

## **Externe Repräsentation und Variationsvielfalt als Kriterien zur Differenzierung von digitalen Simulationen**

Der vorliegende Beitrag nähert sich dem Begriff „Simulation“ über einen induktiven Zugang, also ausgehend von realen Beispielen, die für den Einsatz im Mathematikunterricht entworfen wurden. In Kombination bzw. Kontrastierung mit einer deduktiven, theoriegeleiteten Sichtweise (etwa Wörler, 2015 basierend auf Krüger, 1974; Greefrath & Weigand, 2012) können auf diese Weise Ansätze für eine Kategorisierung von Simulationen praxisbezogen diskutiert werden.

### **„Simulationen“ zum Lernen von Mathematik – die Ausgangslage**

Das Webportal GeoGebra Tube, auf welchem AutorInnen GeoGebra-Dateien veröffentlichen können, liefert unter dem Suchbegriff „simulation“ für das Jahr 2017 über 1000 Treffer (vgl. [www.geogebra.org/materials/](http://www.geogebra.org/materials/)); es ist anzunehmen, dass zumindest ein Teil dieser Dokumente für Lehr-Lern-Kontexte entworfen wurde und faktisch auch dort eingesetzt wird. Auch MathEduc, eine Datenbank für Publikationen mit mathematikdidaktischem Hintergrund, listet derzeit über 2000 Publikationen, die den Begriff „Simulation“ enthalten. Diese Beobachtungen, so punktuell und eingeschränkt sie sein mögen, legen die Interpretation nahe, dass Forschung, Theorie und Praxis sich derzeit mit Simulationen befassen.

Allerdings belegen die oben genannten GeoGebra Tube-Dateien auch, wie weit das Spektrum des Begriffes „Simulation“ bereits in dieser stark eingeschränkten Materialauswahl aufgefächert ist und wie vielfältig der Begriff verwendet wird. So fallen etwa – aus Sicht der jeweiligen UrheberInnen – einfache geometrische Konstruktionen, bei denen Beschriftungen ein- und ausgeschaltet (z. B. [www.geogebra.org/m/xWxt5A3B](http://www.geogebra.org/m/xWxt5A3B)) oder Figuren per Schieberegler um ein festes Zentrum gedreht werden können (z. B. [www.geogebra.org/m/ydGfzBNR](http://www.geogebra.org/m/ydGfzBNR)) sowie Darstellungen linearer dynamischer Vorgänge ebenso darunter, wie schematische Repräsentationen des Räuber-Beute-Modells bei variierbaren Populationsgrößen und Umweltfaktoren (z. B. [www.geogebra.org/m/WwUTfVJk](http://www.geogebra.org/m/WwUTfVJk)) oder virtuelle Abbilder stochastischer Realexperimente (z. B. [www.geogebra.org/m/DvxWqFSZ](http://www.geogebra.org/m/DvxWqFSZ)). Simulationen, die mit anderen technischen Hilfsmitteln als GeoGebra für mathematische Lehr-Lern-Zwecke umgesetzt werden und solche, die in der Fachmathematik und ihren Anwendungsfeldern genutzt werden, tragen weitere, andersartige Begriffsinhalte in sich.

Für eine wissenschaftlich fundierte, empirische Aufarbeitung der Potentiale von Simulationen für das Lernen und Lehren von Mathematik ist dieser enorme Begriffsumfang unvorteilhaft. Klare Begriffsdefinitionen und -abgrenzungen sind hier unabdingbar. Speziell empirische Studien können notwendigerweise nur schmale Ausschnitte aus dem Begriffsspektrum berücksichtigen, was eine Verallgemeinerung der gewonnenen Forschungsergebnisse und den Vergleich empirischer Arbeiten zu Simulationen erschwert.

Es ist daher als Grundlage für weitere Forschungsarbeiten in diesem Themenbereich unabdingbar, das breite Feld der Simulationen bzw. des Simulierens zu ordnen und zu kategorisieren. Nur so können empirische Befunde sinnvoll verortet und verglichen sowie Rückschlüsse auf das Arbeiten mit Simulationen für die Unterrichtspraxis abgeleitet werden.

Der vorliegende Beitrag versucht dies, indem er verschiedene Kriterien zur Differenzierung von digitalen Simulationen vorschlägt und diskutiert.

### **Einige Charakteristika von „Simulationen“ – induktiv gewonnen**

Bei den o. g. Beispielen handelt sich – technisch gesehen – sämtlich um Dateien, also Computer-„Simulationen“. Allerdings zeigen einige Vertreter – inhaltlich betrachtet – virtuelle Abbilder physikalischer Vorgänge oder technischer Apparate; diese verdeutlichen, dass die klassischerweise disjunkte Unterscheidung zwischen „Computersimulationen“ und „analogen/physikalischen Simulationen“ (vgl. Krüger, 1974) speziell bei anschaulichen Lehr-Lern-„Simulationen“ mitunter verschwimmt.

Jedes der Beispiele simuliert oder animiert „etwas“ – es gibt also ein Vorbild, wodurch die Simulation selbst zum Modell dieser Entsprechung wird. In vielen Fällen ist die Vorlage für die jeweilige Umsetzung ein realer Vorgang, etwa bei virtuellen Zufallsexperimenten, Zeichen- und Messgeräten oder technischen Apparaten (Bagger, Parkassistent, Fahrradschaltung ...). Zum Teil werden auch innermathematische Themen, etwa Tangentensteigungen an Graphen oder Ableitung und Integral, virtuell umgesetzt und durch Simulationen oder Animationen veranschaulicht.

Aus der obigen technischen Einordnung folgt ferner, dass jede der Dateien i. A. eine Bildschirmausgabe benötigt; häufig erfolgt sie über das GeoGebra-Grafikfenster. In vielen Fällen dient dieses Fenster zugleich der Eingabe, indem es Steuerelemente bereithält, z. B. Schaltflächen, Schieberegler oder Texteingabefelder, mit deren Hilfe der Benutzer das Dargestellte verändern oder beeinflussen kann. Der Umfang der Beeinflussung ist allerdings unterschiedlich: Er reicht vom An- und Abschalten von Textbausteinen (Beschriftungen, Erklärungen ...) oder Hilfsobjekten, über Zoomen und Starten/Beenden von automatisierten Abläufen bis hin zum Zugriff auf Eigenschaften der

mathematischen Strukturen und Elemente des zugrunde liegenden Simulationsmodells. Diese Auflistung von Charakteristika ist mitnichten vollständig.

### **Anforderungen & Klassifikationsmöglichkeiten**

Wie kann man „Simulationen“ – oder allgemeiner: (statische und dynamische) virtuelle Modelle von Vorgängen und Phänomenen – trotz dieser Heterogenität im Hinblick auf das Lernen von Mathematik klassifizieren?

Denkbar wäre eine Differenzierung hinsichtlich der mit dem Computereinsatz verbundenen Ziele (Problemlösen üben, funktionale Abhängigkeiten erkennen und beschreiben, Funktionales Denken fördern ...) oder der thematischen Einbettung (Stochastik, Geometrie, Anwendungsbezug ...). Solche Kategorien sind allerdings häufig objektiv kaum fassbar, variabel oder an den jeweiligen Kontext des konkreten Computereinsatzes gebunden. Somit eignen sie sich nicht dafür, virtuelle Abbilder von Vorgängen a priori zu klassifizieren.

Ein System, das dies leistet, muss idealerweise allgemeingültig sein, d. h. so gestaltet sein, dass jede denkbare – und somit auch jede konkrete – Computersimulation erfasst werden kann. Die Kategorien müssen ferner so gewählt werden, dass die Einordnung a priori anhand stabiler, von außen objektiv erfassbarer Eigenschaften der jeweiligen Simulationsumsetzung und ohne Hinzunahme weitere Informationen (speziell etwa ohne das Wissen um die Zielsetzung des Autors, um die interne technische oder mathematische Umsetzung oder um von außen nicht erfassbare Aspekte der zugrundeliegenden Modellierung) erfolgen kann.

In Wörler (2017) wird vorgestellt, wie an fachdidaktische Arbeiten zum Variieren und Experimentieren angeknüpft werden kann, indem die Vielfalt bereitgestellter Variationsmöglichkeiten, also Bedienelementen zum Kontrollieren oder Manipulieren des Simulationsmodells, zur Unterscheidung von virtuellen Modellen von Vorgängen oder Phänomenen genutzt wird (*Interaktionsgrade*). Auf diese Weise wird zwar keine globale Kategorisierung geschaffen, wohl aber eine lokale Ordnung, die den Nachbarbegriff „Animation“ (und damit Vorarbeiten zum mathematischen Film) integriert. Es wird dort ferner vorgeschlagen, die für jedes der Programme benötigte Bildschirmdarstellung hinsichtlich der externen Repräsentationen in Anlehnung an Ladel (2009) zu analysieren. Beide Aspekte können als Dimensionen eines mehrdimensionalen, objektiven und inhaltsunabhängigen Differenzierungsmodells dienen.

Zur Verortung einer konkreten Anwendung in diesem Modell lässt sich ein Analysebogen nutzen, der ausschließlich beobachtbare Elemente der Bildschirmausgabe erfasst (Abb. 1).

Variationsvielfalt (Interaktionsgrad)		Externe Repräsentation					
		enaktiv-virtuell		ikonisch		symbolisch	
		analog	schematisch	analog	schematisch	verbal	nonverbal
				statisch	dynamisch	statisch	dynamisch
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
>7							

**Abb. 1:** Analyseschema für Animationen und Simulationen mit den Dimensionen *Variationsvielfalt* und *Externe Repräsentation*

### Erste explorative Einordnungen & Ausblick

Eine erste, explorative Anwendung des Analyseverfahrens auf zufällig ausgewählte GeoGebra Tube-„Simulationen“ liefert folgende Einordnungen: Im Regelfall kann der Nutzer ein bis vier Aspekte der Anwendung variieren (Interaktionsgrad 1–4; kaum > 6). Es liegen häufig multiple dynamische Repräsentationen vor (dann oft ikonisch-analog-dynamisch) und damit nur wenige IDR, ISR, MSR. Fast immer gibt es eine symbolische Repräsentation einiger Modellgrößen (verbal und nonverbal). Steuerelemente werden im Regelfall schematisch-enaktiv repräsentiert.

Eine intensive, systematische Validierung des Differenzierungsmodells steht noch aus; u. U. müssen hierzu noch weitere Dimensionen berücksichtigt werden, so dass eine globale Kategorisierung von Simulationen (und Animationen) möglich wird. Es wird angestrebt, über eine Clusterbildung konkrete Empfehlungen für den Einsatz von Simulationen zum Lehren und Lernen von Mathematik aus dem Modell abzuleiten.

### Literatur

- Greefrath, Gilbert & Hans-Georg Weigand (2012): Simulieren: Mit Modellen experimentieren. *mathematik lehren*, 147, S. 2–6
- Krüger, Siegfried (1974): *Simulation*. Berlin, New York: De Gruyter
- Ladel, Silke (2009): *Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz*. Hamburg: Kovač
- Wörler, Jan Franz (2015): *Konkrete Kunst als Ausgangspunkt für mathematisches Modellieren und Simulieren*. Münster: WTM-Verlag
- Wörler, Jan Franz (2017): Entwicklung eines didaktischen Modells zur Unterscheidung digitaler Simulationen. In: Kortenkamp, Ulrich & Ana Kuzle (Hg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*. Münster: WTM-Verlag. S. 1049–1052