

Erich Ch. WITTMANN, Dortmund

## **Von der Ideologie der Selbstbeschränkung zur Exklusion: „Wissenschaftliche“ Mathematikdidaktik ohne Mathematik**

2017 ist im JMD ein Artikel von Michael Gaidoschik erschienen, an dem J.H. Lorenz in gleichen Heft Kritik geübt hat, insbesondere auch, was den Bezug zu Konzepten angeht, die im Projekt Mathe 2000 entwickelt wurden (Lorenz 2017). Diese Kritik ignoriert Fakten, wie der Autor den Herausgebern des JMD in einer Stellungnahme mitgeteilt hat, die im Abschnitt 1 gekürzt und leicht verändert abgedruckt ist. Die Herausgeber lehnten es ab, diese Stellungnahme zu veröffentlichen, weil sie in ihren Augen nur eine „Meinung“ zum Ausdruck bringe (s. dazu Abschnitt 2).

Dieser Vorfall ist ein weiteres Indiz für die Fehlsteuerung der Mathematikdidaktik, wie im Abschnitt 3 des Beitrags erläutert wird.

### **1. Stellungnahme des Autors zur Kritik von Lorenz (2017)**

„Herr Lorenz übt auch Kritik an meiner Position. Dazu möchte ich meinerseits Stellung nehmen.

1.1. Der erste Kritikpunkt ist folgender Satz in Wittmann (2015): „Bei der Neubearbeitung eines Unterrichtswerks stellte sich die Aufgabe, eine substanzielle Lernumgebung zur produktiven Übung der schriftlichen Addition zu konstruieren. Es ist a priori klar, dass dabei importierte Theorien und Methoden völlig versagen.“ Dieser Satz beschreibt ein Faktum.

1.2. Die strukturgenetische didaktische Analyse als eine andere Art empirischer Forschung zu bezeichnen, ist wohl begründet. Die Mathematik ist ja das Ergebnis menschlicher Denk- und Lernprozesse, die in mathematischen Darstellungen zwar oft „eingefroren“ sind, wie es Peter Heintel so schön formuliert hat, die aber durch strukturgenetische didaktische Analysen „aufgetaut“ werden können. Die Designer von Lernumgebungen können daher auf vielfältige Erfahrungen zum Lernen und Lehren zurückgreifen.

Die fachlich fundierte Mathematikdidaktik stützt sich nicht nur auf die Logik, wie Lorenz es wahrnimmt, sondern auf das Fach einer seiner gesamten Struktur und Prozesshaftigkeit. Auch das ist ein Faktum.

1.3 Bei seinen Ausführungen Thema „Zahlenstrahl – mental number line“ bezieht sich Lorenz auf die Hirnforschung (s. dazu die grundsätzliche Kritik an dieser Forschung von Schumacher & Stern 2017). Didaktische Konzeptionen kann man aber fundierter auf die elementarmathematische Praxis abstützen (s. oben). Seit den Anfängen der Mathematik hat das Operieren mit „Steinchen“ („Plättchen“) und damit der kardinale Zahlaspekt eine

zentrale Rolle gespielt. Der große Vorteil dabei ist, dass sich mit Operationen an Plättchen alle Rechengesetze begründen und nutzen lassen. Die von Heinrich Winter geforderte „algebraische Durchdringung der Arithmetik“ lässt sich damit in vollem Umfang realisieren. Bei der Begründung der Rechengesetze der Multiplikation muss man sich notwendig auf rechteckige Punktfelder stützen, also die zweite Dimension bemühen (s. auch Freudenthal 1983, 109). Auch für die Begründung der Gesetze im Rahmen der Geometrischen Algebra muss auf zweidimensionale Ebenen zurückgegriffen werden.

Handlungen an linearen Repräsentationen haben demgegenüber eine weit geringere Reichweite. Mit ihnen kann man zwar das Assoziativgesetz und das Kommutativgesetz der Addition begründen, nicht jedoch die entsprechenden Gesetze der Multiplikation und auch nicht die komplexere Form des Distributivgesetzes, bei der beide Faktoren additiv zerlegt werden. Das ist ebenfalls ein Faktum.

1.4 Die Hundertertafel hat im Konzept von Lorenz, das den ordinalen Zahlaspekt verabsolutiert, keinen Platz. Das spricht aber nicht gegen sie. In andere Konzeptionen lässt sich dieses Darstellungsmittel, das die Menge der Zahlen von 1 bis 100 übersichtlich repräsentiert, schlüssig einbauen. Auch hier handelt es sich um ein Faktum. Es gibt viele andere Beispiele für andere als lineare Anordnung von Zahlen z.B. in Tabellen (Kalender).“

## **2. Antwort des geschäftsführenden Herausgebers des JMD**

Der geschäftsführende Herausgeber des JMD hat darauf Folgendes geantwortet:

„Das JMD versteht sich als wissenschaftliche Zeitschrift, in der nicht nur Originalbeiträge zur Forschung veröffentlicht, sondern auch wissenschaftliche Diskussionen angestoßen und geführt werden. Die von Ihnen übermittelte Stellungnahme entspricht in der vorliegenden Form nicht den Kriterien für einen Diskussionsbeitrag für das JMD im o.g. Sinn. Deshalb gibt es jetzt zwei Vorgehensweisen: Eine Möglichkeit wäre, dass Sie Ihre Stellungnahme zu einem wissenschaftlichen Diskussionsbeitrag ausbauen, der weitere und neue Aspekte zur Diskussion der ursprünglichen Fragestellung (Erarbeitung des Hunderterraums) beiträgt. Die Frage, ob Ihr Beitrag die wissenschaftliche Diskussion weiterbringt, wäre ein zentraler Aspekt, der in dem Begutachtungsverfahren eine Rolle spielen würde.

Die zweite Möglichkeit wäre, dass Sie die Stellungnahme so lassen, wie sie ist. In diesem Fall wäre es kein Beitrag für das JMD, sondern eher ein Beitrag für die Mitteilungen der GDM, in denen ja auch Texte publiziert werden können, die von den o.g. Kriterien abweichen.“

Dazu ist zu sagen: Die in der Stellungnahme des Autors genannten Fakten bedürfen keiner „weiteren Forschung“. Dass die Kritik von Lorenz, in der diese Fakten bestritten werden, das Review-Verfahren erfolgreich durchlaufen konnte und dass dem kritisierten Autor eine Stellungnahme im JMD verwehrt wird, widerspricht guter wissenschaftlicher Praxis.

### 3. Unterschiedliche Auffassungen von Mathematikdidaktik

Es ist offenkundig, dass in der Stellungnahme des Autors und der Antwort der Herausgeber unterschiedliche Positionen deutlich werden.

Der Autor vertritt die ursprüngliche Form der Mathematikdidaktik, die von Lehr-/Lernprozessen ausgeht, die der Mathematik inhärent sind. Von alters her war die Mathematik mit ihrer Lehre verbunden und sie wurde darin zum Vorbild für andere Wissensgebiete. μαθηματική τέχνη (mathematike techne) bezeichnete bei den Alten die „Kunst des Lehrens und Lernens“ und μαθαίνω heißt noch im Neugriechischen „lernen“. Die Autoren und Autorinnen von Artikeln und Lehrbüchern und die Lehrerinnen und Lehrer auf den verschiedensten Stufen haben dabei immer ihre Erfahrungen aus der Kommunikation mit Kolleginnen und Kollegen sowie aus dem Unterricht eingebracht. Dass unter der Dominanz des belehrenden Unterrichts die Voraussetzungen der Lernenden nicht oder nicht genügend berücksichtigt wurden, wird niemand bestreiten. Es hat aber seinen Grund nicht nur darin, dass zu wenig über die Psychogenese der Lernenden bekannt war, sondern auch darin, dass sich der Unterricht an der fertigen Mathematik orientiert und Aspekte ausgeblendet hat, die für das Verständnis wesentlich sind. Seit etwa 100 Jahren hat sich das Bild zunehmend gewandelt. Das Konzept des entdeckenden Lernens, wie es z.B. bei Johannes Kühnel vorgezeichnet ist und von Heinrich Winter quer über die Stufen ausgearbeitet wurde, beruht auf einem Bild von Mathematik, in dem die Prozesse der geschichtlichen und psychologischen Entwicklung, die Anwendungen der Mathematik, die Heuristik und das soziale Lernen voll einbezogen sind.

Diese fachdidaktische Position war bei der Gründung der GDM Anfang der 1970er Jahre unbestritten.

Die fachlich fundierte Mathematikdidaktik ist *unentbehrlich* für das Design von Lernumgebungen und Curricula, die aufbauendes fachliches Lernen ermöglichen, und für die Lehrerbildung. Aufbauendes Lernen heißt, dass das Lernen neuer Inhalte auf vorher erworbenes Wissen abgestützt wird und Voraussetzungen für weiteres Lernen schafft.

Die Entwicklungsforschung in der fachlich fundierten Mathematikdidaktik wird bereichert durch Beiträge aus den Bezugsdisziplinen, sofern diese mit der fachlichen Fundierung konform gehen. In der Beschreibung der Ma-

thematikdidaktik als design science ist dies auch ausdrücklich vorgesehen (Wittmann 1998, 89).

Nahezu zeitgleich mit der „Neuen Mathematik“, die den damaligen Unterricht für obsolet erklärt hat (und sich schnell als Irrweg entpuppte), hat sich aus den Bezugsdisziplinen aber eine vom Fach weitgehend abgelöste Mathematikdidaktik herausgebildet, die interessanter Weise mit dem gleichen Überlegenheitsanspruch auftritt wie seinerzeit die „Neue Mathematik“. Diese „Neue Mathematikdidaktik“ beruht auf der Behauptung, es gäbe eine Realität des Lehrens und Lernens, die man von außen genauso wissenschaftlich „erforschen“, quantifizieren und handhabbar machen könne, wie die Naturwissenschaften die durch Naturgesetze bestimmte physische Realität. Diese Behauptung ist aber eine bloße Fiktion.

Mathematikdidaktische Forschungen angeregt durch Theorien der Bezugsdisziplinen machen nur in Verbindung mit der Entwicklungsforschung der fachlich fundierten Mathematikdidaktik Sinn. Letztere auszuschließen, zeugt von mangelnder Selbstkritik und Selbstüberschätzung.

*„The developing theory of mathematical learning and teaching must be an refinement, an extension and a deepening of practitioner knowledge, not a separate growth.“*

Dieser Forderung von Alan Bell aus dem Jahr 1984 fühlt sich die fachlich fundierte Mathematikdidaktik verpflichtet. Die in jeder Hinsicht hypertrophe „Neue Mathematikdidaktik“ ist ein selbst-referentielles System, das diesem Kriterium nicht genügt. Für die Praxis bleibt sie bestenfalls folgenlos. Dass sich in der GDM gegen ihren Monopolanspruch auf „Wissenschaftlichkeit“ kaum Widerstand regt, ist bedauerlich. Viele ältere Mitglieder sind aus Protest gegen diese Fehlentwicklung längst ausgetreten.

## **Literatur**

- Freudenthal, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel
- Lorenz, J.H. (2017). Einige Anmerkungen zur mentalen Repräsentation von Zahlen. *Journal für Mathematik-Didaktik* 38, 125-139
- Schumacher, R. & Stern, E. (2017): Neurowissenschaften und Unterrichtsgestaltung. Welches Wissen brauchen Lehrpersonen für lernwirksamen Unterricht? *Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik*, Jg. 23, 11/12, 13-19
- Wittmann, E.Ch. (1998): Mathematics Education as a ‘Design Science’. In: Sierpinska, A. & Kilpatrick, J. (1998) (eds.): *Mathematics Education as Research Domain: A Search for Identity. An ICMI Study. Book 1*. Dordrecht. Kluwer, 87-104
- Wittmann, E.Ch. (2015): Strukturgenetische didaktische Analysen – empirische Forschung “erster Art”. *mathematica didactica* 38, 239-255