, sind durch die unterschiedlichen Zenitabhängigkeiten der verschiedenen Komponenten des Spektrums neue und spannende Erkenntnisse zu erwarten.

Neben der vergrößerten Datenmenge enthalten auch die zu den Daten passenden Simulationen einige wichtige Verbesserungen. Unter anderem wurde ein neues Eismodell genutzt und systematische Datensätze mit Variationen des Eises im Bohrloch rund um die DOMs erzeugt. In den Ergebnissen dieser Arbeit gab es mehrere Hinweise darauf, dass neben den bereits berücksichtigten systematischen Parametern weitere unberücksichtigte Effekte vorhanden sind. Gerade für die Untersuchung der Diskrepanz zwischen den theoretischen Vorhersagen und den ersten Punkten der Entfaltung wird eine erneute Entfaltung mit verbesserten Simulationen wichtige neue Informationen liefern.

A Anhang

Im Hauptteil sind die gelieferten Erklärungen und Hintergrundinformationen auf die für das Verständnis der Arbeit essentiellen Aspekte konzentriert. In den folgenden Abschnitten des Anhangs wird detaillierter auf technische Details und auf Variationen bzw. Tests der einzelnen Schritte der Analyse eingegangen.

Der gesamte Aufbau des Anhangs spiegelt dabei die Struktur des Hauptteils wieder. Wird in Kapitel 1 eine Einleitung mit einer ersten physikalischen Motivation gegeben, wird in Abschnitt A.1 auf die genutzte Software eingegangen und die technischen Voraussetzungen zur Reproduktion der Ergebnisse erläutert. Im zweiten Abschnitt A.2 werden analog zu den physikalischen Grundlagen in Kapitel 2 die algorithmischen Grundlagen geliefert und die wichtigsten, verwendeten Techniken, losgelöst von der konkreten Anwendung in dieser Arbeit, erläutert.

Ab Abschnitt A.3 beziehen sich die Inhalte des Anhangs unmittelbar auf die Ergebnisse des Hauptteils. Auch die Nummerierung der Abschnitte ist identisch. Beispielsweise sind Ergänzungen zu Abschnitt 3.2.2 in Abschnitt A.3.2 zu finden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass beim Verfassen der Abschnitte des Anhangs davon ausgegangen wird, dass dem Leser die Kapitel des Hauptteils bekannt sind.

A.1 Reproduzierbarkeit

Die Ausführungen in den folgenden Abschnitten sollen helfen, die Analyse für Dritte vollständig reproduzierbar und erweiterbar zu machen. Entsprechend technisch ist das gesamte Kapitel gehalten. Es werden grundsätzliche Kenntnisse in Python, Git und der IceCube Software(-umgebung) vorausgesetzt.

Alle Schritte in dieser Arbeit wurden in Python (Version 2.7) implementiert und befinden sich in einem Git-Verzeichnis. Zu finden ist das Verzeichnis unter https://github.com/mbrner/multiyear_analysis. Sofern nicht anders erwähnt, beziehen sich die im Folgenden genannten Pfade auf Pfade innerhalb des Verzeichnisses. Python-Bibliotheken die nahezu in allen Skripten genutzt wurden sind: NumPy [Oli06], SciPy [Oli07] und matplotlib [Hun07].

A.1.1 Reproduktion der Ereignisselektion

In Abbildung A.1 ist der Ablauf der Ereignisselektion dargestellt. Bevor mit der eigentlichen Selektion gestartet werden kann, müssen die Softwareabhängigkeiten installiert werden. Für die gesamte Arbeit wurde die Python-Version `py2-v2` aus dem offiziellen IceCube `cvmfs`-Verzeichnis genutzt. Unter `software_version/build_icerec.sh` befindet sich ein Skript, mit dem die genutzte Version der IceCube-Software kompiliert wird. In dem selben Verzeichnis befindet sich die Datei `requirements_py2.txt`, sie enthält die nötigen Python-Pakete, die mittels

```
pip install -r requirements_py2.txt
```

installiert werden können. Einzige zusätzliche Abhängigkeit ist, dass die Software R (genutzte Version: 5.1.3) benötigt wird.

Nach Installation der benötigten Software sollte das Skript

```
utils/init_multiyear_analysis.py
```

ausgeführt werden. Das Skript startet einen Dialog, mit dessen Hilfe die letzten, systemabhängigen Einstellungen gesetzt werden.

Sobald alle Einstellungen getroffen wurden, kann der erste Schritt der Selektion mit

```
python process_level_4.py -d <dataset_id>(::<dataset_name>)
```

gestartet werden. Mit diesem Skript wird die Prozessierung der verschiedenen Datensätze auf *Level 4* gestartet. Für `dataset_id` muss die Identifikationsnummer des Datensatzes eingetragen werden. Mit dem optionalen, durch zwei Doppelpunkte abgetrennten `dataset_name` kann zwischen verschiedenen Varianten eines Datensatzes unterschieden werden. Datensätze werden als einfache Textdateien unter `resources/datasets` definiert. Konzipiert wurde dieser Schritt für den offiziellen Großrechner (*NPX*) der IceCube-Kollaboration. Wird die Software dort ausgeführt werden automatisch alle benötigten Dateien erzeugt und die *Jobs* abgeschickt¹. Die Prozessierung auf *Level 4* basiert auf den *i3*-Dateiformat der IceCube-Daten. Den prozessierten Dateien wird ein zusätzlichen *g-Frame* hinzugefügt, das die Details des Git-Verzeichnisses enthält, mit denen jeder Zeit die Software auf den Zeitpunkt der Prozessierung zurückgesetzt werden kann.

¹Voraussetzung ist, dass der passwortlose Zugang auf den *Submitter* über *ssh* eingerichtet ist.

Git Repository: https://github.com/mbrner/multiyear_analysis

Benötigte Python-Pakete:
`software_versions/requirements.txt`
 Benötigtes IceRec-Projekt bauen:
`software_versions/build_icerec.sh`
 System Config und Ordnerstruktur erstellen:
`utils/init_multiyear_analysis.py`

„GoodRunList“
 Database 
`utils/parse_grls.py`

`analyses/multiyear_unfolding.ini`

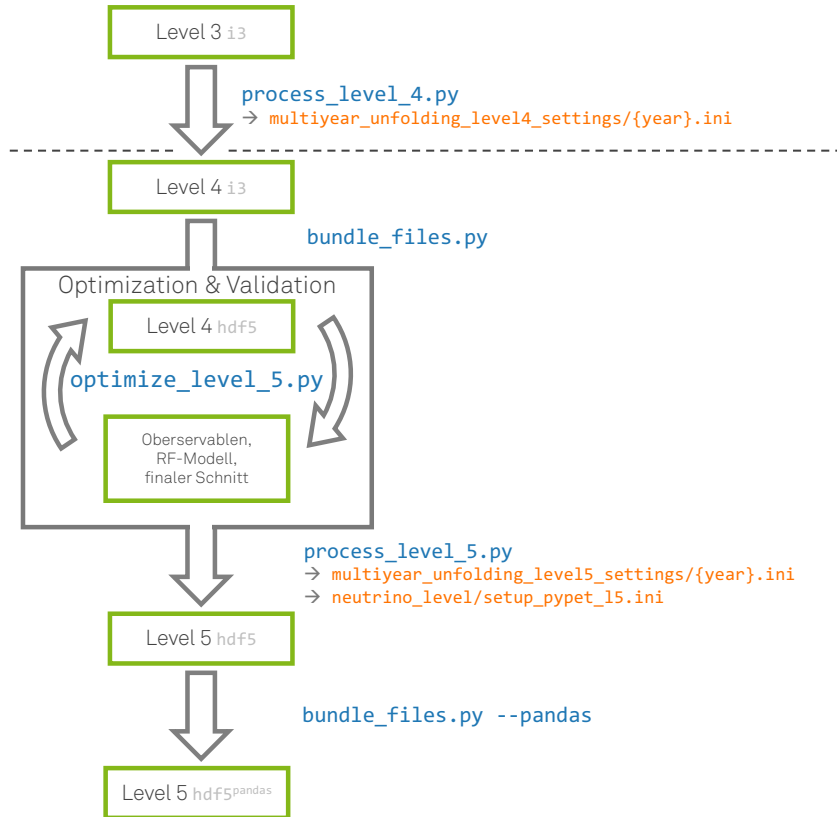


Abbildung A.1: Ablauf der Skripte und Befehle zur Reproduktion der Ereigniselektion. Orangefarbige Pfade bezeichnen Dateien mit Einstellungen zu den einzelnen Schritten. Sie befinden sich in dem Unterordner `multiyear_analysis/resources`. Die auszuführenden Skripte (blau) liegen im Hauptverzeichnis.

Die nachfolgenden Schritte nutzen HDF5-Dateien. Um die prozessierten *Level 4*-Dateien umzuwandeln, muss das Skript

```
python bundle_files.py -d <dataset_id>(::<dataset_name>) -l 4
```

ausgeführt werden. Mit der Option `-N` kann die Anzahl der i3-Dateien, die zu einer HDF5-Datei zusammengefasst werden sollen, festgelegt werden.

Der nächste Schritt ist die Optimierung des in Abschnitt 3.2, Abschnitt 3.3 und Abschnitt 3.4 beschriebenen Vorgehens. Ziel der Optimierung ist es, passende Einstellungen für die Prozessierung der Dateien auf *Level 5* zu finden. Die Optimierung erfolgt in drei Schritten:

```
python optimize_level5.py -s feature_selection
python optimize_level5.py -s classification
python optimize_level5.py -s confidence_cut
```

die nacheinander ausgeführt werden. Die Ergebnisse werden als HDF5-Dateien gespeichert, in denen zusätzlich zu den Ergebnissen die genutzten Einstellungen und die Details des Git-Verzeichnisses mit abgespeichert werden. Zusätzlich wird eine Vielzahl an Abbildungen zur Kontrolle der Ergebnisse erzeugt, von denen viele in Kapitel 3 gezeigt sind. Um das Testen vieler verschiedener Einstellungen zu vereinfachen, wurde die Python-Bibliothek `pypet` [MO16] genutzt.

Die Standardeinstellungen aller Schritte erzeugen die Separation in der Form, wie sie in Kapitel 3 präsentiert wird.

Die *Level 4*-HDF5-Dateien können durch die Ausführung des Skriptes

```
python process_level5.py -d <dataset_id>(::<dataset_name>)
```

auf *Level 5* prozessiert werden. Die HDF5-Dateien werden um eine Tabelle erweitert, die für jedes Ereignis ein Attribut enthält, das angibt, ob das Ereignis Teil des finalen Datensatzes ist.

Für die in dieser Arbeit präsentierten Ergebnisse, wurden die Schritte der Separation bis zu dem Punkt, am dem die *Level 4*-Daten in HDF5-Dateien verwandelt werden, auf dem Großrechner *NPX* ausgeführt. Die Schritte zur Optimierung der *Level 5*-Prozessierung und ihre Anwendung wurden auf einem Rechner (*Vollmond*) mit *Scientific Linux 7* ausgeführt. Vollständige Listen der genutzten Python-Pakete auf beiden Rechnern sind unter `software_versions/L4_processing/used_python_packages.txt` bzw. `software_versions/L5_processing/used_python_packages.txt` zu finden.

A.1.2 Reproduktion der Entfaltung

Im nächsten Schritt der Analyse erfolgt die Entfaltung der *Level 5*-Daten. Der Startpunkt für die Entfaltung sind die Daten auf *Level 5* als HDF5-Dateien. Für die Reproduktion der Entfaltung werden die Simulationen der Myonenneutrinos und die Messdaten benötigt. Die Abfolge der Skripte zur Reproduktion der Entfaltung ist in Abbildung A.2 dargestellt.

Der erste Schritt führt die in Abschnitt 4.3 präsentierte Observablenauswahl aus. Dazu wird nächst die Observablenauswahl der Separation für die *Level 5*-Daten wiederholt. Sie wird mit dem Skript

```
python feature_selection_unf.py
```

gestartet. Mit den Standardeinstellungen liefert es 60 Observablen, die mittels des *mRMR*-Algorithmus ausgewählt werden.

Für die nachfolgenden Schritte wird das Dateiformat geändert. Dafür muss der Prozess, der zur Konvertierung der i3-Dateien in HDF5-Dateien ausgeführt wurde, mit der zusätzlichen Option `--pandas` aufgerufen werden. Mit der Option `-s` kann die Tabelle in den HDF5-Dateien spezifiziert werden, die die Ergebnisse der Separation enthält.

```
python bundle_files.py -d <dataset_id>(::<dataset_name>) --pandas  
  <name>.hdf5 -s <separations_table> <feature_selection>.txt
```

Als Argument können dem Skript txt-Dateien übergeben werden, die die Namen der Observablen enthalten, die für die Daten abgespeichert werden sollen. Der Prozess erzeugt ein `pandas.DataFrame`, das unkompliziert und schnell mit Hilfe der Python-Bibliothek `pandas` [McK10] eingelesen werden kann. Zusätzlich können durch das Spezifizieren eines Separationsergebnisses (Option `-s`) nur die Ereignisse abgespeichert werden, die Teil des finalen Datensatzes sind. Die weiteren Schritte erwarten, dass alle Datensätze in einer einzelnen HDF5-Datei gespeichert werden.

Der nächste Zwischenschritt erweitert die gespeicherten `pandas.DataFrames` um Spalten, die Gewichte für die Ereignisse entsprechend verschiedener Vorhersagen enthalten.

```
python weight_pandas_table.py -d <dataset_id>(::<dataset_name>) -i  
  <name>.hdf5
```

Git Repository: https://github.com/mbrner/multiyear_analysis

Benötigte Python-Pakete:
software_versions/requirements.txt

Ausgangspunkt sind die Daten nach der Separation auf Level5

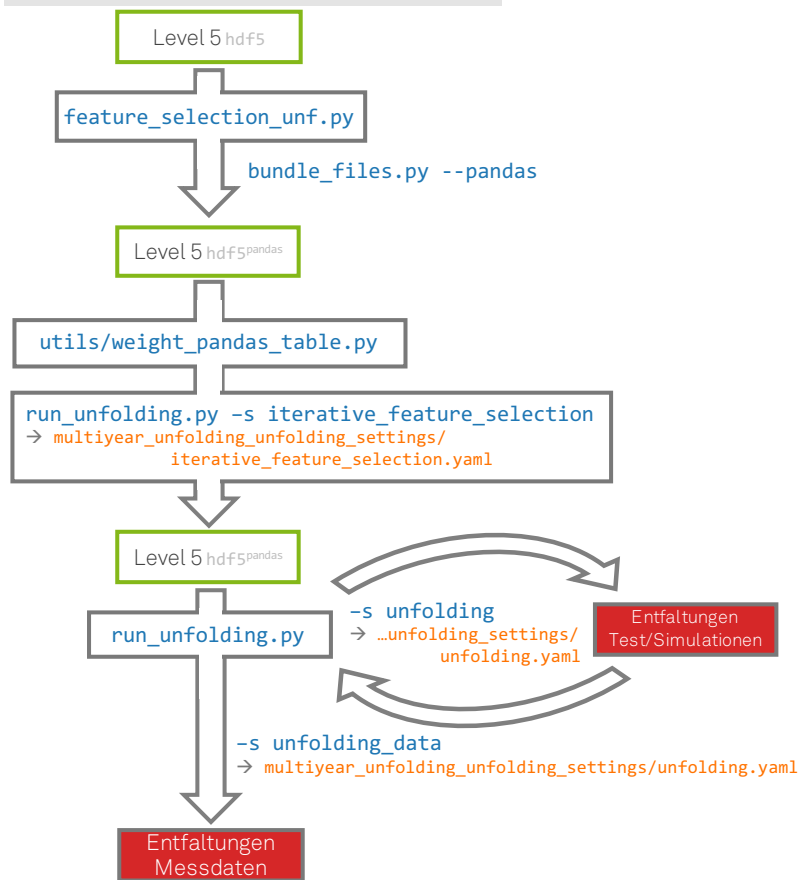


Abbildung A.2: Ablauf der Skripte und Befehle zur Reproduktion der Entfaltung. Orangefarbige Pfade bezeichnen Dateien mit Einstellungen zu den einzelnen Schritten. Sie befinden sich in dem Unterordner `multiyear_analysis/resources`. Die auszuführenden Skripte (blau) liegen im Hauptverzeichnis.

Mit der neu erzeugten HDF5-Datei können die nächsten Schritte gestartet werden. Alle diese Schritte nutzen das `run_unfolding.py`-Skript und bestehen jeweils aus zwei Prozessen: einem Server- und einem Client-Prozess. Der Server-Prozess wird mit der Option `--server` gerufen.

```
python run_unfolding.py -s <step> --server
```

Der Programm erzeugt einzelne Aufgaben, die über das Netzwerk an Client-Prozesse verteilt werden. Die Client-Prozesse müssen mit der IP-Adresse der Rechners, auf dem der Server-Prozess läuft und dem Port, über den die Aufgaben und Ergebnisse ausgetauscht werden, initialisiert werden:

```
python run_unfolding.py -s <step> -j <n_cpus> --port=<port>  
--host=<ip> --identifizier=<client_name>
```

Die IP-Adresse des Rechners wird in die System-Konfigurationsdatei eingetragen. Der genutzte Port wird beim Start des Server-Prozesses ausgegeben. Für die Ergebnisse der Arbeit wurde der LIDO3 Großrechner mit seinem `slurm`-System genutzt. Die Skripte mit denen Rechenressourcen über das `slurm`-System angefordert wurden, sind unter `neutrino_level/unfolding_steps_distributed/job_templates` zu finden.

Grund für diese etwas aufwändigere Struktur ist, dass die nächsten Schritte sehr rechenintensiv sind und durch die genutzte Struktur die Rechenleistung mehrerer Rechner genutzt werden kann. Zur effektiven Nutzung verfügbarer Rechenressourcen können mit der Option `-j` den Client-Prozessen die Anzahl genutzter Rechnerkerne spezifiziert werden.

Nächster Schritt ist die iterative Observablenauswahl bei der die Kondition der Transfermatrix \mathbf{A} minimiert wird. Gestartet wird die Auswahl mit dem bereits erwähnten `run_unfolding`-Skript und der Option `-s iterative_feature_selection`. Die Einstellungen des Schrittes können in der Datei `resources/multiyear_unfolding_unfolding_settings/iterative_feature_selection.yaml` angepasst werden. Neben dem Setzen von Einstellung in der Konfigurationsdatei können beim Start des Server-Prozesses Einstellung mit der Option `--config=<name> <wert>` überschrieben werden.

Mit dem Ergebnis der Observablenauswahl kann anschließend die Entfaltung der Daten durchgeführt werden. Die Einstellungen für die Entfaltung können in der Datei `resources/multiyear_unfolding_unfolding_settings/unfolding.yaml` verändert werden. Die Entfaltung kann in zwei verschiedenen Modi gestartet werden. Der Befehl `run_unfolding.py -s unfolding` startet die Entfaltung, wie sie zur

Optimierung der Regularisierungsparameter und zum Testen verschiedener Spektren genutzt wurde (siehe Abschnitt 4.4.1). In diesem werden weder systematische Parameter, noch die Unsicherheiten der Matrix \mathbf{A} berücksichtigt.

Für die Entfaltung von Messdaten wurde der zweite Modus genutzt, der mit dem Befehl `run_unfolding.py -s unfolding_data` gestartet wird. Durch die zusätzlichen systematischen Parameter im Modell und dem wiederholten Entfalten, um die Fehler auf die Einträge der Transfermatrix \mathbf{A} zu berücksichtigen, dauert die Entfaltung in diesem Modus deutlich länger. Bei beiden Entfaltungsmodi kann über verschiedene Einstellung iteriert werden. Die Einstellung über die iteriert werden soll können dem dem Server-Prozess ein Python-Skript übergeben werden, indem eine Funktion `explore` implementiert wird. Der Rückgabewert der Funktion muss eine `dict` sein, dass die verschiedenen Einstellungen enthält. Über welche Einstellungen iteriert werden kann, ist für die beiden Modi unterschiedlich.

Ein weiterer Unterschied der beiden Modi ist, welche Ergebnisse gespeichert werden. Bei der Entfaltung im Modus für Messdaten wird die Stichprobe der A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten abgespeichert. Dafür wird aus Speicherplatzgründe bei der Entfaltung im ersten Modus verzichtet. Zu allen Ergebnissen wird eine Kopie der Konfigurationsdatei `unfolding.yaml` gespeichert. In dieser befinden sich auch die Details des Git-Verzeichnisses.

A.1.3 Entstandene Python-Bibliotheken

Im Rahmen der Analyse dieser Arbeit wurden einige neue Ansätze und Algorithmen entwickelt. Diese wurden soweit es möglich war in eigene Bibliotheken implementiert, um die Nutzung dieser Techniken unabhängig von der Analyse zu vereinfachen. Insgesamt sind so 4 Bibliotheken entstanden, die im Folgenden kurz vorgestellt werden.

`pydisteval`

In der Python-Bibliothek `pydisteval` wurden verschiedene Techniken und Algorithmen implementiert, die das Ziel haben Vergleiche zwischen Simulationen und Messdaten anzustellen. Allgemeiner gefasst geht um Vergleiche, bei denen überprüft werden soll, ob eine Verteilung (Messdaten) ihrer Erwartung (Simulationen) entspricht.

Besonders hervorzuheben sind dabei die Teile der Bibliothek, die zur Observablenauswahl genutzt wurden, wie sie in Abschnitt 3.2.3 beschrieben ist

```
disteval.cv_test_ref_classification
disteval.evaluation.feature_importance_mad_majority
```

und zur Darstellung von eindimensionalen Verteilungen (siehe Abbildung 3.10).

```
disteval.visualization.comparison_plotter.
```

taco_salad

Die Python-Bibliothek `taco_salad` wurde entwickelt um klassische Lernalgorithmen hintereinander zu schalten. Die Grundidee ist, ähnliche Strukturen wie bei Neuronalen Netzen zu erzeugen, bei denen die Lagen des Netzwerkes nicht aus Neuronen sondern klassischen Lernalgorithmen bestehen. Für die letzte Lage einer solchen Struktur wurde der Algorithmus entwickelt, der für den energieabhängigen Klassifikationswertschnitt aus Abschnitt 3.4 genutzt wurde.

```
taco_salad.toppings.ConfidenceCutter
```

funfolding

In der Python-Bibliothek `funfolding` wurde der in Kapitel 4 beschriebene Entfaltungsansatz implementiert. Die Bibliothek besteht aus drei Hauptmodulen:

```
funfolding.binning
funfolding.model
funfolding.solution
```

Das `binning`-Modul enthält unter anderem den auf einem Entscheidungsbaum basierenden Ansatz zum Diskretisieren eines hochdimensionalen Observablenraumes, wie er in Abschnitt 4.1.2 beschrieben ist. Weitere Methoden des Moduls können genutzt werden, um bei einem mehrdimensionalen äquidistanten Binning, Bins nach verschiedenen Kriterien zusammenzufassen, um die Statistik in den Bins zu erhöhen.

In dem `model`-Modul sind Klassen und Methoden enthalten, welche die Transfermatrix \mathbf{A} für die Entfaltung zu erzeugen. Das Modul enthält verschiedene Varianten bei denen systematische Unsicherheiten berücksichtigt werden können.

Funktionen zur Lösung der Entfaltung mit Minimierungs- und MCMC-Verfahren sind in dem Modul `funfolding.solution` zu finden.

duke_filewalker

Die Python-Bibliothek stellt im Wesentlichen eine Funktion, um über Dateien und Ordner zu iterieren und die Namen der Dateien anhand bestimmter Muster auszuwerten. Die Funktionalität wurde an vielen Stellen genutzt, um Prozesse, die eine Vielzahl von Dateien verarbeiten, zu vereinfachen.

A.2 Methodische Grundlagen

A.2.1 Entscheidungsbäume und baumbasierte Lernalgorithmen

An mehreren Stellen der durchgeführten Analyse wurden baumbasierte Lernalgorithmen genutzt. Die Basis aller baumbasierten Algorithmen ist der Entscheidungsbaum [MS63]. Der Entscheidungsbaum ist ein Lernalgorithmus des überwachten Lernens, der sowohl für Klassifikations- als auch für Regressionsaufgaben genutzt werden kann. Für beide Anwendungen wird zunächst ein Modell ausgebildet, in dem der Entscheidungsbaum mit Daten trainiert wird, bei denen die Klassenzugehörigkeit/das Zielattribut bekannt ist. Das im Training erzeugte Modell besteht aus einer Abfolge von binären Schnitten. Diese Schnitte werden im Training optimiert. Das Training ist ein rekursiver Prozess der häufig auch als *Divide-And-Conquer* bezeichnet wird. Zu Beginn wird auf allen Daten der Schnitt gesucht, der die Daten am besten trennt. Um das zu entscheiden, kommen je nach Implementierung unterschiedliche Kriterien zum Einsatz. In dieser Arbeit wird für Klassifikationen ausschließlich die *gini impurity* I_G und für Regressionen die mittlere quadratische Abweichung MSE genutzt. Das entspricht dem Vorschlag aus [Bre+84] und wird auch häufig als *CART*-Algorithmus bezeichnet. Die Definition der *gini impurity* I_G für eine Menge, die zwei Klassen (0, 1) enthält, ist:

$$I_G = 1 - \sum_{i \in \{0,1\}} p_i^2.$$

p_0 bzw. p_1 ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Element der Menge G zur Klasse 0 bzw. 1 gehört.

Um beim Training den besten Schnitt zu finden, werde alle möglichen Schnitte auf allen vorhanden Observablen getestet. Am Ende wird der Schnitt ausgewählt, für den die Entropie E

$$\begin{aligned} E_{\text{Klass.}} &= I_{\text{all}} - \sum_{i \in \{<, \geq\}} I_i \quad (\text{Klassifikation}) \\ E_{\text{Reg.}} &= \text{MSE}_{\text{all}} - \sum_{i \in \{<, \geq\}} \text{MSE}_i \quad (\text{Regression}) \end{aligned}$$

maximal ist. Der Index *all* bezieht sich auf die Berechnung des Kriteriums mit allen Elementen der Menge vor dem Schnitt und $<$ bzw. \geq auf die Berechnung mit den Teilmengen nach dem Schnitt.

Ist ein Schnitt gefunden, dann wird das selbe Vorgehen mit den entstandenen Teilmengen durchgeführt. Das Training stoppt, wenn entweder kein Schnitt mehr möglich ist, für den $E > 0$ ist. Dies ist der Fall, wenn z.B. alle Elemente zur selben

Klasse gehören. Auch werden häufig zusätzliche Bedingungen gestellt, die von dem Schnitt erfüllt werden müssen, wie z.B. eine maximale Tiefe des Baumes oder eine Mindestanzahl an Elementen in den entstehenden Teilmengen.

Die Vorhersage, die bei der Anwendung eines trainierten Modells gemacht wird, ist die mittlere Klassenzugehörigkeit bzw. der mittlere Zielwert der Elementen, die im Training die selbe Schnittfolge durchlaufen haben.

Feature Importance

Nach dem Training kann das Modell auf den Einfluss der einzelnen Observablen im Training untersucht werden. Eine Kenngröße ist die sogenannte *Feature Importance* F . Um F_k für eine Observable O_k zu berechnen, wird für jede Observable der Wert

$$f_k = \frac{1}{N_{\text{total}}} \sum_{j=1}^{n^{\text{Knoten}}} \begin{cases} N_j^{\text{vorher}} \cdot I_G^{\text{vorher}} - N_j^> \cdot I_G^> - N_j^{\leq} \cdot I_G^{\leq} & \text{falls } O_k \text{ genutzt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet. N^{total} bezeichnet die Anzahl an Ereignissen im Training, N^{vorher} die Anzahl Ereignisse vor dem Schnitt und N^{\leq} bzw. $N^>$ die Anzahl der Ereignisse in den Folgeknoten. Für F werden die Werte f_k so normiert, dass ihre Summe 1 ergibt.

Random Forest

Random Forest [Bre01] (RF) bezeichnet einen Algorithmus, der aus einem Ensemble von Entscheidungsbäumen besteht. Die einzelnen Bäume des RFs werden so trainiert, dass sie möglichst unterschiedlich sind. Das wird durch zwei Erweiterungen erreicht. Zum einen bekommt jeder Baum einen einzigartigen Datensatz, der durch Ziehen mit Zurücklegen aus dem ursprünglichen Datensatz erzeugt wird. Zum anderen steht im Training bei der Suche nach dem besten Schnitt immer nur eine reduzierte Menge an Observablen zur Auswahl. Bei den in dieser Arbeit genutzten Einstellungen stehen immer \sqrt{N} Observablen zur Verfügung, wobei N die Anzahl an Observablen im Ursprungsdatensatz ist. Die Vorhersage des RF ist die über alle einzelnen Bäume gemittelte Vorhersage. Analog wird auch die *Feature Importance* F über alle Bäume gemittelt.

A.2.2 Kreuzvalidierung

Bei der Anwendung jeder Art von Lernalgorithmen ist es wichtig, dass die Daten, mit denen der Algorithmus trainiert wurde, nicht genutzt werden, um ihn zu testen, da z.B. bei vollständig ausgebauten Entscheidungsbäumen oder *Random Forests* die Vorhersage auf den Trainingsdaten perfekt ist. Eine zweite wichtige Frage ist, wie sehr die Qualität des Modells unter statistischen Fluktuationen sowohl der Trainings- als auch Testdaten schwankt. Ein häufig genutztes Schema, um sowohl für alle Trainingsdaten eine Vorhersage zu bekommen, ohne Test- und Trainingsdaten zu mischen und gleichzeitig auf den Einfluss statistischer Schwankungen auf das Modell zu testen, ist die sogenannte *Kreuzvalidierung*.

Bei der Kreuzvalidierung werden die Daten durchgemischt und in n gleich große Teile geteilt. Das Modell wird mit gleichbleibenden Einstellungen n -mal trainiert, wobei $n - 1$ Teile der Daten im Training und ein Teil beim Testen genutzt wird. So wird jeder Teil einmal zum Testen genutzt und jedes Element bekommt eine Vorhersage, ohne dass die Vorhersage verfälscht wird, weil das Element in das Training eingegangen ist. Eine Visualisierung des Schemas ist in Abbildung A.3 dargestellt.

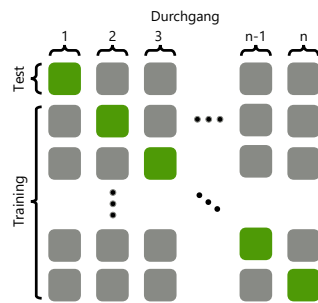


Abbildung A.3: Schematische Darstellung der Kreuzvalidierung.

A.2.3 Bayessche Inferenz und der Metropolisalgorithmus

Ziel der Bayesschen Inferenz ist aus auf der Grundlage von Daten D die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Modellparametern Θ , die in der Bayesschen Statistik Zufallsvariablen sind, zu bestimmen. Diese Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\Theta|D)$ wird entsprechend des *Satz von Bayes* berechnet

$$p(\Theta|D) = \frac{p(D|\Theta)p(\Theta)}{p(D)}. \tag{A.1}$$

In (A.1) ist $p(D|\Theta)$ die sogenannte Likelihood-Funktion (auch häufiger mit der Variable \mathcal{L} bezeichnet). Die Likelihood-Funktion gibt die Wahrscheinlichkeit an, die Daten D unter gegebenen Modellparametern Θ zu messen. Die A-priori-Wahrscheinlichkeit $p(\Theta)$ enthält Vorwissen über die Modellparameter. Wenn kein Vorwissen vorhanden ist oder kein Vorwissen zur Bestimmung von $p(\Theta|D)$ genutzt werden soll, wird eine

uninformative/flache A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung wie z.B. eine Gleichverteilung verwendet. Die Evidenz $p(D)$ ist häufig nicht bekannt und in den hier für diese Arbeit relevanten Fällen konstant. Da sich meist nicht für die absoluten Werte von $p(D|\Theta)$ interessiert, sondern nur für die Werte relativ zu einander, reicht die Betrachtung von

$$p'(\Theta|D) = p(D|\Theta)p(\Theta). \quad (\text{A.2})$$

In den Folgenden Abschnitt wird $p'(\Theta|D)$ der Einfachheit halber als $p(\Theta|D)$ bezeichnet.

Eine analytische Berechnung und Betrachtung von $p(\Theta|D)$ ist in vielen Fällen nicht möglich, deswegen werden z.B. sogenannte *Markov-Chain-Monte-Carlo*-Verfahren (MCMC) eingesetzt, um eine Stichprobe der Verteilung zu erzeugen. Einer der häufigst benutzten MCMC-Verfahren ist der sogenannte Metropolisalgorithmus oder auch Metropolis–Hastings Algorithmus [Met+53].

Der Ansatz des Metropolisalgorithmus² ist es mittels eines sogenannten *Random Walks* Punkte entsprechend ihrer A-posteriori-Wahrscheinlichkeit zu erzeugen. Um von der aktuellen Position $\Theta(t)$ zur nächsten Position $\Theta(t+1)$ zu kommen, wird zunächst eine neue Position Y vorgeschlagen. Der Vorschlag wird aus einer Wahrscheinlichkeitsdichte $Q(Y; \Theta(t))$ gezogen. Die vorgeschlagene Position Y wird mit einer Wahrscheinlichkeit

$$\min\left(1, \frac{p(Y|D) Q(\Theta(t); Y)}{p(\Theta(t)|D) Q(Y; \Theta(t))}\right) \quad (\text{A.3})$$

als nächster Schritt $\Theta(t+1)$ angenommen. Für die Verteilung $Q(Y; \Theta(t))$, aus der der Vorschlag Y gezogen wird, wird in der Regel eine einfach zu berechnende Verteilung, wie beispielsweise eine Gaußverteilung, genutzt. Die Gaußverteilung $Q(Y; \Theta(t))$ hat dann den Mittelwert $\Theta(t)$ und wird für die Position Y ausgewertet. Die Einträge Kovarianzmatrix der Gaußverteilung müssen vor dem Start des Algorithmus gesetzt werden. Ist die A-posteriori-Verteilung N -dimensional enthält die Kovarianzmatrix $N(N-1)/2$ freie Parameter. Diese Parameter bestimmen maßgeblich, wie hoch die Akzeptanzrate³ und die Autokorrelationszeit des Verfahrens sind. Die Autokorrelationszeit bezeichnet die Anzahl an Schritte nach dem zwei Punkte des *Random Walks* als statistisch unabhängig sind.

Hier in der Arbeit wurde eine Variante des Metropolisalgorithmus genutzt, die von *Goodman et al.* [GW+10] vorgeschlagen und in der Python-Bibliothek *emcee* [For+13] implementiert wurde. Bei der Variante wird eine Vielzahl von parallelen *Random*

²Die Erklärung des Algorithmus und die Nomenklatur orientiert sich stark an der Erklärung aus [For+13].

³Die Häufigkeit mit der ein Vorschlag Y als nächster Schritt angenommen wird.

Walks durchgeführt und die Vorschläge Y anhand der Position der anderen *Walker* bestimmt. Durch diese Anpassung kann die Anzahl der einzustellenden Parameter von $N(N-1)/2$ auf einen Parameter reduziert werden⁴.

Häufig enthalten die Modelle zusätzlich zu den Parametern Θ weitere Parameter α . Diese Parameter werden für das Modell benötigt, aber ihr Wert ist nicht von Interesse (häufig als *nuissance parameter* bezeichnet). Ein typisches Beispiel in der Physik sind Parameter die zur Beschreibung von systematischen Unsicherheiten einer Messung benötigt werden. In einem solchen Fall ist die vollständige A-posteriori-Verteilung $p(\Theta, \alpha|D)$. Soll nun der Verteilung nur für die Parameter Θ bestimmt werden, muss über die Parameter α marginalisiert werden:

$$p(\Theta|D) = \int p(\Theta, \alpha|D) d\alpha.$$

Ein großer Vorteil des MCMC-Ansatzes ist, dass über Parameter in der Stichprobe einfach marginalisiert werden kann, indem die Punkte der Stichprobe auf den verkleinerten Parameterraum projiziert werden. Das heißt, die Stichprobe des vollständigen Parameterraumes, liefert ohne zusätzlichen Rechenaufwand die A-posteriori-Verteilungen aller Unterräume.

⁴Wie in [GW+10] diskutiert, muss selbst dieser eine Parameter in der Regel nicht verändert werden.

A.3 Separation

In den folgenden Abschnitten wird ausführlich auf durchgeführte Tests und technische Details, der in Kapitel 3 beschriebenen Schritte zur Erzeugung eines Myon-neutrino-datensatzes, eingegangen. Die Struktur spiegelt dabei die Struktur aus Kapitel 3, d.h. Abschnitt A.3.3 z.B. enthält zusätzliche Informationen zu dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Klassifikation.

A.3.1 Genutzte Daten

In diesem Kapitel werden die genutzten Daten dokumentiert und die für diese Arbeit relevanten Informationen zur Datennahme, Simulation und Rekonstruktion gegeben.

Messdaten

Als Messdaten für die Analyse wurden die Messjahre *IC86-II*, *IC86-III* und *IC86-IV* genutzt. Die Datennahme des Detektors läuft in sogenannten *Runs*. Wenn die Datennahme ohne Probleme funktioniert, dauert ein *Run* 8 Stunden. Bei der Datennahme wird zu dem *Run* der Status des Detektors aufgezeichnet. Nach intensiver manueller Überprüfung innerhalb der Kollaboration wird eine offizielle *GoodRunList* herausgegeben. Ob ein *Run* für die Analyse dieser Arbeit genutzt wurde, neben der *GoodRunList* noch von der Messzeit des einzelnen *Runs* und der Anzahl aktiver DOMs ab. Die Messzeit des *Runs* muss über 12.5 min und es müssen mindestens $\frac{2}{3}$ also 3120 DOMs des Hauptdetektors aktiv sein. Die summierten Messzeiten der Jahre sind in Tabelle A.1 aufgetragen.

Für Optimierungsschritte aus Kapitel 3 wurde das sogenannte *Burnsample* genutzt ($\approx 10\%$ der *IC86-II* Messzeit). Die Idee ist, dass Optimierungsschritte nur mit einem Bruchteil der Daten durchgeführt werden, um eine Beeinflussung durch Zwischenergebnisse zu vermeiden und die Möglichkeit zu haben, zu prüfen, ob die Ergebnisse mit allen Daten konsistent zu den Ergebnissen auf dem *Burnsample* sind. Um die Dopplung von Ergebnissen und Abbildungen zu vermeiden, werden, solange nicht explizit geäußert, nur Ergebnisse, die auf Grundlage der gesamten Messjahre erzeugt wurden, gezeigt.

Jeder *Run* erhält eine aufsteigende Nummer (*RunID*). Jedes Ereignis erhält ebenfalls eine aufsteigende Nummer (*EventID*), die bei jedem *Run* bei 0 startet. Jede

Tabelle A.1: Messzeit der *Runs*, die in den 3 genutzten Jahren die Kriterien erfüllen, um genutzt zu werden.

Name	Start	Ende	Messzeit
<i>IC86-II</i>	15.5.2012 (Tests: 26.4. 27.4.)	18.4.2013	331 d 15 h 24 min
<i>Burnsample</i>	<i>IC86-II Runs deren RunID auf 0 endet</i>		<i>32 d 22 h 53 min</i>
<i>IC86-III</i>	18.4.2013	5.6.2014	361 d 8 h 5 min
<i>IC86-IV</i>	5.6.2014	18.5.2015	368 d 10 h 28 min
Summe			1061 d 9 h 58 min

Kombination aus `RunID` und `EventID` ist somit eindeutig und referenziert ein bestimmtes Ereignis. Ausführliche Informationen zur Datennahme und zum Betrieb des Detektors sind in [Abb+09] zu finden.

Simulationen

Für die Analyse dieser Arbeit muss zwischen drei Arten von Simulationen unterschieden werden, die unterschiedliche Generatoren für die Ereignisse nutzen. Für alle Simulationen von Neutrinoereignissen kommt `nugen` (*neutrino generator*) zum Einsatz. `nugen` ist die Weiterentwicklung von `ANIS` [GK05]. Für die Simulation der atmosphärischen Neutrinos wird die Software `CORSIKA` [Hec+98] genutzt. Der dritte Generator `MuonGun` wurde nur für spezielle Simulationen für Myonen, die rund um den Detektor starten, genutzt. Diese Simulationen wird für die Bestimmung der effektiven Fläche für Myonen (siehe 3.12) benötigt. `MuonGun` basiert auf Techniken aus [Bec+06], die ebenfalls in dem, z.B. von der ANATRES Kollaboration genutzten Ereignisgenerator für atmosphärische Myonen `MUPAGE` [Car+08] ihre Anwendung finden.

Neben der Erzeugung von Neutrinos übernimmt `nugen` auch ihre Propagation und erzwingt eine Wechselwirkung der Neutrinos. Das Erzwingen der Wechselwirkung wird durch individuelle Gewichte für die Neutrinos kompensiert. Die hadronischen Kaskaden, die bei den Wechselwirkungen der Neutrinos entstehen, werden von `cmc` simuliert. `cmc` erzeugt Photonen mit Richtung und Erzeugungszeitpunkt. Für Kaskaden mit Energien von weniger als 1 PeV kommt eine Parametrisierung wie in [Pat+16, Kapitel 32.5.] beschrieben zum Einsatz, für die die Parameter wie in [Wie95] beschrieben bestimmt wurden. Mit Hilfe dieser Parametrisierung werden *Photonics*-Tabellen [Lo07] erzeugt, aus denen dann in der Simulation der Ereignisse

Photonen gezogen werden können. Für höhere Energie nutzt `cmc` ein rekursives Simulationsverfahren für die Kaskade, was auf [NB06] basiert.

Die in den Simulationen erzeugten Leptonen werden mit `PROPOSAL` [Koe+13; CR04] propagiert. `PROPOSAL` simuliert dabei alle Energieverluste und Zerfälle der Leptonen. Die Photonen aus den Energieverlusten von Leptonen werden durch die Simulationssoftware `clsim` erzeugt, die auch die Propagation der Photonen übernimmt. Ähnlich wie bei `cmc` kann entweder aus vorbereiteten Tabellen Photonen gezogen oder eine aufwändigere Simulation mit `GEANT4` [Ago+03] genutzt werden.

Zur Propagation der Photonen nutzt `clsim` einen sogenannten *Raytracing*-Ansatz. Das heißt, es werden einzelne Photonen simuliert, die auf Grundlage einer Parametrisierung des Eises am Südpol gestreut werden, bis sie entweder absorbiert werden oder auf einen DOM treffen. Die dafür benötigte Parametrisierung des Eises wurde mit der Hilfe von Daten der im IceCube-Detektor integrierten Kalibrationssysteme⁵ erzeugt wurden [Aar+13b]. Für Photonen, die auf einen DOM treffen, wird in den nächsten Schritten der Simulation der gesamte Detektor mit seiner Elektronik simuliert. Das Ergebnis dieser Simulation sind Signale, die das simulierte Ereignis bei einer tatsächlichen Messung produzieren würde. Ab diesem Punkt können simulierte und gemessene Ereignisse gleichbehandelt und weiter verarbeitet werden (siehe Abschnitt A.3.1).

In Tabelle A.2 ist eine Übersicht über die genutzten Simulationsdatensätze. Bis auf die Simulationen mit `MuonGun` wurden die simulierten Datensätze von der Kollaboration erzeugt und zur Verfügung gestellt [Aar+15d; Sch16]. Alle Simulationen wurden mit identischen Einstellungen für Simulationsschritte erzeugt. Für die Simulationen der Myonneutrino kamen neben der Standardsimulation zusätzliche Simulationen zum Einsatz, bei denen die identischen Ereignisse mit systematisch veränderten Einstellungen für die Detektorsimulation bzw. Photonpropagation simuliert wurden (Details in Abschnitt 4.2.3). Diese Datensätze werden zur Bestimmung der systematischen Unsicherheiten der Ergebnisse in Kapitel 4 genutzt.

Zum einen wurde bei den systematischen Datensätzen die Quanteneffizienz der DOMs um 10 % erhöht und verringert. Die systematische Unsicherheit, die mit diesen Datensätzen abgedeckt werden soll, ist die Unsicherheit der Wechselwirkungsquerschnitte für Leptonen. Aus den Wechselwirkungsquerschnitten folgt, wie viel Licht bei einer bestimmten Energie emittiert wird. Das ist gleichwertig zu der Effizienz mit der die DOMs dieses Licht detektieren.

⁵Der Detektor hat an zwei Stellen sind N_2 -Laser installiert, die 337 nm Pulse einstellbarer Intensität abgeben können. Darüber hinaus hat jeder DOM sechs vertikal nach oben und sechs horizontal abstrahlende LEDs installiert.

Zum anderen wurden Eigenschaften des Eismodells variiert. Trotz der Kalibrationssysteme ist die Modellierung der optischen Eigenschaften des Südpoleises [Ack+06] fehlerbehaftet. Um diese systematische Unsicherheiten abzudecken, wurden Simulationen durchgeführt, bei denen die jeweils der Absorptions- und Streukoeffizienten um 10 % erhöht und beide zusammen um 7 % verringert wurden.

Tabelle A.2: Auflistung der genutzten Simulationsdatensätze.

Nummer	Generator	Komponente	Kommentar
11057	CORSIKA	atm. Myonen	hochenergetisch $E_{\text{primär}}$ zwischen 100 TeV und 100 EeV
11058	CORSIKA	atm. Myonen	niederenergetisch $E_{\text{primär}}$ zwischen 600 GeV und 100 TeV
11499	CORSIKA	atm. Myonen	niederenergetisch $E_{\text{primär}}$ zwischen 600 GeV und 100 TeV
11069	nugen	Elektronneutrinos	Neben der Simulation mit Standardeinstellungen wurden für die identische Ereignisse Simulation mit veränderten Eiseigenschaften und veränderter Quanteneffizienz für die DOMs genutzt.
11374	nugen	Myonneutrinos	
11477	nugen	Tauneutrinos	Dieser Datensatz wird ausschließlich zur Erzeugung der für die Entfaltung benötigten Diskretisierung genutzt (siehe Abschnitt 4.1.2.)
11069	nugen	Myonneutrinos	
11477	nugen	Tauneutrinos	Für diese Analyse erzeugt. Keine offizielle Nummer.
44137	MuonGun	Myonen	

Rekonstruktionen

Die verschiedenen Verarbeitungsstufen der Daten werden IceCube-intern als *Level* bezeichnet. Mit *Level 1*-Daten werden Daten bezeichnet, die die digitalisierten Spannungsverläufe in den DOMs, Informationen über den Trigger und erste Kennzeichnungen hinsichtlich ihrer Ereignistopologie (*muonFilter*) besitzen. Detaillierte

Informationen über die Datennahme, den Trigger und erste Filter sind in [Abb+09] zu finden. Anschließend werden noch direkt am Südpol erste Rekonstruktionen der Ereignisse durchgeführt, um potentielle Nachbeobachtungen mit anderen Experimenten bei auffälligen Ereignissen zu ermöglichen. Nach diesen ersten Rekonstruktionen wird von dem *Online Level 2* gesprochen [Aar+17h]. Nach dem Transfer der Daten vom Südpol, werden die Rekonstruktionen für alle Ereignisse aufbauend auf *Online Level 2* mit mehr Ressourcen und aufwändigeren Algorithmen wiederholt. Nach diesem Schritt wird von *Level 2*-Daten gesprochen. Die Analyse dieser Arbeit startet einen Schritt später auf *Level 3* und erhält zusätzliche Rekonstruktionen speziell für die Suche nach Myonen und Filterschnitte, die offensichtliche Untergrundereignisse entfernen sollen. Details zu den Prozessierung auf *Level 3* sind in [Räd17] zu finden. Die Prozessierung der Daten bis inklusive *Level 3* wird von der Kollaboration durchgeführt.

Bei der Vielzahl von Rekonstruktionen, die auf *Level 3* zur Verfügung stehen, spielen für diese Analyse `SplineMPE` (basierend auf [Ahr+04]), als bester Algorithmus zu Richtungsrekonstruktion⁶ und `TruncatedEnergy` bzw. `MuEXDifferentialEnergy` als beste Algorithmen zur Energierekonstruktion [Aar+14a] eine hervorgehobene Rolle. In Abbildung A.4 ist die Verteilung der Neutrinoenergie und der Rekonstruktionsfehler des `SplineMPE`-Algorithmus Ψ dargestellt.

A.3.2 Datenrepräsentation

Ausgangspunkt bei der Erzeugung einer optimierten Repräsentation der Daten sind alle Observablen, die sowohl in den Messdaten als auch in den Simulationen vorhanden sind. Eine Ausnahme sind alle Observablen, die die Anzahl an Pulsen in den DOMs angeben (Observablen die auf `.n_pulses` enden). Für die Simulation werden zur Optimierung der Laufzeit Photonen gewichtet und die von ihnen induzierten Pulse pro DOM zusammengefasst und als einzelner gewichteter Puls behandelt. Das heißt, dass in den Simulationen die Anzahl an Pulsen eine grundsätzlich andere Aussage hat als für Messdaten. Aus diesem Grund werden alle Observablen, die die Anzahl an Pulsen messen, direkt am Anfang aussortiert.

Auch werden alle Observablen, die einen absoluten Zeitpunkt beschreiben entfernt, da z.B. der Zeitpunkt, an dem das Ereignis gemessen wurde (`I3EventHeader.start_time`), in der Simulation beliebig ist.

⁶Für einzelne Ereignisse können noch bessere Rekonstruktionen wie z.B. in [Chi13a] beschrieben angewendet werden. Jedoch ist deren Laufzeit pro Event in der Größenordnung von tausend/hundert CPU/GPU Stunden und somit nicht für eine Vielzahl von Ereignissen anwendbar.

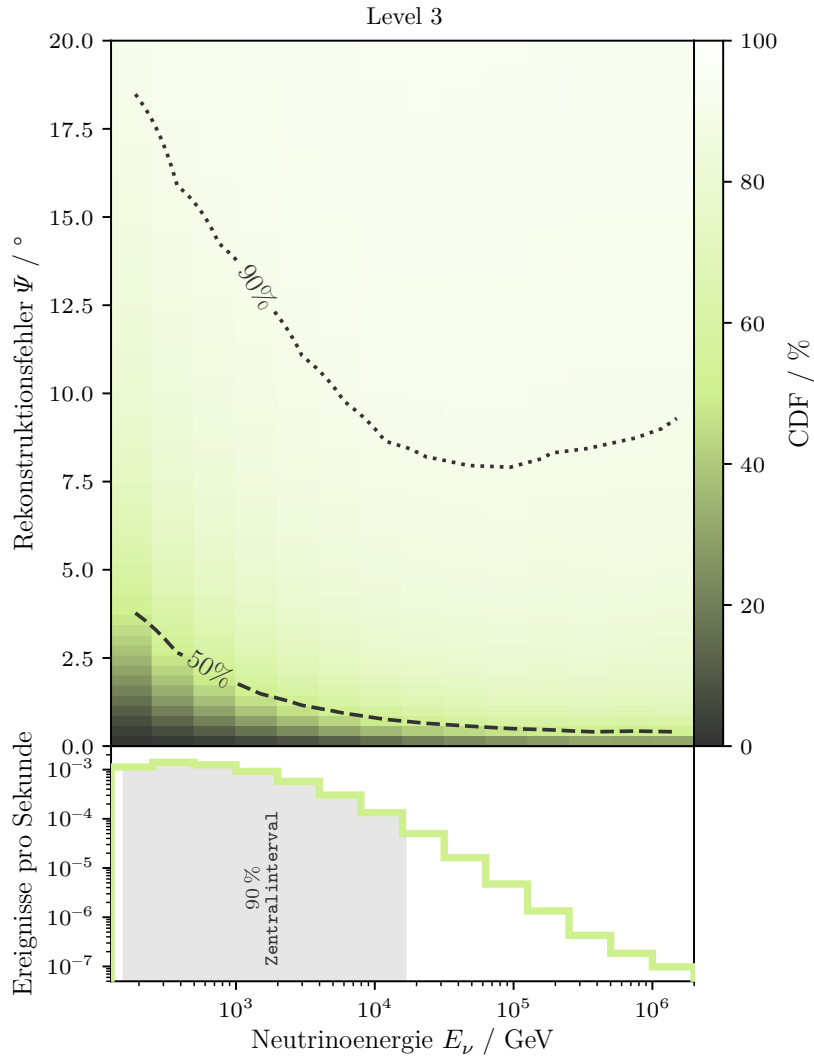


Abbildung A.4: Im unteren Teil der Abbildung ist die Verteilung der wahren Neutrinoenergie der *Level 3*-Daten zu sehen. Die Verteilung des Rekonstruktionsfehlers Ψ (oben) ist für jeden Energiebin auf 1 normiert, d.h. dass entlang der Y-Achse die Verteilungsfunktion (CDF) für Ψ in jedem Energiebereich abgelesen werden kann. Der Rekonstruktionsfehler ist der Winkel zwischen der wahren Richtung des Neutrinos und der rekonstruierten Richtung (*SplineMPE*) des Myons im Detektor.

Erzeugung neuer Observablen

Für die Identifikation wurden insgesamt 27 spezielle Observablen erzeugt, die im Folgenden vollständig aufgelistet sind.

VariousVariables

- `VariousVariables.Cone_Angle`: Winkel zwischen der Rekonstruktion des `LineFit`- und des `SplineMPE`-Algorithmus.
- `VariousVariables.Distance_in_Ice`: Distanz bis zur Erdoberfläche in die rekonstruierte Herkunftsrichtung (`SplineMPE`).
- `VariousVariables.Radius`: Kürzester Abstand der rekonstruierten Spur (`SplineMPE`) zum Zentrum des Detektors in der xy -Ebene.
- `VariousVariables.Concentration`: Verhältnis zwischen der stärksten Einzelladung und der Gesamtladung.

Dustyness Für alle `Dustyness`-Observablen wurde die Staubschicht vereinfacht als eine 80 m dicke Schicht in einer Tiefe von 2085 m bis 2165 m unter der Oberfläche angenommen.

- `Dustyness.Q_ratio_out_dust`: Anteil der Ladung, die außerhalb der Staubschicht gemessen wurde.
- `Dustyness.Q_ratio_in_dust`: Anteil der Ladung, die innerhalb der Staubschicht gemessen wurde.
- `Dustyness.n_doms_out_dust`: Anzahl der DOMs, die Photonen detektiert haben und sich außerhalb der Staubschicht befinden.
- `Dustyness.n_doms_in_dust`: Anzahl der DOMs, die Photonen detektiert haben und sich innerhalb der Staubschicht befinden.

Borderness Mit der äußeren Schicht sind alle optischen Module, die entweder Teil eines der äußeren Strings (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 13, 14, 21, 22, 30, 31, 40, 41, 50, 51, 59, 60, 67, 68, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78) sind oder sich am Anfang bzw. Ende eines Strings befinden.

- `Borderness.Q_ratio_in_border`: Anteil der Ladung, die in der äußersten Schicht des Detektors gemessen wurde.
- `Borderness.Q_ratio_in_center`: Anteil der Ladung, die in von DOMs gemessen wurde, die sich nicht in der äußersten Schicht des Detektors befinden.
- `Borderness.n_doms_in_border`: Anzahl an DOMs, die Photonen detektiert haben und sich in der äußersten Schicht des Detektors befinden.

- `Borderness.n_doms_in_center`: Anzahl an DOMs, die Photonen detektiert haben und sich nicht in der äußersten Schicht des Detektors befinden.

FitStability Das Vorgehen zur Bestimmung der `FitStability`-Observablen ist in Abschnitt 3.2.1 beschrieben.

- `FitStability.SameDirection`: Anteil der Rekonstruktionen, die einen Winkel $\leq 90^\circ$ zur Referenzrekonstruktion haben.
- `FitStability.DistanceMean`: Mittlerer Abstand der Rekonstruktionen zur Referenzrekonstruktion.
- `FitStability.DistanceStd`: Standardabweichung des Abstandes der Rekonstruktionen zur Referenzrekonstruktion.
- `FitStability.ConeAngleMean`: Mittlerer Winkel zwischen dem Richtungsvektor der Rekonstruktionen und dem Richtungsvektor der Referenzrekonstruktion.
- `FitStability.AreaRotated`: Fläche der 1σ -Kontur, die die xy -Komponenten der Rekonstruktionen im Koordinatensystem der Referenzrekonstruktion aufspannen (analog zu `ProjectedQ.area`).

ProjectedQ Das Vorgehen zur Bestimmung der `ProjectedQ`-Observablen ist in Abschnitt 3.2.1 beschrieben.

- `ProjectedQ.length`: Länge der großen Halbachse der 1σ -Kontur.
- `ProjectedQ.width`: Länge der kleinen Halbachse der 1σ -Kontur.
- `ProjectedQ.ratio`: Verhältnis von großer zur kleinen Halbachse.
- `ProjectedQ.area`: Fläche der 1σ -Kontur.
- `ProjectedQ.compactness_[20/40/60/80/100]`: Radius einer Kugel mit dem Mittelpunkt am Ladungsschwerpunkt, die 20%/40%/60%/80%/100% der Ladung enthält. Der Radius wird dabei auf die Länge der großen Halbachse normiert.

Observablenauswahl

Die Wahl des Schnittes für die Pearson-Korrelation a priori zu motivieren ist nicht möglich. Auch da der Schnitt am Anfang der Observablenauswahl steht, ist das Testen des Einflusses auf die finale Auswahl äußerst aufwändig. Der später genutzte *mRMR*-Algorithmus berücksichtigt ebenfalls die Redundanz von Observablen, weshalb bei der Wahl des Schnittes sich für einen relativ konservativen Schnitt von 0.96 entschieden wurde. In Abbildung A.5 ist die Anzahl der verworfenen Observablen in Abhängigkeit des Schnittes dargestellt.

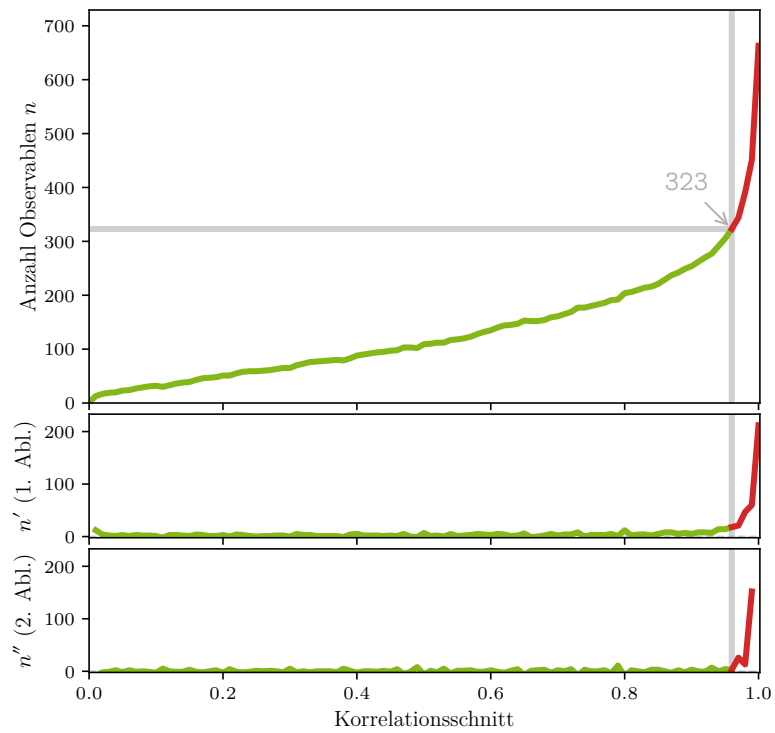


Abbildung A.5: Anzahl verworfener Observablen in Abhängigkeit vom Schnitt im Pearson-Korrelationskoeffizienten. Der Schnitt wurde in 0.01 Schritten variiert und die erste und zweite Ableitung mit der Finite-Differenzen-Methode bestimmt.

Die Observable mit der höchsten *Feature Importance* bei der Klassifikation zwischen simulierten und gemessenen Ereignissen ist `SplineMPE_MillipedeHighEnergyMIEFitParams.squared_residuals`. Es handelt sich bei der Größe um die quadrierten Residuen des *Millipede*-Rekonstruktionsalgorithmus [Aar+14a]. Die Verteilung der Größe für in den Simulationen und den Messdaten auf *Level 4* ist in Abbildung A.6 dargestellt.

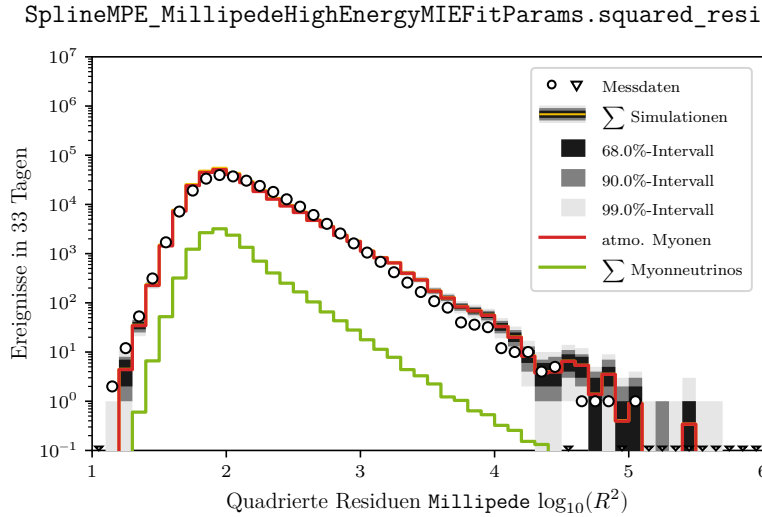


Abbildung A.6: Verteilung der Observable `SplineMPE_MillipedeHighEnergyMIEFitParams.squared_residuals` mit der größten *Feature Importance* bei der Klassifikation zur Trennung von simulierten und gemessenen Ereignissen (*Level 4*).

In Abbildung A.7 sind die *ROC-Curves* für die verschiedenen Schritte der Observablenauswahl dargestellt. Zur Erzeugung der *ROC-Curves* werden alle möglichen Schnitte auf den Klassifikationswert durchgeführt und für jeden Schnitt wird der Anteil richtig ausgewählter Ereignisse

$$\text{True Positive Rate} = \frac{\text{Anzahl ausgewählter Signalereignisse}}{\text{Gesamtanzahl Signalereignisse}}$$

und der Anteil falsch ausgewählter Ereignisse

$$\text{False Positive Rate} = \frac{\text{Anzahl ausgewählter Untergründereignisse}}{\text{Gesamtanzahl Untergründereignisse}}$$

bestimmt. Die Wertepaare bilden die sogenannte *ROC-Curve*.

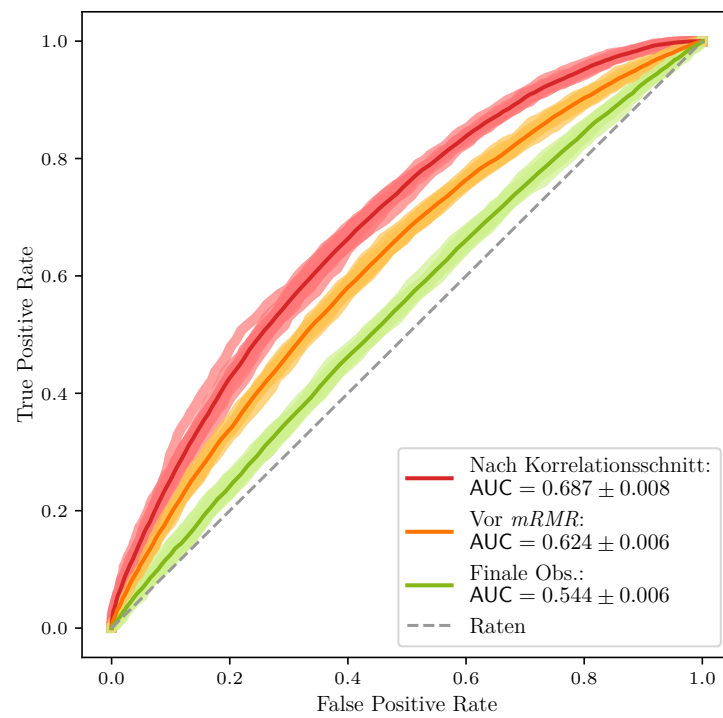


Abbildung A.7: *ROC-Curves* für verschiedene Stufen der Observablenauswahl. Die zugehörigen Verteilungen des Klassifikationswertes sind im Hauptteil in Abbildung 3.3

A.3.3 Klassifikation

Wie in Abschnitt 3.1 erläutert, gilt es bei der Klassifikation vornehmlich Fehlrekonstruktionen zu identifizieren, da fehlrekonstruierte, atmosphärische Myonen nach dem Zenitschnitt 94.2% der Ereignisse ausmachen, die ihren Ursprung nicht in der Wechselwirkung eines Myonneutrinos haben. Mit Fehlrekonstruktionen sind hier Ereignisse gemeint, deren Zenitwinkel so rekonstruiert wurde, dass das Ereignis den Zenitschnitt von 86° überlebt, obwohl für den wahren Zenitwinkel $\Theta < 86^\circ$ gilt.

In den Vorgängeranalysen wurde der *Random Forest* mit atmosphärischen Myonen als Untergrund und alle Myonneutrinoereignissen als Signal trainiert. Ein solches Vorgehen birgt die Gefahr, dass auf Unterschiede in den Simulationen der verschiedenen Komponenten trainiert wird, da z.B. bei den Myonneutrinoereignissen auch Fehlrekonstruktionen vorkommen und diese sich von der Signatur im Detektor nicht eindeutig von atmosphärischen Myonen unterscheiden lassen. Eine weitere Frage ist, ob die Trennung nicht verbessert werden kann, indem man dem RF mit Ereignissen für die Signalklasse trainiert, deren rekonstruierte Richtung sich nur leicht von der wahren Richtung unterscheidet.

Der Einfluss für verschiedene Kombinationen von Komponenten im Training für die Signal- und Untergrundklasse ist in Tabelle A.3 aufgelistet. Die höchste AUC im Training und die höchste Ereignisrate auf *Level 5* wurde mit ausschließlich *aufsteigenden* Myonneutrinoereignissen, die einen Rekonstruktionsfehler kleiner als 5° haben, als Signalklasse und atmosphärische Myonen als Untergrundklasse erreicht⁷.

Bei der verwendeten Implementierung handelt es sich um den `RandomForestClassifier` aus der Python Bibliothek *Scikit-learn* [Ped+11]. Unabhängig von den Daten im Training wurde bei allen Durchläufen die identischen Einstellungen für den *Random Forest* genutzt (siehe Tabelle A.4).

Die Abbildung A.8 zeigt die Verteilung des Klassifikationswertes für Tauneutrinos und *aufsteigende* Myonneutrinos mit zusätzlichen Unterkategorien.

In Abbildung A.9 ist die vollständige Auflistung der *Feature Importance*-Werte für die Klassifikation gezeigt. Die Verteilung der Observable mit der höchsten *Feature Importance* (`FitStability.ConeAngleMean`) für Myonneutrinos und atmosphärische Myonen auf *Level 4* ist in Abbildung A.10 dargestellt.

⁷Die Einstellungen für den Schnitt in den Klassifikationswert sind für alle Kombinationen die gleiche und detailliert in Abschnitt 3.4.1 und Abschnitt A.3.4 beschrieben.

Tabelle A.3: Einfluss verschiedener Kombinationen von Simulationskomponenten im Training des *Random Forests*. In den ersten sechs Spalten markiert ● eine Komponente, die Teil der Untergrundklasse im Training war. Analog markiert ● eine Komponente der Signalklasse. Komponenten, die nicht im Training genutzt wurden, sind mit ○ gekennzeichnet. Myonenneutrinoereignisse, die aus einer cc -Wechselwirkung stammen und einen wahren Zenit von größer als 86° haben, wurden der Komponente ν_μ^\perp zugeordnet. Alle übrigen cc -Wechselwirkungen von Myonenneutrinos wurden zusätzlich unterteilt, abhängig von dem Winkel zwischen der rekonstruierten und wahren Richtung des Neutrinos. Beträgt der Winkel weniger als 5° wurden sie der Komponente $\nu_{\mu, \Delta\theta \leq 5^\circ}^\uparrow$ sonst der $\nu_{\mu, \Delta\theta > 5^\circ}^\uparrow$ Komponente zugeordnet. Der Wert für $AUC_{\text{Train.}}$ kommt aus der Kreuzvalidierung der Klassifikation und wurde entsprechend nur für die im Training beteiligten Komponenten berechnet. Für die Bestimmung der AUC wurden immer alle aufsteigenden Myonenneutrinoereignisse als Signal und alle restlichen Komponenten als Untergrund behandelt. Die finale Ereignisrate bezieht sich auf die Rate des *Burnsamples* nach dem Schnitt in den Klassifikationswert.

Atmo. Myonen	$\nu_{\mu, \Delta\theta \leq 5^\circ}^\uparrow$	$\nu_{\mu, \Delta\theta > 5^\circ}^\uparrow$	ν_μ^\perp	ν_μ^{nc}	ν_e	$AUC_{\text{Train.}}$	AUC	Rate L5
●	●	○	○	○	○	0.9960 ± 0.0004	0.9902	(3.5006 ± 0.0351) mHz
●	●	●	○	○	○	0.9800 ± 0.0011	0.9835	(2.3209 ± 0.0286) mHz
●	●	○	●	○	○	0.9954 ± 0.0004	0.9890	(3.2979 ± 0.0340) mHz
●	●	●	●	○	○	0.9800 ± 0.0005	0.9834	(2.3714 ± 0.0289) mHz
●	●	○	○	●	●	0.9959 ± 0.0003	0.9885	(3.3001 ± 0.0340) mHz
●	●	●	●	●	●	0.9854 ± 0.0004	0.9416	(2.6060 ± 0.0303) mHz
●	●	●	○	○	○	0.9912 ± 0.0008	0.9911	(3.4897 ± 0.0350) mHz
●	●	●	●	○	○	0.9899 ± 0.0005	0.9900	(3.3562 ± 0.0343) mHz
●	●	●	○	●	●	0.9895 ± 0.0005	0.9895	(3.2702 ± 0.0339) mHz
●	●	●	●	●	○	0.9914 ± 0.0010	0.9914	(3.3591 ± 0.0343) mHz

Tabelle A.4: Einstellungen des *Random Forests*, der für die in Abschnitt 3.3 beschriebenen Klassifikation genutzt wurden.

Parameter	Wert	Erläuterung
<code>n_estimators</code>	503	Anzahl der Bäume.
<code>criterion</code>	'gini'	Kriterium um die Schnitte festzulegen; hier: <i>gini impurity</i> .
<code>max_features</code>	'auto'	Anzahl der Observablen in denen geschnitten wird; hier: $\sqrt{\text{Gesamtanzahl Observablen im Training}}$.
<code>max_depth</code>	None	Maximale Tiefe der Bäume; hier: unbeschränkt.
<code>min_samples_split</code>	2	Mindestanzahl an Beispielen, damit ein Schnitt durchgeführt wird.
<code>min_samples_leaf</code>	1	Mindestanzahl an Beispielen, damit ein Blatt erzeugt wird.
<code>min_weight_fraction_leaf</code>	0.0	Summe Gewichte, die in einem Blatt erreicht werden muss, damit es erzeugt wird.
<code>max_leaf_nodes</code>	None	Maximale Anzahl an Blättern; hier: unbeschränkt.
<code>min_impurity_decrease</code>	0.0	Verringerung der <i>gini impurity</i> , damit ein Blatt erzeugt wird.
<code>bootstrap</code>	True	Ob die Bäume mit individuellen Datensätzen trainiert werden, die unter Ziehen mit Zurücklegen erzeugt werden.

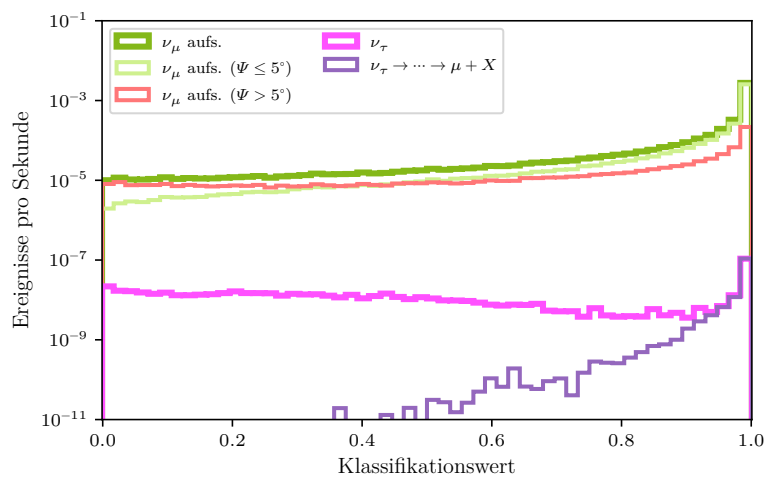


Abbildung A.8: Verteilung des Klassifikationswertes für Tauneutrinos (pink) und *aufsteigende* Myonneutrinos (grün) mit zusätzlichen Unterkategorien. Für die *aufsteigende* Myonneutrinos sind separat die Verteilungen für Ereignisse mit einem Rekonstruktionsfehler $\Psi > 5^\circ$ (hellrot) und $\Psi \leq 5^\circ$ (hellgrün) dargestellt. Für die Tauneutrinos ist die Verteilung für Ereignisse gezeigt (violett), die ein Myon, also eine Spur im Endzustand haben.

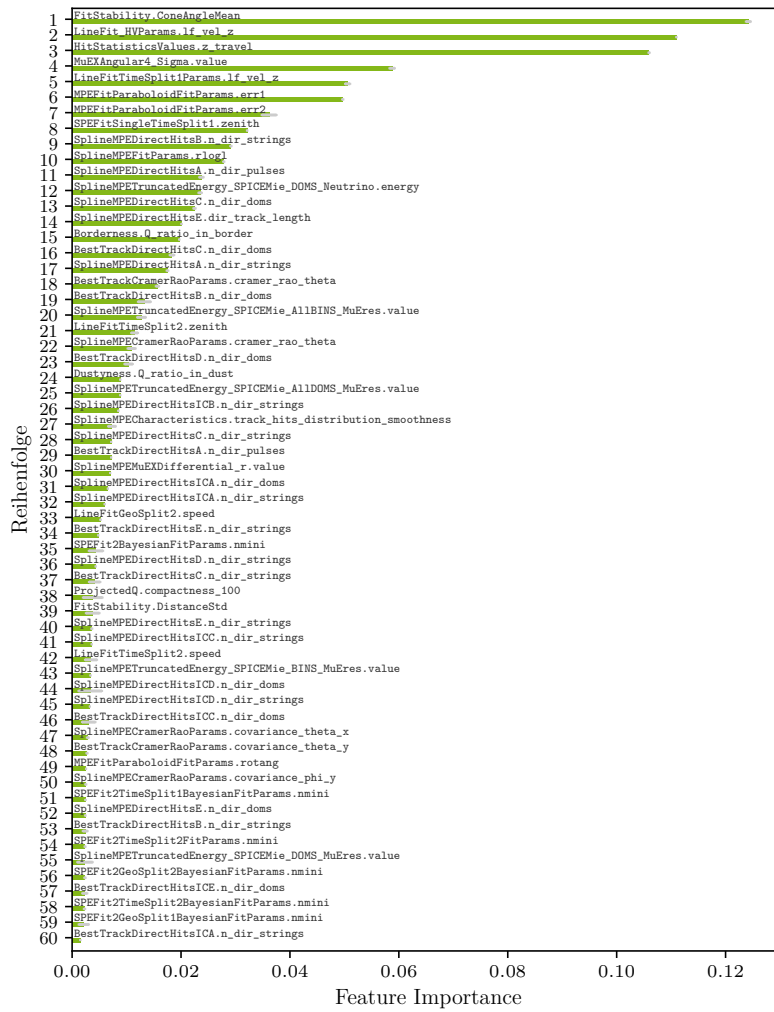


Abbildung A.9: Feature Importance bei der Klassifikation zur Trennung von Signal- und Untergrundergebnissen.

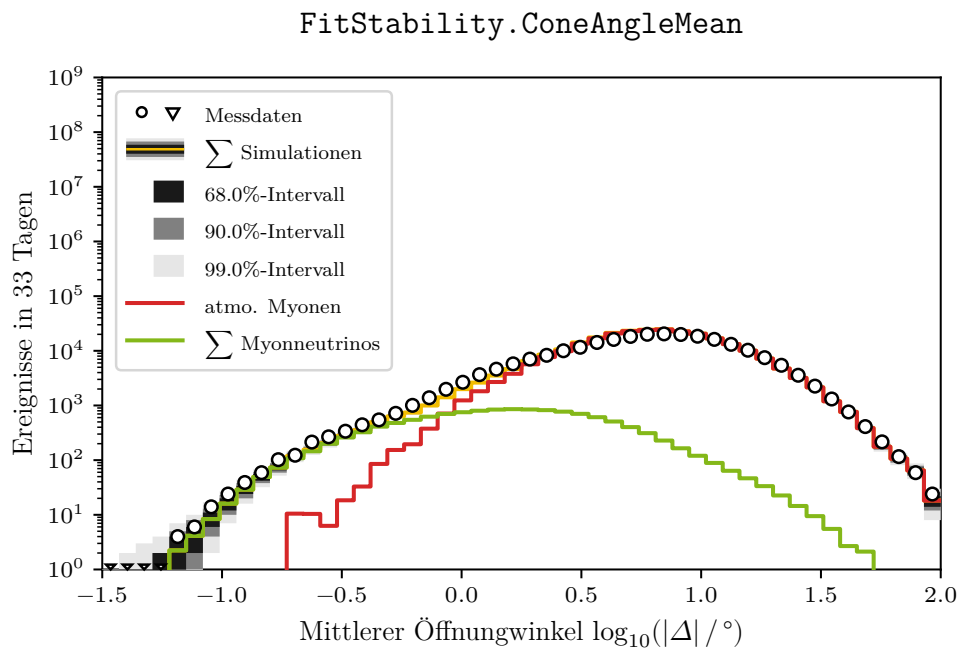


Abbildung A.10: Verteilung der Observable `FitStability.ConeAngleMean` auf *Level 4*. Die Größe hat die höchste *Feature Importance* bei der Klassifikation zur Trennung der Separation erreicht. Eine Erklärung, was die Observable aussagt und wie sie berechnet wurde, ist in Abschnitt A.3.2 zu finden.

A.3.4 Finale Selektion

Klassifikationswertschnitt

Durch das in Abschnitt 3.4.1 beschriebene Vorgehen zur Optimierung des Schnittes im Klassifikationswert, kann der finale Datensatz gut auf die Analyse angepasst werden. Das Kriterium für die einzelnen Schnitte kann frei angepasst werden. Auch wenn in dieser Analyse Reinheit genutzt wurde, ist es konzeptionell möglich andere Kriterien zu nutzen und den geforderten Schwellwert als Funktion der zweiten Observable zu definieren⁸. Die Ereignisraten für andere Schwellwerte für die Reinheit können aus der Abbildung A.11 entnommen werden.

Ziel bei der Wahl der genutzten Einstellung war es, dass zum Einen die geforderte Reinheit in den einzelnen Modellen der Kreuzvalidierung erreicht wird, und zum Anderen die Ereignisrate des finalen Datensatzes maximal wird. Die geringe Anzahl an Simulationsereignissen für die atmosphärischen Myonen und deren hohe Gewichte haben, in Kombination mit der hohen geforderten Reinheit, dazu geführt, dass, wenn wenige Ereignis in den einzelnen Fenstern sind, der Schnitt trotz der 100-fachen Bestimmung stark von einzelnen Untergrundereignissen dominiert wurde. Parameter mit denen hauptsächlich gesteuert wird, wie viele Ereignisse in den einzelnen Fenstern landen, sind die Breite der Fenster und die Anzahl separater Zenitbereiche.

In Abbildung A.11 sind die erreichte Reinheit, Effizienz und Ereignisrate der Messdaten für Kombinationen verschiedener geforderte Reinheiten, Fensterbreiten und Anzahl separater Zenitbereiche dargestellt. Um die verschiedenen Zenitbereiche festzulegen, wurde die Selektion über den gesamten Zenitbereich so unterteilt, dass in zwei, drei usw. Zenitbereichen etwa gleich viele Ereignisse liegen. Mit diesen Bereichen wurde die Selektion dann anschließend wiederholt. Die Grenzen der Bereiche sind:

- 1 Bereich: 86°, 180°
- 2 Bereiche: **86°, 110°, 180°**
- 3 Bereiche: 86°, 102°, 120°, 180°
- 4 Bereiche: 86°, 99°, 110°, 128°, 180°
- 5 Bereiche: 86°, 97°, 105°, 116°, 133°, 180°.

Die Einstellungen der Durchläufe aus Abbildung A.11 sind:

- Kreuzvalidierungsschritte: $N_{CV} = 10$

⁸Beides wird von der für diese Arbeit angefertigten Implementierung unterstützt. Der Algorithmus ist Teil der Python-Bibliothek `taco_salat` und kann unter https://github.com/mbrner/taco_salad/ heruntergeladen werden.

- Wiederholungen pro Kreuzvalidierungsschritt: $N_{\text{BS}} = 100$
- Anzahl der Fenster: $N_{\text{steps}} = 30$
- Schrittweite Fenster: $d = (\hat{E}_{\mu, \text{max}} - \hat{E}_{\mu, \text{min}}) / N_{\text{steps}}$
- Fensterbreite: $w = k \cdot (\hat{E}_{\mu, \text{max}} - \hat{E}_{\mu, \text{min}})$ mit $k \in \{0.05, 0.10, \mathbf{0.20}\}$
- Kriterium: Reinheit ($\text{TP}/(\text{TP} + \text{FP})$)
- Schwellwert: $c \in \{90.0\%, 95.0\%, 99.0\%, \mathbf{99.7\%}\}$.

Die Einstellung der finalen Selektion sind in fett gekennzeichnet. Mit einen eindimensionalen Schnitt in den Klassifikationswert wird bei einer Reinheit von 99.7% im *Burnsample* eine Rate von $r_{1\text{D}} = 3.350$ mHz und für alle 3 Jahre von $r_{1\text{D}} = 3.315$ mHz erreicht.

In Abbildung A.12 sind die eindimensionalen Verteilungen des rekonstruierten Zenitwinkels und der geschätzten Myonenergie dargestellt.

Charakterisierung des finalen Myoneneutrino Datensatzes

In Tabelle A.5 sind die erwarteten Ereigniszahlen für die Messzeit der hier analysierten Jahre aufgelistet.

Tabelle A.5: Erwartete Ereignisraten für eine Messzeit von 1061 d 9 h 58 min. Die Ereigniszahlen wurden unter Annahme einer Poissonverteilung und unter Berücksichtigung der Unsicherheiten auf die Ereignisraten berechnet.

Ursprung	Ereigniszahlen		
	Median	16 %-Quantil	84 %-Quantil
Atmosphärische Myonen	780	508	1411
Myoneneutrinos	321 442	320 878	322 007
<i>cc</i> aufsteigend	320 609	320 045	321 174
<i>cc</i> absteigend	813	784	842
<i>nc</i>	20	16	25
Elektroneneutrinos	18	13	23
Tauneutrinos	17	13	21
Summe	322 317	321 631	323 036

Neben der in Abschnitt 3.4.2 gezeigten effektiven Flächen, ist in Abbildung A.13 die effektive Fläche für verschiedene Einstellung für die DOM-Sensitivität dargestellt. Wie zu erwarten, liegt die Kurve für eine erhöhte Effizienz durchgehend oberhalb und die Kurve für die verringerte Sensitivität durchgehend unterhalb der Referenzkurve. Die Schwankungen der Kurven ab etwa 1 PeV sind auf fehlende Statistik

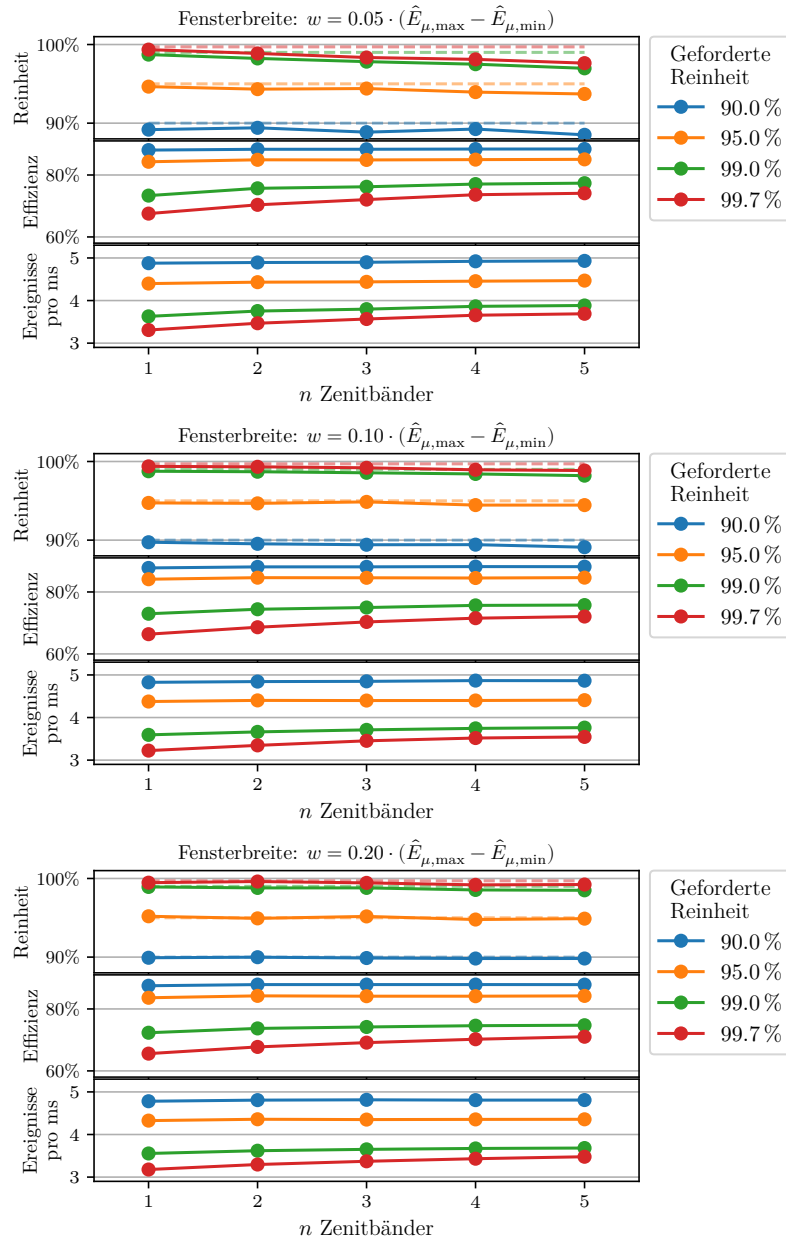
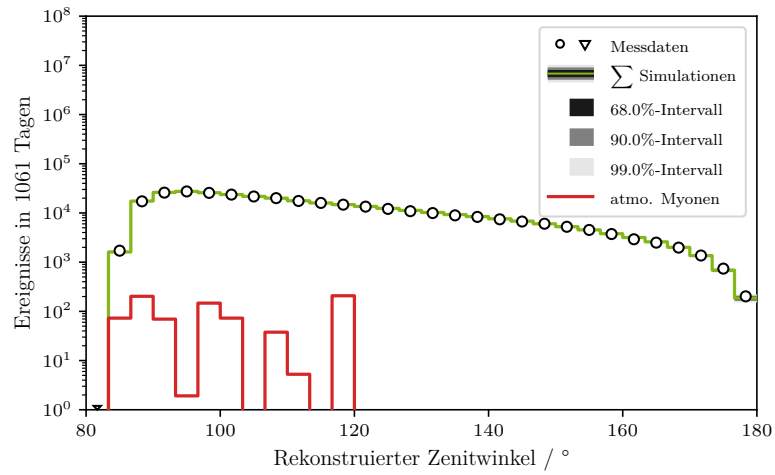
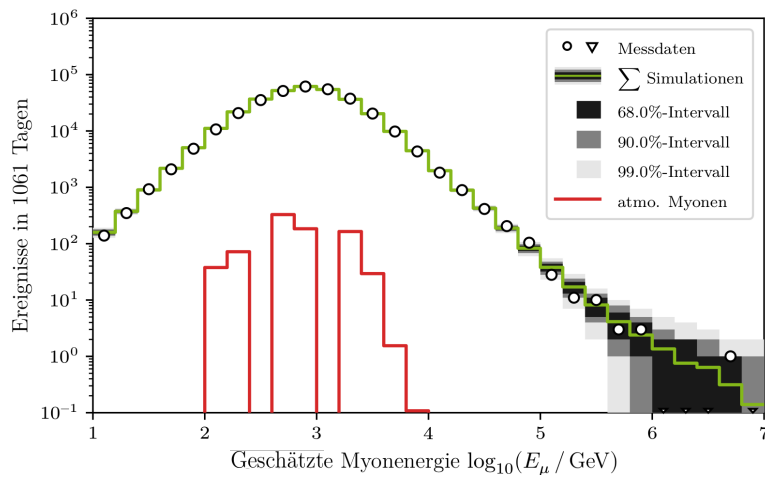


Abbildung A.11: Reinheit, Effizienz und Rate der finalen Selektion für verschiedene Parameter bei der Optimierung des Klassifikationswertschnittes.



(a) Rekonstruierter Zenitwinkel (SplineMPE).



(b) Geschätzte Myonenergie (TruncatedEnergy).

Abbildung A.12: Verteilung des rekonstruierten Zenitwinkels (oben) und der geschätzten Myonenergie (unten) im finalen Datensatz. Die Art der Darstellung orientiert sich an [AC12].

zurückzuführen. Die größten Unterschiede betragen etwa $\pm 20\%$ und sind für kleine Energien zu beobachten. Ab etwa 20 TeV sinken die Unterschiede auf 5 %.

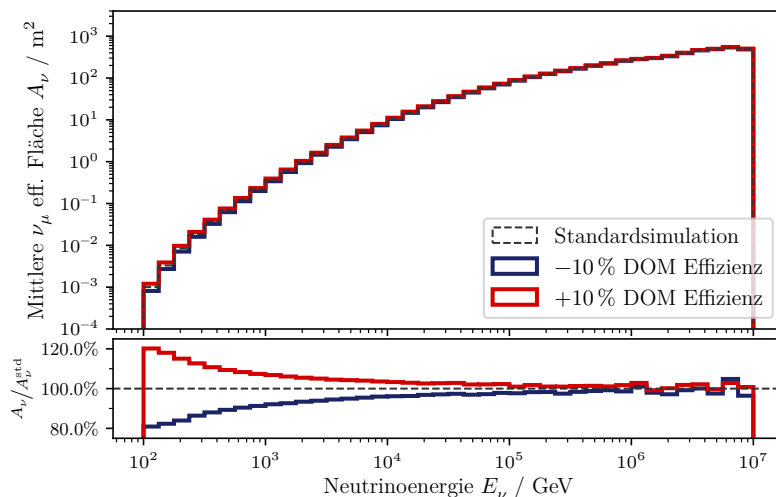


Abbildung A.13: Effektive Fläche für Myoneneutrinos für Simulationen mit unterschiedlicher DOM Sensitivität und deren Verhältnis zur Standardsimulation auf *Level 5*. Die gezeigte Fläche ist der Mittelwert der effektiven Flächen für Myoneneutrinos und Myonantineutrinos.

Die zweite Quelle für systematische Unsicherheiten, die in dieser Arbeit betrachtet werden, sind Unsicherheit auf die Eigenschaften des Eises. In Abbildung A.14 ist die effektive Fläche für verschiedene Einstellung für den Absorptionskoeffizient α_{ice} und den Streukoeffizient s_{ice} dargestellt.

Um zu testen, wie gleichförmig sich die Separation unter Variationen der systematischen Parameter verhält, wurde das Verhältnis der Rate von *Level 4* und *Level 5* im Vergleich des Verhältnis der Referenzsimulation betrachtet. In den Abbildung A.15a und A.15b sind diese Verhältnisse für die Datensätze mit veränderter DOM-Effizienz bzw. veränderten Eiseigenschaften dargestellt.

Analog zu der Abbildung 3.11b in Abschnitt 3.4.2 ist in Abbildung A.16 die effektive Fläche auf *Level 5* für einzelne Myonen, die isotrop um den Detektor starten dargestellt, für verschiedene Zenitbänder dargestellt. Der Verlauf der Zenitbänder zueinander ist bis 10 TeV ähnlich zu dem für Neutrinos. Oberhalb von 10 TeV nähern sich alle die Bänder für Myonen einander an, während für Neutrinos die Erdabsorption zu großen Unterschieden zwischen ihnen führt.

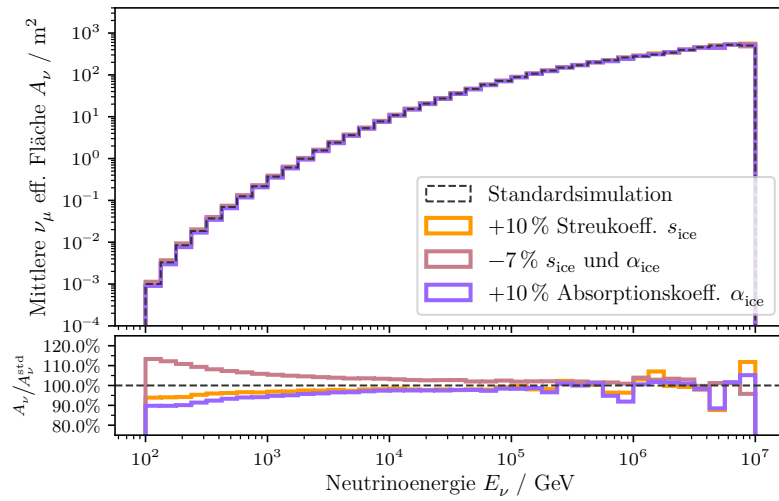
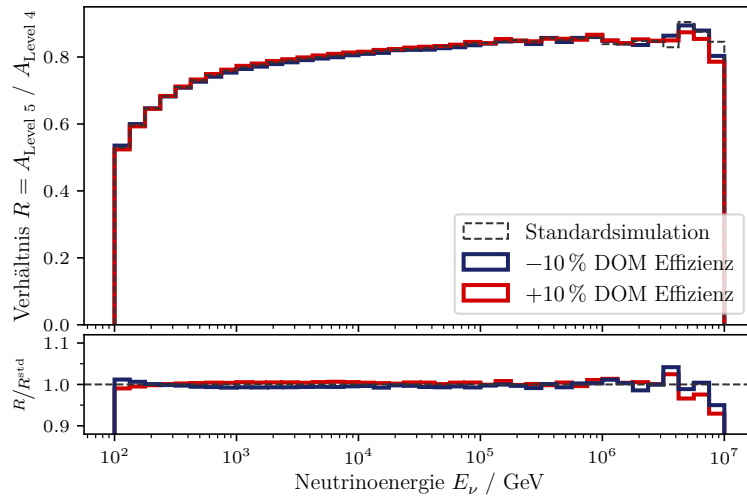


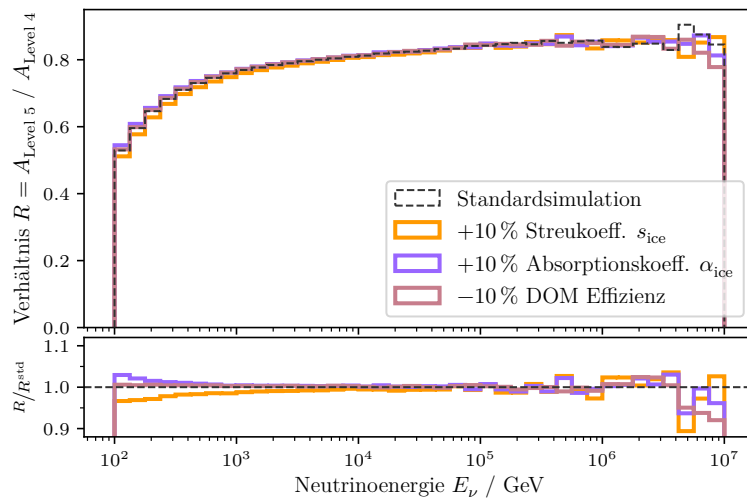
Abbildung A.14: Effektive Fläche für Myonneutrinos für Simulationen mit unterschiedlicher Eiseigenschaften und deren Verhältnis zur Standardsimulation auf *Level 5*. Die gezeigte Fläche ist der Mittelwert der effektiven Flächen für Myonneutrinos und Myonantineutrinos.

Ereignisbilder

In den Abbildungen A.17 bis A.21 sind Darstellung der fünf Ereignisse, die am meisten Ladung im Detektor induziert haben. Jede farbige Blase in den Abbildungen markiert einen DOM der mindestens ein Photon detektiert hat. Die Größe der Blase ist dabei proportional zur Menge an Ladung in dem DOM. Die Farbe zeigt den Zeitpunkt der Detektion an. Die Farbskala geht von rot (früh) über gelb zu blau (spät).



(a) DOM-Effizienz



(b) Eiseigenschaften

Abbildung A.15: Vergleich der Verhältnisse der *Level 4* und *Level 5* effektiven Flächen mit dem Verhältnis der Referenzsimulation.

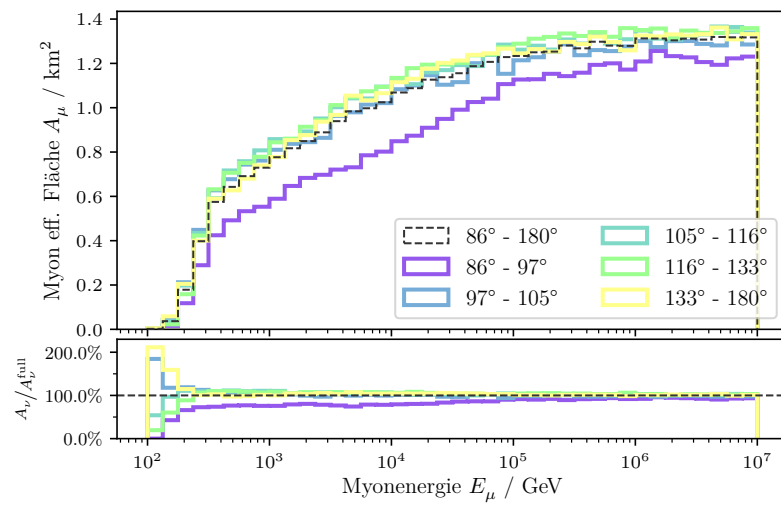


Abbildung A.16: Effektive Fläche für einzelne Myonen, die isotrop um den Detektor starten, aufgeteilt in verschiedene Zenitbereichen. Die gezeigte Fläche ist der Mittelwert der effektiven Flächen für Myon und Antimyon.

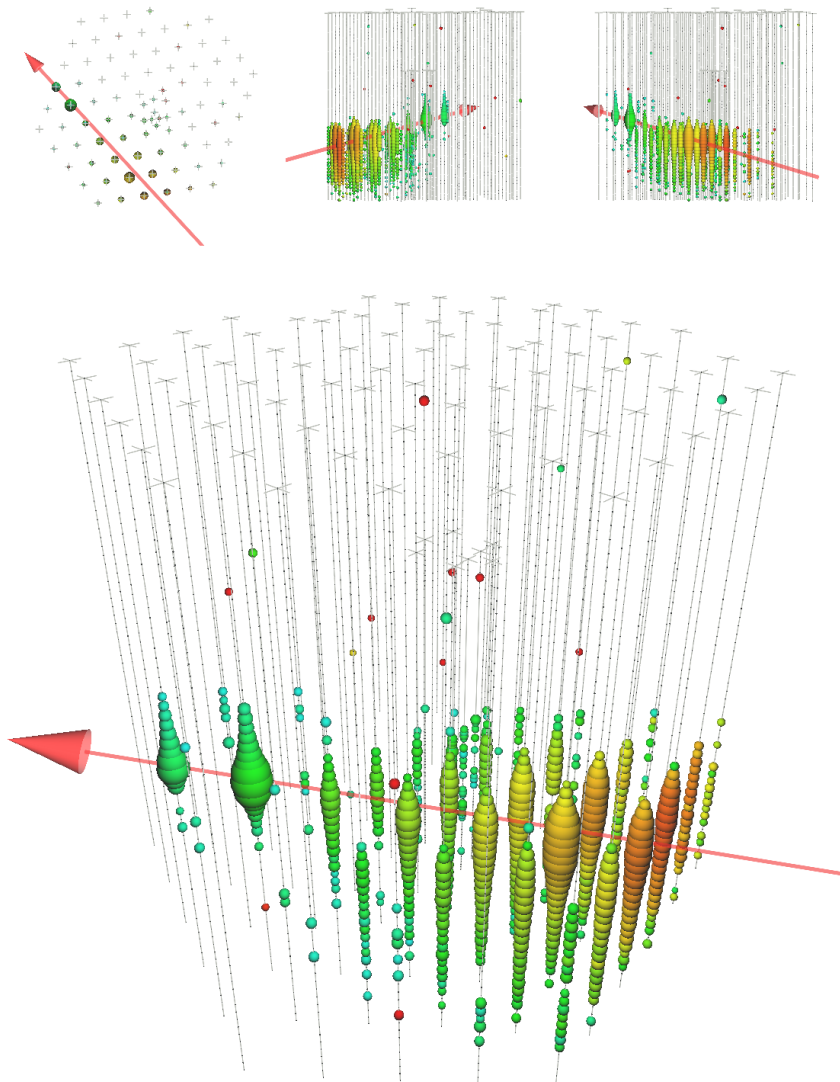


Abbildung A.17: Ereignis vom 11. Juni 2014 (RunID: 124861, EventID: 32863663).
Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 128\,057$ PE.

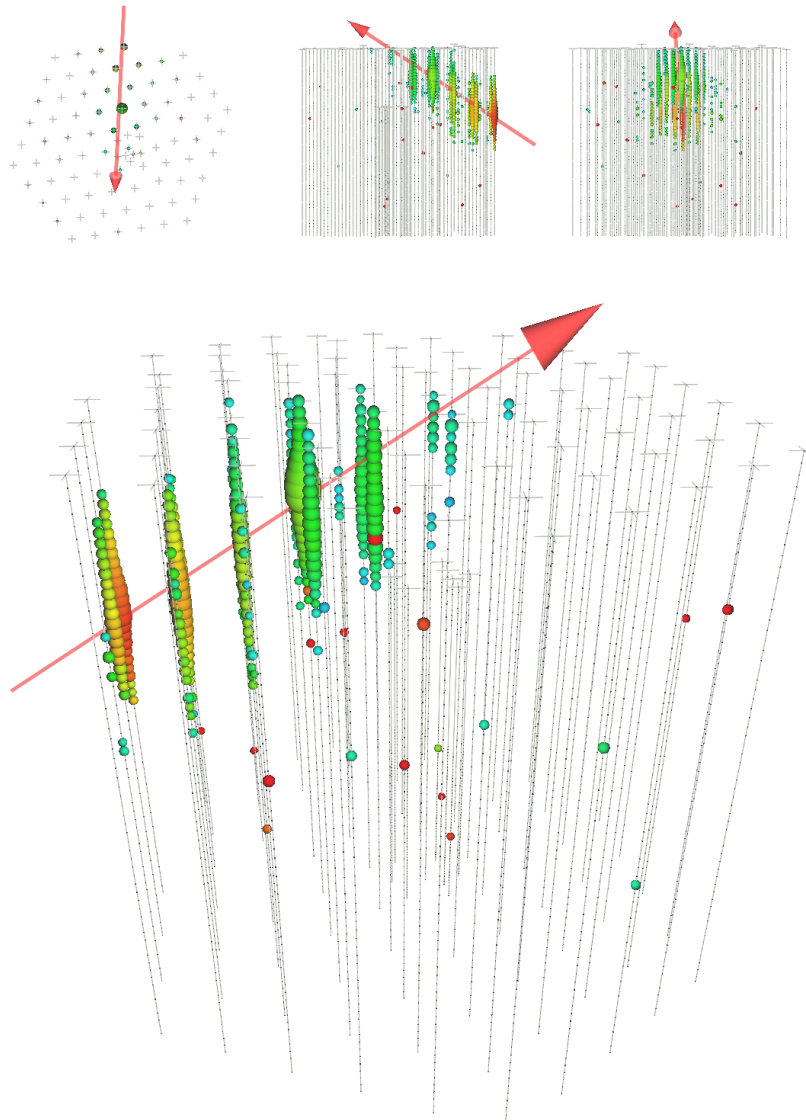


Abbildung A.18: Ereignis vom 9. Januar 2014 (RunID: 123762, EventID: 72626160). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 33\,575$ PE.

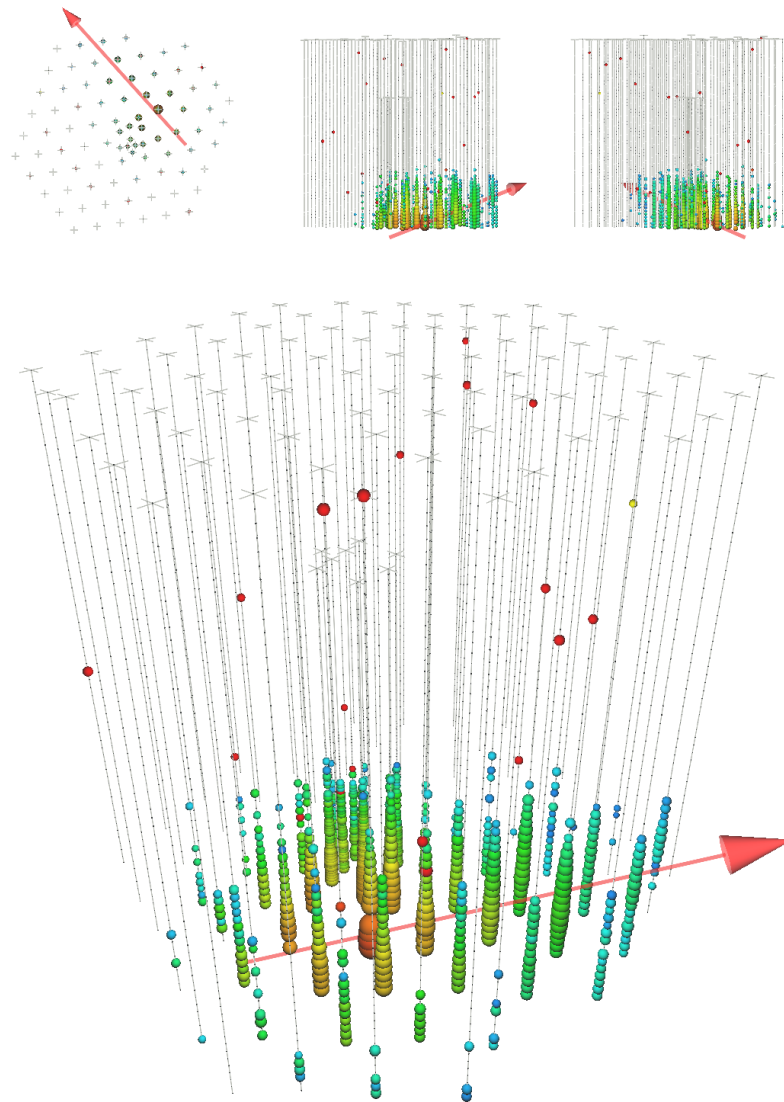


Abbildung A.19: Ereignis vom 27. Juni 2013 (RunID: 122604, EventID: 17469985).
Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 19\,445$ PE.

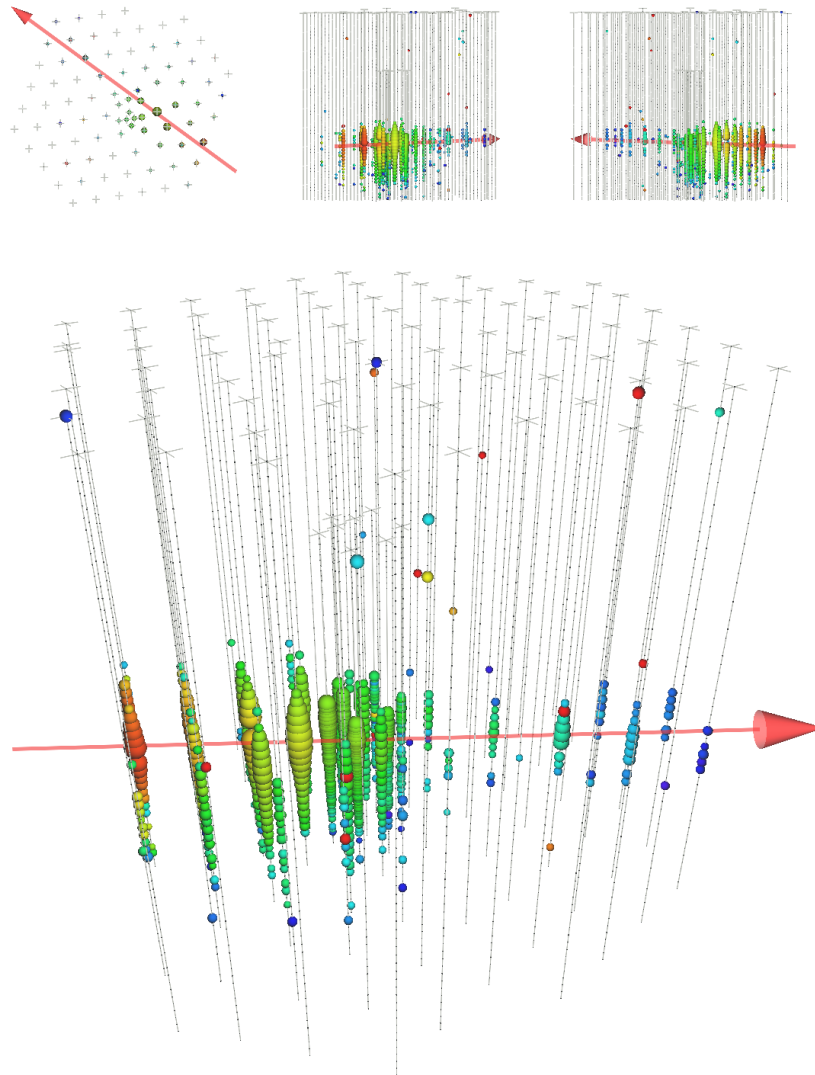


Abbildung A.20: Ereignis vom 8. Januar 2014 (RunID: 123751, EventID: 34239163). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 18994$ PE.

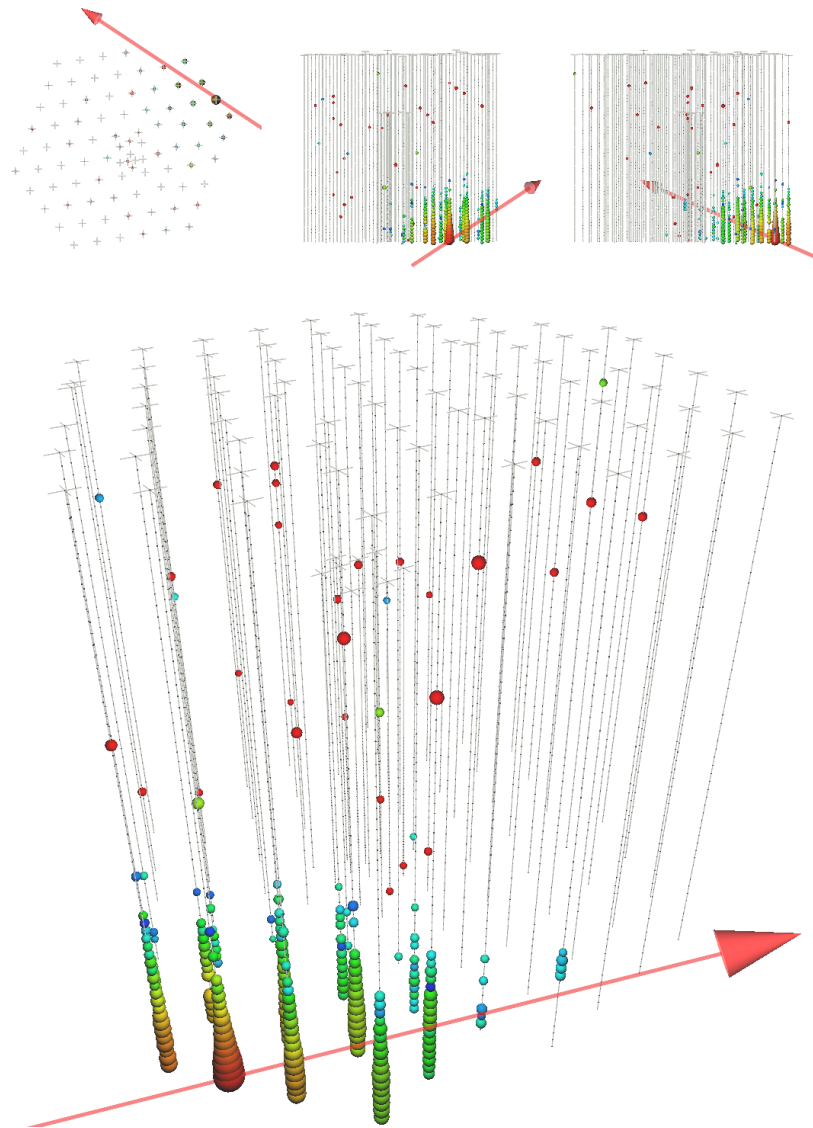


Abbildung A.21: Ereignis vom 22. Mai 2014 (RunID: 124781, EventID: 52253897).
Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 12421$ PE.

A.4 Entfaltung

In diesem Kapitel wird ergänzendes Material zu Kapitel 4 geliefert, das die Entfaltung des Energiespektrums von atmosphärischen Myonenneutrinos behandelt. Die Struktur dieses Kapitels spiegelt die Struktur aus Kapitel 4 wieder.

A.4.1 Grundlagen

Für die Maximierung der Likelihood-Funktion wird in der Regel der natürliche Logarithmus der Likelihood-Funktion genutzt. Meist ist auch nur das Maximum von Interesse und der Wert der Funktion relativ zum Maximum, das bedeutet, dass konstante Beiträge der Funktion verworfen werden können. Die vereinfachte Log-Likelihood-Funktion von (4.6) lautet:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\vec{g} | \vec{f}) &= \prod_{u=1}^m \frac{(\mathbf{A}\vec{f})_u^{g_u}}{g_u!} \exp\left(-(\mathbf{A}\vec{f})_u\right) \cdot k' \cdot \exp\left(R(\vec{f})\right) \\ l^*(\vec{g} | \vec{f}) &= \sum_{u=1}^m \left(g_u \ln(\mathbf{A}\vec{f})_u - \ln(g_u!) - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right) + \ln(k') + R(\vec{f}) \\ l(\vec{g} | \vec{f}) &= \sum_{u=1}^m \left(g_u \ln\left((\mathbf{A}\vec{f})_u\right) - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right) + R(\vec{f}).\end{aligned}$$

Die Einträge des Gradienten und der Hesse-Matrix sind:

$$\begin{aligned}l(\vec{g} | \vec{f}) &= \sum_{u=1}^m \left(g_u \ln\left((\mathbf{A}\vec{f})_u\right) - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right) \\ &= \sum_{u=1}^m \left(g_u \ln\left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right) \right) \\ l_u &= g_u \ln\left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right) \\ \frac{dl_u}{df_k} &= \frac{g_u A_{u,k}}{\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i} - A_{u,k}\end{aligned}\tag{A.4}$$

$$\frac{d^2 l_u}{df_k df_l} = H = \frac{-g_u A_{u,k} A_{u,l}}{\left(\sum_{i=1}^n A_{u,i} f_i\right)^2}.\tag{A.5}$$

Regularisierung

Soll eine Verteilung $f(x)$ für die eine große zweite Ableitung erwartet wird, entfaltet werden, kann der in Abschnitt 4.1.1 beschriebene Ansatz nicht direkt genutzt werden. In [Blo02] wird eine Umformulierung des Problems vorgeschlagen und die Entfaltung von Verteilungen mit großer zweiter Ableitung ermöglicht.

Voraussetzung ist, dass eine Verteilung $f_{\text{Erwart.}}(x)$ bekannt ist, die nah an dem erwarteten Signal liegt. Mit dieser Verteilung kann die gesuchte Funktion umgeschrieben werden zu:

$$f(x) = f_{\text{Erwart.}}(x) \times f_{\text{mult}}(x). \quad (\text{A.6})$$

Die Verteilung $f_{\text{mult}}(x)$ enthält für jedes Bin einen Faktor mit der die Erwartung an das Ergebnis angepasst wird. Die Integralgleichung (4.2) wird mit (A.6) zu:

$$g(x) = \int [A(x, y) f_{\text{Erwart.}}(x)] f_{\text{mult}}(x) dx. \quad (\text{A.7})$$

In der zu maximierenden Likelihood-Funktion wird nun nach der Verteilung $f_{\text{mult}}(x)$ gesucht und auch der Regularisierungsterm mit $f_{\text{mult}}(x)$ ausgewertet. Die Idee ist, dass $f_{\text{Erwart.}}(x)$ nach an der zu entfaltenden Verteilung $f(x)$ liegt und der Unterschied zwischen der erwarteten Verteilung $f_{\text{Erwart.}}(x)$ und der eigentlich gesuchten Verteilung $f(x)$ *glatt* ist.

Bei diesem Ansatz ist zu beachten, dass die Regularisierung Lösungen bevorzugt die ähnlich zu $f_{\text{mult}}(x)$ sind. Das bedeutet, dass die Modellunabhängigkeit der Entfaltung deutlich stärker eingeschränkt ist, als bei der Regularisierung auf die zweite Ableitung von $f(x)$. Deswegen muss bei der Nutzung von (A.7) ein besonderes Augenmerk auf die Tests gelegt werden, die überprüfen, wie stark der Einfluss von $f_{\text{mult}}(x)$ auf die erhaltenen Lösungen ist.

Ungebinnte Entfaltung auf der Grundlage von Simulationsergebnissen

Wenn, wie im Falle von IceCube, keine geschlossene, analytische Funktion $A(x, y)$ zur Verfügung steht, die alle Schritte vom Ausgangssignal bis zur Detektorantwort abbildet, dann wird meist auf Monte-Carlo-Methoden zurückgegriffen. Prinzipiell können die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation genutzt werden, um A empirisch zu bestimmen, da für jedes simulierte Ereignis sowohl die gesuchte Neutrinoenergie, als auch die Observablen bekannt sind.

Ein mögliches Vorgehen wäre die Verteilung $f(x)$ mit einem eindimensionalen Spline [Sch88], der durch den Koeffizientenvektor \vec{a} beschrieben wird, anzunähern. Um eine Approximation der Funktion $A(x, y)$ zu bekommen, könnte analog die

zweidimensionale Verteilung $A'(x, y)$ von x und y mit einem zweidimensionalen Spline beschrieben werden. Für mehrer Observablen müsste ein entsprechend höherdimensionaler Spline genutzt werden. Um die Verteilung $A'(x, y)$ in die gesuchte Funktion der bedingten Wahrscheinlichkeiten $A(x, y)$ zu überführen, muss sie durch das Produktionsspektrum $f_{\text{MC}}(x)$ geteilt werden. Mit A' und $f_{\text{MC}}(x) = f(x|\vec{a}_{\text{MC}})$ kann (4.2) umgeschrieben werden zu:

$$g(y) = \int A'(x, y) \frac{f(x|\vec{a})}{f_{\text{MC}}(x)} dx. \quad (\text{A.8})$$

Wird das Integral (A.8) für einen festen Vektor \vec{a} gelöst, beschreibt $g(y)$ die erwartete Verteilung im Observablenraum. Die Verteilung $g(y)$ kann normiert werden um die Likelihood-Funktion

$$\mathcal{L}(\vec{y} | \vec{a}) = \prod_{i=1}^{N_{\text{Ereignisse}}} \frac{g(y_i|\vec{a})}{G} = \prod_{i=1}^{N_{\text{Ereignisse}}} \frac{\int A'(x, y_i) \frac{f(x|\vec{a})}{f_{\text{MC}}(x)} dx}{G(\vec{a})} \quad (\text{A.9})$$

aufzustellen. In Formel (A.9) enthält \vec{y} die Werte der Observablen der gemessenen Ereignisse. Die Größe $G(\vec{a})$ ist die Normierung, um $g(y_i|\vec{a})$ in eine Wahrscheinlichkeitsdichte zu transformieren.

Die Funktion (A.9) ermöglicht, eine ungebinnte Entfaltung durchzuführen. Auch die Regularisierung kann wie in Abschnitt 4.1.1 genutzt werden. Die einzige Anpassung ist, dass \mathbf{C} für die Beschreibung von $f(x)$ durch Splines angepasst werden muss. In [BL98] ist die Matrix für kubische *B-Splines* zu finden.

In der Praxis kann es jedoch äußerst schwierig sein die kontinuierliche Beschreibung von A' , wie sie in (A.8) benötigt wird, zu finden. Ein häufiges Problem ist die limitierte Menge an verfügbaren Simulationsdaten. Diese Limitierung kommt besonders schnell zu tragen, wenn $A(x, y)$ höherdimensional wird, weil mehr als eine Observable für die Entfaltung genutzt werden soll.

Einordnung in den Forschungskontext und Vergleich zu anderen Entfaltungsmethoden

Der in Abschnitt 4.1 beschriebene Ansatz basiert in weiten Teilen auf der Entfaltung, so wie sie in [Blo84; Blo02; BL98] beschrieben wird. Für die Entfaltung in dieser Arbeit wurde die selbstgeschriebene Python-Bibliothek `funfolding` (siehe Abschnitt A.1.3) genutzt.

`funfolding` verfolgt den gleichen Ansatz wie die Implementierungen `RUN` [Blo96] und `TRUEE` [Mil+13]. Bei allen wird eine gebinnte Likelihood-Funktion genutzt, die

für Bins des Observablenraumes jeweils eine Poisson-Verteilung annimmt. Ebenfalls gemeinsam haben die Implementierungen, dass sie eine *Tikhonov Regularisierung* nutzen. Unterschiedlich ist, für welche Verteilung die Regularisierung ausgewertet wird. Während bei `funfolding` direkt der Vektor \vec{f} für die Regularisierung genutzt wird, führen `RUN` und `TRUEE` eine Verteilung \vec{f}_{mult} ein, die multipliziert mit einer vorher festgelegten Verteilung \vec{f}_{MC} die gesuchte Verteilung \vec{f} ergibt. In beiden Implementierungen wird auch der Regularisierungsterm mit \vec{f}_{mult} ausgewertet⁹.

Ein weiterer Unterschied ist, dass in `RUN` und `TRUEE` nicht, wie bei `funfolding`, ein einfaches Histogramm für die Diskretisierung von \vec{f} , sondern kubische B-Splines [Sch88; BL98] genutzt werden. Entsprechend sind die Modellparameter keine Bineinträge sondern die Koeffizienten der Splines. Auch bei der Diskretisierung des Observablenraumes unterscheiden sich die Ansätze. Während in `RUN` und `TRUEE` äquidistante Bins in bis zu drei Observablen genutzt werden, ist in `funfolding` das in Abschnitt 4.1.2 beschriebene Binning mittels Entscheidungsbaumes implementiert. Dadurch ist die Anzahl nutzbarer Variablen praktisch nicht beschränkt.

Andere Erweiterungen in `funfolding` sind die Berücksichtigung von systematischen Unsicherheiten (siehe Abschnitt 4.2.3) und die Entfaltung mit einem bayesschen Ansatz (siehe Abschnitt 4.2.2). Auch die Zielsetzung der verschiedenen Entfaltungsprogramme unterscheiden sich. Während `RUN` und `TRUEE` eigenständig, nutzbare Programme sind, die eine Vielzahl von Tests durchführen und die Darstellung der Ergebnisse übernehmen, ist `funfolding` eine Python-Bibliothek, die sich auf die Bereitstellung der für die Entfaltung wesentlichen Funktionen beschränkt. Das Durchführen von Tests und die Darstellung liegen in der Verantwortung des Nutzers.

Ein ungebinnter Entfaltungsansatz, der direkt die Integralgleichung (4.2) ($g(y) = \int A(x, y) f(x) dx$) löst, ist in dem Programm ARU [DR11] implementiert. ARU nutzt statt einer *Tikhonov Regularisierung* [Tik43] einen *Maximum Entropy* Ansatz [Sch94]. Bei ARU kann nur eine Observable in der Entfaltung genutzt werden.

Weitere gängige Entfaltungsalgorithmen sind die SVD-Entfaltung [HK96] und das *Bayesian Unfolding* [DAg95; DAg10] zu nennen. Die SVD-Entfaltung ist die Erweiterung der Entfaltung durch Invertierung der Transfermatrix \mathbf{A} auf quadratische Matrizen¹⁰. Wie bereits im Hauptteil in Abschnitt A.4.1 beschrieben gibt es viele Gemeinsamkeiten zwischen der SVD-Entfaltung und der Entfaltung über das Aufstellen der Likelihood-Funktion. Hauptunterschiede sind, dass die SVD-Entfaltung

⁹Eine detaillierte Erklärung dieser Art der Entfaltung ist in Abschnitt A.4.1 zu finden.

¹⁰Zu Anfang in Abschnitt 4.1.1 wird die Entfaltung durch Invertierung der Transfermatrix zur Erklärung und Motivation der Regularisierung genutzt. Auch die Bestimmung der Kondition, sie wie in Abschnitt 4.3 beschrieben ist, basiert auf der SVD-Entfaltung.

analytisch gelöst werden kann und dass bei ihr durch Abschneiden oder Dämpfen kleiner Singulärwerte regularisiert wird. Beim *Bayesian Unfolding* wird auf der Grundlage des Satzes von Bayes eine iterative Entfaltung durchgeführt. Großer Vorteil dieses Ansatzes ist, dass er direkt für die Entfaltung mehrdimensionaler Verteilungen genutzt werden kann. Das Analogon zu der Regularisierung ist bei diesem Ansatz die Anzahl an Iterationen. Mit jedem Schritt der Iteration *sinkt die Regularisierung*. Zum Zeitpunkt des Verfassens dieser Arbeit befindet sich eine Messung des atmosphärischen Myonneutrinospektrum mit Daten der DeepCore-Komponente des IceCube-Detektors in Arbeit, die den *Bayesian Unfolding*-Algorithmus nutzt.

Ein neuer noch in der Entwicklung befindlicher Algorithmus ist der *Dortmund Spectrum Estimation Algorithm* (DSEA) [Ruh+]. Während alle anderen Ansätze an verschiedenen Stellen explizit eine Transfermatrix bzw. Transferfunktion aufstellen, verzichtet DSEA darauf und nutzt stattdessen einen multivariaten Lernalgorithmus. Die Idee ist den Algorithmus auf die Vorhersage zu trainieren, zu welchen Bin der gesuchten Verteilung die Ereignisse gehören. Die Vorhersage des Algorithmus wird als Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgefasst und für alle Ereignisse summiert, um das gesuchte Spektrum zu erhalten. Großer Vorteil dieses Ansatzes ist, dass der Algorithmus direkt für die Entfaltung mehrdimensionaler Verteilungen genutzt werden kann und dass, sobald die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der einzelnen Ereignisse bestimmt wurden, ohne zusätzlichen Rechenaufwand Spektren für beliebige Unterräume des Observablenraumes erzeugt werden können.

A.4.2 Durchführung der Entfaltung der Myonneutrinoenergie

Anpassung der Regularisierung

In Abschnitt 4.2.1 wird die angepasste Regularisierung motiviert, die bei der Entfaltung genutzt wurde. Die vollständige Likelihood-Funktion hat die Form:

$$l(\vec{g} \mid \vec{f}) = \sum_{u=1}^m \left(g_u \cdot \ln(\mathbf{A}\vec{f})_u - (\mathbf{A}\vec{f})_u \right) + R(\vec{f}).$$

Der Gradient und die Hesse-Matrix für den Poisson-Teil der Likelihood sind die Gleichungen (A.4) und (A.5).

Der Gradient und die Einträge der Hesse-Matrix für den angepassten Regularisierungsterm lauten:

$$\begin{aligned}
R(\vec{f}) &= -\frac{1}{2} \log_{10} \left(\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} (\vec{f} + d \cdot \vec{1}) \right)^\top \mathbf{C} \text{Diag}(\vec{\tau})^{-1} \mathbf{C} \log_{10} \left(\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} (\vec{f} + d \cdot \vec{1}) \right) \\
R(\vec{f}) &= -\frac{1}{2} \tau^{-1} \cdot \log_{10} \left(\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} (\vec{f} + d \cdot \vec{1}) \right)^\top \mathbf{C}^2 \log_{10} \left(\mathbf{A}_{\text{eff}}^{-1} (\vec{f} + d \cdot \vec{1}) \right) \\
R(\vec{f}) &= -\frac{1}{2} \tau^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \log_{10}(a_i(f_i + d)) C_{i,j}^2 \log_{10}(a_j(f_j + d)) \\
\frac{dR}{df_k} &= -\frac{1}{2} \tau^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\delta_{i,k} \frac{C_{i,j}^2 \ln(a_j(f_j + d))}{\ln(10)^2(f_i + d)} + \delta_{j,k} \frac{C_{i,j}^2 \ln(a_i(f_i + d))}{\ln(10)^2(f_j + d)} \right] \\
&= -\frac{1}{2} \tau^{-1} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ((C_{i,k}^2 + C_{k,i}^2) \ln(a_i(f_i + d)))}{\ln(10)^2(f_k + d)} \right] \tag{A.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d^2 R}{df_k df_l} \right|_{k \neq l} &= -\frac{1}{2} \tau^{-1} \left[\frac{(C_{l,k}^2 + C_{k,l}^2)}{\ln(10)^2(f_k + d)(f_l + d)} \right] \\
\left. \frac{d^2 R}{df_k df_l} \right|_{k=l} &= -\frac{1}{2} \tau^{-1} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ((C_{i,k}^2 + C_{k,i}^2)(\delta_{i,k} - \ln(a_i(f_i + d))))}{\ln(10)^2(f_k + d)^2} \right] \tag{A.11}
\end{aligned}$$

Entfaltung mit einem frequentistischen Ansatz

In Abschnitt 4.2.2 wird das für die Arbeit genutzte bayessche Vorgehen zur Bestimmung von Kreditabilitätsintervallen beschrieben. Im Folgenden werde zwei alternative Methoden zur Bestimmung von frequentistischen Konfidenzintervallen vorgestellt.

Zur Lösung der Entfaltung muss die Gleichung (4.10) maximiert werden, häufig sind auch die Unsicherheiten bzw. Konfidenzintervalle auf die Einträge der Lösung und die Korrelationen der Einträge untereinander von großem Interesse. Zur Bestimmung der Konfidenzintervalle bei Nutzung eines Maximum-Likelihood-Ansatzes gibt es verschiedene Methoden.

Aus dem Zentralen Grenzwertsatz kann hergeleitet werden, dass sich für den asymptotischen Fall $n \rightarrow \infty$ eine Likelihood-Funktion um ihr Maximum einer Gauß-Funktion annähert [BL98]. Weiter kann durch eine Entwicklung der Funktion um das Maximum die Kovarianzmatrix der Gauß-Verteilung aus der logarithmierten Hesse-Matrix \mathbf{H} der inversen Log-Likelihood-Funktion bestimmt werden:

$$\text{Cov}(\vec{f}) = \left(\frac{d^2}{df_l df_k} l(\vec{g} | \vec{f}) \right)^{-1} = \mathbf{H}^{-1}. \tag{A.12}$$

Die Kovarianzmatrix $\text{Cov}(\vec{f})$ enthält auf der Diagonalen die 68 %-Konfidenzintervalle (häufig auch 1σ -Konfidenzintervalle genannt) auf die Einträge der Lösung.

Für die Likelihood-Funktion (4.10) ist es nicht trivial zu zeigen, wann der asymptotische Fall gilt. Aber es können zwei anschauliche Argumente geliefert werden, dass für Einträge in \vec{f} , die nah an 0 liegen keine symmetrischen Intervalle erwartet werden können und somit die Funktion nicht hinreichend genau als Gauß-Funktion rund ums Maximum approximiert werden kann. Zum Einen sind negative Einträge für \vec{f} unphysikalisch und sollten bei der Maximierung ausgeschlossen werden. Zum Anderen ist die Poisson-Verteilung in den Observablenbins asymmetrisch für Erwartungswerte nah an 0. Kleine Einträge in \vec{f} führen durch das lineare Modell unweigerlich zu kleinen Erwartungswerten in den Observablenbins.

Eine Möglichkeit Unsicherheiten auf die Lösung zu erhalten ohne die Likelihood-Funktion zu approximieren kann aus dem Likelihood-Quotienten-Test und dem *Wilks Theorem* hergeleitet werden. Dafür wird die Likelihood-Funktion für viele verschiedene mögliche Lösungsvektoren \vec{f}_0 (Nullhypothesen) ausgewertet und mit dem Maximum der Likelihood-Funktion \vec{f}_{max} (Alternativhypothese) verglichen. Das *Wilks Theorem* besagt, dass die Teststatistik:

$$D = -2 \cdot \ln \left(\frac{\mathcal{L}(\vec{g} \mid \vec{f}_0)}{\mathcal{L}(\vec{g} \mid \vec{f}_{\text{max}})} \right) = 2 \left(l(\vec{g} \mid \vec{f}_{\text{max}}) - l(\vec{g} \mid \vec{f}_0) \right) \quad (\text{A.13})$$

einer X^2 -Verteilung folgt. Um mit (A.13) die Unsicherheit auf einen einzelnen Parameter aus \vec{f}_{max} anzugeben, muss die Likelihood-Funktion für einen festen Wert des einzelnen Parameters maximiert und D berechnet werden. Die Grenzen eines α -Konfidenzintervall ist dann gefunden, wenn $D \stackrel{!}{=} \text{CDF}_{X^2}^{-1}(\alpha) = D_\alpha$ gilt, also D den Wert angenommen hat, bei dem der Wert der Verteilungsfunktion der X^2 -Verteilung α ist. Die Anzahl der Freiheitsgrade der X^2 -Verteilung ergibt sich aus der Differenz der Anzahl an freien Parametern der Alternativ- und der Nullhypothese. Die Bestimmung der Konfidenzintervalle für die Likelihood-Funktion mit vielen (n) freien Parametern, wie beispielsweise für Gleichung (4.10) kann sehr rechenintensiv werden, da die $(n - 1)$ -dimensionale Fläche gesucht werden muss, für die die Likelihood-Funktion den Schwellwert D_α annimmt.

Berücksichtigung systematischer Unsicherheiten

In den Abbildungen A.22 und A.23 sind zufällig ausgewählte Bins mit den an die Punkte angepassten Umgewichtungsfunktion $w_i^{(j)}(\xi_j)$ dargestellt.

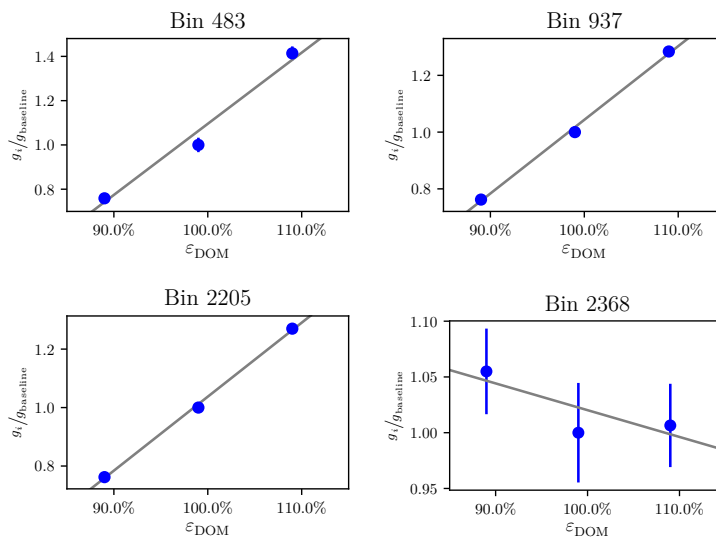


Abbildung A.22: Vier zufällig ausgewählte Observablenbins der Entfaltung aus Abschnitt 4.4. Die drei Punkte wurden mit Datensätzen bestimmt, die mit unterschiedlichen Werten für die DOM-Effizienz (x-Achse) erzeugt wurden. Die y-Achse gibt das Verhältnis des Binninhaltes des Datensatzes im Vergleich zur Referenzsimulation an. Die eingezeichnete Linie ist die angepasste Funktion, die für die Berücksichtigung der DOM-Effizienz in der Entfaltung benötigt wird.

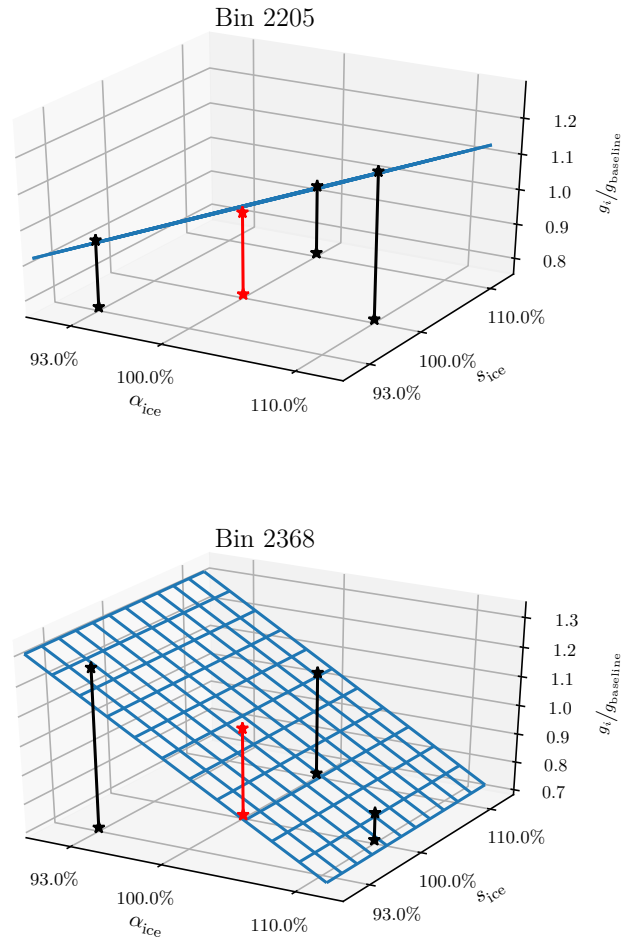


Abbildung A.23: Zwei zufällig ausgewählte Observablenbins der Entfaltung aus Abschnitt 4.4. Die Punkte wurden mit Datensätzen bestimmt, die mit unterschiedlichen Werten für den Absorptions- und den Streukoeffizienten erzeugt wurden. Die z-Achse gibt das Verhältnis des Bininhaltes des Datensatzes im Vergleich zur Referenzsimulation an. Die eingezeichnete Ebene ist die angepasste Funktion, die für die Berücksichtigung der Eiseigenschaften in der Entfaltung benötigt wird.

A.4.3 Datenrepräsentation und Diskretisierung des Observablenraumes

Bei der Klassifikation zwischen simulierten und gemessenen Ereignissen im Rahmen der Observablenauswahl der Entfaltung wurden 23 Observablen aus Ausreißer identifiziert:

- BestTrackDirectHitsICC.q_dir_pulses
- HitMultiplicityValuesIC.n_hit_doms_one_pulse
- HitStatisticsValues.min_pulse_time
- HitStatisticsValuesIC.q_tot_pulses
- LineFitTimeSplit2Params.n_hits
- LineFit_HVParams.n_hits
- MPEFit_HVFitParams.rlogl
- ProjectedQ.ratio
- SPEFit2Bayesian.azimuth
- SPEFit2GeoSplit2Bayesian.zenith
- SPEFitSingle_TWHVFitParams.nmini
- SPEFitSingle_TWHVFitParams.rlogl
- SplineMPEDirectHitsB.n_late_pulses
- SplineMPEDirectHitsD.n_dir_pulses
- SplineMPEDirectHitsD.q_dir_pulses
- SplineMPEDirectHitsICB.n_late_pulses
- SplineMPEDirectHitsICB.q_late_pulses
- SplineMPEDirectHitsICE.n_dir_pulses
- SplineMPEmuEXDifferential.energy
- SplineMPETruncatedEnergy_SPICEMie_BINS_Muon.energy
- SplineMPETruncatedEnergy_SPICEMie_BINS_Neutrino.energy
- SplineMPE_MillipedeHighEnergyMIEFitParams.rlogl
- SplineMPE_SegmentFitParams.rlog

Wie bereits im Hauptteil erklärt, musste für Observablen, die stark mit der Energie korreliert sind, aufgrund von systematischen Unsicherheiten und Unkenntnis des exakten Spektrums mit Unterschieden in der Simulation gerechnet werden. Folglich wurden alle 300 Observablen, die nicht durch den Schnitt in den Korrelationskoeffizienten nicht verworfen wurden, bei der Anwendung des *mRMR*-Algorithmus genutzt.

Die Reihenfolge der vom *mRMR*-Algorithmus ausgewählten Observablen ist in Abbildung A.24 dargestellt.

Um zur finalen Repräsentation der Daten zu kommen, wurde das im Hauptteil beschriebene Verfahren genutzt, das explizit die Konditionszahl κ der Transfermatrix **A** minimiert. Für das Binning des Observablenraumes, das benötigt wird um die Matrix **A** aufzustellen, wurde ein Entscheidungsbaum genutzt, dessen Einstellungen in Tabelle A.6 aufgelistet sind.

Tabelle A.6: Einstellungen des Entscheidungsbaumes der für die iterative Observablenauswahl in Abschnitt 4.3 genutzt wurden. Alle Einstellungen entsprechen den Standardeinstellungen. Lediglich die Parametern `min_weight_fraction_leaf` und `max_leaf_nodes`. `min_weight_fraction_leaf` wurden so gewählt, dass auf Daten die erwartete Anzahl an Ereignis in jedem Blatt mindestens 20 beträgt.

Parameter	Wert	Erläuterung
<code>criterion</code>	'gini'	Kriterium um die Schnitte festzulegen; hier: <i>gini impurity</i> .
<code>max_features</code>	'auto'	Anzahl der Observablen in denen geschnitten wird; hier: $\sqrt{\text{Gesamtanzahl Observablen im Training}}$.
<code>max_depth</code>	None	Maximale Tiefe der Bäume; hier: unbeschränkt.
<code>min_samples_split</code>	2	Mindestanzahl an Beispielen, damit ein Schnitt durchgeführt wird.
<code>min_samples_leaf</code>	1	Mindestanzahl an Beispielen, damit ein Blatt erzeugt wird.
<code>min_weight_fraction_leaf</code>	$20/320000$	Summe der Gewichte, die in einem Blatt erreicht werden muss, damit es erzeugt wird.
<code>max_leaf_nodes</code>	1500	Maximale Anzahl an Blättern; hier: unbeschränkt.
<code>min_impurity_decrease</code>	0.0	Verringerung der <i>gini impurity</i> , damit ein Blatt erzeugt wird.

A.4.4 Entfaltung über den gesamten Zenitbereich

In den folgenden Abschnitten ist ergänzendes Material zu Abschnitt 4.4 aufgeführt.

Optimierung der Einstellungen

Die Tabelle A.7 enthält die Einstellungen die für die Entfaltung aus Abschnitt 4.4 genutzt wurden.

Tabelle A.7: Einstellungen der Entfaltung, wie sie in Abschnitt 4.3 genutzt wurden. Die Namen der Parameter in der Spalte orientieren sich an den Namen, die in den Skripten (siehe Abschnitt A.1) verwendet wurden. Für den Entscheidungsbaum sind nur die Parameter genannt, die sich von den in Tabelle A.6 aufgelisteten Einstellungen unterscheiden.

Parameter	Wert	Erläuterung
<code>min_weight_fraction_leaf</code>	$2^0/320000$	Entscheidungsbaum: Summe der Gewichte, die in einem Blatt erreicht werden muss, damit es erzeugt wird.
<code>max_leaf_nodes</code>	2500	Entscheidungsbaum: Maximale Anzahl an Blättern; hier: unbeschränkt.
<code>tau</code>	6.0	Stärke der Regularisierung τ (siehe Abschnitt 4.4.1).
<code>reg_log_f_offset</code>	6.0	Konstante der Regularisierung d (siehe Abschnitt 4.4.1).
<code>nan_replacement</code>	-100 000.0	Zahl, die für NaN-Werte eingesetzt wird.
<code>weights_binning</code>	[Hon+07]	Gewichte für die Ereignisse, mit denen der Entscheidungsbaum trainiert wird.
<code>weighted_binning</code>	True	Ob gewichtete Ereignisse (True) oder nach den Gewichten gezogenen Ereignisse (False) im Training genutzt werden sollen.
<code>weights_A</code>	[Aar+16c]	Gewichte für die Ereignisse, mit denen die Transfermatrix A konstruiert wird.
<code>weighted_A</code>	True	Ob gewichtete Ereignisse (True) oder nach den Gewichten gezogenen Ereignisse (False) für A genutzt werden sollen.
<code>reg_ignore_n_bins_low</code>	1	Anzahl an Bins, die bei der Regularisierung am Anfang von \vec{f} ignoriert werden sollen (1: ignoriert <i>Underflow</i>).
<code>reg_ignore_n_bins_high</code>	1	Anzahl an Bins, die bei der Regularisierung am Ende von \vec{f} ignoriert werden sollen (1: ignoriert <i>Overflow</i>).
<code>n_walkers</code>	250	Anzahl der <i>Random Walker</i> des MCMC-Verfahrens.
<code>n_steps_used</code>	10 000	Anzahl der verwendeten Schritte des MCMC-Verfahrens bei Tests mit simulierten Ereignissen.
<code>n_steps_used_data</code>	15 000	Anzahl der verwendeten Schritte des MCMC-Verfahrens bei der Entfaltung, wie sie in Abschnitt 4.2.4 beschrieben ist.
<code>n_steps_burnin</code>	3000	Anzahl der Schritte, die zu Beginn des <i>Random Walks</i> verworfen werden.

Test der Modellierung der systematischen Unsicherheiten

Neben den beiden Tests, die detailliert im Hauptteil in Abschnitt 4.4.2 diskutiert sind, wurden identische Tests mit verbliebenen drei systematischen Datensätzen durchgeführt.

Die Ergebnisse der Entfaltung des Datensatzes mit verringerter DOM-Effizienz sind:

Parameter	ε_{DOM}	α_{ice}	s_{ice}
Simulation	89.0 %	100.0 %	100.0 %
Entfaltung	$(89.7 \pm 0.2) \%$	$(101.1 \pm 0.2) \%$	$(99.9 \pm 0.3) \%$

Die Ergebnisse der Entfaltung des Datensatzes mit erhöhtem Absorptionskoeffizient sind:

Parameter	ε_{DOM}	α_{ice}	s_{ice}
Simulation	99.0 %	110.0 %	100.0 %
Entfaltung	$(98.6 \pm 0.2) \%$	$(109.6 \pm 0.2) \%$	$(100.4 \pm 0.3) \%$

Die Ergebnisse der Entfaltung des Datensatzes mit erhöhtem Streukoeffizient sind:

Parameter	ε_{DOM}	α_{ice}	s_{ice}
Simulation	99.0 %	100.0 %	110.0 %
Entfaltung	$(98.9 \pm 0.2) \%$	$(100.2 \pm 0.2) \%$	$(109.2 \pm 0.3) \%$

Ergebnisse

In Tabelle A.8 sind die Ergebnisse der Entfaltung aus Abschnitt 4.4.3 zusammengefasst.

Tabelle A.8: Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in dem Zenithbereich zwischen 86° und 180° . Die Energie E_{Median} ist der Median der Energie bestimmt mit Simulationen die auf das Ergebnis aus [Ar+16c] gewichtet wurden.

Parameter	Bingrenzen [GeV]	Ereignisse	68%-Intervall von bis	Fluss [GeV ⁻¹ s ⁻¹ cm ⁻² sr ⁻¹]	Eff. Fläche [cm ²]	E_{Median} [GeV]
<i>Underflow</i>	bis $10^{2.1}$	9990.8	96.80 %	103.21 %	-	-
Bin 1	$10^{2.1} - 10^{2.4}$	32414.0	97.22 %	102.79 %	$5.802 \cdot 10^{-9}$	$7.233 \cdot 10^1$
Bin 2	$10^{2.4} - 10^{2.7}$	75698.0	97.74 %	102.26 %	$1.257 \cdot 10^{-9}$	$3.908 \cdot 10^2$
Bin 3	$10^{2.7} - 10^{3.0}$	72676.7	96.65 %	103.34 %	$1.494 \cdot 10^{-10}$	$1.582 \cdot 10^3$
Bin 4	$10^{3.0} - 10^{3.3}$	58969.3	95.71 %	104.29 %	$1.758 \cdot 10^{-11}$	$5.466 \cdot 10^3$
Bin 5	$10^{3.3} - 10^{3.6}$	35689.0	93.96 %	106.05 %	$1.760 \cdot 10^{-12}$	$1.656 \cdot 10^4$
Bin 6	$10^{3.6} - 10^{3.9}$	20409.3	91.66 %	108.35 %	$1.903 \cdot 10^{-13}$	$4.391 \cdot 10^4$
Bin 7	$10^{3.9} - 10^{4.2}$	7503.6	83.92 %	116.15 %	$1.482 \cdot 10^{-14}$	$1.039 \cdot 10^5$
Bin 8	$10^{4.2} - 10^{4.5}$	3178.2	75.94 %	123.40 %	$1.491 \cdot 10^{-15}$	$2.193 \cdot 10^5$
Bin 9	$10^{4.5} - 10^{4.8}$	1033.8	58.58 %	143.39 %	$1.277 \cdot 10^{-16}$	$4.173 \cdot 10^5$
Bin 10	$10^{4.8} - 10^{5.1}$	548.4	65.70 %	132.89 %	$1.968 \cdot 10^{-17}$	$7.200 \cdot 10^5$
Bin 11	$10^{5.1} - 10^{5.4}$	54.5	35.22 %	211.14 %	$6.140 \cdot 10^{-19}$	$1.148 \cdot 10^6$
Bin 12	$10^{5.4} - 10^{5.7}$	17.6	30.23 %	233.98 %	$6.794 \cdot 10^{-20}$	$1.677 \cdot 10^6$
Bin 13	$10^{5.7} - 10^{6.0}$	10.3	29.59 %	235.82 %	$1.413 \cdot 10^{-20}$	$2.376 \cdot 10^6$
Bin 14	$10^{6.0} - 10^{6.3}$	9.0	27.12 %	241.70 %	$4.771 \cdot 10^{-21}$	$3.063 \cdot 10^6$
<i>Overflow</i>	ab $10^{6.3}$	6.2	25.87 %	246.93 %	-	-

A.4.5 Entfaltung der Messdaten in verschiedenen Zenitbändern

In Tabelle A.9 sind die Einstellungen der in Abschnitt 4.5 durchgeführten Entfaltungen aufgelistet.

Tabelle A.9: Einstellungen der Entfaltung, wie sie für die Ergebnisse in Abschnitt 4.3 genutzt wurden. Eine Erklärung der Einstellungen ist in Tabelle A.7 zu finden. Für den Entscheidungsbaum sind nur die Parameter aufgelistet, die sich von den in Tabelle A.6 aufgelisteten Einstellungen unterscheiden.

Parameter	Wert bei der Entfaltung im Zenithbereich:			
	86° bis 180°	86° bis 107°	107° bis 130°	130° bis 180°
<code>min_weight_fraction_leaf</code>	²⁰ /320 000	⁴⁰ /145 000	⁴⁰ /100 000	⁴⁰ /70 000
<code>max_leaf_nodes</code>	2500	800	800	800
<code>tau</code>	0.7	0.7	6.0	12.0
<code>reg_log_f_offset</code>	0.1	0.1	1.0	12.0
<code>nan_replacement</code>	-100 000.0	-100 000.0	-100 000.0	-100 000.0
<code>weights_binning</code>	[Hon+07]	[Hon+07]	[Hon+07]	[Hon+07]
<code>weighted_binning</code>	True	True	True	True
<code>weights_A</code>	[Aar+16c]	[Aar+16c]	[Aar+16c]	[Aar+16c]
<code>weighted_A</code>	True	True	True	True
<code>reg_ignore_n_bins_low</code>	1	1	1	1
<code>reg_ignore_n_bins_high</code>	1	1	1	1
<code>n_walkers</code>	250	250	250	250
<code>n_steps_used</code>	10 000	10 000	10 000	10 000
<code>n_steps_used_data</code>	15 000	15 000	15 000	15 000
<code>n_steps_burnin</code>	3000	3000	3000	3000

Optimierung der Einstellungen

In der Abbildung A.25 sind die Ergebnisse der Tests der Entfaltung im Zenitband 1 (86° bis 107°) für verschiedene Annahmen über den astrophysikalischen und prompten Fluss dargestellt. Die Ergebnisse der Tests, bei denen Extremfälle und unterschiedliche atmosphärische Flüsse getestet wurden, sind im Hauptteil in Abbildung 4.18 zu finden.

Die Ergebnisse identischer Tests für die anderen drei Entfaltungen aus Abschnitt 4.5 sind in:

- Band 2 (86° bis 107°): Abbildungen A.26 und A.27
- Band 3 (107° bis 130°): Abbildungen A.28 und A.29

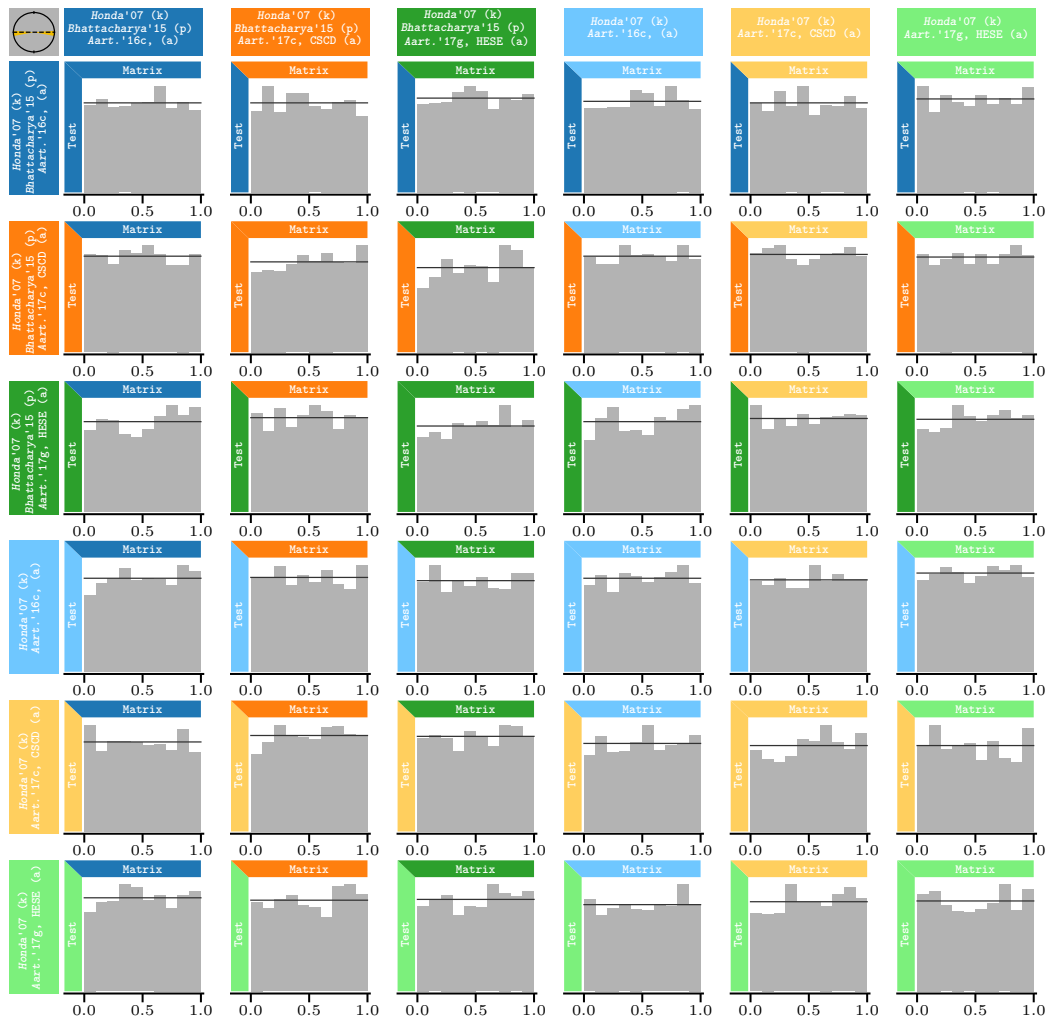


Abbildung A.25: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus Band 1 (107° bis 86°) durchgeführt. Der atmosphärischen Komponente der Spektren liegt das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] zugrunde. Für diese Spektren wurde ein konventioneller Fluss mit dem hadronischen Wechselwirkungsmodell aus [Hon+07] berechnet. Die sechs verschiedenen Kombinationen sind der konventionelle Fluss addiert mit einem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17c] (orange und gelb), [Aar+17g] (grün und hellgrün), [Aar+16c] (blau und hellblau) und jeweils einmal mit einer prompten Komponente aus [Bha+15] (jeweils die hellen Farbtöne). Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

- Referenzentfaltung (86° bis 180°): Abbildungen A.30 und A.31



Abbildung A.26: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus Band 2 (107° bis 130°) durchgeführt. Der atmosphärischen Komponente der Spektren liegt das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] zugrunde. Für diese Spektren wurde ein konventioneller Fluss mit dem hadronischen Wechselwirkungsmodell aus [Hon+07] berechnet. Die sechs verschiedenen Kombinationen sind der konventionelle Fluss addiert mit einem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17c] (orange und gelb), [Aar+17g] (grün und hellgrün), [Aar+16c] (blau und hellblau) und jeweils einmal mit einer prompten Komponente aus [Bha+15] (jeweils die hellen Farbtöne). Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.



Abbildung A.27: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus Band 2 (107° bis 130°) durchgeführt. Die genutzten Spektren sind: konventionellen Fluss aus [Pie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (rot), atmosphärischer Fluss aus [Rie+17; Rie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb), rein konventioneller Fluss aus [Hon+07] (grün), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit um Faktor 10 erhöhten astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (blau), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit prompten Fluss aus [ERS08] und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (lila) und konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit der Summe der astrophysikalischen Flüsse aus [Aar+17g] und [Aar+17c]. Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

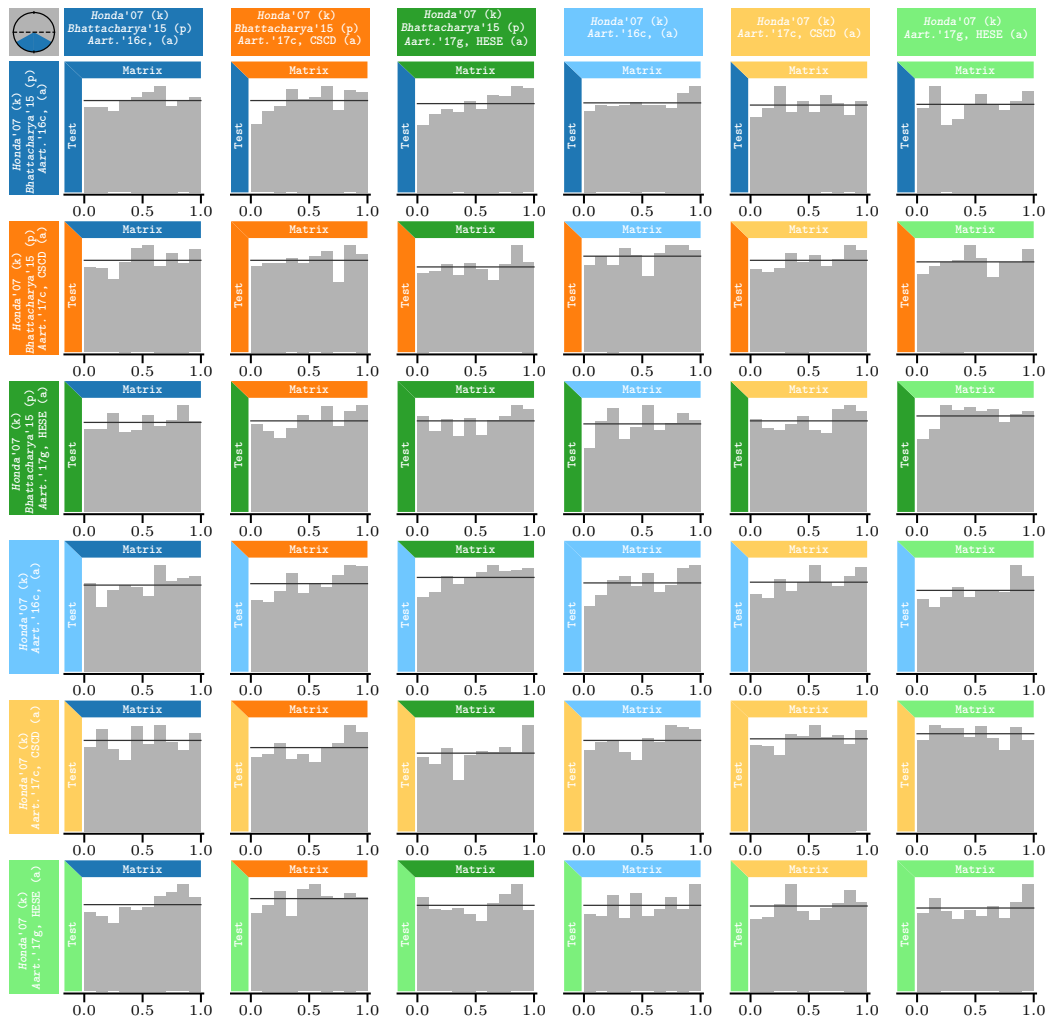


Abbildung A.28: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus Band 3 (130° bis 180°) durchgeführt. Der atmosphärischen Komponente der Spektren liegt das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] zugrunde. Für diese Spektren wurde ein konventioneller Fluss mit dem hadronischen Wechselwirkungsmodell aus [Hon+07] berechnet. Die sechs verschiedenen Kombinationen sind der konventionelle Fluss addiert mit einem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17c] (orange und gelb), [Aar+17g] (grün und hellgrün), [Aar+16c] (blau und hellblau) und jeweils einmal mit einer prompten Komponente aus [Bha+15] (jeweils die hellen Farbtöne). Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

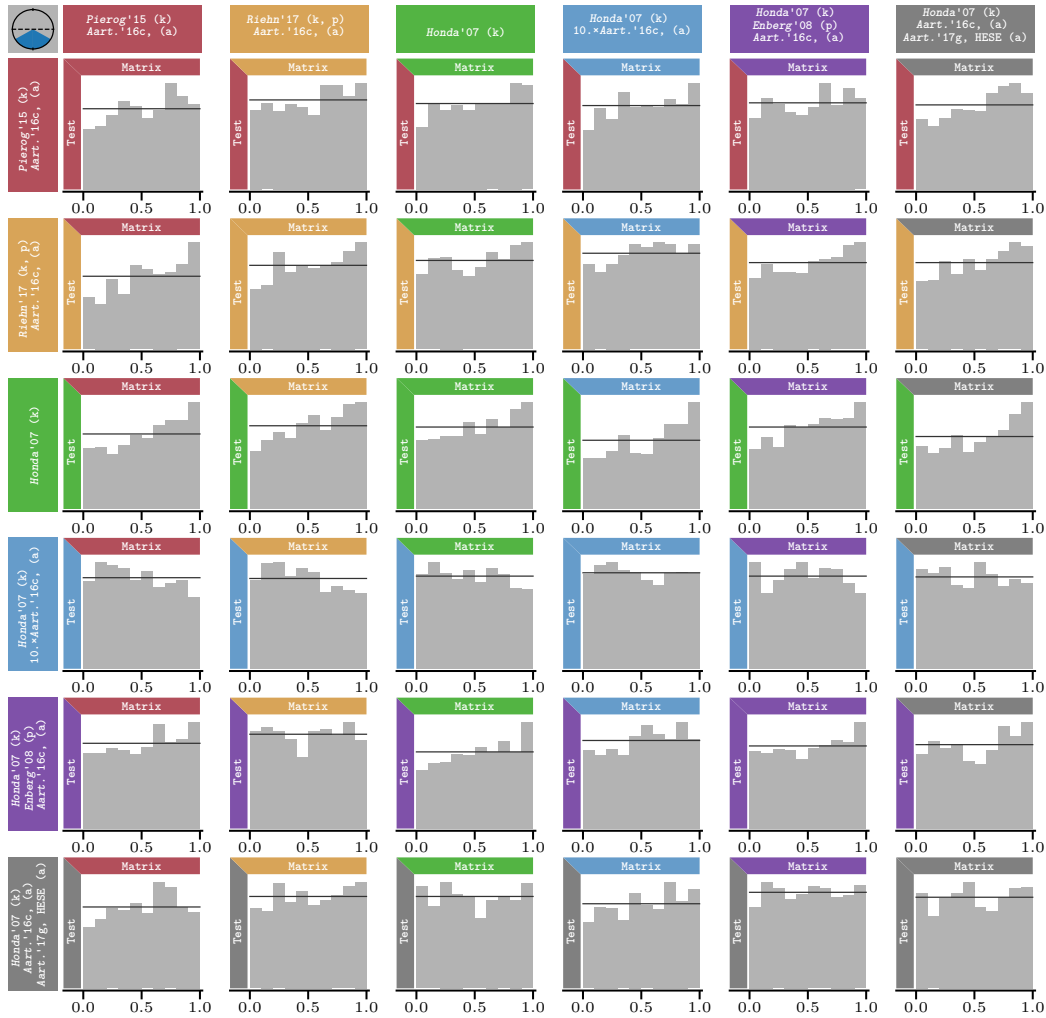


Abbildung A.29: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus Band 3 (130° bis 180°) durchgeführt. Die genutzten Spektren sind: konventionellen Fluss aus [Pie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (rot), atmosphärischer Fluss aus [Rie+17; Rie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb), rein konventioneller Fluss aus [Hon+07] (grün), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit um Faktor 10 erhöhten astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (blau), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit prompten Fluss aus [ERS08] und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (lila) und konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit der Summe der astrophysikalischen Flüsse aus [Aar+17g] und [Aar+17c]. Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.



Abbildung A.30: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transformmatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus dem gesamten Zenitbereich durchgeführt. Der atmosphärischen Komponente der Spektren liegt das Spektrum der geladenen kosmischen Strahlung aus [Gai12b] zugrunde. Für diese Spektren wurde ein konventioneller Fluss mit dem hadronischen Wechselwirkungsmodell aus [Hon+07] berechnet. Die sechs verschiedenen Kombinationen sind der konventionelle Fluss addiert mit einem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17c] (orange und gelb), [Aar+17g] (grün und hellgrün), [Aar+16c] (blau und hellblau) und jeweils einmal mit einer prompten Komponente aus [Bha+15] (jeweils die hellen Farbtöne). Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.



Abbildung A.31: Verteilung des p -Wertes für verschiedene Kombinationen an Spektren zur Konstruktion der Transfermatrix \mathbf{A} und Spektren die entfaltet wurden. Die Entfaltungen wurden mit Ereignissen aus dem gesamten Zenitbereich durchgeführt. Die genutzten Spektren sind: konventionellen Fluss aus [Pie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (rot), atmosphärischer Fluss aus [Rie+17; Rie+15] mit dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (gelb), rein konventioneller Fluss aus [Hon+07] (grün), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit um Faktor 10 erhöhten astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (blau), konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit prompten Fluss aus [ERS08] und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+16c] (lila) und konventioneller Fluss aus [Hon+07] mit der Summe der astrophysikalischen Flüsse aus [Aar+17g] und [Aar+17c]. Details zur Darstellung sind in der Bildunterschrift von Abbildung 4.9 zu finden.

Ergebnisse

Die Ergebnisse der Entfaltung sind in den Tabellen:

- Band 1 (86° bis 180°): Tabelle A.10
- Band 2 (107° bis 130°): Tabelle A.11
- Band 3 (130° bis 180°): Tabelle A.12
- Referenzentfaltung (86° bis 180°): Tabelle A.13

aufgelistet. Die Ereignisspektren aller vier Entfaltung sind in Abbildung A.32 dargestellt.

Tabelle A.10: Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in dem Zenitbereich zwischen 86° und 107° (Band 1). Die Einheit des aufgelisteten Flusses ist $\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$. Die Energie E_{Median} ist der Median der Energie bestimmt mit Simulationen die auf das Ergebnis aus [Aar+16c] gewichtet wurden.

Parameter	Bingrenzen [GeV]	Ereignisse	68 %-Intervall von bis	Fluss [$\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$]	Eff. Fläche [cm^2]	E_{Median} [GeV]
<i>Underflow</i>	bis $10^{2.1}$	3638.8	95.31 % 104.72 %	-	-	-
Bin 1	$10^{2.1} - 10^{2.4}$	14315.8	96.42 % 103.59 %	$9.130 \cdot 10^{-9}$	$5.997 \cdot 10^1$	$10^{2.28}$
Bin 2	$10^{2.4} - 10^{2.7}$	32577.1	96.64 % 103.36 %	$1.866 \cdot 10^{-9}$	$3.347 \cdot 10^2$	$10^{2.56}$
Bin 3	$10^{2.7} - 10^{3.0}$	28368.8	93.92 % 106.08 %	$1.960 \cdot 10^{-10}$	$1.391 \cdot 10^3$	$10^{2.85}$
Bin 4	$10^{3.0} - 10^{3.3}$	28953.4	93.29 % 106.72 %	$2.811 \cdot 10^{-11}$	$4.960 \cdot 10^3$	$10^{3.14}$
Bin 5	$10^{3.3} - 10^{3.6}$	19317.8	90.86 % 109.16 %	$2.981 \cdot 10^{-12}$	$1.564 \cdot 10^4$	$10^{3.43}$
Bin 6	$10^{3.6} - 10^{3.9}$	10202.4	87.21 % 112.83 %	$2.866 \cdot 10^{-13}$	$4.306 \cdot 10^4$	$10^{3.73}$
Bin 7	$10^{3.9} - 10^{4.2}$	4704.4	82.81 % 117.19 %	$2.694 \cdot 10^{-14}$	$1.059 \cdot 10^5$	$10^{4.02}$
Bin 8	$10^{4.2} - 10^{4.5}$	1954.6	77.57 % 122.33 %	$2.518 \cdot 10^{-15}$	$2.358 \cdot 10^5$	$10^{4.31}$
Bin 9	$10^{4.5} - 10^{4.8}$	631.7	67.31 % 136.60 %	$2.022 \cdot 10^{-16}$	$4.757 \cdot 10^5$	$10^{4.61}$
Bin 10	$10^{4.8} - 10^{5.1}$	261.6	65.09 % 139.28 %	$2.224 \cdot 10^{-17}$	$8.975 \cdot 10^5$	$10^{4.91}$
Bin 11	$10^{5.1} - 10^{5.4}$	110.2	52.60 % 155.61 %	$2.714 \cdot 10^{-18}$	$1.553 \cdot 10^6$	$10^{5.21}$
<i>Overflow</i>	ab $10^{5.4}$	24.5	29.18 % 208.62 %	-	-	-

Tabelle A.11: Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in dem Zenitbereich zwischen 107° und 130° (Band 2). Die Einheit des aufgelisteten Flusses ist $\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$. Die Energie E_{Median} ist der Median der Energie bestimmt mit Simulationen die auf das Ergebnis aus [Aar+16c] gewichtet wurden.

Parameter	Bingrenzen [GeV]	Ereignisse	68%-Intervall		Fluss [$\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$]	Eff. Fläche [cm^2]	E_{Median} [GeV]
			von	bis			
<i>Underflow</i>	bis $10^{2.1}$	3632.2	94.51 %	105.53 %	-	-	-
Bin 1	$10^{2.1} - 10^{2.4}$	12070.9	95.38 %	104.62 %	$5.950 \cdot 10^{-9}$	$8.019 \cdot 10^1$	$10^{2.28}$
Bin 2	$10^{2.4} - 10^{2.7}$	23864.6	95.70 %	104.30 %	$1.104 \cdot 10^{-9}$	$4.282 \cdot 10^2$	$10^{2.56}$
Bin 3	$10^{2.7} - 10^{3.0}$	22838.8	93.69 %	106.30 %	$1.316 \cdot 10^{-10}$	$1.724 \cdot 10^3$	$10^{2.84}$
Bin 4	$10^{3.0} - 10^{3.3}$	22162.4	93.25 %	106.75 %	$1.865 \cdot 10^{-11}$	$5.912 \cdot 10^3$	$10^{3.14}$
Bin 5	$10^{3.3} - 10^{3.6}$	8925.5	85.77 %	114.29 %	$1.258 \cdot 10^{-12}$	$1.770 \cdot 10^4$	$10^{3.43}$
Bin 6	$10^{3.6} - 10^{3.9}$	5737.0	82.92 %	117.09 %	$1.542 \cdot 10^{-13}$	$4.649 \cdot 10^4$	$10^{3.72}$
Bin 7	$10^{3.9} - 10^{4.2}$	2050.3	67.39 %	131.86 %	$1.168 \cdot 10^{-14}$	$1.100 \cdot 10^5$	$10^{4.01}$
Bin 8	$10^{4.2} - 10^{4.5}$	853.4	53.48 %	146.33 %	$1.154 \cdot 10^{-15}$	$2.322 \cdot 10^5$	$10^{4.31}$
Bin 9	$10^{4.5} - 10^{4.8}$	301.9	43.30 %	166.74 %	$1.067 \cdot 10^{-16}$	$4.451 \cdot 10^5$	$10^{4.61}$
Bin 10	$10^{4.8} - 10^{5.1}$	82.0	36.01 %	196.67 %	$8.490 \cdot 10^{-18}$	$7.613 \cdot 10^5$	$10^{4.90}$
Bin 11	$10^{5.1} - 10^{5.4}$	30.0	29.49 %	224.85 %	$9.826 \cdot 10^{-19}$	$1.205 \cdot 10^6$	$10^{5.21}$
<i>Overflow</i>	ab $10^{5.4}$	22.3	28.48 %	215.34 %	-	-	-

Tabelle A.12: Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in dem Zenitbereich zwischen 130° und 180° (Band 3). Die Einheit des aufgelisteten Flusses ist $\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$. Die Energie E_{Median} ist der Median der Energie bestimmt mit Simulationen die auf das Ergebnis aus [Aar+16c] gewichtet wurden.

Parameter	Bingrenzen [GeV]	Ereignisse	68 %-Intervall von bis	Fluss [$\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$]	Eff. Fläche [cm^2]	E_{Median} [GeV]
<i>Underflow</i>	bis $10^{2.1}$	3017.2	93.25 % 106.79 %	-	-	-
Bin 1	$10^{2.1} - 10^{2.4}$	7623.1	93.11 % 106.89 %	$3.858 \cdot 10^{-9}$	$7.661 \cdot 10^1$	$10^{2.28}$
Bin 2	$10^{2.4} - 10^{2.7}$	18611.0	95.30 % 104.70 %	$8.842 \cdot 10^{-10}$	$4.091 \cdot 10^2$	$10^{2.55}$
Bin 3	$10^{2.7} - 10^{3.0}$	16325.0	93.03 % 106.97 %	$9.759 \cdot 10^{-11}$	$1.629 \cdot 10^3$	$10^{2.84}$
Bin 4	$10^{3.0} - 10^{3.3}$	14123.4	92.06 % 107.95 %	$1.253 \cdot 10^{-11}$	$5.501 \cdot 10^3$	$10^{3.13}$
Bin 5	$10^{3.3} - 10^{3.6}$	5788.0	83.45 % 116.66 %	$8.730 \cdot 10^{-13}$	$1.622 \cdot 10^4$	$10^{3.43}$
Bin 6	$10^{3.6} - 10^{3.9}$	3016.2	74.95 % 125.16 %	$8.850 \cdot 10^{-14}$	$4.179 \cdot 10^4$	$10^{3.72}$
Bin 7	$10^{3.9} - 10^{4.2}$	1467.4	66.70 % 132.09 %	$9.500 \cdot 10^{-15}$	$9.493 \cdot 10^4$	$10^{4.01}$
Bin 8	$10^{4.2} - 10^{4.5}$	443.7	50.90 % 149.12 %	$7.250 \cdot 10^{-16}$	$1.885 \cdot 10^5$	$10^{4.31}$
Bin 9	$10^{4.5} - 10^{4.8}$	78.6	33.09 % 202.37 %	$3.678 \cdot 10^{-17}$	$3.298 \cdot 10^5$	$10^{4.61}$
Bin 10	$10^{4.8} - 10^{5.1}$	21.4	29.67 % 226.58 %	$3.319 \cdot 10^{-18}$	$4.996 \cdot 10^5$	$10^{4.90}$
Bin 11	$10^{5.1} - 10^{5.4}$	10.7	27.45 % 233.53 %	$6.031 \cdot 10^{-19}$	$6.852 \cdot 10^5$	$10^{5.21}$
<i>Overflow</i>	ab $10^{5.4}$	6.7	26.70 % 235.71 %	-	-	-

Tabelle A.13: Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in dem Zenitbereich zwischen 86° und 180° (Referenzentfaltung zu den Zenitbändern). Die Einheit des aufgelösten Flusses ist $\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$. Die Energie E_{Median} ist der Median der Energie bestimmt mit Simulationen die auf das Ergebnis aus [Aar+16c] gewichtet wurden.

Parameter	Bingrenzen [GeV]	Ereignisse	68%-Intervall		Fluss [$\text{GeV}^{-1} \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$]	Eff. Fläche [cm^2]	E_{Median} [GeV]
			von	bis			
<i>Underflow</i>	bis $10^{2.1}$	9989.6	96.80 %	103.21 %	-	-	-
Bin 1	$10^{2.1} - 10^{2.4}$	32417.7	97.22 %	102.78 %	$5.803 \cdot 10^{-9}$	$7.233 \cdot 10^1$	$10^{2.28}$
Bin 2	$10^{2.4} - 10^{2.7}$	75684.6	97.75 %	102.25 %	$1.257 \cdot 10^{-9}$	$3.908 \cdot 10^2$	$10^{2.56}$
Bin 3	$10^{2.7} - 10^{3.0}$	72714.2	96.68 %	103.32 %	$1.495 \cdot 10^{-10}$	$1.582 \cdot 10^3$	$10^{2.84}$
Bin 4	$10^{3.0} - 10^{3.3}$	58901.1	95.75 %	104.25 %	$1.756 \cdot 10^{-11}$	$5.466 \cdot 10^3$	$10^{3.14}$
Bin 5	$10^{3.3} - 10^{3.6}$	35782.2	94.12 %	105.90 %	$1.765 \cdot 10^{-12}$	$1.656 \cdot 10^4$	$10^{3.43}$
Bin 6	$10^{3.6} - 10^{3.9}$	20304.8	92.06 %	107.92 %	$1.893 \cdot 10^{-13}$	$4.391 \cdot 10^4$	$10^{3.72}$
Bin 7	$10^{3.9} - 10^{4.2}$	7601.8	85.81 %	114.20 %	$1.502 \cdot 10^{-14}$	$1.039 \cdot 10^5$	$10^{4.02}$
Bin 8	$10^{4.2} - 10^{4.5}$	3083.8	80.33 %	119.59 %	$1.446 \cdot 10^{-15}$	$2.193 \cdot 10^5$	$10^{4.31}$
Bin 9	$10^{4.5} - 10^{4.8}$	1114.9	72.36 %	129.01 %	$1.377 \cdot 10^{-16}$	$4.173 \cdot 10^5$	$10^{4.61}$
Bin 10	$10^{4.8} - 10^{5.1}$	460.7	68.87 %	132.74 %	$1.653 \cdot 10^{-17}$	$7.200 \cdot 10^5$	$10^{4.90}$
Bin 11	$10^{5.1} - 10^{5.4}$	137.3	56.55 %	150.45 %	$1.549 \cdot 10^{-18}$	$1.148 \cdot 10^6$	$10^{5.21}$
<i>Overflow</i>	ab $10^{5.4}$	18.3	27.69 %	223.43 %	-	-	-

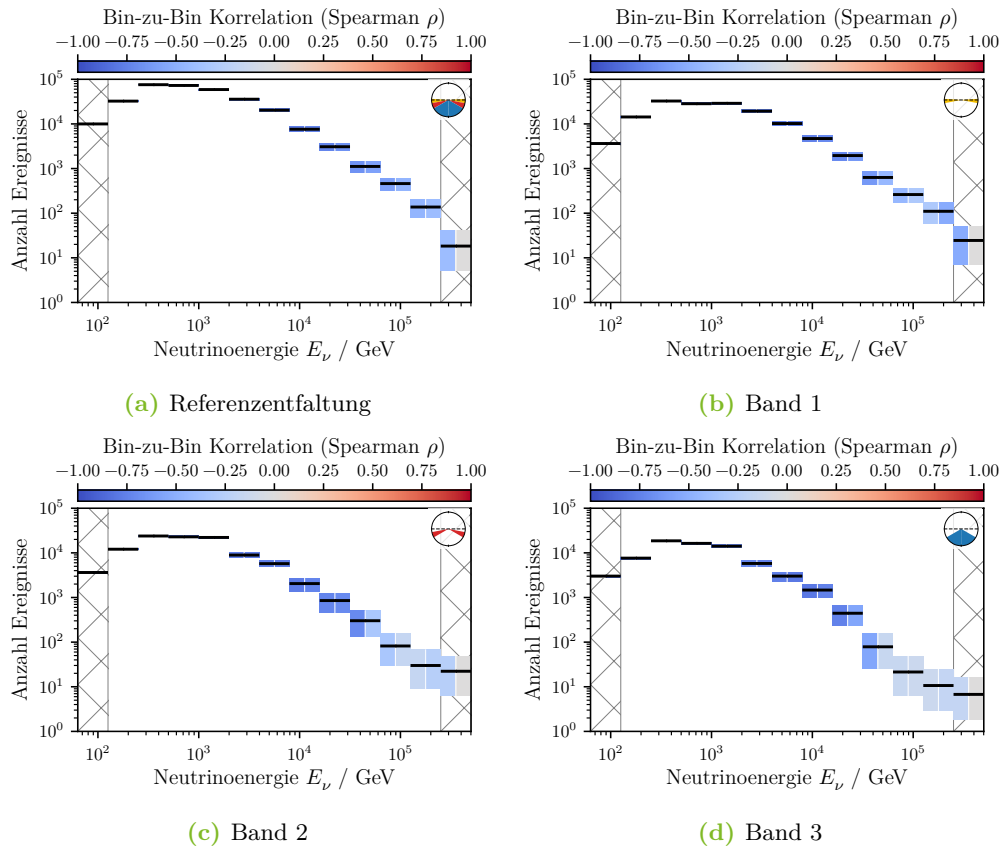


Abbildung A.32: Ergebnisse der Entfaltungen im Energiebereich zwischen $E_\nu = 125 \text{ GeV}$ und $E_\nu = 250 \text{ TeV}$ in vier verschiedenen Zenitbereichen: 86 (bis 180 (oben links), 86 (bis 107 (oben rechts), 107 (bis 130 (unten links) und 130 (bis 180 (unten rechts). Die Farben der 68%-Intervalle zeigen den Spearman Korrelationskoeffizienten zwischen dem Bin und seinen Nachbarn an.

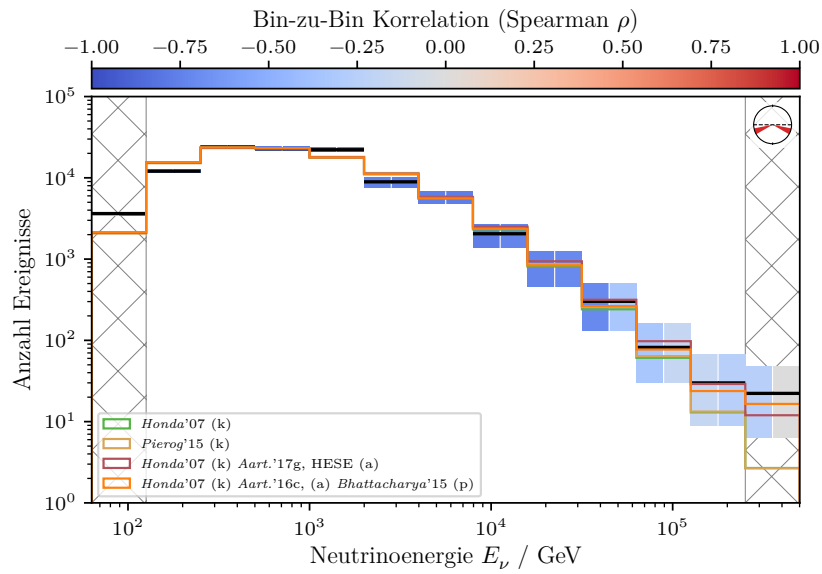


Abbildung A.33: Ereignisspektrum der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 107° und 130° im Vergleich zu vier der getesteten Vorhersagen für das Spektrum. Die grüne und die gelbe Kurve zeigen jeweils einen rein konventionellen Fluss aus [Hon+07] (grün) bzw. [Pie+15] (gelb). Die rote Kurve setzt sich zusammen aus dem konventionellen Fluss der grünen Kurve und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17g]. Für die orange Kurve wurde das Ergebnis aus [Aar+16c] mit einem prompten Fluss aus [Bha+15] kombiniert.

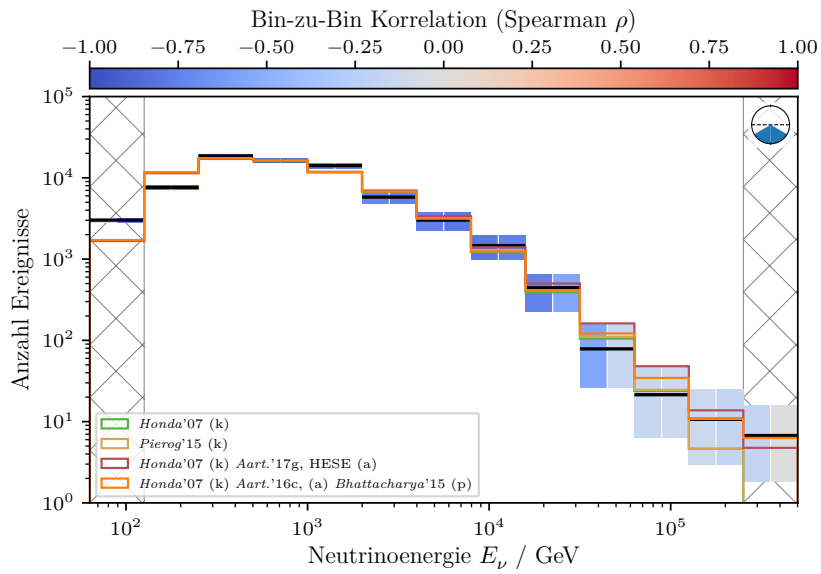


Abbildung A.34: Ereignisspektrum der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 130° und 180° im Vergleich zu vier der getesteten Vorhersagen für das Spektrum. Die grüne und die gelbe Kurve zeigen jeweils einen rein konventionellen Fluss aus [Hon+07] (grün) bzw. [Pie+15] (gelb). Die rote Kurve setzt sich zusammen aus dem konventionellen Fluss der grünen Kurve und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17g]. Für die orange Kurve wurde das Ergebnis aus [Aar+16c] mit einem prompten Fluss aus [Bha+15] kombiniert.

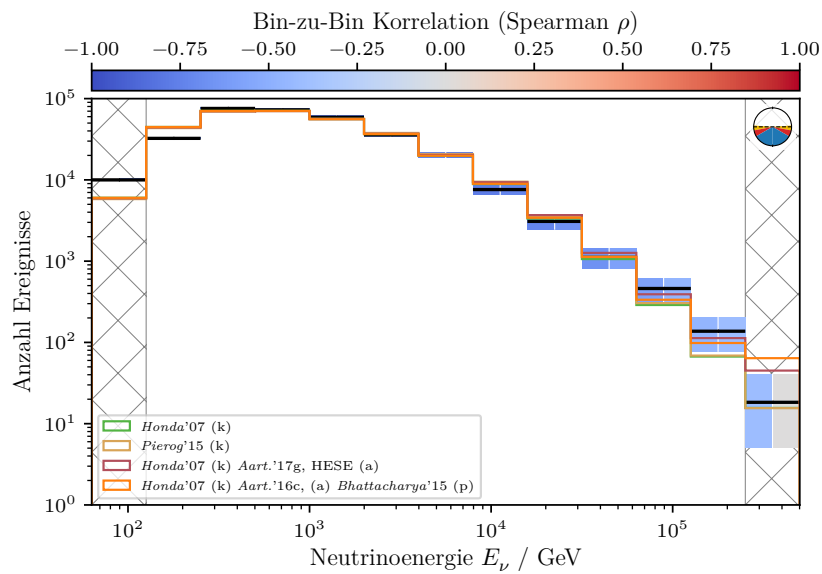


Abbildung A.35: Ereignisspektrum der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180° bis zu Energien von 250 TeV im Vergleich zu vier der getesteten Vorhersagen für das Spektrum. Die grüne und die gelbe Kurve zeigen jeweils einen rein konventionellen Fluss aus [Hon+07] (grün) bzw. [Pie+15] (gelb). Die rote Kurve setzt sich zusammen aus dem konventionellen Fluss der grünen Kurve und dem astrophysikalischen Fluss aus [Aar+17g]. Für die orange Kurve wurde das Ergebnis aus [Aar+16c] mit einem prompten Fluss aus [Bha+15] kombiniert.

Literatur

- [Aar+13a] M. G. Aartsen et al. „Evidence for High-Energy Extraterrestrial Neutrinos at the IceCube Detector“. In: *Science (New York, N.Y.)* 342.6161 (Nov. 2013), S. 1242856. DOI: 10.1126/science.1242856.
- [Aar+13b] M. G. Aartsen et al. „Measurement of South Pole Ice Transparency with the IceCube LED Calibration System“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 711 (2013), S. 73–89. DOI: 10.1016/j.nima.2013.01.054.
- [Aar+14a] M. G. Aartsen et al. „Energy Reconstruction Methods in the IceCube Neutrino Telescope“. In: *Journal of Instrumentation* 9.03 (März 2014), P03009–P03009. DOI: 10.1088/1748-0221/9/03/P03009.
- [Aar+14b] M. G. Aartsen et al. „Improvement in Fast Particle Track Reconstruction with Robust Statistics“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 736 (2014), S. 143–149. DOI: 10.1016/j.nima.2013.10.074.
- [Aar+14c] M. G. Aartsen et al. „Observation of High-Energy Astrophysical Neutrinos in Three Years of IceCube Data“. In: *Physical Review Letters* 113.10 (Sep. 2014), S. 101101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.101101.
- [Aar+14d] M. G. Aartsen et al. „Observation of the Cosmic-Ray Shadow of the Moon with IceCube“. In: *Physical Review D* 89 (10 Mai 2014), S. 102004. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.102004.
- [Aar+15a] M. G. Aartsen et al. „A Combined Maximum-Likelihood Analysis of the High-Energy Astrophysical Neutrino Flux Measured with IceCube“. In: *The Astrophysical Journal* 809.1 (Aug. 2015), S. 98. DOI: 10.1088/0004-637X/809/1/98.
- [Aar+15b] M. G. Aartsen et al. „Development of a General Analysis and Unfolding Scheme and Its Application to Measure the Energy Spectrum of Atmospheric Neutrinos with IceCube“. In: *The European Physical Journal C* 75.3 (März 2015), S. 116. DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3330-z.

- [Aar+15c] M. G. Aartsen et al. „Measurement of the Atmospheric ν_e Spectrum with IceCube“. In: *Physical Review D* 91 (12 Juni 2015), S. 122004. DOI: 10.1103/PhysRevD.91.122004.
- [Aar+15d] M. G. Aartsen et al. „The IceProd Framework: Distributed Data Processing for the IceCube Neutrino Observatory“. In: *Journal of Parallel and Distributed Computing* 75 (2015), S. 198–211. DOI: 10.1016/j.jpdc.2014.08.001.
- [Aar+16a] M. G. Aartsen et al. „Characterization of the Atmospheric Muon Flux in IceCube“. In: *Astroparticle Physics* 78 (2016), S. 1–27. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2016.01.006.
- [Aar+16b] M. G. Aartsen et al. „Constraints on Ultrahigh-Energy Cosmic-Ray Sources from a Search for Neutrinos above 10 PeV with IceCube“. In: *Physical Review Letters* 117 (24 Dez. 2016), S. 241101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.241101.
- [Aar+16c] M. G. Aartsen et al. „Observation and Characterization of a Cosmic Muon Neutrino Flux from the Northern Hemisphere Using Six Years of IceCube Data“. In: *The Astrophysical Journal* 833.1 (2016), S. 3. DOI: 10.3847/0004-637X/833/1/3.
- [Aar+16d] M. G. Aartsen et al. „Search for Astrophysical Tau Neutrinos in Three Years of IceCube Data“. In: *Physical Review D* 93 (2 Jan. 2016), S. 022001. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.022001.
- [Aar+16e] M. G. Aartsen et al. „Unfolding measurement of the Atmospheric Neutrino Spectrum using IceCube-79/86“. In: *PoS ICRC2015* (2016), S. 1098.
- [Aar+17a] M. G. Aartsen et al. „A Measurement of the Diffuse Astrophysical Muon Neutrino Flux Using Eight Years of Icecube Data“. In: *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference*. Bd. 1057. PoS, 2017.
- [Aar+17b] M. G. Aartsen et al. „All-sky Search for Time-integrated Neutrino Emission from Astrophysical Sources with 7 years of IceCube Data“. In: *The Astrophysical Journal* 835.2 (2017), S. 151.
- [Aar+17c] M. G. Aartsen et al. „High Energy Astrophysical Neutrino Flux Measurement Using Neutrino-induced Cascades Observed in 4 Years of IceCube Data“. In: *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference*. Bd. 1057. PoS, 2017.
- [Aar+17d] M. G. Aartsen et al. „IceCube-Gen2: A Vision for the Future of Neutrino Astronomy in Antarctica“. In: *PoS FRAPWS2016* (2017), S. 004. DOI: 10.22323/1.269.0004.

- [Aar+17e] M. G. Aartsen et al. „Measurement of the ν_μ -Energy Spectrum with IceCube-79“. In: *The European Physical Journal C* 77.10 (Okt. 2017), S. 692. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5261-3.
- [Aar+17f] M. G. Aartsen et al. „Measurement of the Multi-TeV Neutrino Interaction Cross-Section with IceCube Using Earth Absorption“. In: *Nature* 551 (Nov. 2017).
- [Aar+17g] M. G. Aartsen et al. „Observation of Astrophysical Neutrinos in Six Years of IceCube Data“. In: *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference*. Bd. 1057. PoS, 2017.
- [Aar+17h] M. G. Aartsen et al. „The IceCube Neutrino Observatory: Instrumentation and Online Systems“. In: *Journal of Instrumentation* 12.03 (2017), P03012.
- [Aar+17i] M.G. Aartsen et al. „The IceCube Realtime Alert System“. In: *Astroparticle Physics* 92 (2017), S. 30–41. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2017.05.002.
- [Aar+18a] M. G. Aartsen et al. „Multimessenger Observations of a Flaring Blazar Coincident with High-Energy Neutrino IceCube-170922A“. In: *Science* 361.6398 (2018). DOI: 10.1126/science.aat1378.
- [Aar+18b] M. G. Aartsen et al. „Neutrino Emission from the Direction of the Blazar TxS 0506+056 Prior to the IceCube-170922a Alert“. In: *Science* 361.6398 (2018), S. 147–151. DOI: 10.1126/science.aat2890.
- [Abb+09] R. Abbasi et al. „The IceCube Data Acquisition System: Signal Capture, Digitization, and Timestamping“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 601.3 (2009), S. 294–316. DOI: 10.1016/j.nima.2009.01.001.
- [Abb+10] R. Abbasi et al. „Calibration and Characterization of the IceCube Photomultiplier Tube“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 618.1 (2010), S. 139–152. DOI: 10.1016/j.nima.2010.03.102.
- [Abb+12] R. Abbasi et al. „The Design and Performance of IceCube DeepCore“. In: *Astroparticle Physics* 35.10 (2012), S. 615–624. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2012.01.004.
- [Abb+13] R. Abbasi et al. „IceTop: The Surface Component of IceCube“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 700 (2013), S. 188–220. DOI: 10.1016/j.nima.2012.10.067.

- [AC12] R. Aggarwal und A. Caldwell. „Error bars for distributions of numbers of events“. In: *The European Physical Journal Plus* 127.2 (2012), S. 24.
- [Ach+06] A. Achterberg et al. „First Year Performance of the IceCube Neutrino Telescope“. In: *Astroparticle Physics* 26.3 (2006), S. 155–173. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2006.06.007.
- [Ack+06] M. Ackermann et al. „Optical Properties of Deep Glacial Ice at the South Pole“. In: *Journal of Geophysical Research* 111.D13 (2006), S. D13203. DOI: 10.1029/2005JD006687.
- [Adr+13a] S. Adrián-Martínez et al. „Measurement of the Atmospheric ν_μ Energy Spectrum from 100 GeV to 200 TeV with the ANTARES Telescope“. In: *The European Physical Journal C* 73 (2013), S. 2606. DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2606-4. arXiv: 1308.1599 [astro-ph.HE].
- [Adr+13b] S. Adrián-Martínez et al. „Measurement of the Atmospheric ν_μ Energy Spectrum from 100 GeV to 200 TeV with the ANTARES Telescope“. In: *The European Physical Journal C* 73.10 (Okt. 2013), S. 2606. DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2606-4.
- [Adr+16] S. Adrián-Martínez et al. „Letter of Intent for KM3NeT 2.0“. In: *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 43.8 (2016), S. 084001.
- [Aga+11] N. Yu. Agafonova et al. „Analysis of Seasonal Variations of the Cosmic Ray Muon Flux and Neutrons Produced by Muons in the LVD Detector“. In: *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* 75.3 (März 2011), S. 427–430. DOI: 10.3103/S1062873811030063.
- [Age+11] M. Ageron et al. „ANTARES: The First Undersea Neutrino Telescope“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 656.1 (2011), S. 11–38. DOI: 10.1016/j.nima.2011.06.103.
- [Ago+03] S. Agostinelli et al. „GEANT4: A Simulation Toolkit“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* A506 (2003), S. 250–303. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
- [Ahn+09] E.-J. Ahn et al. „Cosmic Ray Interaction Event Generator SIBYLL 2.1“. In: *Physical Review D* 80.9 (Sep. 2009), S. 094003. DOI: 10.1103/PhysRevD.80.094003.
- [Ahr+04] J. Ahrens et al. „Muon Track Reconstruction and Data Selection Techniques in AMANDA“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 524.1 (2004), S. 169–194. DOI: 10.1016/j.nima.2004.01.065.

- [Ale+12] J. Aleksić et al. „Performance of the MAGIC Stereo System Obtained with Crab Nebula Data“. In: *Astroparticle Physics* 35.7 (2012), S. 435–448. ISSN: 0927-6505. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2011.11.007.
- [Amb+97] M. Ambrosio et al. „Seasonal Variations in the Underground Muon Intensity as Seen by MACRO“. In: *Astroparticle Physics* 7.1-2 (1997), S. 109–124.
- [Anc+14] L. A. Anchordoqui et al. „Pinning down the Cosmic Ray Source Mechanism with New IceCube Data“. In: *Physical Review D* 89 (8 Apr. 2014), S. 083003. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.083003.
- [And+13] H. Anderhub et al. „Design and Operation of FACT – the First G-APD Cherenkov Telescope“. In: *Journal of Instrumentation* 8.06 (2013), P06008.
- [Bec+06] Y. Becherini et al. „A Parameterisation of Single and Multiple Muons in the Deep Water or Ice“. In: *Astroparticle Physics* 25.1 (2006), S. 1–13. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2005.10.005.
- [Bec+17] K. Bechtol et al. „Evidence against Star-Forming Galaxies as the Dominant Source of Icecube Neutrinos“. In: *The Astrophysical Journal* 836.1 (2017), S. 47. DOI: 10.3847/1538-4357/836/1/47.
- [Bha+15] A. Bhattacharya et al. „Perturbative Charm Production and the Prompt Atmospheric Neutrino Flux in Light of RHIC and LHC“. In: *Journal of High Energy Physics* 2015.6 (Juni 2015), S. 110. DOI: 10.1007/JHEP06(2015)110.
- [BL98] V. Blobel und E. Lohrmann. *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*. Teubner Studienbücher Physik. Stuttgart: Teubner, 1998.
- [Blo02] V. Blobel. „An Unfolding Method for High Energy Physics Experiments“. In: *arXiv preprint hep-ex/0208022* (2002).
- [Blo84] V. Blobel. „Unfolding Methods in High-Energy Physics Experiments“. In: DESY-84-118 (Dez. 1984), 40 p.
- [Blo96] V. Blobel. „The RUN Mmanual“. In: *Regularized unfolding for high-energy physics experiments. Technical Note TN361, OPAL* (1996).
- [Bos+15] F. Bos et al. „Observation of the Cosmic-Ray Shadow of the Moon and Sun with IceCube“. In: *ASTRA Proceedings* 2 (2015), S. 5–8. DOI: 10.5194/ap-2-5-2015.
- [Bou99] A. Bouchta. „Seasonal Variation of the Muon Flux Seen by AMANDA“. In: *International Cosmic Ray Conference*. Bd. 2. 1999, S. 108.
- [Bre+84] L. Breiman et al. *Classification and Regression Trees*. CRC press, 1984.

- [Bre01] L. Breiman. „Random Forests“. In: *Machine Learning* 45.1 (2001), S. 5–32. DOI: 10.1023/A:1010933404324.
- [BS82] M. J. Berger und S. M. Seltzer. *Stopping Powers and Ranges of Electrons and Positrons*. Techn. Ber. National Standard Reference Data System, 1982.
- [Car+08] G. Carminati et al. „Atmospheric MUons from PArametric formulas: a fast GEnerator for neutrino telescopes (MUPAGE)“. In: *Computer Physics Communications* 179.12 (2008), S. 915–923. DOI: 10.1016/j.cpc.2008.07.014.
- [CE17] P. Campisi und K. Egiazarian. *Blind image deconvolution: theory and applications*. CRC press, 2017.
- [CH13] I. Cholis und D. Hooper. „On the Origin of IceCube’s PeV Neutrinos“. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2013.06 (2013), S. 030. DOI: 10.1088/1475-7516/2013/06/030.
- [Che34] P. A. Cherenkov. „Visible Emission of Clean Liquids by Action of γ Radiation“. In: *Doklady Akademii Nauk SSSR* 2 (1934), S. 451.
- [Chi13a] D. Chirkin. „Event Reconstruction in IceCube Based on Direct Event Resimulation“. In: *Proceedings, 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC2013): Rio de Janeiro, Brazil, July 2-9, 2013*. 2013, S. 0581.
- [Chi13b] D. Chirkin. „Evidence of optical anisotropy of the South Pole ice“. In: *Proceedings, 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC2013): Rio de Janeiro, Brazil, July 2-9, 2013*. 2013, S. 0580.
- [CMS11] A. Cooper-Sarkar, P. Mertsch und S. Sarkar. „The high energy neutrino cross-section in the Standard Model and its uncertainty“. In: *Journal of High Energy Physics* 2011.8 (Aug. 2011), S. 42. DOI: 10.1007/JHEP08(2011)042.
- [Cow07] D. F. Cowen. „Tau Neutrinos in IceCube“. In: *Journal of Physics: Conference Series* 60 (2007), S. 227–230. DOI: 10.1088/1742-6596/60/1/048.
- [CR04] D. Chirkin und W. Rhode. „Propagating Leptons through Matter with Muon Monte Carlo (MMC)“. In: *arXiv preprint hep-ph/0407075* (2004).
- [Cra46] H. Cramér. „Methods of mathematical statistics“. In: *Princeton University Press* (1946), S. 282.
- [DA81] A. M. Dziewonski und D. L. Anderson. „Preliminary Reference Earth Model“. In: *Physics of the earth and planetary interiors* 25.4 (1981), S. 297–356.

- [DAg10] G. D'Agostini. „Improved iterative Bayesian unfolding“. In: *ArXiv e-prints* (Okt. 2010). arXiv: 1010.0632.
- [DAg95] G. D'Agostini. „A Multidimensional Unfolding Method Based on Bayes' Theorem“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 362.2 (1995), S. 487–498. DOI: 10.1016/0168-9002(95)00274-X.
- [Dau+95] K. Daum et al. „Determination of the Atmospheric Neutrino Spectra with the Fréjus Detector“. In: *Zeitschrift für Physik: C Particles and Fields* 66 (Sep. 1995), S. 417–428. DOI: 10.1007/BF01556368.
- [De +13] N. De Jay et al. „mRMRe: an R package for parallelized mRMR ensemble feature selection“. In: *Bioinformatics* 29.18 (2013), S. 2365–2368.
- [Dea02] G. De'ath. „Multivariate Regression Trees: A New Technique for Modeling Species–Environment Relationships“. In: *Ecology* 83.4 (Apr. 2002), S. 1105–1117.
- [Des+11] P. Desiati et al. „Seasonal Variations of High Energy Cosmic Ray Muons Observed by the IceCube Observatory as a Probe of Kaon/Pion Ratio“. In: *Proceedings, 32nd International Cosmic Ray Conference (ICRC 2011): Beijing, China, August 11-18, 2011*. Bd. 1. 2011, S. 78–81. DOI: 10.7529/ICRC2011/V01/0662.
- [DG10] P. Desiati und T. K. Gaisser. „Seasonal Variation of Atmospheric Leptons as a Probe of Charm“. In: *Physical Review Letters* 105 (12 Sep. 2010), S. 121102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.121102.
- [DP05] C. Ding und H. Peng. „Minimum Redundancy Feature Selection from Microarray Gene Expression Data“. In: *Journal of Bioinformatics and Computational Biology* 03.02 (Apr. 2005), S. 185–205. DOI: 10.1142/S0219720005001004.
- [DR11] H. P. Dembinski und M. Roth. „ARU – Towards Automatic Unfolding of Detector“. In: *Proceedings, PHYSTAT 2011 Workshop on Statistical Issues Related to Discovery Claims in Search Experiments and Unfolding, CERN, Geneva, Switzerland 17-20 January 2011*. CERN. Geneva: CERN, 2011, S. 285–291. DOI: 10.5170/CERN-2011-006.285.
- [ERS08] R. Enberg, M. H. Reno und I. Sarcevic. „Prompt neutrino fluxes from atmospheric charm“. In: *Physical Review D* 78.4 (Aug. 2008), S. 043005. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.043005.

- [FBD12] A. Fedynitch, J. Becker Tjus und P. Desiati. „Influence of Hadronic Interaction Models and the Cosmic Ray Spectrum on the High Energy Atmospheric Muon and Neutrino Flux“. In: *Physical Review D* 86.11 (Dez. 2012), S. 114024. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.114024.
- [Fed+15] A. Fedynitch et al. „Calculation of Conventional and Prompt Lepton Fluxes at Very High Energy“. In: *EPJ Web of Conferences* 99 (2015), S. 08001. DOI: 10.1051/epjconf/20159908001.
- [FHT01] J. Friedman, T. Hastie und R. Tibshirani. *The Elements of Statistical Learning*. Bd. 1. Springer series in statistics New York, 2001.
- [For+13] Daniel Foreman-Mackey et al. „emcee: The MCMC Hammer“. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 125.925 (2013), S. 306.
- [Fri01] J. H. Friedman. „Greedy Function Approximation: A Gradient Boosting Machine“. In: *Annals of statistics* (2001), S. 1189–1232.
- [FS97] Y. Freund und R. E. Schapire. „A Decision-Theoretic Generalization of On-Line Learning and an Application to Boosting“. In: *Journal of computer and system sciences* 55.1 (1997), S. 119–139.
- [Gai12a] T. K. Gaisser. „Spectrum of Cosmic-Ray Nucleons and the Atmospheric Muon Charge Ratio“. In: *Astroparticle Physics* 35 (2012), S. 801–806. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2012.02.010.
- [Gai12b] T. K. Gaisser. „Spectrum of Cosmic-Ray Nucleons, Kaon Production, and the Atmospheric Muon Charge Ratio“. In: *Astroparticle Physics* 35.12 (2012), S. 801–806. ISSN: 09276505. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2012.02.010.
- [Gai13] T. K. Gaisser. „Seasonal Variation of Atmospheric Neutrinos in Ice-Cube“. In: *Proceedings, 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC2013): Rio de Janeiro, Brazil, July 2-9, 2013*. 2013, S. 0492.
- [Gal88] F. Galton. „Co-relations and Their Measurement, Chiefly from Anthropometric Data“. In: *Proceedings of the Royal Society of London* 45.273-279 (1888), S. 135–145.
- [Gan+96] R. Gandhi et al. „Ultrahigh-Energy Neutrino Interactions“. In: *Astroparticle Physics* 5.2 (1996), S. 81–110. DOI: 10.1016/0927-6505(96)00008-4.
- [Gan+98] R. Gandhi et al. „Neutrino Interactions at Ultrahigh Energies“. In: *Physical Review D* 58 (Sep. 1998), S. 093009. DOI: 10.1103/PhysRevD.58.093009.

- [Gau+16] R. Gauld et al. „The Prompt Atmospheric Neutrino Flux in the Light of LHCb“. In: *Journal of High Energy Physics* 2016.2 (Feb. 2016), S. 130. DOI: 10.1007/JHEP02(2016)130.
- [Gau16] C. F. Gauss. „Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen“. In: *Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften* 1 (1816), S. 187–197.
- [GBR+12] A. Gretton, K. M. Borgwardt, M. J. Rasch et al. „A Kernel Two-Sample Test“. In: *Journal of Machine Learning Research* 13.3 (2012), S. 723–773.
- [GER16] Thomas K Gaisser, Ralph Engel und Elisa Resconi. *Cosmic rays and particle physics*. Cambridge University Press, 2016.
- [GHN14] M. C. Gonzalez-Garcia, F. Halzen und V. Niro. „Reevaluation of the Prospect of Observing Neutrinos from Galactic Sources in the Light of Recent Results in Gamma Ray and Neutrino Astronomy“. In: *Astroparticle Physics* 57–58 (2014), S. 39–48. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2014.04.001.
- [GK05] A. Gazizov und M. Kowalski. „ANIS: High Energy Neutrino Generator for Neutrino Telescopes“. In: *Computer Physics Communications* 172.3 (2005), S. 203–213. DOI: 10.1016/j.cpc.2005.03.113.
- [Gra+10] E. W. Grashorn et al. „The Atmospheric Charged Kaon/Pion Ratio Using Seasonal Variation Methods“. In: *Astroparticle Physics* 33.3 (2010), S. 140–145. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2009.12.006.
- [Gro07] C. W. Groetsch. „Integral Equations of the First Kind, Inverse Problems and Regularization: A Crash Course“. In: *Journal of Physics: Conference Series* 73.1 (2007), S. 012001.
- [GW+10] J. Goodman, J. Weare et al. „Ensemble samplers with affine invariance“. In: *Communications in applied mathematics and computational science* 5.1 (2010), S. 65–80. DOI: 10.2140/camcos.2010.5.65.
- [Had02] J. Hadamard. „Sur les Problemes aux Derive Espartielles et Leur Signification Physique“. In: *Bulletin of Princeton University* 13 (1902), S. 1–20.
- [Has+09] T. Hastie et al. „Multi-class adaboost“. In: *Statistics and its Interface* 2.3 (2009), S. 349–360.
- [He+13] H.-N. He et al. „Diffuse PeV Neutrino Emission from Ultraluminous Infrared Galaxies“. In: *Physical Review D* 87 (6 März 2013), S. 063011. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.063011.

- [Hec+98] D. Heck et al. *CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers*. Techn. Ber. 1998.
- [Hil85] A. M. Hillas. „Cerenkov Light Images of EAS Produced by Primary Gamma“. In: *International Cosmic Ray Conference 3* (Aug. 1985).
- [Hin04] J. A. Hinton. „The Status of the HESS Project“. In: *New Astronomy Reviews* 48.5 (2004). 2nd VERITAS Symposium on the Astrophysics of Extragalactic Sources, S. 331–337. DOI: 10.1016/j.newar.2003.12.004.
- [HK96] A. Höcker und V. Kartvelishvili. „SVD Approach to Data Unfolding“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 372.3 (1996), S. 469–481. DOI: 10.1016/0168-9002(95)01478-0.
- [HM82] J. A. Hanley und B. J. McNeil. „The Meaning and Use of the Area under a Receiver Operating Characteristic (ROC) Curve.“ In: *Radiology* 143.1 (1982), S. 29–36.
- [Hon+04] M. Honda et al. „New Calculation of the Atmospheric Neutrino Flux in a Three-Dimensional Scheme“. In: *Physical Review D* 70.4 (Aug. 2004), S. 043008. DOI: 10.1103/PhysRevD.70.043008.
- [Hon+07] M. Honda et al. „Calculation of Atmospheric Neutrino Flux Using the Interaction Model Calibrated with Atmospheric Muon Data“. In: *Physical Review D* 75.4 (Feb. 2007), S. 043006. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.043006.
- [Hun07] J. D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science Engineering* 9.3 (Mai 2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55.
- [KKE13] O. E. Kalashev, A. Kusenko und W. Essey. „PeV Neutrinos from Intergalactic Interactions of Cosmic Rays Emitted by Active Galactic Nuclei“. In: *Physical Review Letters* 111 (4 Juli 2013), S. 041103. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.041103.
- [KM11] A. Karle und T. Makuluni. *Bottoms up Estimate of Optical Sensitivity of DOMs*. Techn. Ber. Feb. 2011.
- [KMT15] S. S. Kimura, K. Murase und K. Toma. „Neutrino and Cosmic-Ray Emission and Cumulative Background from Radiatively Inefficient Accretion Flows in Low-luminosity Active Galactic Nuclei“. In: *The Astrophysical Journal* 806.2 (2015), S. 159. DOI: 10.1088/0004-637X/806/2/159.

- [Koe+13] J.-H. Koehne et al. „PROPOSAL: A Tool for Propagation of Charged Leptons“. In: *Computer Physics Communications* 184.9 (2013), S. 2070–2090. DOI: 10.1016/j.cpc.2013.04.001.
- [Köh14] J.-H. Köhne. „Der Leptonpropagator PROPOSAL“. Dissertation. TU Dortmund, 2014.
- [Kok99] R. P. Kokoulin. „Uncertainties in Underground Muon Flux Calculations“. In: *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* 70.1 (1999). Proceedings of the Fifth International Workshop on topics in Astroparticle and Underground Physics, S. 475–479. DOI: 10.1016/S0920-5632(98)00475-7.
- [Kun07] L. I. Kuncheva. „A Stability Index for Feature Selection“. In: *Artificial intelligence and applications*. 2007, S. 421–427.
- [Lah+13] R. Laha et al. „Demystifying the PeV Cascades in Icecube: Less (Energy) is more (Events)“. In: *Physical Review D* 88 (4 Aug. 2013), S. 043009. DOI: 10.1103/PhysRevD.88.043009.
- [Li90] W. Li. „Mutual Information Functions versus Correlation Functions“. In: *Journal of Statistical Physics* 60.5 (Sep. 1990), S. 823–837. DOI: 10.1007/BF01025996.
- [Lil67] H. W. Lilliefors. „On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown“. In: *Journal of the American statistical Association* 62.318 (1967), S. 399–402. DOI: 10.1080/01621459.1967.10482916.
- [Lo07] J. Lundberg und others. „Light Tracking for Glaciers and Oceans: Scattering and Absorption in Heterogeneous Media with Photonics“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* A581 (2007), S. 619–631. DOI: 10.1016/j.nima.2007.07.143. arXiv: astro-ph/0702108 [ASTRO-PH].
- [Man95] K. Mannheim. „High-energy neutrinos from extragalactic jets“. In: *Astroparticle Physics* 3.3 (1995), S. 295–302. ISSN: 0927-6505. DOI: 10.1016/0927-6505(94)00044-4.
- [Mar+12] D. Martschei et al. „Advanced Event Reweighting Using Multivariate Analysis“. In: *Journal of Physics: Conference Series* 368.1 (2012), S. 012028.
- [McK10] W. McKinney. „Data Structures for Statistical Computing in Python“. In: *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*. Hrsg. von Stéfan van der Walt und Jarrod Millman. 2010, S. 51–56.

- [Mei15] M. Meier. „Berechnung von Tau-Neutrino-Eereignisraten für den Ice-Cube Detektor“. Masterarbeit. TU Dortmund, 2015.
- [Met+53] N. Metropolis et al. „Equation of State Calculations by Fast Computing Machines“. In: *The Journal of Chemical Physics* 21.6 (1953), S. 1087–1092. DOI: 10.1063/1.1699114.
- [Mey09] : Meyer. *Signalverarbeitung: analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*. Springer-Verlag, 2009.
- [MID14] K. Murase, Y. Inoue und C. D. Dermer. „Diffuse Neutrino Intensity from the Inner Jets of Active Galactic Nuclei: Impacts of External Photon Fields and the Blazar Sequence“. In: *Physical Review D* 90 (2 Juli 2014), S. 023007. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.023007.
- [Mil+13] N. Milke et al. „Solving Inverse Problems with the Unfolding Program TRUÉE: Examples in Astroparticle Physics“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 697 (2013), S. 133–147. DOI: 10.1016/j.nima.2012.08.105.
- [MMD09] E. Middell, J. McCartin und M. D’Agostino. „Improved Reconstruction of Cascade-like Events in IceCube“. In: *Proceedings of the 31st International Cosmic Ray Conference. Łódź, Poland*. 2009, S. 708.
- [MO16] R. Meyer und K. Obermayer. „pypet: A Python Toolkit for Data Management of Parameter Explorations“. In: *Frontiers in Neuroinformatics* 10 (2016), S. 38. ISSN: 1662-5196. DOI: 10.3389/fninf.2016.00038.
- [MS63] J. N. Morgan und J. A. Sonquist. „Problems in the Analysis of Survey Data, and a Proposal“. In: *Journal of the American Statistical Association* 58.302 (1963), S. 415–434. DOI: 10.1080/01621459.1963.10500855.
- [NB06] V. Niess und V. Bertin. „Underwater Acoustic Detection of Ultra High Energy Neutrinos“. In: *Astropartical Physics* 26 (2006), S. 243–256. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2006.06.005.
- [Oli06] T. E. Oliphant. *A guide to NumPy*. Bd. 1. Trelgol Publishing USA, 2006.
- [Oli07] T. E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007).
- [Ost06] S. Ostapchenko. „QGSJET-II: Towards Reliable Description of Very High Energy Hadronic Interactions“. In: *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* 151.1 (Jan. 2006), S. 143–146. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2005.07.026.

- [Ost11] S. Ostapchenko. „Monte Carlo Treatment of Hadronic Interactions in Enhanced Pomeron Scheme: QGSJET-II Model“. In: *Physical Review D* 83 (1 Jan. 2011), S. 014018. DOI: 10.1103/PhysRevD.83.014018.
- [Pat+16] C. Patrignani et al. „Review of Particle Physics“. In: *Chinese Physics C* 40.10 (2016), S. 100001. DOI: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.
- [Ped+11] F. Pedregosa et al. „Scikit-learn: Machine Learning in Python“. In: *Journal of Machine Learning Research* 12 (2011), S. 2825–2830.
- [Pie+15] T. Pierog et al. „EPOS LHC: Test of Collective Hadronization with Data Measured at the CERN Large Hadron Collider“. In: *Physical Review C* 92 (3 Sep. 2015), S. 034906. DOI: 10.1103/PhysRevC.92.034906.
- [PW18] A. Palladino und W. Winter. „A Multi-Component Model for the Observed Astrophysical Neutrinos“. In: *ArXiv e-prints* (2018). DOI: 10.3204/PUBDB-2018-01376. arXiv: 1801.07277 [astro-ph.HE].
- [Räd17] L. Rädcliff. „Measurement of High-Energy Muon Neutrinos with the Ice-Cube Neutrino Observatory“. Veröffentlicht auf dem Publikationsserver der RWTH Aachen University; Dissertation, RWTH Aachen University, 2017. Dissertation. Aachen: RWTH Aachen University, 2017. DOI: 10.18154/RWTH-2017-10054.
- [Raz13] S. Razzaque. „Galactic Center Origin of a Subset of Icecube Neutrino Events“. In: *Physical Review D* 88 (8 Okt. 2013), S. 081302. DOI: 10.1103/PhysRevD.88.081302.
- [Ric15] M. Richter. *Inverse Probleme: Grundlagen, Theorie und Anwendungsbeispiele*. Springer-Verlag, 2015.
- [Rie+15] F. Riehn et al. „Charm Production in SIBYLL“. In: *EPJ Web of Conferences* 99 (2015), S. 12001. DOI: 10.1051/epjconf/20159912001.
- [Rie+17] F. Riehn et al. „The Hadronic Interaction Model Sibyll 2.3c and Feynman Scaling“. In: *PoS ICRC2017* (2017), S. 301. arXiv: 1709.07227 [hep-ph].
- [Rou+13] E. Roulet et al. „PeV Neutrinos from the Propagation of Ultra-High Energy Cosmic Rays“. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2013.01 (2013), S. 028. DOI: 10.1088/1475-7516/2013/01/028.
- [Ruh+] T. Ruhe et al. „DSEA: A Data Mining Approach to Unfolding“. In: *Proceedings, 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC2013): Rio de Janeiro, Brazil, July 2-9, 2013*, S. 0212. URL: <http://www.cbpf.br/%7Eicrc2013/papers/icrc2013-0212.pdf>.

- [Sch16] D. Schultz. „IceCube Simulation Production and the Transition to IceProd2“. In: *EPJ Web Conf.* 116 (2016), S. 07003. DOI: 10.1051/epjconf/201611607003.
- [Sch88] I. J. Schoenberg. „Contributions to the Problem of Approximation of Equidistant Data by Analytic Functions“. In: *I. J. Schoenberg Selected Papers*. Hrsg. von Carl de Boor. Boston, MA: Birkhäuser Boston, 1988, S. 3–57. DOI: 10.1007/978-1-4899-0433-1_1.
- [Sch94] M. Schmelling. „The Method of Reduced Cross-Entropy a General Approach to Unfold Probability Distributions“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 340.2 (1994), S. 400–412. ISSN: 0168-9002. DOI: 10.1016/0168-9002(94)90119-8.
- [SMM16] N. Senno, K. Murase und P. Mészáros. „Choked Jets and Low-Luminosity Gamma-Ray Bursts as Hidden Neutrino Sources“. In: *Physical Review D* 93 (8 Apr. 2016), S. 083003. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.083003.
- [Spe04] C. Spearman. „The Proof and Measurement of Association between Two Things“. In: *The American Journal of Psychology* 15.1 (1904), S. 72–101. DOI: 10.2307/1412159.
- [SR04] G. J. Székely und M. L. Rizzo. „Testing for Equal Distributions in High Dimension“. In: *InterStat* 5.16.10 (2004).
- [Ste13] F. W. Stecker. „PeV Neutrinos Observed by Icecube from Cores of Active Galactic Nuclei“. In: *Physical Review D* 88 (4 Aug. 2013), S. 047301. DOI: 10.1103/PhysRevD.88.047301.
- [TAM14] I. Tamborra, S. Ando und K. Murase. „Star-Forming Galaxies as the Origin of Diffuse High-Energy Backgrounds: Gamma-Ray and Neutrino Connections, and Implications for Starburst History“. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2014.09 (2014), S. 043. DOI: 10.1088/1475-7516/2014/09/043.
- [Tik43] A. N. Tikhonov. „On the Stability of Inverse Problems“. In: *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. Bd. 39. 1943, S. 195–198.
- [Til+10] S. Tilav et al. „Atmospheric Variations as Observed by IceCube“. In: *Proceedings of the 31st International Cosmic Ray Conference (ICRC’09)*. 2010. arXiv: 1001.0776 [astro-ph.HE].
- [TW14] D. Tosi und C. Wendt. „Calibrating Photon Detection Efficiency in IceCube“. In: *PoS TIPP2014* (2014), S. 157.
- [Wie95] C. Wiebusch. „The Detection of Faint Light in Deep Underwater Neutrino Telescopes“. Dissertation. DESY Zeuthen, 1995.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Messungen des Neutrinospektrums verschiedener Experimente	3
2.1	Theoretische Vorhersagen für das Myonneutrinospektrum	8
2.2	Schematische Darstellung des IceCube-Neutrinoobservatoriums.	9
2.3	Exemplarische Ereignisse im IceCube-Detektor	11
2.4	Energieabhängige Reichweite von Myonen in Wasser	12
3.1	Überlebenswahrscheinlichkeiten für Neutrinos abhängig vom Zenitwinkel	18
3.2	Verteilungen des wahren und rekonstruierten Zenitwinkels auf <i>Level 3</i>	20
3.3	Verteilungen des Klassifikationswertes bei der Klassifikation zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen im Rahmen der Separation .	26
3.4	Verteilung der <i>Feature Importance</i> -Werte F für die Klassifikation zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen auf <i>Level 4</i>	29
3.5	Reihenfolge der vom <i>mRMR</i> -Algorithmus ausgewählten Observablen und die Stabilität der Auswahl im Rahmen der Separation	31
3.6	Ereignisrate des finalen Datensatzes und AUC für die Klassifikation zur Trennung von simulierten und gemessenen Ereignissen	33
3.7	Verteilungen des Klassifikationswertes bei der Separation	35
3.8	Zweidimensionaler Klassifikationswertschnitt in zwei disjunkten Zenitbereichen	38
3.9	Verteilung des Rekonstruktionsfehlers und der Neutrinoenergie des finalen Datensatzes	41
3.10	Vergleich zwischen den Verteilungen der Gesamtladung der Ereignisse für Messdaten und Simulationen	43
3.11	Effektive Fläche für Myonneutrinos	45
3.12	Effektive Fläche für einzelne Myonen, die isotrop um den Detektor starten, für verschiedene Level der Selektion.	46
3.13	Saisonale Schwankungen des Myonneutrinoflusses	47
4.1	Verteilung der Myonenenergie bei Eintritt in den Detektor in Abhängigkeit der ursprünglichen Myonneutrinoenergie	50
4.2	Beispiel Entfaltung: Transfermatrix, Kondition, regularisierte und unregularisierte Entfaltung	55
4.3	Beispiel Binning mittels Entscheidungsbaum	59

4.4	Ereignisspektrum für verschiedene theoretische Vorhersagen	61
4.5	Schematische Darstellung des Ablaufes der Entfaltung von Messdaten	68
4.6	Verteilung der <i>Feature Importance</i> -Werte F für die Klassifikation zwischen gemessenen und simulierten Ereignissen auf <i>Level 5</i>	71
4.7	Ergebnis der iterativen Observablenauswahl für die Entfaltung	73
4.8	<i>ROC-Curves</i> für die verschiedene Stufen der Observablenauswahl im Rahmen der Entfaltung	74
4.9	p -Wert Verteilungen für verschiedene Einstellungen der Regularisie- rung (grob)	78
4.10	p -Wert Verteilungen für verschiedene Einstellungen der Regularisie- rung (fein)	79
4.11	p -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Variationen der astrophysikalischen Komponente)	80
4.12	p -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Variationen aller Komponenten)	81
4.13	Ergebnisse für die systematischen Parameter bei Testentfaltungen zur Überprüfung der Modellierung	83
4.14	Ereignisspektrum und ungewichtetes Flussspektrum der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180°	86
4.15	Einfluss verschiedener Annahmen über das Spektrum in den Simu- lationen auf die Ergebnisse der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180°	87
4.16	Gewichtete Flussspektren der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180°	89
4.17	Vergleich des Ereignisspektrums mit verschiedenen getesteten, theo- retischen Vorhersagen bei der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180°	90
4.18	p -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Band 1; Variatio- nen aller Komponenten)	93
4.19	Flussspektren der Entfaltung im Energiebereich zwischen $E_\nu =$ 125 GeV und $E_\nu = 250 \text{ TeV}$ in vier verschiedenen Zenitbereichen . . .	95
4.20	Vergleich des Ereignisspektrums mit verschiedenen getesteten, theo- retischen Vorhersagen (Band 1)	96
5.1	Messungen des Neutrinospektrums verschiedener Experimente im Vergleich zum Ergebnis dieser Arbeit	102
5.2	Theoretische Vorhersagen für das Myonneutrinospektrum im Ver- gleich zum Ergebnis dieser Arbeit	104

5.3	Vergleich der Ergebnisse der Entfaltung in verschiedenen Zenitbändern	106
A.1	Ablauf der Skripte und Befehle zur Reproduktion der Ereignis Selektion	113
A.2	Ablauf der Skripte und Befehle zur Reproduktion der Entfaltung . . .	116
A.3	Schematische Darstellung der Kreuzvalidierung.	123
A.4	Verteilung des Rekonstruktionsfehlers und der Neutrinoenergie auf <i>Level 3</i>	131
A.5	Einfluss des Korrelationsschnittes zur Observablenauswahl bei der Separation	134
A.6	Verteilung der Observable mit der größten <i>Feature Importance</i> bei der Klassifikation zur Trennung von simulierten und gemessenen Ereignissen	135
A.7	<i>ROC-Curves</i> für die verschiedene Stufen der Observablenauswahl im Rahmen der Separation	136
A.8	Verteilung des Klassifikationswertes für Tauneutrinos und <i>aufsteigen-</i> <i>de</i> Myonneutrinos mit zusätzlichen Unterkategorien	140
A.9	<i>Feature Importance</i> bei der Klassifikation zur Trennung von Signal- und Untergründereignissen.	141
A.10	Verteilung der Observable mit der größten <i>Feature Importance</i> in der Separation	142
A.11	Reinheit, Effizienz und Rate der finalen Selektion für verschiedene Parameter bei der Optimierung des Klassifikationswertschnittes. . .	145
A.12	Verteilung des rekonstruierten Zenitwinkels und der geschätzten Myo- nergie auf <i>Level 5</i>	146
A.13	Effektive Fläche für Myonneutrinos bei Variationen der DOM-Effizienz	147
A.14	Effektive Fläche für Myonneutrinos bei Variationen der Eiseigenschaften	148
A.15	Vergleich der effektiven Flächen für Myonneutrinos zwischen Varia- tionen der systematischen Parameter und der Referenzsimulation . .	149
A.16	Effektive Fläche für einzelne Myonen, die isotrop um den Detektor starten, aufgeteilt in verschiedene Zenitbereichen	150
A.17	Ereignis vom 11. Juni 2014 (RunID: 124861, EventID: 32863663). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 128\,057$ PE.	151
A.18	Ereignis vom 9. Januar 2014 (RunID: 123762, EventID: 72626160). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 33\,575$ PE.	152
A.19	Ereignis vom 27. Juni 2013 (RunID: 122604, EventID: 17469985). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 19\,445$ PE.	153
A.20	Ereignis vom 8. Januar 2014 (RunID: 123751, EventID: 34239163). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 18\,994$ PE.	154
A.21	Ereignis vom 22. Mai 2014 (RunID: 124781, EventID: 52253897). Gesamtladung $Q_{\text{tot}} = 12\,421$ PE.	155
A.22	Beispiele für die Modellierung der DOM-Effizienz in der Entfaltung .	163
A.23	Beispiele für die Modellierung der Eiseigenschaften in der Entfaltung	164

A.24 Reihenfolge der vom <i>mRMR</i> -Algorithmus ausgewählten Observablen und die Stabilität der Auswahl im Rahmen der Entfaltung	166
A.25 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Band 1; Variationen der astrophysikalischen Komponente)	172
A.26 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Band 2; Variationen der astrophysikalischen Komponente)	174
A.27 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Band 2; Variationen aller Komponenten)	175
A.28 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Band 3; Variationen der astrophysikalischen Komponente)	176
A.29 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Band 3; Variationen aller Komponenten)	177
A.30 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Referenzentfaltung zu den Zenitbändern; Variationen der astrophysikalischen Komponente)	178
A.31 <i>p</i> -Wert Verteilungen für verschiedene Variationen von Testspektren und Spektren zur Bestimmung der Transfermatrix (Referenzentfaltung zu den Zenitbändern; Variationen aller Komponenten)	179
A.32 Ereignisspektren der Entfaltungen in verschiedenen Zenitbändern . .	185
A.33 Vergleich des Ereignisspektrums mit verschiedenen getesteten, theoretischen Vorhersagen (Band 2)	186
A.34 Vergleich des Ereignisspektrums mit verschiedenen getesteten, theoretischen Vorhersagen (Band 3)	187
A.35 Vergleich des Ereignisspektrums mit verschiedenen getesteten, theoretischen Vorhersagen (Referenzentfaltung zu den Zenitbändern) . .	188

Tabellenverzeichnis

3.1	Ereignisraten auf <i>Level 3</i>	18
3.2	Ereignisraten auf <i>Level 4</i>	20
3.3	Ereignisrate auf <i>Level 5</i>	40
3.4	Vergleich der Quantile der Verteilung des Rekonstruktionsfehlers zwischen <i>Level 4</i> und <i>Level 5</i>	40
4.1	Ergebnisse für die systematischen Parameter bei der Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180° und in einem Energiebereich von $E_\nu = 125.9$ GeV bis $E_\nu = 1.995$ PeV.	85
4.2	p -Werte für die die Kompatibilität verschiedener Testspektren für die Entfaltung von Messdaten aus dem Zenitbereich zwischen 86° und 180°	91
4.3	Ergebnisse für die systematischen Parameter bei der Entfaltung in verschiedenen Zenitbändern	94
A.1	Messzeit der untersuchten Jahre	127
A.2	Auflistung der genutzten Simulationsdatensätze.	129
A.3	Einfluss verschiedener Kombinationen von Simulationskomponenten im Training des <i>Random Forests</i>	138
A.4	Einstellungen des <i>Random Forests</i> der Separation	139
A.5	Erwartete Ereignisraten für eine Messzeit von 1061 d 9 h 58 min. Die Ereigniszahlen wurden unter Annahme einer Poissonverteilung und unter Berücksichtigung der Unsicherheiten auf die Ereignisraten berechnet.	144
A.6	Einstellungen des Entscheidungsbaumes, der für die iterative Obser- vablenauswahl für die Entfaltung	167
A.7	Einstellungen der Entfaltung von Messdaten zwischen 86° und 180° .	168
A.8	Ergebnis der Entfaltung von Messdaten zwischen 86° und 180° . . .	170
A.9	Einstellungen für die Entfaltung von Messdaten in verschiedenen Zenitbändern	171
A.10	Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in Band 1	181
A.11	Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in Band 2	182
A.12	Ergebnis der Entfaltung von Messdaten in Band 3	183

A.13 Ergebnis der Entfaltung von Messdaten zwischen 86° und 180° (Referenzentfaltung zu den Zenitbändern) 184