

Carina ZINDEL, Dortmund

## **Lerngelegenheiten durch Lehrkraftimpulse in Unterrichtsgesprächen zu Funktionen**

Die Teilhabe an diskursiv reichhaltigen Unterrichtsgesprächen ist wichtig für das Mathematiklernen. Lehrkräfte sollten im Unterrichtsgespräch entsprechend Lerngelegenheiten schaffen. In der Literatur benannte förderliche Lehrkraftimpulse sind oft themenunabhängig formuliert, wodurch sie universeller nutzbar sind. Da Unterrichtsgespräche aber auch auf den Ideen von Lernenden basieren sollten (z.B. Stein et al., 2008), müssen Lehrkräfte auch in der Lage sein, ihre Impulse themenspezifisch zu konkretisieren, um auf Lernendenäußerungen adaptiv reagieren zu können. In diesem Beitrag wird in einer explorativen Fallstudie analysiert, welche Lerngelegenheiten Lehrkräfte in einem Unterrichtsgespräch über funktionale Abhängigkeiten bieten.

### **Förderliche Lehrkraftimpulse beim Thema funktionale Abhängigkeit**

Für eine Teilhabe der Lernenden förderliche (themenunabhängige) Impulse sind beispielsweise *Individuelle Ideen für alle zugänglich machen*, *Überformen und Klären von Lernendenäußerungen*, oder *gegenseitiges Feedback der Lernenden initiieren* (Bass & Ball, 2004). Um die durch die Impulse tatsächlich geschaffenen Lerngelegenheiten rekonstruieren zu können, wird im Folgenden konkretisiert, welche Lehrkraftimpulse speziell bei dem hier fokussierten Thema funktionale Abhängigkeit wichtig wären.

Für den Aufbau von Verständnis zu funktionalen Abhängigkeiten ist zum einen die Auseinandersetzung mit verschiedenen Darstellungen der funktionalen Abhängigkeit förderlich, d.h. symbolisch, tabellarisch, graphisch oder verbal. Der Umgang mit den verschiedenen Darstellungen und ihre Vernetzung kann für Lernende aber bereits eine Hürde darstellen (z.B. Moschkovich, Schoenfeld & Arcavi, 1993). Dies liegt möglicherweise daran, dass der gemeinsame „Kern“ in den verschiedenen Darstellungen oft implizit bleibt (Niss, 2014, S. 240).

In Anlehnung an Drollinger-Vetter (2011) wird in Zindel (2019) zu der Ebene der Darstellungen die Ebene der Verstehenselemente ergänzt, die als kleinste Denkeinheiten, die zum Begriffsverständnis gehören, aufgefasst werden können. Ein Begriff wird nach dieser Theorie von Lernenden aufgebaut, indem bereits vorhandene Begriffe zu einem neuen Begriff verdichtet werden (vgl. Zindel, 2019, S. 40). Je nach Situation müssen Lernende die verdichteten Begriffe auch wieder in ihre kleineren Bestandteile auffalten können (ebd.). Diejenigen Verstehenselemente, die für alle Darstellungen

und alle Funktionstypen in der Sekundarstufe I relevant sind, werden hier als „Kern des Funktionsbegriffs“ zusammengefasst (s. Abb.; für eine systematische Rekonstruktion dieser Verstehenselemente vgl. Zindel, 2019, S. 18 ff., S. 25 ff, für einen Überblick vgl. ebd., S. 273 ff.).

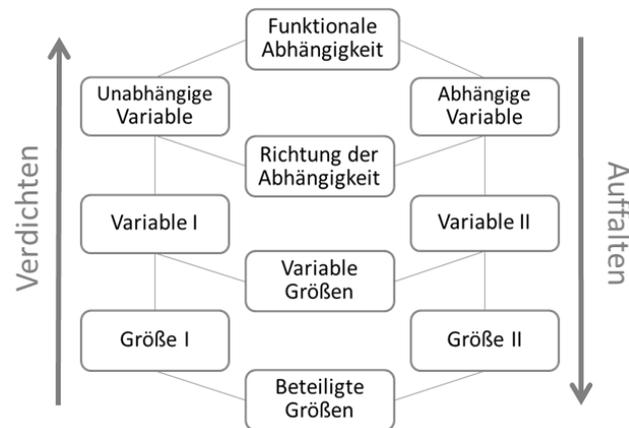


Abb.: Verstehenselemente zum Kern des Funktionsbegriffs (Zindel, 2019, S. 39)

Für den Aufbau von Verständnis zur funktionalen Abhängigkeit (als verdichteter Facette) wäre es demnach wünschenswert, dass Lehrkräfte in Unterrichtsgesprächen zu funktionalen Abhängigkeiten unter anderem folgende Impulse nutzen und themenspezifisch ausgestalten:

- *Darstellungsnetzungen anregen und unterstützen*
- *Adressieren, Auffalten und Verdichten von Verstehenselementen anregen und unterstützen*

### Forschungsfrage

Im Rahmen des größer angelegten Projekts wurde in Zindel (2019) bereits ein Lehr-Lern-Arrangement entwickelt und erprobt, das auf Materialseite sowohl Darstellungsnetzungen als auch das Adressieren, Auffalten und Verdichten von Verstehenselementen berücksichtigt. Für die Implementation in der Unterrichtspraxis wäre es aber auch wichtig, dass die Lehrkräfte die angelegten Potenziale auch entsprechend im Unterrichtsgespräch noch einmal aufgreifen, um entsprechende Lerngelegenheiten zu schaffen. In diesem Beitrag wird daher folgende Forschungsfrage bearbeitet:

Welche Lerngelegenheiten schaffen Lehrkräfte in einem Unterrichtsgespräch zu funktionalen Abhängigkeiten?

### Methoden

Bei der hier vorgestellten Teilstudie handelt es sich um eine explorative Fallstudie (Yin, 2002). Teilgenommen haben bislang fünf Lehrkräfte von sechs Klassen der Jahrgangsstufen 9 oder 10 (drei an einer Gesamtschule, drei an

einem Gymnasium). Die Lehrkräfte haben alle das gleiche von der Autorin entwickelte Unterrichtsmaterial (Zindel, 2019) zur Verfügung gestellt bekommen, durften es aber nach Bedarf anpassen. Die Unterrichtsstunden wurden videographiert und die Plenumsphasen vollständig transkribiert. Bei der deduktiv-induktiven Datenauswertung wurden themenunabhängige und themenspezifische Lehrkraftimpulse rekonstruiert, ebenso wie die von der Lehrperson und den Lernenden adressierten Verstehenselemente.

### **Einblick in die Empirie: Fallbeispiele Frau Ehling und Frau Neumann**

In einer vorangegangenen Gruppenarbeitsphase haben die Lernenden sich mit verschiedenen Video-Streaming-Angeboten auseinandergesetzt, bei denen entweder der Gesamtpreis von der Anzahl der Monate oder der Preis in einem Monat von der Anzahl zusätzlich gekaufter Filme abhängt. Um die Angebote zu vergleichen, haben sie Tabellen, Funktionsgleichungen und teilweise auch Graphen erstellt und über die Passung verbaler Darstellungen (wie „die Anzahl der Monate hängt vom Gesamtpreis ab“) entschieden. Im Folgenden werden zur Illustration unterschiedlicher Impulse zwei kurze Szenen von den beiden Lehrerinnen Frau Ehling und Frau Neumann (Namen anonymisiert) skizziert.

Ehling      Hängt die Anzahl der Monate von dem Preis in einem Monat ab?

Mira        Ich habe nein. Wir haben alle dasselbe, weil diese Sätze für uns einfach keinen Sinn ergeben.

Ehling      Lassen wir das mal so stehen.

Im Unterrichtsgespräch von Frau Ehling expliziert die Schülerin Mira, dass sie in ihrer Gruppe alle nicht verstanden hätten, was die gegebenen verbalen Darstellungen der funktionalen Abhängigkeit bedeuten. Dies greift Frau Ehling aber nicht auf. Auch ansonsten nutzt Ehling in der gesamten Plenumsphase ausschließlich themenübergreifende Impulse. Dabei fordert sie von Lernenden nur Ein-Wort-Antworten und das Nennen richtiger Ergebnisse ein, wobei weder Darstellungsvernetzungen angeregt, noch Verstehenselemente adressiert werden.

Eine andere Lehrerin, Frau Neumann, fordert hingegen verschiedene Darstellungsvernetzungen ein und geht dabei auf die Lernendenäußerungen gezielt ein. Hier fordert sie die Lernenden auf, zu dem Graphen, den eine Gruppe gezeichnet hat, eine passende Funktionsgleichung aufzustellen. Die Lernenden schlagen daraufhin verschiedene Funktionsgleichungen vor, die aber nur teilweise zu dem Graphen passen, dafür dann aber zu einer alternativen Mathematisierung der Situation. Dies erkennt Frau Neumann, greift die beiden unterschiedlichen Auffassungen auf und klärt die Bedeutung, indem sie selbst die funktionalen Abhängigkeiten entsprechend auffaltet.

Neumann [...] Das heißt du [meint Linda] hast einen sehr schönen Term aufgestellt, für den Fall das ich genau einen Monat schaue und ich will wissen wie das abhängt davon je nachdem wie viele Filme ich schaue. Aber das hat Alex ja gar nicht gezeichnet. Alex hat so getan als würde er gar keine aktuellen Filme schauen, sondern immer nur die Grundgebühr zahlen. [...] Und deswegen gucken wir uns den ersten Term nochmal an.

Neumann greift die Schülerantworten auf und arbeitet damit themenspezifisch weiter. Dadurch agiert sie selbst als sprachliches Vorbild und lenkt den Fokus auf die mathematisch wichtigen Verstehenselemente, die im weiteren Verlauf auch von Lernenden adressiert werden. Dennoch könnte sie die Lernenden noch mehr dazu auffordern, die Abhängigkeiten zu explizieren.

## Fazit

Um themenspezifische Lerngelegenheiten zu schaffen, sollten Lehrkräfte im Unterrichtsgespräch Darstellungsnetzungen sowie Auffaltungs- und Verdichtungsprozesse von Verstehenselementen anregen und unterstützen. Die Fallbeispiele deuten an, wie facettenreich es ist, was Lehrkräfte themenspezifisch an Impulsen brauchen. Dies wird im Vortrag weiter ausgeführt. In einem nächsten Schritt wird das gegenstandsspezifische Analysemodell weiterentwickelt, um auch die Adaptivität der Impulse in Bezug auf die Lernendenäußerungen zu erfassen.

## Literatur

- Bass, H. & Ball, D. L. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In J. Wang (Hrsg.), *Trends and challenges in mathematics education* (S. 295–313). Shanghai: East China Normal Univ. Press.
- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit: Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Münster: Waxmann.
- Moschkovich, J., Schoenfeld, A. & Arcavi, A. (1993). Aspects of Understanding: On Multiple Perspectives and Representations of Linear Relations and Connections Among Them. In T. A. Romberg, E. Fennema & T. P. Carpenter (Hrsg.), *Studies in mathematical thinking and learning. Integrating research on the graphical representation of functions* (S. 69–100). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Niss, M. A. (2014). Functions Learning and Teaching. In S. Lerman (Hrsg.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (S. 238–241). Dordrecht: Springer.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Yin, R. K. (2002). *Case study research*. London: SAGE.
- Zindel, C. (2019). *Den Kern des Funktionsbegriffs verstehen: Eine Entwicklungsforschungsstudie zur fach- und sprachintegrierten Förderung*. Wiesbaden: Springer.