

Susanne SCHNELL, Frankfurt & Daniel FRISCHEMEIER, Dortmund

Empirische Rekonstruktionen zu informellen Vorstellungen vom Median bei Grundschüler:innen

Relevanz der Statistik in der Grundschule

Bereits Winter (1976) ging davon aus, dass eine frühe Auseinandersetzung mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik eine wichtige Rolle im Umgang mit und im Verständnis von Umwelterscheinungen spielt und sich daher bereits von der Grundschule an gemäß den Spiralcurriculums durch alle Schulformen ziehen sollte. In der internationale Forschungslandschaft werden inzwischen vielfältige Möglichkeiten diskutiert, Statistik bereits mit Schüler:innen im Vorschul- und Primarbereich ganzheitlich und im Sinne einer explorativen Datenanalyse einzuführen (z. B. Leavy et al., 2018). Vor dem Hintergrund einer konstruktivistischen Grundhaltung sind informelle Vorstellungen von Schüler:innen von besonderer Bedeutung (Smith et al, 1993): Sie ermöglichen es jungen Lernenden ohne Rückgriff auf formale Prozeduren zentrale Konzepte der Statistik zu erwerben und zu verwenden (Bakker, 2004). So können beispielsweise informelle Maße wie so genannte Modalhügel (Konold et al., 2002) genutzt werden, um Zentrum und Streuung von Verteilungen zu beschreiben und damit einen globalen Blick auf die Eigenschaften einer Verteilung einzunehmen.

Verteilungsvergleiche und Lagemaße

Eine Aktivität, die die Nutzung der informellen (und formalen) Maße bereits in der Grundschule ermöglicht, ist der Vergleich von Verteilungen (Frischemeier, 2018). Nach Burrill und Biehler (2011) werden dabei zentrale statistische Konzepte von Verteilungen wie Zentrum und Streuung, Form, Verschiebung etc. verwendet. Neben Minimum und Maximum können als formale Maße für Zentrum und Streuung in der Grundschule bereits das arithmetische Mittel, der Modalwert sowie die Spannweite thematisiert werden. Unter anderem aufgrund der Anschlussfähigkeit für die spätere Einführung von Boxplots ist der Median ein wichtiges Maß, welches sich aufgrund der simplen Bestimmung ohne komplexen Rechenalgorithmus auch für jüngere Lernende eignet (Sill & Kurtzmann, 2019). Besonders eine enaktive Einführung mittels lebendiger Statistik ist bewährt (ebd., S. 127ff; Biehler & Frischemeier, 2013). Hierbei stellen sich Kinder in einer sortierte Reihe zum Beispiel entlang des Merkmals Größe auf und bestimmen den Median durch gleichzeitiges Abzählen von beiden Seiten der Reihe. Dabei handelt es sich beim Median um einen relationalen Wert, der eine Beziehung zwischen den zwei Hälften einer Verteilung herstellt. Nach Mokros und Russel (1995) besitzen Kinder der vierten Klasse präformale Vorstellungen zum Durchschnitt bzw. zur Mitte von Datensätzen, welche mit dem Median übereinstimmen. Allerdings nutzen nur wenige Kinder unaufgefordert Mittelwerte zum Beschreiben von Verteilungen (Watson & Moritz, 1999). Außerdem werden Median, Durchschnitt und Modalwert vermischt (Bakker, 2004), da Vor- und Nachteile der einzelnen Maße nicht

In: Kerstin Hein, Cathleen Heil, Silke Ruwisch & Susanne Prediger (Hrsg.). Beiträge zum Mathematikunterricht 2021. Münster: WTM Verlag. <https://doi.org/10.37626/GA9783959871846.0>

Online unter <https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/30630>

wahrgenommen werden. Bakker (2004) schlägt daher vor, Lagemaße im Kontext von explorativer Datenanalyse einzuführen und präsentiert einen konzeptuellen Lernweg für Klasse 7/8.

Auf Grundlage der vorangegangenen Überlegungen zur frühen Statistik schließt sich die Frage an, inwiefern der Median im Kontext von Verteilungsvergleichen bereits in Klasse 3 eingeführt werden kann und welche (in-)formellen Vorstellungen vom Median dabei bei den Kindern entstehen.

Forschungsfragen und Design der Studie

Die hier vorgestellte Studie bettet sich in eine breiter angelegte Design Research Studie ein (Prediger et al., 2012), die schwerpunktmäßig auf die Entwicklung und Erprobung von Unterrichtsmaterialien für die Grundschule abzielt. Im vierten Zyklus wurde eine Unterrichtsreihe für Klasse 3 entwickelt und mit 22 Grundschüler:innen in 13 Unterrichtsstunden erprobt (Breker, 2018). Inhaltlich behandelt die Reihe unter anderem die Einführung des Median durch die lebendige Statistik sowie die Bestimmung und Interpretation von Modalhügeln beim Vergleich von Verteilungen mit der Software TinkerPlots.

Im Anschluss an die Unterrichtsreihe wurde eine Interviewstudie mit fünf Paaren von Lernenden der gleichen Klasse durchgeführt. In diesen wurden die Kinder aufgefordert, einen Verteilungsvergleich mit TinkerPlots entlang der Untersuchungsfrage „wer hat tendenziell mehr Spiele auf dem Smartphone – Kinder der 3. Klasse oder der 4. Klasse?“ durchzuführen. Die durchschnittlich 45 min langen Interviews wurden vollständig videografiert (inkl. Bildschirmbewegungen) und transkribiert. Die nachfolgenden empirischen Einblicke beziehen sich ausschließlich auf diese Interviewstudie. Ausgewertet wurden die Transkripte mit den Methoden der interpretativen Unterrichtsforschung, d.h. einer sequentiellen Analyse und der Methode der primär gedanklichen Vergleiche. Die Ergebnisse dessen wurden dann zu den Vorstellungen der Lernenden zusammengefasst, welche nachfolgend detailliert dargestellt werden.

Empirische Ergebnisse: Verschiedene Vorstellungen zum Median

In diesem Abschnitt erfolgt zunächst ein Einblick in das Interview mit Paula und Linda und danach ein Überblick über weitere Vorstellungen vom Median.

Zu Beginn des Interviews erfragt die Interviewerin das Vorwissen zum Median woraufhin Paula antwortet, dass es sich um „die Mitte von dem Punktdiagramm“ handle, die man rausfinde indem man „so von der Seite abzählt bis man in der Mitte angekommen ist“. Während diese Äußerungen grundsätzlich treffend sind, wird im weiteren Verlauf des Interviews deutlich, dass beide Mädchen nicht die Anzahl der Punkte pro Wert berücksichtigen, sondern die Säulen als Ganzes zählen. Dadurch kommt es zu einer Vorstellung des Median als Mitte zwischen Minimum und Maximum. Dies löst einen kognitiven Konflikt aus, wie Paulas nachfolgende Äußerung zeigt, mit der sie begründen will, dass Viertklässler:innen tendenziell mehr Spiele auf dem Smartphone haben:

Paula: (1) Weil die Viertklässler [obere Verteilung, Abb. 1] sind mit ihren Punkten weiter nach rechts gezogen (2) und wenn man dann genau die Mitte nimmt auch nur von den Punkten und nicht ganz vom Streifen. (3) Weil sonst wäre es ja eh der gleiche Median. (4) Nur von den Punkten wäre der Median der Viertklässler weiter in der Mitte, als der von den Drittklässlern.

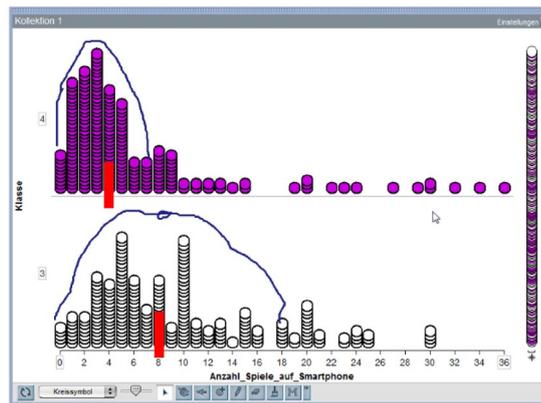


Abb. 1: Verteilungen der Anzahl der Spiele auf dem Smartphone, Kinder der 3. Klasse (unten) und der 4. Klasse (oben), Mediane als rote Balken dargestellt

In dieser Aussage scheint Paula zunächst (1) das höhere Maximum und ggf. die visuell wahrnehmbare höhere Anzahl an Punkten (wenn die Höhe der Säulen vernachlässigt wird) in der rechten Hälfte des Diagramms zu beschreiben. Danach (2) stellt Paula die Bedingung voran, dass man „genau die Mitte von den Punkten“ nehmen müsse und dann dieser Median für die Viertklässler:innen spreche (4). Im Gegensatz dazu sei der Median „ganz vom Streifen“ – vermutlich sind damit die Säulen gemeint - bei beiden Verteilungen „ja eh der gleiche“ (3). Diese angenommene Gleichheit überprüft sie nicht, so dass sich nicht rekonstruieren lässt, woher diese Annahme stammt.

Die Vorstellung des informellen „Punkt-Median“ als Gegenentwurf zum tatsächlichen Median wird nochmal thematisiert, als die Mädchen den Median von TinkerPlots einzeichnen lassen (siehe Abb. 1) und dieser nicht ihren Erwartungen entspricht. An dieser Stelle ziehen die Mädchen die Modalhügel (Konold et al., 2002) heran um die Lage des von TinkerPlots eingezeichneten Median zu erklären - obwohl sie die Hügel selbst händisch eingezeichnet haben:

Paula Da haben sie jetzt nur den [Median] von den Hügeln genommen. Und in den Hügeln haben die Drittklässler mehr. (...) sonst wäre der von den Viertklässlern viel weiter in der Mitte und der von den Drittklässlern auch.

Hierbei wird deutlich, dass das Mädchen zwar das Konzept eines Wertes in der *Mitte* verinnerlicht haben, jedoch um das Konzept der Mitte relativ zu *was* ringt. Eine mögliche Ursache für diese Vorstellungen besteht in der Einführung mit lebendiger Statistik, bei der sich die Kinder nebeneinander aufstellen. Die Übersetzung dieser enaktiven Bestimmung und Interpretation des Median wird dann – trotz Einführung auch am gestapelten Punktdiagramm – übertragen, wobei die Punktdiagramme im Sinne eines Name-Merkmal-Diagramms interpretiert werden (jede Säule als ein Fall) und nicht als Häufigkeitsverteilung.

Insgesamt lassen sich in den fünf Interviews verschiedene Vorstellungen vom Median rekonstruieren (die Kürzel stehen für Interviewpaare, PL sind Paula und

Linda): *Mitte zwischen Minimum und Maximum (PL), Mitte des Modalhügels (PL, LL), Mitte zwischen zwei Hälften (JN) und unspezifische Mitte (LS, BT).*

Zusammenfassung und Ausblick

Insgesamt zeigt die Studie, dass Drittklässler:innen bereits Verteilungen informell miteinander vergleichen können. In Bezug auf den Median wird deutlich, dass verschiedene Vorstellungen entstehen, die zwar noch nicht alle im Einklang mit den intendierten Vorstellungen sind, die aber als wichtige Ausgangspunkte für das Lernen und die Entwicklung formaler Konzepte zu Lagemaßen verstanden werden können (Smith et al., 1993). So zeigt die hier analysierte Szene von Paula und Linda, dass die Kinder selbst unterschiedliche Interpretationen vergleichen, welche gute Anknüpfungspunkte für die Weiterarbeit anbieten.

Literatur

- Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83.
- Biehler, R. & Frischemeier, D. (2013). Spielerisches Erlernen von Datenanalyse – Von Datenkarten und lebendiger Statistik zur Software TinkerPlots. Ein Workshop im Rahmen einer Lehrerfortbildung für die Primarstufe. *Stochastik in der Schule*, 33(3), 2-9
- Breker, R. (2018). *Verteilungen vergleichen mit der Software TinkerPlots – Eine Interviewstudie mit Schülerinnen und Schülern der Klasse 3*. Unveröffentlichte Masterarbeit betreut von D. Frischemeier.
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Hrsg.), *Teaching statistics in school mathematics -Challenges for teaching and teacher education* (S. 57–69). Netherlands: Springer
- Frischemeier, D. (2018). Design, Implementation, and Evaluation of an Instructional Sequence to Lead Primary School Students to Comparing Groups in Statistical Projects. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Paparistodemou (Hrsg.), *Statistics in Early Childhood and Primary Education* (S. 217-238). Singapore: Springer.
- Konold, C., Robinson, A., Khalil, K., Pollatsek, A., Well, A., Wing, R., & Mayr, S. (2002). *Students' use of modal clumps to summarize data*. Paper presented at the Sixth International Conference on Teaching Statistics, Cape Town, South Africa.
- Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., & Paparistodemou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Singapore: Springer.
- Mokros, J., & Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20–39.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J., & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen–fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Unterricht*, 65(8), 452–457.
- Sill, H.-D. & Kurtzmann, G. (2019). *Didaktik der Stochastik in der Primarstufe*. Springer.
- Smith, J. P., diSessa, A. A., & Rochelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived -A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *Journal of Learning Sciences*, 3(2), 115–163.
- Winter, H. (1976). Erfahrungen zur Stochastik in der Grundschule (Klasse 1-6). *Didaktik der Mathematik*, 1, 22-37.