

Susanne WÖLLER, Leipzig

Vorstellungen von 8- bis 12-Jährigen über Begriffshierarchien im Bereich der geraden Prismen

Im Mathematikunterricht der Grundschule spielen geometrische Körper eine wichtige Rolle – konkretisieren sich diese doch vielfältig in der Alltagswelt der Kinder und erlauben ihnen erste Erfahrungen mit geometrischen Eigenschaften und Relationen. Besonders sind hier die geraden Prismen *Quader* und *Würfel* hervorzuheben, da sie vornehmlich den individuellen Erfahrungsraum der Kinder berühren (der Würfel als *Spielwürfel*; der Quader als *Schrank* oder *Baustein*). Schließlich werden die Begriffe *Quader* und *Würfel* mathematisch durchdrungen und hinsichtlich ihrer Eigenschaften analysiert.

Begriffe und die Ausbildung von Begriffshierarchien

Mit einem mathematischen Begriff wird eine Kategorie assoziiert, in die ein konkreter Repräsentant dieses Begriffes eingeordnet werden kann (Franke & Reinhold, 2016). Diese Einordnung geschieht ausgehend von typischen Vertretern – sogenannten *Prototypen* (vgl. u. a. Dörfler, 1988). Mit der Zeit werden weitere Vertreter in die Begriffskategorie aufgenommen, die genug der wichtigen Eigenschaften tragen, um eine Zuordnung zu erlauben (Mitchellmore & White, 2000). Folgerichtig lassen Begriffe durch ihre Eigenschaften ein Begriffsnetz entstehen, in welches diese eingebettet bzw. anderen Begriffen nebengeordnet werden können. Dadurch bilden sich Begriffshierarchien aus, in denen bestimmte Eigenschaften notwendig für eine Zuordnung sind. So können die Begriffe *Quader* und *Würfel* begriffshierarchisch den *konvexen Polyedern* und insbesondere den *geraden* und *regulären Prismen* untergeordnet werden. Der Würfel im Besonderen hat im Vergleich zum Quader gleiche Kantenlängen und stellt wiederum durch seine kongruenten regulären Vielecke als Begrenzungsflächen einen der fünf Platonischen Körper dar.

Ausgewählte Forschungsschwerpunkte, Sampling und Methoden

Im derzeitigen Promotionsprojekt wird untersucht, wie sich das Begriffsverständnis zu den geometrischen Körpern *Würfel* und *Quader* von der dritten bis zur fünften Klasse weiterentwickelt (vgl. weiterführend Wöller, 2017, S. 197). Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf den Vorstellungen von 8- bis 12-Jährigen zu den zugrundeliegenden Begriffshierarchien im Bereich der geraden Prismen (*Prisma – Quader – Würfel*).

Das Sampling besteht aus deutschen, malaysischen und australischen Dritt-, Viert- und Fünftklässlern, die mit Hilfe eines halbstandardisierten, offenen Leitfadenterviews in einer Eins-zu-Eins-Situation befragt wurden. Dabei

erhielten die Kinder vorgegebene Holzbausteine und wurden dazu angeregt, Würfel und Quader zu bauen und sich sprachlich zu ihrem Vorgehen zu äußern (vgl. weiterführend Wöller, 2017, S. 201).

Ausgewählte Ergebnisse und Diskussion

Die Ergebnisse legen offen, dass die Begriffe *Würfel* und *Quader* von 8- bis 12-Jährigen überwiegend als voneinander unabhängige Begriffe betrachtet wurden („*beim Würfel ist alles gleich*“, „*der Quader ist lang*“). Nur einige Fünftklässler wendeten bewusst mathematische Eigenschaften des Quaders auf den Würfel an und erkannten, dass der Würfel die Eigenschaften des Quaders teilt und sich somit eine Begriffshierarchie ergibt („*auch beim Würfel sind die gegenüberliegenden Flächen gleich groß*“). Einige australische Drittklässler betteten die Begriffe sogar in den Begriff des *Prismas* ein („*a rectangular prism is a special prism*“). Die Analyse ergibt eine Stufenzuordnung, die den Ausprägungsgrad des kindlichen Verständnisses über die zugrundeliegenden Begriffshierarchien beschreibt:

- Würfel und Quader sind voneinander unabhängige Objekte.
- Würfel und Quader stehen in einer besonderen Beziehung zueinander, die aber sprachlich nicht spezifiziert werden kann.
- Der Würfel ist ein besonderer Quader.
- Würfel und Quader sind besondere Prismen.

Die deutschen Grundschul Kinder stellten keinerlei Verbindungen zu eher allgemeinen geometrischen Körpern (wie im 4. Punkt) her. Auch die Verknüpfung der mathematischen Eigenschaften von Würfel und Quader (vgl. *Level of Abstraction*, Van Hiele, 1986) fällt allen befragten Kindern schwer. Allgemein ließ sich erkennen, dass ein analytisches Betrachten der thematisierten Körper mit nur wenigen der befragten 8- bis 12-Jährigen möglich war.

Literatur

- Dörfler, W. (1988). Rolle und Mittel von Vergegenständlichung in der Mathematik. *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 110-113). Hildesheim: Franzbecker.
- Franke, M., & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie. In der Grundschule*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of Angle Concepts by Progressive Abstraction and Generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41/3, S.209-238.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press.
- Wöller, S. (2017). Konzeptuelles Begriffsverständnis von Kindern über geometrische Körper. In A. Filler, & A. Lambert (Hrsg.), *Von Phänomenen zu Begriffen und Strukturen. Konkrete Lernsituationen für den Geometrieunterricht* (S. 187-222). Wiesbaden: Springer.