

Mathematisieren von Funktionalen Zusammenhängen beim Auswerten von Experimenten im Physikunterricht

Einleitung: Lerngegenstand Funktionale Zusammenhänge

Funktionale Zusammenhänge sind nicht nur im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I ein zentrales Thema, sondern werden beispielsweise auch im Physikunterricht genutzt, um physikalische Phänomene zu mathematisieren. Bereits ab Jahrgangsstufe 6 werden funktionale Zusammenhänge hier qualitativ gebraucht, also noch bevor die funktionalen Zusammenhänge in der Jahrgangsstufe 7 expliziter Lerngegenstand im Mathematikunterricht sind.

Für den Mathematikunterricht ist der Lerngegenstand Funktionale Zusammenhänge bereits gut beforscht und spezifiziert. Zum Lerngegenstand gehören beispielsweise die drei Grundvorstellungen zu Funktionen (Zuordnung, Kovariation, Funktion als Ganzes, vgl. Vollrath 1989) und die Fähigkeit, verschiedene Darstellungen zu vernetzen bzw. in außermathematischen Kontexten zu interpretieren (vgl. z.B. Zindel 2020). Um diesbezügliche Lerngelegenheiten zu schaffen, hat sich in Zindel (2019) das Auffalten und Verdichten von Verstehenselementen als förderlich erwiesen. Verstehenselemente sind nach Drollinger-Vetter (2011) die kleinsten Denkeinheiten, die zusammen einen Begriff bilden. Ein Begriff gilt in diesem Sinne als verstanden, wenn man die zugehörigen Verstehenselemente flexibel auffalten (d.h. vom Ganzen in einzelne Elemente reinzoomen) und verdichten (d.h. von einzelnen Elementen auf das Ganze rauszoomen) kann. Beispiele für Verstehenselemente bei Funktionalen Zusammenhängen sind die beteiligten Größen und die Richtung der Abhängigkeit (vgl. Zindel 2019).

Es ist allerdings noch weniger darüber bekannt, was der Mathematikunterricht konkret leisten muss, damit die mathematischen Voraussetzungen für andere Fächer – wie den Physikunterricht – geschaffen werden. Umgekehrt ist es eine ebenso offene Frage, welche Lerngelegenheiten der Physikunterricht selbst für diese Zwecke bietet.

Mathematisierungen im Physikunterricht

Häufig wird im Physikunterricht davon ausgegangen, dass die notwendigen mathematischen Fertigkeiten bereits im Mathematikunterricht erlernt wurden (Karam, Uhden & Höttecke 2016, S. 22). Aber selbst wenn das theoretisch der Fall wäre, ist eine Übertragung dieser Fertigkeiten durch die Lernenden auf die Anforderungen des Physikunterrichts nicht trivial (Uhden et al. 2012, S. 486; Karam et al. 2016, S. 22). Teilweise können Lernende zwar quantitative physikalische Probleme mathematisch rezeptartig lösen, meistens fehlt ihnen aber ein tieferes

Verständnis der Beziehung vom physikalischen Konzept und der dahinterliegenden Mathematik (Pospiech 2019, S. 1).

Sowohl im Mathematik- wie auch im Physikunterricht spielt das Mathematisieren von Phänomen in der Welt durch funktionale Zusammenhänge eine zentrale Rolle. Um dies für den Physikunterricht zu spezifizieren, haben Uhden et al. (2012) ein Modell entwickelt, um Mathematisierungen im Physikunterricht zu planen und zu evaluieren und damit die Mathematik zum expliziten Teil des Physikunterrichts zu machen. Dieses Modell wurde in Abbildung 1 erweitert, um gleichzeitig erfassen zu können, wie aufgefalteter oder verdichteter die dabei wichtigen Verstehenselemente adressiert werden. Wünschenswert wäre, wenn Lehrkräfte alle Bereiche im Unterricht explizit abdecken und vernetzen würden, um dadurch Lerngelegenheiten zu schaffen. Lehrkraftimpulse dazu sind aber bislang noch kaum empirisch untersucht. Die Forschungsfrage lautet also: Inwiefern machen Lehrkräfte Schritte des Mathematisierens und Interpretierens funktionaler Zusammenhänge im Physikunterricht explizit?

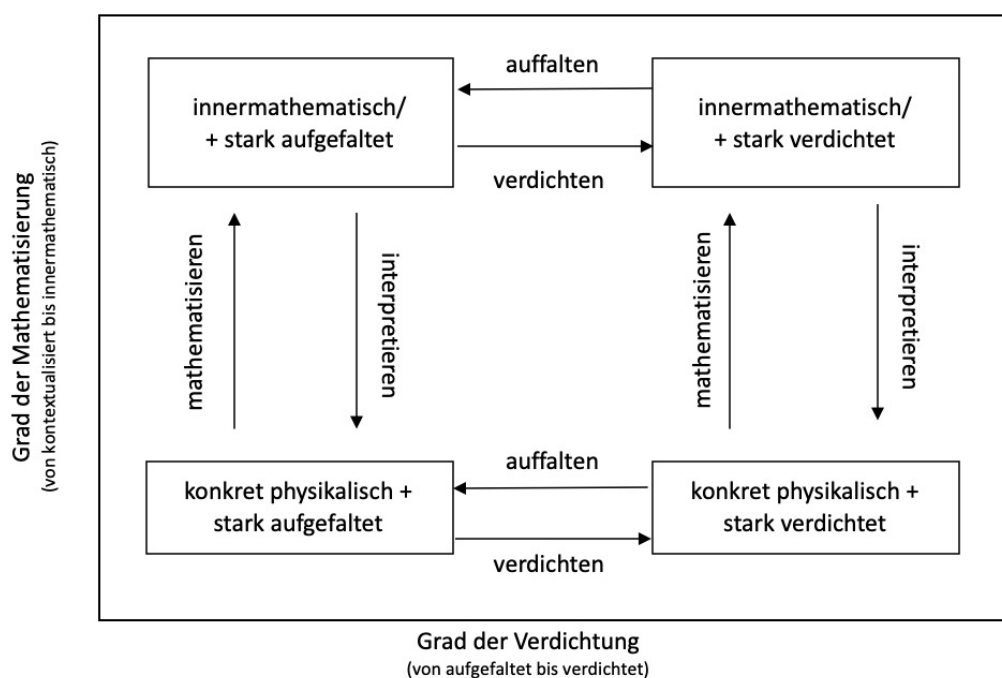


Abb. 1: Modell zur Erfassung von Lehrkraftimpulsen beim Mathematisieren und Interpretieren physikalischer Phänomene

Methodisches Vorgehen

Zur Untersuchung stehen 50 Unterrichtsvideos aus einer Studie einer einjährigen Lehrkräftefortbildung (Zander 2016) zur Verfügung. Es handelt sich um Unterricht von 15 Gymnasiallehrkräften (davon 3 weiblich) in der achten Klassenstufe. Die Berufserfahrung lag im Mittel bei 11 Jahren (Standardabweichung 9 Jahre). Die Unterrichtsstunden der Lehrkräfte wurden videographiert und vollständig transkribiert. Die Datenauswertung wurde in einem deduktiv-induktiven Verfahren durchgeführt (mithilfe von Abb. 1). Es wurde zum einen identifiziert, welche

Schritte des Mathematisierens und Interpretierens im Unterrichtsgespräch explizit gemacht werden. Zum anderen wurde rekonstruiert, welche Verstehenselemente (markiert durch ||...||) dabei wie aufgefaltet oder verdichtet adressiert werden. Lehrkraftimpulse werden hier also in den Spannungsfeldern ‚kontextualisiert bis innermathematisch‘ und ‚aufgefaltet bis verdichtet‘ verortet.

Einblick in eine Unterrichtsszene

Der folgende exemplarische Transkriptausschnitt stammt aus einer Unterrichtsstunde von Herrn Schülke. Nachdem die Lernenden in einem Experiment die Abhängigkeit der Auslenkung einer Feder von der Kraft erkundet und die Messergebnisse in einer Tabelle notiert haben, startet der Lehrer mit der Frage, wie eine solche Messung ausgewertet wird (#1).

- 1 Lehrer: Joa, wie messen - äh - wie werten wir so'ne Messung normalerweise aus? [...] Was machen wir mit einer Tabelle? Könnt ihr das wirklich intensiv anstarren? Ja, ich hab aber noch ne bessere Lösung. Vorschläge? Was habt ihr in der Station mit der Tabelle gemacht? [...] Ja.
- 2 Schüler 1: Wir haben die in ein Koordinatensystem eintragen?
- 3 Lehrer: Ja, und wie nennen wir solch ein Koordinatensystem hübsch?
- 4 Schüler 1: Diagramm?
- 5 Lehrer: Richtig! Wir machen ein Diagramm. Ha, Diagramm. Was gehört denn ganz allgemein auf die X Achse beim Diagramm? [Leh schreibt an]. Ja?
- 6 Schüler 2: - Äh - der bereits bekannte - äh - bekannte Wert?
- 7 Lehrer: Ja, sozusagen der Wert, den wir vorgeben und das nennen wir die unabhängige Größe. [Lehrer schreibt an] Die unabhängige Größe, das heißt die Größe, die wir vorgeben. Welche war das hier?
- 8 [im Anschluss wird dies auch noch für die abhängige Variable geklärt]

Wie in Turn #5 erkennbar wird, möchte Herr Schülke darauf hinaus, dass eine Messung ausgewertet wird, indem man ein Diagramm zeichnet. Das übergeordnete Ziel, die Art des funktionalen Zusammenhangs in den physikalischen Phänomenen zu identifizieren, bleibt hier implizit. Der Mathematisierungsschritt bleibt hier vollständig implizit. Das mathematische Modell des funktionalen Zusammenhangs wird hier reduziert auf ein technisches Ausfüllen einer Tabelle und den Wechsel zum Graphen. In Bezug auf den Grad der Mathematisierung zeigt sich hier also ein stark innermathematischer Fokus. In Turn #5 und #7 fragt Herr Schülke nach den Achsenbeschriftungen. Dadurch wird der funktionale Zusammenhang hinsichtlich der ||beteiligten Größen|| aufgefaltet und diese somit als Verstehenselemente explizit adressiert. In einer anschließenden Arbeitsphase haben die Lernenden die Diagramme gezeichnet, welche nun besprochen werden:

- 9 Lehrer: Gut. Wenn ihr die Ausgleichsgerade gezogen habt, was für eine Gerade ergibt dies bei euch? Erst mal schön wir können auch die Punkte auf einer Geraden liegen, aber was für eine besondere Form der Geraden ist das im Idealfall bei den meisten seh ich's auch so?
Schüler 3: ().
- 10 Lehrer: [...] Durch welchen besonderen Punkt geht diese Gerade?
- 11 Schüler 3: - Äh - den Ursprung.
- 12 Lehrer: Den Ursprung, genau. Wir bekommen also im Idealfall eine Ursprungsgerade.
- 13 Lehrer: Wir halten fest [L schreibt an die Tafel].
- 14 Lehrer: Wenn es eine ... Ursprungsgerade ... ergibt ... dann ... {Psst}. Was bedeutet das, wenn für die Größen auf den beiden Achsen, also in diesem Fall die Auslenkung und die Kraft, was bedeutet es, dass wir hier eine Ursprungsgerade haben? Mathematisch.

In Turn #9 fragt Herr Schülke nach der „besonderen Form“ der gezeichneten Geraden und erklärt in Turn #10, #12 und #14, dass es sich um eine Ursprungsgerade handelt. Anschließend fragt er in Turn #14 nach der mathematischen Bedeutung einer Ursprungsgerade. Hier soll also anhand der graphischen Darstellung der Funktionstyp erkannt werden: Da es eine Ursprungsgerade ist, handelt es sich um einen proportionalen Zusammenhang. Dazu wird die Grundvorstellung „Funktion als Ganzes“ benötigt, womit gleichzeitig sehr verdichtet über den funktionalen Zusammenhang gesprochen wird. Also bleibt auch die Interpretation innermathematisch, indem interpretiert wird, dass es sich bei den Daten um einen proportionalen Zusammenhang handelt. Außer bei der Beschriftung der Achsen spielt der Kontext in dem gezeigten Ausschnitt keine Rolle. Der Grad der Mathematisierung ist also auch hier eher innermathematisch, der Grad der Verdichtung ist sehr hoch.

Ähnliche Phänomene in Bezug auf die Implizitheit bzw. das Fehlen der Mathematisierungs- und Interpretationsschritte zeigen sich auch in anderen Unterrichtsvideos. Insgesamt fällt in den bislang untersuchten Daten auf, dass bei den Lehrkräften aus mathematikdidaktischer Sicht große inhaltliche Sprünge stattfinden, da die Verstehenselemente häufig nur verdichtet adressiert und vernetzt werden. Dadurch sind die gestellten Anforderungen beim Mathematisieren und Interpretieren – aus mathematikdidaktischer Perspektive – sehr hoch. Dies könnte möglicherweise auftretende Schwierigkeiten der Lernenden erklären. Gleichzeitig zeigen sich vielfältige Anknüpfungspunkte für die Förderung funktionalen Denkens, auch wenn diese bislang nicht ausgeschöpft zu werden scheinen. Die Potenziale interdisziplinären Unterrichts gilt es an dieser Stelle weiter zu untersuchen.

Literatur

- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit: Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Münster: Waxmann.
- Karam, R., Uhden, O. & Höttecke, D. (2016). Das habt ihr schon in Mathe gelernt! Stimmt das wirklich? Ein Vergleich zwischen dem Umgang mit mathematischen Konzepten in der Mathematik und in der Physik. *Naturwissenschaften im Unterricht Physik*, 153(27), 22–27.
- Pospiech, G. (2019). Framework of Mathematization in Physics from a Teaching Perspective. In: G. Pospiech, M. Michelini, B.-S. Eylon (Hrsg.): *Mathematics in Physics Education* (S. 1–33). Springer, Cham.
- Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M. & Pospiech, G. (2012): Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education* 21(4), 485–506.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik* 10(1), 3–37.
- Zander, S. M. (2016). *Lehrerfortbildung zu Basismodellen und Zusammenhänge zum Fachwissen*. Berlin: Logos.
- Zindel, C. (2019). *Den Kern des Funktionsbegriffs verstehen: Eine Entwicklungsforschungsstudie zur fach- und sprachintegrierten Förderung*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Zindel, C. (2020, online first). Identifikation von Teilprozessen des situationsbezogenen funktionalen Denkens in der Sekundarstufe I. *mathematica didactica*, 43(1).